Avant-propos

Ous vivons aujourd'hui une situation pour le moins paradoxale. Les mathématiques sont un instrument irremplaçable de formation à la rigueur et au raisonnement; elles développent l'intuition, l'imagination, l'esprit critique; elles sont aussi un langage international, et un élément fort de la culture. Mais elles jouent en outre, par leurs interactions avec les autres sciences, un rôle grandissant dans la conception et l'élaboration des objets de notre vie quotidienne. Or cet état de fait est en général totalement ignoré par la majorité de nos concitoyens, pour qui les mathématiques ont souvent perdu leur sens. Il est parfois de bon ton, y compris dans des postes à responsabilité, de se vanter d'être « nul en maths », ou d'en contester l'utilité.

On peut trouver à ce paradoxe et à cette incompréhension des explications qui tiennent à la spécificité des mathématiques. C'est une discipline qui se nourrit de ses liens avec les autres sciences et avec le monde réel, mais qui également s'enrichit ellemême: les théories ne se démolissent pas, elles se construisent les unes sur les autres. Réciproquement, même si bon nombre de chercheurs en mathématiques sont intéressés avant tout par le côté intellectuel et même esthétique de leur discipline, les applications surgissent parfois de manière inattendue. Ainsi, les applications enrichissent la recherche, mais ne peuvent seules la piloter.

Cet équilibre subtil entre les facteurs de développement interne et externe doit absolument être préservé. Vouloir définir l'activité ou la recherche en mathématiques par ses applications potentielles reviendrait à les faire disparaître. À l'opposé, privilégier l'axiomatisation, l'étude des structures et la dynamique interne de la discipline comme l'ont fait les mathématiques françaises à partir des années 1940, et pendant plusieurs décennies, a conduit à retarder le développement en France des mathématiques dites appliquées, contrairement à ce qui se passait au même moment aux États-Unis et en Union Soviétique. Les facteurs de progrès sont très souvent aux frontières de la discipline.

Aujourd'hui, et nous nous en réjouissons, les mathématiques ont rétabli, et parfois crée, des liens forts avec les autres sciences et avec de nombreux secteurs économiques. La frontière entre mathématiques pures et mathématiques appliquées est devenue floue: les mathématiques les plus fondamentales servent à résoudre des problèmes de plus en plus difficiles. Ainsi, des domaines comme la géométrie algébrique et la théorie des nombres ont trouvé des applications inattendues en théorie du codage et en cryptographie. De même, les liens des mathématiques avec la finance se sont intensifiés pour évaluer, voire créer, des produits financiers de plus en plus complexes, en fonction des besoins et des demandes des acteurs économiques.

Cependant, un travail très important de communication et de sensibilisation reste à faire, pour modifier une image qui, elle, n'a pas suffisamment évolué, et faire découvrir tous les attraits et les atouts du monde des mathématiques et de ses applications. Le but du présent document est de faire connaître les mathématiques sous leurs aspects les plus divers — scientifiques, techniques, culturels, sociologiques; de souligner la diversité et l'universalité d'une discipline qui entretient des liens aussi bien avec la physique, la chimie, l'économie et la biologie qu'avec l'histoire, la musique et la peinture. Les mathématiques sont partout. Sans elles, pas d'ordinateurs, pas de systèmes d'information, pas de téléphonie mobile; pas d'ateliers de conception pour les constructeurs automobiles et aéronautiques; pas de systèmes de localisation par satellite, de traitement du signal, de décryptage du génome, de prévisions météo, de cryptographie, de cartes à puce, de robots.

Au-delà de leur rôle de science académique et de formation de base à l'école, les mathématiques sont omniprésentes dans la société d'aujourd'hui. Elles suivent, accompagnent et quelquefois précèdent les développements scientifiques et technologiques actuels, qui font aussi bien appel aux résultats de la recherche fondamentale contemporaine la plus récente qu'ils tirent profit des découvertes accumulées dans le passé. Enfin, les besoins en mathématiques croissent avec l'accélération des mutations et créations technologiques. On ne peut s'en passer, alors qu'on est confronté à la nécessité d'élaborer, de maîtriser, ou d'analyser des systèmes de complexité croissante.

Les États-Unis l'ont bien compris, puisque la NSF (National Science Foundation, l'organisme fédéral chargé de distribuer les crédits pour la recherche universitaire) a décidé depuis l'an 2000 d'augmenter considérablement son soutien financier aux mathématiques. Notre chance est que l'école mathématique française reste une des meilleures au monde, et que la culture mathématique de ses scientifiques et ingénieurs reste de très bon niveau à l'échelle internationale. Le nombre de médailles Fields, équivalent du prix Nobel qui n'existe pas en mathématiques, en témoigne. Récemment, lors du troisième Congrès européen de mathématiques qui s'est tenu à Barcelone en juillet 2000, cinq des dix lauréats primés étaient issus de cette école. Donnons-nous les moyens de garder ce niveau d'excellence.

Mireille Martin-Deschamps Présidente de la SMF de 1998 à 2001

Patrick Le Tallec Président de la SMAI de 1999 à 2001