

De l'économétrie pour vendre des vins ou des obligations

Philippe Février et Michael Visser



Grands vins ou bons du Trésor font l'objet de ventes aux enchères. Mais quel type d'enchères faut-il pratiquer ? Pour le savoir, on complète les modélisations générales des enchères par des études économétriques.

dans les salles de vente de Richelieu-Drouot, les ventes aux enchères de vins sont des enchères ascendantes classiques, ou *enchères anglaises*. Dans une telle procédure, le commissaire-priseur annonce un prix de départ peu élevé, puis augmente progressivement ce prix jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un seul enchérisseur, les autres ayant abandonné. L'objet à vendre est



Une vente aux enchères (à la bougie) de vins aux hospices de Beaune, en Bourgogne. Des analyses économétriques indiquent que le recours aux options d'achat permet d'augmenter le revenu du commissaire-priseur. (Cliché Gammal/Alexis Orand)

acquis par ce dernier au prix atteint. Lorsque plusieurs lots de vin identiques doivent être mis aux enchères, un mécanisme appelé option d'achat permet au gagnant d'un lot dans une enchère de choisir le nombre de lots qu'il souhaite acquérir au même prix (si l'option d'achat n'est pas disponible, les lots sont mis successivement aux enchères). Considérons par

exemple le cas de la vente de deux lots identiques de six bouteilles Mouton-Rotschild 1945. La première enchère terminée, le commissaire-priseur propose au gagnant d'obtenir le deuxième lot au même prix que le premier. Si le gagnant exerce son option, il n'y a pas de deuxième enchère et les deux lots sont attribués au gagnant de la première enchère. Si le



gagnant n'exerce pas son droit, le deuxième lot est alors mis aux enchères.

L'option d'achat permet bien sûr d'accélérer les ventes, mais elle induit aussi une composante stratégique. Il est clair en effet que les enchérisseurs ne se comportent pas de la même façon avec ou sans option d'achat. Dans le premier cas, la perte du premier lot implique potentiellement la perte des deux lots si le gagnant utilise son option, ce qui n'est pas le cas en l'absence d'option. Quel est donc l'impact stratégique de l'option d'achat ? La présence de l'option d'achat incite-t-elle les enchérisseurs à enchérir davantage que dans le cas contraire et donc augmente-t-elle le revenu du vendeur ?

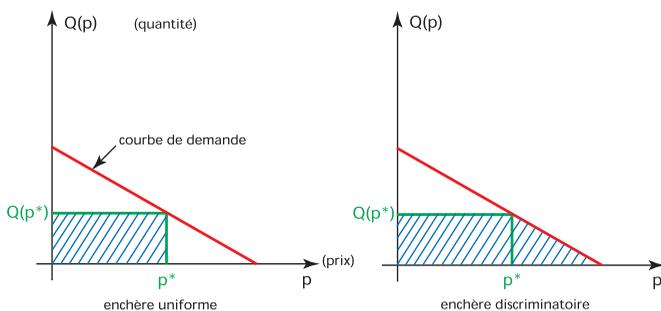
L'État doit-il pratiquer des enchères uniformes ou discriminatoires ?

L'État français finance sa dette en émettant des obligations appelées bons du Trésor. L'attribution de ces obligations se fait à l'aide d'une procédure d'enchère dite *discriminatoire*. Chacun des enchérisseurs, appelés spécialistes en valeur du Trésor ou SVT, établit un ensemble de couples prix-quantité $(p, Q(p))$ qui définit, selon le prix p d'un bon du Trésor, la quantité $Q(p)$ de bons qu'il souhaite acheter. L'État ayant au préalable annoncé la quantité totale T d'obligations qu'il désire émettre, la demande agrégée (la somme des demandes individuelles des enché-

risseurs) détermine un prix dit d'équilibre p^* : c'est le prix p^* tel que $T = Q_1(p^*) + Q_2(p^*) + \dots + Q_N(p^*)$, où Q_i est la quantité de bons souhaitée par le i -ème SVT. Chacun de ces derniers obtient alors la quantité $Q_i(p^*)$ de bons qu'il a demandée.

Si le prix que chaque enchérisseur payait pour une obligation était p^* , il s'agirait d'une enchère dite *uniforme*, et le coût total pour l'enchérisseur serait alors simplement $p^*Q(p^*)$, le prix d'un bon multiplié par le nombre de bons demandés (c'est l'aire du rectangle hachuré dans le graphique de gauche). Mais dans l'enchère dite *discriminatoire* à laquelle l'État recourt, le prix payé n'est pas p^* pour chaque obligation, mais un peu supérieur. En effet, l'État fait payer aux enchérisseurs le maximum de ce qu'ils étaient prêts à payer pour chaque obligation supplémentaire ; le coût total pour l'enchérisseur est représenté par l'aire hachurée dans le graphique de droite.

Illustrons-le par l'exemple d'un enchérisseur dont la courbe de demande est la sui-



Dans une enchère uniforme sur les bons du Trésor, l'enchérisseur paie la somme $p^*Q(p^*)$ (aire de la surface hachurée dans le graphique de gauche), où p^* est le prix dit d'équilibre d'un bon, déterminé en fonction de la demande de tous les enchérisseurs, et $Q(p^*)$ la quantité de bons demandée au préalable par l'enchérisseur pour ce prix. Dans une enchère discriminatoire, l'enchérisseur paie un prix plus élevé que $p^*Q(p^*)$, correspondant à l'aire hachurée dans le graphique de droite. Les stratégies des enchérisseurs ne sont pas les mêmes dans ces deux types d'enchères.

vante : il demande 10 obligations si le prix est de 90 euros, 9 obligations si le prix est de 100 euros, ..., 1 obligation si le prix est de 180 euros. En supposant que le prix d'équilibre p^* est de 130 euros, cet enchérisseur recevra 6 obligations. Dans une enchère discriminatoire, le prix qu'il payera est le prix maximal qu'il était prêt à payer pour ces 6 obligations, à savoir : 180 euros pour la première, 170 euros pour la deuxième, ..., 130 euros pour la sixième, soit un total de 930 euros. Dans la procédure d'enchère uniforme, cet enchérisseur aurait payé 130 euros chacune des six obligations, soit un total de 780 euros.

Évidemment, les SVT n'enchérisent pas de la même manière dans les deux types d'enchère et la comparaison des deux mécanismes n'a rien d'immédiat. Le Mexique a changé de procédure d'enchère en 1990 pour privilégier l'enchère discriminatoire. Les États-Unis, au contraire, ont abandonné en 1998 l'enchère discriminatoire pour l'enchère uniforme. L'enchère uniforme est-elle plus rentable pour l'État ? La France devrait-elle aussi changer de mode d'adjudication ?

On doit comparer deux situations alors qu'il n'existe de données que sur une seule d'entre elles

Les réponses à ces questions, concernant l'option d'achat pour les vins ou les enchères discriminatoires pour les obligations, sont importantes. Les montants en jeu peuvent être considérables : 185 milliards d'euros en l'an 2000 pour les adjudications des bons du Trésor, plusieurs dizaines de millions d'euros par an pour Drouot. Comment résoudre des problèmes de ce type ? La méthode la plus efficace consisterait à organiser une expé-

rience réelle. Ainsi, dans les enchères de bons du Trésor, il faudrait recourir aux deux modes d'enchères en parallèle pour comparer les résultats. De même, pour les ventes de vins aux enchères, il faudrait pratiquer les deux modes d'enchère, avec et sans option d'achat, pour comparer le comportement des enchérisseurs. Malheureusement, il est très rarement possible de mettre en place de telles expériences. Nous sommes donc confrontés au problème suivant : comparer deux situations en n'ayant des informations *a priori* que sur une seule d'entre elles.

La solution de notre problème fait intervenir une démarche mathématique complexe. Dans un premier temps, il faut modéliser les comportements des enchérisseurs. Les enchérisseurs sont caractérisés par le prix maximum qu'ils sont prêts à payer pour obtenir l'objet en vente, prix que l'on appelle leur évaluation. Dans ce modèle, chaque joueur connaît sa propre évaluation, mais ignore celles des autres joueurs. Il n'a en fait qu'un *a priori* sur les possibles valeurs que peuvent prendre ces évaluations et cet *a priori* peut être représenté par une fonction f qui spécifie avec quelle probabilité ces différentes valeurs sont prises : $f(v)$ est la probabilité que l'enchérisseur attribue la valeur v au bien à vendre. La stratégie d'enchère optimale, c'est-à-dire le prix que doit offrir l'enchérisseur en fonction de son évaluation, est obtenue par la recherche de l'équilibre de Nash bayésien (voir l'article précédent, de Jean-Jacques Laffont).

On peut ainsi modéliser d'un point de vue théorique les deux situations concrètes que l'on veut analyser, ce qui permet de les comparer théoriquement. Cette comparaison dépend évidemment de la fonction f choisie. Si, quelle que soit la fonction f , l'une des deux



situations domine l'autre (par exemple l'enchère discriminatoire permet à l'État d'obtenir un revenu plus important que l'enchère uniforme quelles que soient les croyances des SVT, définies par la fonction f), il est possible de conclure. En général, les situations analysées sont trop complexes pour qu'une telle dominance apparaisse. Nous obtenons alors à ce stade des conclusions du type : si la fonction f est celle-ci, alors Drouot a intérêt à maintenir l'option d'achat, mais si la fonction f est celle-là, ce n'est plus le cas. Le problème revient donc à celui de la connaissance effective de cette fonction f .

C'est la confrontation entre les données réelles et les prévisions de la théorie qui permet de déterminer f . En effet, si l'on choisit une fonction donnée f , le modèle et les stratégies d'équilibre calculées dans le modèle de comportement nous disent ce que les joueurs auraient dû enchérir. Il suffit alors de comparer ces prédictions — calculables puisque nous avons fait un choix pour f — avec les données réelles. Si elles coïncident, c'est que la fonction choisie pour f était la bonne ; sinon, il faut recommencer avec une autre fonction.

Deux types de méthodes économétriques pour déterminer les probabilités attachées aux évaluations des enchérisseurs

En pratique, il n'est pas possible d'essayer l'une après l'autre toutes les fonctions f imaginables : il y en a une infinité ! Pour déterminer f , on doit faire appel à des méthodes dites *économétriques*. On peut les classer en deux grandes catégories : les méthodes paramétriques (dans lesquelles on suppose que la fonction f est complètement caractérisée par

un certain nombre de paramètres inconnus) et les méthodes non paramétriques (qui ne font aucune hypothèse *a priori* sur f). Ces dernières, plus générales mais aussi plus compliquées, ont été développées à partir de la fin des années 1950, mais ce n'est que très récemment que les chercheurs ont réussi à les adapter au problème de l'estimation de notre fameuse fonction f . Une fois trouvée cette fonction f (ou, de manière équivalente, les valeurs des paramètres définissant f dans les méthodes paramétriques), il suffit de comparer les deux situations étudiées pour savoir laquelle domine l'autre, laquelle est la plus avantageuse du point de vue du vendeur.

Option d'achat, enchère discriminatoire : les modèles montrent que ces procédures sont avantageuses pour le vendeur

C'est cette démarche qui nous a permis de répondre aux questions posées au début de cet article sur l'utilisation de l'option d'achat dans les enchères de vin à Drouot. Nous avons dans un premier temps développé deux modèles théoriques, l'un avec option d'achat et l'autre sans, et calculé les équilibres bayésiens dans les deux situations. Nous nous sommes alors rendus à Drouot pour obtenir des données (prix de vente des vins, caractéristiques de ces vins, etc.), puis nous avons appliqué une méthode d'estimation paramétrique à notre modèle théorique avec option d'achat. Il est important de noter que tous les vins ne sont pas identiques (année, couleur, château, niveau, étiquette, etc.) et qu'il faut procéder à une estimation de la fonction f pour chaque catégorie de vin. Une fois ces estimations réalisées, le modèle théorique sans option d'achat nous a permis de calculer le

revenu qu'aurait eu le commissaire-priseur s'il n'avait pas utilisé l'option d'achat. Les premières conclusions de cette étude sont que l'utilisation de l'option d'achat permettrait aux commissaires-priseurs d'augmenter leur revenu de 7 % par rapport à la situation sans option d'achat.

À partir de données sur les ventes françaises de bons du Trésor en 1995, nous avons mis en œuvre le même type de démarche pour comparer les deux modes d'adjudication (enchère uniforme *versus* enchère discriminatoire). Les résultats de ces travaux montrent qu'avec l'enchère discriminatoire, le revenu de l'État est supérieur de 5 % à celui obtenu avec une enchère uniforme. Ainsi, dans ce problème comme dans celui des enchères de vins, des modèles économétriques élaborés apportent des réponses à des questions auxquelles il pouvait sembler impossible de répondre, de par l'absence de données concernant l'une des deux situations à comparer.

Philippe Février^{1,2} et *Michael Visser*¹

¹CREST-LEI (Centre de recherche en économie et statistique-Laboratoire d'économie industrielle, Paris)

²INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques)

Quelques références :

- C. Gouriéroux et A. Monfort, *Statistique et modèles économétriques* (Economica, 1989).
- P. Février, W. Roos et M. Visser, « Étude théorique et empirique de l'option d'achat dans les enchères anglaises », Document de travail du CREST (2001).
- J.-J. Laffont, H. Ossard et Q. Vuong, « Econometrics of first price auctions », *Econometrica*, 63, pp. 953-980 (1995).
- S. Donald et H. Paarsch, « Piecewise pseudo-maximum likelihood estimation in empirical models of auctions », *International Economic Review*, 34, pp. 121-148 (1993).
- P. Février, R. Préget et M. Visser, « Econometrics of Share Auctions », Document de travail du CREST (2001).
- E. Guerre, I. Perrigne et Q. Vuong, « Optimal nonparametric estimation of first price auctions », *Econometrica*, 68, pp. 525-574 (2000).
- W. Härdle, *Applied nonparametric regression* (Cambridge University Press, 1990).