

# L'enseignement des mathématiques dans la filière scientifique du lycée

## 1 Introduction

Les dernières réformes du lycée ont grandement modifié le profil des bacheliers scientifiques. Il est largement reconnu dans la communauté des enseignants intervenant dans les licences et CPGE scientifiques que les « nouveaux » étudiants rencontrent nettement plus de difficultés que leurs prédécesseurs pour aborder les mathématiques de l'enseignement supérieur ([1]). La récente débâcle de la France lors de l'évaluation TIMMS illustre spectaculairement ce constat <sup>1</sup>.

L'augmentation limitée des effectifs de la filière S entre 1995 et 2015 ne peut expliquer cette évolution <sup>2</sup>. Le manque d'adéquation entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur est clairement en cause. Une récente étude de la Commission Inter-Irem-Université ([3]) confirme ce verdict et souligne le grand malaise des professeurs de lycée face aux programmes actuels <sup>3</sup>.

Après quelques contacts informels, la SMF et l'UPS ont décidé de réfléchir ensemble de manière plus approfondie aux programmes de mathématiques du lycée, précisément, des classes de seconde, première S et terminale S. Le groupe de travail initial a pu s'étoffer lors d'une rencontre organisée par Pierre Arnoux dans le cadre du comité scientifique des IREM le 2 décembre 2016.

Parallèlement, la SFP, l'UDPPC et l'UPS ont mené une réflexion analogue sur les programmes de physique. De même, la SFdS, la SIF, la SMAI et la SMF ont produit un document contenant des propositions pour les programmes de mathématiques du lycée structurées par le lien mathématiques-informatique. Les trois groupes de travail, conscients de l'importance des synergies entre disciplines, ont commencé à travailler ensemble.

Le but de ce texte est de pointer les lacunes observées et de proposer quelques suggestions pour améliorer la situation. Ces propositions se doivent de tenir compte de la réalité de la situation, à savoir un enseignement secondaire massifié. Le groupe de mathématiques se propose par ailleurs de rédiger des canevas de programme (correspondant à la structure actuelle) ; celui de seconde est largement avancé.

---

1. L'étude TIMMS, menée dans divers pays sur des élèves en fin d'enseignement secondaire se destinant à des études scientifiques ou technologiques, a concerné la France en 1995 et en 2015. Le score moyen des Français est passé de 570 à 463, les élèves de spécialité mathématiques obtenant en moyenne 514, ceux se destinant à une CPGE scientifique 533 - donc nettement moins que la moyenne de l'ensemble 20 ans plus tôt. La France enregistre, de loin, la plus forte baisse sur l'ensemble des pays testés. Pour une analyse plus précise, voir [2]

2. En 2015, en tenant compte du public et du privé, environ 560 000 élèves en seconde, 190 000 en première S, 185 000 en terminale S. Le nombre de bacheliers S est passé de 139 000 en 1995 à 174 000 en 2015.

3. Il y a du reste fort à parier que l'accroissement de l'ennui que ressentent les élèves à faire des mathématiques relevé dans [3] trouve dans les programmes une de ses raisons essentielles.

## 2 Constats

Les constatations suivantes font l'objet d'un large consensus parmi les enseignants intervenant dans les filières scientifiques des premiers cycles universitaires et les CPGE ([1]). Elles semblent également partagées par beaucoup de professeurs de lycée ([3]).

### *Méthodes de travail*

- Les étudiants n'ont pas l'habitude d'apprendre un cours en profondeur et sont pour la plupart déconcertés par des exercices demandant une véritable compréhension des objets étudiés.
- Les connaissances sont très volatiles.
- Beaucoup d'étudiants disent ne jamais avoir vraiment travaillé au lycée.

### *Raisonnement et rédaction*

Les bases du raisonnement déductif (implication, équivalence, quantification) ne sont pas posées. Les étudiants, pour la plupart, n'ont pas une idée nette de ce qu'est une démonstration mathématique (par exemple, ils confondent souvent définition et propriété, cas général et cas particulier) et ont beaucoup de mal à rédiger. Enfin, ils ont beaucoup de mal à dépasser un raisonnement à un pas.

### *Nombres et calcul algébrique*

Le manque d'autonomie en calcul est un des points les plus relevés. Il s'avère extrêmement pénalisant, non seulement en mathématiques, mais aussi en physique-chimie. Il trouve son origine dans l'enseignement dispensé à l'école primaire et au collège.

- Les étudiants ont une très mauvaise compréhension des nombres : confusion entre valeur exacte et valeur approchée, incapacité à additionner deux nombres rationnels simples ou à déterminer le développement décimal de nombres comme  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $2/3$ , ou, réciproquement, à écrire  $0,75$  ou  $1,25$  comme fractions.
- Les techniques de base de calcul littéral, qui relèvent du collège et de la classe de seconde, ne sont pas acquises. Il est fréquent d'observer, dans des situations très simples, des erreurs à propos de la distributivité ou des règles de calcul sur les puissances.

### *Le calcul en analyse*

Les pratiques calculatoires (calculs de limite, dérivation, intégration) sont nettement insuffisantes. La faible exigence des programmes en la matière (préconisations en vue de limiter les calculs, absence de la dérivée d'une composée et de l'intégration par parties) limitent fortement les exercices et applications sur ce sujet pourtant potentiellement très riche, même à niveau élémentaire.

### *La géométrie*

- Les objets classiques de la géométrie plane sont mal connus des étudiants. L'intuition géométrique est faible. La géométrie dans l'espace enseignée au lycée ne laisse aucune trace.
- La perte d'aisance en calcul vectoriel<sup>4</sup> et en trigonométrie est considérable.

---

4. La disparition des barycentres prive les élèves d'une notion importante dans divers pans des mathématiques et en physique. Elle limite également la pratique du calcul vectoriel.

### *Probabilités et statistiques*

L'introduction d'une forte dose de probabilités et de statistiques dans les programmes ne doit pas cacher la pauvreté des applications, pilotées par le baccalauréat. Les performances des étudiants dans ces domaines au sortir de la terminale sont du reste loin d'avoir progressé. Les parties du programme afférentes sont sans doute assez bien adaptées à certaines formations post-bac, mais ont peu de valeur formatrice pour les cursus axés sur les sciences exactes.

## 3 Quelques éléments d'explication

Les causes de la situation sont nombreuses et diverses.

### *Les horaires*

Le volume horaire dévolu aux mathématiques n'a cessé de diminuer. L'horaire des mathématiques en première S (4 heures) est particulièrement faible.

### *La perte du lien mathématique-physique*

Les programmes de physique issu de la réforme de 2010 ont fait disparaître le lien mathématiques-physique. Cette rupture est préjudiciable aux deux disciplines, tant en termes de sens que de technique.

### *Un enseignement insuffisamment structuré*

La lecture de la plupart des manuels en usage dans les classe de lycée met en évidence une dérive nette et très préjudiciable. En vue de favoriser une approche par problèmes des mathématiques<sup>5</sup>, on aboutit à des textes dans lesquels le cours n'est pas toujours clairement identifié et les « démonstrations » s'appuient sur des prérequis pas toujours clairs. Cet état de choses est sans doute une des raisons de la volatilité des connaissances.

### *Un travail insuffisant sur la notion de démonstration, des attendus trop faibles en terme de rédaction*

À la formalisation excessive de la fin des années 1970 et du début des années 1980 a succédé une perte en matière de rigueur qui dénature l'enseignement des mathématiques. Raisonement et syntaxe mathématiques ont leurs règles, sur lesquelles il faudrait bien davantage travailler, en insistant sur la notion de démonstration, la logique (naïve) de base (implication, équivalence, quantification) et l'importance de la déclaration des objets.

### *Un fort manque d'entraînement au calcul*

Les lacunes en terme de calcul ont diverses explications.

- Le recours mal géré à la calculatrice est un obstacle majeur à l'acquisition d'une bonne familiarité avec les nombres et les fonctions<sup>6</sup>. Ce manque de familiarité est cause de grosses erreurs sur les ordres de grandeur.

- Sans être le but de l'enseignement, les gammes calculatoires en sont une composante essentielle. Les élèves ne passent pas suffisamment de temps sur des exercices répétitifs simples leur permettant d'acquérir les automatismes indispensables.

---

5. Évidemment intéressante, mais à mieux doser.

6. Ce n'est évidemment pas dire qu'il faut renoncer à la calculatrice et à l'ordinateur. Mais il faut réserver leur utilisation à des calculs qui le méritent.

- Le calcul n'est pas suffisamment mis à contribution dans l'ensemble des parties du programme.

*Des programmes mal construits et peu exigeants*

Mous dans leur forme, peu exigeants dans leurs attendus, obsessionnellement restrictifs en ce qui concerne le calcul, les programmes actuels souffrent également d'une absence de cohérence et de vision d'ensemble, qui rend leur articulation avec l'enseignement supérieur problématique. Ils ne dégagent clairement ni objectifs de formation ni lignes de force thématiques. Certaines parties (géométrie, probabilités-statistiques) apparaissent comme particulièrement incohérentes et impropres à préparer à des études scientifiques.

## 4 Quelques suggestions

### Sur les objectifs de l'enseignement

1. La seconde est une classe de détermination. L'enseignement doit y être conçu de manière à permettre à chaque élève d'acquérir une culture mathématique de base.

2. Les programmes de la filière S doivent être adaptés à la préparation à un large spectre de filières de l'enseignement supérieur scientifique. Tout en restant raisonnables, ils doivent permettre à un bachelier abordant des études scientifiques de ne pas percevoir les sciences exactes du supérieur comme totalement différentes de celles du lycée.

### Sur les principes généraux de conception des programmes

1. Les programmes doivent viser à un bon équilibre entre les grands champs enseignés (algèbre, géométrie, analyse, probabilités) et tisser autant de liens que possible entre ces champs.

2. Dans la filière scientifique du lycée, les programmes de mathématiques doivent être structurés par les mathématiques elles-mêmes. Mais ils également tisser autant de liens que possible avec les autres disciplines (physique-chimie, informatique, sciences de la vie et de la terre, sciences humaines). Le cours de mathématiques devrait ainsi évoquer des applications des notions présentées hors des mathématiques (par exemple : dérivée et calcul vectoriel en physique, optimisation en économie, logique, numération ou graphes en informatique ...).

3. Les programmes doivent être cohérents et mettre en évidence un nombre limité de thématiques clairement identifiées. À titre d'exemple, l'enseignement de l'analyse dans la filière S devrait avoir pour but la mise en place d'un calcul efficace, essentiel dans nombre de formations post-bac, aboutissant à une bonne maîtrise de la dérivation et de l'intégration voire à l'étude des « premières » équations différentielles<sup>7</sup>. Celui de l'algèbre devrait conduire à une bonne maîtrise des divers calculs que l'on peut conduire à partir des nombres réels et complexes<sup>8</sup>.

---

7. Les questions de fondement ne doivent pas être éludées, mais faire l'objet d'un traitement très rapide, dont on expliquera aux élèves qu'il sera approfondi après le baccalauréat.

8. Les nombres complexes constituent un terrain de rencontre privilégié entre le calcul algébrique -notamment la résolution des équations algébriques-, la géométrie et la trigonométrie. Ils trouvent rapidement des applications en physique. Leur quasi-disparition dans les programmes de 2010 a été un choix particulièrement malheureux.

4. Les programmes doivent éliminer les « branches mortes », de manière à permettre de tisser des liens aussi nombreux que possibles. À titre d'exemple, le peu de géométrie dans l'espace qui est pratiqué actuellement reste isolé et ne mène à rien de significatif. De même, l'enseignement des probabilités et statistiques devrait être intégralement repensé<sup>9</sup>.

### Sur les pratiques pédagogiques

Il y a bien sûr beaucoup de façons de « bien » enseigner. Les points ci-après semblent cependant essentiels.

1. L'apprentissage du cours doit être renforcé. Dans cette optique, il est indispensable que les élèves disposent d'un cours écrit. Ce cours, de volume modeste, devrait comporter un résumé contenant les résultats que l'élève doit connaître de manière pérenne, des exemples simples et de nombreux dessins. Les révisions et les mises en perspective devraient être fréquentes.

2. Dans l'apprentissage des mathématiques, les exercices jouent un rôle essentiel. Il convient donc de leur consacrer une grande partie du temps scolaire. Les exercices doivent être de divers types, que le professeur pourra moduler selon son public et ses goûts propres.

- Des exercices d'application directe, répétitifs, très simples. Le rôle de ces exercices est de familiariser les élèves avec les objets et de donner une bonne maîtrise des techniques de calcul, sans lesquelles aucun apprentissage des mathématiques n'est possible. Ils ont en outre la vertu de permettre aux élèves de prendre confiance en eux. Leur nombre doit être très conséquent.

- Des exercices contextualisés simples, montrant l'efficacité et la nécessité des mathématiques dans le « réel », nécessitant une modélisation. Cette modélisation devrait être effectuée dans un premier temps par le professeur.

- Des exercices plus théoriques et/ou demandant plus d'initiative, de nature à stimuler les élèves.

### Références

[1] *À propos de la licence*, Commission Enseignement de la SMF, Gazette des mathématiciens, 146, octobre 2015.

[2] *Les performances des élèves de terminale en mathématiques. Évolution sur vingt ans*, Marion Le Cam et Franck Salles, DEPP, note d'information numéro 15, novembre 2016.

[3] *Analyse des réponses aux questionnaires sur la réforme du Lycée*, par la Commission Inter-Îrem-Université, sous la direction de Pascale Sénéchaud ; APMEP, novembre 2016.

[4] *Propositions pour le futur programme de mathématiques du lycée*, en ligne sur les sites des sociétés signataires, 21 octobre 2016.

---

9. Actuellement, cet enseignement est excessivement centré sur les notions d'intervalle de fluctuation et d'intervalle de confiance. Il articule mal modèle probabiliste et statistiques et aboutit essentiellement à des exercices stéréotypés, dont rien ne reste une fois l'examen passé.