

# Empêcher les ondes de faire du bruit

Daniel Bouche



*Comment échapper à la détection par un radar ?*

*Quelle est la forme optimale d'un mur anti-bruit ?*

*Peut-on améliorer les images échographiques ?*

*Pour recevoir une réponse satisfaisante, ces questions demandent des analyses théoriques poussées.*

Qu'est-ce qu'une onde ? Bien malin celui qui saurait donner une réponse à la fois précise et unique à cette question ! Pourtant, les ondes sont omniprésentes et constituent le quotidien d'un grand nombre de scientifiques et d'ingénieurs. En termes un peu vagues et intuitifs, on peut dire qu'une onde est la propagation d'un signal, d'une perturbation, dans un certain milieu, à une vitesse identifiable.

Les exemples ne manquent pas. Il y a bien sûr les vaguelettes que l'on peut créer à la surface de l'eau en y jetant un petit caillou ; ici, c'est une perturbation de la hauteur de l'eau qui se propage. La distance entre deux vaguelettes successives est la *longueur d'onde*, une grandeur fondamentale dans la description des phénomènes ondulatoires. Les ondes sonores, elles, mettent en jeu des variations de la pression et de la densité du milieu ambiant (l'air le plus souvent), ces variations se produisant à des fréquences *audibles*. Les ondes acoustiques sont de même nature, et englobent à la fois les ondes sonores et celles

que l'oreille ne perçoit pas. Lorsqu'elles se propagent au sein d'un solide, on parle plutôt d'ondes élastiques, dont font partie les ondes sismiques qui traversent l'intérieur de notre planète et que détectent les sismographes.

Le cas des ondes électromagnétiques est particulièrement important. Ce sont des variations de champs électrique et magnétique, qui se propagent dans le vide à la vitesse de la lumière. La lumière visible, les infrarouges, les ultraviolets, les rayons X, les rayons gamma, les micro-ondes, les ondes radio, les ondes radar, tous ces phénomènes sont des ondes électromagnétiques. Ce qui les distingue, c'est leur fréquence, ou encore leur longueur d'onde (quelques fractions de micromètre pour la lumière visible, encore moins pour les ultraviolets et les rayons X et gamma, quelques centimètres à quelques centaines de mètres pour les ondes radar et radio).

L'étude du comportement des ondes sert non seulement à comprendre la nature qui



nous entoure, mais aussi à maîtriser quantité de techniques, et *a fortiori* à créer de nouvelles inventions pointues. Le comportement des ondes lumineuses touche tout le domaine des instruments optiques, qu'il s'agisse d'objectifs photographiques, de microscopes, d'appareils de télémétrie, etc. On peut penser aux ondes radar et à leurs applications militaires, à la conception d'engins militaires furtifs, c'est-à-dire qui échappent autant que faire se peut à la détection par les radars. Quant aux ondes acoustiques, on peut évoquer la conception de salles de concert ayant une acoustique optimale, de matériaux ou de structures absorbant le bruit, de dispositifs anti-bruit actifs (c'est-à-dire qui émettent des ondes sonores opposées à celles du bruit, pour neutraliser celui-ci), d'appareils d'échographie ou de destruction de calculs rénaux, d'appareils de contrôle non destructif (détection de défauts dans des pièces d'avions par exemple), etc.

## *Des équations connues, mais difficiles à résoudre avec précision*

Les équations qui régissent les différents types d'ondes sont bien connues depuis longtemps. Ainsi, celles relatives aux ondes électromagnétiques ont été établies par le physicien écossais James Clerk Maxwell il y a plus d'un siècle, vers 1870. Mais il ne suffit pas de connaître les équations auxquelles obéit une onde radar, par exemple, pour savoir comment cette onde va se propager, interagir avec l'obstacle — constitué par un avion ou un autre objet que l'on cherche à détecter et à localiser — et se réfléchir partiellement vers l'antenne radar qui l'a émise. Il faut en effet pouvoir résoudre ces équations, dont l'inconnue est le champ ondulatoire, c'est-à-dire les amplitudes de l'onde en chaque point de l'espace et à tout instant. Ce n'est pas du tout facile. Il s'agit d'équations aux dérivées partielles (où interviennent l'amplitude inconnue de l'onde et ses dérivées par rapport aux coordonnées spatiales et au temps), que l'on doit compléter par des « conditions aux limites ». Celles-ci spécifient mathématiquement des données essentielles comme le champ ondulatoire à l'instant initial, la forme de l'obstacle et la façon dont l'onde se comporte à sa surface (réflexion, absorption, etc.), la manière dont l'amplitude de l'onde décroît à très grande distance de la source et de l'obstacle.



*Le Petit duc est un drone (petit avion télécommandé) que développe Dassault Aviation. C'est un appareil furtif: sa forme et ses matériaux sont choisis de manière à ce qu'il soit difficile à détecter par les ondes radar. Ce choix s'effectue sur la base de calculs compliqués portant sur la propagation d'ondes; dans certains cas, la précision de tels calculs laisse à désirer et fait l'objet de recherches soutenues (Cliché Dassault Aviation).*

La résolution de ce type de problèmes, où l'onde est diffractée (déviate, modifiée) par des objets, est complexe; elle nécessite des outils mathématiques, certains simples et connus depuis longtemps, d'autres beaucoup plus élaborés et encore en développement. Plus



généralement, d'ailleurs, les équations aux dérivées partielles représentent une branche très importante des mathématiques, qui fait l'objet de recherches actives depuis plus de deux cents ans. Une fois les équations et leurs conditions aux limites établies, l'une des premières tâches du mathématicien consiste à formuler le problème en termes rigoureux et à démontrer que les équations ont une solution, et que si c'est le cas, la solution est unique (autrement, cela signifierait que le problème est mal posé, que la modélisation est incomplète). Une telle étude peut être ardue, et on ne sait pas toujours la mener à bien ; mais elle permet de s'assurer que l'on ne se lancera pas en vain dans des calculs de résolution !

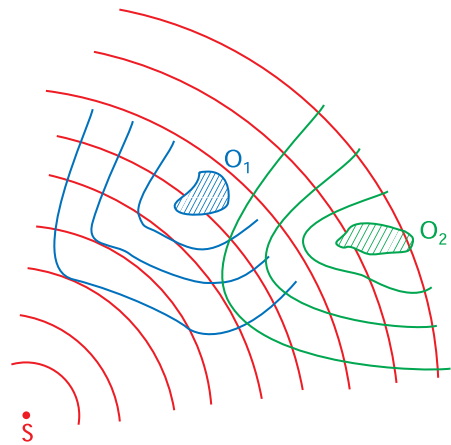
*L'analyse mathématique permet de formuler rigoureusement le problème et de mettre au point des méthodes de résolution efficaces*

Il s'agit ensuite de proposer des méthodes efficaces pour résoudre, avec une précision suffisante, le problème posé. La résolution dite analytique, où l'on obtient un résultat exact et général, exprimé par une formule compacte, est généralement hors de portée, sauf cas exceptionnels et très simples. Le scientifique ou l'ingénieur doit se contenter d'une résolution numérique — réalisée par ordinateur car les calculs nécessaires sont très volumineux — qui donne le résultat sous forme de valeurs numériques (des nombres), valables avec une certaine approximation. D'importantes difficultés apparaissent ici aussi.

Ainsi, dans les problèmes mettant en jeu la diffraction d'ondes par des objets, le milieu de propagation est souvent illimité : l'onde peut aller jusqu'à l'infini. Or pour que la solu-

tion du problème soit unique, il faut imposer une condition dite de rayonnement qui spécifie comment l'amplitude de l'onde décroît au fur et à mesure qu'elle s'éloigne. Cette condition n'est pas simple à imposer numériquement. L'une des solutions proposées consiste à transformer l'équation aux dérivées partielles d'origine en une *équation intégrale* (équation où les fonctions inconnues apparaissent dans des intégrales) ; l'avantage de cette formulation est qu'elle satisfait automatiquement la condition de rayonnement.

C'est dans les années 1960 qu'ont été écrits les premiers programmes informatiques de



*Un problème typique de propagation d'ondes : une source  $S$  émet une onde radar, lumineuse, acoustique ou autre (en rouge sur la figure) de longueur d'onde bien définie ; l'onde se réfléchit partiellement (en bleu et vert sur la figure) sur les deux obstacles présents  $O_1$  et  $O_2$  ; quelle va être l'amplitude de l'onde résultante en chaque lieu, par exemple au niveau d'un détecteur placé en  $S$  ? La résolution de ce problème difficile doit prendre en compte le type d'ondes émises, leur longueur d'onde, la forme des obstacles, le matériau dont ceux-ci sont constitués, etc.*

résolution par équations intégrales. Ils ne permettaient de calculer que la diffraction par des objets petits par rapport à la longueur d'onde ; de plus, ils donnaient souvent des



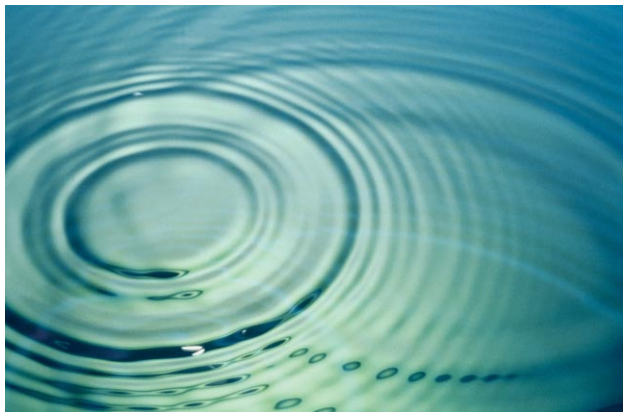
résultats aberrants, faute d'une analyse mathématique suffisante. La compréhension des problèmes rencontrés et leur résolution ont permis, à partir de la fin des années 1980, de calculer avec de plus en plus de précision la diffraction d'une onde par des objets de plus en plus grands par rapport à la longueur d'onde. Les recherches se prolongent aujourd'hui dans divers domaines : choix de la formulation intégrale la mieux adaptée au problème, techniques numériques pour résoudre l'équation. En particulier, les méthodes dites *multipolaires* ont permis d'augmenter notablement la taille des problèmes traitables. Ces travaux ont contribué à la réalisation d'outils logiciels fiables, capables de calculer avec précision le champ ondulatoire diffracté par des objets de taille atteignant plusieurs dizaines de fois la longueur d'onde. C'est, notamment, le cas d'un avion dans le champ d'un radar de longueur d'onde métrique.

Une méthode concurrente de la formulation en équations intégrales consiste à résoudre directement l'équation aux dérivées partielles, et à s'affranchir de la condition de rayonnement en limitant artificiellement le milieu de propagation par une « condition aux limites absorbantes » : on impose (mathématiquement) la présence d'une frontière imaginaire qui absorbe complètement toutes les ondes qu'elle recueille. Ces conditions aux limites absorbantes ont longtemps été responsables de l'apparition, dans les solutions numériques, de phénomènes de réflexions parasites ; ils étaient particulièrement gênants dans le cas d'objets

faiblement diffractants. Mais les techniques numériques faisant appel aux conditions aux limites absorbantes ont elles aussi considérablement progressé ; elles offrent à présent un niveau de réflexion parasite très faible, grâce à des travaux théoriques réalisés essentiellement au début des années 1990.

## *L'optique géométrique et ses généralisations, au service des courtes longueurs d'onde*

Lorsque la taille des obstacles qui diffractent les ondes est très grande par rapport à la longueur d'onde (une gouttelette d'eau éclairée par de la lumière visible, un avion balayé par un radar de longueur d'onde décimétrique, etc.), il existe une voie un peu plus facile que la résolution directe des équations des ondes : la bonne vieille optique géométrique. Celle-ci assimile les ondes lumineuses à des rayons qui se propagent en ligne droite dans un milieu donné, et qui sont soumis aux lois simples de la réflexion et de la réfraction découvertes plusieurs siècles avant les équations



*Des ondes se propageant à la surface de l'eau : même ce phénomène quotidien et banal peut être extrêmement difficile à décrire correctement et avec précision. (Photo : Getty Images)*



tions décrivant les ondes électromagnétiques. L'un des apports des physiciens, en particulier l'Allemand Arnold Sommerfeld (1868-1951), a été de montrer que l'optique géométrique est en définitive une manière de résoudre les problèmes de diffraction lorsque les objets sont infiniment grands par rapport à la longueur d'onde.

Mais bien sûr, la taille des objets réels n'est pas infinie : l'optique géométrique n'est donc qu'une approximation plus ou moins bonne. Aussi a-t-elle été ensuite étendue et généralisée afin de déterminer le champ ondulatoire aux endroits où l'optique géométrique classique prévoyait uniquement de l'ombre. Ces travaux, entamés dans les années 1950, se poursuivent ; ils permettent de disposer d'outils, certes moins précis que les méthodes de résolution numérique directe d'équations aux dérivées partielles, mais opérants dans le domaine des courtes longueurs d'onde.

Malgré toutes ces avancées, de nombreux problèmes ondulatoires ne sont toujours pas résolus de manière satisfaisante. Il en est ainsi de la diffraction par des objets de grande taille par rapport à la longueur d'onde, mais de forme complexe, avec des détails fins par rapport à la longueur d'onde (cas d'un avion, ou d'un missile, lorsqu'on veut prendre en compte leur forme détaillée au boulon près, et non leur allure générale). Il reste encore beaucoup à faire !

*Daniel Bouche*  
CEA (Commissariat à l'énergie atomique),  
Département de physique théorique et appliquée,  
Direction d'Île-de-France

### Quelques références :

- Site Internet du projet de recherche « Ondes » à l'INRIA :  
<http://www.inria.fr/recherche/equipes/ondes.fr.html>
- G. B. Whitham, *Linear and non-linear waves* (Wiley, 1974).
- D. S. Jones, *Acoustic and electromagnetic waves* (Oxford University Press, 1986).
- J. A. Kong, *Electromagnetic wave theory* (Wiley, 1990).
- E. Darve, « The fast multipole method: numerical implementation », *Journal of Computational Physics*, 160 (1), pp. 195-240 (2000).
- D. Bouche et F. Molinet, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme* (Springer-Verlag, 1994).