

Les casse-tête des compagnies aériennes

Jean-Christophe Culioli



Les problèmes d'organisation et de planification posés à une compagnie aérienne sont analogues à ceux rencontrés dans d'autres secteurs d'activité. La recherche opérationnelle, domaine qui concerne des dizaines de milliers de mathématiciens et d'ingénieurs dans le monde, s'évertue à les résoudre au mieux.

Le transport aérien est une activité complexe. Celle-ci met en jeu des investissements lourds (les avions et les infrastructures de maintenance), du personnel hautement qualifié (comme le personnel navigant) et une informatique à temps réel coûteuse (les systèmes de réservation et de gestion). C'est aussi un secteur où la concurrence est exacerbée, où les prix affichés ne reflètent pas toujours les coûts de production instantanés. Pour qu'elle soit à la fois compétitive et sûre, une compagnie aérienne doit donc être gérée au plus juste.

Pour ce faire, elle doit faire appel à des techniques d'optimisation spécifiques à chacune des étapes de la production. On regroupe ces techniques mathématiques sous le nom de *recherche opérationnelle*. Ce domaine est né sous l'impulsion des besoins militaires anglo-saxons durant la Deuxième

guerre mondiale, avec les débuts des ordinateurs et des méthodes dites de programmation linéaire (voir l'encadré). La recherche opérationnelle s'est, depuis, beaucoup développée et a largement pénétré le monde des entreprises et de l'industrie. Étant donnés les enjeux, ses méthodes sont parfois confidentielles.



Pour utiliser au mieux sa flotte, une compagnie aérienne doit établir soigneusement ses programmes de maintenance et ses programmes de vols, planifier le travail des personnels au sol et les rotations d'équipages, etc. Ce sont des problèmes difficiles de recherche opérationnelle, qui font intervenir des équations à plusieurs milliers d'inconnues. (Cliché Air France)



La recherche opérationnelle est censée résoudre des questions d'emploi du temps, d'affectation de tâches, d'ordonnancement d'étapes de fabrication, etc., où interviennent de multiples variables et contraintes, la solution devant être la meilleure possible — au sens d'un meilleur coût, d'un délai minimal, ou autre. Un exemple élémentaire de problème de recherche opérationnelle est celui d'affecter, dans une entreprise qui comporte 50 postes de travail, un poste déterminé à chacun des 50 employés, en tenant compte au mieux des aptitudes de chacun. Pour obtenir la meilleure solution à ce problème, on pourrait bien sûr passer en revue toutes les possibilités, évaluer chacune puis choisir la plus avantageuse. C'est tout à fait exclu en pratique : il faudrait explorer $50! = 50 \times 49 \times 48 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ possibilités, un nombre farouche (égal à environ 3×10^{64}). Même si un ordinateur pouvait parcourir un milliard de possibilités par seconde, il lui faudrait 10^{48} années pour les épuiser toutes, beaucoup plus que l'âge estimé de l'Univers (environ 10^{10} ans) !

Cet exemple laisse entrevoir l'ingéniosité que doit déployer la recherche opérationnelle pour traiter de tels problèmes de façon réaliste, en un temps de calcul acceptable. En plus des outils informatiques, des techniques mathématiques diverses et variées (algébriques, probabilistes, numériques, etc.) entrent dans la conception de ses méthodes. Bien que née il y a plus de cinquante ans, la recherche opérationnelle est une science mathématique toujours jeune : il ne se passe guère plus de trois ans entre le moment où une méthode est conçue dans un laboratoire de recherche et le moment où elle passe en production, après avoir passé l'étape du bureau d'études. Dans le secteur aérien, les enjeux sont tels qu'ils ont suscité la création de nombreuses sociétés de conseils et services mathématiques et informatiques comme le groupe *Sabre*, issu du département de recherche opérationnelle de la compagnie American Airlines, la société *Adopt* issue du laboratoire *Gerad* (Groupe d'études et de

La programmation linéaire

La programmation linéaire est le problème mathématique consistant à déterminer des quantités positives x_1, x_2, \dots, x_N qui minimisent un certain « coût », supposé égal à $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N$, où les c_1, c_2, \dots, c_N sont des nombres connus, et les x_i étant par ailleurs soumis à des contraintes s'exprimant par des équations linéaires (de la forme $A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_Nx_N = B$, où les A_i et B sont des nombres connus, qui dépendent du problème posé). De très nombreuses questions de recherche opérationnelle peuvent se formuler en ces termes. Si l'énoncé du problème de programmation linéaire est relativement simple, sa résolution ne l'est pas du tout, d'autant que le nombre N d'inconnues à déterminer atteint, dans la pratique, plusieurs milliers. Ce problème d'apparence anodine, mais de première importance pour les applications, est à l'origine des recherches les plus fructueuses en optimisation depuis une trentaine d'années. En 1947, le mathématicien américain George Dantzig proposait l'excellent et encore fréquemment utilisé algorithme du simplexe. Dans les années 1970 et 1980, d'autres algorithmes concurrents sont apparus. L'année 1984 a marqué un tournant : un jeune mathématicien travaillant aux États-Unis, Narendra Karmarkar, découvrait un algorithme de programmation linéaire particulièrement efficace (convergence dite polynomiale). Les idées sous-jacentes à sa méthode ont inauguré un courant de recherche très actif (méthodes de points intérieurs), qui a mobilisé simultanément des milliers de mathématiciens dans le monde. Grâce à ces efforts, l'industrie dispose à présent d'une palette d'algorithmes de programmation linéaire très performants.



recherche en analyse des décisions) de l'université de Montréal, ou des sociétés françaises comme *Eurodecision*, *Ilog*, ou *Cosytech*.

Optimiser le programme de vols, attribuer un appareil à chaque vol, minimiser les temps d'immobilisation

Pour utiliser au mieux la flotte d'appareils, première richesse d'une compagnie aérienne, il faut commencer par établir un programme de maintenance optimal, en positionnant dans le temps les petites et grandes visites techniques que doit subir chaque avion. Un avion au sol ne rapportant aucune recette, on doit minimiser le temps d'immobilisation de chaque appareil en tenant compte des horaires et des qualifications des agents, de la disponibilité des hangars, etc. Les équations qui traduisent le problème ne sont pas linéaires. Elles présentent donc quelques difficultés, mais on dispose depuis peu de méthodes suffisamment efficaces pour les traiter.

Une fois le programme de maintenance établi (sur un horizon de 6 mois à 10 ans) il s'agit d'établir un programme de vol optimisé.



Les compagnies aériennes cherchent à réduire le plus possible les temps d'immobilisation au sol de leurs appareils, en tenant compte de contraintes multiples : au sol, un avion ne rapporte aucune recette. (Cliché Air France)

Après avoir construit un réseau — une liste de parcours à réaliser avec des horaires associés, en fonction de prévisions de parts de marchés et de fenêtres attribuées à chaque compagnie par l'IATA (International Airline Transportation Association) — on détermine quel type d'avion (Airbus 340, par exemple) sera le plus adapté, techniquement et économiquement, pour effectuer chacun de ces vols. Les données qui entrent dans les programmes d'optimisation sont les caractéristiques des avions (capacité, performances), les flux prévisionnels de passagers, etc. L'élaboration du programme de vols nécessite des techniques d'optimisation faisant appel aux statistiques et aux probabilités, ainsi qu'à des algorithmes de programmation linéaire dite en nombre entiers (où les inconnues représentent des nombres entiers).

Il s'agit ensuite d'enchaîner les vols et les opérations de maintenance de chacun des avions de manière à satisfaire l'ensemble des contraintes opérationnelles (successions autorisées ou non, règles de maintenance, etc.), tout en minimisant les conséquences éventuelles de pannes techniques, de retards imprévus, etc. Ce problème d'optimisation, connu sous le nom de construction de rotations d'avions, est modélisé comme un programme linéaire en nombres entiers de très grande taille. Il nécessite, pour être résolu exactement, l'application d'une technique de décomposition (*la génération de colonnes, relaxation lagrangienne*).

Enfin, pour chaque rotation d'avion, il faut déterminer quel avion exactement lui sera affecté en fonction des contraintes de maintenance de chaque appareil (nombre d'heures de vol, nombre de cycles d'atterrissages/décollages avant visite, etc.). Cette *matriculation* est généralement réalisée par une recherche



de type « programmation dynamique ». Introduite par l'Américain Richard Bellman dans les années 1950, cette démarche consiste à décomposer le problème de décision initial en plusieurs problèmes plus simples qui peuvent être résolus l'un à la suite de l'autre (la programmation dynamique peut s'appliquer aussi bien au calcul des trajectoires optimales d'avions qu'à la détermination de stratégies financières d'investissement).

Les problèmes de planification revêtent des formes diverses; les mathématiques sous-jacentes aussi

Chaque avion ayant un programme bien précis prévu à l'avance, on peut alors tenter de maximiser sa recette attendue en ouvrant ou fermant les classes de réservation selon la demande effective de la clientèle. Ce problème est très classique dans l'aviation, le transport ferroviaire de passagers, chez les loueurs de voitures et les chaînes hôtelières. Il se pose comme un problème d'optimisation stochastique, où il faut maximiser une recette F au sens des probabilités, c'est-à-dire maximiser l'espérance mathématique de la recette F sachant que F dépend de variables aléatoires x_i (les x_i peuvent par exemple représenter les effectifs de chaque classe de réservation, avec des contraintes de la forme $A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_Nx_N = B$, où B représente une capacité).

À tout ce qui précède, il faut ajouter la planification des personnels au sol (taille des effectifs, synchronisation avec les programmes de vol, programmation de la prise en charge des passagers en correspondance et de leurs bagages, etc.) et celle du personnel navigant, en tenant compte bien sûr de la réglementation du travail et des normes de sécurité. On

le voit, l'activité d'une compagnie aérienne pose une grande variété de problèmes d'optimisation, qui sont d'ailleurs souvent analogues à ceux du transport ferroviaire ou maritime. Ces problèmes sont difficiles; mathématiquement, ils correspondent à la minimisation ou la maximisation de quantités dépendant d'un grand nombre de variables (souvent plusieurs milliers, voire plus). Néanmoins, les efforts de la recherche opérationnelle ont porté leurs fruits, et l'on dispose aujourd'hui de très bons algorithmes pour la plupart des situations. Mais personne dans ce domaine ne s'endort sur ses lauriers: comme les performances de l'entreprise en dépendent, les recherches doivent se poursuivre.

Jean-Christophe Culioli
Directeur de la recherche opérationnelle
Air France

Quelques références:

- Y. Nobert, R. Ouellet et R. Parent, *La recherche opérationnelle* (3^e éd., Gaëtan Morin, 2001).
- R. Faure, B. Lemaire et C. Picouleau, *Précis de recherche opérationnelle* (5^e éd., Dunod, 2000).
- « AirWorthy OR » dans *Operational Research and Management Science Today*, numéro de décembre 1999.
- Bulletins de la ROADEF (Association pour la Recherche Opérationnelle et l'Aide à la Décision en France, issue de la refondation de l'AF CET).