



Artur AVILA CORDEIRO DE MELO

né en 1979 à Rio de Janeiro (Brésil)

Page web : <https://www.imj-prg.fr/~artur.avila/>

A 16 ans, Artur Avila remporte la médaille d'or des Olympiades Internationales de Mathématiques de Toronto. Ce prix le conduit à l'Instituto Nacional de Matemática Pura y Aplicada (IMPA, Rio), où il commence des études de mathématiques tout en terminant le lycée. A 19 ans, il débute sa thèse sous la direction de Wellington de Melo.

2001 : Thèse à l'IMPA, Brésil (directeur Wellington de Melo)

2001-2003 : Maître de conférences associé au Collège de France

2003-2008 : Chargé de recherche au CNRS (LPMA, Paris 6 et 7, CNRS, UMR 7599)

2006-2009 : Research Fellow du Clay Mathematics Institute

2008-09 : Détachement UMI 2294 CNRS/IMPA

2009- : Directeur de Recherche au CNRS à l'IMJ (UMR 7586 CNRS/UPD/UPMC)

Situation professionnelle :

Directeur de Recherche au CNRS, actuellement affecté à l'Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche (UMR 7586 CNRS/Université Denis Diderot/université Pierre et Marie Curie)

Chercheur à l'IMPA (Chaire Arminio Fraga) (Rio de Janeiro, Brésil)

Adresse :

Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche,

UMR 7586 CNRS/Université Denis Diderot/UPMC

UP7D, Bâtiment Sophie Germain

Case 7012

75205 Paris Cédex 13

et

Instituto Nacional de Matemática Pura y Aplicada

UMI 2294 CNRS/IMPA

Estrada Dona Castorina, 110

Rio de Janeiro, 22460-320

Brésil

Prix et Distinctions :

- Médaille d'or des Olympiades Internationales de Mathématiques de Toronto (1995)
- Cours Peccot (2005)
- Conférencier invité au Congrès International de Physique Mathématique
- Médaille de bronze du CNRS (2006)
- Prix Salem (2006),
- Wolff Memorial Lectures at Caltech (2008)
- Conférencier invité au Congrès Européen de Mathématiques
- Prix de la Société Européenne de Mathématiques (2008)
- Grand Prix Jacques Herbrand décerné par l'Académie des Sciences (2009)
- Conférence plénière au Congrès International des Mathématiciens (ICM), Hyderabad (2010)
- Porter Lectures at Rice, 2010,
- Blyth lectures at Toronto (2011)

- Prix Michael Brin (2011)
- IAMP Early Career Award (2012)
- Prémio da SBM (2013)
- TWAS Prize (2013)
- Bellow Lectures Northwestern (2014)
- Médaille Field (2014)

Thèmes de recherche :

Artur Avila est l'un des meilleurs spécialistes de la théorie des systèmes dynamiques, théorie qui s'intéresse au comportement à long terme de systèmes qui évoluent dans le temps. Ses champs de recherche et les techniques qu'il utilise sont extrêmement variés. Citons notamment ses contributions à la dynamique de dimension 1, à la théorie des opérateurs de Schrödinger et des cocycles quasi périodiques, à la théorie ergodique des échanges d'intervalles et du flot de Teichmüller, et à la dynamique des transformations qui préservent le volume.

Il a publié plus de 65 articles de recherche dans les meilleurs journaux mathématiques au niveau mondial.

Artur Avila a fait sa thèse en dynamique unidimensionnelle sous la direction de W. de Melo (à l'IMPA, Rio). C'est un domaine dont fait partie, par exemple, l'étude de fractals comme l'ensemble de Mandelbrot, liés à l'étude des applications du plan complexe de type $p(z) = z^2 + c$, où c est un paramètre complexe.

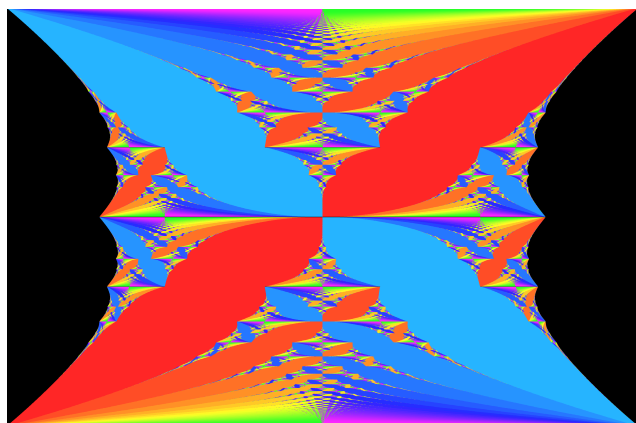
Dans sa thèse, Artur Avila s'est principalement intéressé au cas où z et c sont des nombres réels. Lorsqu'on observe ce qui se passe quand on itère l'application p , on constate que l'évolution du système dépend de manière très sensible du paramètre c . Pour certaines valeurs, l'évolution est très régulière et les orbites du système sont attirées par un cycle stable. Pour d'autres valeurs de c , dites non-régulières, le comportement du système devient « pathologique ». Artur Avila s'est intéressé à la description de ces paramètres non-réguliers. Il a démontré, avec Mikhail Lyubich, Wellington de Melo et Carlos Gustavo Moreira, que pour presque tout paramètre non-régulier, la dynamique est très chaotique et semble se comporter comme celle d'un objet aléatoire. Les observations successives ne sont cependant pas totalement indépendantes. On parle d'indépendance asymptotique avec une perte de mémoire exponentielle.

Artur Avila a également travaillé sur la dimension de certains ensembles fractals.

Les opérateurs de Schrödinger quasipériodiques sont des objets étudiés en particulier en physique mathématique. Eux aussi font apparaître des ensembles fractals, le plus connu étant le papillon de Hofstadter. L'opérateur de Schrödinger quasipériodique le plus étudié en mathématique est l'opérateur presque-Mathieu, qui décrit l'évolution d'un électron dans un champ magnétique d'un type particulier.

En 2000, le physicien mathématicien Barry Simon a proposé quinze « problèmes pour le XXI^e siècle », dont trois portaient sur l'opérateur presque-Mathieu : la conjecture de Hofstadter, auxquels plusieurs travaux avaient été consacrés depuis

les années 1980, et qu'Artur Avila a démontrée complètement avec Raphael Krikorian ; le « problème des dix Martinis » sur lequel Artur Avila a collaboré avec Svetlana Jitomirskaya ; et enfin un troisième problème étudié par Artur Avila en collaboration avec David Damanik. Artur Avila a également donné des réponses négatives à deux des principales conjectures sur le spectre absolument continu des opérateurs de Schrödinger unidimensionnels : la conjecture de Kotani-Last d'une part qui affirmait que l'existence de spectre absolument continu pour des opérateurs ergodiques implique que le potentiel est quasipériodique ; la conjecture de Schrödinger d'autre part (formulée pour des potentiels quelconques) selon laquelle pour presque toute énergie dans le support essentiel



Le papillon de HOFSTADTER

du spectre absolument continu toutes les fonctions propres sont bornées. Un contre-exemple à cette dernière conjecture est particulièrement intéressant pour les analystes du fait de similarités fortes entre la conjecture de Schrödinger et celle de Lusin sur la convergence presque sûre de certaines séries de Fourier L^2 . Dans une autre série de travaux remarquables et très novateurs Artur Avila établit la classification complète des cocycles quasi-périodiques dans $SL(2, \mathbb{R})$ (des objets très importants dans l'étude des opérateurs de Schrödinger unidimensionnels), analytiques et à une fréquence et obtient la preuve de la conjecture de presque réductibilité. Auparavant l'étude de tels cocycles se faisait en général dans deux cas (qui ne couvrent pas toutes les possibilités) : le cas des potentiels petits via des méthodes de la théorie KAM (théorème d'Eliasson) et le cas des potentiels grands par diverses techniques tirant partie de la positivité des exposants de Lyapunov fibrés du système (en particulier la localisation d'Anderson). Dans cette nouvelle approche ces cocycles sont distingués suivant le fait qu'ils sont sur-critiques (une généralisation du cas où les exposants de Lyapunov sont strictement positifs), sous-critiques (les exposants de Lyapunov du système complexifié sont nuls sur une bande) ou critiques. Artur Avila démontre que les cocycles sous-critiques sont toujours presque-réductibles c'est-à-dire peuvent être ramenés arbitrairement proches de cocycles constants par des conjugaisons analytiques fibrés ; c'est une extension d'autant plus impressionnante des résultats connus antérieurement qu'aucune condition de nature arithmétique sur la fréquence n'est nécessaire. Les cocycles critiques quant à eux sont ceux à la frontière entre les sur-critiques et sous-critiques.

Les travaux d'Artur Avila avec Marcelo Viana sur les exposants de Lyapunov, dans lesquels ils généralisent les travaux de Furstenberg et Ledrappier, sont également très importants et interviennent en particulier dans l'étude de la dynamique du flot de Teichmüller.

Artur Avila a aussi beaucoup étudié les échanges d'intervalles. Lorsqu'on coupe un intervalle en deux et qu'on échange les morceaux, on obtient une rotation du cercle. Lorsque le nombre d'intervalles échangés est plus grand, la dynamique est plus riche. Artur Avila a démontré avec Giovanni Forni que presque tout échange d'intervalles est faiblement mélangeant à part dans des situations dégénérées. Ceci signifie qu'il n'y a pas de rotation « cachée » comme facteur du système. Avec Vincent Delecroix, Artur Avila a aussi montré un résultat analogue pour les billards dans certains polygones. L'outil principal pour aborder ces problèmes est le flot de Teichmüller qui est un objet d'analyse complexe introduit pour comprendre les surfaces de Riemann dont l'étude touche également d'autres domaines des mathématiques comme la théorie des nombres ou les fonctions zeta. Sur ce sujet, Artur Avila a démontré avec Marcello Viana la conjecture de Kontsevich-Zorich, qui s'intéresse à la manière dont le flot déforme une surface plate dans le temps. Une surface plate a des coordonnées cartésiennes nord, sud, est et ouest cohérentes. Le flot de Teichmüller contracte la direction nord-sud (en divisant les longueurs par e^t , où t désigne le temps) et dilate la direction est-ouest (les longueurs sont multipliées par e^t).

Avec Jean-Christophe Yoccoz (Médaille Fields 1994) et Sébastien Gouëzel, Artur Avila a également démontré pour le flot de Teichmüller un résultat assez similaire à celui obtenu sur les applications unimodales : celui-ci est très chaotique et, quand on étudie sa dynamique, les observations vérifient également la propriété d'indépendance asymptotique avec perte de mémoire exponentielle. On dit que le flot de Teichmüller est exponentiellement mélangeant. Artur Avila et Sébastien Gouëzel ont étendu ce résultat à toutes les mesures « naturelles » invariantes par le flot de Teichmüller.

Artur Avila a également obtenu des résultats importants dans le domaine des dynamiques conservatives (c'est-à-dire préservant le volume) et a en particulier démontré un théorème de régularisation : toute application conservative de classe C^1 peut-être approchée par une application lisse qui conserve également le volume. Dans le même ordre d'idées, il obtient avec Sylvain Crovisier et Amy Wilkinson un résultat qui établit qu'une application C^1 conservative d'entropie métrique positive est « non-uniformément » Anosov.