



Mercredi 10 février 2010



## «Espaces courbes de Gauss à Perelman, en passant par Einstein»

Jean-Pierre Bourguignon

Carl Friedrich Gauss est un des plus importants mathématiciens à la charnière des XVIIIème et XIXème siècles. Né en 1777, mort en 1855, il a été professeur à Göttingen à partir de 1807. Il a apporté des avancées majeures dans des domaines très divers des mathématiques et de la physique : arithmétique, analyse, géométrie, astronomie, magnétisme, optique... Après sa mort, le roi Georges V de Hanovre, royaume dont Göttingen faisait partie, le surnomma « prince des mathématiciens », surnom qui lui reste attaché.



Il s'est particulièrement intéressé à la géométrie des surfaces, se demandant notamment comment on peut percevoir qu'une surface est "courbée" en restant sur elle – par exemple comment mesurer que la Terre n'est pas exactement sphérique sans l'observer de l'extérieur.



Le document de Carl Friedrich Gauss qui contient l'acte de naissance de la notion de courbure intrinsèque, qui répond à cette question, par opposition à celle dite extrinsèque qui fait intervenir un espace plus grand dans lequel l'espace étudié serait plongé est les "Disquisitiones generales circa superficies curvas" publiées en 1828.



La notion d'espace courbe s'est avérée centrale dans les développements ultérieurs de la géométrie jusqu'à nos jours. Dès 1854 Bernhard Riemann, dans sa thèse d'habilitation, dont Gauss faisait partie du jury, proposa une grandiose généralisation de la géométrie, connue aujourd'hui sous le nom de géométrie riemannienne, où la notion de courbure est exprimée en des termes radicalement nouveaux. Il fallut des dizaines d'années pour en comprendre toutes les implications. Mais c'est précisément dans le cadre de cette géométrie riemannienne qu'Albert Einstein put formuler sa relativité générale. Tout récemment, c'est dans ce même cadre que le mathématicien russe Grisha Perelman se plaça pour la solution de la célèbre conjecture de Poincaré.

Le concept de courbure s'est révélé pertinent dans plusieurs champs scientifiques autres que les mathématiques. Par exemple en électromagnétisme, car il explique le fonctionnement des para-tonnerres ou en astrophysique, où les trous noirs apparaissent comme des singularités de la courbure.



Texte de Carl Friedrich Gauss, *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, Comm. Soc. Göttingen Bd. 6 (1825)

Jean-Pierre Bourguignon est directeur de recherche au CNRS, directeur de l'Institut des hautes études scientifiques de Bures-sur-Yvette, et professeur d'exercice partiel à l'École polytechnique. Géomètre différentiel de formation, il s'est ensuite intéressé aux aspects mathématiques des théories physiques : théories de jauge, spineurs et opérateurs de Dirac, relativité générale. Ses domaines de prédilection sont l'étude de la courbure de Ricci, l'estimation géométrique des valeurs propres de l'opérateur de Laplace-Beltrami, et la géométrie kählérienne.

Jean-Pierre Bourguignon a reçu la médaille de bronze du CNRS en 1977, puis en 1987 le prix Paul Langevin de l'Académie des Sciences de Paris et le prix du meilleur film pour l'enseignement et la recherche au festival international du film scientifique de Palaiseau pour "Tambour, que dis-tu ?" réalisé en collaboration avec Yves Bamberger et François Tisseyre. En 1997, il s'est vu attribuer par l'Académie des sciences le prix du Rayonnement français pour les sciences physiques et mathématiques de l'Association pour le rayonnement français.

Il a été président de la Société Mathématique de France de 1990 à 1992, puis président de la Société Mathématique Européenne de 1995 à 1998. Il préside le comité d'éthique du CNRS depuis 2007.

*«Un texte, un mathématicien» est une série de conférences organisée par la Société mathématique de France et la Bibliothèque nationale de France, sous la responsabilité de Martin Andler et de François Germinet.*