

# Comment rationaliser les ventes aux enchères ?



Jean-Jacques Laffont

*Grâce notamment à Internet, les ventes aux enchères se généralisent. La modélisation de ces procédés de vente permet de définir les règles et stratégies optimales de leur utilisation.*

Les enchères constituent un mode d'achat et de vente de plus en plus répandu. C'est en particulier le cas sur Internet, comme en témoigne le succès foudroyant du site eBay où des biens de toutes sortes — des livres aux voitures — en passant par des objets d'art ou des appareils électroménagers — sont mis aux enchères. Méthode d'allocation des ressources rares, les enchères sont traditionnelles dans les marchés de produits de l'élevage et de l'agriculture (poissons, fleurs, etc.). Elles ont été étendues récemment à des biens plus coûteux, comme les appartements, et à des objets beaucoup plus complexes, comme les licences pour la téléphonie mobile de troisième génération.



*Une vente aux enchères d'œuvres d'artistes du XX<sup>e</sup> siècle chez Christie's. Chaque acquéreur potentiel se comporte en fonction de ce qu'il croit que les autres vont faire. La théorie des jeux analyse de telles situations et aide à trouver les stratégies optimales (Cliché Gamma Liaison/Jonathan Elderfield)*

L'utilisation du système des enchères est très ancienne, et remonte à l'Antiquité. Ainsi, Hérodote décrit le marché du mariage de Babylone comme une enchère au premier prix (c'est-à-dire que l'offre la plus élevée remporte l'« objet » à vendre), qui démarrait avec les plus belles jeunes femmes.



En Asie, le récit le plus ancien d'enchères concerne la vente des effets des moines décédés, au VII<sup>e</sup> siècle.

*Les premières conceptualisations des enchères étaient inadaptées, car trop simplistes*

Si les enchères remontent presque à l'aube de l'humanité, leur conceptualisation est, elle, beaucoup plus récente. La première œuvre académique importante consacrée à ce sujet est une thèse de 1955, dont l'auteur était l'Américain L. Friedman. C'était l'une des premières thèses de recherche opérationnelle. Elle portait sur le développement des stratégies d'enchère par les entreprises à l'occasion de la vente des droits de forage pétroliers dans le Golfe du Mexique. Il s'agissait d'enchères « au premier prix sous pli fermé » : dans cette procédure, les offres ne sont pas rendues publiques et c'est l'offre la plus élevée qui remporte les enchères.

La démarche adoptée par Friedman consistait simplement à rendre maximale ce qu'on appelle l'espérance de profit. En cas de succès, l'enchérisseur gagne la différence  $(v - b)$  entre son évaluation  $v$  de l'objet mis en vente et le prix  $b$  qu'il propose de payer. L'espérance de gain est donc cette différence multipliée par la probabilité  $P(b)$  de remporter l'enchère avec un tel prix, soit  $(v - b)P(b)$ . La probabilité  $P(b)$  est a priori inconnue; mais en réa-

lisant une analyse statistique des enchères passées, on découvre les façons d'enchérir des concurrents; cela permet de déterminer une approximation de la fonction  $P(b)$ , et par suite de trouver l'enchère  $b^*$  qui maximise l'espérance de gain, c'est-à-dire telle que  $(v - b^*)P(b^*)$  soit maximal.

Cette méthode, largement utilisée et raffinée de multiples façons, est toutefois extrêmement naïve. En effet, elle suppose implicitement que les autres enchérisseurs n'élaborent pas de stratégies et que leur comportement futur peut être aisément déduit de leur comportement passé. En 1961, le

The screenshot shows the eBay France homepage with the following elements:

- Navigation:** Accueil | s'inscrire | village | plan du site | ouvrir session
- Buttons:** Acheter | Vendre | Mon eBay | Rechercher | Services | Aide
- Header:** Toute la planète achète et vend sur Internet
- Search:** "Que recherchez-vous?" with a search bar and "Recherche approfondie" button.
- Categories:** Art Antiquités, Automobiles, Bébé, Bijoux Montres Styles, Cinéma, Vidéos et DVD, Collection, Deux-Roues, Informatique, Jeux Jouets Figurines, Jeux Vidéos Consoles, Livres BD Revues, Loisirs Vacances, Maison et Jardin, Mode Accessoires, Monnaies, Musique Instruments, Photographie, Sports, Téléphonie, Timbres, TV Hi-Fi Vidéo, Vins et Arts de vivre.
- Actualités:** La Smart Crossblade N°001!, Figurines collectors à petite prix, caméscopes numériques à prix cassés!, Nokia à petit prix!, Enchères exceptionnelles des Stars pour l'UNHCR.
- A la Une d'eBay:** Parure Perles Vénitables Direct Producteur, JETSKI 3 places 60CH seadoo ntr, Kit de Retro-Eclairage pour GameBoy Advance!, A Saisir! Packard Bell Easyone 3138 T1 Neuf, (La Marchande De Lireuil Jean Beraud, Diamant Solitaire 1.78 Carat Or Jaune Tiffany, Voir toutes les enchères A la Une...
- Planète eBay:** Allemagne, Australie, Autriche, Belgique, Canada, Corée, Espagne, États-Unis, Irlande, Italie, Nouvelle Zélande, Pays-Bas, Royaume-Uni, Singapour, Suède, Suisse.
- Galerie:** Tous les objets... (with image thumbnails)
- Près de chez vous:** Paris, Marseille et Toulon, Nice, Choisir une autre ville.
- Nouveau sur eBay?:** Pourquoi eBay est sûr.



Canadien William Vickrey (qui a reçu le prix Nobel d'économie en 1996, deux jours avant son décès) a posé le problème différemment, en faisant appel à la théorie des jeux.

### *La théorie des jeux et l'économie mathématique entrent en action pour définir des stratégies optimales*

Créée par le célèbre mathématicien d'origine hongroise John von Neumann dans les années 1920-1940, en collaboration avec l'économiste d'origine autrichienne Oskar Morgenstern, la théorie des jeux examine l'interaction d'acteurs stratégiques. Elle concerne toute situation où des acteurs doivent chacun prendre des décisions, qui déterminent l'issue de cette situation. La théorie des jeux s'applique ainsi à de nombreux scénarios de l'univers économique, politique, diplomatique ou militaire. Mais revenons à nos enchères. Lorsqu'un enchérisseur doit décider de sa mise, il s'interroge sur le comportement de ses concurrents, et chaque enchérisseur fait de même. Un *équilibre* de cette situation désigne, pour les spécialistes, un objet assez complexe : c'est une méthode de miser — autrement dit une relation entre l'évaluation  $v$  de l'enchérisseur et sa mise  $b$  — qui est, pour cet enchérisseur, la meilleure façon de miser compte tenu de ce qu'il anticipe sur la façon de miser des autres acteurs et des croyances qu'il a sur leurs propres évaluations. Par exemple, dans une situation symétrique où les croyances des uns sur les autres sont les mêmes, la stratégie d'un enchérisseur doit maximiser son espérance de profit sachant que tous les autres utilisent la même stratégie que lui.

Le concept que l'on vient d'évoquer est une généralisation de l'*équilibre de Nash*,

adaptée au contexte d'information incomplète des enchères. De quoi s'agit-il ? Le mathématicien américain John Nash (prix Nobel d'économie en 1994) avait proposé vers 1950 une notion d'équilibre très naturelle, qui généralisait celle donnée en 1838 par le mathématicien et économiste français Antoine Cournot. Étant données des actions que peuvent choisir des joueurs, ces actions forment un *équilibre de Nash* lorsque l'action de chaque joueur est la meilleure possible pour celui-ci, sachant que les autres joueurs choisissent éga-



*Le mathématicien américain John Forbes Nash, né en 1928, a reçu le prix Nobel d'économie en 1994, notamment pour ses travaux en théorie des jeux. Vers l'âge de trente ans, Nash a commencé à souffrir de troubles mentaux graves, dont il s'est remis de manière spectaculaire au milieu des années 1980. Sa vie a d'ailleurs fait l'objet de la biographie « Un homme d'exception » et a inspiré le film du même titre. (Cliché Université de Princeton)*



lement des actions spécifiées par l'équilibre de Nash. Dans une situation d'équilibre de Nash, personne n'a intérêt à changer unilatéralement son action.

La difficulté particulière des enchères, c'est que chaque joueur-enchérisseur est le seul à connaître sa propre évaluation du bien à vendre, et qu'il ne connaît pas les évaluations des autres acheteurs potentiels. Il faut donc généraliser le concept d'équilibre de Nash à cette situation, où l'information est incomplète. C'est ce qu'a réalisé intuitivement Vickrey en 1961 ; l'Américain d'origine hongroise John Harsanyi l'a fait plus rigoureusement vers 1967-1968, ce qui lui a valu aussi le prix Nobel, en 1994. On est ainsi parvenu à l'*équilibre de Nash bayésien*, notion d'équilibre qui permet d'émettre une conjecture sur la façon dont des enchérisseurs rationnels doivent miser dans une enchère.

Dans le contexte des enchères, une stratégie est, du point de vue mathématique, une fonction  $S$  qui associe à chaque évaluation d'un joueur sa mise correspondante. En d'autres termes, pour toute évaluation particulière  $v$ , cette fonction doit spécifier la mise  $b^* = S(v)$  qui maximise l'espérance de gain calculée à partir des règles de l'enchère et en supposant que les autres joueurs utilisent la même stratégie. Cela signifie, dans un équilibre de Nash bayésien symétrique, que si les autres misent de la même façon, en employant la même stratégie, cette façon de miser est optimale. Pourquoi l'adjectif bayésien ? Parce que le joueur calcule une espérance de gain à partir des croyances qu'il a sur les évaluations des autres (en probabilités et statistiques, le point de vue bayésien — d'après Thomas Bayes, mathématicien anglais du XVIII<sup>e</sup> siècle — consiste à évaluer des probabilités sur la

base de l'information partielle disponible et de croyances *a priori*).

### *Quand la théorie confirme et étend l'intérêt de méthodes de vente conçues intuitivement...*

Dans le domaine des enchères, les mathématiques ont donc permis de modéliser les comportements des acteurs, ce qui conduit à une prédiction sur leur façon de miser. Cela a permis de progresser dans deux directions. Sur le plan de la connaissance positive, il est devenu possible de confronter les données, c'est-à-dire les mises des joueurs dans différents types d'enchères, à ce que prédit la théorie. Celle-ci a, de ce fait, acquis un statut scientifique : on pourrait la rejeter au cas où l'on trouverait des données contredisant ses prédictions, la théorie est donc réfutable.

Sur le plan de l'établissement de normes, les conséquences ont été encore plus importantes. Dans le cadre des hypothèses de la théorie des enchères ainsi construite, on a pu démontrer un théorème assez fascinant : le *théorème de l'équivalence du revenu*. Sans entrer dans les détails, ce théorème prouve que les procédures d'enchères au premier ou deuxième prix (l'acheteur qui remporte le lot ne paye que le deuxième prix proposé) sous pli fermé, les enchères orales montantes (anglaises) ou descendantes (hollandaises) sont équivalentes pour le vendeur et qu'elles sont, de plus, souvent optimales. Ainsi, des méthodes de vente que l'on utilisait pragmatiquement dans des cas particuliers s'avèrent être, à la lumière de la théorie, la façon optimale d'allouer des ressources rares. D'où un enthousiasme nouveau pour l'extension de ces méthodes à toutes sortes d'activités éco-



nomiques. Enfin, dans des circonstances plus complexes que la vente d'un simple objet, la théorie permet de concevoir des généralisations des simples enchères pour optimiser davantage encore soit le revenu du vendeur, soit le bien-être social si l'organisateur des enchères est un État soucieux de cet aspect des choses. On a ainsi pu, grâce aux mathématiques, comprendre le sens et l'intérêt d'une pratique ancestrale et, par suite, transformer cette intuition humaine en un vrai outil de développement économique.

Avec Internet et les nouvelles technologies de communication, les enchères trouvent un champ immense d'expérimentations. Le réseau Internet offre à ce système de vente de nouvelles possibilités, que la théorie aidera à évaluer et à exploiter. Par exemple, dans une vente aux enchères, un vendeur anonyme devrait *a priori* souffrir de l'asymétrie d'information — lui seul connaît la qualité des biens qu'il vend — et ne réussir qu'à obtenir un prix de vente très faible; mais par des ventes répétées d'objets de qualité *a priori* inconnue des acheteurs potentiels, il va pouvoir petit à petit se construire une réputation, grâce aux commentaires qu'apporteront ses anciens acheteurs. La qualité des échanges pourra donc être améliorée en créant un lieu où peuvent se bâtir des réputations de qualité et d'honnêteté, ce à quoi se prête aisément un site Internet.

*Jean-Jacques Laffont  
Institut d'économie industrielle,  
Université des sciences sociales,  
Manufacture des tabacs, Toulouse*

### Quelques références :

- I. Ekeland, *La théorie des jeux et ses applications à l'économie mathématique* (P.U.F., 1974)
- A. Cournot (1838), *Recherche sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (Calmann-Lévy, Paris, rééd. 1974).
- J. Crémer et J.-J. Laffont, « Téléphonie mobile », *Commentaire*, 93, 81-92 (2001).
- L. Friedman, « A Competitive bidding strategy », *Operations Research*, 4, 104-112 (1956).
- J. Harsanyi, « Games with incomplete information played by bayesian players », *Management Science*, 14, 159-182, 320-134, 486-502 (1967-1968).
- J.-J. Laffont, « Game theory and empirical economics: the case of auction data », *European Economic Review*, 41, 1-35 (1997).