

SOUVENIRS DE JEAN-CLAUDE DOUAI

1. JEAN-CLAUDE DOUAI, PAR PIERRE DÈBES ET BENOIT FRESSE

Pour nous ses collègues lillois qui avons bien connu Jean-Claude, mais aussi pour ses amis et collègues du monde entier qui ont réagi à sa disparition, ce qui revient en premier dans les hommages qui se sont multipliés, c'est son infinie gentillesse et son exemplaire attention aux autres, qui se manifestaient envers tous, qu'on soit mathématicien reconnu, jeune doctorant ou personnel administratif et technique.

Il y avait aussi chez Jean-Claude cet extraordinaire enthousiasme pour les mathématiques et ce talent incomparable à faire le lien entre les concepts qu'il rencontrait. Il faisait partie de la génération formée sous l'influence directe des idées de Grothendieck. Jean Giraud, lui-même élève de Grothendieck, fut celui qui initia Jean-Claude à ces nouvelles idées. Jean-Claude sera un pionnier de la cohomologie non abélienne et de la théorie des gerbes. Sans en expliquer le détail, nous voudrions en suggérer l'esprit, et surtout l'ampleur et l'intérêt, et expliquer comment Jean-Claude, en s'engageant dans cette voie, avait acquis ce regard global qui faisait sa force et dont il tirait cet émerveillement qu'il avait à coeur de partager.

Une question chère à Jean-Claude était celle de la « descente », fondamentale en arithmétique puisqu'il s'agit de comprendre où (sur quels corps) vivent les objets que nous étudions tous : racines d'équations, points sur des courbes, courbes elles-mêmes, variétés de plus grande dimension, morphismes entre ces objets, ...

Partons d'une question simple : un sous-espace vectoriel de \mathbf{C}^n qui est invariant sous l'action de la conjugaison complexe $(x_1, \dots, x_n) \mapsto (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$ peut-il être défini par des équations linéaires à coefficients réels ? Ce peut être un bon premier contact avec la cohomologie galoisienne, via le théorème 90 de Hilbert (la cohomologie $H^1(\mathbf{R}, \mathbf{GL}_n(\mathbf{C}))$ est triviale). Généralisons : remplaçons le sous-espace vectoriel par l'ensemble des points d'une courbe affine, ou d'une hypersurface $P(x_1, \dots, x_n) = 0$ ou d'une variété algébrique plus générale, pas forcément plongée dans un espace affine. Et remplaçons \mathbf{R} par \mathbf{Q} et l'action de la conjugaison complexe par celle de tous les automorphismes de \mathbf{C} . En prenant un point de vue encore plus abstrait, concevons une certaine catégorie algébrique d'objets pouvant être définis d'une façon ou d'une autre par des équations à coefficients vivant « au-dessus d'une certaine base » (dans une certaine « extension » d'un corps de base ou dans un certain « revêtement » d'une variété de base), et concevons que cette catégorie soit munie d'une action d'un groupe fixant la base (une action galoisienne d'un groupe de Galois, d'un groupe fondamental, ...). Si on pose bien ce cadre général en choisissant les bonnes définitions et hypothèses, alors on

peut reposer la question de départ : « si un certain objet de la catégorie est invariant sous l'action, peut-on en conclure que cet objet peut être défini sur la base » ?

Le miracle (ou le tour de force) est que ce cadre unifié est le bon pour aborder une multitude de questions d'origines diverses (arithmétique, géométrie, topologique, ...) et qui étaient traitées habituellement de façon indépendante. Notre problème initial se formule ainsi dans le cadre d'une théorie générale, conceptuellement plus simple que les théories établies jusque-là dans les cadres plus particuliers d'origine, et dont Jean-Claude a été le fervent promoteur et un artisan ardent.

Les gerbes dont Jean-Claude était un des rares experts constitue l'étape suivante pour les situations « non abéliennes ». La définition peut intimider : une gerbe est une catégorie fibrée en groupoïdes (qui eux mêmes sont des catégories) satisfaisant plusieurs conditions (locales-globales, trivialité générique, ...), la fibration s'effectuant au-dessus d'un site étale ! Mais Jean-Claude y voyait « le bon point de vue » et il avait raison !

Jean-Claude faisait partie de ces mathématiciens adeptes de l'abstraction extrême. Il ne tirait pas gloire de cette hauteur, bien au contraire, il s'efforçait toujours de partager cette « vision merveilleuse » avec ses collègues, ses doctorants, ses collaborateurs. Nous sommes beaucoup à lui être redevables de nous avoir fait connaître tous ces nouveaux concepts qu'il a fait vivre, développés ou introduits. Ils lui auront permis d'avoir d'innombrables échanges, de s'intéresser à de multiples problèmes et d'en faire avancer bon nombre d'entre eux.

Ses contributions sont multiples. On peut citer ses travaux sur la cohomologie des groupes semi-simples, ses extensions du fameux théorème de Tate-Poitou à des situations où le corps de base est le corps de fonctions d'une courbe, les applications arithmétiques à des questions locales-globales type « principe de Hasse » ou à l'étude du groupe de Tate-Shafarevich, son travail diophantien sur les champs algébriques, et bien sûr sa contribution à la théorie de la descente des revêtements et de leurs espaces de modules.

2. SOUVENIRS, PAR HERVÉ QUEFFÉLEC

J'ai rencontré Jean-Claude pour la première fois au printemps 1992, quand j'ai candidaté à Lille, où il m'avait précédé d'un an. Il était dans mon jury d'audition et mon exposé avait paru l'ennuyer copieusement ! Il est vrai que nos goûts mathématiques étaient à peu près disjoints, et qu'ensuite, pour me taquiner, il m'appelait « Monsieur le coupeur de epsilon en deux ». Mais dès l'automne 1992, nous sommes devenus collègues en enseignant à la préparation à l'agrégation externe, et il est né entre nous une amitié, parfois une complicité, qui ne se sont pas démenties pendant plus de 20 ans, jusqu'à son départ prématuré le Mardi 3 Mars 2015. Je me rappelle que les agrégatifs râlaient parfois contre lui, pour un motif que je n'avais encore jamais rencontré : il était « trop gentil » ! Et après les exposés de préparation à l'oral, généralement suivis par une démolition en règle, selon un rituel bien connu de tous les préparateurs, lui au contraire complimentait les étudiants ! « Monsieur Douai ne nous critique pas assez » se plaignaient-ils !

J'ai rencontré Jean-Claude pour la dernière fois le Mercredi 25 Février 2015, à un exposé de Marc Huttner. Il paraissait fatigué et amaigri, mais restait égal à lui-même et avait demandé : «Marc, tu ne pourrais pas plus généralement supposer que K est un corps local ?» Il est vrai que la généralité maximale était son credo, à l'instar de son maître à penser Grothendieck (il m'avait d'ailleurs dit que ses premières recherches, sur les conseils de P. Dedecker, portaient sur les produits tensoriels topologiques étudiés par Grothendieck). Avant cette fin soudaine, et après les trois quarts d'une année 2014 très difficile pour sa santé, Jean-Claude avait retrouvé en Novembre et Décembre 2014 (et en Janvier 2015) son allant habituel. Notre bureau était redevenu une plaque tournante des Mathématiques, où défilaient les nouveaux étudiants en thèse et les collaborateurs de différents pays. Jean-Claude était alors intarissable, ne s'interrompant que pour me demander : «Mais, mon cher Hervé, nous te dérangeons ! Nous allons chercher une salle» Mais à chaque fois je le rassurais ; ses tirades me berçaient plutôt.

Nous avons tous les deux, jusqu'en 2000 environ, effectué plusieurs séjours pour l'enseignement en Tunisie, à l'IPEST de la Marsa. Il avait là-bas de nombreux amis et collaborateurs, il est vrai que la Tunisie était un pays où il avait travaillé plusieurs années. Il en connaissait par coeur la géographie, ainsi que toutes les places et avenues de Tunis. Je nous revois dans un café de Sidi-Bou-Saïd, contemplant le golfe de Tunis et les montagnes à l'horizon ; il pouvait les nommer toutes : «çà, c'est le Bou-Kornine, çà c'est la Table, etc» C'était pareil dans Tunis : «çà, c'est la porte Bab-Sahdoun, çà c'est la place Bourguiba, çà c'est la place des oeufs, etc»

Jean-Claude avait par ailleurs une grande culture, en histoire ou littérature. Je me souviens d'avoir évoqué le début du Salammbô de Flaubert «c'était à Mégara». Il avait aussitôt continué «faubourg de Carthage, dans les jardins d'Hamilcar». Et quand il nous avait invités dans sa chère maison d'Éméville et nous avait fait découvrir Villers-Cotteret et la maison du général Dumas, père d'Alexandre Dumas, je lui avais dit avoir relu dix fois «Le Comte de Monte-Cristo». Il m'avait alors offert «Le meneur de loups» que je ne connaissais pas et avais lu avec délices, que j'ai toujours et garderai précieusement.

Il aimait jouer avec les mots (il a même écrit un livre de calembours non publié avec Valerio Vassallo !) et à attribuer un surnom à chacune : les secrétaires féminines de notre UFR étaient toutes «Dame...» La directrice d'UFR était «tsarine», la directrice adjointe «tsarinette». Et la directrice de l'IPEST à la fin des années 90 était «Didon».

Il aimait redire et répéter les choses. Il y avait des rituels entre nous, pendant ces trois années où nous avons partagé un bureau en tant qu'émérites. Il commençait : «je ne sais pas si je te l'ai déjà raconté, mais Giraud disait que Grothendieck avait la cervelle à l'envers» (il me l'avait raconté plus de dix fois...). Mais j'étais comme un enfant aimant à se faire redire des histoires et je jouais le jeu : «peut-être ; je ne me souviens pas». Et il enchaînait : «quand on a un petit corps k contenu dans un grand corps K , on pourrait penser que c'est le petit corps k qui est revêtu par le grand corps K . Eh bien, Grothendieck voyait le grand corps K comme revêtu par le petit corps k .» Je commentais comme je pouvais...

Un autre aspect de la personnalité de Jean-Claude était son *dévouement*. Il était intervenu plusieurs fois dans les lycées et collèges de Roubaix ou Douai, sur le paradoxe d'Achille et la tortue, ou la mesure approchée du rayon terrestre par l'astronomie et la trigonométrie. Il avait également fait (en 2013) un cours de M2 en Mauritanie sur la géométrie différentielle et la formule de Stokes. Ce n'était pas trop sa partie, mais c'est ce qu'on lui demandait. Je le revois préparant consciencieusement son cours dans notre bureau, sans râler (ce n'était vraiment pas son genre).

Ce n'est qu'un au-revoir ?

Jean-Claude, sa gentillesse, son ironie et sa dérision, ironie et dérision derrière lesquelles, ces derniers mois, on percevait peut-être une certaine inquiétude et une certaine tristesse, tout cela va terriblement me manquer.