SOMMAIRE DU N° 129

Éditorial

Chers lecteurs,

À compter du prochain numéro, San Vu Ngoc dirigera le comité de rédaction de la Gazette des Mathématiciens. Je lui souhaite la bienvenue, et saisis l'occasion pour rédiger un éditorial plus personnel qu'à l'accoutumée.

La Gazette, telle que nous l'avons conçue collectivement au cours de ces dernières années, exerce des rôles multiples. Je m'arrêterai sur les deux principaux.

Elle sert d'abord de lien entre les adhérents de la SMF, mais sa rédaction est indépendante des instances de direction de la Société. Même si l'usage et le bon sens veulent évidemment que nous coopérions, les décisions éditoriales sont donc prises en toute liberté, ce qui nous permet d'accueillir des points de vue qui, parfois, ne reflètent pas les positions de la SMF. C'est librement aussi que je peux rendre hommage au rôle joué par celle-ci, rôle dont je dois avouer n'avoir pris la mesure que progressivement et dont je pense qu'une grande partie de la communauté mathématique ne se rend que partiellement compte – peut-être parce que la SMF est parfois plus perçue comme une institution que comme lieu de travail, d'échanges et de réflexion ne pouvant vivre que par l'implication de ses adhérents. Ce constat est d'autant plus important à l'heure actuelle, où les principes qui ont permis aux mathématiques françaises de s'épanouir sont largement remis en cause au nom de mots d'ordre ambigus – la fameuse excellence et son cortège d'indicateurs de performance et d'arbitrages financiers. Dans cette nouvelle configuration, il est essentiel que la communauté mathématique puisse témoigner de ses analyses et manifester ses inquiétudes en toute indépendance : d'où le rôle clé que sont amenées à jouer les Sociétés savantes. La Gazette, quant à elle, a vocation à suivre les changements de configuration de la politique scientifique et éducative et s'y emploie, avec l'aide des comités de réflexion et de suivi mis en place par la SMF.

Une deuxième composante essentielle de la revue est scientifique : les articles mathématiques, sollicités ou soumis, sont publiés dans un souci d'ouverture thématique et stylistique très large. Cela va d'articles de vulgarisation ou d'actualité, comme après les Congrès internationaux, à des articles s'intéressant à revisiter des contenus classiques ou encore à l'histoire. La difficulté récurrente, dont le Comité de rédaction est pleinement conscient, est d'équilibrer le souci de lisibilité et de vulgarisation à la volonté de ne pas sacrifier le contenu mathématique – ce qui passe souvent par une certaine complexité des textes, à commencer par celle des vocabulaires disciplinaires. Les arbitrages sont difficiles, et il y a là une difficulté de principe puisque le niveau de spécialisation et de fragmentation de notre discipline s'accroît inexorablement. Les temps sont révolus où, comme me l'avait raconté la bibliothécaire du département de mathématiques de l'université de Nice qui en a été témoin, Jean Dieudonné pouvait s'astreindre à la lecture méthodique de Zentrallblatt ou des Math Reviews ! Le problème sous-jacent d'unité et, par voie de conséquence, de communicabilité des mathématiques, appelle à une réflexion *sur un « socle commun » de connaissances et d'outils, y compris aux niveaux supérieurs, et à une réflexion sur ce que doit être la vulgarisation et la communication mathématique aujourd'hui en sachant que, même à l'intérieur d'une communauté privilégiée comme celle des adhérents de la SMF, les équilibres optimaux sont difficiles à trouver.*

Un regret, à propos des articles d'intérêt général : ne pas avoir réussi durant ces dernières années à développer au sein de la Gazette d'échanges sur la philosophie des mathématiques, faute sans doute d'énergie, mais également du fait de difficultés de principes qui tiennent à l'évolution générale de la philosophie des sciences et à une certaine atonie des débats contemporains. J'ai pourtant le sentiment que cette dimension de l'activité mathématique fait cruellement défaut, la séduction que les mathématiques a pu exercer sur ma génération étant sans doute en partie liée à un mouvement d'ensemble qui allait bien au-delà des aspects strictement disciplinaires. J'en suis d'autant plus reconnaissant à Vincent Gérard d'avoir accepté l'exercice difficile de partager dans ce numéro, en philosophe et dans le langage de la philosophie – qui a sa technicité propre –, sa conception des concepts mathématiques. L'occasion de constater que les spéculations sur les mathématiques ne s'épuisent pas dans les querelles un peu stériles sur le platonisme et la logique.

Je voudrais conclure en remerciant Claire Ropartz, qui assure la conception de la Gazette, sa mise en page, son secrétariat et bien plus. Sans elle, l'efficacité de son travail, son souci de la perfection – qui m'a parfois valu quelques reproches –, la Gazette n'aurait pas existé au cours de ces quatre dernières années. Un merci amical aussi à Frédérique Petit, sur qui j'ai tant compté, à Zindine Djadli, avec qui j'ai partagé la direction de la revue et, puisque énumérer les vertus de chacun est impossible, collégialement à l'ensemble du comité de rédaction avec lequel j'ai eu tant de plaisir à travailler.

— Frédéric Patras

SMF

Mot du Président

Voici maintenant un an que j'ai été élu Président de la SMF et le Conseil d'Administration vient de me confier la tâche de continuer pour une deuxième année, aidé par un nouveau bureau.

Je ne reprends pas ici l'ensemble du rapport moral qui donne une image très fidèle de toutes les actions qu'a menées la SMF cette année mais qui reste trop discret sur tout le travail qu'elles ont imposé et qui est assuré tant par le personnel de la SMF que par les bénévoles. Je voudrais toutefois insister sur quelques points pour ceux qui n'ont pas suivi au fur et à mesure l'activité de la SMF cette année et fournir quelques chiffres qui sont maintenant publics.

Dans un système d'appels d'offres autour du grand emprunt complexe et discutable, toute l'action de la SMF a été de soutenir (parfois via des compromis difficiles qu'elle a expliqués) les projets qui permettaient la structuration de la communauté mathématique et la consolidation du rôle de l'INSMI dans l'ensemble de ses missions nationales. C'est ainsi qu'elle a soutenu les deux Labex à vocation nationale CARMIN et AMIES. C'est aussi pourquoi elle s'est impliquée, étant cogestionnaire du CIRM avec l'INSMI, dans les projets d'idex et de labex présentés par les universités marseillaises et qui n'ont pas été retenus dans la première vague du grand emprunt. Toujours dans ce cadre, la SMF a aussi apporté son soutien à deux autres projets : le projet « purmath » émanant du RNBM (injustement refusé) et le projet « Cap'math » coordonné par Animath et dont l'évaluation est attendue. Au vu des résultats parvenus, les « dotations consommables annuelles » des labex avec une forte composante mathématique classés sont : CARMIN 800 KE, AMIES 500 KE, SMP Fondation des Sciences Mathématiques de Paris (maths-info) 1600 KE, MILYON (maths-info) sur Lyon 900 KE, BEZOUT (maths-Info) sur Paris Est 250 KE. D'autres labex sont retenus avec une part mathématique probablement plus faible NUMEV (modélisation pour l'environnement et le vivant) 800KE sur Montpellier, CLERVOLC (sciences de l'univers) 900 KE et IMOBS3 (ingénierie) 700 KE sur Clermont-Ferrand. La répartition de tous ces financements, de ceux accordés aux deux fondations FSMP et Hadamard toutes les deux parisiennes ainsi que les premiers résultats sur les idex présélectionnés, alors que dans un même temps le budget fonctionnement de l'INSMI baissait de 15%, ont conduit la SMF à prendre position sur les dangers que fait courir cette politique sur le développement de la recherche en dehors de la région parisienne. Ce fut l'objet de plusieurs déclarations que la SMF seule ou avec la SMAI a faites au cours de l'année. Vous trouvez bien sûr tous ces textes sur le serveur SMF.

Parlons très brièvement de quelques points dans les principaux domaines d'activité de la SMF dont les détails sont donnés dans le rapport moral.

La SMF a développé toute l'année avec succès, à Paris comme en Province, son action vers le grand public (BnF, IHP, Avignon, Grenoble,...). Cette action devrait se développer. Nous organiserons à la rentrée à (et avec) l'IHP une semaine en l'honneur du bicentenaire de la naissance de Galois.

Dans le domaine de l'enseignement, la SMF a, grâce au travail de sa commission enseignement, et tout particulièrement du bureau de cette commission, publié des analyses approfondies des projets de réforme présentés par le ministère et alerté sur les conséquences de ces réformes.

Dans le domaine de l'édition, nous sommes satisfaits de publier désormais sans retard l'ensemble de nos revues. La situation est bonne et les projets multiples. De nombreux mathématiciens et mathématiciennes sont entrés dans nos comités de rédaction assurant leur bon renouvellement. La SMF a en préparation de nombreux *« Documents Mathématiques »* d'un très grand intérêt scientifique à commencer par les *Œuvres Choisies de Laurent Schwartz* qui sortiront à l'automne.

Le CIRM fête sa trentième année. C'est l'occasion de nombreuses manifestations qui culmineront avec un grand rassemblement les 6-8 octobre. Je me félicite de la concertation permanente avec P. Foulon qui a pris ses fonctions le 1er septembre dernier. La SMF et l'INSMI ont assuré en harmonie leurs tâches de cotutelle du CIRM avec le soutien du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.

Comme chaque année, il y a celles ou ceux qui quittent le bureau ou le CA et qui passent la main après avoir accompli leur mission pendant de nombreuses années. Merci à tous, en particulier à M. Granger à la tête de la commission enseignement depuis 3 ans et à J.-M. Barbaroux qui a été responsable de la cellule de diffusion de Marseille pendant 5 ans.

J'aimerais présenter le nouveau bureau. Y. Aubry succède à J.-M. Barbaroux et A. Szpirglas à M. Granger. C. Fermanian rentre à la place de P. Loidreau avec la charge de trésorière adjointe. Les autres membres du bureau sont E. Russ (Secrétaire et en charge des colloques), M. Vigué (Trésorière), N. Anantharaman (Vice-présidente en charge des relations avec le grand public) et O. Ramaré (Vice-président aux publications). Valérie Girardin reste déléguée générale avec des missions multiples tant au sein de la commission enseignement qu'au niveau de la vie de la SMF.

La SMF s'appuie sur une équipe de personnels permanents à l'IHP et au CIRM. Elle est actuellement constituée de S. Albin, M. Bousquet, A. Charles-Orszag, N. Christiaën, K. Lefèvre et C. Ropartz à Paris et de C. Munusami, H. Di Mondo puis N. Dorbani à Marseille et je tiens à la remercier.

Je salue pour terminer le comité de rédaction de la *Gazette* et remercie tout particulièrement Frédéric Patras qui en a eu la responsabilité pendant quatre ans, collectant ou suscitant sans relâche de nouveaux articles. Bienvenue enfin à San Vu Ngoc qui prend le relais.

Le 1er juillet 2011
Bernard Helffer

Rapport Moral
Période de juin 2010 à juin 2011

Affaires générales

Adhérents

Renouvellement des adhésions et nouveaux adhérents

Malgré de nombreux efforts tant auprès des jeunes qu'au niveau du recrutement, le nombre de nos adhérents reste stable. La SMF doit poursuivre son effort pour que ce nombre augmente ; en effet, elle s'exprime souvent au nom de l'ensemble de la communauté mathématique française, il est donc particulièrement important qu'elle puisse être la plus représentative possible de cette communauté. Plusieurs pistes seront poursuivies : accroître la visibilité de la SMF auprès des jeunes mathématiciens, afin que cela soit pour eux une chose normale, voire automatique, de devenir membre, faire connaître nos différentes actions, notamment auprès de communautés où nous sommes peu représentés, comme celles des enseignants de mathématiques en lycée, par exemple. Le montant de la cotisation SMF est essentiellement stable, et nous souhaitons qu'il le reste dans l'avenir. Nous rappelons que la SMF est une association loi 1901 reconnue d'utilité publique qui peut recevoir des dons déductibles des impôts sur le revenu ou de l'ISF.

Nous avons créé l'année dernière une cotisation « Membre bienfaiteur » de 150 euros dont 83 euros sont assimilables à un don et, à ce titre permettent une déduction fiscale de 60% retenue dans la limite de 20% du revenu imposable. Cette cotisation rencontre un succès auprès de certains de nos membres qui ont à cœur de maintenir l'indépendance financière de la SMF et ne se limitent souvent pas à la somme minimum. Nous les en avons remerciés individuellement.

Notre nouvelle proposition pour la première cotisation gratuite des moins de 35 ans est entrée en vigueur cette année avec un succès prometteur. C'est bien sûr le taux de réadhésion la seconde année qui permettra de mesurer la réceptivité qu'ont les jeunes à l'action de la SMF et l'efficacité de cette proposition.

L'information directe des adhérents

L'information directe des adhérents se fait par plusieurs canaux : le site Web, dont la qualité a été très sensiblement améliorée depuis deux ans, la lettre mensuelle à laquelle nous avons essayé de donner un ton plus personnel et des lettres exceptionnelles pour des événements qui semblent le justifier (ou par l'urgence ou par l'importance). Nous avons cherché à éviter la saturation des informations mais aussi à vous tenir au courant des décisions importantes qui concernaient la communauté mathématique. Le mot du président dans la *Gazette* sur un rythme beaucoup plus lent permet aussi à la SMF de parler de son action.

Prises de position et actions de la SMF

ICM, Médailles Fields et défense des mathématiques

Nous ne reviendrons pas en détail sur l'intense activité développée avant, pendant et après ICM (voir cependant la section 3.5). Dans la période précédant ICM, nous avons tenu à mettre en avant la qualité des mathématiques françaises en insistant sur sa répartition géographique (pour mettre en évidence la qualité de la recherche en province) et sa diversité thématique. Un petit déjeuner pour la presse organisé fin juin a donné par exemple l'occasion de parler des mathématiques de manière profonde (intervention de Wendelin Werner). Pendant ICM, nous avons cherché à être présent tant sur place (réception organisée, stand de la SMF pour les publications) que dans la campagne de presse qui a suivi l'annonce des médailles Fields. Bien sûr la presse choisit quels thèmes elle privilégie et quels symboles elle choisit, mais nous avons toutefois pu faire passer quelques messages de fond sur le rôle des mathématiques et faire de cette attribution des médailles Fields et du prix Gauss un événement annoncé dans la presse nationale et régionale et salué au plus haut niveau de l'état.

L'implication de la SMF dans les programmes dits d'excellence

La SMF a été très impliquée dans les programmes d'excellence à deux titres (bien sûr connexes) en tant que gestionnaire du CIRM et en tant que Société Savante questionnée, sollicitée comme il est naturel sur tout ce qui touche la Communauté Mathématique. La SMF a expliqué ses positions et ses choix (pas toujours faciles) dans plusieurs motions ou lettres ouvertes qu'elle a diffusées aussi tôt que possible. Ces choix sont parfois des compromis qu'elle a acceptés dans l'intérêt du CIRM ou de la communauté mathématique. Les lignes de force en sont les suivantes : défense du rôle de l'INSMI, défense des instruments nationaux et de leur coordination, défense de l'indépendance du CIRM (qui passe en particulier par assurer son financement et son développement) et défense du développement de la recherche sur l'ensemble du territoire. Concrètement, la SMF fait partie du comité de pilotage du Labex CARMIN et elle peut être cooptée à titre consultatif dans le labex national AMIES. Concernant le CIRM, la SMF s'est fortement impliquée au côté du directeur sur le projet de Labex Archimède (voir section 2.1.1). La SMF a également activement participé au projet Cap'Maths coordonné par *Animath* (voir Section 5.7). Enfin, elle a appuyé le projet PurMath présenté par le RNBM (Réseau National des Bibliothèques de Mathématiques) et regretté publiquement qu'il ne soit pas retenu lors de la première vague.

Droits de l'homme

Sans se substituer aux associations dont c'est la mission, la SMF est intervenue auprès des autorités concernées sur quelques cas qui touchaient des mathématiciens : incident à Bordeaux concernant un mathématicien indien Arijit Dey, lettre à l'occasion de l'anniversaire de la disparition d'Ibni Oumar Saleh, lettres sur l'arrestation du mathématicien franco-vietnamien : Pham Minh Hoang. Sur toutes ces questions, nous avons essayé de réagir avec prudence et, quand c'était nécessaire, avec rapidité. Une page Web a été créée qui rend compte des actions ou démarches entreprises dont l'efficacité n'a pas toujours été à la hauteur des espérances.

Parité

La SMF a accueilli au CIRM le 10e Forum des Mathématiciennes et elle a accordé son soutien à la journée sur la parité du 6 juin à l'IHP. Les demandes du CA présentées l'année dernière sur cette question ont été rappelées, et entendues par la plupart des comités de rédaction. Il s'agit d'un travail de longue haleine pour lequel nous devons rester vigilants.

Lien avec la SME

Le président de la SMF a été présent au meeting statutaire de la SME qui a eu lieu à Sofia les 10-11 juillet 2010 et a vu l'élection de Mireille Martin-Deschamps comme vice-présidente. Il a également participé à la réunion plus informelle des présidents à Bilbao les 7-8 mai 2011.

Nous allons essayer de développer les contacts à la fois au niveau de nos publications, au niveau commercial (échanges de publicités) et au niveau de la participation à l'activité de la SME (relation *Gazette-Newsletter* de la SME).

Enfin la SMF est intervenue pour défendre l'institut Schrödinger à Vienne, la recherche publique en Bulgarie et, dans le cadre de la réunion de Bilbao, sur la proposition de fermeture d'un sous-département de Mathématiques à l'université d'Amsterdam (VU).

Relations avec les autres sociétés

Le Forum des Sociétés Savantes qui avait mené des actions importantes en 2010 est d'une certaine manière à la recherche d'un second souffle. Cette nouvelle coordination n'a pas empêché bien sûr la SMF d'avoir des collaborations avec beaucoup d'associations à d'autres niveaux. Ainsi, depuis deux ans, nous menons une concertation continue avec les instances de l'APMEP[1] sur les programmes de lycées. Notre collaboration avec l'UPS[2], l'IHP et la SFP[3] concernant les conférences pour les classes préparatoires et étudiants de Licence est une vraie réussite particulièrement pour celle d'Alain Connes maintenant disponible sur le Web (voir section 5.2).

Il y a eu de multiples collaborations entre les trois sociétés savantes de mathématiques (SFdS-SMAI-SMF) (représentation réciproque dans les CA, réunion commune des présidents, échanges d'email ont permis des démarches à deux ou à trois selon les cas).

Outre la coopération avec la SMAI autour d'ICM[4] et dans la lettre à Alain Fuchs sur les Labex et le budget de l'INSMI, citons pour les projets lancés ou relancés cette année, une nouvelle version de la brochure « L'Explosion des Mathématiques », le projet sur la « carte des masters de mathématiques » en concertation avec Campus-France et la fusion de *L'Officiel des Mathématiques* et de *ACM*.

Place de la SMF au sein de l'IHP

L'année dernière a été une année de turbulence avec ce qui nous a semblé être la remise en cause soudaine des conditions d'hébergement des sociétés savantes et du rôle de l'IHP comme maison des mathématiciens. Nous avons cherché

1 Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.
2 Union des Professeurs de Spéciales.
3 Société Française de Physique.
4 International Congress of Mathematicians.

à partir de l'été à mener une politique d'apaisement pour représenter une communauté mathématique unie et parlant d'une même voix dans toute la période autour du congrès international des mathématiciens. Il a semblé ensuite utile de privilégier le montage en commun du Labex CARMIN à la résolution encore en suspens des différends apparus fin 2009. L'IHP et la SMF se sont efforcés de travailler ensemble pour le bien de la communauté mathématique tout entière et la préparation de CARMIN a créé une dynamique de coopération entre le CIRM et l'IHP. La préparation commune du colloque Galois est un autre signe de cette collaboration.

Un moment important pour conforter l'apaisement retrouvé cette année sera la réunion du CA de l'IHP fin juin. Le CA y examinera en effet une demande d'avenant de la convention héritée du vote de décembre 2009. Cette demande a été présentée conjointement par les trois sociétés savantes et prévoit que seule la première augmentation de la contribution financière pour les locaux sera appliquée.

Le deuxième point beaucoup plus délicat, qui nécessite l'appui de toute la communauté mathématique, est la question des surfaces attribuées aux sociétés savantes et tout particulièrement à la SMF. Cette question ne serait abordée, avec l'accord de Cédric Villani, qu'à la rentrée. Notre tâche sera d'expliquer pourquoi notre activité d'édition (au sens complet du terme) au service de la communauté mathématique et le rôle de la SMF, tant au niveau national qu'international, justifie le maintien des surfaces actuelles.

Correspondants SMF

La contribution des correspondants locaux aux actions de la SMF va plus loin que le relais, utile à toute la communauté, des informations dans leur université. Ils ont cette année permis les enquêtes de la SMF sur l'avenir du financement des bibliothèques ainsi que sur les effectifs des masters de mathématiques.

Les résultats de l'enquête sur la bibliométrie effectués avec leurs concours en 2009 a abouti à un article paru dans le journal de l'EMS cette année.

La réunion des correspondants pendant les Journées Annuelles a pour thème principal cette année les conséquences de la LRU dans les universités et les actions liées à envisager.

Gestion de l'information

La rénovation du site web de la SMF été poursuivie cette année. L'ancien site était devenu difficile à faire évoluer et ne répondait plus aux besoins de gestion interne. Le choix technologique pour ce nouveau site web de la SMF s'est porté sur une installation du logiciel DRUPAL dit à gestion de contenus. Il a été motivé par ses capacités à gérer, afficher et structurer l'information, au travers d'une interface puissante et permettant une administration partagée.

Pour des raisons techniques évidentes, la migration de l'ancien site vers le nouveau site a été séparée en plusieurs étapes. La première étape consistait à installer le site DRUPAL, définir une identité visuelle propre pour le site SMF puis restructurer et migrer toutes les pages non dépendantes d'une base de données (essentiellement tout le site excepté les publications). Ceci a été fait l'année dernière. La deuxième étape consiste en la refonte total du système de gestion des cotisations et des abonnements avec une mise en réseau des outils et des fonctionnalités. Le travail est bien avancé et devrait pouvoir être opérationnel fin décembre 2011. Un Comité de suivi a été constitué.

Nous rappelons que la page « Agenda » répertorie l'ensemble des activités et réunions auxquelles participent des mathématiciens au nom de la SMF. Elle permet de se faire une idée, au quotidien, des activités de notre société.

Participation au CNFM

Le CNFM[5] est un organisme qui réunit des représentants de l'Académie, du CNRS, de la SMF et de la SMAI et les représente auprès de l'UMI[6].

L'une des fonctions importantes du CNFM est de répartir des crédits venant du MAE[7] ou d'autres sources pour différentes actions internationales : participation à l'UMI, au congrès international des mathématiques (ICM),... Le rôle du CNFM a été particulièrement important à ICM en août dernier. Il est à craindre que le rôle du CNFM continue de s'amenuiser en dehors des années correspondant à ICM. Une réunion CNFM-Académie-COFUSI[8] s'est déroulée le 14 juin, à laquelle le président de la SMF a participé.

Par ailleurs la SMF est devenue membre associé de l'ICIAM et le président de la SMF a participé à sa réunion statutaire à Delhi.

La Gazette des mathématiciens

La *Gazette* fonctionne en rythme de croisière, et chaque numéro est organisé autour de quelques grands axes :

(1) Mathématiques et interactions : rendre compte des travaux passés ou en cours, que ce soit à l'occasion d'événements exceptionnels ou remarquables (prix, congrès internationaux, disparitions...) ou au fil de l'eau (thèmes clés ou d'actualité repérés par le Comité de rédaction, articles de vulgarisation, soumissions spontanées...). L'année qui vient a évidemment été marquée par le Congrès International des Mathématiciens en Inde, auquel nous avons souhaité donner tout l'écho nécessaire. Par opposition à la plupart des comptes-rendus qui en ont été donnés, les articles publiés dans la *Gazette* ont voulu aborder les contenus mathématiques, dans un difficile souci d'équilibre entre la lisibilité et la volonté de ne pas lui sacrifier ces contenus. Le Comité de rédaction remercie tous les auteurs qui se sont prêtés au jeu, dans les conditions d'urgence propres à ce type d'exercice.

(2) Actualités de politique scientifique et éducative : là encore, la période est chargée avec d'une part la réforme problématique des programmes, en particulier dans le secondaire, le recrutement des enseignants du secondaire et, d'autre part, la réforme des institutions universitaires et de recherche. La *Gazette* a cherché, sur ces thèmes, à se faire l'écho des débats en cours et plus particulièrement des travaux et initiatives conduits par la SMF. Les prises de positions (constructives) et témoignages individuels ou collectifs peuvent être accueillis dans diverses rubriques comme la Tribune libre ou le Courrier des lecteurs (qui, rappelons-le, n'engagent pas le Comité de rédaction mais traduisent simplement son souci de donner la parole à tous les acteurs et points de vue présents dans notre communauté). Au titre de la politique scientifique générale, les différents porteurs de projets structurants ou

[5] Comité National Français de Mathématiciens.
[6] Union Mathématique Internationale.
[7] Ministère des Affaires étrangères.
[8] Comité Français des Unions Scientifiques Internationale.

animateurs d'institutions mathématiques sont cordialement invités à s'adresser à la *Gazette* pour communiquer sur leurs actions passées ou futures.

(3) Carnet : La *Gazette* a vocation à rendre hommage aux collègues disparus dès lors qu'ils ont joué un rôle significatif dans notre communauté, que ce soit par leur œuvre scientifique, leur dévouement aux mathématiques, les projets qu'ils ont conduits, les responsabilités qu'ils ont acceptées, leur personnalité... Le Comité de rédaction s'appuie, pour la rédaction de la rubrique, sur les proches (humainement et/ou scientifiquement) des collègues disparus, qui sont invités à se manifester spontanément.

(4) Livres : La rubrique « livres » publie des recensions s'attachant à présenter des ouvrages de mathématiques et des ouvrages sur les mathématiques (leur histoire, leur philosophie, et plus généralement tout ce qui a trait aux mathématiques et aux mathématiciens).

Comme chaque année, le Comité encourage vivement les membres de la SMF à lui transmettre ses remarques, suggestions et souhaits sur le fonctionnement de la revue.

Les personnels de la SMF

Compte-tenu de toutes les tâches assurées par la SMF, le rôle des personnels permanents au côté des bénévoles est fondamental et pas toujours clairement perçu par la communauté mathématique. La SMF emploie (hors CIRM) Sabine Albin qui s'occupe de la comptabilité (3/5 de temps), Nathalie Christiaën (plein temps) et Marc Bousquet (mi-temps) en charge des publications, Claire Ropartz (plein temps) qui assure le secrétariat général avec l'aide d'Arthur Charles-Orszag (mi-temps) et à Marseille Christian Munusami et Hervé Di Mondo (jusqu'à début avril) qui s'occupent de la diffusion (2 plein temps). La mise à neuf de notre système de gestion est assurée par Kenji Lefèvre (mi-temps).

Une réunion annuelle de tous ces personnels a été organisée cette année, avec comme objet de discuter des questions les concernant.

De bonnes conditions de travail sont essentielles pour l'efficacité de la SMF et les discussions de l'année prochaine sur les locaux de l'IHP seront fondamentales (voir le rapport moral de l'an dernier et Section 1.3).

Le pôle de Luminy

Bilan du CIRM en 2010

Le rôle du CIRM

Le CIRM est un établissement de la SMF associé au CNRS qui organise et accueille des rencontres mathématiques de haut niveau à Luminy (Marseille). Il bénéficie également du soutien du MESR ainsi que de quelques soutiens locaux et régionaux (ville de Marseille, laboratoires de mathématiques de Luminy et Conseil régional).

Le CIRM est l'un des deux plus grands centres mondiaux d'accueil de conférences. La fréquentation du centre a été exceptionnelle en 2010 avec environ 3500 participants, soit une croissance supérieure à 8%. Par rapport à l'année 2009, le premier constat est l'évolution importante du nombre de petits groupes passés de 20 à 34. Ce fait témoigne d'une réactivité forte à la nouvelle politique de subventions. Ceci va de pair avec une demande accrue de conférences de niveau international. Le conseil scientifique suit avec un grand intérêt cette augmentation notable du nombre de demandes de très grande qualité. Certaines demandes n'ont pu être satisfaites.

Politique scientifique

Une nouvelle politique de soutien des conférences est mise en place, avec en 2010 une prise en charge complète des petits groupes et en 2011 la prise en charge de quarante participants au maximum pour les conférences. Le modèle économique devra être affiné au vu des données de 2011.

Le CIRM a participé, dans le cadre de sa politique locale et régionale, à la candidature sur le projet de LABEX Archimède. On sait désormais qu'il n'a pas été retenu dès la première vague. On espère que tout le travail d'analyse et de structuration entrepris trouvera une suite dans le cadre d'une IDEX, pour la structure à naître, Aix-Marseille Université, qui n'a pas non plus été placée dans la liste des IDEX pré-sélectionnées mais qui devrait probablement prendre place dans la liste finale.

Le CIRM a aussi contribué à l'élaboration du LABEX CARMIN qui regroupe des actions communes impliquant les quatre instituts d'accueil et de formation français à vocation internationale : CIMPA, CIRM, IHÉS et IHP. Nous sommes satisfaits que le projet de LABEX ait été retenu en première liste. Ce LABEX devrait venir aider la politique scientifique du CIRM et conforter ses besoins de financement. La comparaison avec les instituts étrangers restera cependant largement en la défaveur du CIRM, notamment par rapport au centre d'Oberwolfach (MFO). Il est important que ce LABEX puisse débuter rapidement son action.

Structure

En septembre 2010, un nouveau directeur Patrick Foulon a pris la succession de Pascal Chossat. Une organisation sensiblement différente des services a été mise en place. La communication devient communication-partenariat. Le CIRM se dote d'une équipe logistique plus étoffée. Julien Stefanini en prend la responsabilité. Il est secondé dans la partie administrative par une secrétaire (poste redéployé). Les personnels intervenants y compris le jardinier sont réaffectés sur des tâches opérationnelles. L'objectif est de réagir sérieusement à la dégradation progressive et au vieillissement de nos équipements tout en évitant lorsque c'est possible, de recourir à des prestataires extérieurs. Il faut encore un temps d'adaptation pour qu'une véritable notion d'équipe se crée.

Travaux de réhabilitation

Une campagne de rénovation des chambres du CIRM a été décidée au CA du 10 novembre 2010. Un concours d'architecture a été lancé à l'automne et les travaux ont débuté en mars 2011. Les financements limités et l'évaluation plus précise des montants nécessaires ont contraint à la mise en attente du projet « Maison Jean-Morlet ». Un important litige avec un fournisseur est apparu en milieu d'année. Il a commencé à faire l'objet d'une procédure. Le CIRM et ses tutelles vont suivre le dossier avec attention. L'équipe du plan campus et le CIRM se sont rapprochés, pour définir ensemble des circulations autour du CIRM qui seront respectueuses de son environnement.

Les trente ans du CIRM

Les trente ans du CIRM en 2011 vont représenter une occasion rare de montrer notre savoir faire, de rencontrer des décideurs et de communiquer avec un large public. Les objectifs seront nombreux mais les principaux sont d'expliquer le rôle du CIRM, les enjeux et de proposer les pistes pour demain. Ce sera aussi l'occasion d'essayer d'obtenir un soutien accru de la part des partenaires universitaires, collectivités territoriales et entreprises. Les axes principaux qui ont présidé à l'élaboration du programme annuel des activités et à celui des cérémonies du 6 au 8 octobre 2011 visent à :

– Montrer le dynamisme et la qualité des mathématiques françaises.
Plusieurs mathématiciennes et mathématiciens de très haut niveau, Claire Voisin, Dominique Picard, Marie Farges, Gérard Laumon, Olivier Faugeras, Jean-Christophe Yoccoz , Cédric Villani nous font le plaisir de venir donner des exposés assez grand public et participer à des tables rondes.

– Expliquer le rôle essentiel des instituts comme le CIRM dans le développement et la validation de la science mathématique, notamment aux décideurs : ministère, CNRS, universités mais aussi en direction des collectivités territoriales pour leur montrer que le CIRM est un des moteurs de la création d'idées. À nouveau nos chercheurs seront mobilisés. Là aussi la SMF sera active.

– Donner le goût des mathématiques aux jeunes élèves et étudiants.
Trois mini rencontres élèves-chercheurs (de passage au CIRM) ont déjà été programmées les : 7 janvier avec des collégiens ; 14 mars avec des lycéens ; 1er juin avec des étudiants en L et en classes préparatoires. La réponse des jeunes a été très positive et nous incite à péréniser ce type d'activités.

– Développer les applications des mathématiques et construire, avec les entreprises utilisant des technologies avancées, des projets de collaboration, conférences, rencontres, chaires d'excellence.

Quelques activités particulièrement centrées sur le CIRM seront aussi programmées.

– Un temps sera consacré à parler de grands événements de la création mathématique dans lequel le CIRM a joué un rôle central. On parlera notamment des ondelettes et du travail de Jean Morlet.

– L'histoire du CIRM sera aussi abordée. Elle est riche et un peu chaotique mais pleine d'enseignements.

– La qualité de l'accueil du CIRM sera aussi mise en avant avec l'inauguration des logements rénovés de la Bastide.

Quelques dossiers en cours

Ils sont nombreux et sont reliés à ce qui précède. Nous ne mentionnerons que des dossiers non encore abordés.

– La création d'une chaire d'excellence « Jean Morlet » en conjonction avec la maison à réhabiliter, opération dont le financement anticipé mêlera des contributions institutionnelles – université et privées – entreprises.

– Un suivi renforcé des espaces verts de grande qualité avec une collaboration envisagée avec l'école nationale supérieure du paysage de Versailles.

La maison de la SMF

La cellule de diffusion de Luminy poursuit ses missions fondamentales : diffusion des ouvrages de la SMF vers les abonnés institutionnels ou les particuliers, gestion commerciale associée à cette tâche, gestion des stocks, publicité et information auprès des congressistes du CIRM. Le service d'information et de ventes d'ouvrages reste assuré pour tous les colloques du CIRM sans exception, du lundi au vendredi, de 14h00 à 15h30.

Deux personnes à plein temps sont affectées pour l'ensemble de ce travail : Christian Munusami, et Hervé Di Mondo. Ce dernier a quitté la société en avril 2011 et a été partiellement remplacé par Nordine Dorbani pour le travail de routage. Une procédure d'embauche d'une personne à mi-temps est actuellement en cours pour permettre d'assurer en particulier la gestion des réclamations. Le stand d'exposition du mercredi matin dans le hall de l'auditorium est provisoirement suspendu. À sa reprise, il nous faudra trouver un moyen efficace pour déterminer le choix des ouvrages exposés, en lien avec les thèmes abordés en colloque ; une piste est de contacter les organisateurs des colloques.

Depuis la réorganisation de l'activité de la maison de la SMF en 2009, le service est assuré sereinement. La mise en place progressive du nouveau système de gestion, entièrement repensé, va permettre l'échange d'information entre le secrétariat général, la comptabilité et le service des publications d'une part, et la cellule de diffusion de la maison de la SMF d'autre part, et terminera de rationaliser le travail sur le site de Luminy.

L'ensemble du routage reste effectué sans retard, et avec une qualité très supérieure à celle du service standard des imprimeurs.

Les capacités de stockage sont maintenant quasi maximales sur le site après la récente mise en place de rangements supplémentaires. Une partie importante des archives des différents services de la SMF stockées sur le site de l'IHP a d'ailleurs été transférée vers la maison de la SMF.

Les travaux sur les parties est et sud-est de l'extension du bâtiment ont été effectués, permettant de stabiliser le bâtiment. La couverture isolante de la toiture a été remplacée ; les infiltrations sont entièrement stoppées. Les réparations des abords du bâtiment (escaliers, pigeonniers) restent à faire.

Rencontres et colloques

Journée des lauréats de l'académie des sciences

Cette journée a eu lieu le 28 novembre 2010 à l'École Polytechnique (organisée par Frank Pacard avec le soutien d'Étienne Ghys). Elle réunissait Yves André, Michel Brion, Guy Henniart, David Lannes, Michel Ledoux et Nikolai Nikolski. Le public visé (après l'an dernier les normaliens d'Ulm) était cette fois-ci les étudiants de l'École Polytechique et ceux de Paris-Sud. Malgré une publicité importante, la journée n'a eu qu'une audience limitée. L'idée des années précédentes de préparer cette journée par des séances préparatoires d'initiation aux sujets n'a malheureusement pas pu être reprise. La question d'une organisation conjointe pour les années futures avec la SMAI reste posée. On peut aussi envisager de s'associer pour l'organisation avec une autre école normale ou à une opération en province.

Journée annuelle 2011

La journée annuelle, a eu lieu les 17 et 18 juin 2011 au CIRM, a été organisée par Brigitte Vallée, sur le thème « Qu'est-ce qu'un nombre au hasard ? ». Les conférenciers en étaient Laurent Bienvenu, Benoît Rittaud et David Xiao. Une table ronde consacrée à l'égalité des chances a été également organisée à cette occasion, sous la responsabilité de Christian Mauduit aec la participation de Martin Andler, Éric Barbazo, Antoine Bodin, Jean-Pierre Demailly, Bernard Hugonnier et Véronique Lizan.

Cette journée annuelle a été précédée le 16 juin de la 14e rencontre math-industrie, consacrée à la même thématique « Nombres au hasard », et consacrée aux problèmes de nature mathématique rencontrés en recherche et développement dans le milieu industriel autour du thème nombres et hasard.

Cette 14e journée a été organisée par la SMF et la SMAI, avec le soutien du CNRS, de l'INRIA, de l'université de Provence, du LATP, de l'équipe ERISCS à l'École Supérieure d'Ingénieurs de Luminy (ESIL) et la participation d'industriels. Les organisateurs étaient Alexis Bonnecaze, Pierre Liardet, Marie Postel et Emmanuel Russ. Elle s'est déroulée à l'ESIL, sur le campus de Luminy, et s'est terminée par une rencontre au CIRM avec les industriels.

Rencontres scientifiques de la SMF

La SMF organise de manière régulière les sessions « États de la Recherche ». Le choix des thématiques et des organisateurs est effectué par un comité scientifique composé de Franck Barthe (président), Laurent Cavalier, Antoine Ducros, Sylvain Maillot, Laure Saint-Raymond, et du nouveau rédacteur en chef de *Panoramas et Synthèses*, Nicolas Bergeron.

Deux sessions des états de la recherche se sont déroulées au CIRM en 2010 :

(1) « Espaces métriques singuliers et théorie des groupes », organisée par Marc Bourdon et Bertrand Rémy.

(2) « Méthodes numériques pour la fusion », organisée par Nicolas Crouseilles, Hervé Guillard, Boniface Nkonga et Eric Sonnendrucker dans le cadre du CEMRACS.

Les deux sessions prévues pour 2011 sont :

(1) « Théorie statistique de l'apprentissage » (IHP, mai 2011), organisée par Cédric Boutillier et Nathanaël Enriquez.

(2) « La conjecture de Zilber-Pink » (CIRM, mai 2011), organisée par Emmanuel Ullmo, Gaël Remond.

Soutien Scientifique et Parrainage

La SMF accorde, sous certaines conditions, un soutien scientifique ou un parrainage (notez le changement de terminologie). Dans le cas des colloques, le soutien scientifique s'appuie sur le conseil scientifique présidé par Arnaud Beauville. Pour les autres manifestations organisées par la communauté, le parrainage se fait sur discussion du bureau. Dans ce cadre, une dizaine de colloques ont été « soutenus » et la SMF a parrainé par exemple la rencontre sur la parité et une journée sur les résultats de Pisa.

L'aide du conseil scientifique est aussi précieuse pour toutes les demandes de nomination d'experts scientifiques internes à la SMF (comités de rédaction, comités scientifiques ad hoc) ou externes (jurys pour des prix).

ICM 2010

Dans le cadre de l'ICM 2010, qui s'est tenu à Hyderabad en août 2010, une cellule de communication a été mise en place. Elle était constituée de : Martin Andler, Maria Esteban (SMAI), Bernard Helffer (SMF), Joaanna Jammes (IHÉS) et Élise Janvresse (CNRS). Elle s'est chargée de présenter dans des lettres d'information diffusées sur le Web et à la presse scientifique la délégation française puis de préparer et assurer la campagne de communication poste ICM. Conjointement avec la SMAI et le CNFM et avec le concours de l'ambassade de France en Inde, nous avons accueilli lors d'un dîner à Hyderabad la délégation française, la plupart des lauréats des prix ICM et les représentants des principales sociétés savantes.

Colloque du bicentenaire Galois

Un colloque, organisé à l'initiative de la SMF et destiné à célébrer le bicentenaire de la naissance d'Évariste Galois, sera organisé à (et avec) l'IHP du 24 au 28 octobre 2011 avec le soutien du CNRS et de beaucoup d'institutions de la région parisienne. Il associera des mathématiciens et des historiens des sciences, les orateurs s'adressant aux deux « communautés », les thèmes étant traités selon leur double aspect historique et mathématique. Il y aura de plus un effort important en direction du grand public.

Le comité scientifique se compose de Yves André, Bruno Belhoste, Caroline Ehrhardt, Christian Houzel, Laurent Clozel, Jean-Pierre Ramis.

Le comité organisateur se compose de Xavier Caruso, Lucia Di Vizio, Bernard Helffer, Ariane Mézard, Cédric Villani. Le personnel de la SMF participe aussi à la mise en place d'une exposition sous la responsabilité scientifique de Caroline Ehrhardt.

Divers

Le 7 janvier 2011 a eu lieu à l'IHP la quatrième journée d'accueil des nouveaux recrutés en mathématiques, organisée sous l'égide de la SMAI, de la SMF et de la SFdS, avec le soutien du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, de l'INSMI, de l'INRIA, et de la FSMP. La SMF a participé à sa préparation et son président a été invité à une courte présentation.

La SMF est partenaire de l'opération Mathématiques pour la Planète Terre 2013, opération scientifique prévue pour l'année 2013 à l'initiative du Centre de Recherches mathématiques (CRM) de l'université de Montréal. La SMF a lancé un appel à projets. Des ateliers, conférences ou groupes de travail sur ces thématiques pourront être organisés au CIRM.

Enseignement

La SMF s'intéresse à l'évolution de l'enseignement en France à tous les niveaux (primaire, secondaire, licence, master et école d'ingénieurs) et confie à sa commission enseignement la tâche de développer sa réflexion à travers diverses sous-commissions. Le fonctionnement de cette commission a été revu lors du CA de septembre 2010. Elle s'appuie désormais sur un bureau dont les membres sont chargés de secteurs dont le périmètre pourra évoluer en fonction de l'actualité. Ce bureau comprenait en 2010-11 Michel Granger, vice-président chargé de l'enseignement, Valérie Girardin chargée du secteur masterisation, Yann Lefeuvre chargé du secteur enseignement secondaire, Pierre Loidreau chargé du secteur écoles d'ingénieurs et Nicolas Tosel chargé du secteur classes préparatoires.

L'actualité a mis en avant cette année la réforme des lycées et plus particulièrement l'élaboration des programmes de la classe de terminale pour lesquels la SMF fait une analyse très critique. La mastérisation de la formation des enseignants et les conséquences de cette réforme quant à la formation, aux stages, à la crise des effectifs des Masters et des candidats au concours du CAPES et de l'agrégation est la deuxième préoccupation majeure de cette année.

Les positions de la SMF ainsi que de nombreuses autres informations et la composition de sa commission enseignement peuvent être consultées sur le site de la SMF.

La réforme des lycées

Cette réforme, lancée en novembre 2007, fait suite à une réforme des collèges. On en trouvera l'historique sur le site de la SMF. Nous renvoyons à ce site et aux rapports moraux de 2009 et 2010 pour le détail des actions de la SMF et pour ses analyses de cette réforme dans les années écoulées. Une délégation de la SMF a été reçue par le groupe d'experts de l'Inspection Générale de mathématiques en novembre 2010 dans le cadre des consultations de sociétés savantes et associations de spécialistes sur le projet de programme de terminale des filières ES et S. Cette entrevue a donné lieu à une prise de position du CA de la SMF de janvier 2011, qui émet un certain nombre de commentaires souvent très critiques fondés sur les informations fournies par le groupe d'experts. Les projets de programme pour les terminales générales et technologiques, soumis à consultation en mars-avril 2011, ont confirmé nos inquiétudes. La SMF a envoyé une contribution à cette consultation qui reprend et accentue les critiques, particulièrement : sur le manque de vue d'ensemble de ces programmes, chaque niveau étant traité séparément par un groupe d'experts qui varie d'une année à l'autre, sur le manque de cohérence de ces programmes (disparition de pans entiers de la géométrie et de concepts d'analyse nécessaires à une introduction raisonnable des probabilités et de la statistique, introduction de notions non reconnues par la communauté mathématiques), sur la vision réductrice des logiciels de calculs formels.

En conclusion la formation scientifique qui sera à la fois retardée et fortement allégée n'aidera pas les lycéens à opter pour des études scientifiques. La SMF est très inquiète des conséquences prévisibles de cette réforme et continuera de l'analyser sans concession.

Nous nous réjouissons qu'une nouvelle spécialité, Informatique et Sciences du Numérique, soit créée en terminale S à la rentrée 2012. Outre le fait que le programme soumis à consultation paraît très dense pour un horaire hebdomadaire de deux heures, la SMF s'inquiète de la formation des enseignants et de l'évaluation au baccalauréat de cette spécialité dont les modalités gagneraient à être clairement spécifiées. Une contribution de la SMF a été envoyée dans ce sens à la consultation.

La SMF a été invitée le 25 mai à la journée « Les Printemps Pédagogiques de Specif : Recruter les informaticiens... Cela se prépare au lycée ? » Guy Chassé a fait un exposé sur l'introduction de l'algorithmique dans l'enseignement des mathématiques, Yann Lefeuvre a participé à une discussion sur la spécialité informatique et sciences du numérique, et Bernard Helffer a représenté la SMF à la partie de la journée consacrée à l'enseignement supérieur.

Formation des enseignants et concours de recrutements

La SMF s'est exprimée à de multiples reprises durant les années 2008-2010 sur la réforme des concours de recrutement et de la formation des enseignants du premier et second degré, appelée « masterisation » [9]. Elle a alerté sur les dangers de cette réforme pour la formation des enseignants, pour l'attractivité de la filière enseignement et pour l'avenir de tous les Masters de mathématiques. La SMF a mené à l'automne 2010 une enquête relayée par ses correspondants locaux sur les évolutions des effectifs et la mise en place de la masterisation. Il en ressort le constat d'une chute dramatique bien prévisible des effectifs dans tous les types de masters, plus accentuée encore dans les masters enseignement conduisant maintenant aux concours de recrutement. On constate également une grande disparité et des insuffisances dans l'organisation des stages.

Une réunion des responsables de masters et de préparations aux concours d'enseignement a été organisée le 28 mai 2011 en présence des présidents de jury des concours, à la suite de celles organisées en septembre 2009 et juin 2010.

Autres actions

Participation à des collectifs

Le collectif Actionsciences dont la création remonte à juin 2002 regroupe actuellement une dizaine de sociétés savantes et associations de spécialistes dans tous les domaines des sciences. Elle se fixe pour objectif de travailler sur l'enseignement secondaire en sciences et sur l'articulation lycée-enseignement supérieur. Depuis la rentrée nos représentants dans ce collectif sont Valérie Girardin et Yann Lefeuvre. Des réunions donnant lieu à des échanges de points de vue entre les différentes disciplines représentées (mathématiques, physique, chimie, sciences de la vie et de la terre, biologie) et les différents types et niveaux d'enseignement (secondaire, CPGE, université) ont lieu régulièrement. Les compte-rendus en sont consultables sur le site de la SMF.

Le Forum des Sociétés Savantes s'est réuni à deux reprises durant l'année 2010. Ses positions sont consultables sur le site de la SMF.

[9] Voir le site de la SMF et le rapport moral de 2010 pour plus de détails.

CFEM et CIEM

La CFEM[10] coordonne en particulier la préparation des congrès internationaux de l'ICME, le prochain devant avoir lieu en 2012 à Séoul, et mène une réflexion sur l'enseignement de notre discipline. Depuis la rentrée nos représentants dans cette commission sont Michel Granger, Jacques Wolfmann et Alain Yger.

La formation mathématique des ingénieurs

Le groupe CTI-SMAI-SMF regroupe des représentants de la SMAI et de la SMF ainsi que des représentants de la commission des titres d'ingénieur (CTI). Les représentants de la SMF y sont Guy Chassé, Olivier Lafitte et Pierre Loidreau. Ce groupe s'est constitué il y a quelques années avec comme objectif de promouvoir l'enseignement des mathématiques en école d'ingénieur. Il a pour vocation d'écrire des textes en ce sens et se réunit 3 à 4 fois par an à Telecom ParisTech.

Cette année, dans la lignée du texte sur les compétences en probabilités requises en école d'ingénieur, le groupe a commencé à travailler sur les compétences en mathématiques discrètes qu'il serait bon qu'un ingénieur obtienne à l'issue de son cursus. À cette fin, des chercheurs en informatique se sont joints aux discussions du groupe lors des réunions.

De plus, prévoyant que la réforme des programmes de terminale aura nécessairement un impact sur le contenu des programmes en classes préparatoires, le groupe a commencé à réfléchir afin d'élaborer un guide recensant les connaissances en sciences indispensables dès l'entrée en école d'ingénieur, en particulier pour les disciplines comme l'informatique, la physique et la mécanique. En ce moment, le groupe travaille sur le format que devra avoir ce texte et les thèmes mathématiques qu'il conviendra d'y aborder.

Secteur grand public

Cycle de conférences « Un texte, un mathématicien »

Pour la septième année consécutive, la SMF organise avec *Animath* et la BnF un cycle de quatre conférences annuelles intitulé « Un texte un mathématicien » qui se déroule dans le grand auditorium de la Bibliothèque nationale de France (site François Mitterrand). Des mathématiciens sont choisis pour évoquer pendant une heure et demie un texte, une lettre, un article d'un mathématicien célèbre, qui les aura marqués voire qui aura joué un rôle important dans leur carrière de chercheur. Quatre conférences ont eu lieu :

(1) le 9 février 2011 : « La découverte de Fourier : Même le feu est régi par les nombres » par Jean-Pierre Demailly.

(2) le 23 mars 2011 : « Les mystères de la fonction zeta de Riemann » par Antoine Chambert-Loir.

(3) le 6 avril 2011 : « Laplace, le hasard et ses lois universelles » par Alice Guionnet.

(4) le 11 mai 2011 : « La régulation des systèmes complexes depuis Maxwell » par Jean-Michel Coron.

[10] Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques.

À nouveau le succès était au rendez-vous, avec plus de 250 personnes à chaque conférence, remplissant le grand auditorium de la BnF. Comme chaque année la SMF et *Animath*, avec les inspecteurs de mathématiques des trois académies de l'Île-de-France, organisent la venue de nombreuses classes de lycées à ces conférences. Certaines de ces classes bénéficient en outre d'une conférence préparatoire, dans leur établissement, par un enseignant-chercheur volontaire. Environ 400 lycéens ont pu participer en 2011.

La SMF souhaite étendre le cycle en province et a pour cela obtenu l'accord de la BnF. La formule a été étrennée à Avignon le 25 mars 2011, avec une reprise de l'exposé de Cédric Villani, « Les prodigieux théorèmes de Monsieur Nash ». Grâce à une magnifique organisation locale, orchestrée par Thierry Barbot, l'opération a été un franc succès, l'amphithéâtre de 600 places n'ayant pas suffi à accueillir le public venu massivement de toute la région. *Animath* a apporté une aide logistique précieuse pour l'organisation des conférences préparatoires dans les lycées. L'expérience a été renouvelée le 18 mai, à Grenoble, où Jean-Pierre Kahane a parlé de « Deux feuilles sur un mémoire de Fourier, histoire, énigmes et leçons » au musée de Grenoble. L'Institut Joseph Fourier a ainsi fêté les 200 ans de l'article fondateur de la théorie de la chaleur, écrit par Fourier. La SMF souhaite poursuivre l'expérience et met sur pied un comité scientifique dédié au pilotage de ces conférences.

Cycle de conférences « Une question, un chercheur » à l'IHP

Ce cycle organisé par la SMF et la SFP, en collaboration avec l'IHP et l'UPS, continue avec succès avec l'aide de Nicolas Tosel. Le cycle « Une question, un chercheur », qui se déroule à l'IHP, est à destination des élèves du premier cycle du supérieur (université et classes préparatoires). Les conférenciers sont aussi invités à parler de leur métier de chercheur. Deux conférences ont eu lieu cette année. La première a été présentée par Alain Connes en novembre 2010 « Espace-temps, nombres premiers, deux défis pour la géométrie ? » et a connu un très grand succès. Elle est maintenant accessible sur le Web. Gérard Férey, physicien, a donné la deuxième intitulée : « De la genèse aux applications des nouveaux solides poreux ou... les miracles des trous ! » en mars 2011. Malgré un sujet passionnant l'audience n'a pas été au rendez-vous pour des raisons conjecturelles.

Promenades mathématiques

Les Promenades mathématiques sont une initiative destinée à favoriser la diffusion de la culture mathématique auprès de tous les publics. Elles sont organisées conjointement par la SMF et *Animath*, sous la responsabilité de Benoît Rittaud. Ce sont des ateliers ou des conférences, pouvant être interactifs, de vulgarisation des mathématiques dans des cadres divers : établissements scolaires, mais aussi associations, médiathèques, lieux de culture (expositions commentées, conférences tout public, ateliers) comités d'entreprises (conférences pendant les pauses déjeuners, pour les soirées, ...), manifestations scientifiques ou culturelles, etc. L'ensemble des conférences disponibles est regroupé dans un catalogue en ligne. Un comité scientifique a été créé afin de réfléchir à un enrichissement du catalogue.

Participation à des salons

La SMF continue d'être présente sur divers salons dont les enjeux sont liés à la connaissance, la recherche et la diffusion des sciences. La SMF était notamment présente au salon de l'éducation, en novembre 2010, où les sociétés de mathématiques étaient accueillies sur le stand de l'ONISEP. Ce salon nous permet de renseigner de nombreux étudiants sur les métiers des mathématiques, grâce aux collègues qui viennent animer le stand. De plus, il donne une visibilité accrue à nos sociétés auprès du grand public. Les sociétés savantes de mathématiques ont aussi tenu un stand au salon de l'ADREP fin janvier 2011. Ce salon permet d'aider les lycéens à faire un choix parmi les études possibles après le bac. Comme chaque année la SMF a pris part activement au salon organisé fin mai à l'UPMC (Jussieu) par le Centre International des Jeux Mathématiques, où elle a partagé un stand avec la SFdS, la SMAI et Femmes et mathématiques.

Deuxième édition de la brochure « L'explosion des mathématiques »

La SMF et la SMAI ont réalisé en juillet 2002 une brochure intitulée « L'explosion des mathématiques ». Elle a bénéficié de la collaboration de nombreux collègues et a pour but de montrer à un large public l'intérêt et la modernité des mathématiques, et d'expliquer les enjeux de la recherche. La première édition de la brochure a été tirée à 15000 exemplaires, et est maintenant épuisée : elle a été largement distribuée lors des Fêtes de la Science et autres manifestations mathématiques. Une seconde édition est en cours de préparation, avec de nouveaux partenaires : la SFdS et la Fondation sciences mathématiques de Paris. L'objectif est de réactualiser le contenu scientifique de la brochure, d'en améliorer la présentation, et d'assurer une diffusion la plus large possible. Un comité scientifique a été constitué, coordonné par Anne De Bouard (SMAI) où la SMF est représentée par Nalini Anantharaman, Yann Ollivier et Filippo Santambrogio.

Maths et Travaux

La page web « Maths et Travaux » a été ouverte à l'automne 2010 grâce au travail de Michel Darche. Elle répertorie les objets mathématiques, expositions, animations, élaborés à l'occasion des « Fêtes de la Science » ou d'autres manifestations, et qui sont disponibles pour être réutilisés. Cette page a donc pour but de mettre en contact des collègues intéressés par ce type de réalisations en établissant ainsi une sorte de « bourse d'échange ».

Cap'Maths

La SMF est un des partenaires fondateurs dans le projet Cap'Maths, déposé fin février par Animath dans le cadre de l'« appel à projets pour le développement de la culture scientifique et égalité des chances », programme d'investissement lancé par l'État dans la foulée du Grand Emprunt. Le projet Cap'Maths vise à créer un « consortium » qui financera des initiatives en faveur de la diffusion de la culture mathématique et de l'égalité des chances dans les études de mathématiques. La SMF interviendrait dans le comité d'orientation du consortium. Le projet est en cours d'évaluation.

Publications

État des publications

La situation des publications de la SMF est saine. Le retard sur presque toutes nos séries est rattrapé et nous sommes convenablement en avance sur les futurs numéros à paraître. Les trois priorités restent la qualité, tant au niveau du contenu que de la forme, le service aux auteurs et le service à la communauté. Un effort important vers la promotion et la surveillance des abonnements est en cours.

Faits à signaler pour 2010/2011

Les publications de la SMF ont été présentées à la conférence ICM. Cela a été l'occasion d'un échange fructueux avec les collègues, mais aussi avec des bibliothécaires et d'autres éditeurs. Nous avons aussi constaté que les publications de la SMF ont une excellente presse, mais que beaucoup les croient essentiellement en français (malgré le large choix de titres en anglais sur l'étalage). Les *Annales de l'Institut Fourier*, le *Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux*, les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* et les *Annales Mathématiques Blaise Pascal*, revues publiées par le monde académique français de façon non commerciale, étaient aussi présentées sur le stand.

Un contrat de distribution a été signé en janvier entre la SMF et Hindustan Book Agency afin de rendre les publications de la SMF disponibles en Inde avec des frais de port réduits. L'effet de ce contrat commence à se voir.

Les relations avec Numdam et la cellule Math Doc de Grenoble se normalisent : les méta-données leur sont transmises dès parution ; ils archivent le *Bulletin* de la SMF, les *Mémoires* de la SMF, les *Annales de l'ÉNS*, la sous-collection d'*Astérisque* constituée des séminaires Bourbaki, et bientôt, si les essais sont concluants, la *revue d'histoire des mathématiques* et les rendent disponibles en accès libre sur leur site au bout de dix ans.

La publication des œuvres de Laurent Schwartz en collaboration avec l'École Polytechnique et Numdam est presque terminée. Une souscription a été ouverte pour ce numéro particulier de la collection *Documents mathématiques* qui sortira à l'automne. Ces trois volumes contiennent aussi un DVD avec notamment des extraits d'exposés de Laurent Schwartz.

Un contrat de publication commune avec l'université de Stanford a été finalisé pour la traduction de deux livres de Donald E. Knuth « éléments pour une histoire de l'informatique » et « Algorithmes ». Ceci entre dans la ligne générale d'élargissement de notre spectre de thèmes couverts.

Un rapport détaillé par publications sera présenté ultérieurement, mais voici quelques faits saillants.

Pour rattraper le retard accumulé, les deux années 2009 et 2010 de la collection *Astérisque* ont été publiées cette année. Le même mouvement a été entrepris sur la collection *Panoramas & Synthèses*, mais il reste là un retard [raisonnable] qui sera comblé cette année. La collection *Séminaires & Congrès* s'étoffe. Enfin, après un creux de plusieurs années, la collection *Documents Mathématiques* propose cette année plusieurs nouveaux ouvrages.

L'entreprise de rénovation de la partie publication du site web a commencé. À l'heure actuelle le style et la forme globale ont été déterminés, et Laurent Koelblen a commencé le travail à proprement parler ; une concertation plus fine avec les comités de rédaction est à venir. Cette nouvelle version est espérée pour janvier 2012. Une des idées directrices présidant à cette création est de se préoccuper plus particulièrement des nouveaux utilisateurs du site.

Concernant la promotion, deux directions ont été décidées, après quelques mois de réflexion et d'essais : d'une part agrandir la surface de présentation sur internet, et d'autre part suivre les abonnements revue par revue en croisant leurs fichiers et éventuellement en plaçant des encarts dans certaines revues (*Notices de l'AMS*, *Newsletter de la LMS*, *Journal de l'EMS*). Une partie du travail de M. Bousquet (qui a rejoint la SMF cette année) est dédiée à cet aspect. Dans cette optique, un espace Société Mathématique de France a été ouvert sur Facebook, notamment pour présenter ses publications, et dans le même esprit, le site web présentera plus en détail certaines publications choisies à terme.

La cellule de diffusion de Marseille s'occupe dorénavant du routage et décide elle-même de ses rythmes. Cette spécificité permet d'affiner les actions, et par exemple les envois de stock vers l'AMS ont été réduits. De façon générale, la collaboration des composantes marseillaises et parisiennes est très fructueuse.

Un poste de directeur adjoint pour les publications, confié à Jean-Paul Allouche, a été créé, pour seconder Olivier Ramaré.

Les comités de rédaction ont été encouragé avec un certain succès à essayer d'être représentatifs de la communauté mathématique française, tant au niveau du rapport hommes/femmes que du rapport Paris/province.

Perspectives

Nous souhaitons globalement étendre notre surface de vente. Les volumes publiés sont de qualité, il est dommage qu'ils ne soient pas plus accessibles. Ceci demande un meilleur accès web, une meilleure présentation, une présence accrue aux congrès. Nous nous sommes engagés sur ces trois axes.

Dans la même optique, il est souhaitable que les publications de la SMF couvrent tout le spectre des mathématiques de façon plus uniforme.

L'année qui vient va notamment être consacrée à la mise en place d'outils statistiques pour pouvoir suivre de façon fine les coûts divers et utiliser au mieux les marges de manœuvres, ou pour réagir rapidement aux mouvements de ce domaine des publications en pleine mutation.

Un comité, pour décider des rééditions et de volumes à présenter aux colloques, commence à être mis en place. D'autres tâches ont ralenti sa mise en place, mais celle-ci devrait avoir lieu dans l'année qui vient.

La base de publications gérée actuellement par le logiciel 4D doit être modernisée de façon urgente.

Conclusion

Le secteur des publications est un secteur clé pour les mathématiciens et la SMF continue de travailler dans le but de rendre service à la communauté, qui en retour la soutient. Nous entendons nous adapter aux mutations en cours, notamment par un recours accru à l'électronique, mais préserver la qualité, ce qui implique une certaine lenteur.

Bilan financier de l'année 2010

Le résultat de l'année 2010 (hors CIRM) est légèrement déficitaire (déficit de 7000 Euros). Celui de l'année précédente était déficitaire de 700 Euros.

Grandes masses de l'exécution du budget de la SMF seule

Le volume des produits est de 1155,3 kE en 2010 (pour 1037 kE en 2009), dont 611 kE de recettes. Le volume des charges globales est de 1170,6 kE en 2010 (pour 1046 kE en 2009), dont 838 kE de dépenses.

Produits d'exploitation

Ce sont essentiellement les ressources dues aux ventes de produits finis, cotisations, subventions. Les produits financiers représentent la rénumération des fonds placés.

(1) Recettes dues aux revues : 475 kE (contre 427 kE en 2009).

(2) Cotisations, abonnements à la *Gazette* : 100 kE (contre 110 kE en 2009).

(3) Produits financiers : en légère baisse 4,1 kE en 2010, à comparer aux 7,5 kE en 2009 (33 kE en 2008, avant la crise !).

Charges d'exploitation

Ce sont essentiellement les charges dues au personnel, les achats divers, les impôts et taxes.

(1) Masse salariale

Le montant des salaires, hors charges et primes, du personnel est de 338 kE, il faut ajouter 146 kE de charges. Par ailleurs les salaires du personnel SMF détaché au CIRM nous sont remboursés (159 kE en 2010).

Les chiffres de la masse salariale globale des années précédentes sont :

- en 2009 : 295 kE et 125 kE
- en 2008 : 288 kE et 116 kE,
- en 2007 : 325 kE et 126 kE,

La masse salariale a augmenté cette année (embauche d'un salarié à mi-temps à Paris pour l'installation d'un nouveau système de gestion, embauche d'un salarié à mi-temps à Paris au service des publications, embauche au CIRM). La reconstruction du système de gestion est un travail plus long que prévu au départ mais indispensable, l'intérêt de ce travail apparaît au fur et à mesure de la mise en service des nouvelles fonctionnalités. De nouvelles revues voient le jour et différentes actions vers le grand public (par exemple la *Série T*, présence de la SMF sur de nombreux stands) rendaient nécessaire l'embauche d'un nouveau salarié pour les publications.

(2) Frais de fabrication

Les frais de fabrication (hors composition) s'élèvent à 106 kE (85 kE en 2009, 90 kE en 2008, 66 kE en 2007). Les frais de composition sont de 39 kE (23 kE en 2009).

(3) Honoraires et assurances

Les honoraires (11 kE pour le commissaire aux comptes) et assurances (2 kE) sont stables.

À noter 7 kE dans la rubrique « publicité » dûs aux différentes actions publicitaires en direction de la Communauté Mathématique et du Grand Public.

(4) Frais de maintenance informatique

Les frais de maintenance restent faibles : 6,7 kE (6 kE en 2009).

(5) Affranchissements

Le poste affranchissement, toutes revues confondues, est de 95 kE en 2010, il était de 74 kE en 2009.

Les revues de la SMF

Le retard dans les Publications constaté en 2007 et 2008, partiellement résorbé en 2009, a été pratiquement rattrapé en 2010. C'est un point très positif pour la SMF. Ceci gonfle la partie recettes pour les Publications mais aussi la partie dépenses dans les rubriques fabrication, composition et affranchissements.

Par ailleurs, l'AMS a payé les abonnements dans les délais normaux et donc, dans les comptes 2010, n'apparaît plus de provision pour créance, celle qui existait en 2009 a été reprise.

Les ventes des Publications ont rapporté 475 kEuros nets (427 kE en 2009). *Astérisque* est largement excédentaire (+ 30 kE). L'ensemble *Bulletin et Mémoires* est déficitaire (- 44 kE), sans doute en raison de l'introduction d'une édition électronique. Les autres revues sont à peu près à l'équilibre ou faiblement déficitaires.

Budget du CIRM

Le compte de résultat du CIRM présente un excédent comptable de 191 kE (+ 1,2 kE en 2009, + 91 kE en 2008).

L'excédent traduit un soutien financier plus important de la part de l'INSMI (CNRS) pour la politique de subventions de nuitées mise en place par le CIRM et qui est opérationnelle depuis janvier 2011.

La recette due aux rencontres (1069 kE) est en augmentation, cela s'explique, entre autres, par la croissance du nombre de congressistes.

L'ensemble des subventions d'exploitation pour 2010 notifié dans le Compte de Résultats s'élève à 586 kE. Cela comprend la subvention du Ministère de la Recherche de 391 kE (identique à celle de 2009), les subventions du CNRS ainsi que des petites subventions de la ville de Marseille et du Conseil Régional.

La redevance à Eurest (société chargée de la restauration et de l'entretien) s'est élevée à 846 kE (787 kE en 2009).

Dans le cadre de la rénovation des bâtiments, une subvention de 300 kE a été octroyée par le Ministère de la Recherche pour la période 2009-2011.

Les subventions sont vitales pour la vie du CIRM s'il veut rivaliser avec les centres internationaux de rencontres mathématiques (Oberwolfach, Banff) qui financent entièrement les séjours.

Conclusion sur la situation financière de l'ensemble SMF/CIRM

Les chiffres qui apparaissent dans les Comptes de Résultat sont très proches de ceux de l'année dernière. Il y a, comme précédemment, une très bonne maîtrise des dépenses de fonctionnement. Les salaires sont en augmentation régulière, l'augmentation est alignée sur celle au CNRS ; la masse salariale est en augmentation suite à l'embauche en CDD et CDI de plusieurs personnes à Paris et Marseille. En 2010 a été mis en place un Compte-Epargne-Temps pour les salariés qui le désirent.

Le secteur des Publications est quasiment à l'équilibre. La création de la *Série T,* en direction du grand public, diversifie le domaine des Publications de la SMF et devrait être positive pour les recettes dans l'avenir.

Les rentrées des placements restent positives malgré la crise mais ont accusé une baisse importante.

La situation financière est à peu près à l'équilibre.

Remerciements

Le rapport moral fait le bilan de l'ensemble des activités menées au sein de la SMF depuis un an. Il est le reflet du travail effectué par de très nombreux bénévoles, que nous remercions. Citons en particulier les membres du Bureau, du Conseil d'administration et du conseil scientifique de la SMF, les directeurs et les membres de nos comités de rédaction, et tous ceux que nous sollicitons, ponctuellement ou régulièrement, et qui offrent leur temps et leurs compétences avec une très grande générosité.

Ce rapport a été rédigé par Jean-Paul Allouche, Nalini Anantharaman, Jean-Marie Barbaroux, Arnaud Beauville, Patrick Foulon, Valérie Girardin, Michel Granger, Bernard Helffer, Yann Lefeuvre, Pierre Loidreau, Frédéric Patras, Olivier Ramaré, Emmanuel Russ, Micheline Vigué, avec l'aide de Sabine Albin, Marc Bousquet, Nathalie Christiaën, Christian Munusami et Claire Ropartz.

MATHÉMATIQUES

Décomposition effective de Jordan-Chevalley

Danielle Couty[1], Jean Esterle[2] et Rachid Zarouf[3]

1. Introduction

On note $\mathcal{M}_n(k)$ l'algèbre des matrices $n \times n$ à coefficients dans un corps k, et on note $\mathcal{GL}_n(k)$ le groupe des éléments inversibles de $\mathcal{M}_n(k)$. Une matrice $V \in \mathcal{M}_n(k)$ est dite unipotente si $I_n - V$ est nilpotente, I_n désignant la matrice unité. Le théorème de décomposition de Jordan, sous sa forme additive, montre que toute matrice $U \in \mathcal{M}_n(k)$ s'écrit de manière unique sous la forme $U = D + N$, où $D \in \mathcal{M}_n(\tilde{k})$ est diagonalisable sur le corps de décomposition $\tilde{k}$ du polynôme caractéristique p_U de U, et où N est nilpotente et commute avec D. De plus il existe $p \in k[x]$ tel que $D = p(U)$, $N = U - p(U)$.

Si k est un corps parfait, c'est-à-dire si tout polynôme irréductible $p \in k[x]$ est à racines simples dans son corps de décomposition, alors D est N appartiennent à $\mathcal{M}_n(k)$. Cette propriété reste vérifiée sans hypothèse particulière sur k quand tout facteur irréductible de p_U est à racines simples dans son corps de décomposition.

En posant $V = I + D^{-1}N$, on déduit immédiatement de la forme additive de la décomposition de Jordan que si k est parfait alors toute matrice $U \in \mathcal{GL}_n(k)$ s'écrit de manière unique sous la forme

$$U = DV, \tag{1}$$

avec $D \in \mathcal{GL}_n(k)$ diagonalisable sur le corps de décomposition de p_U, et V unipotente commutant avec D.

Le but de cet article est d'attirer l'attention sur le fait que ces décompositions de Jordan sont *effectivement calculables* à partir du polynôme caractéristique p_U de U. La méthode, qui date du début des années 50, est due à Claude Chevalley. Elle est directement inspirée de la méthode de Newton, ou « méthode de la tangente », qui fournit un schéma d'approximation d'une racine de l'équation $f(x) = 0$. La méthode de Newton consiste à choisir convenablement x_0 et à poser, pour $m \geqslant 0$,

$$x_{m+1} = x_m - \frac{f(x_m)}{f'(x_m)}.$$

[1] IMT Toulouse, UMR 5219, danielle.couty@iut-tarbes.fr.
[2] Université de Bordeaux, IMB, UMR 5251, ESTIA, Technopole Izarbel, j.esterle@estia.fr.
[3] Université de Provence, CMI-LATP, UMR 6632, rzarouf@cmi.univ-mrs.fr.

Des hypothèses classiques permettent de garantir que la suite $(x_m)_{m\geqslant 0}$ converge vers une solution x de l'équation $f(x) = 0$. L'idée qui sous-tend l'algorithme de Chevalley est de trouver de cette façon une solution non triviale D de l'équation $\tilde{p}(D) = 0$, où $\tilde{p}$ est le produit des facteurs irréductibles distincts, à racines distinctes dans leur corps de décomposition, d'un polynôme annulateur p de la matrice U. Il n'y a aucun problème de convergence ici, car la suite obtenue est stationnaire : si $p = p_1^{n_1} \dots p_m^{n_m}$ est la décomposition en produit de facteurs irréductibles distincts de p, et si on pose

$$D_0 = U,\ D_{n+1} = D_n - \tilde{p}(D_n)[\tilde{p}'(D_n)]^{-1},$$

alors la suite $(D_n)_{n\geq 0}$ est bien définie, et $D_n = D$ pour $2^n \geq \max_{1\leq j\leq m} n_j$, (voir Section 2, Théorème 1). Le fait que $\tilde{p}'(D_n)$ est inversible résulte du fait que $\tilde{p}'$ est premier avec $\tilde{p}$, donc $p'(D_n)^{-1} = q(D_n)$, où $q \in k[x]$ est un inverse de $\tilde{p}'$ mod p, car on vérifie que $p(D_n) = 0$ pour $n \geq 0$ (en fait on peut prendre un inverse de $\tilde{p}'$ mod $p_1^{n_1-1} \dots p_m^{n_m-1}$). On trouvera la version originale de cet algorithme (théorème 7 page 71) dans l'ouvrage publié en 1951 par C. Chevalley [6].

Cette méthode est bien connue dans les préparations à l'agrégation [13], [26], [14], et est par exemple proposée en exercice p.62-63 de l'ouvrage récent de A. Boyer et J. Risler [3], mais elle ne semble pas avoir eu jusqu'ici la diffusion qu'elle mérite dans les enseignements au niveau L2-L3. Beaucoup de collègues sont étonnés d'apprendre que le calcul de la décomposition de Jordan-Chevalley, souvent appelée décomposition de Dunford, ne nécessite pas la connaissance des valeurs propres de la matrice considérée.

La forme multiplicative de la décomposition de Jordan-Chevalley joue un rôle important dans la théorie des groupes algébriques, c'est à dire des sous-groupes G de $\mathcal{G}L_n(k)$ de la forme

$$G = \left\{ U = (u_{i,j})_{\substack{1\leq i\leq n\\ 1\leq j\leq n}} \mid \varphi_\lambda[u_{1,1},\ u_{1,2}, \dots,\ u_{n,n-1},\ u_{n,n}] = 0, \lambda \in \Lambda_G \right\},$$

où Λ_G est une famille d'indices et $(\varphi_\lambda)_{\lambda\in\Lambda_G}$ est une famille de polynômes en n^2 variables à coefficients dans k. En effet si k est parfait, et si $G \subset \mathcal{G}L_n(k)$ est un groupe algébrique, alors la partie diagonalisable D et la partie unipotente V de la décomposition de Jordan-Chevalley $U = DV$ d'un élément U de G, appartiennent à G. Ce fait a été largement utilisé par le premier auteur dans sa thèse [8]. Outre l'ouvrage fondateur de Chevalley [6] déjà mentionné plus haut, nous renvoyons aux monographies de Borel [1] et Humphreys [17] pour une présentation générale de la théorie des groupes algébriques.

Nous résumons maintenant brièvement la suite de l'article. Dans la partie II nous donnons une version très générale de la décomposition de Jordan-Chevalley en nous plaçant de même que dans [10] dans le cadre d'une algèbre A sur un corps k. En reprenant une terminologie introduite dans [4], Chapitre VII pour les endomorphismes, on dit que $u \in A$ est absolument semi-simple (resp. semi-simple, resp. séparable) s'il possède un polynôme annulateur premier à son polynôme dérivé (resp. dont les facteurs irréductibles sont distincts, resp. dont les facteurs irréductibles sont premiers à leur polynôme dérivé). On montre alors que tout élément séparable u de A s'écrit de manière unique sous la forme $u = d + n$, avec $d \in A$ absolument semi-simple et $n \in A$ nilpotent. La démonstration est essentiellement la démonstration originale de Chevalley, même si pour la preuve de l'unicité nous donnons une démonstration directe qui évite le recours habituel au corps de décomposition du polynôme minimal de u.

On conclut cette section en rappelant la caractérisation des corps parfaits et en donnant des exemples d'endomorphismes semi-simples qui ne sont pas absolument semi-simples. De tels endomorphismes n'admettent pas de décomposition de Jordan, comme l'a observé Bourbaki dans [4], Chapitre VII.

À la section III nous illustrons le caractère effectif de l'algorithme de Chevalley sur un exemple : quand k est de caractéristique nulle le polynôme $\tilde{p}$ utilisé dans l'algorithme est égal à $\frac{p}{pgcd(p,p')}$, et dans le cas d'une matrice U on peut prendre $p = p_U$ où p_U désigne le polynôme caractéristique de U. On est donc ramené via l'algorithme d'Euclide étendu à une suite de divisions euclidiennes précédée d'un calcul de déterminant. Avec l'aide de Maple nous montrons ainsi comment calculer la décomposition de Jordan-Chevalley d'une matrice $U \in \mathcal{M}_{15}(\mathbb{R})$ dont les 5 racines, de multiplicité 3, ne sont pas calculables.

À la section IV nous discutons une autre méthode, utilisée par A. Borel dans [1] et basée sur un système $\mathcal{S}$ d'équations de congruence, qui permet de montrer l'existence de la décomposition de Jordan (en utilisant un peu de théorie de Galois pour montrer que le polynôme permettant de calculer le terme absolument semi-simple d de la décomposition est à coefficients dans k) et de la calculer explicitement quand on connaît les racines d'un polynôme annulateur. La partie absolument semi-simple d d'un élément séparable u d'une k-algèbre A s'écrit alors sous la forme $d = q(u)$, où q est une solution quelconque de $\mathcal{S}$. De même que dans [26] nous montrons que l'algorithme de Newton permet de calculer une solution q du système $\mathcal{S}$ sans faire intervenir les racines. Il n'y a pas de nouveau calcul à faire puisque q s'obtient en appliquant directement l'algorithme de la section II à $\pi(x)$, où p désigne un polynôme annulateur de u dont les facteurs irréductibles sont à dérivée non nulle et où $\pi : k[x] \to k[x]/pk[x]$ désigne la surjection canonique. En utilisant Maple nous donnons la valeur du polynôme p de degré 14 tel que la partie diagonalisable D de la matrice U étudiée à la section III soit égale à $p(U)$.

Nous indiquons dès maintenant pourquoi nous avons préféré appeler la décomposition discutée dans cet article « décomposition de Jordan-Chevalley » plutôt que « décomposition de Dunford ». On trouve bien dans un article écrit en 1954 par N. Dunford [11] une décomposition de type Jordan en théorie spectrale[4], mais cet article est postérieur à l'ouvrage de Chevalley cité plus haut. Ceci justifie pour nous la terminologie de « décomposition de Jordan-Chevalley », ce que nous développerons davantage dans la partie V en étudiant quelques étapes historiques du « théorème de Jordan ». Cette terminologie est d'ailleurs la terminologie utilisée par J. E. Humphreys dans les deux ouvrages où il présente cette décomposition, voir [16], page 17 et [17], page 18. Nous complétons cette présentation historique à la section VI en mentionnant deux aspects de la décomposition multiplicative de Jordan dans les groupes de Lie semi-simples : la décomposition d'un élément d'un groupe de Lie réel semi-simple et connexe en produit d'un élément « elliptique » e,

---

4 Les résultats de 1954 sont largement diffusés à partir de 1971, date de la parution de l'ouvrage de Dunford et Schwartz *Linear operators* [12]. Les auteurs présentent les résultats de 1954 de Dunford au tome III, paragraphe « The Canonical Reduction of a Spectral Operator », pages 1937-1941, (voir aussi la note page 2096) et les généralisent ([12], Théorème 8 p.2252).

d'un élément « hyperbolique » h et d'un élément unipotent u qui commutent entre eux, et un résultat très récent de Venkataramana [29] qui montre que si G est un groupe de Lie linéaire semi-simple réel et si $g = su$ est la décomposition de Jordan d'un élément g d'un réseau Γ de G alors il existe $m \geq 1$ tels que $s^m \in \Gamma$ et $u^m \in \Gamma$.

Enfin dans la section VII nous discutons l'intérêt d'utiliser la décomposition de Jordan-Chevalley pour des enseignements à un niveau relativement élémentaire, en nous appuyant sur l'expérience acquise à l'École d'Ingénieurs ESTIA de Bidart, dont les promotions (150 élèves de 1e année en 2010-2011) sont composées pour deux tiers d'élèves issus de diverses classes préparatoires, l'autre tiers étant majoritairement formé de titulaires d'un DUT.

2. L'algorithme de Newton pour la décomposition de Jordan-Chevalley

Soit k un corps, soit $k[x]$ l'anneau des polynômes à coefficients dans k. On dit qu'un polynôme non constant $p \in k[x]$ est *séparable* s'il est premier à son polynôme dérivé p' (c'est évidemment le cas si p est irréductible et si $p' \neq 0$). Il résulte immédiatement de l'identité de Bezout que si q est un diviseur non constant d'un polynôme séparable p alors q est séparable. Si p et q sont séparables et premiers entre eux, alors p est premier à $p'q$, donc à $p'q + q'p = (pq)'$. De même q est premier à $(pq)'$, et par conséquent pq est premier avec $(pq)'$ donc pq est séparable. On en déduit immédiatement que le produit d'une famille finie de polynômes séparables premiers entre eux deux à deux est séparable.

Soit A une k-algèbre générale unitaire d'unité notée 1_A. On pose $[u, v] = uv - vu$ pour $u, v \in A$, $p(u) = p_0 1_A + p_1 u + ... + p_n u^n$ pour $p = p_0 + p_1 x + \cdots + p_n x^n \in k[x]$ et $u \in A$, et on dit que p est un polynôme annulateur de u si $p(u) = 0$. Par convention, les facteurs irréductibles d'un polynôme $p \in k[x]$ sont supposés unitaires. Les notions suivantes sont une extension aux éléments d'une k-algèbre générale de notions introduites dans [4], Chapitre VII pour les endomorphismes d'un k-espace vectoriel.

Definition 1. *On dit que $u \in A$ est*

(i) absolument semi-simple si u possède un polynôme annulateur séparable,

(ii) semi-simple si u possède un polynôme annulateur dont tous les facteurs irréductibles sont distincts,

(iii) séparable si u possède un polynôme annulateur $p \in k[x]$ dont tous les facteurs irréductibles sont séparables.

On dit qu'un couple (d, s) d'éléments de A, avec d absolument semi-simple, s nilpotent est une décomposition de Jordan-Chevalley de $u \in A$ quand $u = d + s$ et $[d, s] = 0$.

Soit u un élément de A possédant un polynôme annulateur. Comme tout diviseur non constant d'un polynôme séparable est séparable, on voit que u est absolument semi-simple si et seulement si son polynôme minimal est séparable, et que u est séparable si et seulement si tous les facteurs irréductibles de son polynôme minimal sont séparables.

Notons que si $u \in A$ admet une décomposition de Jordan-Chevalley (d, s) alors u est séparable. En effet dans ce cas soit p le polynôme minimal de d. On a $p(u) = p(d) + sv = sv$, avec $v \in A$, $[s, v] = 0$, et sv est nilpotent. Donc il existe un entier $m \geq 1$ tel que $p(u)^m = 0$. Comme tout diviseur irréductible de p^m divise p, u est séparable.

Il est bien connu que si u et v sont absolument semi-simples, et si $[u,\, v] = 0$, alors $u + v$ est absolument semi-simple. Nous donnons ici un résultat qui est suffisant pour montrer l'unicité de la décomposition de Jordan, et dont la démonstration ne fait pas appel à la notion de clôture algébrique.

Proposition 1. *Soient u et v deux éléments absolument semi-simples d'une algèbre unitaire A sur un corps k, et soit $k[u,\, v]$ la sous-algèbre unitaire de A engendrée par u et v. Si $[u,\, v] = 0$, alors $k[u,\, v]$ ne contient aucun élément nilpotent non nul.*

Preuve : Soit $p \in k[x]$ le polynôme minimal de u. Comme u est absolument semi-simple, il existe une famille $p_1, \dots,\, p_s$ de polynômes unitaires irréductibles distincts sur k tels que $p = p_1 \dots p_s$. Posons $P_i = \prod_{j \neq i} p_j$. D'après le théorème de Bezout il existe $\varphi_1, \dots,\, \varphi_s \in k[x]$ tels que $\sum_{j=1}^{s} \varphi_i P_i = 1_k$. Posons $e_i = \varphi_i(u) P_i(u)$, $u_i = e_i u$ et $A_i = e_i k[u,\, v]$. Alors $\sum_{i=1}^{s} e_i = 1_A$, $e_i \neq 0$, $e_i e_j = 0$ pour $i \neq j$, ce qui implique $e_i^2 = e_i \neq 0$ pour tout i; A_i est unitaire d'unité e_i et $k[u,\, v] = \oplus_{1 \leq i \leq s} A_i$. Comme $e_i p_i(e_i u) = e_i p_i(u) = 0$, le polynôme minimal de u_i considéré comme élément de la k-algèbre unitaire A_i divise p_i, donc est égal à p_i. Donc $k[u_i] \subset A_i$ est un corps isomorphe à l'algèbre quotient $k[x]/p_i k[x]$.

Considérons maintenant A_i comme une $k[u_i]$-algèbre unitaire. Alors $v_i := e_i v$ est un élément absolument semi-simple de A_i et en raisonnant de même que ci-dessus on construit une famille $(e_{i,j})_{1 \leq j \leq \alpha_i}$ d'éléments non nuls de A_i, avec $\alpha_i \geq 1$, vérifiant $e_{i,j} e_{i,j'} = 0$ pour $j' \neq j$ et $\sum_{j=1}^{\alpha_i} e_{i,j} = e_i$ et tels que $A_{i,j} := e_{i,j} A_i = e_{i,j} k[u,v] = e_{i,j} k[u_i][v] = e_{i,j} k[u_i][e_{i,j} v]$ soit un corps d'unité $e_{i,j}$.

Soit maintenant w un élément nilpotent de $k[u,\, v]$. Alors $e_{i,j} w$ est nilpotent, donc $e_{i,j} w = 0$ pour $1 \leq j \leq s, 1 \leq j \leq \alpha_i$ et $w = 1_k w = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{\alpha_i} e_{i,j} w \right) = 0.$ □

On va maintenant démontrer une version très générale du théorème de décomposition de Jordan-Chevalley, en utilisant un algorithme, directement inspiré par la méthode de Newton, introduit par C. Chevalley.

Théorème 1. *Soient k un corps, A une k-algèbre, u un élément séparable de A, et $p = p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r} \in k[x]$ un polynôme annulateur unitaire de u dont les facteurs irréductibles unitaires $p_1, \dots,\, p_r$ sont séparables. On pose $m = \max_{1 \leq j \leq r} m_j$, $\tilde{p} = p_1 \dots p_r$, $\overline{p} = p/\tilde{p}$, de sorte que $\tilde{p}$ est séparable. Il existe $q \in k[x]$ tel que $q\tilde{p}' \equiv 1 \bmod \overline{p}$. On définit par récurrence une suite $(d_n)_{n \geqslant 0}$ d'éléments de A en posant*

$$\begin{cases} d_0 = u \\ d_{n+1} = d_n - \tilde{p}(d_n) q(d_n) \text{ pour } n \geqslant 0. \end{cases}$$

Soit N le plus petit entier tel que $2^N \geq m$. Alors $\tilde{p}(d_N) = 0$, d_N est absolument semi-simple, $u - d_N$ est nilpotent, $[d_N,\, u - d_N] = 0$ et $(d_N,\, u - d_N)$ est l'unique décomposition de Jordan-Chevalley de u.

Preuve. Comme $\tilde{p}'$ est premier avec $\tilde{p}$, il est premier avec p_j pour $1 \leq j \leq r$, donc il est premier avec p et $\overline{p}$, ce qui permet de construire q.
Soit $B := \{h(u)\}_{h\in k[x]}$. Il est clair que B est commutative, et que $d_n \in B$ pour $n \geq 0$.
Observons tout d'abord que si $f \in k[x]$, on a, pour $v,\, w \in B$,

$$f(v+w) - f(v) \in wB,\; f(v+w) - f(v) - wf'(v) \in w^2B. \tag{2}$$

Si $v \in B$ vérifie $p(v) = 0$, et si $w \in \tilde{p}(v)B$, alors $p_j(v+w) - p_j(v) \in wB \subset p_j(v)B$, donc $p_j(v+w) \in p_j(v)B$ pour $1 \leq j \leq r$, ce qui montre que $p(v+w) = 0$.
Comme $d_0 = u$, et comme p est un polynôme annulateur de u, une récurrence immédiate montre que $p(d_n) = 0$ pour $n \geq 1$.
On a alors, ($\tilde{p}'$ étant premier avec p, il résulte de l'identité de Bezout que $\tilde{p}'(d_n)$ est inversible)

$$\tilde{p}'(d_n)q(d_n) - 1_A \in \overline{p}(d_n)B,\, q(d_n) - \tilde{p}'(d_n)^{-1} \in \overline{p}(d_n)B,\; \tilde{p}(d_n)q(d_n) = \tilde{p}(d_n)\tilde{p}'(d_n)^{-1}.$$

On obtient, pour $n \geq 0$,

$$d_{n+1} = d_n - \tilde{p}(d_n)\tilde{p}'(d_n)^{-1}, \tag{3}$$

ce qui montre que la suite $(d_n)_{n\geq 0}$ est définie par l'algorithme de Newton associé à $\tilde{p}$.

On a $d_0 = u$ et, pour $n \geq 1$,
$u - d_n \in \tilde{p}\,(d_{n-1})\,B$
ce qui prouve que $(u - d_n)^m = 0$ pour $n \geq 0$. De plus, il résulte de la formule (2) que $\tilde{p}(d_{n+1}) \in \tilde{p}(d_n)^2 B$. Par récurrence, on en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\tilde{p}(d_n) \in \tilde{p}(u)^{2^n} B.$$

En particulier, $\tilde{p}(d_N) = 0$. Donc d_N est absolument semi-simple, et comme $u - d_N$ est nilpotent on voit que $(d_N,\, u - d_N)$ est une décomposition de Jordan-Chevalley de u. Soit $(d,\, s)$ une autre décomposition de Jordan-Chevalley de u. Comme $d_N \in B$, $[d,\, d_N] = [s,\, u - d_N] = 0$ et $d - d_N \in k[d,\, d_N]$ est nilpotent. Il résulte alors de la proposition 1 que $d = d_N$, et la décomposition de Jordan de u est unique. $\square$

Rappelons qu'on dit qu'un corps k est parfait si tout polynôme irréductible $p \in k[x]$ est séparable. On a alors le corollaire suivant.

Corollaire 1. *Soit k un corps parfait, soit A une k-algèbre et soit $u \in A$. Si u admet un polynôme annulateur, alors u admet une unique décomposition de Jordan-Chevalley $(d,\, s)$ sur A, et il existe $p \in k[x]$ tel que $d = p(u)$, $s = u - p(u)$.*

Il est clair que tout corps de caractéristique nulle est parfait, et un corps k de caractéristique $m \geq 2$ est parfait si l'équation $y^m = a$ admet une solution dans k pour tout $a \in k$. En effet dans ce cas soit $p \in k[x]$ un polynôme non constant tel que $p' = 0$. Alors il existe $s \geq 1$ et $\lambda_0, \ldots, \lambda_s \in k$ tels que $p = \sum_{j=0}^{s} \lambda_j x^{mj} = \left(\sum_{j=0}^{s} \mu_j x^j\right)^m$, où μ_j est une solution dans k de l'équation $z^m = \lambda_j$ pour $0 \leq j \leq s$, donc p n'est pas irréductible, ce qui montre que k est parfait. Réciproquement soit k un corps de caractéristique $m \geq 1$ tel qu'il existe $a \in k$ vérifiant $y^m \neq a$ pour tout $y \in k$. Posons $p = x^m - a$, soit $\tilde{k}$ un corps de rupture de p et soit b une racine de p dans $\tilde{k}$. Alors $p = x^m - a = x^m - b^m = (x-b)^m$, donc les seuls diviseurs unitaires non constants de p dans $\tilde{k}[x]$ distincts de p sont de la forme $(x-b)^n = x^n - nbx^{n-1} + \sum_{j=2}^{n} C_n^j (-n)^j x^{n-j}$, avec $1 \leq n < m$. Comme dans ce cas n est inversible modulo m, aucun de ces polynômes n'appartient à $k[x]$ et p est un polynôme irréductible de dérivée nulle, ce qui montre que k n'est pas parfait.

Le corollaire 1 n'est plus valable si k n'est pas parfait. En effet soit k un corps non parfait, de caractéristique $m \neq 0$, soit $a \in k$ tel que l'équation $x^m = a$ n'admette aucune solution dans k, et soit E un k-espace vectoriel de dimension m. Soit $\{e_1, ..., e_m\}$ une base de E, et soit $\theta \in \mathcal{L}(E)$ l'endomorphisme défini par les formules $\theta(e_j) = e_{j+1}$ pour $1 \leq j \leq m-1$ et $\theta(e_m) = ae_1$. Alors $\theta^m = a1_{\mathcal{L}(E)}$ et $x^m - a$ divise tout polynôme annulateur de θ, ce qui prouve que θ est un élément non séparable de la k-algèbre $\mathcal{L}(E)$. Donc θ n'admet pas de décomposition de Jordan. En fait cet endomorphisme θ est un exemple d'endomorphisme semi-simple qui n'est pas absolument semi-simple, et un élément semi-simple et non absolument semi-simple d'une algèbre A sur un corps (non parfait) k ne peut admettre de décomposition de Jordan sur A.

Notons qu'un endomorphisme u sur un k-espace vectoriel E est semi-simple si et seulement si tout sous-espace vectoriel F de E invariant pour u admet un supplémentaire invariant pour u, et que u est absolument semi-simple si et seulement si il existe une extension algébrique $\tilde{k}$ de k telle que l'extension de u au $\tilde{k}$-espace vectoriel $\tilde{E}$ associé à E soit diagonalisable, voir [4], Chapitre VII.

Si A est de dimension finie, le théorème de Cayley-Hamilton montre que le polynôme caractéristique de u annule ce dernier et on peut le calculer explicitement. On notera que si k est de caractéristique nulle alors, les notations étant celles du théorème 1, on a $\tilde{p} = \frac{p}{pgcd(p, p')}$, et on peut calculer $pgcd(p, p')$ par l'algorithme d'Euclide étendu.

Dans le cas des algèbres de matrices, on utilisera les termes « partie diagonalisable » (sur $\tilde{k}$) et « partie nilpotente » pour désigner le terme absolument semi-simple et le terme nilpotent de la décomposition de Jordan-Chevalley d'une matrice $U \in \mathcal{M}_n(k)$.

3. Un exemple avec Maple

On applique avec l'aide de Maple la méthode du paragraphe précédent à la matrice $U \in \mathcal{M}_{15}(\mathbb{C})$ définie ci-dessous[5], dont les valeurs propres ne sont pas calculables.

$$U =$$

$$\begin{pmatrix}
-239 & -219 & -201 & -182 & -164 & -149 & -135 & -120 & -105 & -90 & -75 & -60 & -45 & -30 & -15 \\
22 & 21 & 21 & 17 & 11 & 10 & 10 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\
612 & 560 & 518 & 478 & 440 & 400 & 360 & 321 & 280 & 240 & 200 & 160 & 120 & 80 & 40 \\
-416 & -392 & -379 & -356 & -330 & -300 & -270 & -240 & -209 & -180 & -150 & -120 & -90 & -60 & -30 \\
183 & 194 & 201 & 190 & 176 & 150 & 125 & 102 & 82 & 67 & 55 & 44 & 33 & 22 & 11 \\
-326 & -328 & -324 & -311 & -297 & -275 & -234 & -197 & -162 & -132 & -109 & -88 & -66 & -44 & -22 \\
17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 16 & 16 & 12 & 6 & 5 & 5 & 3 & 2 & 1 \\
412 & 412 & 412 & 412 & 412 & 412 & 360 & 318 & 278 & 240 & 200 & 160 & 121 & 80 & 40 \\
-266 & -266 & -266 & -266 & -266 & -266 & -242 & -229 & -206 & -180 & -150 & -120 & -90 & -59 & -30 \\
128 & 128 & 128 & 128 & 128 & 128 & 139 & 146 & 135 & 121 & 95 & 70 & 47 & 27 & 12 \\
-217 & -217 & -217 & -217 & -217 & -217 & -219 & -215 & -202 & -188 & -166 & -125 & -88 & -53 & -23 \\
12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 11 & 11 & 7 & 1 \\
212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 160 & 118 & 78 & 40 \\
-116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -92 & -79 & -56 & -30 \\
33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 44 & 51 & 40 & 26
\end{pmatrix}$$

Son polynome caractéristique p_U , calculé sous Maple, est :

$$p = p_U = \left(x^5 - 9x^4 - 245x^3 - 1873x^2 - 5634x + 43486\right)^3 .$$

Il est possible de calculer, avec la commande « fsolve », des valeurs approchées de chacune des valeurs propres complexes de U, c'est-à-dire des racines de p. On trouve 5 valeurs propres $(\lambda_i)_{i=1}^5$, chacune ayant un ordre de muliplicité 3 dans p :

$$\begin{cases} \lambda_1 \approx -9.105387869 \\ \lambda_2 \approx -4.140449458 - 6.991743391.i \\ \lambda_3 \approx -4.140449458 + 6.991743391.i \\ \lambda_4 \approx 3.107109622 \\ \lambda_5 \approx 23.27917716 \end{cases} .$$

[5] Sans livrer totalement le secret de fabrication de la matrice donnée ici, nous donnons un moyen simple de fabriquer une famille de matrices 15x15 non diagonalisables dont les valeurs propres ne sont pas calculables. On part d'une matrice 5×5, notée A, à valeurs propres distinctes et dont les valeurs propres ne sont pas calculables. Cela doit marcher si on prend A au hasard. On note respectivement 0_5 et I_5 la matrice nulle et la matrice unité à 5 lignes et 5 colonnes, et on considère une matrice inversible 15×15 notée P. La matrice $U = P^{-1} \begin{bmatrix} A & I_5 & 0_5 \\ 0_5 & A & I_5 \\ 0_5 & 0_5 & A \end{bmatrix} P$ est bien une matrice 15×15 non diagonalisable dont les valeurs propres ne sont pas calculables. Nous laissons au lecteur le soin de trouver comment obtenir la matrice présentée ci-dessus par ce procédé.

Toujours avec Maple, on calcule d'abord le pgcd h de p et de son polynôme dérivé, puis on divise p par h pour trouver $\widetilde{p}$. On trouve successivement :

$$h = pgcd(p,\, p') = x^{10} - 18x^9 - 409x^8 + 664x^7 + 82471x^6 + 1106154x^5 + 5486041x^4 +$$

$$-203176x^3 - 131156600x^2 - 490000248x + 1891032196,$$

et

$$\widetilde{p} = \frac{p}{h} = x^5 - 9x^4 - 245x^3 - 1873x^2 - 5634x + 43486.$$

En particulier, on se rend compte que $p = \widetilde{p}^3$, ce qui signifie que deux itérations dans l'algorithme de Newton seront suffisantes pour trouver la partie diagonalisable. Pour pouvoir faire tourner l'algorithme, on a besoin du polynôme dérivé de $\widetilde{p}$ qui se calcule sous Maple à l'aide de la commande « diff ». On trouve

$$\tilde{p}' = 5x^4 - 36x^3 - 735x^2 - 3746x - 5634.$$

Puis, on en déduit q tel que $q\widetilde{p}' \equiv 1\ (mod\, \overline{p})$, à l'aide de la commande « gcdex ». Enfin on calcule $q(U)$, $\widetilde{p}(U)$ et

$$D_1 = U - \widetilde{p}(U)q(U).$$

De même, on calcule D_2 à l'aide de la formule

$$D_2 = D_1 - \widetilde{p}(D_1)q(D_1).$$

On trouve ainsi la partie diagonalisable D de la matrice U.

$$D_2 = D =$$

$$\begin{pmatrix}
-240 & -220 & -202 & -183 & -165 & -150 & -135 & -120 & -105 & -90 & -75 & -60 & -45 & -30 & -15 \\
22 & 21 & 21 & 17 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\
612 & 560 & 518 & 478 & 440 & 400 & 360 & 320 & 280 & 240 & 200 & 160 & 120 & 80 & 40 \\
-416 & -392 & -379 & -356 & -330 & -300 & -270 & -240 & -210 & -180 & -150 & -120 & -90 & -60 & -30 \\
183 & 194 & 201 & 190 & 176 & 150 & 125 & 102 & 82 & 66 & 55 & 44 & 33 & 22 & 11 \\
-326 & -328 & -324 & -311 & -297 & -275 & -234 & -197 & -162 & -132 & -110 & -88 & -66 & -44 & -22 \\
17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 16 & 16 & 12 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\
412 & 412 & 412 & 412 & 412 & 412 & 360 & 318 & 278 & 240 & 200 & 160 & 120 & 80 & 40 \\
-266 & -266 & -266 & -266 & -266 & -266 & -242 & -229 & -206 & -180 & -150 & -120 & -90 & -60 & -30 \\
128 & 128 & 128 & 128 & 128 & 128 & 139 & 146 & 135 & 121 & 95 & 70 & 47 & 27 & 11 \\
-216 & -216 & -216 & -216 & -216 & -216 & -218 & -214 & -201 & -187 & -165 & -124 & -87 & -52 & -22 \\
12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 11 & 11 & 7 & 1 \\
212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 212 & 160 & 118 & 78 & 40 \\
-116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -116 & -92 & -79 & -56 & -30 \\
33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 33 & 44 & 51 & 40 & 26
\end{pmatrix}$$

puis, par différence, sa partie nilpotente N :

$$N = A - D =$$

$$\begin{pmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
-1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

4. Décomposition de Jordan via un système de congruences

On reprend ici les notations du théorème 1, et on désigne par $p = p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r}$ un polynôme annulateur d'un élément séparable u d'une k-algèbre A dont les facteurs irréductibles $p_1, \dots, p_r$ sont à racines simples dans $\tilde{k}$. Notons $\lambda_1, ..., \lambda_s$ les racines distinctes de $\tilde{p} := p_1 \dots p_r$, et $n_1, \dots, n_s$ leurs ordres de multiplicité (notons que pour $1 \leqslant i \leqslant r$, toutes les racines de p_i sont en fait d'ordre m_i). On considère le système d'équations de congruence

$$(\mathcal{S}) : \begin{cases} h \equiv \lambda_1 \mod (x - \lambda_1)^{n_1} \\ h \equiv \lambda_2 \mod (x - \lambda_2)^{n_2} \\ \qquad \vdots \\ \qquad \vdots \\ h \equiv \lambda_s \mod (x - \lambda_s)^{n_s} \end{cases}.$$

Il résulte du théorème chinois que ce système possède une solution (unique modulo p) dans $\tilde{k}[x]$. Le fait que ce système possède une solution dans $k[x]$ est un peu moins évident. On pose

$$m := \max_{1 \leq j \leq s} n_j = \max_{1 \leq j \leq r} m_j,$$

et on considère le système un peu plus compliqué

$$(\mathcal{S}') : \left\{ \begin{array}{l} h \equiv \lambda_1 \mod (x-\lambda_1)^m \\ h \equiv \lambda_2 \mod (x-\lambda_2)^m \\ \qquad\qquad \vdots \\ \qquad\qquad \vdots \\ h \equiv \lambda_s \mod (x-\lambda_s)^m \end{array} \right. .$$

Le système S' admet une unique solution modulo $\tilde{p}^m$. De plus, comme $\tilde{p} \in k[x]$ est à racines simples, il existe une extension galoisienne $k_1 \subset \tilde{k}$ de k contenant $\lambda_1, ..., \lambda_s$. Ceci signifie que l'ensemble des éléments de k_1 invariants pour tous les automorphismes $\sigma \in G$ est réduit à k, où $G := Gal(k_1/k)$ désigne le groupe de Galois formé des automorphismes de k_1 laissant fixes tous les éléments de k. Soit $h_0 \in \tilde{k}(x)$ l'unique solution de degré strictement inférieur à sm de $\mathcal{S}'$, soit $\sigma \in G$, et soit $\sigma(h_0)$ le polynôme obtenu en appliquant σ à tous les coefficients de h_0. Comme $\sigma(\lambda_j) \in \{\lambda_1, \ldots, \lambda_s\}$, et comme $\sigma(h_0) \equiv \sigma(\lambda_j) \mod (x - \sigma(\lambda_j))^{n_j}$ pour $1 \leq j \leq s$, on voit que $\sigma(h_0)$ est aussi une solution de $\mathcal{S}'$ de degré strictement inférieur à sm. Donc $\sigma(h_0) = h_0$ pour tout $\sigma \in G$, et $h_0 \in k[x]$. Notons qu'en remplaçant h_0 par le reste de sa division par p, on obtient la solution $h \in k[x]$ du système $\mathcal{S}$ de degré strictement inférieur à celui de p.

On a $\tilde{p}(h(u)) = (h(u) - \lambda_1) \ldots (h(u) - \lambda_s) \in p(u)B = \{0\}$, donc $\tilde{p}(h(u)) = 0$ et $h(u)$ est absolument semi-simple. De plus, $x - h$ est divisible par $x - \lambda_j$ pour $1 \leq j \leq n$, donc $x - h$ est divisible par $\tilde{p} = ppcm(x - \lambda_1, \ldots, x - \lambda_s)$, et $(x - h)^m$ est divisible par $\tilde{p}^m = p$. Donc $u - h(u)$ est nilpotent, et $(h(u), u - h(u))$ est la décomposition de Jordan-Chevalley de u.

En fait on peut calculer h en utilisant l'*algorithme de Newton*. Il s'agit d'une simple application du théorème 1. En effet posons $\mathcal{A} = k[x]/pk[x]$, soit $\pi = k[x] \to \mathcal{A}$ la surjection canonique et soit $v = \pi(x)$. On a $p(v) = 0$, et v est un élément séparable de $\mathcal{A}$. Posons $\alpha = d^o(p)$. En identifiant $\mathcal{A}$ à l'ensemble $k_{\alpha-1}[x]$ des polynômes de degré inférieur ou égal à $\alpha - 1$, l'algorithme de Newton donne la suite $(h_n)_{n\geq 0}$ de polynômes telle que $h_0 = x$ et telle que h_{n+1} est le reste de la division euclidienne de $h_n - \tilde{p}(h_n)q(h_n)$ par p. On a $h_n(\lambda_j) = \lambda_j$ pour $1 \leq j \leq s$, $n \geq 0$, et $\tilde{p}(h_N) = 0$, ce qui signifie que $\prod_{1\leq j \leq s}(h_N - \lambda_j)$ est divisible par p.

On a $h_N(\lambda_j) = \lambda_j$ pour $1 \leq j \leq s$, $n \geq 0$, et $x - \lambda_j$ est premier avec $\prod_{l\neq j}(h_N - \lambda_l)$. Donc $(x - \lambda_j)^{n_j}$ divise $h_N - \lambda_j$ pour $1 \leq j \leq s$, et h_N est solution du système $\mathcal{S}$.

Considérons de nouveau l'exemple de la matrice $U \in \mathcal{M}_{15}(\mathbb{C})$ étudiée au cours de la partie III. Elle donne $\alpha = 15$, $n_1 = n_2 = n_3 = 3$, et $m = 2$. Voici le polynôme h_2 de degré 14 trouvé en utilisant Maple :

$$
\begin{aligned}
&-\frac{16477745599437338839632862158855 9}{6153698372078022255427531347585869793027770912}x^{14}\\
&+\frac{4696495785239673852290048403064815}{6153698372078022255427531347585869793027770912}x^{13}+\\
&+\frac{1904832784435747945567751656823474}{1923030741274381954821103546120584310321178 41}x^{12}+\\
&-\frac{9315661262682828283674390878700185 7}{7692122965097527819284414184482337241284713 64}x^{11}+\\
&-\frac{94788804608407615653197845627115521 5}{19230307412743819548211035461205843103211784 1}x^{10}+\\
&-\frac{1342253310449567756387025555097628757 65}{3076849186039011127713765673792934896513885456}x^{9}+\\
&+\frac{1437307520588625416353772759457723214755}{3076849186039011127713765673792934896513885456}x^{8}+\\
&+\frac{5160755602829187090655465367051014084185}{3846061482548763909642207092241168620642356 82}x^{7}+\\
&+\frac{883915408036735072058939076768746842566791}{6153698372078022255427531347585869793027770912}x^{6}+\\
&+\frac{3913459854154300022640900141580672168912059}{6153698372078022255427531347585869793027770912}x^{5}+\\
&-\frac{4125757581287724475079189681241424637007729}{3076849186039011127713765673792934896513885456}x^{4}+\\
&-\frac{12029556338700542505715225657442133587938 13}{415790430545812314555914280242288499528903 44}x^{3}+\\
&-\frac{201785886295705753509895176779863737263724099}{1538424593019505556385688283689646744825694272 8}x^{2}+\\
&+\frac{18119806525837496952517621351876250415058885 35}{1538424593019505556385688283689646744825694272 8}x+\\
&+\frac{1040926769591787693101439601278755401419987857}{769212296509752781928441418448233724128471364}.
\end{aligned}
$$

Une valeur approchée de h_2 se calcule à l'aide de la commande « evalf » et vaut :

$$
\begin{gathered}
-0.2677697964.10^{-13}x^{14}+0.7631988930.10^{-12}x^{13}+0.9905368352.10^{-11}x^{12}-0.1211065047.10^{-9}x^{11}\\
-0.4929136211.10^{-8}x^{10}-0.4362428021.10^{-7}x^{9}+0.4671361623.10^{-6}x^{8}+0.00001341828680.x^{7}\\
+0.0001436397032.x^{6}+0.0006359524984.x^{5}-0.001340903415.x^{4}-.02893177778.x^{3}\\
-0.1311639759.x^{2}+1.177815709.x+1.353237298\,.
\end{gathered}
$$

5. La terminologie « décomposition de Jordan-Chevalley »

La définition 1 de notre deuxième partie donne le nom de « décomposition de Jordan-Chevalley » au couple (d, s) d'éléments de A tels que $u = d + s$.

Le nom de Jordan, très classique dans le contexte de décomposition d'un endomorphisme, ne peut étonner ici.

Certes, la décomposition décrite dans la définition ci-dessus est fort éloignée du théorème énoncé par Camille Jordan dans le *Traité des substitutions et des équations algébriques* [18] de 1870. À cette époque, le théorème dû à Camille Jordan prend le nom de « forme canonique d'une substitution linéaire » et est écrit en termes de substitutions linéaires de la forme $|x, x' \cdots ax + bx' + \cdots , a'x + b'x' + \cdots , \cdots|$, l'écriture matricielle n'apparaissant jamais. La démonstration donnée par C. Jordan est, elle aussi, bien loin de nos méthodes actuelles. On peut la trouver étudiée et commentée à l'aide d'exemples par F. Brechenmacher ([5], p.182, encart 5).

C'est seulement à partir des années 1930-1940 que les versions successives de ce théorème sont définitivement rattachées au nom du mathématicien Camille Jordan. On peut citer par exemple en 1932 H.W. Turnbull et A.C. Aitken page 114 :

> « The Classical Form C is first found in C. Jordan, *Traité des substitutions* » [27]

ou en 1943 C.C. Mac Duffee théorème 65 :

> « This is the familiar Jordan normal form of a matrix with complex elements. » [24].

Dans ce cadre, il est toujours question d'un théorème de réduction (et non de décomposition), tel qu'on le trouve encore dans les années 1970, par exemple dans l'ouvrage de Serge Lang (page 398, *Algebra* [22]).

Pourtant, en parallèle, une autre histoire du théorème de Jordan se dessine vers 1950. C'est là que se trouve la source de la dénomination « décomposition de Jordan-Chevalley ».

Claude Chevalley, qui fait partie du groupe Bourbaki depuis sa création en 1935, oriente ses recherches en direction des groupes de Lie et des groupes algébriques et publie depuis les États-Unis [9] deux livres sur ces sujets :

Theory of Lie groups I en 1946 et *Théorie des groupes de Lie Tome II* (sous titre : groupes algébriques) en 1951.

Claude Chevalley n'est évidemment pas seul à travailler sur ces questions. On peut trouver une étude approfondie de ce domaine mathématique dans le livre *Essays in the History of Lie Groups and Algebraic Groups* qu'Armand Borel a consacré au « first century of the history of Lie groups and algebraic groups » ([2] page IX). Complètement contemporains des travaux de Claude Chevalley, citons ceux d' E.R. Kolchin, qui publie en 1948 sur les groupes algébriques, et fait appel dans ses travaux à la « forme normale de Jordan » ([19] p. 9, [20] p. 776).

Revenons au deuxième tome de l'ouvrage de Claude Chevalley [6] ; au paragraphe *Espaces vectoriels à opérateurs*, on trouve, page 71 le théorème 7 :

> « Soit X un endomorphisme d'un espace vectoriel V de dimension finie sur un corps parfait k. Il est alors possible, d'une manière et d'une seule, de représenter X comme somme d'un endomorphisme semi-simple S et d'un endomorphisme nilpotent N qui commutent entre eux ; S et N peuvent être représentés comme polynômes en X à coefficients dans k. »

Clairement, ici, Claude Chevalley ouvre la porte de la « décomposition » de Jordan.

Dans ce livre, le but de Claude Chevalley n'est pas d'écrire la matrice sous une « forme aussi simple que possible » comme le recherchait Camille Jordan

([18], p.114). Il utilise ce théorème de décomposition afin de pouvoir démontrer le théorème final de l'ouvrage, théorème 18 page 184, sur les groupes algébriques linéaires :

> « Tout groupe algébrique d'automorphismes de V qui contient s contient aussi u et v ».

(avec $s = uv$, u et v étant les composantes semi-simple et unipotente de l'automorphisme s, V étant un espace vectoriel de dimension finie sur un corps K de caractéristique 0).

Donnons maintenant quelques repères pour situer le devenir de ces deux théorèmes.

Dès 1956, Armand Borel écrit un important article sur les groupes algébriques [1]. À la première page de l'introduction, on lit :

> « On sait que tout automorphisme g d'un espace vectoriel V de dimension finie sur un corps parfait k s'écrit d'une façon et d'une seule comme produit $g_s.g_u$ d'un automorphisme g_s semi-simple (i.e. à diviseurs élémentaires) et d'un automorphisme g_u unipotent (i.e. à valeurs propres égales à 1) commutant entre eux. »

Comme chez Claude Chevalley, dans ce contexte des groupes algébriques, la « décomposition de Jordan » (écrite ici sous forme multiplicative et pour les automorphismes) prime. Un des théorèmes centraux de l'article d'Armand Borel (théorème 8-4 page 47) n'est autre que le théorème 18 de Claude Chevalley sur les groupes algébriques donné plus haut. Et Armand Borel cite en référence Claude Chevalley [6].

Un peu plus tard, le théorème de « décomposition de Jordan » apparaît à nouveau dans le texte du Séminaire dirigé par Claude Chevalley à l'École Normale Supérieure (années universitaires 56/57 et 57/58 dans une partie rédigée par Alexandre Grothendieck). On peut y lire pages 47-48 de [7] :

> « Rappelons le fait bien connu : x peut se mettre de façon unique sous la forme x_s+x_n, somme d'un endomorphisme semi-simple x_s et d'un endomorphisme nilpotent x_n qui commutent (appelés partie semi-simple et partie nilpotente de x). »

C'est bien le même énoncé que celui de Claude Chevalley dans [6], x étant un endomorphisme de V, espace vectoriel de dimension finie. La forme multiplicative pour un automorphisme apparaît quelques lignes plus loin. Le texte du Séminaire Chevalley, suscitant un grand intérêt dans la communauté mathématique (*Avertissement au lecteur* [7]), a été réédité en 2005.

Ainsi, peu à peu, c'est sous cette forme que le « théorème de Jordan » va devenir référence et prendre le nom de Jordan-Chevalley quand il en est question dans la théorie des groupes algébriques. C'est ce que l'on peut voir par exemple dans les ouvrages de James E. Humphreys ([16], [17]). En particulier, dans le deuxième, *Linear algebraic groups*, c'est tout le paragraphe reprenant les théorèmes 7 et 18 de Claude Chevalley qui prend le nom de « Jordan-Chevalley Decomposition ».

Une autre raison de notre dénomination de « théorème de Jordan-Chevalley » se trouve dans le livre *Théorie des groupes de Lie Tome II* de Claude Chevalley. Revenons sur quelques éléments de la démonstration du théorème 7 telle qu'elle y est présentée. Pour la lire, nous avons besoin de connaître la construction du polynôme f, donnée par Claude Chevalley dans la proposition 5 qui précède le théorème 7 :

> « Soit X un endomorphisme d'un espace vectoriel V de dimension finie sur un corps parfait k. Pour que X soit semi-simple, il faut et il suffit qu'il existe un polynôme f à coefficients dans k, relativement premier à son polynôme dérivé, tel que $f(X) = 0$. »

Un endomorphisme semi-simple est donc caractérisé comme dans notre définition 1, Claude Chevalley se plaçant, comme nous l'avons vu, dans le cas où X est un endomorphisme d'un espace vectoriel V de dimension finie sur un corps parfait k, cadre moins général que celui de notre deuxième partie.

En suivant la démonstration proposée par Claude Chevalley dans [6], on y retrouve le fil conducteur des démonstrations ultérieures, comme celle de notre théorème 1.

Dans le texte de C. Chevalley, on suppose connu un polynôme F à coefficients dans k, tel que $F(X) = 0$ (par exemple le polynôme caractéristique de X). Et on lit :

> « Écrivons $F = cF_1{}^{e_1} \dots F_h{}^{e_h}$ où $c \in K$, $F_1, ...F_h$ sont des polynômes irréductibles relativement premiers entre eux deux à deux, et $e_1, \dots, e_h$ des exposants > 0. Soit $f = F_1 \dots F_h$ et soit e le plus grand des exposants e_i $(1 \leqslant i \leqslant h)$. Le polynôme f^e est alors divisible par F d'où $(f(X))^e = 0$. »

Le polynôme f est tout simplement notre polynôme $\tilde{p}$.

Puis, dans cette démonstration, Claude Chevalley construit explicitement le polynôme à une variable U, noté $s^m(U)$ dans son texte, tel que $s^m(U)(X)$ soit la partie diagonalisable (ou semi-simple) de l'endomorphisme X. C'est ce schéma de démonstration que l'on retrouve dans les constructions de polynômes amenant à la décomposition de Jordan, comme celle exposée dans le théorème 1 de l'article. Ces constructions s'appuient sur la « méthode de Newton » et aboutissent pour nous à la construction de d_N, partie semi-simple de la décomposition de u, u étant un élément séparable de l'algèbre A.

Ce rapide détour par la démonstration de 1951 met en lumière le rôle de Claude Chevalley et permet de confirmer la dénomination « théorème de Jordan-Chevalley ».

Certes, en 1951, dans son livre, Claude Chevalley ne s'arrête pas sur le fait que f, que nous avons noté $\tilde{p}$, peut se calculer sans connaître les valeurs propres de l'endomorphisme X. La méthode, que nous avons détaillée précédemment, s'appuie sur le calcul de f (ou $\tilde{p}$) avec $\tilde{p} = \frac{p}{pgcd(p,p')}$ où p est le polynôme caractéristique de X. Si la forme du polynôme f se trouve bien chez Claude Chevalley, il ne l'utilise pas dans ce but.

On peut noter par ailleurs que la démonstration qui nous intéresse aujourd'hui n'est reprise, ni par Armand Borel, ni par Alexandre Grothendieck, ni par James E. Humphreys quand ils travaillent sur les groupes algébriques. L'ouvrage *Théorie des groupes de Lie Tome II* n'était pas destiné à l'enseignement en premier cycle.

6. Quelques aspects de la décomposition multiplicative de Jordan-Chevalley dans les groupes de Lie semi-simples

La décomposition de Jordan joue bien sûr un rôle important dans la théorie des groupes et algèbres de Lie, pour laquelle nous renvoyons à [15], [28]. Soit $\mathfrak{g}$ une algèbre de Lie semi-simple réelle ou complexe, soit $Der(\mathfrak{g})$ l'ensemble des dérivations de $\mathfrak{g}$, c'est-à-dire l'ensemble des endomorphismes D de $\mathfrak{g}$ vérifiant l'identité $D([Y,Z]) = [D(Y),Z] + [Y,D(Z)]$, et pour $X \in \mathfrak{g}$ soit $ad(X) : Y \to [X,Y]$ la dérivation associée à X. Comme $\mathfrak{g}$ est semi-simple, la représentation adjointe $X \to ad(X)$ est un isomorphisme de $\mathfrak{g}$ sur $Der(\mathfrak{g})$. De plus, Claude Chevalley a montré dans [6], corollaire du théorème 16 que la partie semi-simple et la partie nilpotente de la décomposition de Jordan d'une dérivation sur une algèbre réelle ou complexe A, non nécessairement associative, sont des dérivations sur A. On déduit alors du théorème de décomposition de Jordan que pour tout $X \in \mathfrak{g}$ il existe un unique couple (S,N) d'éléments de $\mathfrak{g}$ tels que $ad(S)$ soit semi-simple, $ad(N)$ nilpotent et $[S,N] = 0$, voir [28], théorème 3.10.6.

Soit G un groupe de Lie semi-simple réel ou complexe d'unité 1_G, soit G_0 la composante connexe de 1_G dans G, soit $\mathfrak{g}$ l'algèbre de Lie de G, identifiée à l'espace tangent à G en 1_G, et soit $\mathfrak{Aut}(\mathfrak{g})$ l'ensemble des isomorphismes linéaires θ de $\mathfrak{g}$ vérifiant $\theta([X,Y]) = [\theta(X),\theta(Y)]$ pour $X,Y \in \mathfrak{g}$. Pour $g \in G$ soit $Ad(g) \in \mathfrak{Aut}(\mathfrak{g})$ la différentielle en 1_G de l'automorphisme de conjugaison $\varphi_g : a \to gag^{-1}$. La représentation adjointe $g \to Ad(g)$ de G n'est en général pas injective, puisque son noyau est le centralisateur $\{g \in G \mid ag = ga \ \forall a \in G_0\}$ de G_0 dans G. On dira que $g \in G$ est *semi-simple* si $Ad(g)$ est un endomorphisme semi-simple de G, et on dira que $g \in G$ est *unipotent* si $g = \exp(X)$, ce qui donne $Ad(g) = \exp(ad(X))$, où $X \in \mathfrak{g}$ est tel que $ad(X)$ soit nilpotent.

Soit maintenant G un groupe de Lie semi-simple complexe. Comme $\mathfrak{Aut}(\mathfrak{g})$ est un sous-groupe algébrique du groupe des automorphismes linéaires de $\mathfrak{g}$, il résulte du théorème 18 de [6] cité plus haut qu'il existe un couple unique (S,U) d'éléments de $\mathfrak{Aut}(\mathfrak{g})$ vérifiant $Ad(g) = US = SU$ tels que S (resp. U) soit un endomorphisme semi-simple (resp. unipotent) de $\mathfrak{g}$. Posons $N = U - I$, et $N_0 = \sum_{n=0}^{m-1}(-1)^{n+1}\frac{N^n}{n}$, de sorte que N et N_0 sont nilpotents. Comme $\exp(tN_0)$ est un polynôme en t, et comme $\exp(N_0) = U$, on a $\exp(tN_0) \in \mathfrak{Aut}(\mathfrak{g})$ pour $t > 0$, ce qui implique que $N_0 \in Der(\mathfrak{g})$, voir [28], Chap. 2, exercice 21, et il existe $X \in \mathfrak{g}$ tel que $N_0 = ad(X)$, d'où $U = Ad(\exp(X))$, $S = Ad(g\exp(-X))$. On voit donc que *tout élement d'un groupe de Lie semi-simple complexe s'écrit comme produit d'un élément semi-simple et d'un élément unipotent du groupe qui commutent entre eux* et on vérifie que cette décomposition est unique.

On obtient un résultat analogue pour un groupe de Lie semi-simple réel en introduisant la complexifiée de son algèbre de Lie. Nous énonçons un résultat plus précis pour un groupe de Lie réel semi-simple et connexe G. On dit que $g \in G$ est elliptique si les valeurs propres de $Ad(g)$, considéré comme endomorphisme de la complexifiée de l'algèbre de Lie de $\mathfrak{g}$ de G, sont de module 1, et on dira que $g \in G$ est hyperbolique s'il existe $X \in \mathfrak{g}$, dont l'adjoint $ad(X)$ est diagonalisable sur l'espace vectoriel réel $\mathfrak{g}$, tel que $g = \exp(X)$.

On a alors le résultat suivant, voir l'article de Bertram Kostant [21]

Théorème 2. *Soit G un groupe de Lie réel semisimple et connexe. Alors tout élément g de G se décompose de manière unique sous la forme*

$$g = ehu$$

où e, h, u sont des éléments respectivement elliptiques, hyperboliques et unipotents de G qui commutent entre eux.

Autrement dit la partie semi-simple de d de g, dont l'adjoint est diagonalisable sur la complexifiée de $\mathfrak{g}$, se décompose en produit d'un élement elliptique et d'un élément hyperbolique de G qui commutent entre eux, et on obtient pour les groupes de Lie semi-simples connexes une « décomposition de Jordan multiplicative complète » analogue à la décomposition de Jordan multiplicative complète usuelle dans $GL(n, \mathbb{R})$, donnée par exemple dans [15], lemme 7.1. On trouve dans le théorème 7.2 de [15], le lien classique entre ellipticité, hyperbolicité et nilpotence et décompositions d'Iwasawa[6]

Pour conclure cette brève discussion historique nous mentionnons un résultat très récent qui concerne les groupes de Lie réels semi-simples linéaires, c'est-à-dire les groupes de Lie réels semi-simples qui sont des sous-groupes fermés de $GL(n, \mathbb{R})$. Soit G un groupe localement compact, soit Γ un sous-groupe discret de G, soit $\Gamma \setminus G$ l'ensemble des classes à droite modulo Γ, muni de la topologie quotient, soit $\mathcal{C}_c(G)$ l'ensemble des fonctions continues à support compact sur G, et soit μ une mesure de Haar à gauche sur G. On peut définir une mesure positive G-invariante ν sur $\Gamma \setminus G$ par la formule

$$\int_{\Gamma\setminus G} \tilde{f}(\eta) d\nu(\eta) = \int_{g\in G} f(g) d\mu(g) \qquad (f \in \mathcal{C}_c(G)),$$

où $\tilde{f}(\Gamma x) = \sum_{\gamma\in\Gamma} f(\gamma x)$ pour $x \in G$ (l'ouvrage de Lynn Loomis [23], accessible en ligne, reste une bonne référence pour les mesures invariantes sur les groupes quotient).

On dit que le groupe discret Γ est un *réseau* de G si Γ est de covolume fini, c'est-à-dire si $\int_{\Gamma\setminus G} d\nu(\eta) < +\infty$,

N.T. Venkataramana a montré en 2008 dans [29] que si Γ est un réseau d'un groupe de Lie linéaire semi-simple réel G, et si $\gamma \in \Gamma$, alors la partie semi-simple s et la partie unipotente u de la décomposition de Jordan multiplicative de γ vérifient $s^m \in \Gamma$ et $u^m \in \Gamma$ pour un certain entier $m \geq 1$, résultat qui était classique pour les sous-groupes « arithmétiques » de G. Si de plus le « rang réel » de G est égal à 1, et si $u \neq 1$, alors il existe $n \geq 1$ tel que $s^n = 1_G$. Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de Gregori Margulis [25] pour une présentation générale de la théorie des réseaux dans les groupes de Lie.

---

[6] La « décomposition d'Iwasawa », notée $G = KAN$, décompose un groupe de Lie semi-simple en produit d'un sous-groupe compact maximal K, d'un sous groupe de Cartan A, sous-groupe de Lie correspondant à une sous-algèbre de Lie commutative maximale $\mathfrak{h}$, et d'un groupe nilpotent N ; ainsi par exemple pour $GL(n, \mathbb{R})$, K est le groupe orthogonal, A le sous-groupe formé des matrices diagonales et N le sous-goupe des matrices triangulaires supérieures dont tous les termes diagonaux sont égaux à 1.

7. Intérêt pédagogique de la décomposition effective

Si on réfléchit bien, en dehors de ce qui a trait aux opérateurs normaux, il y a deux applications principales d'un cours d'algèbre linéaire générale au niveau L2/L3.

(1) Le calcul des puissances d'une matrice carrée A

(2) Le calcul des exponentielles e^{tA} pour la résolution des systèmes linéaires $Y'(t) = AY(t) + B(t)$, en utilisant la formule

$$Y(t) = e^{(t-t_0)A}Y(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{(t-s)A}B(s)ds.$$

La décomposition de Jordan permet de se ramener pour ces deux calculs au cas des matrices diagonalisables, puisque la partie diagonalisable D et la partie nilpotente N de A commutent. On a alors

$$A^m = \sum_{j=0}^{\inf(k,m)} C_m^j D^{m-j} N^j,$$

$$e^{tA} = e^{tD}e^{tN} = e^{tD}\sum_{j=0}^{k} \frac{t^j}{j!}N^j,$$

où $k \geq 0$ désigne le plus petit entier tel que $N^{k+1} = 0$.

Comme l'unicité de la décomposition implique que les parties diagonalisables et nilpotentes d'une matrice à coefficients réels sont à coefficients réels, on voit aussi que le fait que les matrices réelles symétriques sont diagonalisables sur $\mathbb{R}$ découle directement du théorème de décomposition de Jordan : il suffit de vérifier que toute matrice réelle symétrique et nilpotente est nulle.

Ces considérations, issues de discussions sur le rôle décomposition de Jordan dans la théorie des groupes algébriques pendant la préparation de la thèse du premier auteur [8], avaient conduit le second auteur à donner à la décomposition de Jordan-Chevalley un rôle central dans son cours d'algèbre linéaire à l'Université Bordeaux 1 à la fin des années 80. Les mêmes raisons ont conduit à reprendre depuis 1997 ce point de vue dans le cours destiné aux élèves de première année de l'école d'ingénieurs ESTIA (École Supérieure des Technologies Industrielles Avancées), située au Pays Basque sur la technopole Izarbel à Bidart, devant des promotions d'étudiants d'origines diverses (dont les effectifs en 1e année ont progressé de 19 étudiants en 1997 à plus de 150 à la rentrée 2010) et avec un horaire limité. La méthode basée sur l'algorithme de Newton est enseignée depuis 2006, suite à des discussions du troisième auteur avec des responsables de la préparation à l'Agrégation à Bordeaux qui avaient inclus cet algorithme dans [14].

La méthode de Newton, sous sa version numérique, est connue des élèves issus de la filière MP, mais elle est nouvelle pour la grande majorité des étudiants de 1e année de l'ESTIA. Cette méthode permet bien sûr de faire un lien intéressant entre analyse et algèbre, et de citer dans un cours d'algèbre linéaire Héron d'Alexandrie, qui connaissait l'algorithme

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 2}{2x_n}$$

qui permet avec $x_0 = 2$ de construire une suite convergeant rapidement vers $\sqrt{2}$, et n'est autre que l'algorithme obtenu par la méthode de Newton appliqué à la fonction $f : x \to x^2 - 2$. L'algorithme de Newton donne aussi une bonne occasion de faire faire aux étudiants l'exercice de programmation simple permettant de faire le calcul effectif de la décomposition de Jordan-Chevalley sur d'assez grosses matrices.

La méthode basée sur le théorème chinois présente un intérêt propre, car le théorème chinois est un résultat qui passe assez bien auprès des étudiants, et les deux méthodes fonctionnent évidement très bien en dimension 2 ou 3. Pour le cas $n = 2$ le théorème chinois donne directement $D = \lambda I$ dans le cas d'une matrice U possédant une valeur propre double, et on a de même $D = \lambda I$ si $U \in \mathcal{M}_n(k)$ possède une valeur propre λ de multiplicité n. Dans le cas d'une matrice 3×3 possédant une valeur propre simple λ_1 et une valeur propre double λ_2, on peut résoudre immédiatement le système $\begin{cases} p \equiv \lambda_1 & \mod x - \lambda_1 \\ p \equiv \lambda_2 & \mod (x - \lambda_2)^2 \end{cases}$ en posant $p = \lambda_2 + \alpha(x - \lambda_2)^2$. La condition $p(\lambda_1) = \lambda_1$ donne $\alpha = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}$, soit $D = \lambda_2 I + \frac{(U-\lambda_2)^2}{\lambda_1 - \lambda_2}$. Dans ce cas comme $p_U = (x - \lambda_1)(x - \lambda_2)^2$, la méthode de Newton donne $\tilde{p}_U = (x - \lambda_1)(x - \lambda_2)$, $\overline{p}_U = x - \lambda_2$. Un inverse q de $\tilde{p}'(u) = 2x - (\lambda_1 + \lambda_2)$ modulo $\overline{p}_U$ est donc donné par la formule $q = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}$, ce qui donne $D = D_1 = U - \frac{(U-\lambda_1)(U-\lambda_2)}{\lambda_2 - \lambda_1} = \lambda_2 I + \frac{(U-\lambda_2)^2}{\lambda_1 - \lambda_2}$.

Une façon classique de construire la décomposition de Jordan-Chevalley est d'utiliser la décomposition spectrale $E = \oplus_{1 \leq i \leq s} Ker(u - \lambda_i)^{n_i}$ associée à un endomorphisme u sur un k-espace vectoriel E dont le polynôme caractéristique $p_u = \prod_{1 \leq i \leq s} (x - \lambda_i)^{n_i}$ est scindé sur k. La partie diagonalisable d de u est alors donnée par la formule $d = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i P_i$ où P_i est la projection de E sur $Ker(u - \lambda_i I_E)^{n_i}$ de noyau égal à $\Pi_{j \neq i} Ker(x - \lambda_i I_E)^{n_j}$. Mais cette formule est exactement celle donnée par le théorème chinois : pour résoudre le système

$$(\mathcal{S}) : \begin{cases} h \equiv \lambda_1 \mod (x - \lambda_1)^{n_1} \\ h \equiv \lambda_2 \mod (x - \lambda_2)^{n_2} \\ \qquad \vdots \\ \qquad \vdots \\ h \equiv \lambda_s \mod (x - \lambda_s)^{n_s} \end{cases}$$

on construit en utilisant le théorème de Bezout un inverse E_i de $(x - \lambda_i)^{n_i}$ modulo $\prod_{j \neq i} (x - \lambda_j)^{n_j}$, et on pose $h = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i E_i (x - \lambda_i)^{n_i}$. On a donc $d = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i E_i(u)(u - \lambda_i I_E)_i^n$ ce qui est la formule précédente puisque $P_i = E_i(u)(u - \lambda_i I_E)^{n_i}$.

Remarquons enfin que si $p := (x - \lambda_1)^{n_1} \ldots (x - \lambda_s)^{n_s} \in k[x]$, le fait que le système $\mathcal{S}$ admette une solution $h \in k[x]$ (qui résulte bien sûr de la théorie de Galois, ou du fait qu'une solution peut être obtenue par l'algorithme de la section 4) est a priori assez évident. On peut remplacer $\mathcal{S}$ par $\mathcal{S}'$ en remplaçant une solution de $\mathcal{S}'$ par le reste de sa division par p. En posant $n = \max_{1 \leq i \leq s} n_j$, et en calculant les polynômes E_i associés à $\mathcal{S}'$ par l'algorithme d'Euclide étendu on voit que les coefficients de $h = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i E_i(x - \lambda_i)^n$ sont des quotients de polynômes symétriques de s variables évalués en $(\lambda_1, \ldots, \lambda_s)$. Ils peuvent donc s'exprimer comme des fonctions rationnelles des coefficients de p, qui appartiennent à k.

En conclusion les auteurs sont convaincus que la décomposition de Jordan-Chevalley et son calcul effectif, loin d'être de simples exercices, doivent recevoir toute l'attention qu'ils méritent et en particulier jouer un rôle central dans le programme d'algèbre linéaire d'une licence de Mathématiques Fondamentales ou Appliquées.

8. Références

[1] A. Borel, *Linear alebraic groups*, Springer-Verlag, 1991.

[2] A. Borel, *Essays in the History of Lie Groups and Algebraic Groups*, History of Mathematics, vol. 21, American Math. Soc. and London Math. Soc., Providence R.I. and London, 2001.

[3] A. Boyer et J. Risler, *Mathématiques pour la licence : Groupes, anneaux, corps*, Dunod, 2006.

[4] N. Bourbaki, *Éléments de mathématique*, Hermann, 1970.

[5] F. Brechenmacher, *Histoire du théorème de Jordan de la décomposition matricielle (1870-1930)*, Thèse, École des Hautes Études en Sciences sociales, Paris, 2006.

[6] C. Chevalley, *Théorie des groupes de Lie. Tome II. Groupes Algébriques*, Paris. Hermann 1951.

[7] C. Chevalley, *Classification des Groupes Algébriques Semi-simples*, Collected works. Vol.3, Springer, 2005.

[8] D. Couty, *Formes réduites des automorphismes analytiques de $\mathbb{C}^n$ à variété linéaire fixe et répulsive,* Lecture Notes in Math, 1404, Springer, Berlin, 1989, 346-410.

[9] J. Dieudonné, *Claude Chevalley*, Transformations Groups, **4** (1999), 105-118.

[10] J. L. Ducourtioux, *La décomposition de Dunford*, Notes de cours (communication privée).

[11] N. Dunford, *Spectral operators*, Pacific J. Math. **4** (1954), 321-354.

[12] N. Dunford and J. T. Schwartz, *Linear Operators. Part III : Spectral Operators*, Interscience Publishers, New York, NY, USA, 1971.

[13] D. Ferrand, *Une méthode effective pour la décomposition de Dunford*, Préparation à l'agrégation, Université de Rennes, 2003.

[14] J. Fresnel, M. Matignon, *Algèbre et géométrie : Un recueil d'exercices,* Université Bordeaux I, 2006.

[15] S. Helgason, *Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric spaces*, Academic Press, New-York, San Francisco, London, 1978.

[16] J.E. Humphreys, *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*, GTM 9, Springer, New-York, 1972.

[17] J.E. Humphreys, *Linear algebraic groups*, Graduate texts in Mathematics, vol. 21, Springer-Verlag, 1975.

[18] C. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques*, Paris, 1870.

[19] E.R. Kolchin, *Algebraic matric groups and the Picard-Vessiot theory of homogeneous linear differential equations*, Ann. of Math. (2) **49** (1948),1-42.

[20] E.R. Kolchin, *On certain concepts in the theory of algebraic matric groups*, Ann. of Math.(2) **49** (1948), 774-789.

[21] B. Kostant, *On convexity, the Weyl group and the Iwasawa decomposition*, Ann. sci. ENS 6 (1973), 413-455.

[22] S. Lang, *Algebra*, Graduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, 1965.

[23] L. Loomis, *Abstract Harmonic Analysis*, Van Nostrand, 1953.

[24] C.C. Mac Duffee, *Vectors and Matrices*, The Mathematical Association of America, The collegiate Press : Menasha, Wisconsin, 1943.

[25] G. Margulis, *Discrete subgroups of semisimple Lie groups*, Erg. der Math. 17. Springer-Verlag, Berlin, 1991.

[26] C. Picaronny, *Effectivité de la décomposition de Dunford*, Préparation à l'agrégation 2006/2007, ENS Cachan, Cours d'algèbre.

[27] H.W. Turnbull and A.C. Aitken, *An Introduction to the Theory of Canonical Matrices*, Blackie and Son, London and Glasgow, 1932.
[28] V.S. Varadarajan, *Lie groups, Lie algebras and their representations*, Graduate Texts in Mathematics 102, Springer-Verlag, 1984.
[29] T.N. Venkataramana, *Jordan decomposition in lattices and quasi unipotence of monodromy*, Pure and Applied Mathematics Quarterly, 4 (2008), 167-179.

Remerciements

Les auteurs remercient Pierre de la Harpe, qui a attiré leur attention sur les travaux de Venkataramana, et dont les conseils ont permis d'améliorer sensiblement la présentation de cet article.

HISTOIRE

Liouba Bortniker

Roland Brasseur[1]

Naissance de l'enseignement secondaire des jeunes filles[2]

Ce qui tenait lieu d'enseignement secondaire destiné aux jeunes filles a longtemps été assuré pour l'essentiel dans des établissements privés, le plus souvent confessionnels. Victor Duruy est ministre de l'Instruction publique de 1863 à 1869. Par l'instruction du 30 octobre 1867, il demande aux recteurs d'intervenir auprès des municipalités en vue de la création d'un enseignement secondaire des jeunes filles, lequel « ne peut être que l'enseignement spécial qui vient d'être créé pour les garçons par la loi du 21 juin 1865 ». Cet enseignement spécial, donné dans des lycées et collèges de garçons, est plus court que l'enseignement classique, ne comporte ni latin ni grec et ne prépare pas au baccalauréat ; il sera remplacé en 1891 par l'enseignement secondaire moderne, plus ambitieux et menant au baccalauréat. Mais, malgré de multiples bonnes volontés, l'enseignement secondaire féminin qui naît alors, souvent dispensé dans des locaux universitaires où « la jeune fille [est] conduite par sa mère, sa gouvernante ou sa maîtresse de pension, qui [assistent] aux leçons », est de fait très inférieur à l'enseignement spécial. Il se heurte à l'opposition de ceux qui, tels Mgr Dupanloup, évêque d'Orléans, veulent que les jeunes filles continuent d'être « élevées sur les genoux de l'Église » [3]. Il ne survit que dans quatorze villes à l'écroulement de l'Empire. En 1879, elles ne sont plus que cinq, et les cours organisés à la Sorbonne n'attirent plus qu'une centaine d'auditrices.

En avril 1876, l'avocat Camille Sée, âgé de 30 ans, est élu député du premier arrondissement de Saint-Denis. Réélu sans concurrent en octobre 1877, il siège à la gauche républicaine. Le 28 octobre 1878, il dépose une « proposition de loi sur l'enseignement secondaire des jeunes filles ». Adoptée le 16 décembre, la loi est promulguée le 21.

Si l'enseignement créé par la loi Sée constitue un considérable progrès, et rencontre donc lui aussi de vives oppositions, il est pourtant, par l'organisation comme par le contenu des programmes, beaucoup moins exigeant que celui qui, dans l'enseignement classique, s'adresse aux garçons ; il s'inspire réellement de l'enseignement spécial. À l'issue d'un cursus de seulement cinq années, sans latin, les jeunes

---

[1] Professeur retraité de mathématiques spéciales au lycée Chrestien-de-Troyes (Troyes). Membre associé aux Archives Henri Poincaré (Nancy).
[2] Le remarquable *Les femmes, l'enseignement et les sciences*, de Nicole Hulin, édité en 2008 par L'Harmattan, expose le « long cheminement » vers l'égalité.
[3] « M. Duruy et l'éducation des filles », 1868, p. 27.

filles se voient décerner un « diplôme d'études secondaires » et non le baccalauréat ès lettres ou ès sciences qui, condition nécessaire à l'inscription en faculté, n'est préparé que dans les lycées de garçons[4].

Pour ces établissements féminins, il faut des enseignants. Les premières années, la plupart sont des hommes. Le 3 mars 1881, Camille Sée dépose une « proposition de loi ayant pour l'objet la création, par l'État, d'une école normale recrutant par concours et destinée à préparer des professeurs-femmes pour les écoles secondaires des jeunes filles ». Adoptée le 23 juillet, la loi est promulguée le 26. L'« École normale d'enseignement secondaire pour les filles », installée à Sèvres, reçoit ses premières élèves en novembre.

Jusque-là, l'agrégation est un concours réservé de fait aux hommes. Pour se présenter à l'agrégation, il faut être licencié, et les licences ne sont ouvertes qu'aux bacheliers, lesquels sont presque tous des garçons. Très peu de jeunes filles arrivent à la licence[5].

Un concours d'agrégation pour l'enseignement secondaire des jeunes filles est créé pour 1883 par l'arrêté du 31 janvier, qui fixe deux types d'épreuves, dans l'ordre des lettres et dans l'ordre des sciences ; un arrêté du 14 février en fixe l'ouverture au 6 août ; cinq des six admises en sciences sont sévriennes. Le concours est pérennisé, avec quelques modifications, par le décret et l'arrêté du 5 janvier 1884. Ce n'est qu'en 1895 que seront distinguées les quatre agrégations féminines de lettres, d'histoire, de sciences mathématiques et de sciences physiques et naturelles. Le niveau des agrégations féminines est très inférieur à celui des agrégations classiques[6] que l'on peut dire masculines, car si les règlements n'interdisent pas aux femmes de s'y présenter, très rares sont celles qui tentent leur chance. Après Liouba Bortniker en 1885, il faudra attendre 1920 et les succès de Madeleine Chaumont, reçue première, et de Georgette Parize pour voir des succès féminins à l'agrégation masculine de mathématiques. Marguerite Rivière aura auparavant été reçue en 1913 à l'agrégation de physique[7]. Aucune agrégation féminine de langues n'étant créée, des jeunes filles se présentent aux agrégations « masculines » d'anglais et d'allemand, avec quelques succès chaque année à partir de 1883. La situation est

---

[4] La première bachelière est une institutrice parisienne de 37 ans, Mlle Daubié, reçue bachelière ès lettres à Lyon en août 1861. La deuxième est Emma Chenu, formatrice d'institutrices âgée de 27 ans, bachelière ès sciences avec mention Bien à Paris en avril 1863. Pendant encore près de trente ans, aucun établissement féminin n'assurera de préparation au baccalauréat, dont l'accès ne sera généralisé qu'avec la réforme de 1924.

[5] En 1889-1890, il y a 1278 étudiants dans l'ensemble des facultés des sciences françaises. Parmi eux, 28 étudiantes, dont 12 étrangères.

[6] Il existe en 1885 trois sortes d'agrégation : de l'enseignement secondaire classique, de l'enseignement secondaire spécial (de 1863 à 1893) et de l'enseignement secondaire des jeunes filles.

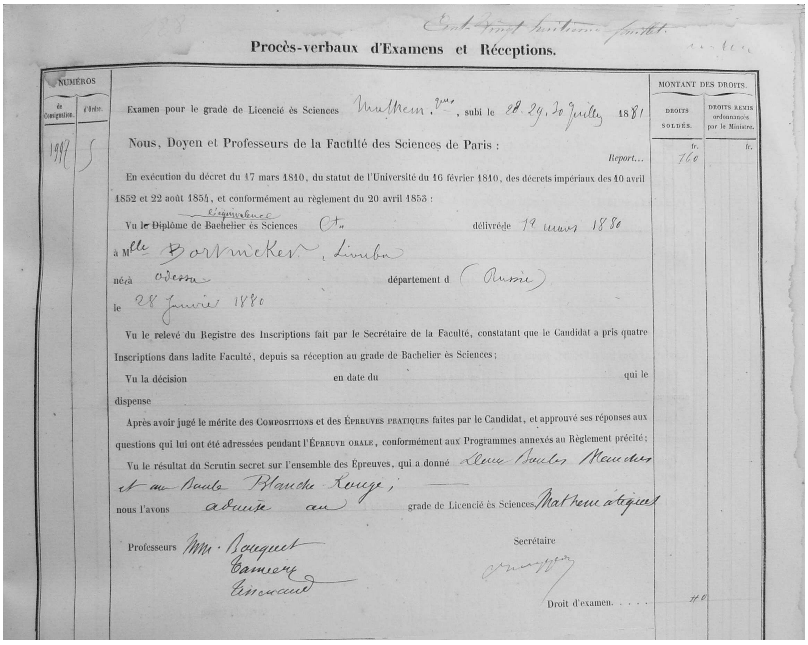
[7] Ces trois jeunes filles ont été classées au concours de la rue d'Ulm en un rang qui aurait permis à un garçon d'y être admis comme élève, et si toutes les trois sont autorisées à en suivre l'enseignement tout en bénéficiant d'une bourse de licence, seule Marguerite Rouvière, qui est en 1910 la première femme admise rue d'Ulm, y entre avec le titre d'élève. Madeleine Chaumont et Georgette Parize, ainsi que Jeanne Rouvière, sœur de Marguerite, ne seront nommées membres de leurs promotions (respectivement 1919, 1917 et 1912) que par un arrêté ministériel du 24 juin 1927, qui fera d'elles des anciennes élèves sans qu'elles aient jamais été élèves. Sur Marguerite Rouvière et Madeleine Chaumont, voir mes articles dans le *Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales* d'avril 2011 ; on y trouvera aussi quelques informations sur Jeanne Rouvière et Georgette Parize, et une première version, beaucoup plus courte, de cet article sur Liouba Bortniker.

la même en philosophie, où le premier succès féminin ne se produit qu'en 1905, et le suivant en 1920.

Entre temps, Camille Sée, largement battu au deuxième tour des élections de septembre 1881 où il n'avait obtenu que 12% des voix, avait été nommé le mois suivant au Conseil d'État. Il dirigera jusqu'à sa mort en janvier 1919 la revue mensuelle *L'enseignement secondaire des jeunes filles*, qu'il avait fondée en 1882 et qui lui survivra jusqu'en 1942[8].

Une étudiante russe à Paris

Liouba Bortniker[9] naît le 20 mai 1860[10] à Alexandrowka, en Ukraine alors intégrée à la Russie. On ne sait rien de ses premières années ni de son arrivée à Paris en 1879, alors que sa famille est restée en Ukraine. L'équivalence du baccalauréat ès sciences complet, c'est-à-dire avec mathématiques à l'écrit, lui est accordée le 23 février 1880, et elle s'inscrit en novembre[11] à la faculté des sciences de Paris, où elle obtient le 30 juillet 1881 la licence ès sciences mathématiques devant un jury composé de Jean-Claude Bouquet, Jules Tannery et Félix Tisserand.



Procès-verbaux d'Examens et Réceptions.

NUMÉROS de Consignation. d'Ordre. 1997 5

Examen pour le grade de Licencié ès Sciences Mathem.ques, subi le 28. 29. 30 Juillet 1881

Nous, Doyen et Professeurs de la Faculté des Sciences de Paris :

Report... 160

En exécution du décret du 17 mars 1810, du statut de l'Université du 16 février 1810, des décrets impériaux des 10 avril 1852 et 22 août 1854, et conformément au règlement du 20 avril 1853 :

Vu ~~le Diplôme~~ l'équivalence de ~~Bachelier~~ ès Sciences C.t délivré de 12 mars 1880

à Mlle Bortnicker, Liouba

né à Odessa département d (Russie)

le 28 Janvier 1880

Vu le relevé du Registre des Inscriptions fait par le Secrétaire de la Faculté, constatant que le Candidat a pris quatre Inscriptions dans ladite Faculté, depuis sa réception au grade de Bachelier ès Sciences ;

Vu la décision en date du qui le dispense

Après avoir jugé le mérite des Compositions et des Épreuves pratiques faites par le Candidat, et approuvé ses réponses aux questions qui lui ont été adressées pendant l'Épreuve orale, conformément aux Programmes annexés au Règlement précité ;

Vu le résultat du Scrutin secret sur l'ensemble des Épreuves, qui a donné deux boules blanches et une boule Blanche-Rouge,

nous l'avons admise au grade de Licencié ès Sciences Mathematiques

Professeurs MM. Bouquet, Tannery, Tisserand

Secrétaire

Droit d'examen. . . . 40

MONTANT DES DROITS. DROITS SOLDÉS. fr. DROITS REMIS ordonnancés par le Ministre. fr.

Le PV de juillet 1881. Relevez les erreurs

(avec l'autorisation des Archives nationales)

[8] On trouvera les textes et les débats parlementaires qui ont accompagné leur adoption dans *Lycées et collèges de jeunes filles*, Paris, 3e éd., 1888. Téléchargeable sur *Gallica*.

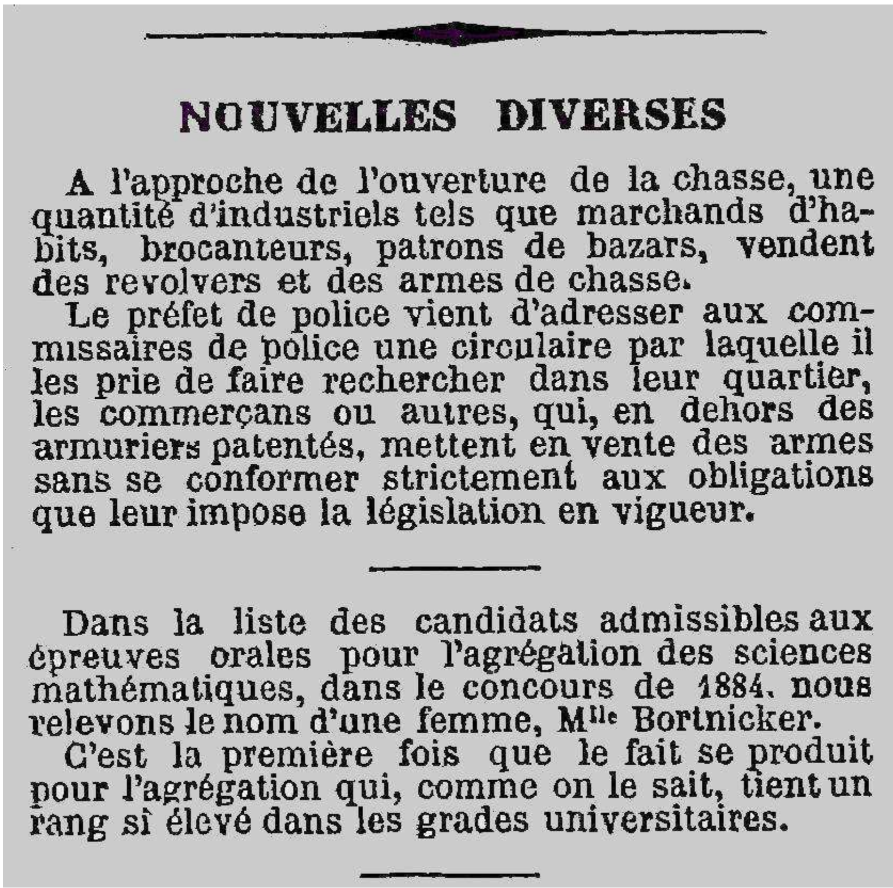
[9] Et non Bortnicker, orthographe rencontrée alors dans quelques documents non officiels, dans les registres de la faculté des sciences et systématiquement sous la plume de l'inspecteur général Vacquant, ainsi que dans la majorité des rares mentions actuelles de son nom. C'est bien Liouba Bortniker qui obtient la nationalité française, et elle orthographie toujours ainsi son nom.

[10] Selon le calendrier julien, donc le 1er juin selon notre calendrier grégorien.

[11] Selon le registre d'inscription, elle se prénomme Liouboff et est née à Odessa. Le mot Alexandrowka a dû effrayer le scribe.

Par un arrêté du 9 novembre, elle est « déléguée provisoirement dans les fonctions de maîtresse adjointe », c'est-à-dire de répétitrice, à Sèvres, pour la partie scientifique ; les mathématiques y sont enseignées par des maîtres de conférences normaliens, Gaston Darboux dès l'origine et Jules Tannery à partir de 1882 ; Paul Appell les rejoindra en 1884. Le décret 18739 du 19 décembre 1881 autorise Liouba Bortniker, institutrice, à « établir son domicile en France ».

Désirant poursuivre ses études, elle obtient un congé d'inactivité de février 1883 à la fin de l'année scolaire[12], assorti d'un modique traitement de 300 francs par an et d'une bourse de licence. Elle est admise le 1er août à la licence ès sciences physiques, par un jury composé d'Adolphe Wurtz, Charles Friedel et Gabriel Lippmann. L'année suivante, elle est boursière d'agrégation à Paris. Le *Journal des Débats* du 20 août 1884 relève le nom de cette jeune fille parmi les admissibles à l'agrégation de mathématiques : « C'est la première fois que le fait se produit. » Elle est dix-septième des 20 admissibles.



NOUVELLES DIVERSES

A l'approche de l'ouverture de la chasse, une quantité d'industriels tels que marchands d'habits, brocanteurs, patrons de bazars, vendent des revolvers et des armes de chasse.

Le préfet de police vient d'adresser aux commissaires de police une circulaire par laquelle il les prie de faire rechercher dans leur quartier, les commerçans ou autres, qui, en dehors des armuriers patentés, mettent en vente des armes sans se conformer strictement aux obligations que leur impose la législation en vigueur.

Dans la liste des candidats admissibles aux épreuves orales pour l'agrégation des sciences mathématiques, dans le concours de 1884, nous relevons le nom d'une femme, Mlle Bortnicker.

C'est la première fois que le fait se produit pour l'agrégation qui, comme on le sait, tient un rang si élevé dans les grades universitaires.

Journal des Débats, *20 août 1884*

[12] Elle est remplacée à Sèvres par Alice Caen, qui y est entrée comme élève en 1881 et a obtenu l'agrégation (féminine) dans l'ordre des sciences en 1883.

Après les épreuves préparatoires, consistant en trois compositions de sept heures (en mathématiques spéciales, en mathématiques élémentaires, et sur certaines parties, précisées chaque année, du programme de licence), les admissibles passent les épreuves définitives : deux leçons orales (d'élémentaires et de spéciales), suivies de ce qu'il est d'usage d'appeler les épreuves finales, à savoir une composition d'analyse et de mécanique, suivie d'un calcul numérique et d'une épure commentée de géométrie descriptive. Ayant abandonné après un mauvais oral d'élémentaires, Liouba n'est pas classée. Mais avec l'appui du président du jury, l'inspecteur général Vacquant, qui signale dans son rapport « une grande intelligence et une aptitude remarquable pour les études mathématiques », elle conserve sa bourse l'année suivante.

Le décret 27921 du 4 juin 1885 lui confère la nationalité française ; elle est toujours, selon ce document, institutrice. Le mois suivant, elle se présente à nouveau à l'agrégation, dont les épreuves d'admissibilité commencent le 24 juillet avec la composition de mathématiques spéciales. La dernière des épreuves finales, la géométrie descriptive, sera organisée le 26 août.

L'agrégation de mathématiques de 1885

L'inspecteur général Vacquant est à nouveau président du jury, dont les trois autres membres sont Pruvost, inspecteur général, Piéron, professeur de spéciales au lycée Saint-Louis et futur inspecteur général, et de Saint-Germain, professeur de mécanique rationnelle et appliquée à la faculté des sciences de Caen[13].

Sur les 104 inscrits, 87 composent au moins une fois et 75 sont présents aux trois épreuves d'admissibilité. L'unique candidate rend sur le sujet de licence « Contact des surfaces » [14] un long et remarquable exposé, l'une des deux bonnes copies selon Vacquant. Elle est classée quatrième des 23 admissibles, dont 4 sortent de l'ÉNS et 5 sont anciens normaliens. À l'oral, sa « Première leçon sur les déterminants » pour une classe de spéciales « se distingue de toutes les autres par la largeur des idées et la lucidité de l'exposition » selon Vacquant, et elle est placée au premier rang avant les épreuves finales. Pruvost écrira que « le jury espérait qu'elle s'y maintiendrait » [15].

---

[13] Albert de Saint-Germain, élève de spéciales au lycée Charlemagne, obtient en 1859 le premier prix de physique au concours général. Sixième des 32 admissibles au concours de l'ÉNS en 1858, il n'est pas autorisé à se présenter en 1859 parce que, écrira-t-il, « sa vue très courte, bien que très solide, lui rendrait difficile la surveillance d'une classe dans un lycée », et poursuit ses études en faculté. Docteur ès sciences en 1862, deuxième à l'agrégation de mathématiques en 1865, il donne des interrogations en spéciales au lycée Charlemagne et des conférences dans diverses institutions. Le soutien de Lamé, Liouville, Puiseux, Serret, Bertrand, Chasles, Ossian Bonnet lui permet d'être nommé chargé de cours en 1875 puis professeur en 1877 à la faculté des sciences de Caen. Archives nationales, F/17/22087/B.

[14] Les trois sujets pour l'admissibilité et ceux des épreuves finales de l'agrégation de 1885 sont reproduits aux pages 289-292 des *Nouvelles annales de mathématiques*, 1886. On comparera avec le sujet unique de mathématiques de l'agrégation de sciences des jeunes filles, page 252. Les *NAM* sont consultables sur Numdam.

[15] Lettre du 19 novembre 1885 à Philippon, Archives du Collège de France, fonds Peccot, carton 4, liasse 3. Charles Richard Philippon, né en 1817, jusque-là professeur de mathématiques au lycée Napoléon (actuel Henri IV), est nommé en 1866 secrétaire de la faculté des sciences. Il signe à ce titre les PV d'examens et attestations de diplômes. Il est aussi secrétaire de l'Association pour l'enseignement secondaire des jeunes filles, fondée en 1867 à la suite de l'instruction du 30 octobre mentionnée au début de cet article, et qui organise à la Sorbonne les cours prévus par

L'arrêté donnant la liste des admis est daté du 6 septembre. Ils sont douze, dont les quatre de la promotion sortante de la rue d'Ulm et trois normaliens sortis en 1884[16]. Liouba est deuxième : une précipitation entraînant une complication nuisible dans la résolution de l'équation différentielle de l'épreuve d'analyse et de mécanique lui a fait perdre la première place au profit du normalien Stouff.

C'est un événement, même si Vacquant écrit dans son rapport :

> *« Le concours de cette année, dans son ensemble, est inférieur à celui des années précédentes ; le niveau des derniers présentés pour le titre d'agrégé est toujours le même, mais la valeur de ceux qui occupent la tête de la liste a notablement baissé. »*

Le directeur de l'enseignement secondaire Charles Zévort, accompagnant le ministre Goblet à l'inauguration du lycée de jeunes filles du Havre ce même 6 septembre, salue ce succès, sans prononcer le nom de la lauréate dont il loue la « supériorité marquée sur les nombreux candidats reçus après elle », et conclut :

> *« Pour les aptitudes artistiques et intellectuelles, les femmes n'ont rien à nous envier et [...], si elles sont longtemps restées inférieures, c'est qu'on leur a trop marchandé cette forte éducation de l'intelligence, qu'elles embrassent avec ardeur et où elles obtiennent des succès qui forcent nos professeurs les plus capables à compter avec elles.*[17]»

L'événement passe pourtant presque inaperçu. Des dix grands journaux parisiens que j'ai dépouillés, seul *Le Temps*, dont notre *Monde* est un peu le continuateur, publie, le 24 septembre, les résultats des trois agrégations scientifiques ; il ne les commente pas. Une fois les concours d'agrégation terminés, le très conservateur quotidien catholique *L'Univers*, hostile à la loi Sée, publie le 22 septembre « quelques-uns des résultats » : lettres, histoire et géographie, grammaire, anglais ; mais ni l'allemand, où une jeune fille est classée deuxième, ni les mathématiques. Le *Journal des Débats*, qui avait donné sans commentaire les listes d'admissibilité le 20 août, ne publie pas les résultats finaux. Les quotidiens qui rendent compte de l'inauguration du Havre, tels *L'Univers*, *La Justice* que dirige Clémenceau, l'anticlérical *Le Siècle* ou le légitimiste *Le Gaulois* reproduisent le discours du ministre qui ne mentionne pas le succès de Liouba, mais pas celui de Zévort. Le mensuel *L'Enseignement secondaire des jeunes filles*, créé et dirigé par Camille Sée, reproduit en septembre le discours de Zévort et cite le mois suivant la lauréate dans une longue liste des « professeurs-femmes nommées à la suite des épreuves communes aux jeunes gens et aux jeunes filles ». Mais son combat concerne la généralisation

---

cette instruction ; il y participe dès l'origine en donnant des cours d'arithmétique. C'est lui qui a demandé des informations sur Liouba Bortniker, en qui il voyait sans doute une possible recrue pour l'Association. Nous verrons que Liouba n'oubliera pas Philippon.

[16] Sept normaliens sortants ont échoué, et ce dès les épreuves d'admissibilité. Deux d'entre eux seront reçus plus tard : Delarue en 1887 et Schlesser en 1889. Dans sa nécrologie de Delarue, publiée dans l'annuaire 1929 de l'Association amicale de secours des anciens élèves de l'ÉNS, Schlesser explique « ce véritable désastre » par un « état d'extrême fatigue » du maître de conférences Bouquet qui, souvent absent et pas toujours suppléé, mourra en septembre à l'âge de 66 ans, et par la fermeture pendant six semaines de l'ÉNS, consécutive au décès d'un élève atteint de fièvre typhoïde et à un cas supposé et finalement non avéré de méningite cérébro-spinale.

[17] Les discours de Zévort et Goblet sont reproduits dans la *Revue internationale de l'enseignement*, juillet 1895, p. 314-321.

de l'accès des femmes à un enseignement secondaire de qualité, plus que quelques succès prestigieux mais isolés.

Le prix Peccot

La nouvelle agrégée est nommée en octobre 1885 professeur de sciences au lycée de jeunes filles de Montpellier, où il existe une préparation à Sèvres – elle avait demandé Paris, et à défaut Montpellier. Le prix Peccot que lui accorde le Collège de France lui permet d'obtenir en janvier 1886 un congé d'inactivité jusqu'à la fin de l'année scolaire, qui sera suivi de deux congés d'inactivité d'un an, avec selon l'usage un traitement modique de 100 francs par an – mais le prix est richement doté.

Claude Antoine Peccot, né le 28 avril 1856 à Paris, est le fils naturel et reconnu seize mois plus tard de Julie Anne Antoinette Peccot, née en 1812 à Nantes, célibataire cultivée et mondaine, vivant à Paris. On ignore qui est son père, et rien ne prouve qu'il s'agisse, comme le soutient une tradition familiale, de celui qui sera quinze ans plus tard le richissime collectionneur et philanthrope Richard Wallace. Ne fréquentant aucun lycée, Claude suit depuis 1872 les cours de mathématiques à la faculté des sciences et au Collège de France, où les enseignants sont Bertrand, Ossian Bonnet, Briot, Darboux, Hermite, Maurice Lévy, Puiseux, Serret et Tannery. Il obtient le baccalauréat ès sciences en octobre 1874 et la licence ès sciences en août 1875[18]. Quelques années plus tôt, les Goncourt avaient été frappés par ce « garçonnet délicat, élégant, frêle et frileux » (*Journal*, 16 avril 1869). Il meurt après quelques jours de maladie le 18 septembre 1876, âgé de 20 ans. Selon Renan, qui ne le connaissait pas, cette mort serait la « conséquence d'un travail excessif » (*Journal des débats*, 28 novembre 1885) ; sa famille évoque une « maladie cruelle ».

Outre quelques rares travaux scolaires, le jeune Claude ne laisse, semble-t-il, que deux textes touchant aux mathématiques. D'abord un laborieux poème de 120 vers, surtout alexandrins, intitulé « Binôme de Newton », écrit à l'âge de 14 ans. Et un texte de neuf feuillets intitulé « Numération », quelque peu mis en forme par Julie à partir de ce qu'avait écrit son fils ; l'énoncé mathématique le plus élaboré de cette curieuse et inintéressante étude de la genèse et du fonctionnement des trois types de numération – par signes, écrite et parlée – est la dernière remarque : « Tout nombre écrit à la gauche d'un autre a une valeur dix fois plus grande. » L'auteur, dont la mère comparera bientôt le destin à celui de « Gallois », a 18 ans.

Le frère aîné de Julie, Mathurin Antoine Peccot, partageant sa vie entre Nantes et Paris, suivait avec attention les études de son neveu, qu'il avait incité à se faire connaître de ses maîtres. Claude, aimable et beau garçon, écrivant depuis l'âge de neuf ans des poèmes et pratiquant le piano, était sérieux, intelligent et confiant en ses capacités ; la finesse de ses remarques aurait étonné Joseph Bertrand, qui avait une grande expérience personnelle en ce qui concerne les jeunes prodiges. La famille – réduite, du fait d'une brouille avec les cousins nantais, à Mathurin, Julie

[18] Pendant l'année 1875, les notes chiffrées remplacent les boules. Claude Peccot obtient la note 13, égale à la moyenne des notes des quinze admis non normaliens d'août et novembre 1875 ; il est d'un an le plus jeune de ces admis.

et Claudine Lafond, épouse Vimont et amie intime de Julie[19] – est convaincue du génie mathématique du jeune homme. Bertrand et ses collègues, sans doute sensibles à leur tristesse autant qu'aux qualités du jeune disparu, abonderont dans ce sens.

Quatre jours après la mort de Claude, son oncle en informe chacun de ses anciens maîtres. Dans sa lettre à Joseph Bertrand, secrétaire perpétuel pour les mathématiques de l'Académie des sciences, il fait part de sa volonté et de celles de Julie Peccot et de Claudine Lafond : « aujourd'hui conformément à la volonté [de Claude] nous disposons de notre fortune dans l'intérêt général de la science. » L'inconsolable Mathurin meurt désespéré en 1878. Julie et Claudine, par testament, lèguent l'essentiel de leur importante fortune au Collège de France, afin de fonder des prix destinés à permettre à des jeunes mathématiciens de se livrer entièrement à leurs travaux. Joseph Bertrand, qui veut bien se charger de cette donation, est d'autant plus convaincu de l'« intelligence extraordinaire » du jeune Claude qu'il finira par le croire mort à 16 ans[20].

Voulant faire un essai de leur vivant, les deux femmes mettent à la disposition du Collège une somme de 12000 francs. Une commission désignée par l'Assemblée des professeurs du Collège, composée de Bertrand, Hermite, O. Bonnet, M. Lévy, Jordan, Darboux, Tisserand, Mascart et Tannery[21], est chargée de proposer le nom du bénéficiaire. Deux ans plus tard, une lettre au ministre, datée du 31 janvier 1888 et signée de Ernest Renan, administrateur du Collège, Joseph Bertrand et Jules Tannery, président et secrétaire de la commission ayant attribué le prix, indiquera que :

> *« À l'unanimité, [la commission] a jugé que Mlle Bortniker, par l'extraordinaire énergie dont elle avait fait preuve en se préparant aux examens qu'elle a subis, par le talent qu'elle y a montré, méritait bien d'inaugurer la fondation de Mme Peccot[22]. »*

Le vote de la commission a eu lieu le 20 décembre 1885, après un rapport présenté par Hermite. Dans une lettre à Bertrand, les deux donatrices se déclarent

[19] Née en 1816 à Nantes, Claudine Lafond a épousé en 1838 Eugène Vimont ; elle s'en est séparée en 1856 sans divorcer, pour rejoindre Julie à Paris. Elle vit boulevard Suchet (16e arrondissement) avec Julie et Claude. Eugène Vimont meurt en 1882.

[20] Lettre du 31 janvier 1888, citée plus bas.

[21] Avec le physicien Mascart, l'élite des mathématiques françaises de l'époque ; il ne manque guère que le jeune Henri Poincaré. Ils occupent les chaires les plus prestigieuses, et les huit premiers sont membres de l'Académie des sciences, où Tannery sera élu en 1904. Bertrand, Lévy, Mascart et Jordan sont professeurs au Collège de France. Les cinq premiers sont polytechniciens et les quatre autres normaliens. Tous, sauf Jordan qui a préféré les charmes bourguignons de Mervans, ont été inhumés depuis au cimetière du Montparnasse, à quelques stations de métro du Collège de France dont ils suivent discrètement les travaux.

[22] L'essai sera renouvelé et les premiers bénéficiaires après Liouba Bortniker seront Jacques Hadamard en 1889 et Élie Cartan en 1893. Claudine Lafond meurt en 1893 et Julie Peccot en 1898. Créée après la mort des deux donatrices, la fondation Claude Antoine Peccot attribue – irrégulièrement, selon l'état des fonds – des bourses ou des prix, et surtout finance chaque année un cours confié à un mathématicien âgé de moins de 30 ans. Les premiers titulaires du cours Peccot sont Borel pendant trois ans à partir de 1900, puis Lebesgue, Baire, que suivront la plupart des principaux mathématiciens français du siècle. Au fil des ans, d'autres sources de financement se sont substituées aux legs Vimont et Peccot. L'annuaire du Collège de France donne la liste récapitulative des élus, dont la plupart sont normaliens.

« très satisfaites » par le choix de cette jeune fille, « dont la modestie, les sentiments délicats, [les] ont vivement touchées ». Après ratification par l'assemblée des professeurs et avec l'accord du ministre, Liouba Bortniker, qui recevra 4000 francs par an pendant trois ans, peut poursuivre sa formation au Collège de France et à la Sorbonne, et commencer un travail de recherche.

Les travaux

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances... (CR)* mentionnent trois notes envoyées à l'Académie des sciences. La première, trois pages « Sur un genre particulier de transformations homographiques », est présentée par Darboux dans la séance du 14 mars 1887 ; elle prolonge un travail de Sylvester, et Darboux manifeste son intérêt en l'enrichissant de remarques plus longues que la note elle-même. Cette communication est signalée le lendemain dans plusieurs quotidiens : *Le Gaulois* signale cette « particularité » en première page et le *Journal des débats* indique que « sauf erreur, c'est la première fois que l'on trouve dans les comptes rendus de l'Académie une note de mathématique écrite par une femme ». Certains cafés mettaient alors les *CR* à la disposition de leurs habitués.

La seconde note, six pages « Sur la théorie des cyclides », non présentée en séance, est publiée dans les *CR* du 19 mars 1888. Les *CR* du 22 mai 1888 signalent en deux lignes la réception d'une troisième note sur la théorie des rayons lumineux normaux à une surface.

Je n'ai pas trouvé d'autres traces de travaux de Liouba Bortniker, si ce n'est, dans le *Bulletin des sciences mathématiques* de Darboux et Tannery, en 1888 et 1890, des résumés des deux premières notes envoyées à l'Académie, signalées par ailleurs dans de nombreuses recensions de l'époque, tant françaises qu'étrangères. Dans une lettre de 1896 adressée probablement au ministre, elle évoquera « plusieurs travaux sur d'autres sujets qui m'ont été proposés ou sur mes propres sujets – que j'ai remis à M. Darboux, à M. Bertrand et à M. Tannery – pas tous », et qu'elle se propose de reprendre. Nous n'en savons pas plus.

L'enseignement

La lettre citée plus haut de Renan, Bertrand et Tannery est écrite en janvier 1888, alors que celle dont ils font l'éloge, et qui « a acquis une science mathématique très élevée et très étendue », va bientôt cesser de bénéficier de la bourse Peccot :

> *« Quelques-uns des membres de la Commission pensaient, Monsieur le Ministre, à vous demander de lui confier une maîtrise de conférences dans une faculté : à coup sûr, Mlle Bortniker en serait très digne ; une telle mesure n'aurait pas causé dans le monde savant plus d'étonnement que celle qui a placé Mme de Kowalewski dans la chaire de l'Université de Stockholm, qu'elle occupe si dignement[23]. Une telle situation, toutefois, effraierait Mlle Bortniker, dont la modestie est si excessive qu'elle est seule à douter de sa*

[23] Dans une lettre à Mittag-Leffler du 12 janvier 1889, à propos de l'impossibilité de faire nommer Sophie Kowalevski à Paris, même dans un lycée de jeunes filles, Hermite confirme que Mlle Bortniker ne voulait pas la place de maître de conférences en province que le ministère était disposé à lui offrir. La première mathématicienne française nommée en faculté sera Marie-Louise Dubreil-Jacotin, dont la nécrologie normalienne signée Jean Leray indique qu'elle a été chargée de cours à dater du 1er janvier 1939, puis maître de conférences, à la faculté des sciences de Rennes.

valeur. Son unique ambition est de rentrer dans l'enseignement des jeunes filles, mais d'y rentrer à Paris, où elle pourra continuer ses recherches. »

Les auteurs de la lettre sollicitent donc sa nomination dans le troisième lycée féminin de Paris qui, après Fénelon en 1883 et Racine en 1886, est sur le point d'ouvrir ses portes : le lycée Molière, rue du Ranelagh (16e arrondissement). Ses qualités humaines – l'essentiel de sa bourse va à sa mère et à ses frères[24], restés à Odessa –, « la dignité de sa vie et l'élévation de son caractère », s'ajoutent aux arguments scientifiques et pédagogiques.

Darboux intervient dans le même sens :

> *« En ce moment, elle étudie une théorie difficile ; mais elle est en bonne voie et j'espère qu'elle pourra achever une thèse dans le courant de l'année prochaine. »*

Elle n'achèvera pas cette thèse[25], qu'elle évoquait déjà en septembre 1885 dans la lettre où elle demandait au ministre à être nommée à Paris : « Je suis depuis un an à la Faculté des sciences le cours de M. Darboux, dans l'intention de préparer une thèse de Doctorat ès sciences mathématiques. » Mais elle est bien nommée en 1888 professeur de sciences au lycée Molière, où le poste de mathématiques est tenu par un agrégé de Louis-le-Grand, le normalien Burat. L'inspecteur général Pruvost décrit en mars 1890 « un professeur instruit mais trop timide », et pratiquant une méthode originale :

> *« Mlle Bortniker ne fait pas de leçon ; elle interroge les élèves et leur fait traiter au tableau, sous sa direction et en les guidant, les questions du programme.*
>
> *Si cette méthode est avantageuse pour les élèves intelligentes, elle l'est beaucoup moins pour celles qui comprennent plus difficilement. Elles ont quelque peine à suivre une démonstration nécessairement souvent interrompue, puisqu'elle est faite par une élève qui ne la connaît pas et qu'il faut amener à trouver.*
>
> *[...]*
>
> *De toutes les classes que j'ai inspectées cette année dans les lycées de jeune filles, celles de Mlle Bortniker sont certainement les meilleures. »*

On peut apprécier la liberté pédagogique laissée à l'enseignante : Pruvost donne tout au plus « des conseils qu'elle suivra certainement car elle a le plus grand désir de bien faire ». Mais sa santé se dégrade, et dès la rentrée de 1890 les congés se multiplient. Le vice-recteur Gréard[26] écrit en février 1891 au ministre :

[24] Un Alexis Bortniker, juriste, et un David Ivanovic Bortniker, peintre, sont nés à Odessa, en 1858 et en 1867. Un Michel Bortniker, d'Odessa, étudie la mécanique à Bruxelles en 1884 et publie en 1895. J'ignore s'ils sont parents de Liouba.

[25] La première femme ayant soutenu une thèse de mathématiques en France est une Américaine, Dorothée Klumpke, le 14 décembre 1893 : *Contribution à l'étude des anneaux de Saturne.* En physique, c'est Marie Curie, qui soutient sa thèse, *Recherches sur les substances radioactives*, le 25 juin 1903 à Paris.

[26] La loi du 14 juin 1854 divise la France en seize académies. Le décret du 22 août 1854 précise que l'Académie de Paris, qui comprend neuf départements – parmi lesquels le Cher, le Loiret et la Marne –, a pour recteur le ministre de l'instruction publique, assisté dans ces fonctions par un vice-recteur. Ce vice-recteur est recteur de fait. Cette situation durera jusqu'à la nomination, en mars 1920, de Paul Appell comme recteur de l'Académie de Paris.

> *« Ce professeur est absolument sans ressources, et au témoignage de MM. Darboux et Tannery ce sont les privations qu'elle s'est imposées pour venir en aide à sa famille qui l'ont réduite à un état d'affaiblissement dont l'issue peut être promptement fatale. »*

Elle bénéficie pour raisons de santé d'un congé de deux mois en février 1891, suivi d'une autorisation d'absence jusqu'en juillet, puis d'un congé d'inactivité de février à juillet 1892, pendant lequel elle rejoint sa famille à Odessa. Son traitement est alors calculé sur la base de 1100 francs par an au lieu de 3500. Elle démissionne en novembre 1892, mais à la suite d'une intervention des inspecteurs généraux Vacquant et Pruvost le vice-recteur Gréard obtient que sa démission soit transformée en congé, ce qui lui permet de proposer sa nomination comme répétitrice à Sèvres.

En janvier 1893, elle est nommée à titre provisoire maîtresse adjointe à Sèvres, où une sévrienne occupe déjà les mêmes fonctions et où Darboux et Tannery sont toujours maîtres de conférences de mathématiques.

L'enfermement

Le 16 septembre 1893, le ministre de la Justice reçoit une lettre de Liouba Bortniker :

> *« J'ai l'honneur de vous prier de vouloir bien faire délivrer Monsieur Bouquet, ancien professeur de la Faculté des Sciences, qui se trouve dans la maison qu'il habitait avant enfermé par je ne sais qui. D'autres personnes se trouvent dans le même cas, entre autre M. Dessains, plusieurs membres de la famille Koenigs, etc.*
>
> *Ce que je vous communique, je le sais d'après des paroles dans mon cerveau, dont je comprends la raison, mais je ne sais si je dois les écouter.*
>
> *Veuillez agréer, Monsieur le Ministre, l'expression de mon profond respect. »*

Jean-Claude Bouquet, déjà rencontré deux fois, et Paul Desains, titulaires des chaires de mécanique rationnelle et de physique à la Sorbonne et membres de l'Académie des sciences, sont morts en 1885. Le ministre de la Justice fait transmettre cette lettre « qui révèle chez son auteur un état d'aliénation mentale » à son collègue de l'Instruction publique, qui avait reçu entre-temps deux longues missives beaucoup plus délirantes où il était question du roi de Bavière, du général Mercier et aussi d'une « dame qui fut assassinée ou a disparu, [qui] a un rapport avec une parente de Mme Lafond, morte il y a peu de temps et qui demeurait 4 rue d'Auteuil ; cette dame s'appelait je crois Madame Kirroi ou Mademoiselle Pecco [27] ».

Le 22 septembre 1893, elle écrit à nouveau à son ministre pour demander un congé d'un an :

> *« Car les personnes qui parlent depuis trois ans dans mon cerveau l'ont à tel point fatigué, que je ne suis plus capable d'aucun travail intellectuel. »*

[27] Claudine Lafond était morte en juin 1893 et Julie Peccot mourra en octobre 1898, toutes deux au 6 rue d'Auteuil. La mère de Julie Peccot est née Julie Kirouard.

L'agrégation masculine et les femmes

HISTOIRE NAVRANTE

de la

première femme reçue à l'agrégation des hommes

De plus en plus, les femmes envahissent l'Université. Nous avons publié ces jours-ci plusieurs articles qui prouvent l'étendue de cette invasion.

Elles conquièrent leurs diplômes fièrement , elles sont heureuses de ces succès remportés sur les hommes.

C'est l'égalité des sexes qui commence, n'est-ce pas ?

Mais parmi ces héroïnes d'un nouveau genre, il est plus d'une victime.

Lisez l'histoire de la première agrégée, et dites s'il en est beaucoup de plus tristes

C'était en 1885. Une jeune fille d'origine russe, Mlle B..., qui semblait destinée à une vie brillante, eut l'orgueil de se présenter, cette année-là, au concours de l'agrégation des sciences mathématiques (hommes) au lieu de passer, comme ses collègues, l'agrégation des femmes qui est d'un niveau moins élevé. Elle avait à peine vingt-cinq ans et fut reçue avec le numéro 2 sur douze candidats admis, dont la plupart étaient ses aînés.

Le Matin, *30 janvier 1911*

Tout en précisant ses accusations :

> *« Je crois nécessaire de dire que les personnes que j'accuse de cet abus sont le sieur Philippon[28], ancien secrétaire de la Faculté des Sciences de Paris, sa fille et deux ou une jeunes filles, qui sont sans doute des petites filles ; je ne connais que les deux premiers ; quant aux petites filles, je ne les ai jamais vues. »*

En décembre, elle suggère au ministre de « créer une administration qui puisse donner des conseils pour la recherche des amis ou parents que l'on espère retrouver en vie » alors qu'ils sont morts.

À chaque mois d'octobre, de 1893 à 1897, un « congé d'inactivité sur sa demande et pour raisons de santé » est accordé à celle qui, dès 1894, n'est plus désignée que comme « ancienne maîtresse adjointe à l'ÉNS de Sèvres ». En 1896, le traitement de 1200 francs par an est remplacé par des allocations de secours du même montant.

Au début de 1896, elle écrit au ministre, comme elle le fait depuis deux ans, qu'elle souhaite être nommée dans un lycée parisien ou reprendre ses fonctions à Sèvres, tout en ajoutant :

> *« Au bout de l'année je n'ai plus pu refaire ma demande pour reprendre la situation car j'ai eu l'intelligence fatiguée par des parasites hommes qui me persécutent d'une manière hideuse. Je ne puis d'autre part faire une demande de congé car je ne prévois pas combien de temps il me faudra pour reprendre le service. Je me suis adressée au Bon Marché pour faire des bonnets et de la dentelle au crochet, à 10 centimes l'heure, chez moi – bien entendu. Mais au bout de six semaines environ on m'a refusée. Je ne sais donc pas ce que j'ai à faire. Je ne puis sûrement pas reprendre le service cette année, car j'ai l'intelligence fatiguée. Pour l'année prochaine, je ne puis répondre non plus. »*

Elle envisage de rédiger ses leçons et des compositions de mathématiques supérieures, après avoir fait venir ses livres restés en Russie[29] : « Je dois ce travail à M. Pruvost par lequel j'étais guidée pendant un an 1884-85 chez lui. »

En février, son propriétaire au 28 rue de la Glacière écrit au ministre pour lui décrire le comportement de cette bruyante et pitoyable locataire et demande s'il peut lui donner congé – elle ira deux mois plus tard habiter au 20 de la même rue. En mars, un certificat médical détaille les manifestations spectaculaires de son délire de persécution et conclut à la nécessité du placement dans un établissement spécial. Mais le préfet de police, considérant « après enquête approfondie » que « la Demoiselle Bortniker ne s'est, jusqu'à ce jour, livrée à aucun acte pouvant motiver l'intervention de ma Préfecture en vue de l'internement d'office », conclut : « dans ces conditions, [...] je dois me borner à faire tenir cette personne en observation. ». Au nom du ministre, le directeur de l'enseignement secondaire l'approuve, en réaffirmant son intérêt :

> *« Par ses titres scientifiques de premier ordre, Mlle Bortniker a, en effet, des droits réels à la sollicitude de mon administration qui lui viendra toujours en aide dans toute la mesure du possible. »*

[28] Voir la note 15. Philippon, retraité par arrêté du 2 janvier 1893, était décédé le 25 janvier 1893, huit mois avant la lettre de Liouba.

[29] Elle a séjourné dans sa famille à Odessa en 1892 et 1894, au moins.

En avril, sa seule amie, une Russe étudiante en médecine, juge souhaitable son placement « dans une maison de santé ». Le commissaire du quartier est chargé « de tenir Mlle Bortniker en observation attentive ».

Le 29 mars 1899, elle est « admise à l'asile clinique (Sainte-Anne) pour cause d'aliénation mentale » par décision du préfet de police. Son dossier à Sainte-Anne nous apprend qu'elle est de confession israélite. Le 28 mai 1902, elle est transférée à la Maison Blanche, annexe récemment créée de l'asile d'aliénés de Ville-Évrard, à Neuilly-sur-Marne (alors dans le département de Seine-et-Oise).

Les registres de la Maison-Blanche indiquent qu'elle quitte l'établissement le 23 janvier 1903, pour être transférée à Pont-l'Abbé (Picauville, Manche). Plus précisément, elle est envoyée au Bon Sauveur, asile psychiatrique situé à Pont-l'Abbé, lieu-dit de la commune de Picauville, dans la Manche. À l'hospice pour pauvres créé en 1837 et dirigé par les sœurs du Bon Sauveur s'étaient ajoutés au fil des ans un pensionnat, un institut de sourds et muets, un ouvroir pour jeunes filles et un orphelinat, tous de taille modeste. La communauté du Bon Sauveur est autorisée en 1853 à accueillir les aliénés. En 1903, l'asile du Bon Sauveur de Pont-l'Abbé-Picauville accueille les aliénés des deux sexes des arrondissements de Cherbourg et de Valognes et les aliénés masculins des arrondissements de Saint-Lô et de Valognes. Il reçoit aussi « une grande partie de ses pensionnaires du département de la Seine, qui chaque année déverse le trop plein de ses asiles dans les établissements de province ayant des places libres ». L'asile est placé sous la direction de la Supérieure de la Communauté du Bon-Sauveur et la direction médicale d'un médecin-chef, le docteur Viel. Il accueille alors 360 hommes et 550 femmes, classés dans un large éventail allant des tranquilles et des travailleurs aux déments et aux gâteux[30].

Les archives de l'asile relatives à cette époque ont disparu lors des bombardements alliés qui, le 10 juin 1944, ont détruit à 80% les bâtiments du Bon Sauveur trop proches d'une batterie allemande. Le nom de Liouba Bortniker ne figurant pas dans les registres des décès des communes de Picauville et Étienville, sa trace s'arrête là.

Les agrégés de 1885, quinze ans plus tard

Dans son discours du 6 septembre 1885 au Havre, Charles Zévort avait déclaré :

> *« Elle a obtenu le second rang, presque le premier, avec une supériorité marquée sur les nombreux candidats reçus après elle et dont la plupart vont être chargés des cours les plus importants dans nos lycées. »*

La liste qui suit donne, dans l'ordre du classement, les noms et prénoms des agrégés, leurs dates de naissance, leurs fonctions en 1884–1885 (les ÉNS 1882 sont les sortants de la rue d'Ulm), leurs fonctions pendant l'année scolaire 1899-1900, qui suit l'internement de Liouba, et quelques informations complémentaires.

(1) Xavier Stouff, né le 19 mai 1861, ÉNS 1882. Docteur ès sciences (1888). Professeur de calcul différentiel et intégral à la faculté des sciences de Besançon depuis 1895. Meurt en 1903.

[30] Dr Viel, « Établissement du Bon-Sauveur de Pont-l'Abbé-Picauville », dans *Cherbourg et le Cotentin*, 1905.

(2) Liouba Bortniker, née le 20 mai (1er juin) 1860, boursière d'agrégation à Paris.

(3) Philbert Legé, né le 21 octobre 1859, boursier d'agrégation à Paris. Cinquième admissible à l'ÉNS en 1880 et 33e après l'oral, il n'est pas admis (le dernier des 20 entrants est le 28e). Professeur de mathématiques spéciales de 1889 à 1907, au lycée de Marseille à partir de 1897. Il passe ensuite dans l'administration et est proviseur du lycée de Clermont-Ferrand de 1912 à sa mort, en 1924.

(4) Achille Goulard, né le 15 juillet 1860, ÉNS 1881, chargé de cours au lycée de Moulins. Professeur de mathématiques élémentaires au lycée de Marseille de 1885 à sa mort en 1902, causée par l'albuminérie dont il souffre depuis plusieurs années.

(5) Gaston Spinnler, né le 31 janvier 1862, ÉNS 1882. Professeur de mathématiques spéciales au lycée de Nantes de 1892 à 1900, puis professeur en classe préparatoire à Centrale au lycée Saint-Louis puis au lycée Buffon. Meurt en 1923, avant d'avoir pris sa retraite.

(6) Eugène Cahen, né le 18 mars 1865, ÉNS 1882. Docteur ès sciences (1894). Professeur de mathématiques spéciales au collège Rollin (futur lycée Jacques Decour) de 1899 à 1910 ; enseignant à la Sorbonne (théorie des nombres, mécanique rationnelle) de 1910 à 1939. Meurt en 1941.

(7) Louis Dimbarre, né le 11 mars 1861, ÉNS 1881, chargé de cours au lycée de Coutances. Professeur de mathématiques élémentaires en classe préparatoire à Saint-Cyr au lycée de Marseille de 1886 à sa retraite, qu'il prend en 1922.

(8) Georges Poirier, né le 23 mars 1861, ancien élève de l'École normale de Blois, chargé de cours au lycée de Vendôme. Professeur de mathématiques en classes littéraires au lycée Janson de Sailly de 1890 à sa retraite, prise en décembre 1912.

(9) Eugène Jacquin, né le 4 avril 1841, ancien chargé de cours au lycée de Saint-Omer, en congé pour raisons de santé depuis février 1881, d'abord avec un traitement annuel dérisoire et réglementaire de 100 francs (son salaire était de 3100), puis sans traitement depuis octobre 1884. Admissible à l'ÉNS en 1862, il obtient ses licences en 1866 et 1870. Marié et père de famille, admissible à l'agrégation en 1883 et 1884, il s'est préparé seul au concours. Professeur de mathématiques au lycée de Besançon depuis 1885, son insuffisance pédagogique le fait muter en 1897 au lycée de Vesoul, où il prend sa retraite en 1901.

(10) Louis Lanaspèze, né le 14 novembre 1856, boursier d'agrégation à Toulouse. Professeur de mathématiques élémentaires en classe préparatoire à Saint-Cyr, au lycée de Toulouse, de 1893 à sa mort, en mai 1913.

(11) Auguste Huard, né le 5 février 1862, ÉNS 1882. Professeur de mathématiques élémentaires en classe préparatoire à Saint-Cyr au lycée Henri IV de 1892 à 1907, puis en classe préparatoire à l'Institut agronomique dans le même lycée. Il meurt d'une embolie en mai 1915.

(12) Célestin Sautreaux, né le 19 avril 1861, ÉNS 1881, chargé de cours au lycée d'Aix. Docteur ès sciences (1893). Professeur de mathématiques élémentaires en classe préparatoire à Saint-Cyr au lycée de Grenoble de 1888 à sa retraite, prise en 1927, il demande à plusieurs reprises une nomination en faculté des sciences, où il avait donné à ses débuts une conférence de mécanique. En 1922, il « demande à

rester en activité jusqu'à ce que le système des retraites de l'enseignement secondaire soit amélioré », et en 1925 et 1926 il sollicite encore en vain « une chaire de faculté des sciences (mécanique spécialement) ». Il publie en 1936 des *Leçons de mécanique élémentaire*.

L'effacement

Le destin posthume de Liouba Bortniker commence avant sa mort, et même avant son internement. La liste qui suit ne prétend pas à l'exhaustivité, mais il est à craindre qu'elle s'en approche.

À la page 137 de son *Mathématiques et mathématiciens, pensées et curiosités*, publié en 1889, le normalien Alphonse Rebière, professeur au lycée Saint-Louis, nomme « quatre mathématiciennes » : Hypatie, la marquise du Châtelet, Marie Agnesi, Sophie Germain. Il poursuit : « Nous ne parlerons pas de nos contemporaines, Madame de Kowalewski [...], et Mademoiselle Bortnicker, licenciée et agrégée de mathématiques, connue pour ses travaux sur les cyclides. » Dans l'édition très augmentée de 1893, après neuf mathématiciennes dont Sophie Kowalewski, il ajoute « Nous ne parlerons pas de nos contemporaines » et en nomme cinq, dont « [mademoiselle] Bortnicker, connue pour ses travaux sur les cyclides ». Laquelle disparaîtra de l'« édition améliorée » de 1899.

En 1893, le mathématicien Gustaf Eneström, qui publie à Stokholm *Bibliotheca Mathematica*, « Journal d'histoire des mathématiques », demande en français à ses lecteurs « une petite note biographique et une liste des écrits » pour quatorze mathématiciennes, parmi lesquelles « Bortniker L. (Paris ?) ». La seule réponse publiée est, en 1895, un article de G. Valentin, de Berlin. En onze pages, près de 70 noms sont cités dont celui de « Bortniker, Mlle L. », sans autre information que les titres et dates de publication de ses deux notes aux *CR*. J'espère, Gustaf, avoir satisfait votre intérêt pour Bortniker L. Concernant les treize autres, veuillez entrer en contact avec moi, si votre curiosité est intacte.

Le 24 février 1894, Alphonse Rebière, depuis deux ans beau-père d'Édouard Goursat, donne au Cercle Saint-Simon une conférence intitulée « Les femmes dans la science ». La version publiée, sans doute très augmentée et faisant 90 pages, est consacrée à cinq des six femmes nommées en 1899 et à Mary Sommerville. L'absente est Liouba Bortniker. Le supplément à *La Nature* du 19 mai 1894, en réponse à un correspondant qui « n'admet pas que l'esprit des femmes soit versé à l'étude des sciences », complète la liste donnée par Rebière dans sa conférence du 24 février. Parmi les noms ajoutés, celui de « Bortnicker ».

En 1898, Alphonse Rebière, qui mourra en 1901, publie sous le même titre *Les femmes dans la science* un ouvrage de 360 pages dont les trois quarts consistent en un dictionnaire des femmes scientifiques. La page 41 est consacrée à « Mademoiselle Bortniker », avec indication de son succès à l'agrégation, longue citation de sa première note aux *CR* et mention de la seconde note. À l'entrée Pelcot (sic), page 222, il signale que « Mlle Bortnicker [re-sic] a été titulaire de [la] bourse » fondée par « Mlle Pelcot et Mme veuve Vimont ».

Une demi-colonne en première page du quotidien *Le Matin*, le 30 janvier 1911, intitulée « Histoire navrante de la première femme reçue à l'agrégation des hommes », résume ses succès et son naufrage, sans signaler le prix Peccot :

> *« Longtemps on la vit errer dans les couloirs de la Sorbonne, tenant son éternelle pincette, revenant là moins pour chercher le modeste secours qu'on lui allouait que pour revoir ces salles, ces amphithéâtres où, quelques années plus tôt, elle avait cueilli de si glorieux lauriers. Puis un beau jour, elle disparut, conduite par une amie charitable dans une maison de santé. »*

Cet article du *Matin* est reproduit le 10 février 1911 par *L'Intermédiaire des chercheurs et des curieux*, dans une série de notes titrée « La conquête des diplômes masculins par les femmes ». Aucune réaction de lecteur ne sera publiée.

Franchissons les 81 années suivantes pendant lesquelles, chaque année, son nom figure dans l'*Annuaire du Collège de France* en tête de la liste des bénéficiaires du prix Peccot. Les références sont rares. On peut signaler cinq lignes dans la *Revue Universitaire* en 1931 (p. 437), quelques lignes aux pages 95 et 134 de l'indispensable et peu répandue thèse de doctorat en droit d'Edmée Charrier, *L'évolution intellectuelle féminine*, soutenue et publiée en 1931.

La *Gazette des mathématiciens* publie en janvier 1993, dans son numéro 55, p. 27-38, un texte de Jean-Yves Mérindol intitulé « Le cours Peccot ». Si l'auteur fournit de nombreuses et utiles informations sur l'histoire de la donation Peccot et des bourses et cours portant ce nom, il dit peu de choses de la famille Peccot. Concernant la première bénéficiaire du prix, il écrit seulement que « l'avis, unanime, est d'attribuer le bénéfice de la fondation à Mlle Bortniker, alors professeur au lycée de filles de Montpellier », avant de conclure : « Nul ne semble savoir ce qu'est devenu cette demoiselle. » Le succès à l'agrégation n'est pas mentionné.

En janvier 1994, André Chervel consacre deux lignes à « Mlle Bortnicker », page 7 de sa « Brève histoire de l'agrégation de mathématiques », dans le numéro 59 de la *Gazette des mathématiciens*.

Un ouvrage collectif dirigé par Nicky Le Feuvre, Monique Membrado et Annie Rieu, publié en 1999 aux Presses universitaires du Mirail (Toulouse) sous le titre *Les femmes et l'Université en Méditerranée*, apporte de multiples et précieux éclairages, mais pas sur Liouba Bortniker. La contribution de Jacqueline Fleckinger, p. 49-58, est intitulée « Y a-t-il une place pour les femmes dans le monde mathématique en France ? » On y lit, après un paragraphe consacré aux mathématiciennes françaises :

> *« L'évolution des femmes dans les autres sciences semble avoir été plus rapide puisque, dès 1885, il y a une licenciée ès sciences, Mlle Chenu, et une agrégée ès sciences, Mlle Bortniker*[31]*. »*

La même année, dans la chronologie donnée par Françoise Vouillot dans *Filles et garçons à l'école, une égalité à construire*, on lit à la page 45 : « 1885. Première agrégée de sciences : Mlle Bortniker. »

[31] « Dans les autres sciences » signifie clairement pour l'auteur « dans les autres sciences que les mathématiques ». Or ces deux femmes sont des mathématiciennes. Liouba Bortniker, pour avoir le droit de se présenter à l'agrégation classique (de mathématiques, et non « de sciences », laquelle n'existait que pour l'enseignement spécial et l'enseignement féminin), devait obligatoirement posséder les deux licences ès sciences physiques et ès sciences mathématiques. Avant 1885, neuf femmes ont été reçues à l'agrégation féminine dans l'ordre des sciences : six en 1883, trois en 1884 ; il y a sept reçues en 1885. Quant à Emma Chenu, deuxième bachelière (voir la note 4) et première femme inscrite en faculté des sciences en France, c'est en 1868 qu'elle est, à la Sorbonne, la première femme licenciée dans l'ordre des sciences, en obtenant la licence ès sciences mathématiques (*Le Temps*, 15 juillet 1868).

Le bel article de Bénédicte Bilodeau, « La première lauréate de l'agrégation des mathématiques, mademoiselle Liouba Bortniker, en 1885 », dans le *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public* de septembre-octobre 2003, est à ma connaissance le seul texte qui ait jamais été publié sur Liouba. Consacré pour l'essentiel à l'agrégation de 1885, il ne donne d'autre détail biographique que l'âge et le lieu de naissance. Il ne signale pas le prix Peccot.

Tous mes remerciements à Nicole Hulin. C'est en lisant les lignes qu'elle lui consacre aux pages 141 à 143 du livre de 2008 évoqué dans la note 2 de ce texte que j'ai commencé à m'intéresser à Liouba Bortnicker.

Principales sources

– Archives nationales. Dossier Mlle Bortniker du ministère de l'Instruction publique, F/17/22756. Dossiers des agrégations de 1881 à 1886, contenant les rapports de Vacquant, président du jury, F/17/7109/57. Copies de l'agrégation de 1885, F/17/7109/30. Dossiers ministériels F/17 ou rectoraux AJ/16 des agrégés de 1885, de de Saint-Germain et de Philippon.

– Archives de la fondation Peccot, bibliothèque du Collège de France.

– Bénédicte Bilodeau, « La première lauréate de l'agrégation des mathématiques, Mademoiselle Liouba Bortniker, en 1885 », *Bulletin de l'APMEP*, n° 447, novembre-décembre 2003, p. 472-477.

– Journaux et publications de l'époque.

Bulletin

Dernières parutions

Tome 139 - Fascicule 2
Mehdi Benchoufi - *Transformée de Radon semi-globale*

Antonin Guilloux - *Sous-groupes H-loxodromiques*

João Pedro P. dos Santos - *Lifting D-modules from positive to zero characteristic*

Mohammed Ably - *Fonctions entières à valeurs dans un corps de nombres*

Rodolphe Garbit - *A central limit theorem for two-dimensional random walks in a cone*

Tome 139 - Fascicule 1
K. R. Goodearl, S. Launois - *The Dixmier-Moeglin Equivalence and a Gel'fand-Kirillov Problem for Poisson Polynomial Algebras*

F. Campana, T. Peternell - *Geometric stability of the cotangent bundle and the universal cover of a projective manifold*

V. Lafforgue, S. Lysenko - *Compatibility of the Theta correspondence with the Whittaker functors*

D. A. Edwards, O. F. K. Kalenda, J. Spurny - *A note on intersections of simplices*

T. Roblin - *Comportement harmonique des densités conformes et frontière de Martin*

G. Letac, J. Wesolowski - *Why Jordan algebras are natural in statistics: quadratic regression implies Wishart distributions*

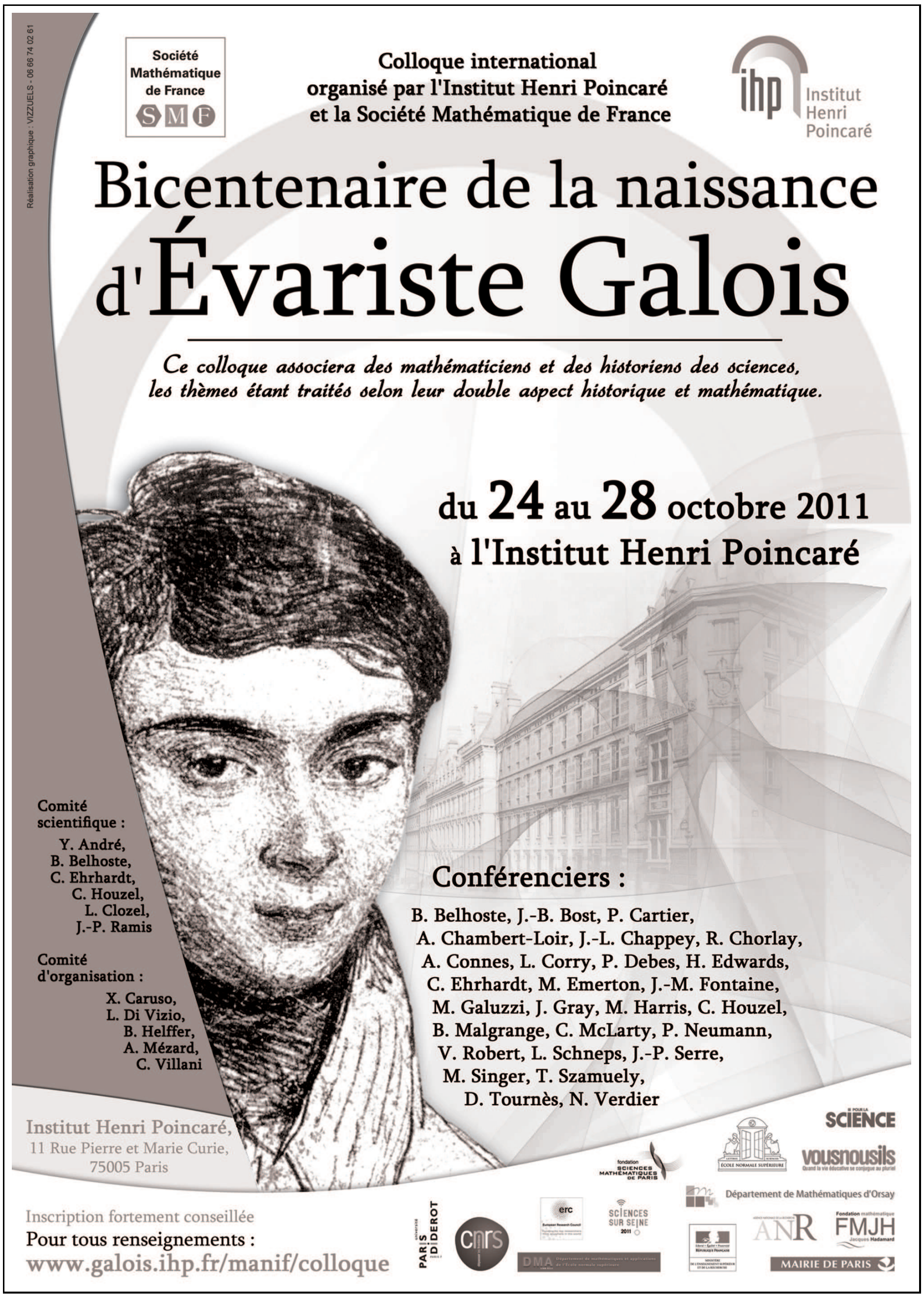
Prix public* : 38 € - prix membre* : 27 €
* frais de port non compris

Revue disponible par abonnement : Europe :143 € - hors Europe : 160 €

Société Mathématique de France

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F - 75231 PARIS CEDEX 05

http://smf.emath.fr


Réalisation graphique : VIZZUELS - 06 66 74 02 61
Société Mathématique de France
SMF
Colloque international
organisé par l'Institut Henri Poincaré
et la Société Mathématique de France
ihp Institut Henri Poincaré
Bicentenaire de la naissance
d'Évariste Galois
Ce colloque associera des mathématiciens et des historiens des sciences,
les thèmes étant traités selon leur double aspect historique et mathématique.
du 24 au 28 octobre 2011
à l'Institut Henri Poincaré
Comité scientifique :
Y. André,
B. Belhoste,
C. Ehrhardt,
C. Houzel,
L. Clozel,
J.-P. Ramis
Comité d'organisation :
X. Caruso,
L. Di Vizio,
B. Helffer,
A. Mézard,
C. Villani
Conférenciers :
B. Belhoste, J.-B. Bost, P. Cartier,
A. Chambert-Loir, J.-L. Chappey, R. Chorlay,
A. Connes, L. Corry, P. Debes, H. Edwards,
C. Ehrhardt, M. Emerton, J.-M. Fontaine,
M. Galuzzi, J. Gray, M. Harris, C. Houzel,
B. Malgrange, C. McLarty, P. Neumann,
V. Robert, L. Schneps, J.-P. Serre,
M. Singer, T. Szamuely,
D. Tournès, N. Verdier
Institut Henri Poincaré,
11 Rue Pierre et Marie Curie,
75005 Paris
Inscription fortement conseillée
Pour tous renseignements :
www.galois.ihp.fr/manif/colloque
SCIENCE
vousnousils
Département de Mathématiques d'Orsay
PARIS DIDEROT
cnrs
erc
SCIENCES SUR SEINE 2011
DMA
ANR
FMJH
MAIRIE DE PARIS

Le bicentenaire d'Evariste Galois (1811-1832)

Caroline Ehrhardt[1]

« Tant qu'il y aura des mathématiciens sur Terre,
le nom de Galois sera illustre. »
Jules Tannery, 1903[2].

Le 25 octobre prochain, cela fera deux cents ans qu'Evariste Galois est né. Galois est bien connu des mathématiciens d'aujourd'hui pour la théorie qui porte son nom, pour les prolongements qu'ont ses recherches dans les mathématiques les plus contemporaines, et pour sa vie brève et mouvementée.

Galois était encore élève en classe préparatoire au collège royal Louis-le-Grand lorsqu'il a publié ses premiers articles – dans les *Annales de Gergonne*, où écrivaient de nombreux professeurs et étudiants et dans le *Bulletin de Férussac*, journal à visée encyclopédique et destiné à rendre compte de l'actualité de la recherche scientifique. Ces premiers succès ne se sont toutefois pas totalement concrétisés en termes d'opportunité de carrière : Galois a échoué par deux fois au concours d'entrée de l'École polytechnique, où était alors formée la plupart des mathématiciens français ; il a cependant été admis à la rentrée 1829 à l'École préparatoire (future ÉNS), alors moins prestigieuse et où étudiaient les futurs professeurs de l'enseignement secondaire. Ses deux années d'activité mathématique n'ont pas suffi à apporter à Galois la reconnaissance institutionnelle qu'il espérait. Le premier mémoire qu'il a soumis à l'Académie des sciences au printemps 1829 n'a pas fait l'objet d'un rapport (mais il est probable que Galois l'ait retiré de son propre chef, sur les conseils de Cauchy) ; la seconde version n'a pas été évaluée, car elle a été égarée parmi les papiers de Joseph Fourier, décédé alors qu'il était chargé de l'examiner ; la troisième, envoyée en janvier 1831, a finalement fait l'objet d'un rapport en demi-teinte des académiciens Poisson et Lacroix, six mois plus tard.

Tout en menant ses recherches, Galois a pris part, à sa manière, aux événements de son temps. Exclu de l'École préparatoire au début de l'année 1831 pour avoir critiqué l'attitude du directeur au moment de la Révolution de juillet 1830, il a adhéré à la Société des amis du peuple, un groupe républicain né au lendemain des Trois Glorieuses. Deux coups d'éclats liés à cet engagement – un toast régicide porté au cours d'un banquet et la participation aux manifestations du 14 juillet 1831, pourtant interdites par le gouvernement – lui ont valu d'être incarcéré pendant près d'un an à la prison de Sainte-Pélagie. Peu de temps après sa sortie, Galois est mort à la suite d'un duel, très probablement lié à une affaire de cœur, le 31 mai 1832.

Il y a un contraste saisissant entre la brièveté de la vie et de la production mathématique de Galois – une soixantaine de pages, si l'on exclut les brouillons – et sa fortune posthume. Différentes explications ont été avancées, allant de la trop grande précocité de ses travaux par rapport à ce qui se faisait en mathématiques en 1830, à leur inachèvement qui les rendraient difficilement compréhensibles pour ses

[1] IFÉ/ENS-L, Service d'histoire de l'éducation.
[2] « Avertissement », dans P. Dupuy, *La vie d'Evariste Galois*, Cahiers de la Quinzaine, 5e série, 2e cahier, 1903.

contemporains. Sans revenir ici sur ces débats, qui consistent *in fine* à estimer la *qualité* des mathématiques de Galois, on ne peut manquer de souligner la *fécondité* de ses recherches, à l'heure où la Société mathématique de France et l'Institut Henri Poincaré s'apprêtent à célébrer son bicentenaire[3]. Le mémoire le plus achevé de Galois – celui qu'il a soumis sans succès à l'Académie des sciences – porte sur la résolution algébrique des équations. Pour les équations des quatre premiers degrés, des méthodes sont connues depuis la Renaissance et d'autres ont été élaborées au cours du XVIII[e] siècle[4]. L'impossibilité de la résolution des équations algébriques de degré supérieur à 5 a été tranchée par Abel en 1826[5]. Dans ce contexte, les travaux de Galois abordent le problème sous un autre angle : puisque, en général, les équations ne sont pas résolubles algébriquement, pourquoi ne pas chercher à déterminer celles qui le sont ? En déplaçant l'étude des équations de leur résolution vers leur résolubilité, Galois a en fait adopté une perspective différente des travaux antérieurs. Lorsqu'ils posaient la question de la résolubilité d'une équation, ses prédécesseurs cherchaient à expliciter une formule donnant les racines ou, du moins, une méthode de type calculatoire permettant en principe d'exprimer ces dernières. L'existence ou non d'une expression algébrique donnant les solutions était le seul critère envisagé pour décider de la résolubilité d'une équation. Autrement dit, déterminer si une équation était résoluble revenait à trouver un moyen de la résoudre. Dans son *Mémoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux*, Galois a quant à lui mis au point un autre procédé, reposant sur les notions de substitutions des racines, de groupe d'une équation et d'adjonction de nouvelles quantités, qui vise à décider s'il est possible de résoudre une équation sans qu'il soit pour cela nécessaire d'expliciter ses solutions par un calcul[6].

Après sa publication dans le *Journal de Liouville* en 1846, les réappropriations dont ce mémoire a fait l'objet, notamment par Richard Dedekind, Camille Jordan, Joseph-Alfred Serret, ont conduit à une refonte en profondeur de la théorie des équations, au point que l'on parle souvent à la fin du XIX[e] siècle de la « théorie des équations de Galois » (celle-ci n'étant pas encore la théorie de Galois que l'on connaît aujourd'hui, telle que l'a reformulée Artin). Parmi les textes republiés en 1846, le court article « Sur la théorie des nombres », paru initialement en 1829 et présentant ce que l'on appellera ensuite les « imaginaires de Galois », a également été largement repris par les mathématiciens au XIX[e] siècle. Un autre texte de Galois a connu une fortune importante, quoiqu'un peu plus tardive : la « lettre-testament », écrite à la veille du duel, publiée presque immédiatement à

[3] Les manifestations organisées pour le bicentenaire sont répertoriées sur le site : `www.galois.ihp.fr`

[4] Ces méthodes sont notamment synthétisées dans un ouvrage très utilisé et reconnu dans les années 1820-1830 : J. L. Lagrange, *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés*, Paris, Duprat, 1797 [rééd. *Œuvres de Lagrange*, Paris, Gauthier-Villars, 1867-1892, t. 8]. Voir J. Vuillemin, *La philosophie de l'algèbre*, Paris, PUF, 1993 [1962], p. 71-99 pour une présentation très claire des apports de Lagrange en la matière.

[5] N. H. Abel, « Démonstration de l'impossibilité de la résolution algébrique des équations générales qui passent le quatrième degré », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, t. 1, 1826, p. 65-84.

[6] Pour une présentation plus détaillée du mémoire de Galois, voir par exemple : C. Ehrhardt, « Le mémoire d'Evariste Galois sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux (1831) », dans A. Moatti (dir.), *Regards sur les textes fondateurs de la science, vol. 1 : de l'écriture au calcul- théorie des nombres*, Paris, Cassini, 2010 et en ligne sur le site `bibnum.education.fr`.

titre posthume et où Galois synthétise ses recherches, est souvent présentée depuis la fin du XIX^{e} siècle comme une source d'inspiration majeure, à laquelle on prête volontiers des accents prophétiques relatifs à la « théorie de l'ambiguïté ».

Au XX^{e} siècle, les recherches de Galois n'ont cessé de faire partie de l'actualité des mathématiques, que ce soit dans leur version originale rendue accessible par les rééditions successives de ses œuvres, ou dans les versions remaniées issues des travaux de ses successeurs[7], dont certaines se sont cristallisées dans des ouvrages de synthèse largement accessibles.

Ainsi, si Galois est *devenu* Galois, c'est parce qu'il est, depuis près de deux cents ans, à la croisée de l'histoire des mathématiques et de la mémoire des mathématiciens, qui continuent à se reconnaître dans ses travaux. À ce titre, il appartient à un présent des mathématiques sans cesse renouvelé, depuis 1832 jusqu'à aujourd'hui. Au delà de la figure du génie, c'est ainsi la capacité des travaux de Galois à mobiliser depuis si longtemps mathématiciens et historiens que les célébrations de son bicentenaire viennent nous rappeler.

[7] Les œuvres de Galois ont été rééditées par la SMF en 1897 (avec une préface d'Émile Picard), puis en 1951 (suivies d'une note de Gustave Verriest). Entre temps, en 1906, Jules Tannery avait publié des manuscrits restés inédits. Les écrits de Galois ont fait l'objet d'une édition critique intégrale par R. Bourgne et J.-P. Azra en 1962, rééditée en 1997. Les remaniements les plus célèbres du XX^{e} siècle étant sans doute ceux opérés par Emil Artin et par Alexandre Grothendieck.

PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES

Sur la production des concepts en mathématiques

Vincent Gérard[1]

On a souvent reproché à la théorie traditionnelle de la formation des concepts de ne pas donner un décalque fidèle de la conceptualisation telle qu'elle est mise en œuvre dans les sciences, notamment en mathématiques. La critique est ancienne, mais nourrit encore les débats contemporains, entre autres dans la philosophie de tradition kantienne, trop souvent méconnue du public mathématique.

Au fond, ce que la philosophie aurait peut-être encore à apprendre de la mathématique, c'est une manière d'être général tout en étant concret. C'est l'universalité du concept, non pas en tant qu'il est générique, ni même en tant qu'il est spécifique, mais en tant qu'il est complet, c'est-à-dire, pour donner une définition des concepts complets qui sera précisée par la suite, en tant qu'il porte en lui-même la règle de variation permettant de subsumer le singulier sous l'universel, de lever les indéterminations. Ceci au sens où, par exemple, la donnée d'une équation dont les coefficients sont des variables va avec la spécification du domaine pour ces variables.

La question que je voudrais examiner est celle-ci : pourquoi les concepts mathématiques complets peuvent-ils constituer un objet d'analyses privilégié pour l'épistémologie des mathématiques ? Quel type d'épistémologie des mathématiques l'analyse du mode de production de concepts complets permet-elle de définir ?

Pour aborder cette question, je procéderai en trois étapes. Je rappellerai d'abord les grandes lignes de la théorie traditionnelle de la formation des concepts et les critiques qui lui ont été adressées. J'examinerai ensuite ce que la philosophie a tiré comme leçon concernant la production des concepts en se mettant à l'école de la mathématique. Enfin, j'indiquerai ce qui me semble être une tâche possible pour l'épistémologie des mathématiques aujourd'hui : non pas produire à son tour des concepts complets, mais prendre les concepts *complets* comme objets d'analyses privilégiés.

La théorie traditionnelle de la formation des concepts et sa critique

Par « théorie traditionnelle de la formation des concepts », on entendra ici un corps de doctrine qui s'est constitué en Allemagne, au XVIII^{e} siècle, dans la

[1] Université de Poitiers.

Schulphilosophie (Wolff est son école[2]) et qui s'est transmis jusqu'à Kant par l'intermédiaire de Reimarus, Crusius, Lambert et Tetens. Avant d'examiner dans ses grandes lignes cette théorie, et quelques-unes des critiques qui lui ont été adressées, commençons par répondre à une question préalable : qu'est-ce qu'un concept ? et plus précisément, qu'est-ce qu'un concept mathématique ?

Qu'est-ce qu'un concept ?

Si l'on suit la classification des représentations qui est proposée par Kant au début de la *Dialectique transcendantale*, on dira qu'un concept est une représentation consciente, objective, générale et qui se rapporte à l'objet de manière médiate. Reprenons rapidement ces différents éléments.

Un concept est d'abord une représentation, c'est-à-dire une « détermination en nous que nous rapportons à quelque chose d'autre, dont elle tient pour ainsi dire lieu en nous », selon la définition de la représentation qu'on trouve dans la *Lettre à Beck* du 4 décembre 1792[3]. Et l'on sait que la représentation ne se rapporte pas au représenté comme un tableau figuratif à son objet, mais comme une relation à une autre relation, par exemple comme une relation entre des notes à une relation entre des sons.

Le concept est en outre une représentation consciente, c'est-à-dire dans le lexique kantien, une *perception (perceptio)* ; ce qui ne confère encore aucune spécificité au concept comme représentation, puisque Kant refuse, semble-t-il, l'hypothèse des représentations inconscientes : « Car comment pourrions-nous savoir que nous les avons, si nous n'en étions pas conscients ? » demande-t-il dans l'*Anthropologie d'un point de vue pragmatique*[4], en reprenant l'argument de Locke.

Cependant, il y a perception et perception. Le concept n'est pas une perception subjective (*sensation*), il ne se rapporte pas au sujet, comme une simple modification de son état. Quelqu'un me parle : j'ai une représentation objective, une connaissance ; quelqu'un crie si fort que j'en ai mal aux oreilles : j'ai la sensation de la douleur, j'éprouve mon état intérieur. Ici j'ai une sensation, là un concept, une perception objective, une connaissance (*cognitio*).

Le concept est donc une perception qui se rapporte à l'objet, mais il ne s'y rapporte que médiatement. Le concept se distingue par là de cette autre forme de perception objective qu'est l'intuition : celle-ci est une représentation qui se rapporte immédiatement à l'objet et elle est singulière ; celui-là est toujours général

---

[2] Christian Wolff, *Philosophia rationalis sive Logica*, Leipzig, 1728 (en particulier §716) ; Alexander Gottlieb Baumgarten, *Metaphysica*, Halle, 1739 (en particulier §631) ; Georg Friedrich Meier, *Auszug aus der Vernunftlehre*, Halle, 1752 (en particulier §259). Sur le contexte historique et systématique de la théorie kantienne de la formation des concepts, cf. Peter Reuter, *Kants Theorie der Reflexionsbegriffe. Eine Untersuchung zum Amphibologiekapiter der Kritik der reinen Vernunft*, Würzburg, Königshausen & Neumann, 1989 (en particulier chap. 2, pp. 47-56) ; Manfred Kugelstadt, *Synthetische Reflexion. Zur Stellung einer nach Kategorien reflktierenden Urteilskraft in Kants theoretischer Philosophie*, Walter de Gruyter, Berlin, New York,1998 (en particulier pp. 24-35, 35-84) ; Paul Natterer, *Systematischer Kommentar zur Kritik der reinen Vernunft. Interdisziplinäre Bilanz der Kantforschung seit 1945*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2003 (en particulier pp. 201-213).

[3] *« Denn Vorstellung bedeutet eine Bestimmung in uns, die wir auf etwas Anderes beziehen (dessen Stelle sie gleichsam in uns vertritt) » (Kant's* Briefwechsel, Ak XI, p. 395).

[4] *Anthropologie in pragmatischer Hinsicht*, §5, Ak VII, p.135.

et se rapporte médiatement à l'objet, par l'intermédiaire d'une marque qui peut être commune à plusieurs choses.

Nous sommes maintenant en mesure de préciser ce qu'est un concept *mathématique*, et ce qui le distingue du concept empirique, du concept pur de l'entendement et du concept de la raison. Il faut pour cela rapporter les concepts aux différentes sources de notre connaissance.

D'abord, un concept mathématique est un concept pur. Il n'a pas source dans l'expérience et, de ce point de vue, il se distingue de concepts empiriques comme les concepts de métal, de couleur, etc[5]. Mais le concept mathématique n'a pas non plus sa source dans l'entendement ; et de ce point de vue, il se distingue de cette autre espèce de concept pur qu'est la notion (concepts de possibilité, de nécessité, de causalité, etc.) : « Le concept pur, en tant qu'il a sa source uniquement dans l'entendement (non dans une image pure de la sensibilité) s'appelle notion » (A 320, B 377).

Le concept mathématique, au XVIII^e^, est encore majoritairement compris, en philosophie, à partir de la géométrie et de l'arithmétique. Il n'est pas une notion, puisqu'il a sa source dans l'imagination pure, non dans l'entendement ; et pourtant ce n'est pas non plus un concept empirique, puisque l'imagination dont il s'agit n'est pas l'imagination reproductive, mais l'imagination productive qui présente originairement le concept dans l'intuition pure et qui précède l'expérience. Enfin, le concept mathématique se distingue de l'idée ou concept de la raison qui dépasse toute expérience possible et qui a sa source dans la raison pure (l'idée de la liberté par exemple).

On a donc défini ce qu'est un concept : c'est une représentation générale qui se rapporte médiatement à l'objet, par l'intermédiaire d'une marque qui peut être commune à plusieurs choses ; et on a déterminé ce qu'est un concept mathématique : c'est un concept pur qui a sa source dans une image pure de la sensibilité. Mais comment, de nos représentations, faisons-nous des concepts ? Comment nos représentations deviennent-elles des concepts ?

Comment produit-on des concepts ?

Pour répondre à cette question, voyons ce que Kant explique dans la *Logique* de Jäsche concernant la formation des concepts. Qu'ils soient purs ou empiriques, donnés ou factices, les concepts ont, quant à leur forme, tous la même origine. Ils proviennent de l'entendement : « Le concept est ou bien un concept empirique ou un concept pur (*vel empiricus vel intellectualis*). Un concept pur est un concept qui n'est pas tiré de l'expérience, mais qui provient de l'entendement également *selon son contenu* » [6]. En disant que le concept pur provient de l'entendement également selon son contenu, Kant laisse entendre que tel n'est pas le cas du contenu du concept empirique, mais que tous les deux proviennent néanmoins de l'entendement quant à la forme. En effet, tous les concepts doivent provenir de l'entendement *quant à leur forme*, faute de quoi ils ne seraient plus des représentations générales, précisément des concepts. La forme d'un concept, comme représentation discursive, est toujours factice.

---

[5] Toutefois l'expérience ne produit par elle-même aucun concept, même empirique : « elle se trouve seulement au fondement, dit Kant, elle livre les représentations dont nous faisons des concepts » *Logik Pölitz*, Ak XXIV/1, p. 568.

[6] *Logik Jäsche*, §3, Ak IX, p. 92.

Or comment l'entendement s'y prend-il pour produire des concepts, et leur conférer la forme de la généralité ? L'entendement met pour cela en œuvre une triple opération : 1) *la comparaison (Vergleichung)* qui permet de remarquer des différences ; 2) la réflexion (*Reflexion*) qui permet de se représenter les marques communes ; et 3) l'abstraction (*Abstraktion*) ou la séparation (*Absonderung*) qui permet d'écarter les différences pour ne retenir que les éléments communs. Ces trois opérations logiques permettant de produire la forme d'un concept (son extension), Kant les illustre à l'aide de trois représentations d'arbres, celle d'un épicéa, celle d'un saule et celle d'un tilleul : « En comparant tout d'abord ces objets entre eux, je remarque qu'ils diffèrent les uns des autres au point de vue du tronc, des branches, des feuilles, etc. ; mais si ensuite je réfléchis uniquement à ce qu'ils ont de commun entre eux, le tronc, les branches et les feuilles-mêmes, et si je fais abstraction de leur taille, de leur configuration, etc. j'obtiens un concept d'arbre » [7].

À quoi aboutit cette théorie traditionnelle de la formation des concepts ? Chaque série d'objets possède un concept générique suprême qui réunit en lui toutes les déterminations dans lesquelles s'accordent ces objets, tandis que d'autre part, à l'intérieur de ce genre suprême, les propriétés appartenant à une partie des éléments comparés permettent de définir des concepts spécifiques situés à des niveaux de hauteur variables. On s'élève donc d'une espèce au genre prochain d'un plus haut niveau, en éliminant tel indice donné qui avait été retenu jusque-là et en ouvrant ainsi le champ de la réflexion à un domaine plus étendu d'objets ; et ce mouvement a pour symétrique un mouvement en sens inverse, caractérisé par la spécification du genre, obtenue en ajoutant progressivement de nouveaux traits qui enrichissent le contenu.

Appelons grandeur du contenu du concept le nombre d'indices qui caractérisent un concept ; cette grandeur va croître à mesure qu'on passera d'un concept de niveau plus élevé à un concept situé plus bas, ce mouvement entraînant du même coup la réduction du nombre des espèces subordonnées ; et cette grandeur diminuera avec l'augmentation du nombre des espèces qui résulte de la progression ascendante vers un genre de niveau plus élevé.

À l'extension croissante correspond ainsi une réduction progressive du contenu, en sorte que, au bout du compte, les concepts les plus généraux susceptibles d'être atteints ne possèdent plus aucun caractère déterminant ni aucune marque distinctive. La pyramide conceptuelle débouche vers le haut sur la représentation abstraite du « quelque chose », représentation qui, rendant compte d'un être complètement englobant qui lui permet de revendiquer toutes les variétés possibles de contenus de pensée, se trouve être, du même coup, dépouillée de toute spécificité.

La critique cassirerienne de la théorie traditionnelle de la formation des concepts

Cette doctrine traditionnelle de la formation des concepts a fait l'objet d'un certain nombre de critiques, notamment de la part de Lotze, Frege, Cassirer, etc. Je me limiterai ici à l'examen et à la discussion des critiques de Cassirer[8]. J'en retiendrai trois.

[8] E. Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff. Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*, 1910, Gesammelte Werke, Band 6, Hamburg, Meiner, 2000 ; tr. fr. par P. Caussat, *Substance et fonction. Éléments pour une théorie du concept*, Paris, éd. de Minuit, 1977.

D'abord, cette théorie traditionnelle du concept tombe dans le vide, elle déçoit ce qu'on est en droit d'attendre d'une conceptualisation féconde et scientifique. On attend en effet d'abord d'un concept scientifique qu'il substitue à l'indétermination (*Unbestimmtheit*) originaire et au caractère plurivalent (*Vieldeutigkeit*) de notre représentation une détermination rigoureuse et univoque. Or c'est exactement l'inverse qui se produit : les délimitations rigoureuses paraissent s'effacer à mesure que se déroule la conceptualisation[9].

À cette première critique de Cassirer, on pourrait objecter, avec Gerard Heymans, qu'elle repose sur une confusion entre deux sens de la détermination[10]. La détermination peut d'abord signifier l'intuitivité (*Anschaulichkeit*), comme lorsqu'on dit par exemple qu'on a conservé une représentation indéterminée d'un homme qu'on a aperçu autrefois ; et c'est *en ce sens* que Cassirer entend l'indétermination, lorsqu'il attribue aux concepts supérieurs une détermination moindre qu'aux concepts inférieurs. Or personne n'a jamais exigé des concepts qu'ils soient déterminés en ce sens, puisqu'on a constamment insisté sur le fait qu'ils ne peuvent pas être représentés intuitivement. La détermination que l'on attend des concepts, et que l'on doit en attendre, désigne tout autre chose : la possibilité de rendre compte de leur composition et, par conséquent, de les distinguer avec certitude de tout autre concept ; mais cette possibilité se retrouve aussi bien dans le concept supérieur que dans le concept inférieur. Lorsqu'on passe du concept de triangle rectangle isocèle, à ceux de triangle, de figure plane, etc. ou que l'on s'élève du concept de cheval au concept de mammifère, de vertébré, d'animal en général, plus le contenu du concept s'appauvrit, plus il devient difficile de se le représenter intuitivement ; mais la possibilité de décomposer le concept en ses marques, de reconnaître exactement son rapport avec d'autres concepts, de distinguer avec certitude ce qui tombe sous le concept et ce qui ne tombe pas dessous, cette possibilité n'a pas disparu le moins du monde ; et c'est en ce sens précisément que la détermination est nécessaire et suffisante pour permettre au concept de remplir sa tâche première et essentielle, celle de prémunir la pensée contre les confusions et les malentendus.

Mais la théorie traditionnelle du concept recèle une deuxième difficulté, qui pour les mathématiques, renvoie aux modalités mêmes de leur développement et de la création ; c'est qu'elle ne donne aucune règle valable, aucun critère fiable de sélection des marques. Pourquoi choisir celles-ci plutôt que celles-là ? Toutes les propriétés communes ne font pas également des marques : comment trier parmi ces propriétés celles qui sont pertinentes et celles qui ne le sont pas ? La simple comparaison selon la ressemblance ne nous donne aucune garantie que les marques sélectionnées constituent effectivement le contenu d'un concept. Elle ne nous donne pas davantage l'assurance que la liaison des marques entre elles dans le contenu du concept soit autre chose qu'une simple agrégation. Or une simple agrégation de marques suffit-elle à définir le contenu d'un concept ? : « Le concept de niveau supérieur doit rendre intelligible le concept de niveau inférieur, en dévoilant ce qui fonde sa configuration particulière. Mais ce que la tradition philosophique prescrit

[9] Sur cette question de la détermination du concept, cf. déjà les critiques de H. Rickert, in *Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung*, chap. 1,§2 : *« Die Bestimmtheit des Begriffes »* , pp. 47-61.

[10] Cf. Gerard Heymans, « Zur Cassirerschen Reform der Begriffslehre », in *Kant-Studien*, nº 33, 1928, pp. 118-119.

pour la formation du concept générique ne contient en soi aucune garantie qu'on atteigne effectivement ce but. En effet, rien ne nous assure que les indices communs que nous prélevons sur un ensemble d'objets, quels qu'ils soient, contiennent aussi les traits caractéristiques réglant et déterminant la structure globale des membres de l'ensemble » [11]. Pour illustrer sa critique, Cassirer emprunte à Lotze l'exemple suivant : « Si pour prendre un exemple topique de Lotze, nous subsumons des cerises et de la viande sous un ensemble d'objets dont les caractéristiques seraient d'être rouges, juteux, mangeables, nous ne parvenons pas avec cette procédure à un concept logiquement valable, mais seulement à une combinaison verbale dépourvue de signification et qui ne permet pas d'appréhender les cas particuliers. »

On pourrait ici remarquer que cet exemple est un peu détourné de son sens par Cassirer, puisqu'il est forgé par Lotze dans le cadre d'une concession à la théorie traditionnelle du concept. L'argument consiste à dire qu'il ne faudrait pas croire que la sélection des marques ait toujours aussi peu de sens que dans cet exemple de mauvais goût. Bien au contraire : « Elle sert à démontrer que différents sujets, si étrangers qu'ils puissent être par ailleurs l'un pour l'autre, et impossibles à subsumer sous un même concept générique, tombent néanmoins également, en raison d'une marque commune, ou de quelques unes, sous certaines conséquences impérieuses » [12].

Cet exemple mérite qu'on s'y attarde un peu, puisqu'il a donné lieu à une célèbre controverse entre Cassirer et Moritz Schlick. Dans son *Allgemeine Erkenntnislehre*, celui-ci adresse à Cassirer une double objection. D'abord cet exemple n'est pas si absurde qu'il y paraît. Le concept d'un objet rouge, juteux et comestible pourrait même être très utile, par exemple dans le cadre d'une recherche sur la faculté de discrimination visuelle des animaux[13] ; mais accordons à Cassirer qu'un tel concept soit scientifiquement inutile ; s'ensuit-il qu'il soit logiquement absurde ?

Selon Schlick, les recherches de Cassirer n'ont rien à voir avec l'essence ou la formation des concepts, au sens de la logique traditionnelle ; elles concernent en réalité le rôle que le concept joue dans la connaissance et les motifs qui conduisent à sa formation. Elles reposent sur une confusion entre le point de vue logique et le point de vue épistémologique. Admettons en effet avec Cassirer qu'on ne parvienne, en suivant la procédure indiquée, qu'à une simple combinaison verbale dépourvue de signification pour l'appréhension des cas particuliers. S'agit-il pour autant d'un concept logique non valable ? Il a un sens, et cela seul décide de sa validité en logique formelle. La question de savoir s'il peut jouer ou non un rôle dans la connaissance tombe entièrement en dehors de sa sphère de compétence ; et lorsque Cassirer conclut que « les règles formelles générales sont inopérantes, réduites à elles seules, et que, chaque fois qu'il s'agit de les compléter, on est amené à se référer tacitement à un autre *critérium* intellectuel », on ne saurait en faire le reproche à la logique formelle ; car celle-ci a-t-elle jamais prétendu nous donner des prescriptions au sujet des concepts que nous devons former ? Elle veut seulement nous enseigner comment nous pouvons les former, ou comment nous devons le faire, si nous en avons besoin dans un but quelconque et pour une raison

11 E. Cassirer, *Substance et fonction*, chap. 1, p. 17.
13 Moritz Schlick, *Allgemeine Erkenntnislehre, Gesamtausgabe*, Abteilung I, Band 1, Springer, Wien, New York, 2009, p. 196.

quelconque ; mais elle ne livre pas ces buts eux-mêmes, ni ces raisons. Elle ne nous livre donc aucun critère pour parvenir à des concepts *utiles*.

On pourrait toutefois répondre à cette objection de Schlick que la logique traditionnelle fait bien une différence, parmi les caractères, entre ceux qui sont importants ou féconds (*fruchtbare*) et ceux qui sont vides ou insignifiants : « Un caractère est important et fécond, écrit Kant, s'il est le principe de connaissance de grandes et nombreuses conséquences » [14]. La fécondité du concept se décline même sur deux plans différents ; car un concept peut être fécond du point de vue de son usage interne, dans la dérivation des caractères subordonnés ; mais il peut être aussi fécond du point de vue de son usage externe, dans la comparaison, lorsqu'il nous sert à connaître les relations de similitude et de différence d'une chose relativement à beaucoup d'autres ; et c'est précisément cet usage externe des caractères qui est à l'œuvre dans la formation des concepts. Cette idée traditionnelle de l'importance ou de la fécondité *logique* des caractères, distincte des formes *pratiques* de l'utilité (*Nützlichkeit*) et de la commodité (*Brauchbarkeit*), ne montre peut-être pas que Cassirer a raison d'attendre de la théorie de la formation des concepts qu'elle nous permette de sélectionner des caractères utiles. Elle montre en tout cas que la confusion entre le point de vue logique et celui de la théorie de la connaissance est d'abord à l'œuvre dans la logique traditionnelle elle-même, puisque Kant reconnaît lui-même que l'*importance* des caractères, tout comme leur suffisance, ne peut être déterminée que relativement aux buts qu'on se propose d'atteindre par une connaissance.

Il reste cependant une troisième difficulté signalée par Cassirer : c'est que cette théorie, au lieu de nous expliquer comment se forment les concepts, présuppose qu'ils sont toujours déjà formés. Le concept produit est en fait déjà présupposé. Ce qui se trouve présupposé par la théorie traditionnelle de l'abstraction, c'est la spécificité de la règle qui institue la relation entre les termes d'une série : « L'unité du contenu conceptuel ne peut être dite abstraite des éléments particuliers de l'ensemble où ils sont compris que dans la mesure où ils nous servent à prendre conscience de la spécificité de la règle qui institue leur relation ; mais cela ne veut pas dire que nous obtiendrions cette règle à partir d'eux, par une simple sommation ou composition de parties. Si la théorie du concept présente une certaine consistance, elle le doit en réalité au fait que les contenus porteurs des virtualités du concept sont soustraits au statut de particularités amorphes et sont déjà tacitement pensés sous la forme d'une multiplicité ordonnée. Ce qui signifie que le concept n'est pas dérivé (*abgeleitet*), mais présumé (*vorweggenommen*). Car attribuer à une multiplicité donnée un ordre et un enchaînement des éléments qui la composent, c'est déjà *présupposer le concept*, sinon sous sa forme achevée, du moins selon sa fonction fondamentale » [15].

Ainsi donc, la critique cassirerienne de la théorie traditionnelle de la formation des concepts mérite sans doute d'être révisée et nuancée, en tenant compte notamment des objections venues du sein même de la tradition néokantienne (Gerard Heymans était l'élève de Windelband) ou du cercle de Vienne (Moritz Schlick) : au fond Cassirer attendait peut-être de la logique traditionnelle ce qu'elle ne pouvait

[14] Kant, *Logik Jäsche*, Introduction, Ak IX, p. 60 ; tr. fr. p. 66.
[15] E. Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff, Gesammelte Werke*, Band VI, Hamburg, Meiner, 2000, p. 16 ; tr. fr. p. 29.

lui offrir : de la détermination au sens de l'intuition et des critères de sélection des marques. Cependant, le nerf de la critique semble toujours valable. Preuve en est, le problème du passage de l'intuition au concept est aujourd'hui considéré comme « l'un des points les plus controversés, les plus aporétiques des études kantiennes actuelles » [16]. Or d'après le bilan de la *Kantforschung* depuis 1945 dressé par Paul Natterer, les termes même du débat actuel sont fixés en 1989 par Peter Reuter, dans son étude intitulée *La théorie kantienne des concepts de la réflexion*[17] ; et cette étude précisément débouche sur le constat que « la clarification kantienne de l'origine logique des concepts demeure circulaire » [18]. Elle présuppose, plus qu'elle n'explique, qu'on puisse utiliser les « notae identitatis », respectivement les « notae diversitatis », comme des éléments pour des complexes d'unités conceptuelles. On pourrait dire que les termes du débat actuel, tels qu'ils sont fixés par Reuter en 1989, sont en réalité largement déterminés par la critique de Cassirer. De fait, cette critique est toujours d'actualité.

La réforme de la théorie de la formation des concepts

En se mettant à l'école de la mathématique, certains philosophes se rattachant à la tradition leibnizienne ont essayé, dès la fin du XVIII^e^ siècle, de renouveler entièrement leur manière d'envisager la conceptualisation. Qu'ont-ils appris de la mathématique ?

La généralité des formules mathématiques : le binôme de Newton

À bien des égards, on pourrait considérer que Lambert n'apporte pas grand chose de nouveau au concept de réflexion et qu'il reste attaché à une conception très traditionnelle de la formation des concepts[19]. Au §8 de la *Dianoiologie*, ou doctrine des lois de la pensée, on peut ainsi lire que les concepts naissent de l'attention que nous portons aux sensations : « Les premières voies par lesquelles nous parvenons aux concepts sont les sensations (*Empfindungen*) et l'attention (*Aufmerksamkeit*) que nous utilisons pour nous représenter ou pour prendre conscience de tout ce que les sens nous font sentir d'une chose. Si cette conscience va jusqu'à nous permettre de reconnaître chaque fois la chose, le concept est clair, dans le cas contraire, il est obscur » [20].

Et pourtant, la doctrine traditionnelle n'est pas véhiculée par Lambert sans subir de transformation. Dans l'*Anlage zur Architektonik*, Lambert souligne l'écart entre l'abstraction telle qu'elle est pratiquée et pensée par les philosophes et la généralisation telle qu'elle est mise en œuvre par les mathématiciens. Cet écart n'a

[16] Paul Natterer, *Systematischer Kommentar zur Kritik der reinen Vernunft. Interdisziplinäre Bilanz der Kantforschung seit* 1945, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2003, p. 206.
[17] Peter Reuter, *Kants Theorie der Reflexionsbegriffe. Eine Untersuchung zum Amphibologiekapiter der Kritik der reinen Vernunft*, Würzburg, Königshausen & Neumann, 1989.
[18] Peter Reuter, *op. cit.*, chap. 5, p. 175.
[19] Cf. P. Reuter, [1989], p. 62 : *« Vergleichbares gilt auch für Lambert, der den Begriff der Reflexion, wenn ich recht sehe, nirgends ausführlicher behandelt und dessen Theorie der Begriffsbildung durchaus traditionell konzipiert ist (Begriffe entstehen durch "Aufmerksamkeit" auf "Empfindungen") ».*
[20] J. H. Lambert, *Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrtum und Schein*, 1764, tome 1 : *Dianoiologie*, §8, *Philosophische Schriften*, tome I, Olms, Hildesheim, 1965, p. 6.

rien de « naturel », il ne correspond pas à une divergence de méthode entre philosophie et mathématique ; car le philosophe doit prendre modèle sur le mathématicien, il doit suivre son exemple.

Mathématiciens et philosophes poursuivent un même objectif : ils cherchent à rendre leurs concepts, leurs propositions et leurs problèmes plus généraux ; le mathématicien n'est pas plus concerné par le particulier que le philosophe : lui aussi cherche à rendre ses concepts, ses propositions et ses problèmes plus généraux. Mais pour atteindre cet objectif, ils ne mettent pas en œuvre la même méthode. Comment le philosophe s'y prend-il pour généraliser ses concepts ? Il pratique l'abstraction philosophique, c'est-à-dire qu'il retranche des marques, il simplifie des concepts spécifiques en évidant leur contenu ; et comme il ne peut pas tout enlever, il enlève « presque tout » (*bald alles*).

La méthode suivie par le mathématicien est très différente. Elle ne consiste pas à enlever des marques au contenu du concept, mais à ajouter des circonstances (*Umstände*) et à conserver des variétés (*Varietäten*). Relisons le §193 de l'*Anlage zur Architektonik* où Lambert décrit la méthode de généralisation des concepts en mathématique :

> *« Les mathématiciens cherchent en effet, eux aussi, à rendre leurs concepts, leurs propositions et leurs problèmes plus généraux ; toutefois, ils ne le font pas en retranchant presque tout par abstraction, mais ils ajoutent encore plus de conditions (Umstände), si bien que leurs formules générales apparaissent beaucoup plus complexes que les formules spéciales, parce qu'ils conservent dans celles-là toutes les variétés (Varietäten) qu'on rencontre dans les cas particuliers, qui sont souvent en partie exclues dans celles-ci. On peut prendre comme exemple les équations générales des lignes courbes du deuxième, troisième, quatrième degré, la formule du binôme de Newton. »* [21]

Toute la difficulté est ici de comprendre ce que désignent ces « circonstances » ajoutées par le mathématicien dans ses formules, par lesquelles celles-ci deviennent plus générales. Le mathématicien ne retranche rien : il ajoute des circonstances ou des conditions ; il conserve des variétés. Mais en quel sens les formules mathématiques générales conservent-elles des variétés qui sont précisément exclues dans les formules particulières ?

Soit par exemple la formule du binôme de Newton, qui généralise les formules de développement du carré ou du cube d'une somme et permet de trouver le développement d'une puissance entière quelconque d'un binôme :

$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} y^k$ où les $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ sont les coefficients du binôme.

La formule générale (n quelconque, mais entier) est plus compliquée que la formule donnant le développement dans le cas particulier où $n = 2$:
$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

Mais c'est cette plus grande complexité précisément qui permet de retenir dans la formule générale l'ensemble des cas particuliers et de déterminer la forme de la solution pour chacun d'eux.
Pour $n = 3$, par exemple : $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$.

La formule générale conserve la variété des cas particuliers, car elle n'en choisit aucun, elle est vraie pour n quelconque.

---

[21] J.H. Lambert, *Anlage zur Architektonik*, Riga, 1771, §193, p. 154.

Généralité concrète et généralité abstraite

La deuxième chose que la philosophie a apprise et retenue des mathématiques, c'est la différence entre l'universalité abstraite du concept et l'universalité concrète de la fonction mathématique. Le premier à avoir repris cette terminologie hégélienne pour exprimer la différence entre le type de généralité qui revient au concept philosophique traditionnel et celui qui caractérise la fonction mathématique, fut Moritz Wilhelm Drobisch[22]. Au §19 de la *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen*, Drobisch écrit ceci : « Tous les concepts abstraits sont généraux, mais la réciproque n'est pas vraie : tout ce qui est général n'est pas un concept. Le concept du général est plus large que celui de l'abstrait » [23].

Prenons d'abord la première partie de la proposition : tous les concepts abstraits sont généraux. Pourquoi ? Les concepts, non pas généraux, mais génériques, sont dits abstraits, eu égard à leur mode de production : ils sont abstraits parce qu'ils sont obtenus au moyen de l'opération intellectuelle d'abstraction, qui consiste à séparer des objets comparés les marques qui leur sont communes. Elle *supprime* ce qui précisément est posé dans l'opération inverse, celle de *détermination*. L'abstrait est produit par abstraction, le concret l'est par détermination. Mais ces concepts génériques, qu'on peut dire abstraits, on peut aussi bien les dire généraux dans la mesure précisément où ils sont *communs* à toutes leurs espèces : ils sont *allgemein*, parce qu'ils sont *gemein*. Leur *Allgemeinheit* résulte de leur caractère gemein.

Prenons maintenant la deuxième partie de la proposition : *« Der Begriff der Allgemeinen ist weiter als der des Abstracten »*. Pourquoi le concept du général est-il plus large que celui de l'abstrait ? Pourquoi l'abstrait n'est-il qu'une modalité du général, pas forcément la plus intéressante ? En quel sens la mathématique peut-elle nous enseigner une manière concrète d'être général ? Et en quel sens peut-elle aussi éclairer le philosophe sur les contours à donner à ces distinctions ? Nous verrons en effet plus loin que les illustrations mathématiques de phénomènes comme l'abstraction ou la généralité conduisent assez rapidement à mettre en évidence la contextualité de ces distinctions, ce qui rejoint l'idée post-frégéenne qu'un même concept mathématique – disons celui de groupe – est par exemple considéré selon des modalités distinctes selon qu'on l'aborde du point de vue de la théorie des ensembles ou d'un point de vue catégoriel.

Pour ce qui est de l'universalité, elle peut s'entendre de plusieurs manières. Elle peut être abstraite ou concrète. L'universalité abstraite (le parallélogramme), c'est celle du concept de genre, « pour autant que, pensé en lui-même et par lui-même, il écarte toutes les différences spécifiques » (rectangle, carré...). Contrairement à Trendelenburg[24], Drobisch refuse de considérer que dans le concept de genre, où toutes les différences spécifiques *déterminées* ont été écartées, la place

[22] Moritz Wilhelm Drobisch (1802-1896) était un mathématicien, logicien et philosophe allemand, disciple de Herbart. D'abord professeur ordinaire de mathématiques à l'Université de Leipzig à partir de 1826, puis Professeur de mathématiques et de philosophie (à partir de 1842), enfin professeur de philosophie seulement, à partir de 1868, date à laquelle il se consacre entièrement à la philosophie. Le rôle de Drobisch dans la mise en évidence de la généralité concrète en mathématiques a été signalé par Emil Lask, *Fichtes Idealismus und die Geschichte*, Berlin, 1902, p. 207 et analysé par Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, 1910.

[23] M. W. Drobisch, *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen*, Leipzig, Leopold Voss, 1re éd. 1836, 2e éd. 1851, 3e éd. 1863, §19, p. 22.

[24] Adolf Trendelenburg, *Logische Untersuchungen*, tome II, Berlin, 1840, chap. 13 : « Der Begriff », p. 161.

de ces différences serait cependant pensée de manière oblique, de telle manière qu'on laisse seulement *indéterminée* la question de savoir si cette place vide sera occupée par telle ou telle différence spécifique. Dans le concept de genre, les différences spécifiques ne sont pas pensées du tout : « Le concept de genre est aussi sans rapport avec ses espèces, après qu'il a été formé, c'est un concept indépendant (*selbstständiger Begriff*), auquel peuvent, mais ne doivent pas, s'ajouter des différences spécifiques » [25]. Ainsi, pour reprendre encore l'exemple de Trendelenburg, le parallélogramme en tant que figure délimitée par deux paires de droites parallèles peut sans doute être rectangle ou non, équilatère ou non, mais son concept ne comprend ni la longueur des côtés, ni la mesure des angles qu'ils délimitent, ni même en général la représentation de l'angle.

À l'universalité abstraite du genre s'oppose l'universalité concrète, qui peut elle-même s'entendre en deux sens différents : l'universalité concrète du concept spécifique et l'universalité concrète du « concept complet ». La première est une universalité abstraite *limitée*, elle résulte d'une limitation de l'universalité du genre par l'introduction d'une différence spécifique déterminée (le parallélogramme rectangle) : l'universalité concrète revient à l'espèce, « pour autant qu'elle contient, en tant que telle, le général du genre (*das Allgemeine der Gattung*) bien que limité par la différence spécifique ». L'universalité n'est ici concrète que par défaut ou limitation de généralité, elle gagne en concrétude ce qu'elle perd en généralité. L'exemple du parallélogramme montre bien au passage le caractère délicat de ces distinctions où les niveaux d'abstraction et de généralité sont toujours *relatifs*.

Il y a une autre manière encore d'entendre l'universalité concrète ; et pour expliciter cette forme particulière d'universalité concrète, irréductible à celle de l'espèce, Drobisch introduit en 1863, dans la troisième édition de la *Neue Darstellung der Logik*, le terme de *Gesammtbegriff* ou « concept complet » [26] :

> *« On peut tout d'abord, écrit Drobisch, (en reprenant du moins la terminologie de Hegel) distinguer* l'universalité concrète et l'universalité abstraite. *Celle-ci revient au genre pour autant que, pensé en lui-même et pour lui-même, il écarte toutes les différences spécifiques ; celle-là revient à l'espèce, pour autant qu'elle contient, en tant que telle, la généralité du genre, bien que limitée par la différence spécifique. Mais le concept de l'universalité concrète va encore plus loin. Si l'on ne relie en effet au genre aucune différence spécifique déterminée, et si on ne laisse pas non plus celle-ci complètement indéterminée, mais qu'on la pense comme une variable qui peut prendre successivement les propriétés présentées par les différences spécifiques de toutes les espèces du genre* (die Artunterschiede sämmtlicher Arten der Gattung), *on peut nommer cela le* concept complet (Gesammtbegriff) *de toute la série des espèces ; et à ce concept revient l'universalité concrète. Car on pense ici le particulier de toutes les espèces au moyen de la généralité du genre et d'une série de différences spécifiques déterminées mais variables.*[27] »

---

25 Drobisch, *Neue Darstellung der Logik*, §18, p. 20.

26 Dans la première édition de 1836, cette question de l'universalité concrète n'est pas abordée dans le chapitre sur le concept, dans la deuxième édition de 1851, Drobisch assigne l'universalité concrète à la « représentation générale » (*Gesammtvorstellung*) ou au « schème » (*Schema*). Il prend l'exemple de l'équation du cercle.

27 M. W. Drobisch, *Neue Darstellung der Logik*, §19, p. 22.

Le concept concret serait donc celui qui spécifie les règles et modalités de variation de ses instanciations spécifiques. Or cette universalité concrète du concept complet est précisément celle qui revient à l'équation algébrique. Drobisch donne l'exemple suivant au §19 de la Logique :

> *« Ayant par exemple à trouver deux nombres entiers dont la somme est égale à* 25*, et dont l'un est divisible par* 2*, l'autre par* 3*, l'algèbre résout le problème en exprimant le deuxième nombre sous la forme* $6z + 3$*, où* z *ne peut avoir que les valeurs* $0, 1, 2, 3$*, d'où il suit immédiatement que le premier nombre prendra la forme* $22 - 6z$ *; ce sont là des formes dotées d'une universalité concrète. Elles sont universelles, parce qu'elles exposent la loi de formation commune à tous les nombres cherchés ; et elles sont en même temps concrètes, car lorsqu'on donne à z successivement les quatre valeurs indiquées, les nombres cherchés en découlent à leur tour comme autant d'espèces de ces formes.*[28] »

Il en va de même de toute fonction mathématique d'une ou plusieurs variables. Car toute fonction représente une loi générale qui, au moyen des valeurs successives que peut prendre la variable, comprend en même temps sous elle tous les cas particuliers auxquels elle s'applique.

Concept et fonction

Ainsi donc, la voie est ouverte par Drobisch à une compréhension du concept comme généralisation du concept mathématique de fonction. Dans *Funktion und Begriff* (1891), Frege mettra ce mouvement de généralisation en œuvre dans deux directions : 1) élargissement des valeurs d'une fonction pour un argument donné aux valeurs de vérité (le vrai, le faux) ; 2) élargissement du cercle des arguments possibles d'une fonction aux objets en général (y compris les personnes) au lieu de le limiter aux nombres : « On voit combien, écrit Frege, ce que l'on appelle concept en logique est étroitement lié à ce que nous appelons fonction. On pourra même dire simplement : un concept est une fonction dont la valeur est toujours une valeur de vérité » [29].

Ce point de vue fonctionnel a des conséquences importantes. La philosophie des débuts du XX^{e} en tirera des enseignements multiples et parfois (au moins superficiellement) antagonistes. Pour Cassirer, par exemple, le concept de fonction est contradictoire avec le concept de substance. Contre la logique traditionnelle, il argumente que dans le cas du concept de fonction, la vieille règle disant qu'à un contenu plus riche correspond une extension moindre ne serait plus valable ; que dans ce cas, le concept plus général s'avèrerait aussi être en même temps le plus riche. Mais, selon Moritz Schlick, « le concept de fonction ne contredit pas le concept de substance, mais si l'on y regarde de près, il s'ordonne parfaitement à son schéma » [30]. Une fonction mathématique devrait en réalité être conçue comme un objet avec des propriétés déterminées (ces mots étant pris au sens large), et le fait que la définition revête une forme mathématique ne change rien

---

[28] M. W. Drobisch, Neue Darstellung der Logik, §19, p. 22.
[29] G. Frege, « Funktion und Begriff », in Kleine Schriften, Olms Verlag, Hildesheim, Zürich, New York, 1990, p. 133 ; tr. fr. par C. Imbert, « Concept et fonction », in *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, 1971, p. 90.
[30] M. Schlick, *Allgemeine Erkenntnislehre*, §5, p. 194.

à la chose. L'exemple choisi par Cassirer du rapport entre le concept de la section conique et ses différentes formes (ellipse, parabole, hyperbole) illustre bien cette polémique. La logique aristotélicienne regarde le concept de l'ellipse, qui est bien plus étroit que le concept de conique, comme celui dont le contenu est le plus riche, puisqu'il provient du concept de conique par adjonction d'une nouvelle marque. Dans l'écriture fonctionnelle on retrouve ce schéma ; le contenu du concept de « courbe du deuxième degré » doit y être enrichi par la nouvelle marque « avec tels ou tels coefficients déterminés ». Les règles de la logique traditionnelle resteraient donc en vigueur. Dans la notation habituelle, l'équation de la courbe générale du deuxième degré contient plus de coefficients que, par exemple, celle du cercle ; mais ce serait une grossière erreur que de vouloir la considérer de ce fait comme plus riche quant au contenu au sens de la logique traditionnelle ; car ces coefficients ne sont nullement des marques ou des caractères au sens de la logique, mais se trouvent là uniquement comme représentants de nombres (*Vertreter von Zahlen*), ils indiquent simplement les places où des marques particulières ont à s'introduire.

Cet argument de Schlick contre Cassirer me paraît étrange. Considérons en effet l'équation du deuxième degré.
Elle peut se mettre sous la forme : $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$, avec $(A, B, C) \neq (0, 0, 0)$ sinon ce ne serait plus du deuxième degré.

Considérons d'autre part l'équation du cercle : $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

La marque qu'il faudrait ajouter pour passer du concept de courbe du deuxième degré au concept de cercle serait « avec tel ou tel coefficient déterminé ». Pour être certes compatible avec la logique aristotélicienne, l'argument selon lequel cette spécialisation des variables constituerait un enrichissement du contenu est aujourd'hui (i.e. après Frege) assez contre-intuitif et, en cela, le raisonnement de Cassirer semble mieux en accord avec l'esprit des mathématiques modernes (disons post-hilbertiennes).

L'argument de Cassirer ne consiste pas à dire naïvement que, comme il y a plus de coefficients dans l'équation de la courbe du second degré que dans celle du cercle, il s'ensuit que le contenu du concept du cercle est plus pauvre que celui du concept de courbe du second degré ; car les contenus des concepts de cercle, d'ellipse, etc., ne sont pas réductibles au nombre des coefficients qui figurent dans leur équation. Par contre, la règle de passage du concept de conique à ceux d'ellipse, hyperbole, parabole... est comme inscrite dans la représentation fonctionnelle, dès lors qu'elle se déduit pour l'essentiel de l'analyse de la signature de la forme quadratique associée.

On peut cependant se demander si cette notion de « concept complet », introduite par Drobisch dans sa *Nouvelle présentation de la logique*, et célébrée par Cassirer comme une avancée notable dans la théorie de la conceptualisation, est si novatrice qu'on l'a dit. Ne s'agit-il pas en réalité de la reprise de la notion de *conceptus completus* qu'on trouve dans la logique traditionnelle ? On sait que pour Meier, la première règle à laquelle doit obéir une définition est l'exhaustivité (*Weitläuftigkeit*), ce qui implique qu'elle soit un concept complet (*ausführlicher Begriff*)[31].

Pour Kant, la complétude constitue, avec la précision du concept, l'un des deux critères de la connaissance adéquate. Elle désigne la clarté totale des caractères

31 Meier, *Auszug aus der Vernunftlehre*, §270, p. 75.

coordonnés, c'est-à-dire la distinction logique suffisante du concept du point de vue de la totalité de ses caractères coordonnés. Un concept complet est d'abord un concept distinct. La distinction est la clarté des caractères. Rendre distinct le concept du beau, c'est démêler les différents caractères du beau, à savoir quelque chose qui tombe sous le sens et qui plaît universellement. Mais la distinction peut-être logique ou esthétique : la première est une clarté des caractères par concepts, la seconde une clarté par intuition ; celle-ci consiste à exposer et expliquer *in concreto* un concept pensé abstraitement au moyen d'exemples. La distinction logique est complète ou totale si tous les caractères qui, pris ensemble, constituent le concept total sont parvenus à la clarté.

La complétude du concept n'est pas la profondeur (*Profundität*). Un concept peut être rendu complètement distinct, soit du point de vue de la totalité de ses caractères coordonnés, soit du point de vue de la totalité de ses caractères subordonnés. La clarté totale des caractères coordonnés constitue la distinction logique complète ou suffisante d'un concept de façon extensive. C'est ce que Kant appelle la complétude du concept. La totale clarté des caractères subordonnés constitue la distinction complète de façon intensive : la profondeur. Complétude et précision conjointes constituent l'adéquation. La précision est la réduction du concept aux plus petits termes (*reductio ad minimos terminos*). Elle ne s'obtient pas par soustraction de caractères coordonnés, mais par élimination de caractères subordonnés redondants.

Dans la *Logique* de Bauch, Kant définit le *conceptus completus* ainsi : « Le concept est complet lorsqu'il a ni plus ni moins de marques coordonnées qu'il y en a dans la chose même » : *« wenn der Begriff complet sein soll, so muss er nicht mehr und nicht weniger coordinirte Merkmale enthalten, als in der Sache selbst sind. Wenn mehr Merkmale da sind, als nöthig ist, so ist der Bergriff über complet »* [32]. Et Kant remarquait déjà qu'on ne trouve pas toujours en mathématiques des concepts complets, non pas par défaut de complétude, mais par excès. Il arrive en effet que le concept mathématique ne soit pas complet, non pas parce qu'il serait incomplet, mais parce qu'il est « surcomplet » (*über complet*). Ainsi par exemple, lorsque les mathématiciens définissent le cercle comme « la ligne courbe dont tous les points sont équidistants du centre du cercle », ils donnent un concept surcomplet, car il n'y a pas besoin de dire du cercle qu'il est une ligne *courbe*.

Qu'est-ce que le philosophe peut faire avec les concepts complets ? Est-ce qu'il doit mettre la philosophie en formules mathématiques pour atteindre à l'universalité concrète ? Est-ce qu'il doit s'efforcer de produire à son tour des concepts complets ?

L'épistémologie et l'analyse des modes de production des concepts complets

Nous nous proposions de montrer en quel sens l'analyse du mode de production des concepts complets peut constituer une tâche pour l'épistémologie. Commençons par redéfinir et « moderniser » l'expression de « concept complet ». Si

[32] Kant, *Logik Bauch*, Meiner, Hamburg, 1998, p. 119.

l'on suit la typologie des concepts proposée par Desanti dans *La philosophie silencieuse*, et mise en œuvre dans *Les idéalités mathématiques*, on dira qu'un concept complet est un concept catégorial désignant une classe d'objets[33].

Le mot « concept » ne désigne plus ici une « représentation » ou une « détermination en nous » ; mais il garde bien quelque chose de son sens traditionnel : il désigne un objet dont le nom dénote une classe d'objets possédant en commun un système de propriétés capable de délimiter les critères d'appartenance de ces objets à la classe ; ainsi pour la théorie des ensembles, « L'objet noté 2 est un concept en ce que la notation désigne l'unité d'une classe d'objets et d'un système de propriétés » [34].

Mais les expressions « nombre entier », « groupe », « espace métrique », « limite », « fonction continue » désignent à leur tour des concepts. Il se manifeste cependant une grande différence entre 2 et par exemple, nombre entier. Elle tient à ceci que la production de 2 renvoie à un système d'opérations et de principes qui caractérisent les nombres entiers. On distinguera alors des « concepts-objets » (par exemple : 2, $\sin(X)$, π, etc.) et des « concepts catégoriaux » (par exemple : continuité, limite, nombre entier, nombre réel, groupe, espace compact, anneau, corps, etc.).

Dans la classe des concepts catégoriaux, il nous faut encore introduire une séparation : « limite », « continuité », par exemple, désignent une autre espèce de concept que « nombre réel » ou « groupe ». Dans le premier cas, le concept signifie une *classe de propriétés* convenant, sous certains conditions, à des suites, à des ensembles de points, etc. Dans le second cas, le concept désigne une *classe d'objets* dont les propriétés sont données dans des axiomes. Nous appellerons les premiers, qui désignent des classes de propriétés, *« concepts incomplets »*, pour marquer cette exigence qui les caractérise de ne pouvoir être effectués que relativement à un champ d'objets. En regard, nous appellerons *« concepts complets »* les concepts de seconde espèce, pour retenir ce qui les caractérise : délimiter sans ambiguïté et d'une manière suffisante le champ de possibilités dans lequel un système de propriétés est attribuable à un ensemble d'objets, conformément aux lois qui définissent l'engendrement opératoire des objets eux-mêmes et ferment leur domaine.

Enfin, au sein de la classe des « concepts complets », une dernière distinction est nécessaire. Le concept désigné par l'expression « nombre entier » est d'une autre espèce que le concept désigné par l'expression « groupe ». L'ensemble des entiers constitue un groupe commutatif par rapport à l'addition. Mais il existe d'autres groupes commutatifs que les entiers. Le concept d'entier peut être considéré de ce point de vue comme une exemplification du concept plus général « groupe commutatif ». Et les théorèmes qu'on aurait démontrés pour les groupes les plus généraux resteraient vrais pour le groupe additif des entiers. On pourrait dire la même chose pour les concepts « nombre réel » et « corps topologique », pour les concepts « intervalle borné de la droite réelle » et « espace compact ». Dans chaque cas, les concepts nommés en seconde position désignent les structures générales auxquelles les premiers concepts se conforment. Nous conviendrons donc

[33] J.-T. Desanti, *Les Idéalités mathématiques*, Paris, Seuil, 1968, Préliminaires, §4 : « Classes de concepts. Principes de méthode », pp. 25-31.
[34] Desanti, *La philosophie silencieuse*, Paris, Seuil, 1976, p. 174.

d'appeler les premiers concepts, « concepts naturels » et les seconds « concepts structuraux ».

Deux remarques sur cette classification. D'abord, le statut des concepts n'est pas fixé de toute éternité. Il arrive qu'un concept catégorial complet passe en situation de concept-objet, pour peu qu'il soit intégré dans un champ opératoire plus vaste et explicitement thématisé. Dans ce champ, il peut être reproduit à la manière dont le concept 2 est reproduit dans le système des entiers. Le système des entiers lui-même peut être manié comme objet et devenir terme pour un calcul dans le champ des cardinaux transfinis. Ce déplacement n'affecte en rien le caractère catégorial du concept, qui demeure ce qu'il était en son contexte premier. Les distinctions proposées sont donc toujours *relatives aux contextes théoriques* dans lesquels sont effectués les concepts définis.

En dépit des déplacements, le tableau se lit selon un ordre hiérarchique qui n'est pas sans rappeler la théorie des types de Russell. Cela veut dire que, dans le cas où un concept catégorial passe en situation de concept-objet, ce déplacement ne peut être effectué qu'à la condition qu'on dispose d'un nouveau concept catégorial complet, au sein duquel le premier puisse être engendré et reproduit comme objet. La référence du concept objet au concept catégorial s'opère toujours dans le même sens : le premier trouve toujours dans le second les principes propres à assurer sa reproduction réglée. D'où il suit que, dès qu'on parle de concept en mathématiques, il importe, si l'on entend donner au mot concept son sens plein et premier, de s'attacher de préférence à l'espèce de concepts appelée « concepts catégoriaux complets ». C'est à leur propos qu'il peut être utile de poser la question du mode de production des concepts en mathématique.

ENSEIGNEMENT

Contribution de la SMF à la consultation sur les programmes de terminales (avril 2011)

La SMF tient à manifester son inquiétude sur l'avenir de l'enseignement des mathématiques et de l'enseignement scientifique en général dans l'enseignement secondaire à l'occasion de la parution des projets[1] de programmes pour les terminales S, ES, STI2D, STL et STD2A soumis à consultation du 7 mars au 13 mai 2011.

La SMF souhaite attirer l'attention sur la méthode qui a prévalu pour l'élaboration de ces programmes. Elle rappelle qu'elle s'est exprimée sur la base des informations qui lui avaient été communiquées lors d'une entrevue en novembre 2010 avec l'Inspection Générale, comme cela avait été le cas en mai 2009 pour les programmes de seconde, puis en février 2010 pour les programmes de première. Elle avait également apporté une contribution lors de la consultation sur les programmes de première en mai 2010. Force est de constater que si, pour les programmes de seconde, une certaine attention avait été portée à ses remarques par exemple sur la géométrie, le groupe d'experts en a tenu bien peu compte cette année. Nous espérons que cette nouvelle consultation permettra un remaniement réel des programmes de terminale, même si nous regrettons qu'il n'ait pas été possible d'avoir l'ensemble des programmes du lycée en mai 2009, ce qui aurait permis une réflexion globale plus efficace.

Si le préambule du programme mentionne la poursuite d'études comme une préoccupation importante, on ne perçoit cependant pas de réelle réflexion sur la transition avec l'enseignement supérieur. Ces programmes ont été élaborés sous des contraintes fortes de diminution d'horaires en seconde et première, et d'exigence de passerelles jusqu'à l'entrée en terminale. Le saut qualitatif et quantitatif lors du passage de la première à la terminale, déjà important avant la réforme, deviendra certainement insurmontable pour une partie des élèves. Cela a certainement pesé sur les travaux des groupes d'experts, mais, compte tenu de la quasi-préservation de l'horaire global des mathématiques en seconde-première-terminale S, cela ne peut justifier entièrement l'ampleur de certaines coupes. La possibilité de passerelles nous paraît largement illusoire dans le sens ES vers S. Son respect va pourtant retarder gravement la formation des élèves en sciences ; en mathématiques, il faut attendre la terminale S, voire le seul enseignement de spécialité, pour trouver un programme consistant. Il est inquiétant de penser que cette légèreté pèsera sur les vocations pour des études scientifiques : les bons élèves scientifiques, étant

[1] Voir la page : http://smf.emath.fr/le-projet-de-reforme-du-lycee-en-cours-juin-2010-mai-2011

souvent attirés par une certaine difficulté, risquent d'être moins intéressés. La formation fort peu conséquente des futurs étudiants en sciences humaines est encore plus inquiétante. En séries technologiques, les programmes sont globalement très conséquents, jusqu'à des thèmes d'étude abordés auparavant seulement en STS ; le risque est ici que des élèves peu attirés par les mathématiques soient dépassés par les concepts introduits en terminale.

Ces programmes, dont la ligne directrice n'est pas apparente, consacrent cependant la prévalence de choix contestables et entachés d'incohérences. Rappelons quelques arguments à l'appui de ce diagnostic :

– La démarche scientifique annoncée en préambule à base de mise en œuvre d'une recherche de façon autonome, de raisonnement et d'esprit critique, cède la place dans les capacités attendues à des conclusions tirées au mieux de connaissances apprises par cœur et de simple calcul, voire même seulement d'observation et d'approche intuitive, sans être construite à partir de définitions et démonstrations rigoureuses.

– Une vision réductrice de l'usage des logiciels de calcul formel. La volonté de libérer les élèves de la charge de calculs d'une prétendue trop grande technicité revient en boucle. Ceci part d'une conception fausse du rôle du calcul dans l'enseignement, car les exercices de base sont essentiels dans toute activité mathématique à l'instar de toute activité reposant sur de vraies techniques. De plus, elle est en contradiction avec l'expérience dominante sur les difficultés croissantes rencontrées par les élèves pour mener des calculs manuels même les plus élémentaires. On voit mal ce que pourraient être les « calculs très techniques » évoqués avec suspicion dans le programme. Enfin, l'incompétence calculatoire est un obstacle majeur à l'usage raisonné de logiciels.

– Des coupes sombres dans les programmes dans l'ensemble de l'enseignement secondaire. En géométrie surtout, avec particulièrement la disparition de l'étude des transformations et des barycentres. En analyse aussi, aboutissant par exemple à des notions de limite et de continuité peu cohérentes et à la disparition d'outils fondamentaux en mathématiques et dans les autres disciplines dans l'enseignement secondaire et supérieur.

– Un recul systématique devant les difficultés, même quand elles seraient à la portée des élèves. Beaucoup de notions mériteraient d'être éclairées par une généralisation naturelle. Ainsi le calcul de la dérivée des fonctions composées, remplacé par un catalogue de formules sans structure, plus ou moins complet selon les séries.

– L'apparition de notions ad-hoc d'une validité et d'une portée scientifique contestables comme les « intervalles de fluctuation » ou les fonctions « continues par intervalle », en lieu et place de notions reconnues par la communauté mathématique.

– Une conception utilitaire et à courte vue de la multidisciplinarité. Des notions sont enlevées du programme de mathématiques de terminale S pour avoir été déclarées inutiles en physique ou en SVT. Inversement les programmes de ces disciplines deviennent de plus en plus descriptifs faute de l'outil mathématique adéquat. La concertation entre les Inspections Générales des différentes disciplines dont nous nous félicitions a priori ne semble pas avoir porté les fruits attendus.

L'Inspection Générale et les groupes d'experts ont depuis plusieurs années pris des options dans les choix des suppressions et la présentation même des programmes. La part grandissante des probabilités et de la statistique se fait clairement au détriment de la géométrie dans son ensemble et d'outils d'analyse fondamentaux pour la poursuite d'études. Décider de consacrer une part importante de l'enseignement secondaire aux probabilités et à la statistique est en adéquation avec le monde actuel, mais ne peut constituer une fin en soi. On ne peut s'en réjouir sans regretter les conditions de leur introduction. En tant que mathématiques appliquées, elles utilisent structurellement les outils développés dans le reste des programmes, et pâtissent ainsi de nombreuses disparitions ou définitions approximatives qui y sont constatées. Il serait regrettable que l'introduction de la statistique dans l'enseignement secondaire conduise dans les faits à plus de confusion au lieu d'apporter aux futurs citoyens et aux futurs scientifiques, en sciences dures, expérimentales ou humaines, les moyens de mieux comprendre le monde actuel.

Malgré ces coupes sombres en analyse et en géométrie, ces programmes n'en seront pas moins difficiles à assimiler pour des élèves qui n'auront pas été habitués à absorber une quantité de nouveaux concepts durant leurs enseignements aux horaires et contenus fortement limités en première. De plus, la latitude donnée entre ce que l'on attend des élèves (capacités) et jusqu'où on peut aller (commentaires) créera de grandes disparités entre les établissements. Ces écarts de formation risquent d'être renforcés par le nombre important d'heures laissées à la discrétion des établissements, selon la nature (soutien ou approfondissement) et la répartition entre les matières des deux heures d'accompagnement personnalisé par semaine et du volant d'heures à libre disposition à l'année (10h en terminale S, 6h en terminale ES, 16h en terminale STI2D pour 29 élèves et 18h en terminales STL et STD2A pour 29 élèves).

Nous détaillons dans la suite des remarques spécifiques aux différentes séries, la liste n'en est pas exhaustive. Notons que certains problèmes étaient déjà signalés au groupe d'experts dans l'analyse faite par la SMF après l'entrevue de novembre 2010.

Terminale S

Le symbole ⊡ est conçu pour permettre aux professeurs de repérer les démonstrations ayant valeur de modèle. Il est étrange de le trouver dans la partie de commentaire du programme, d'autant plus lorsqu'il y est accompagné du préambule « il est intéressant de démontrer... » : soit cette preuve est un attendu du programme et doit figurer dans la colonne des capacités attendues, soit elle ne l'est pas et ne peut servir de modèle.

Les propositions de thèmes d'approfondissement sont une source d'étonnement sans limite. On cède à la facilité sur les capacités attendues des élèves, et dans le même temps, on propose des actions d'accompagnement personnalisé d'un niveau très supérieur, ouvrant la porte à un enseignement variant considérablement d'un établissement à l'autre :

– Sans suites adjacentes, l'approximation d'irrationnels sera bien difficile.

– Limite et continuité en un point disparaissent mais il est proposé de donner aux élèves des exemples de « fonctions continues nulle part dérivables ». Ce type de contre-exemple, s'il est bien connu des agrégatifs, paraît pour le moins saugrenu avant le baccalauréat. Enfin, évoquer les fonctions dérivables à dérivée non continue est loin d'être primordial dans ce cadre.

– Proposer d'étudier des phénomènes d'évolution à partir de la fonction exponentielle sans disposer des équations différentielles constitue une gageure.

– Sans loi des grands nombres, la réalisation de la méthode de Monte-Carlo risque de se réduire à un jeu de fléchettes.

– Pour rendre possible une « prise de décision lors de la comparaison de deux proportions », il serait nécessaire d'inclure l'étude des tests de comparaison, qui paraît hors programme. Il est à noter que sur ce point, comme sur d'autres, le choix fait dans le projet de STI2D et STL est bien plus clair (disjonction des deux intervalles de confiance).

Analyse

Suites – La disparition des suites adjacentes rend impossible la justification de l'approximation d'aires, la méthode classique d'approximation de réels par double encadrement et contrôle du terme d'erreur, etc.

Proposer d'établir les théorèmes de comparaisons classiques de convergence en démonstration modèle serait pertinent.

Limites de fonctions, continuité sur un intervalle – La disparition de la limite finie en un point est d'autant plus étonnante que la notion de limite en 0 est abordée en première avec l'étude des nombres dérivés. Cette disparition rend impossible de parler de continuité en un point et encore moins de continuité sur un intervalle, d'où l'introduction d'une notion de fonctions « continues par intervalle » non précisée et non reconnue par la communauté mathématique, pas plus qu'une « approche intuitive de la continuité ». D'un point de vue pratique, comment les calculs de limite infinie en un point qui demeurent au programme pourront-ils être justifiés ? Par exemple, comment déterminer la limite de $(x+1)/(x-1)^2$ en 1 sans dire que le numérateur tend vers 2 et le dénominateur vers 0^+ ?

Mettre en capacités attendues le calcul d'une limite de composée sans introduire aucune théorie générale sur ces composées est pour le moins surprenant.

L'étude du comportement asymptotique des fonctions se limite aux asymptotes parallèles aux axes de coordonnées ; les asymptotes obliques et les courbes asymptotes disparaissent. La question de transition avec les études supérieures se pose ici clairement, comment les élèves pourront-ils appréhender les notions de direction asymptotique et d'asymptotes à des courbes paramétrées ou en coordonnées polaires sans avoir assimilé précédemment la notion d'asymptote à une courbe d'équation $y = f(x)$?

L'algorithme de dichotomie, algorithme classique de recherche de solutions approchées d'équation du type $f(x) = k$, repose sur la construction de deux suites adjacentes dont la limite commune est, par continuité de f, solution du problème. Un tel algorithme, sans suites adjacentes ni continuité, ne pourra pas être justifié. Il est vrai qu'il est seulement proposé ici de réaliser des « activités algorithmiques », pas de les justifier.

Calculs de dérivées – Même si en mathématiques en terminale, les formules de dérivation citées dans les capacités attendues sont les plus utilisées, ce sont des cas particuliers de la formule générale de dérivation des fonctions composées qui devraient être présentés comme tels, et non l'inverse. Les fonctions apparaissant en physique après le baccalauréat ne rentreront pas toutes dans ces cas particuliers très restreints et même en terminale certaines études de fonctions ne seront plus possibles. Comment les étudiants pourront-ils appréhender ces dérivées sans avoir assimilé précédemment une notion générale de dérivation ?

L'utilisation du nombre dérivé pour les approximations affines locales disparaît de l'enseignement secondaire. Par conséquent, et bien qu'elle soit couramment utilisée en physique-chimie, la notion de développement limité à l'ordre un disparaît avec toutes ses applications, dont en particulier la méthode d'Euler pourtant intéressante d'un point de vue algorithmique.

Fonctions sinus et cosinus – La fonction tangente disparaît du lycée. Les fonctions sinus et cosinus ne sont plus étudiées en mathématiques qu'en terminale alors qu'elles sont indispensables en physique : la concertation entre mathématiques et physique aurait été appréciée ici. Une étude de la périodicité des fonctions du type $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$ serait nécessaire, toujours en lien avec la physique. Pourquoi ne parler de parité que sur des exemples sans formaliser cette notion souvent vérifiée par les fonctions de référence ?

Fonction exponentielle et fonction logarithme – L'introduction de l'exponentielle comme unique solution du système différentiel $y' = y$ et $y(0) = 1$ (dont l'existence est admise) n'est réellement intéressante que dans la mesure où il s'ensuit une étude plus générale des équations différentielles d'ordre un, ce qui n'est plus le cas. Nous apprécions que cette étude ait été renforcée dans les séries technologiques, et regrettons d'autant plus qu'elle disparaisse de terminale S. La méthode d'Euler n'étant plus étudiée non plus, le lien entre l'exponentielle et les suites géométriques n'apparaît plus naturellement.

Notons qu'avec la disparition de la limite finie en un point, on peut comparer $\ln x$ et x à l'infini mais pas en 0.

Intégration – Dans le programme de seconde il est écrit « La translation, en tant que transformation du plan, n'est pas étudiée en classe de seconde ». Les translations n'étant pas non plus abordées au collège ni en première, comment faut-il comprendre dans le programme de terminale « On s'appuie sur les propriétés d'additivité et d'invariance par translation et symétrie » ?

La démonstration de la dérivabilité de $F : x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ pour une fonction f continue, positive et croissante, nécessiterait le passage à la limite en 0 et la continuité de f en x dans l'inégalité

$$f(x) \leq \frac{F(x+h) - F(x)}{h} \leq f(x+h), \quad \text{pour } h > 0.$$

L'incohérence se retrouve ici illustrée dans le fait de ne pas disposer des outils nécessaires aux démonstrations annoncées comme « intéressantes à présenter » qui servent de modèle mais ne sont pas exigibles puisque n'apparaissant que dans la partie de commentaire.

La disparition de la formule d'intégration par parties limitera considérablement les possibilités du calcul intégral, réduit à des exercices de simple vérification, ou appuyé sur des recettes, sans initiative ni raisonnement. Le calcul de l'espérance de la loi exponentielle, un attendu du programme, sera impossible.

Géométrie

Nombres complexes – Le plan devrait être muni d'un repère orthonormé direct pour rendre possible l'interprétation graphique d'un argument comme mesure d'angle orienté. La disparition totale de la géométrie dénature complètement cette partie : il n'en reste qu'un aspect algébrique avec quelques interprétations géométriques dont rien n'est attendu d'après le programme.

La dimension historique de l'introduction des complexes ne peut être raisonnablement invoquée dans ce cadre restreint.

Géométrie dans l'espace – La diminution drastique de la géométrie dans l'ensemble de l'enseignement secondaire est consommée. L'étude des transformations disparaît entièrement, même les plus simples transformations du plan ne sont plus au programme des collèges et lycées. Les barycentres ayant disparu, toutes leurs applications disparaissent du même coup, centre d'inertie d'une plaque homogène polygonale, lien avec les lignes de niveau du produit scalaire et de la norme, lien avec la mécanique en physique, etc. Les recherches de lieux géométriques, qui permettaient de mettre en œuvre un raisonnement par analyse-synthèse et d'aborder les problèmes d'égalités d'ensembles par double inclusion, sont également supprimées. Il n'est même plus question de distance, le produit scalaire n'étant plus utilisé que pour la recherche d'équations de plan.

Probabilités et statistique

Les statistiques avec un s sont des données chiffrées, la statistique sans s est l'ensemble des méthodes mathématiques permettant un traitement scientifique de ces données. Il est à espérer que le programme ne se réduise pas à la lecture de statistiques, mais comprenne une initiation à la statistique, contrairement à ce qui est annoncé dans le titre de la partie des programmes correspondante.

Conditionnement, indépendance – Pour les probabilités conditionnelles on impose l'utilisation des arbres, qui plus est en capacité attendue, méthode peu usitée dans l'enseignement supérieur. Le but prend ici encore le pas sur le raisonnement : on demande explicitement aux élèves d'oublier les opérations ensemblistes naturelles sous-jacentes données par les formules des probabilités composées, des probabilités totales et de Bayes.

Notion de loi à densité à partir d'exemples – Soulignons l'incohérence entre le contenu de loi à densité et les commentaires qui l'accompagnent, sans aucune capacité attendue. Dans les commentaires, la définition donnée d'une variable aléatoire et d'un univers muni d'une probabilité est extrêmement précise, et relève de la théorie de la mesure, alors qu'aucune propriété des densités n'y figure. Inversement, rien n'est exigé en contenu ou capacité sur les variables aléatoires à densité, seules les variables aléatoires discrètes ont été introduites, en première.

L'espérance et la variance de la loi normale et de la loi exponentielle sont incluses en contenu sans aucune définition de ces notions pour des variables à densité. Qui plus est, sachant que cette preuve est un attendu du programme, comment calculer l'espérance d'une loi exponentielle sans intégration par parties ? Comment dire que les paramètres de la loi normale en sont l'espérance et la variance alors que leurs définitions ne sont connues des élèves que pour des lois discrètes ?

Les élèves devront connaître le quantile approché 2,58 de la loi normale pour 1% sans devoir l'utiliser nulle part. Apprendre par cœur les probabilités approchées des intervalles de demi-longueur 1, 2 ou 3 fois la variance de la loi normale procède du même choix, au détriment du raisonnement.

L'absence de définition de la fonction de répartition est criante. Que fait-on avec la densité de la loi normale sans fonction de répartition ? Comment parler de quantile d'une loi sans fonction de répartition ? Comment montrer l'absence de mémoire de la loi exponentielle sans fonction de répartition ?

Estimation – Ne parler que de niveau de confiance à 5% réduit considérablement la portée de la notion : réaliser que ce niveau doit dépendre de la gravité des conséquences est crucial, au moins pour les professeurs. De même, « en pratique, on fait l'approximation dès que $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$ » de la loi exacte par la loi asymptotique, est un abus de langage. Le choix de ces bornes dépend évidemment de la qualité de l'approximation nécessaire à l'application traitée. Le risque inhérent à leur mauvais choix est un problème important auquel il serait bon de sensibiliser élèves et professeurs.

Par contre, seuls les intervalles bilatéraux sont envisagés pour tester si une proportion est égale à p, alors que dans bien des applications tester si une proportion est trop grande ou trop petite est utile et intéressant, sans théorie supplémentaire.

Les intervalles de fluctuation, pour autant que l'on en admette la définition donnée dans le programme de seconde, n'ont aucun rapport avec la notion d'estimation statistique reconnue. Au lieu de limiter au maximum leur usage au profit des outils de statistique reconnus abordés en terminale S, ils sont encore alourdis d'une notion d'intervalle de fluctuation asymptotique, qui repose dans les faits sur l'approximation de la loi binomiale par la loi normale ; cette simple constatation aurait évité la définition d'une notion non canonique supplémentaire. Il serait souhaitable de souligner à l'intention des professeurs que la prise de décision possible à partir des intervalles de fluctuations est réservée à quelques situations précises (pour lesquelles ils avaient été créés par des experts en épidémiologie).

Les intervalles de confiance sont un outil incontournable de la théorie de l'estimation, dont la compréhension est délicate en soi ; la confusion avec la notion non canonique d'intervalle de fluctuation sera certaine dans l'esprit de bien des élèves et d'un certain nombre de leurs professeurs non formés à la statistique.

Pour autant, recourir aux intervalles de confiance ne permet pas non plus de résoudre tous les problèmes. Parler de sensibilisation aux sondages est abusif à cette occasion, la théorie et les outils nécessaires ne sont pas ceux-là.

Terminale ES/L

Le programme de terminale S, malgré ses nombreuses incohérences, contient des concepts mathématiques potentiellement intéressants s'ils étaient correctement formulés. Par contre, le programme de terminale ES est d'une rare indigence, la place prise par les probabilités et la statistique étant telle que toute rigueur a disparu en analyse, ce qui interdit que la partie probabilités-statistique soit elle-même cohérente. L'analyse étant très poussée dans les cursus de l'enseignement supérieur en économie, cela créera de graves problèmes pour les élèves souhaitant poursuivre ces études. Il est pour le moins surprenant que le programme d'analyse de cette série générale soit beaucoup plus simple que celui de STL-Biotechnologie.

Analyse

On ne donnera qu'une approche expérimentale de la limite d'une suite. La notion de limite de fonctions n'apparaît plus, bien qu'une certaine continuité « par intervalle » soit évoquée, et même ici un « prolongement continu ». La notion de limite en 0 est pourtant abordée en première avec l'étude des nombres dérivés. L'étude du comportement asymptotique des fonctions est implicitement déclaré sans intérêt, cela oblige à n'étudier que des fonctions sur des intervalles fermés bornés, un point de vue surprenant qui interdit bien des applications en économie.

Aucun complément n'est donné sur les dérivées vues en première : comme en terminale S, il est interdit de parler de dérivées de fonctions composées et il sera même ici impossible de dériver des fonctions du type $x \mapsto u^n(x)$ (avec $n \in \mathbb{Z}$), $x \mapsto \sqrt{u(x)}$ ou $x \mapsto \ln(u(x))$. Il faut croire que les fonctions utilisées en économie se sont grandement simplifiées en quelques années.

Suites – Aucune définition de limite n'apparaît dans le programme. Cette notion doit rester intuitive. Des élèves de terminale ES ne seraient donc pas en mesure de comprendre une définition donnée en S et dans les séries technologiques, malgré un programme d'analyse en première ES très proche de celui de la première S. On s'interroge encore une fois sur la réalité des passerelles prévues. Dans la partie commentaire « On détermine, sans soulever de difficulté, la limite de la somme... », le verbe « déterminer » sous-entend une démonstration en contradiction avec la suite de la phrase et l'absence de quelques propriétés basiques des limites de suites (somme, multiplication par un scalaire) qui ne sont pas un attendu du programme.

Il serait raisonnable d'inclure leur comportement asymptotique dans l'étude des suites arithmético-géométriques, mais les outils n'en sont hélas pas disponibles.

Notion de continuité sur un intervalle – Répétons que la notion de fonctions « continues par intervalle » n'est pas reconnue par la communauté mathématique, pas plus qu'une « approche intuitive de la continuité ». Le théorème des valeurs intermédiaires n'apparaît plus qu'à travers une représentation graphique, c'est-à-dire par des flèches dans un tableau de variation. Le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$ ne se fait plus qu'à partir du même tableau de variation, qui sera incomplet puisqu'aucune limite n'y figurera.

Fonctions exponentielles et fonction logarithme népérien – L'introduction proposée des fonctions exponentielles par prolongement continu des suites géométriques n'aurait de sens que si la continuité était définie. Toutes les propriétés seront admises à partir, au mieux, d'observations obtenues à l'aide d'un logiciel.

La définition de l'exponentielle n'étant pas rigoureuse, la définition du logarithme ne peut l'être. En particulier, sans savoir que l'exponentielle tend vers 0 en $-\infty$ et vers $+\infty$ en $+\infty$, comment prouver que le logarithme népérien est défini sur $]0, +\infty[$?

Ne plus disposer de la dérivée du logarithme d'une fonction posera des problèmes pour les applications.

Convexité – Cette notion arrive comme un cheveu sur la soupe pour un intérêt assez mystérieux car aucune des applications, pourtant nombreuses, au domaine économique n'est proposée. La démonstration de la convexité/concavité des fonctions de référence qui sont données en commentaires serait relativement simple si elle n'obligeait pas à manipuler des fonctions de deux variables (l'abscisse où l'on considère la tangente et l'abscisse du point courant de la courbe représentative). La phrase qui suit « On met en évidence... » laisse hélas présager une unique utilisation de l'outil informatique.

L'étude des positions relatives des courbes représentatives des fonctions identité, logarithme et exponentielle par la convexité est étrange. Une simple étude d'extremum de différence de ces fonctions donnerait une méthode de comparaison plus générale et plus compréhensible des élèves.

Intégration – Les propriétés de la translation n'ayant jamais été vues par les élèves ne peuvent pas plus être invoquées ici que dans le programme de terminale S.

La non-connaissance par les élèves des formules de dérivées de composées par des fonctions puissances même entières, racine et logarithme va réduire considérablement les possibilités d'intégration. Les calculs de primitives devront se limiter à une somme de fonctions de référence associées, au mieux, à une partie en $u'(x)e^{u(x)}$.

Probabilités et statistique

Nous regrettons vivement l'absence de la notion d'indépendance de deux événements alors qu'elle est implicitement utilisée pour aborder la loi binomiale en première et qu'elle intervient de façon prépondérante dans toute la partie estimation. Ce manque est d'autant plus regrettable que la définition demanderait peu d'efforts à partir de la notion de probabilité conditionnelle qui est présentée.

Les séries statistiques à deux variables, dont l'utilité est claire dans le domaine économique, disparaissent du programme alors qu'elles sont maintenues en STL spécialité biotechnologie.

Pour le reste, les remarques sont globalement les mêmes que pour la terminale S, à une incohérence supplémentaire près : les notions de variance et d'écart-type, même pour une loi discrète, ne sont pas connues des élèves venant de première ES/L.

Terminales STI2D et STL spécialité SPCL

La densité, le cadre et le vocabulaire théorique ne nous paraissent pas aussi modestes qu'il est indiqué dans la mise en œuvre du programme. Ils sont parfois plus complets que ceux de terminale S (avec par exemple une définition très rigoureuse de la limite d'une suite ou l'étude des équations différentielles) pour seulement 4h par semaine contre 6h en terminale S.

La demande d'accès régulier aux laboratoires par les enseignants de mathématiques pour « prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines » est assez étrange. Un renforcement des liens avec les autres disciplines ne peut qu'être souhaitable, mais est-ce au professeur de mathématiques d'avoir le recul nécessaire vis-à-vis de ces autres disciplines pour déterminer localement leurs besoins en mathématiques ? Cette consultation interdisciplinaire nous paraît clairement du ressort des Inspections Générales concernées.

Analyse

Suites – La définition de limite finie par comparaison aux puissances de 10 et manipulation de valeurs absolues risque d'être très difficile à appréhender pour les élèves des séries technologiques. Étant en lien direct avec la définition vue dans le supérieur avec les « epsilons », il serait judicieux de l'échanger avec celle proposée en terminale S (tout intervalle ouvert contenant la limite contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang).

Pour les calculs de limites, l'absence de théorèmes généraux sur les opérations, la comparaison ou l'encadrement, va se révéler problématique.

Limites de fonctions – Les remarques sont globalement les mêmes que sur le programme de terminale S.

Dérivées et primitives – Le paragraphe amène les mêmes remarques qu'en terminale S, avec un manque supplémentaire à souligner : la dérivation de la racine d'une fonction est absente du catalogue de dérivées à apprendre.

Fonctions exponentielles et fonctions logarithmes – L'introduction des logarithmes à partir de la relation fonctionnelle $f(ab) = f(a) + f(b)$ n'est pas forcément la plus simple à présenter. En particulier, montrer que la dérivée est de la forme $f'(x) = \alpha/x$ nécessite la dérivation partielle d'une fonction à deux variables.

Il est regrettable de ne parler de croissance comparée qu'en $+\infty$ et pas en $-\infty$ pour l'exponentielle ni en 0 pour le logarithme népérien. Notons que l'idée même de limite finie en 0 de $x \ln x$ n'est d'ailleurs plus possible.

Intégration – Les propriétés de la translation n'ayant jamais été vues par les élèves ne peuvent pas plus être invoquées ici que dans le programme de terminale S ou ES/L. On parle également ici de fonctions continues sans les avoir jamais définies auparavant.

Le commentaire sur « l'appropriation » par les élèves du fait que $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f selon un « principe de démonstration par une visualisation à l'aide d'un logiciel » est très ambigu. Il ne faudrait pas laisser croire aux élèves que cette visualisation constitue une preuve.

Équations différentielles – Notons avec intérêt que les équations différentielles sont toujours traitées en série technologique et regrettons à nouveau qu'elles ne le soient plus en terminale S. Les équations du type $y' + ay = b$ sont même étudiées dans le nouveau programme et plus seulement $y' = ay$. Enfin, l'en-tête de la partie d'analyse laisse la place à l'étude d'autres équations différentielles selon les besoins d'autres disciplines, un effort d'ouverture louable, même si les équations qui seraient utiles entraînent souvent des difficultés théoriques supplémentaires (changement de variable, changement de fonction, problèmes d'équivalence des équations différentielles,...).

Géométrie et nombres complexes

Les attendus dans cette partie sont encore plus réduits que ceux de terminale S, déjà bien peu conséquents. L'application des nombres complexes à la géométrie disparaît totalement, ce qui enlève beaucoup d'intérêt à leur introduction.

Probabilités et statistique

Le mot statistique du titre ne devrait pas plus comporter de « s » ici que dans les autres séries.

Exemples de loi à densité – Soulignons l'incohérence entre le contenu loi à densité et les commentaires qui l'accompagnent, sans aucune capacité mathématique attendue.

Apprendre par cœur les probabilités approchées des intervalles de demi-longueur 1, 2 ou 3 fois la variance de la loi normale ne paraît pas plus utile ici qu'ailleurs.

Les variables aléatoires n'ont été définies ni en seconde ni en première, elles ne le sont pas plus ici. Pourtant dans les commentaires, la définition de l'espérance d'une loi à densité est présentée comme « un prolongement dans le cadre continu de l'espérance d'une variable aléatoire discrète », une incohérence manifeste.

L'introduction de la loi exponentielle est habituellement couplée au phénomène de vieillissement sans mémoire. Comme les probabilités conditionnelles ne sont pas introduites en série technologique, on se demande comment présenter cette notion, pourtant proposée en commentaire.

Seule la loi binomiale a été appréhendée en première. L'introduction de la loi normale à partir de la somme de phénomènes de loi uniforme sur $[0, 1]$ indépendants (cette notion n'étant pas connue des élèves par ailleurs) est fort inhabituelle dans l'enseignement des probabilités, sans aucun appui historique. L'approximation qui suit de la loi binomiale par une loi normale sans aucun argument théorique tient plus de la leçon de choses que d'un cours de mathématiques.

Prise de décision et estimation – La plupart des remarques faites dans le programme de terminale S s'appliquent. On soulignera l'explication convaincante de la comparaison possible de deux proportions présente ici et qui manque au programme de terminale S.

Terminale STL biotechnologique

Le programme est plus léger qu'en STI2D et STL-SPCL pour le même horaire (4h), ce qui rend d'autant plus incompréhensible le regroupement des premières technologiques. Beaucoup des notions introduites dans la première uniformisée ne seront pas réinvesties dans cette terminale, dont les fonctions circulaires, la valeur absolue, le produit scalaire et les nombres complexes. Les élèves risquent d'être dégoûtés par la matière en première et auront du mal à surmonter cet a priori négatif en terminale. Un programme spécifique dès la première aurait visiblement été plus adapté.

Analyse

Suites – Les définitions de limite et de variation ne sont pas formalisées. Pourtant la recherche du plus petit entier n tel que $q^n \geqslant a$ ou $q^n \leqslant a$ est une capacité attendue du programme et sous-entend une définition qui pourrait être plus explicite. La méthode suggérée est l'utilisation d'un logiciel ou d'une calculatrice alors qu'une simple utilisation de la fonction logarithme serait immédiate.

Limites de fonctions – La disparition de la limite finie en un point amène les mêmes commentaires que dans les autres séries.

La possibilité d'aborder d'autres calculs de limites étant en commentaires, chaque enseignant pourra ou non calculer des limites de composées, sans d'ailleurs que la notion même de composée soit définie.

L'étude du comportement asymptotique des fonctions se limite aux asymptotes parallèles aux axes de coordonnées. Les asymptotes obliques et les courbes asymptotes disparaissent du programme, ce qui est dommageable.

Dérivées et primitives – Ce paragraphe amène les mêmes commentaires que dans les autres séries.

Fonctions exponentielles et fonction logarithme népérien – Le paragraphe sur les fonctions puissances n'a pas sa place dans cette section et devrait constituer une partie à part entière.

Comme dans l'ensemble des séries technologiques, il est regrettable de ne parler de croissance comparée qu'en $+\infty$ et pas en $-\infty$ pour l'exponentielle ni en 0 pour le logarithme népérien. L'idée même de limite finie en 0 de $x \ln x$ n'est plus possible.

Intégration – Il est surprenant de parler de fonctions continues sans les avoir jamais définies. Le calcul intégral se limite exclusivement aux fonctions positives, ce qui est pour le moins restrictif. Même dans ce cadre, la détermination de l'aire entre deux courbes sans argument de linéarité est problématique.

Équations différentielles – Ce paragraphe amène les mêmes commentaires qu'en STI2D.

Probabilités et statistique

La spécificité de cette partie, dont nous nous félicitons, est le maintien de la statistique descriptive à deux variables avec ajustement affine selon la méthode des moindres carrés qui a beaucoup d'applications dans les autres disciplines. Elle est malheureusement absente de toutes les autres séries.

Le reste de cette partie amène les mêmes commentaires qu'en STI2D.

Terminale STD2A

Le programme de cette série est très spécifique avec un contenu modeste en analyse, une orientation très forte vers la géométrie et une disparition totale des probabilités étonnante dans le contexte actuel.

Analyse

Il ne reste que les fonctions puissances et logarithmes, sans nécessairement leurs dérivées, ainsi que le raccordement des courbes polynomiales de degré trois. « L'étude des fonctions sinus et cosinus est hors programme ».

La disparition du calcul intégral et de ses applications au calcul d'aires et de volumes est surprenante dans cette série.

Géométrie

On constate que le contenu mathématique de la géométrie est d'un niveau extrêmement modeste. Il s'agit en effet essentiellement d'apprendre des techniques simples de constructions géométriques et d'appliquer quelques formules, sans chercher à entrer dans les théories sous-jacentes. Ceci semble justifié pour la partie relative aux pavages et à la perspective centrale par exemple, où des développements théoriques entraîneraient les élèves trop loin. En revanche, pour d'autres parties du programme, on peut déplorer que cela ne soit pas plus approfondi.

Parmi les coniques, seule l'ellipse fait l'objet d'une étude. Notamment, les élèves doivent connaître l'équation réduite d'une ellipse dans un repère orthonormé adéquat $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, mais il n'est fait mention nulle part de l'équation réduite de l'hyperbole $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$, ce qui ne coûterait pas plus cher. Il est dommage que la parabole et seulement la « branche d'hyperbole » n'apparaissent que comme sections planes d'un demi-cône de révolution.

Contribution de la SMF à la consultation sur la spécialité ISN de terminale S (avril 2011)

Nous avons examiné avec attention le programme proposé en terminale S pour la spécialité Informatique et sciences du numérique. Ce programme constitue un début de réponse à nos collègues qui œuvrent en faveur de la réintroduction de l'informatique au lycée depuis la disparition en 1998 de l'option d'informatique en seconde. Des domaines fondamentaux des sciences informatiques y figurent sous la forme de quatre parties : représentation de l'information, algorithmique, langages et programmation, architectures matérielles. Le lien est fait avec les problèmes sociétaux, mais peu avec les autres disciplines scientifiques.

Le programme reflète très largement la volonté de faire émerger des connaissances larges en sciences informatiques. Pour autant, l'informatique est introduite par le biais d'une spécialité de terminale à faible volume horaire, 2h par semaine, qui ne peut correspondre à un concept de programme qui serait prévu pour les trois années du lycée. On est frappé par l'ampleur et la densité du programme. Des collègues informaticiens universitaires indiquent qu'il couvre une large part des thèmes abordés dans une première année universitaire, voire au-delà. On perçoit le risque d'une approche voulue comme celle d'un enseignement d'ouverture et de découverte qui, au final, pourrait se révéler superficielle si les attendus ne sont pas clairement précisés.

Le programme annonce une seule interface avec les mathématiques, à travers l'initiation à l'algorithmique en seconde et première. Au vu des éléments d'algorithmique présents dans ces classes, il serait optimiste de penser qu'il suffira de rappeler les éléments de base que sont : affectation, séquences, test ou boucle, sans plus d'approfondissement. Des remarques analogues peuvent être faites sur le volet représentation de l'information : booléens, représentations binaires. Cet apprentissage des algorithmes (dont les quatre opérations, premier pas vers l'algorithmique d'après ce programme) est dénaturé en mathématiques au lycée par une référence excessive aux logiciels de calcul formel que nous dénonçons régulièrement. Par contre, il serait intéressant de revoir dans cette optique des algorithmes rencontrés dans l'enseignement de mathématiques du lycée et qui seraient déjà familiers aux élèves.

Les problématiques non scientifiques de nature sociétale, comme les questions de propriété intellectuelle et les licences logicielles ou la supranationalité des réseaux et ses conséquences politiques et économiques, sont partie intégrante du programme et en constituent un volume très important. On peut douter que cet ancrage soit une priorité dans l'introduction de l'informatique en tant que spécialité en série scientifique au lycée.

La question du public visé se pose naturellement. Si tous les citoyens sont maintenant des usagers de l'informatique, il est également nécessaire de former ceux qui conçoivent les outils nécessaires à cet usage. S'agira-t-il plutôt d'un enseignement de masse fondé sur une approche consumériste où l'on apprendra juste comment utiliser un ordinateur, ou d'un enseignement de nature plus spécialisé demandant un investissement important, notamment dans des projets ? Quel public d'élèves souhaite-t-on attirer ou attirera-t-on effectivement ? Toutes les filières de l'enseignement supérieur leur seront-elles ouvertes ? La réponse est primordiale, dans un contexte où il est vital d'attirer des élèves vers les études scientifiques. Sur un plan plus pratique, la question d'éventuels travaux pratiques n'est pas évoquée. Ce n'est peut-être ni opportun ni prioritaire mais ce point devrait être précisé. L'évaluation au baccalauréat est décisive pour la réussite de cette introduction dans l'esprit des élèves : les modalités doivent en être clairement définies dès à présent, projets, exercices... Il sera indispensable de préciser les objectifs finaux de ce large programme pour se concentrer sur certains aspects dans l'optique d'une évaluation finale qui ne doit pas être superficielle. Dans cette optique, une estimation du temps nécessaire pour le traitement de chacune des parties serait souhaitable, en comparaison avec l'horaire total.

Il y a enfin la question cruciale de la formation des enseignants. Les enseignants pressentis sont, pour le moment, des professeurs déjà en poste dans d'autres disciplines scientifiques dont les mathématiques. La SMF est particulièrement sensible au problème de la formation des professeurs de mathématiques à ce nouvel enseignement. Quelles que soient les bonnes volontés et les compétences déjà acquises, une vraie formation est indispensable : la qualité d'usager même habile de l'informatique ne peut suffire à qualifier comme enseignant. À ce point, on ne peut que constater avec inquiétude que les moyens envisagés sont bien faibles. Des formations consistantes réparties sur deux ans ayant été proposées et n'ayant pas été retenues, des précisions seraient nécessaires sur ce qui sera mis en place l'an prochain pour former des enseignants pour la rentrée 2012. Comme pour l'ensemble de la formation continue des enseignants du secondaire, il est indispensable de choisir des professeurs de mathématiques volontaires et que leur formation, pour qu'elle se passe dans les meilleures conditions et aboutisse à une réussite de cette introduction, soit incluse dans leur temps de service, avec une composante majoritaire en présentiel et non à distance. Nous ne doutons pas que nos collègues informaticiens sont prêts à se mobiliser en ce sens pour peu qu'on leur en donne les moyens financiers et matériels.

Compte-rendu de réunion sur les masters enseignement et les concours

Cette réunion des responsables des masters enseignement organisée par la SMF à l'Institut Henri Poincaré le 28 mai 2011 faisait suite à aux réunions de septembre 2009 et juin 2010. Celle de juin 2010 avait eu lieu juste après l'annonce par l'arrêté du 31 mai 2010 que la possession des diplômes s'apprécierait à la publication des résultats d'admissibilité, ce qui rendait possible la préparation simultanée de l'agrégation et du M2. Le même arrêté rendait obligatoire la certification de langues CLES2 et d'informatique C2i2e pour les reçus, obligation levée pour la session 2011 par un autre arrêté le 31 août 2011.

La réunion a débuté avec des interventions de Patrick Foulon, président du jury de l'agrégation externe de mathématiques, et de Xavier Sorbe, président du jury du CAPES externe de mathématiques.

Interventions des présidents de jurys des deux concours

L'intervention de Patrick Foulon commence par quelques informations sur la session en cours. Il y a 288 postes à pourvoir contre 253 en 2010. Environ 1250 candidats se sont présentés aux épreuves écrites en avril 2011, contre 1363 l'an dernier. On prévoit plus de deux fois plus d'admissibles que de postes à pourvoir, les résultats d'admissibilité étant rendus publics au plus tôt le 6 juin[1] et les épreuves orales ayant lieu du 24 juin au 10 juillet. L'année blanche qui aurait pu avoir lieu a été évitée par la possibilité de préparer simultanément M2 et agrégation, même si les masters adéquats ont dû se mettre en place dans l'urgence.

Patrick Foulon précise que pour la nouvelle épreuve « Agir en fonctionnaire de l'État et de manière éthique et responsable », il est attendu des réponses de bon sens montrant la capacité du candidat à lire, expliquer et appliquer un texte officiel régissant le fonctionnement de l'enseignement secondaire ou supérieur, aucune compétence spécifique (par exemple juridique ou psychologique) n'étant exigée.

Pour la session 2011, les épreuves orales algèbre-géométrie et « Agir... » ont un coefficient total de 2, alors que les deux épreuves écrites et les deux autres épreuves orales ont chacune un coefficient 1. Un arrêté du 6 janvier 2011 annonce que pour la session 2012, les épreuves orales algèbre-géométrie et « Agir... » auront un coefficient total de 5 alors que les quatre autres épreuves auront un coefficient 4, ce qui aura pour effet de diminuer le poids de l'épreuve « Agir... » dans la note finale du concours (4,67% au lieu de 8,33%).

Une discussion brève concerne le problème de l'interaction de la préparation de l'agrégation avec le master recherche et le doctorat, et de la validation du stage de l'agrégation par les doctorants. Il s'ensuit qu'il faut défendre la commutativité entre les masters enseignement et recherche. Normalement, un contrat doctoral prévoyant des heures d'enseignement devrait permettre de valider le stage.

L'intervention de Xavier Sorbe commence également par quelques informations concernant la session en cours. 1285 candidats se sont présentés aux épreuves

[1] La liste des 648 candidats admissibles a été publiée le 10 juin 2011.

écrites en novembre 2010 pour 950 postes à pourvoir, les oraux ayant lieu du 23 juin au 9 juillet 2011. En outre, 276 candidats se sont présentés au CAFEP pour 90 postes à pourvoir. 81% des présents à l'écrit du CAPES sont admissibles à l'oral. Ces chiffres ne sont pas satisfaisants ; vus les effectifs en master première année et en licence, les prévisions pour les années à venir sont extrêmement inquiétantes. Xavier Sorbe présente des statistiques concernant le nombre de postes et le nombre de candidats de 1969 à 2011, montrant des variations très conséquentes. En réponse à une demande sur le nombre de postes qui seront pourvus, il indique que le jury veillera à maintenir une exigence de qualité, tout en ayant parfaitement conscience de la situation extrêmement tendue dans les académies.

L'intervention continue avec une présentation des épreuves du CAPES, qui ont fortement évolué lors de la session en cours. En particulier, la nouvelle épreuve « Agir... » doit se dérouler, au final, de façon très semblable à ce qui est envisagé par le jury d'agrégation, plutôt en prenant appui sur une situation proposée aux candidats, qui pourra être complétée par un texte officiel, avec la même attente de bon sens dans les réponses données.

À l'issue de ces interventions et en réponse aux questions des participants, Patrick Foulon et Xavier Sorbe fournissent quelques précisions. Le calendrier de la session 2012 sera sensiblement le même que celui de la session 2011. Pour l'agrégation comme pour le CAPES, il est indispensable que les candidats lisent le rapport du jury. Contrairement au CAPES où les ouvrages spécifiques de préparation aux concours d'enseignants sont interdits, il n'y a pas de livre interdit à l'oral de l'agrégation : tout livre publié et vendu commercialement peut être utilisé par le candidat. Les sites internet des jurys contiennent de nombreuses informations concernant les concours, notamment sur l'épreuve « Agir... », les logiciels disponibles et les textes officiels régissant les concours.

Les enquêtes de la SMF

Fin 2010, la SMF a mené une enquête[2] avec le relais de ses correspondants locaux, sur le déroulement des masters d'enseignement de mathématiques. Cette enquête a été complétée par un questionnaire à l'intention des responsables de masters invités à la réunion. Ceci a révélé un certain nombre de difficultés dont on rappelle quelques unes.

Les problèmes de baisse d'effectifs dans les masters recherche et de manque d'effectifs dans les masters enseignement sont criants. Les effectifs des masters pro sont au mieux en stagnation. La multiplication des filières dans ce contexte est alarmante.

Les stages en responsabilité en M2 enseignement (le stagiaire fait cours, le professeur est absent de la classe) étaient prévus à l'automne pour une durée moyenne de quatre semaines. Le questionnaire fait ressortir qu'ils n'ont effectivement duré en général que deux semaines. Par ailleurs, les termes « stage en observation » (le professeur fait cours, le stagiaire assiste aux cours), « stage de pratique accompagnée » (le stagiaire fait cours, le professeur est dans la classe) et « stage en responsabilité » (le stagiaire fait cours, le professeur est absent de la classe)

[2] Baisse des effectifs : masters de mathématiques et concours de recrutement de professeurs, Valérie Girardin *Gazette* - 128, avril 2011.

semblent être interprétés de façon différente selon les académies. Une différence importante tient au choix selon l'académie de faire remplacer les reçus au CAPES en 2010 par les stagiaires ou de faire accueillir ceux-ci par des professeurs titulaires. Une harmonisation paraît souhaitable. La plupart des parcours orientés vers l'agrégation ne proposent aucun stage, à part, dans quelques rares cas, un stage en observation ou de pratique accompagnée. Les exigences en termes de mémoire et de rapport de stage semblent varier beaucoup d'une université à l'autre : dans certains cas, aucun rapport n'a été exigé, alors qu'un rapport de 80 pages l'a été ailleurs. Une moyenne de 30 pages est courante, assortie d'une soutenance d'une demi-heure.

Le temps et la nature de la préparation à l'épreuve « Agir... » est très variable : certaines universités ne proposent aucune préparation, alors qu'ailleurs 80 heures y sont consacrées et donnent lieu à des ECTS pour le master. En ce qui concerne les intervenants, on trouve un peu de tout : didacticiens, psychologues, juristes...

Les réponses provenant des responsables de masters au questionnaire préliminaire à la réunion sont sans ambiguïté. Seule une université affiche un taux de 40% de certifiés CLES2 en M1 (la préparation en étant incluse dans la licence), les autres en sont à 0%. Les prévisions pour l'an prochain des responsables de masters ou des étudiants eux-mêmes ne sont guère plus positives. Seules 4 ou 5 universités afficheront un taux non négligeable de certifiés. À l'inverse, le C2i2e ne pose généralement pas de problème en master dirigé vers le CAPES. Pour l'agrégation, les problèmes de validation éventuels sont liés à l'absence de stage devant des élèves.

Une discussion s'ensuit concernant les motivations qui ont conduit le ministère d'introduire l'épreuve « Agir... ». Un des motifs donnés est de mieux préparer les candidats aux réalités de l'enseignement. Xavier Sorbe présente des statistiques concernant les stagiaires de CAPES et d'agrégation de mathématiques licenciés ou ajournés ces dernières années. Pour l'agrégation, le taux était relativement faible en 2009 et 2010 par rapport au nombre de reçus. Au CAPES, il se situe aux alentours de 10% du nombre de reçus. Le motif le plus fréquent est l'incapacité à gérer la classe.

La discussion continue autour de l'articulation entre masters, formations non diplômantes et doctorat. L'inscription en M2 recherche paraît être prise en compte pour un report de stage pour les reçus à l'agrégation en tant que première année d'études doctorales, après un M2 enseignement. On rappelle que les reports de stage n'ont jamais été garantis. Ils restent la règle usuelle pour les doctorants, mais paraissent devenir difficiles pour les post-doc.

Dans la majorité des universités, à partir de l'annonce que la possession du master s'apprécierait au moment de la publication de l'admissibilité, les formations non diplômantes à l'agrégation ont ouvert leurs portes aux étudiants inscrits en M2. Dans deux des universités représentées à la réunion, seuls les titulaires d'un master sont accueillis, mais il est déjà prévu dans l'une d'entre elles d'autoriser l'inscription des étudiants de M2 à la rentrée prochaine. Ailleurs, là où il n'y a pas de formation non diplômante, le problème se pose de la réinscription des étudiants ayant validé le master mais non admis aux concours. Il se dégage de l'ensemble des discussions qu'une solution générale devrait être proposée nationalement, et non laissée au bon vouloir des universités.

Les certificats

L'obligation de valider les certificats C2i2e et CLES2 entrera presque sûrement en vigueur pour la session 2012. Il existe désormais des textes précisant les certificats admis en équivalence et des règles fixant les conditions par lesquelles les candidats peuvent être dispensés des certificats.

La validation d'une formation contenant des éléments d'informatique en relation avec l'utilisation des technologies de l'information et de la communication dans l'enseignement (TICE) dispenserait le candidat du certificat C2i2e. En général, les cursus de licence et de master de mathématiques ne proposent pas de formation réunissant ces critères. Les concours de CAPES et d'agrégation de mathématiques ne prévoyant aucune obligation d'utilisation de l'outil informatique, Patrick Foulon et Xavier Sorbe confirment qu'ils ne peuvent être considérés comme validant ces compétences. La partie pratique du C2i2e doit être validée par un travail devant des élèves. Comme l'an dernier, la possibilité d'effectuer ce travail devant des étudiants de licence est évoquée.

Les étudiants titulaires d'un baccalauréat mention européenne seront dispensés du CLES2. Dans certaines universités, il est déjà prévu de proposer le TOEIC à la place du CLES2 ; cependant, le niveau du TOEIC admis en équivalence semble similaire. Il y a un accord général dans la salle et plus généralement dans toutes les disciplines concernées sur le fait que le CLES2 est d'un niveau trop élevé pour être raisonnablement exigé d'un professeur du secondaire. Plutôt que de s'opposer à l'obligation des certificats, il apparaît qu'il faut rechercher un juste compromis concernant leur niveau. Patrick Foulon insiste sur l'importance de ne pas décourager les étudiants s'orientant vers l'enseignement secondaire en leur donnant l'impression que le problème des certificats serait insurmontable. Il faut les rassurer, tout sera fait pour résoudre ces difficultés. De toute façon, si le ministère n'arrive pas à recruter suffisamment d'enseignants en raison de l'incapacité des candidats à fournir un certificat de langues, il sera bien obligé d'aborder le problème.

Des participants expliquent qu'il est impossible de dégager des heures de préparation pour ces certificats à l'intérieur des masters. Valerie Girardin rappelle qu'une préparation de 80 heures existe dans certaines universités pour l'épreuve « Agir... » et s'étonne qu'une préparation similaire en langues ne paraisse pas envisageable. La préparation devrait être continue dans l'ensemble du cursus universitaire, ce qui est rarement le cas.

Les masters en alternance

La création de masters en alternance, rendue possible par une circulaire du 13 juillet 2010, semble avoir reçu un écho favorable auprès des ministres de l'Éducation Nationale et de l'Enseignement Supérieur. Le rectorat de Versailles a contacté les cinq universités sous sa tutelle dans le but de créer des masters en alternance pilotes.

Patrick Courilleau, de l'Université de Cergy-Pontoise, présente la proposition de M1 en alternance pour les étudiants visant le CAPES de mathématiques qui devrait ouvrir à la rentrée 2011. Les étudiants seront en établissement scolaire les mardi, mercredi, jeudi et vendredi matins. Le reste du temps ils suivront les cours du M1 à l'université, quelque peu allégés. Avec l'accord du rectorat, tous les étudiants qui le souhaiteront seront recrutés et affectés dans des établissements situés à proximité de l'université et chaque étudiant interviendra devant une seule classe de collège. On s'attend à une dizaine d'inscrits.

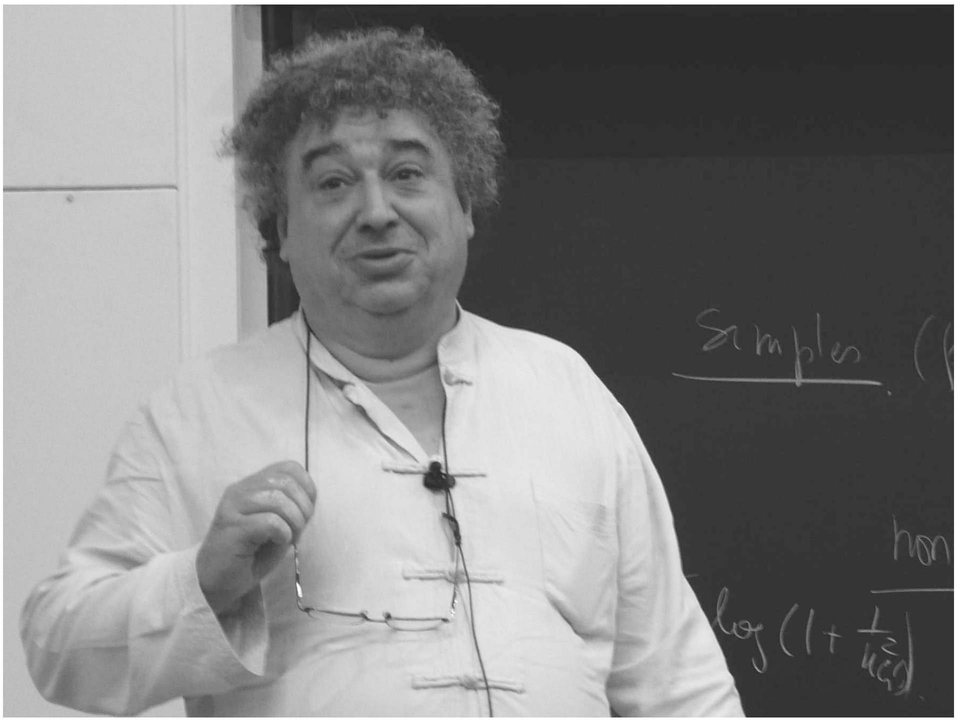
L'université Paris-Sud (Orsay) a décidé de n'ouvrir aucun master en alternance disciplinaire, les garanties demandées n'ayant pas été obtenues. La proposition de formation en alternance pour les candidats au CAPES collés et qui veulent retenter leur chance tout en enseignant n'a pas été retenue par le rectorat.

Informations diverses

L'épreuve écrite du CAPES interne de mathématiques est désormais remplacée par une épreuve sur dossier de reconnaissance des acquis de l'expérience professionnelle. Il existe toujours des incertitudes concernant les règles fixant l'obligation des certificats pour les candidats au CAPES interne, les candidats à l'agrégation interne en étant dispensés. Les obligations de diplômes après 2015 ne sont pas établies non plus pour les concours internes.

L'intégralité du compte-rendu de la réunion peut être consulté sur le site de la SMF[3], avec une description détaillée du déroulement des épreuves. La réunion était animée par Jean-Pierre Borel et Valérie Girardin, les secrétaires de séance en étaient John Boxall et Sandra Delaunay.

[3] `http://smf.emath.fr/280511-compte-rendu-ru-masters`



Philippe Flajolet, octobre 2010

EN HOMMAGE À PHILIPPE FLAJOLET

Philippe Flajolet, le fondateur de la combinatoire analytique

Brigitte Chauvin, Bruno Salvy, Michèle Soria, Brigitte Vallée

Philippe Flajolet est décédé subitement le 22 mars 2011, des suites d'un cancer foudroyant. Il avait soixante deux ans et débordait de projets scientifiques. C'était un scientifique d'exception, mathématicien et informaticien tout à la fois.

Philippe Flajolet travaillait en analyse d'algorithmes. Il a complètement renouvelé ce domaine scientifique. Il y a introduit des méthodes mathématiques originales et les a appliquées à un grand nombre de problèmes informatiques jusqu'alors inaccessibles à l'analyse : algorithmes de flux de données, protocoles de communication, accès aux bases de données, fouille de données, algorithmique du texte, calcul formel, génération aléatoire...

Les résultats de Philippe ont donné lieu à plus de deux cents articles, en revues ou en conférences. Mais sa contribution essentielle, que nous appelons maintenant la « bible », est le livre *Analytic Combinatorics*, de plus de 800 pages, écrit avec Robert Sedgewick, et publié par Cambridge University Press en 2009. Deux ans après sa parution, c'est déjà, un peu partout dans le monde, une référence incontournable.

Cet ouvrage est l'aboutissement de sa vie de chercheur. Il y décrit ce nouveau domaine des mathématiques, la combinatoire analytique, qu'il a fondé. C'est sur cette théorie mathématique moderne que repose l'étude quantitative des principales structures combinatoires (mots, arbres, cartes, graphes...) et l'étude probabiliste des algorithmes opérant sur ces structures. Cette méthodologie a beaucoup influencé d'autres domaines scientifiques, comme la physique statistique, la bio-informatique et la théorie de l'information.

Donald Knuth avait posé les premières pierres de l'édifice à la fin des années 60 dans une série de livres désormais classiques. Il donnait ainsi à l'analyse d'algorithmes des bases mathématiques solides, fondées sur l'analyse classique. Avec Philippe Flajolet, ce domaine a fait un véritable bond en avant. L'idée novatrice de Philippe repose sur l'utilisation conjointe de deux types de méthodes : la méthode symbolique et la méthode analytique. La méthode symbolique vise à automatiser les principes de combinatoire énumérative, et à les transcrire en termes de séries génératrices formelles. En traitant alors les séries génératrices comme des fonctions de variable complexe, la méthode analytique aboutit à la caractérisation précise de lois limites. Tout récemment encore, Philippe cherchait à étendre et généraliser cette approche, en y intégrant des nouveaux outils, à la jonction entre théorie de l'information, probabilités et théorie des systèmes dynamiques.

Dès la fin des années 80, Philippe Flajolet a par ailleurs joué un rôle très important dans la définition et la fondation de l'interface entre mathématiques et informatique. Il est devenu, au cours des ans, une des principales références de cette interface au niveau national. Il a également su fonder autour de lui des « écoles ». En France, il a créé, vers la fin des années 90, le groupe ALEA, qui rassemble combinatoriciens, probabilistes et physiciens, autour de la problématique de l'aléa discret. Ce groupe compte en son sein un grand nombre de jeunes chercheurs, qui gardent tous un souvenir très fort de la chaleur avec laquelle Philippe les a accueillis. C'est aujourd'hui une véritable communauté scientifique, unie par un tissu serré d'échanges et de collaborations. Chaque année, pendant une semaine, elle se retrouve lors des emblématiques « Journées ALEA », dans une atmosphère bien particulière, faite d'écoute et d'amitié, très liée à la personnalité même de Philippe. Philippe a également fédéré la communauté internationale de son domaine. Le groupe AofA [Analysis of Algorithms] organise des rencontres qui « tournent » un peu partout dans le monde. S'y réunissent chaque année depuis 1993 les scientifiques du monde entier qui travaillent en analyse d'algorithmes avec des méthodes souvent très diverses (combinatoires, probabilistes ou asymptotiques).

Mais, pour nous tous qui avons eu le privilège de le côtoyer, c'est sans doute surtout le scientifique lui-même qui restera un exemple : sa démarche scientifique était un mélange unique et subtil de curiosité, d'imagination, de culture « de l'honnête homme », de sens de l'esthétique, de rigueur intellectuelle et d'un sens profond de la collaboration et de l'amitié. Il aimait partager sa passion, et avec beaucoup d'intuition, humaine et scientifique, il proposait le « bon » problème à la « bonne » personne. Il a ainsi collaboré avec plus d'une centaine de co-auteurs, mêlant générosité et exigence scientifique. Enfin, Philippe était un homme pétri de chaleur humaine et d'amour de la vie : nous garderons le souvenir fort de son humour, de son rire, de son goût pour l'andouillette et le chocolat.

Adaptation libre d'un texte anglais écrit conjointement
par Bruno Salvy, Robert Sedgewick, Michèle Soria,
Wojciech Szpankowski, et Brigitte Vallée

Philippe Flajolet est né à Lyon le 1$^{\text{er}}$ décembre 1948. Il a obtenu le diplôme de l'École Polytechnique en 1970 et a été tout de suite recruté comme chercheur à l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique). Il y a passé la totalité de sa carrière. Attiré par les langues et la logique, il a d'abord travaillé, avec Maurice Nivat, sur des problèmes liés aux langages formels et à la calculabilité. Il a ainsi obtenu le doctorat de l'université Paris 7 en 1973. Puis, avec Jean Vuillemin, il a suivi les traces de Don Knuth, et s'est tourné vers le domaine alors émergent de l'analyse d'algorithmes. Il a alors obtenu, à l'université d'Orsay en 1979, une thèse d'état en Sciences, à la fois en mathématiques et en informatique. Par la suite, à l'INRIA, il a créé et dirigé le groupe de recherche « Algo » qui attire depuis ses débuts des visiteurs du monde entier.

Il a reçu de nombreux prix, dont le grand prix de la science de l'UAP (1986), le prix informatique de l'Académie des Sciences (1994) et la médaille d'argent du CNRS (2004). Il a été élu membre correspondant de l'Académie des Sciences en 1994, membre de l'Académie Européenne en 1995 et finalement membre (junior) de l'Académie des Sciences en 2003.

Philippe Flajolet chez ALGO

Alin Bostan, Nicolas Broutin, Frédéric Chyzak,
Virginie Collette, Philippe Dumas, Bruno Salvy

Le café coule. Ils sont bien bruyants chez ALGO[1] ! La discussion est pour le moins animée : Mais quelles sont donc les vallées isolées du nord de l'Italie avec une minorité germanophone ? D'ailleurs, il y a vraiment une minorité allemande quelque part en Italie ? Pas possible. Ça s'excite. Qui parie ? Il faut être un peu précis quand même, on ne parie pas à la légère : « est-ce qu'il y a plus de 1% de la population qui est germanophone dans certaines contrées d'Italie ? » La question est vite réglée : Wikipedia est tout puissant ; ça fera une tablette de chocolat... au lait ! Au centre de cette agitation, Philippe, accoudé au radiateur, chemise mal boutonnée et l'air réjoui.

Tous ceux qui l'ont côtoyé le diront : il savait générer une ambiance incroyable comme peu d'autres, que ce soit autour d'un café ou dans un séminaire. Toujours un petit mot gentil et motivant pour les jeunes et les visiteurs qu'il accueillait dans son bureau pendant de longues heures pour en savoir plus sur leurs travaux. C'est ainsi qu'il avait réussi à insuffler son énergie aux groupes qui l'entouraient, à l'équipe ALGO d'abord, mais aussi au groupe ALÉA et à la communauté internationale d'analyse d'algorithmes : une culture immense, un intérêt authentique pour les autres et une curiosité de tous les instants.

La curiosité, en tout, autant pour un col triple (au sens de la méthode du col), que pour l'andouillette arrosée d'un Brouilly ou la prononciation du roumain. Toujours l'envie de comprendre les phénomènes, la réflexion personnelle avant d'ouvrir les classiques empilés dans les coins de son bureau, aussi bien sur des questions élémentaires que sur des problèmes sophistiqués. Et toujours la volonté de chercher une vision illuminante, une explication convaincante, non pas nécessairement une preuve au sens mathématique mais un argument qui emporte l'adhésion. Souvent dans le dialogue, dans un mélange d'échanges au tableau et d'aller-retours sur machine pour tester les idées. La recherche par soi-même mais avant tout la culture : un problème ne peut être isolé de son contexte ; il a de multiples facettes, déjà explorées par nos devanciers ; il fait sens par ses implications pratiques. Pour Philippe Flajolet la vie était un jeu, un jeu sérieux qui demandait une implication totale, des dimanches entiers passés à peaufiner un article ou, ces dernières années, le grand œuvre, son *Analytic Combinatorics*[2], qui résume son apport à l'informatique théorique. Ah ! tout de même un point noir, l'administration, qui provoquait son ire et ses vitupérations par les contraintes de plus en plus lourdes qu'elle impose. Nous, les membres du « Projet ALGORITHMES », pour tous ALGO, nous avons hérité de cela, de cette joie de vivre, de cette boulimie de découverte.

On se souvient des fins de journées : il est tard, la nuit tombe. Alors que tout le monde est déjà rentré, la Mercedes est toujours là. Elle restera là encore un bon moment. Philippe, lui, travaille sans relâche et corrige une énième version du grand

[1] L'équipe de recherche ALGO, puis ALGORITHMES, a été dirigée par Philippe Flajolet pendant plus de 20 ans. Elle a été l'origine de nombreuses autres équipes à l'Inria.
[2] Co-écrit avec Robert Sedgewick et paru en 2009.

œuvre. Il s'agit de terminer ce chapitre aujourd'hui... avant de le reprendre encore une fois. On ne se souvient pas de la fois où il n'est pas parti le dernier. Cette fois-ci, malheureusement, la Mercedes ne reviendra pas. Cette fois-ci, c'est lui qui est parti le premier.

My friend

Luc Devroye

The image that is etched in my mind is that of Philippe Flajolet happily purring while listening to a great exposition by one of his students or colleagues. At the first opportunity, he would shout something funny in the direction of the speaker to show his appreciation. He was the community's cheerleader.

The inside of his car has never been cleaned, his hair camouflaged a biological experiment, his shirts were always untucked, and yet, wherever he went, he was inevitably surrounded by friends and followers, admired for his brilliance and wit, and revered for his guidance and generosity. The knowledge that they will never meet anyone else like Philippe Flajolet again has saddened many of his fellow researchers.

I first met Philippe in 1985 at ICALP in Greece – he was working in the area of the average-case analysis of algorithms, relying mostly on analytic methods, while I was gingerly exploring that subject via probabilistic methods. He kick-started the Analysis of Algorithms ("AofA") meetings in Dagstuhl with Kemp and Prodinger in 1993, which grew into the main international forum for the analysis of algorithms via analytic, combinatorial and probabilistic methods, and founded the ALEA workshops aimed at the French researchers. Quoting R.J. Lipton, "He was a larger-than-life theorist, the kind of person who makes an institution and becomes one himself."

I was thrilled by his invitation to one of the first AofA meetings and buoyed by his encouragement. I was drawn in, hooked, past the point of no return. During the question period of all talks that he attended, Philippe would make incredible connections between analytic combinatorics, probability theory, statistical physics, and theorems of old masters like Ramanujan. It certainly convinced me on quite a few occasions to look deeper into certain topics.

One of the main results in probability theory in the nineties was the limit process theory for suitably scaled size-conditioned Galton-Watson trees, which are known to include large classes of uniform random trees such as Cayley trees and Catalan trees. The "continuum random tree" – or CRT for short – has an asymptotic shape that can be described by Brownian excursions. It was developed by Aldous, and refined by many others in the decade that followed, with extensions and new contributions continuing today. There were indications, pre-Aldous, that such a universal limit shape would be lurking somewhere when one reads Kolchin's 1986 book "Random Mappings". In a technical tour de force, using analytic methods only, Philippe Flajolet and Andrew Odlyzko were able to get the asymptotic distribution of the height of these random trees in 1990 ("Singularity analysis of generating functions", SIAM Journal on Algebraic and Discrete Methods), and show that it coincided with the law of the maximum of a Brownian excursion. Just as in many other papers, Philippe had planted a seed, generated interest, and lifted the veil.

He has planted many other seeds in the field. His 1983 FOCS paper with Nigel Martin on probabilistic counting is the forerunner of the field of streaming algorithms. To introduce the principle in one of his classes, a student reported that Philippe told this in class : "A space traveler arrives at a new planet and wants to know how many days there are in a year. But he does not want to ask. Then he asks people their birth dates and estimates the result by examining the collisions."

And then there is the formidable body of papers by him that hide under the umbrella of "Boltzmann machines", the original paper at ICALP 2002 being coauthored with Philippe Duchon, Guy Louchard, and Gilles Schaeffer : "Random sampling from Boltzmann principles". Of course, the name "Boltzmann machine" was invented by him – he liked to invent new names. My favorite is the "camembert", a word he used to describe the shape of the contour integral in the complex plane – round with a slice neatly cut out by the maître d'himself.

In future years, people may wonder – was Philippe a mathematician or was he a computer scientist ? Granting agencies like to categorize people, and bureaucracies have pull-down menus with clickable options – choose one, or else. Those who know him realize that he was both. What a sweet post-mortem revenge to all those bureaucrats he loved to hate. Thirty years of work went into "Analytic Combinatorics" (2009), a book coauthored with Bob Sedgewick. One can't work for thirty years with Sedgewick and not be a computer scientist, and so, despite the title and underneath the mathematical veneer, the book is a candy store filled with clever algorithms and interesting computer science applications. The perfectionist trait in his character shows in the impeccable typesetting and delicate rhythm of the presentation. The figures, just like those Philippe would show in every conference presentation, are marvels of information design.

Yes, he was a master of mathematical illustration. He liked to show that craft off in his passionate talks, which grew more intense with every tick of the clock, to end up in overtime. On one occasion, I saw the last button of his shirt pop off just before the final slide. [He started wearing Indian-style shirts above his belt in the last decade of his life to avoid such events.]

One of his other passions was listening. His seminar series in Versailles was legendary. It was an honor to be invited. And Philippe listened, purred, teased, shouted, applauded, and acted up – anything short of throwing a paper airplane at the speaker with a heart drawn on its wings. He was the glue that kept the community together.

But above all, he was a dear friend. He had many friends. Very many.

Vingt-cinq ans de compagnonnage scientifique avec Philippe Flajolet

Brigitte Vallée

J'ai fait la connaissance de Philippe à l'occasion d'une école d'été à Udine, en septembre 1984. Philippe, qui avait 35 ans à ce moment-là, était déjà un spécialiste reconnu d'analyse des algorithmes et commençait à fonder le domaine de la combinatoire analytique. C'était la première fois qu'il sentait le sujet suffisamment mûr pour faire un cours, et ce cours, une fois rédigé, a été le premier ancêtre de la « bible[1] » qu'il a écrite par la suite.

J'assistais à cette école comme élève ; j'avais alors 34 ans, mais je débutais complètement en recherche : après deux essais successifs et infructueux de thèse (en théorie des nombres) qui m'avaient convaincue que l'activité de recherche n'était pas faite pour moi, Jacques Stern m'avait proposé d'essayer une troisième fois et, depuis un an, je préparais donc une thèse, sous sa direction, en algorithmique arithmétique, dans le laboratoire de mathématiques de l'université de Caen. Cette fois-ci, cela se passait plutôt bien, et je commençais donc à reprendre un peu confiance. J'ai finalement soutenu ma thèse, assez vite après, début 1986.

Après ma thèse, j'ai continué à travailler en algorithmique arithmétique, en me rapprochant de la cryptographie. Philippe et moi travaillions donc à ce moment-là dans deux domaines, tous deux à l'interface MathInfo, mais différents, et nous n'avions pas de collaboration scientifique. Même si mes sujets de recherche de cette période étaient un peu loin de ses préoccupations, Philippe a joué un rôle essentiel dans les débuts de ma vie scientifique. En m'introduisant dans la communauté de la recherche, en m'expliquant son fonctionnement et en le « décryptant », il a su me rassurer et me donner confiance. Il m'a beaucoup aidée dans la diffusion de mes résultats (écriture des articles, exposés) ; de fait, même si je ne suis pas administrativement son « élève », c'est avec lui que j'ai appris le métier. J'ai retrouvé récemment les premières versions de mon article sur la factorisation, où le texte original, imprimé en noir, n'est presque plus lisible tant il disparaît sous les annotations, et les commentaires, parfois très sévères, que Philippe a écrits en utilisant toutes les couleurs (bleu, rouge, vert...). Ce n'était que la première version, mais la densité des annotations n'a décru que faiblement avec le numéro de la version. Je me rappelle aussi les répétitions de mes premiers exposés en anglais, où je pensais vraiment que je n'y arriverais jamais[2], et où Philippe, en alternant compréhension de mes angoisses et exigence sur le résultat, me poussait en avant.

J'ai soutenu mon habilitation fin 1989. Ma recherche, vraiment à l'interface entre mathématiques et informatique, commençait à être bien reconnue au niveau international, mais pas au niveau local caennais, ni de la part des mathématiciens de l'université, ni de celle des informaticiens, de l'université ou de l'école d'ingénieurs. Comme mon contexte familial empêchait toute mobilité géographique, je suis

[1] Son livre « Analytics Combinatorics », publié en 2009, écrit avec Robert Sedgewick.

[2] J'avais de réelles difficultés : après l'un de mes premiers exposés en anglais, avec transparents, un américain est venu me voir très gentiment : « Cela avait l'air intéressant, ce que vous racontiez, mais j'avais oublié mes lunettes ».

restée à Caen et ai été nommée finalement professeure d'informatique à l'école d'ingénieurs en 1990. Je me suis alors retrouvée très isolée, scientifiquement et humainement, au plan local, tandis que le milieu cryptographique, national ou international, m'apparaissait trop distant et trop froid pour combler cet isolement.

Il me fallait, et je sentais que c'était essentiel pour ma survie scientifique, un milieu scientifique avec un vrai visage humain. Et j'en avais un, à portée de main ! La force scientifique tranquille qui se dégageait de la personne de Philippe et la convivialité des groupes qu'il commençait à former autour de lui ont été deux puissants facteurs qui m'ont incitée à changer de domaine scientifique ; j'ai annoncé à Philippe que je voulais travailler en analyse d'algorithmes. Pouvait-il m'aider – un peu – dans ma reconversion ? Philippe était très réticent : « Tu es sûre ? C'est dommage de quitter un domaine où tu réussis bien, ce n'est pas si facile de changer de domaine, et tu vas avoir du mal à y acquérir la même reconnaissance que celle que tu quittes ». Mais, il a accepté et m'a proposé son aide ; il a eu l'idée, dès 1990, d'un sujet à mi-chemin : l'analyse en moyenne de l'algorithme de Gauss (généralisation de l'algorithme d'Euclide en dimension 2). Et cela a « marché », et a constitué notre premier résultat commun. Mais les méthodes de cet article n'étaient pas celles de la combinatoire analytique, et il fallait vraiment que je me reconvertisse. C'est ce que j'ai fait, de 1990 à 1993, avec l'aide de Philippe, à la fois généreuse et exigeante. Philippe est intervenu à mes côtés dans le DEA d'algorithmique, qui se montait à Caen. Il venait aussi régulièrement à Caen pour donner de nombreux exposés aux séminaires.

Je veux souligner aussi le rôle joué par les groupes que Philippe créait autour de lui. C'est en 1993 que Philippe organisait à Dagstuhl la première rencontre des scientifiques du monde entier qui travaillaient en analyse d'algorithmes. Il voulait aussi essayer de créer un groupe pérenne AofA [Analysis of Algorithms] qui se réunirait régulièrement. J'ai fait le voyage de Paris en voiture avec Philippe. Je ne l'ai jamais vu dans un tel état de nervosité et de doute. Il m'a dit l'importance qu'il attachait à la réussite de ces rencontres et la peur que cela ne « marche » pas. Mais cela a marché. Comme pour beaucoup d'autres, les rencontres régulières du groupe AofA ont joué un très grand rôle dans ma vie scientifique : je découvrais le panorama de la recherche dans le domaine, et c'était la recherche en marche, dans un domaine qu'on sentait se fonder petit à petit... La convivialité du groupe faisait disparaître aussi, peu à peu, l'angoisse qui me saisissait précédemment lors des conférences scientifiques.

À partir de 1994, j'ai gagné de l'indépendance scientifique, et ai commencé à imaginer un sous-domaine spécifique de l'analyse d'algorithmes, qui mélangeait combinatoire analytique et systèmes dynamiques, et que j'ai baptisé « analyse dynamique d'algorithmes ». Tout de suite, Philippe a manifesté beaucoup d'intérêt pour ces idées, et j'ai pu compter sur lui, et ses approches souvent orthogonales aux miennes, pour fonder et développer ce domaine. Cela nous a conduits vers une collaboration toujours passionnante, jamais simple, très souvent fructueuse. Nous avons ainsi écrit, entre 1995 et 2010, une dizaine d'articles en commun dont certains très longs : gentiment ironique, il avait défini une nouvelle unité de mesure, le brigitton, qui équivalait à cinquante pages d'article. Nos articles communs forment l'équivalent de plus de cinq brigittons. Philippe avait vraiment le don de la collaboration, et collaborait avec énormément de scientifiques différents. Je suis donc très fière d'avoir été l'une de ses co-auteurs les plus fidèles.

Je me souviens de discussions où nous parlions des qualités complémentaires que doit posséder un chercheur, et nous nous accordions sur le fait que ce doit être à la fois un « philosophe » et un « technicien ». Philippe est de mon point de vue, vraiment, totalement, l'un et l'autre et c'est ce qui fait de lui un scientifique d'exception. Il m'a souvent dit : « Dans notre collaboration, c'est toi la philosophe, c'est moi le technicien ! » C'était évidemment assez caricatural, mais pas totalement faux, surtout si le terme technicien est pris dans son sens le plus large et le plus noble ! C'est vrai qu'il me permettait d'oser, de rêver, même, car la totale confiance scientifique que j'avais en lui le rendait possible : j'étais sûre de son jugement, et il me dirait si c'était du pipeau ou non. Pas immédiatement, d'ailleurs, car nous avions, le plus souvent, des approches vraiment différentes et il ne comprenait pas toujours bien où je voulais en venir. Parfois, mes propositions ne « tenaient pas la route », et il avançait un argument technique définitif qui m'envoyait au tapis ! Mais, quelle joie quand je pouvais le convaincre que cela valait le coup d'être tenté ! Il donnait alors les arguments techniques qui montraient que mon intuition « philosophique » pouvait se convertir en une démarche scientifique maîtrisée, que nous solidifions ensemble ensuite.

Dans ce texte très lié à mon histoire propre, je veux montrer le rôle essentiel que Philippe a joué dans les différentes phases de mon parcours scientifique – enfance, adolescence, âge mûr. Mais beaucoup d'autres scientifiques pourront raconter aussi, comme moi, comment Philippe les a guidés et leur a appris le métier quand ils étaient élèves, comment il leur a ouvert les portes du domaine et de ses groupes quand ils voulaient s'en rapprocher, comment il a collaboré avec eux, quand ils proposaient des approches complémentaires aux siennes... D'autres que moi se placeront aussi sur un terrain plus proprement scientifique et expliqueront pourquoi Philippe est un scientifique d'exception. J'ai voulu témoigner ici, à travers mon exemple personnel, comment ses qualités d'homme ont pu changer le cours et la saveur de l'histoire scientifique de ceux qui l'ont côtoyé. Merci, Philippe, pour nous tous !

Avoir eu vingt ans avec Philippe

Jean-Marc Steyaert

J'avais rencontré Philippe en septembre 1966, et nous fûmes condisciples au Lycée du Parc à Lyon durant les deux années de MathSup et MathSpé ; Philippe survolait le cours de maths, allant toujours vers l'essentiel ; ses cahiers de cours étaient construits géométriquement en style cabalistique : pas de symbole manquant, mais aucun superflu ! Il avait reçu au collège du Lycée Ampère un enseignement de mathématiques modernes (à la Bourbaki) qui devait déterminer son penchant pour les sciences, en suivant ainsi l'exemple de son grand-père, astronome. Les séances de préparation des colles étaient des moments de travail fort mais toujours agréables ; les parties de bridge de midi aidaient à la concentration et à l'entraînement du raisonnement logique et combinatoire. Philippe excellait en anglais et culture générale, mais aussi en latin, russe et philosophie, dont il réussit le bac (Philo) avec mention TB, évidemment.

Entré à Polytechnique (promo 68), il souffre du régime militaire et fait tout pour s'en abstraire ; il cultive la linguistique et les théories de Chomsky qui le conduisent à la théorie des langages et à l'informatique théorique en démarrage : nous bûchons le Gross et Lentin dans les bistrots du Quartier latin. Avec Jacques Mazoyer et Patrick Duval, autres polytechniciens lyonnais réfractaires à l'analyse omni-présente, nous suivons des cours de logique et de fonctions récursives à Paris 7 ; nous rencontrons Maurice Nivat qui nous oriente vers la théorie naissante des classes de complexité et nous fait embaucher à l'IRIA, thébaïde de la future école d'informatique théorique française. Nous y faisons la connaissance de Marc-Paul Schützenberger et de sa vision combinatoricienne ancrée dans la théorie des langages formels.

La période étant à l'innovation, nous rédigeons une thèse de troisième cycle à quatre mains et hémisphères cérébraux consacrée à une famille d'automates finis à plusieurs têtes dotés d'une primitive échangeant deux cellules de leur mémoire et qui permettent donc de trier. Tous les problèmes de décision de la famille sont étudiés et se révèlent hautement indécidables. Puis nous étudions des classes de complexité subrécursives et construisons pour chaque classe des ensembles qui les diagonalisent fortement. C'était l'époque des Blum, Hartmanis, Meyer, où la théorie classique des fonctions récursives et des modèles logiques influençait fortement l'informatique théorique : la démarcation entre algorithmique et sémantique commençait à s'affirmer. De retour de Stanford, Gilles Kahn et Jean Vuillemin se font les promoteurs de ces tendances. Après une école de printemps de Berder historique, nous découvrons et enseignons les trésors du Aho, Hopcroft, Ullmann à l'école d'été CEA-EDF-INRIA du Bréau-sans-nappe en présence de Mike Paterson et Dick Karp, excusez du peu.

Philippe se lance sur ces nouvelles pistes, laissant pour son jardin secret sa passion pour la linguistique qui l'avait conduit à organiser un colloque avec Jean-Pierre Kerlakian. Il travaille avec Jean Vuillemin et Jean-Claude Raoult sur le problème du nombre de registres et ce sera sa première excursion dans l'univers des fonctions arithmétiques et de leur combinatoire qu'il reliera plus tard à la transformation de Mellin toute puissante. C'est ainsi qu'il entre dans l'univers de Don

Knuth et de ses trois premiers volumes. Peu après, avec Jean Françon et Jean Vuillemin, il entreprend l'étude de ce qui deviendra les histoires de fichiers : je le revois encore m'expliquer un lundi matin sa découverte du week-end qui permettait d'associer aux histoires des fractions continues autorisant leur comptage ! Cette trouvaille dans le droit fil de la pensée de Schützenberger se trouva amplifiée par la mise en évidence d'une famille de polynômes orthogonaux qui permettait d'exprimer les propriétés de ces histoires. Philippe plongea alors avec délice dans ces mathématiques classiques et se réconcilia avec l'analyse, mise un peu en veilleuse dans ses débuts de chercheur. Il rendit systématique le passage entre les récurrences structurelles sur les objets de l'informatique et les équations mathématiques permettant la résolution des opérations de dénombrement, puis l'établissement de lois limites. Toute cette période est remarquablement retranscrite dans sa thèse d'état, où l'on sent immédiatement son talent de chercheur et de conteur.

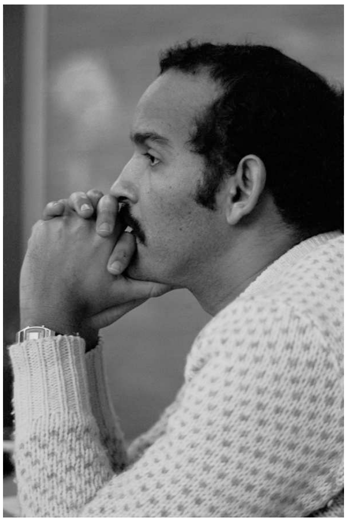
Avec ambition, il décide alors de reprendre une grande partie de l'œuvre de Knuth pour en éliminer autant que possible les récurrences non intuitives et faciliter les traitements asymptotiques : ce qui deviendra l'analyse d'algorithmes et le système Luo qu'il développa avec Bruno Salvy et Paul Zimmermann !

CARNET

Yahya ould Hamidoune, grand Mauritanien, homme singulier, mathématicien d'exception

Alain Plagne[1]

Yahya ould Hamidoune est décédé à Paris vendredi 11 mars tôt dans la nuit après une brève maladie. Il a été enterré le dimanche 13 dans le cimetière « de sable » du village familial à 150 kilomètres au sud-est de Nouakchott (quelque part entre Tighent et Boutilimit).



© J. A. Bondy

Yahya à Jussieu, 1982

Une enfance africaine

Yahya ould Hamidoune est né en octobre 1947 à Atar en Mauritanie, au sein d'une famille érudite de la tribu des Owlad Daymân. À cette époque, Mokhtar, son père, enseigne à la medersa, l'école franco-arabe. Il deviendra par la suite [1] le grand encyclopédiste – historien, géographe, grammairien, juriste, poète, etc. – de la Mauritanie (auteur d'une encyclopédie en 42 volumes, *La vie mauritanienne* et, dès 1952, d'un précis [3]) et occupera des fonctions élevées (il sera notamment corédacteur de la constitution mauritanienne de 1959 [2], conseiller à la présidence [6], etc.). La famille est cependant, si l'on peut dire, plus « littéraire » que « scientifique » même si, au dix-neuvième siècle, l'un des ancêtres de Yahya, Mohand Bâba ould Abeyd, s'intéresse déjà à la logique [1]... Pendant son enfance, Yahya croise Théodore Monod avec qui son père travaille à l'IFAN, l'Institut Français d'Afrique Noire, à Dakar (Sénégal), rencontre qui le marquera toute sa vie.

À 15 ans, Yahya part étudier au Caire, en Égypte. Il y restera jusqu'à l'achèvement de ses études de deuxième cycle universitaire de mathématiques. Sa formation mathématique initiale repose surtout sur l'algèbre pour laquelle il gardera une grande attirance, notamment pour sa capacité à fournir des résultats très précis. Au contraire, sa connaissance moins experte des méthodes de type

[1] Centre de Mathématiques Laurent Schwartz, École polytechnique, Palaiseau.

analytique lui fera trouver d'autant plus révolutionnaire l'usage des méthodes de sommes exponentielles (analyse de Fourier) en combinatoire additive.

En 1970, rentré à Nouakchott, Yahya enseigne au Lycée National (l'université de Nouakchott ne sera créée que dix ans plus tard, et seule une École Normale Supérieure est chargée de la formation des enseignants de lycée). Yahya donne ses cours mais sa grande affaire, à cette époque, ce sont les jeux, notamment les dames mauritaniennes, dont il s'impose immédiatement comme le champion national. La passion des jeux lui fera pratiquer également les échecs, mais aussi le tarot et le bridge, qu'il apprendra d'un jeune enseignant français au Lycée National et plus tard le backgammon. Durant ces années de jeunesse, on le retrouve aussi au milieu des mouvements de révolte (liée à un sentiment anti-néocolonialiste) de la société mauritanienne. Cela lui coûtera plusieurs mois de prison, dont il gardera un souvenir cuisant. Mais, peut-être paradoxalement, ses amis de l'époque voient en lui un esprit pur et très brillant mais peu intéressé par le monde matériel.

La formation mathématique

Ce n'est qu'en 1975 que, se cherchant un nouveau défi intellectuel, Yahya décide de s'essayer à la recherche en mathématiques. Il part alors en France, à Paris, où il suit des enseignements de théorie des graphes au niveau DEA puis entame une thèse à l'université Pierre-et-Marie-Curie (Paris 6 à Jussieu) avec Michel Las Vergnas. Ce dernier le décrit comme un étudiant supérieurement doué. Sa première publication *Sur les atomes d'un graphe orienté*, parue dans les *Comptes Rendus de l'Académie des sciences*, date de 1977. Ses résultats en théorie de la connectivité transforment rapidement Yahya en un expert du sujet. Il obtient sa thèse de troisième cycle (intitulée *Quelques problèmes de connexité dans les graphes orientés*) en février 1978 et entre au CNRS en 1979. Il débute sa carrière dans l'équipe de Claude Berge à l'université Pierre-et-Marie-Curie, et passe sa thèse d'état *Contribution à l'étude de la connectivité d'un graphe* dès juin 1980. En 1981, Yahya est promu Chargé de Recherche de première classe.

Le développement de sa carrière

Jusqu'au milieu des années 80, Yahya travaille presque exclusivement en théorie des graphes, essentiellement sur des problèmes de connexité. Mentionnons quelques incursions durant cette période dans le domaine des jeux combinatoires et des matroïdes à l'occasion de plusieurs articles en collaboration avec M. Las Vergnas, portant notamment sur une version orientée du jeu de commutation de Shannon dans le cadre des matroïdes orientés. C'est aussi à cette époque que, sur le conseil de P. Camion, Yahya lit le livre de H. B. Mann, *Addition theorems* portant sur le concept de somme de Minkowski (ou encore, somme d'ensembles),

$$\mathcal{A}+\mathcal{B}=\{a+b,\ a\in\mathcal{A},\ b\in\mathcal{B}\},$$

pour $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux sous-ensembles non vides d'un monoïde donné. À cette lecture, il se rend compte que lorsqu'on spécialise ses résultats en connectivité à une certaine classe de graphes (graphes de Cayley), on obtient des énoncés importants en théorie additive des nombres ; en d'autres termes, certains résultats de connexité graphique généralisent, sous forme déguisée, certains résultats de théorie additive. C'est la naissance de la très fructueuse *méthode isopérimétrique*. Yahya commence alors une impressionnante moisson de résultats, retrouvant, améliorant ou généralisant (typiquement à des situations non-abéliennes) nombre de résultats classiques en théorie additive des nombres, à commencer évidemment par le vieux théorème de Cauchy-Davenport sur la taille minimale d'une somme d'ensembles modulo un nombre premier p : si $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont deux sous-ensembles non vides de $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, on a

$$|\mathcal{A}+\mathcal{B}| \geqslant \min(|\mathcal{A}|+|\mathcal{B}|-1, p).$$

Mais tous les résultats classiques vont bientôt suivre, notamment des théorèmes d'Olson, Chowla, Mann, Shepherdson, Shatrowsky, Vosper, Kneser, Kemperman, ... Une théorie de la paire critique sera obtenue en non-abélien, des résultats à la Kemperman étendus (description des ensembles extrémaux pour certains problèmes additifs en terme de progressions arithmétiques avec trous). Yahya obtiendra également de nombreuses généralisations du théorème d'Erdős-Ginzburg-Ziv (sur les séquences sans sous-somme nulle).

Quelques grands résultats

On l'a dit, Yahya a commencé par s'intéresser à la théorie des graphes, et notamment aux problèmes de connexité dans les graphes orientés. Pour ces graphes, il a développé une théorie parallèle à la théorie des fragments et des atomes que W. Mader avait introduite dans le cas des graphes non orientés. En utilisant sa théorie, Yahya a pu démontrer notamment que la conjecture de Caccetta-Häggkvist (1978) est vraie dans le cas des graphes sommets-transitifs.

Son plus célèbre résultat reste sans doute la preuve d'une conjecture datant du début des années 60 due à Erdős et Heilbronn, conjecture qui avait suscité de très nombreux travaux et pour laquelle on ne disposait que de résultats partiels. Tant qu'à faire, ce théorème portant sur le cardinal minimal d'une somme restreinte modulo un nombre premier p, qu'il démontre avec J. A. Dias da Silva en 1991 et publie discrètement en 1994 sous le titre *Cyclic spaces for Grassmann derivatives and additive theory* dans le *Bulletin of the London Mathematical Society*, est directement obtenu sous une forme généralisée qui énonce que

$$|h^\wedge\mathcal{A}| \geqslant \min(h|\mathcal{A}|-h^2+1, p)$$

où $h^\wedge\mathcal{A}=\{a_1+\cdots+a_h,\ a_1,\ldots,a_h\in\mathcal{A},\ a_i\neq a_j \text{ pour tous } 1\leqslant i\neq j\leqslant h\}$.

C'est bien loin d'être la seule conjecture que Yahya ait démontrée. Il aimait d'ailleurs relever les défis et donc s'attaquer aux problèmes laissés ouverts par d'autres. C'était notamment l'occasion de tester son approche isopérimétrique, qu'il pensait pouvoir appliquer à un très grand nombre de situations. Voici quelques autres exemples.

Si G est un groupe abélien, le nombre critique de G est le plus petit entier tel que tout sous-ensemble $\mathcal{S}$ de G de cardinal au moins ce nombre vérifie l'assertion que tout élément de G peut s'écrire comme la somme des éléments d'un certain sous-ensemble de $\mathcal{S}$. En 1999, avec W. Gao (*On additive bases*, publié dans *Acta Arithmetica*), Yahya a résolu la conjecture que G. T. Diderrich avait énoncée (1975) sur la valeur de ce nombre. Plus récemment, avec A. Lladó et O. Serra (2008), Yahya avait répondu à une question analogue de V. Vu dans le cas où l'on se restreint à des ensembles $\mathcal{S}$ d'inversibles d'un groupe cyclique donné.

Yahya aimait également beaucoup le problème de Frobenius sur les valeurs de formes linéaires en nombres entiers positifs. Il a résolu en particulier la conjecture d'Erdős-Graham-Lewin-Dixmier concernant les familles de coefficients conduisant à un grand nombre de Frobenius.

Tout récemment encore, Yahya avait résolu brillamment, et de façon élémentaire, une conjecture de T. Tao portant sur une version non commutative du théorème de Kneser (voir [7]). En fait, je me souviens que c'est presque immédiatement à la lecture de la question qu'il a su qu'il allait pouvoir y donner une réponse. Il est probable que le résultat – peut-être sous une forme informelle – lui était préalablement familier et existait dans son vivier mental de résultats, ceux qu'il pouvait probablement démontrer, mais dont il ne s'attaquait à la rédaction que si l'occasion s'en présentait... quand tant d'autres publient ce que lui considérait – c'était son coté élitiste – comme des remarques. En l'occurrence, la publication de la question sur le blog de T. Tao aura juste agi comme un déclencheur. À mon avis, la valeur des autres trésors de ce vivier, ceux que Yahya a emportés avec lui, est inestimable.

En 35 ans de recherche mathématique, Yahya aura rédigé une centaine d'articles qu'il avait pris l'habitude de mettre sur `arXiv` les dernières années. Il a eu de nombreux coauteurs mais c'est avec Oriol Serra (Barcelone) qu'il aura le plus collaboré.

Le prix Chinguitt

En 2001, le président de la République Mauritanienne lui remet le premier prix Chinguitt pour les sciences et techniques, pour ses travaux en théorie additive des nombres. Il est alors unanimement reconnu comme le plus grand mathématicien mauritanien. Yahya mettra immédiatement ce prix au service de la promotion de la recherche fondamentale en Mauritanie en organisant en 2002 un congrès scientifique international rassemblant toute la diaspora, toutes sciences confondues.

En France, le système – montrant ses limites – ne lui accordera jamais le titre de Directeur de Recherche, qu'il méritait à l'évidence pour ses travaux scientifiques dès la fin des années 80. On lui reprochait notamment son faible encadrement de doctorants. Pourtant, de très nombreux thésards et jeunes mathématiciens ont bénéficié de son savoir et de ses conseils, qu'il dispensait généreusement et sans calcul. Les systèmes humains favorisent souvent ceux qui leur ressemblent. La vérité oblige à dire que Yahya, lui, était un original, mathématiquement bien sûr, mais aussi par sa discrétion et sa modestie, son refus des compromissions et son intégrité morale sans faille.

Sa façon de faire des mathématiques

Yahya était un intuitif. Il sentait les résultats avant d'en vérifier les détails, pouvant souvent donner un plan d'attaque précis, avec étapes intermédiaires, avant tout calcul. Il aimait moins – comme beaucoup d'autres – l'étape de la rédaction et de la vérification de tous les détails. Je me souviens que lorsque nous écrivions un article ensemble, il m'écrivait des courriers électroniques me disant par exemple : *Nous devrions pouvoir raccourcir et généraliser cette preuve* et donnait quelques indications très générales, que je ne comprenais pas forcément. Mais à toutes mes questions, il apportait des réponses. Elles arrivaient parfois seulement après plusieurs jours, mais Yahya était sûr de son fait, même lorsque les calculs n'étaient pas du tout évidents.

Yahya aimait par-dessus tout la brièveté des arguments, considérant souvent la qualité d'une preuve à l'aune de sa longueur. Plus généralement, il estimait que, trop long, un article mathématique perdait de sa superbe et devenait moins lisible.

L'humaniste mauritanien

Mais Yahya n'était pas seulement un mathématicien, surtout lorsqu'il se trouvait en Mauritanie où il se rendait plusieurs fois par an. Tous les témoignages que j'ai pu recueillir dressent le portrait d'un homme célèbre malgré lui et aimé en Mauritanie (à l'arrivée de son cercueil en Mauritanie, en pleine nuit, une foule d'environ cinq mille personnes – dont certaines s'étaient donné rendez-vous via un réseau social – l'attendait pour lui rendre hommage).

Yahya aimait passionnément son pays pour lequel il souffrait à chaque nouveau désordre politique ou mauvaise nouvelle. Profondément honnête (pas seulement en mathématiques), c'est peut-être le problème de la corruption qui le rendait le plus pessimiste. Malgré l'adversité, il aura lutté inlassablement pour la démocratie en Mauritanie : on trouve trace de ses appels et de pétitions qu'il a organisées ou signées sur internet. Également passionné par le combat pour l'écologie, il défendit bec et ongles le Parc National du Banc d'Arguin – inscrit au patrimoine mondial de l'UNESCO et dont il faisait partie du Conseil Scientifique – notamment en 2005 contre une compagnie pétrolière australienne. À cette occasion, il chaperonna une jeune équipe de journalistes pour l'aider à tourner un film sur la corruption locale et les désastres écologiques, *Between the oil and the deep blue sea* (voir le site du film [8]). De façon amusante, Yahya est présenté dans le film comme un militant environnemental. L'équipe du film m'a confié garder un souvenir impérissable du tournage.

Un des plus grands services qu'il pensait devoir rendre à son pays était d'y promouvoir l'éducation. Yahya travailla ardemment avec un jeune mathématicien mauritanien, professeur en Allemagne, Mohameden ould Ahmedou, à une réforme du système d'enseignement pour créer un système du type classes préparatoires en Mauritanie. L'échec de cette tentative ne refroidit pas les ardeurs éducatives de Yahya. Très récemment encore, il m'avait engagé à venir promouvoir le concours d'entrée international de l'École polytechnique auprès des plus brillants étudiants mauritaniens, *par amour de l'humanité*, disait-il. Il tenait à associer le Sénégal, voisin de la Mauritanie qu'il connaissait bien, à cette démarche.

Yahya est toujours resté, selon les témoignages, un homme du désert, de la solitude et de la méditation. Parallèlement, il était cependant très heureux de vivre en France au pays de la devise républicaine *Liberté, Égalité, Fraternité*. Je crois que l'équilibre qu'il avait trouvé entre la société française et la vie mauritanienne lui plaisait, ne retenant que le meilleur de chacun. Si Yahya souhaitait importer une forme d'élitisme français en Mauritanie, il aurait aimé apporter une forme de sagesse maraboutique (ou les batailles *ne dépassent pas un échange de paroles piquantes exprimées en vers* [4]) en France, notamment à l'occasion de conflits entre personnes : *les mathématiques sont faites pour renforcer l'amitié*, disait-il. Parallèlement, Yahya conservait en toute circonstance son indépendance d'esprit ou, dit autrement, aimait vérifier les choses par lui-même. Par exemple, malgré une éducation religieuse, Yahya était un laïc fervent, ce qui finissait de le rendre unique en Mauritanie, où il demeurait une sorte de curiosité.

Quelques souvenirs plus personnels

Après ma thèse, j'ai commencé à travailler à l'École polytechnique. À cette époque, la théorie additive des nombres qu'on n'appelait pas encore *Combinatoire additive* n'était guère développée en France en dehors de Bordeaux où J.-M. Deshouillers encadrait une petite équipe dont je suis issu.

En poste à Paris, j'ai contacté Yahya assez vite en 1999 pour rompre l'isolement. Il m'a tout de suite accueilli... avec des problèmes, qui ont débouché, entre autres, sur nos trois publications communes mais surtout sur un apprentissage de ses méthodes, passionnant et formateur pour moi.

Il me fixait fréquemment rendez-vous à Chevaleret pour de brèves (mais intenses) discussions. Comme pour les articles, le plus court était le mieux.

Très récemment, il s'était intéressé au problème des sommes d'homothétiques d'un ensemble d'entiers fixé. Je lui avais parlé de mon souhait de démontrer un résultat analogue dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ et il m'encouragea fortement, me prévenant que le problème était difficile. J'ai juste eu le temps de lui dire que j'avais obtenu une version faible de ce résultat [5], ce qui lui fit, je crois, plaisir.

En plus du souvenir d'un grand mathématicien, je garderai de Yahya celui d'un homme aux qualités humaines et à la grandeur morale exceptionnelles. C'était également un homme d'une grande pudeur et, pour le dire simplement, un homme aimable. Je me souviens de la stratégie qu'il a employée pour m'offrir un livre (sur les oiseaux du Banc d'Arguin) juste avant Noël 2010 : après m'avoir d'abord prêté le livre, il m'interrogea pour savoir si le livre avait plu à mes enfants. Lorsque je lui répondis que oui, il conclut : *eh bien alors, il faut que tu le gardes*.

Hommages

Plusieurs hommages lui ont d'ores et déjà été rendus : une Journée spéciale a été organisée le 29 mars à l'université Pierre-et-Marie-Curie (voir [9]). L'Association des Jeunes Mauritaniens de France a également organisé une rencontre en l'honneur de Yahya, le 9 avril 2011 à Paris, à laquelle le Conseiller culturel de l'ambassade de Mauritanie en France a pris part. Des sites internet centralisent informations et photographies, voir [10] ou [11]. Pour citer encore un exemple, C. Villani lors d'un colloque à l'UNESCO à la mi-avril 2011 où il s'est exprimé sur la place des mathématiques en Afrique, a évoqué la mémoire de Yahya, mathématicien africain exemplaire. Ajoutons qu'un numéro spécial de l'*European Journal of Combinatorics* lui rendra hommage. Enfin, une conférence internationale en combinatoire additive devrait être dédiée à sa mémoire à l'été 2012. Qui sait si d'ici là l'université de Nouakchott ne portera pas le nom de Yahya ould Hamidoune ?

Remerciements : pour rédiger cette note, j'ai profité de conversations avec Mohameden ould Ahmedou, Violeta Ayala et Dan Fallshaw, Adrian Bondy, Abdel Wedoud ould Cheikh, Toka Diagana, Sidi-Mahmoud Kaber, Michel Las Vergnas, Mohamed El Mokhtar ould Bah et Patrick Sargos. Je les remercie du temps qu'ils m'ont consacré et des informations qu'ils ont bien voulu partager avec moi.

Références

[1] P. Bonte, E. Conte, C. Hamès, A. W. ould Cheick, *Al-ansâb, la quête des origines, anthropologie historique de la société tribale arabe*, Maison des Sciences de l'Homme, 1991.
[2] M. ould Daddah, *La Mauritanie contre vents et marées*, Kathala, Coll. Hommes et Sociétés, 2003.
[3] M. ould Hamidoun, *Précis sur la Mauritanie*, IFAN, Dakar, 1952.
[4] M. ould Hamidoun, A. Leriche, *Coutume d'autrefois en Mauritanie*, Bulletin de l'IFAN **XIV**, 1 (1952), 344-350.
[5] A. Plagne, *Sum of dilates in groups of prime order*, http://arxiv.org/abs/1104.1997.
[6] M. Villasante Cervello, *Colonisations et héritages actuels au Sahara et au Sahel*, Ch. 7, *Les producteurs de l'histoire mauritanienne. Malheurs de l'influence coloniale dans la reconstruction du passé des sociétés sahélo-sahariennes*, L'Harmattan, 2007.
[7] http://terrytao.wordpress.com/2011/03/12/hamidounes-freiman-kneser-theorem-for-nonabelian-groups
[8] http://www.roninfilms.com.au/feature/764.html
[9] http://people.math.jussieu.fr/~balandraud/YoH/YoH.html
[10] http://www.math.jussieu.fr/~mlv/YOH/YOH.html
[11] http://www.math.polytechnique.fr/~plagne/hamidoune.html

Yahya pendant un exposé au Séminaire de combinatoire, Chevaleret, janvier 2006

Cédric Villani en Avignon, 25 mars 2011

INFORMATIONS

Compte-rendu sur la conférence de Cédric Villani en Avignon

Marie-Claude Arnaud

Sous le parrainage de la Société Mathématique de France, de l'association Animath et de l'université d'Avignon, Cédric Villani a donné le 25 mars 2011 une conférence sur « les prodigieux théorèmes de Monsieur Nash » devant un public de plus de 700 personnes, dont 550 lycéens. Il s'agissait d'une conférence déjà présentée à la Bibliothèque nationale de France dans le cadre du cycle *Un texte, un mathématicien* un an plus tôt, mais à laquelle la médaille Fields 2010 avait ajouté quelques nouveautés, en partie sur ses propres travaux (il a en particulier fait rêver le public sur des animations d'étoiles et de galaxies). Le grand amphithéâtre de l'université d'Avignon, d'une capacité de 600 personnes, était plein, et une partie du public assistait à une projection en direct dans un amphithéâtre voisin ; il avait fallu refuser des inscriptions (je pense qu'on aurait pu sans difficulté mobiliser trois fois plus de lycéens).

Des classes de 1re et Terminale des Lycées du Vaucluse, mais aussi du Gard et des Bouches-du-Rhône avaient fait le déplacement. Il y avait aussi bien sûr des enseignants du secondaire (seuls ou accompagnant des classes), des inspecteurs, des collègues universitaires parmi lesquels des mathématiciens mais aussi des non-scientifiques. Le public était conquis, comme le prouve le grand nombre de questions à la fin de l'exposé, que nous avons dû interrompre pour ne pas épuiser le conférencier (qui a ensuite été accaparé pour une séance de photos par les lycéens, puis un cocktail).

Parmi les questions des lycéens, on peut noter des questions auxquelles tous ceux qui enseignent les mathématiques sont confrontés un jour ou l'autre :

– *« Mais alors, les maths, ça sert à tout et on peut tout résoudre avec elles ? »* Bien entendu, la réponse de Cédric a été non, il a pris l'exemple de la bourse et des transactions financières ; on peut noter que souvent, on nous demande à quoi servent les maths, Cédric a donc réussi à convaincre le public qu'elles sont utiles à beaucoup de choses...

– *« Mais est-ce qu'il reste des choses à découvrir ? »* La réponse de Cédric a été infiniment modeste, puisqu'il a dit que ce qu'on connaissait était infime par rapport à ce qu'on ignorait. Il y a eu aussi des questions d'enseignants du secondaire :

– *« Qu'est-ce que la conjecture de Poincaré ? »* L'illustration de Cédric avec quelques objets à sa portée (munis ou non d'anses) a été lumineuse.

– Enfin, Cédric a botté en touche sur la question « que pensez vous de l'enseignement actuel des mathématiques au lycée... »

Il est remarquable que dans l'un des départements de France (le Vaucluse) qui compte le moins de diplômés, un tel succès ait été possible. Il faut dire que toute l'équipe de la Maison de la Recherche de l'université d'Avignon et une grande partie des membres du laboratoire de mathématiques d'Avignon se sont beaucoup investis pour l'organisation de cette journée, en particulier le jour même, dans la gestion du public lycéen. Sous le patronage de l'Association Animath, des préconférences avaient été organisées dans des lycées de la région. Ainsi, Daniel Gourion était intervenu à Carpentras, Thierry Barbot à Arles, Olivier Druet à Avignon et Peter Haissinsky à Marseille. Les inspecteurs avaient alerté à l'avance les enseignants du secondaire à propos de cette manifestation, et dès que nous les avons contactés, ça a été la ruée.

Nous avons reçu par la suite des mails de remerciement des accompagnants des classes, qui en redemandent... Un professeur d'un lycée voisin de notre université a depuis organisé plusieurs interventions de mathématiciens (Thierry Barbot, son thésard Mehdi Belraouti et son invité brésilien Paulo Guasmo) dans ses classes. Un collègue ingénieur en sciences expérimentales a été conquis et nous a réclamé une intervention TP sur machine pour la fête de la science.

Nul doute qu'il faille renouveler ce genre d'initiatives en Province, les lycéens sont clairement demandeurs et l'image des mathématiques y gagne. Il faut dire aussi que tout cela tient au charisme du conférencier, qui a su captiver son public avec ses merveilleuses mathématiques.

Un amphi bondé...

Nouvelles du CoNRS, section 01

Virginie Bonnaillie-Noël, Yann Brenier

Les informations relatives au comité national sont régulièrement mises en ligne sur le site : `http://cn.math.cnrs.fr#`

Remplacement de membres du comité national

Lionel Moisan et Marie-France Sagot (membres nommés) ont démissionné en juin 2010. Ils ont été remplacés par Simon Masnou, professeur à l'Institut Camille Jordan, et Anne Siegel, chargée de recherche INRIA à l'IRISA.
Jean-Benoît Bost (membre nommé) a démissionné fin 2010. Il devrait être remplacé par Pascal Autissier, professeur à l'Institut de Mathématiques de Bordeaux (nomination en cours).

Session d'automne 2010

Motion relative aux personnels administratifs

Le comité national a voté la motion suivante à l'unanimité :

« La section 01 est très préoccupée par la multiplication des structures de recherche qui s'entrelacent suivant des modalités passablement obscures. Elle se demande pour qui travaillent dorénavant les ITA et qui doit les diriger (CNRS, Université, Pres, Umr, Labex, Equipex, Idex,...). En particulier, elle s'interroge sur la pérennité et l'avenir du concept de Labex par rapport à celui d'UMR, qui reste la « structure incontournable » de la Recherche. L'intrication de ces structures et le surcroît considérable de travail de gestion qu'elles impliquent ne sont pas de nature à favoriser la mobilisation des personnels ITA ni à conforter leur sentiment d'appartenance à une communauté professionnelle clairement définie. En conséquence, dans un cadre aussi mouvant, il est urgent que le CNRS ait une politique plus active en faveur de ces personnels, notamment en matière de postes, promotions ou primes. »

Promotions

CR1 : les 12 candidats ont été promus CR1. Il s'agit de Thomas Alazard, Karine Beauchard Leroy, Martin Campos Pinto, Xavier Caruso, Fabien Crauste, Yves De Cornulier, Bertrand Deroin, Cyril Lecuire, Thierry Monteuil, Gabriel Peyre, Olivier Saut, Cristina Toninelli.
DR1 : Il y avait 42 demandes de promotion. La section a classé 11 candidats dont les 8 premiers ont été promus :
1. François Bouchut, 2. Emmanuel Giroux, 3. Christophe Breuil, 4. Françoise Delon, 5. Laurent Manivel, 6. Kamel Hamdache, 7. Monique Dauge, 8. Jean Michel.
DRCE1 : 16 dossiers ont été examinés par la section qui a classé trois candidats, tous promus :
1. Pierre Degond, 2. Gérard Laumon, 3. Christian Kassel.

DRCE2 : Il y avait 2 demandes de promotion et le premier classé, Christophe Soulé, a été promu.

GDR - écoles thématiques

La section 01 a évalué 4 demandes de création de GDR, 2 demandes de renouvellement de GDR et 17 demandes d'écoles thématiques.

Concours

Conditions pour concourir

Nous rappelons partiellement l'article 17 du décret du 30 décembre 1983 fixant les titres ou diplômes requis pour concourir.

Pour les concours de recrutement de CR2, les candidats doivent être titulaires d'un des diplômes suivants : doctorat, doctorat d'État ou de troisième cycle, diplôme de docteur ingénieur, diplôme d'études et de recherche en sciences odontologiques (DERSO), diplôme d'études et de recherche en biologie humaine (DERBH), titre universitaire étranger jugé équivalent, titres ou travaux scientifiques jugés équivalents.

Pour les concours de recrutement de CR1, les candidats doivent remplir les mêmes conditions de diplôme que pour l'accès au grade de CR2 et réunir quatre années d'exercice des métiers de la recherche. Ces années doivent avoir été accomplies dans un établissement de recherche ou d'enseignement supérieur, public, français ou étranger et correspondent à une activité de recherche rémunérée effectuée dans le cadre d'un contrat de travail public, ou d'un recrutement en qualité de fonctionnaire.

Pour les concours de recrutement de DR2 :

– si les candidats appartiennent à un corps de chargé de recherche d'un EPST, ils doivent être CR1 depuis au moins trois ans ;

– si les candidats n'appartiennent pas à un corps de chargé de recherche d'un EPST, ils doivent remplir les mêmes conditions de diplôme que pour l'accès au grade de CR2 et justifier de huit années d'exercice des métiers de la recherche.

Pour l'accès direct au grade de DR1, les mêmes conditions de diplôme que pour l'accès au grade de CR2 sont requises mais les candidats doivent justifier de douze années d'exercice des métiers de la recherche.

Les candidats ne remplissant pas les conditions de diplôme et/ou d'ancienneté d'exercice des métiers de la recherche peuvent se voir reconnaître une équivalence par l'instance d'évaluation du Comité national de la recherche scientifique compétente et être admis à concourir. Par ailleurs, pour les concours de DR2, le conseil scientifique du CNRS peut, à titre exceptionnel, autoriser des candidatures dérogatoires de CR2 et de CR1 ne comptant pas trois années d'ancienneté dans le grade, pour contribution notoire à la recherche. Pour les concours de DR1, le conseil scientifique du CNRS peut, à titre exceptionnel, autoriser des candidatures dérogatoires de tout candidat ayant la qualité de fonctionnaire (à l'exception des candidats DR2 d'un EPST) pour contribution notoire à la recherche.

Concours 2011

Nous rappelons que le jury n'a pas auditionné les candidats au concours DR. Les auditions des candidats CR ont duré 7 minutes : les candidats se sont présentés durant 2 minutes et ensuite, il y a eu 5 minutes de discussion avec le jury. Le jury s'est attaché à évaluer la qualité, l'originalité du travail et l'autonomie des candidats. Il a également été attentif aux programmes de recherche (thèmes et localisation).

Le jury d'admissibilité rappelle aux candidats à un poste de chargé de recherche qu'ils ont la possibilité de joindre leurs rapports de thèse dans leur dossier de candidature. Nous rappelons qu'aucun candidat à un poste de chargé de recherche en section 01 ne peut s'attendre à être affecté dans le laboratoire où il a effectué sa thèse.

Le tableau 1 précise le nombre de candidats par concours et la proportion de femmes parmi ces candidats.

concours	nb postes	nb candidats inscrits		nb candidats auditionnés		Liste principale		Liste complém.		nb candidats admissibles	
		total	% f	total	% f	total	% f	total	% f	total	% f
01/01	9	102	7.84			9	33.33	2	0	11	27.27
01/02	2	29	10.34	20	10	0				0	0
01/03	9	184	14.13	159	15.72	9	11.11	7	14.29	16	12.50
01/04	4	118	18.64	96	17.71	4	25	4	0	8	12.50
01/05	1	32	15.63	24	20.83	1	0	0		1	0
01/06	1	15	13.33	9	11.11	1	0	1	100	2	50
01/07	1	53	13.21	38	13.16	1	0	2	0	3	0
01/08	1	7	42.86	5	40	1	0	0		1	0
DR	9	102	7.84			9	33.33	2	0	11	27.27
CR	19	438	15.53	331	16.62	17	11.76	14	14.29	31	12.90
Total	28	540	14.07	351	16.24	26	19.23	16	12.5	42	16.67

TAB. 1. Nombre de candidats selon les concours et proportion de femmes.

Les résultats que nous mentionnons ici sont des listes d'admissibilité et non d'admission. Les jurys d'admission se déroulent en juin et les résultats sont ensuite disponibles sur le site du CNRS. Notons que les postes d'échange sont gérés par les instituts où seront affectés les candidats et aucun membre du jury d'admissibilité des concours de la section 1 ne fait partie des jurys d'admission pour les postes d'échange.

Concours 01/01 : 9 DR2

1. Serge Cantat, Rémi Carles, Jean-François Coulombel, Sylvain Crovisier, Agnès Desolneux, Lucia Di Vizio, Laurent Fargues, Cyril Imbert, Wieslawa Niziol,
10. Édouard Oudet, 11. Benoît Fresse.

La pression sur le concours DR2 a été, comme lors des années précédentes, impressionnante. Elle s'est accrue, cette année, par la forte présence de candidatures de haut niveau externes au CNRS. En effet, suite aux efforts de l'INSMI, le concours a été cette année perçu comme authentiquement ouvert aux candidatures externes et 30% des candidats étaient des enseignants-chercheurs en poste en France et 20% des candidats étrangers ou travaillant à l'étranger. Par conséquent, il y a 4 candidats externes parmi les 11 candidats déclarés admissibles.

Concours 01/02 : 2 CR1
Malgré un nombre satisfaisant de candidats auditionnés et le bon, voire très bon, niveau de la plupart des dossiers présentés, le jury a préféré, cette année, ne proposer aucun nom d'admissible à ce concours. La raison est double :

– la concurrence du concours DR2 qui semble avoir, cette année, attiré une part importante de candidats externes au détriment du concours CR1.
– la pression exercée sur les concours CR2 par d'excellents candidats qui se sont abstenus de briguer les postes de CR1.

Concours 01/03 : 9 CR2
1. François Charles, Alexander Fribergh, Benoît Pausader, Peng Shan, 5. Diogo Arsenio, David Burguet, Camille Laurent, Baptiste Morin, Kilian Raschel, 10. Sheila Sandon, 11. Joan Milles, 12. Idrisse Khemar, 13. Zur Izhakian, 14. Aurélien Deya, 15. Claudio Munoz, 16. Adrien Saumard.
Ce concours CR2, sans fléchage, a connu de nouveau un grand succès avec près de 160 candidats auditionnés, dont nombre d'étrangers, ce qui a permis au jury d'établir une liste de 16 admissibles à un niveau très élevé.

Concours 01/04 : 4 CR2 sur des thématiques d'interactions des mathématiques en relation avec d'autres disciplines
1. Jean-Marie Mirebeau, Pierre Neuvial, 3. Maya De Buhan, Matthieu Lerasle, 5. Gaël Raoul, 6. Damien Robert, 7. Abed Bounemoura, 8. Bruno Galerne.
Ce concours mettant en avant les interactions des mathématiques avec les autres sciences a suscité de nombreuses candidatures (près de 100 candidats auditionnés). On ne peut que s'en féliciter comme signe manifeste de l'ouverture et l'aptitude des jeunes candidats mathématiciens aux interactions. Le jury a eu l'embarras du choix pour établir une liste de candidats admissibles de très haut niveau dans une gamme très variée d'interactions.

Concours 01/05 : 1 CR2 en physique mathématique affecté dans un laboratoire relevant de l'INP
1. Nicolas Rougerie.
Le nombre de candidats sur le poste reste relativement élevé (quoiqu'en diminution par rapport au concours 2010). Comme l'an passé, bon nombre de candidats relèvent plutôt de la physique théorique que des mathématiques (avec une frontière toujours un peu floue, notamment dans les domaines de la physique mathématique, de la géométrie non-commutative et de la mécanique statistique). Malgré la qualité de la plupart de leurs dossiers, le jury, comme les années précédentes, les a considérés comme hors-profil.

Concours 01/06 : 1 CR2 en modélisation numérique du vivant et/ou de l'environnement (dynamique de la biodiversité), affecté dans un laboratoire de Montpellier
1. Gaël Raoul, 2. Frédérique Billy.
Ce concours était particulièrement délicat, en raison du double fléchage, thématique et géographique, du poste. Le nombre de candidats, en particulier de ceux qui se sont présentés à l'audition (seulement 9 personnes), est faible. Il a paru indispensable au jury de ne retenir que des candidats authentiquement mathématiciens montrant un intérêt profond et confirmé pour la biologie.

Concours 01/07 : 1 CR2 affecté dans un laboratoire relevant de l'INS2I : mathématiques pour les sciences de l'information et la communication
1. Alain Couvreur, 2. Vincent Pilaud, 3. Danny Hermelin.
Ce concours à l'interface entre mathématiques et informatique a fait l'objet d'un nombre très satisfaisant de candidatures, ce qui n'est pas surprenant compte tenu de la forte imbrication des deux domaines, notamment sur les thèmes de la combinatoire, des mathématiques discrètes, de la logique, de l'imagerie numérique, de la cryptographie et du calcul formel.

Concours 01/08 : 1 CR2 sur une thématique liée à ITER affecté dans un laboratoire relevant de l'INSIS
1. Sebastian Minjeaud.
Le jury a été frappé par le faible nombre de candidats auditionnés et estime qu'on peut établir un lien entre cette faiblesse et le profil proposé, probablement trop pointu.

Délégations 2011-2012

L'attribution des délégations relève de la direction de l'INSMI et pas du comité national auquel cette prérogative a été retirée depuis quelques années. Comme les années précédentes, quelques membres de la section ont participé à l'étude des dossiers avec la direction.
Afin de faciliter le traitement des demandes, une fiche récapitulative avait été constituée en concertation entre l'INSMI et la section 1. L'INSMI a diffusé cette fiche aux directeurs d'unité et a incité les candidats à joindre cette fiche complétée à la demande de délégation. Plus de 50% des dossiers contenaient cette fiche qui sera améliorée pour la prochaine campagne. Nous recommandons vivement de joindre cette fiche pour les prochaines demandes.
Cette année, il y a eu un peu plus de 240 demandes et 105 années de délégation à distribuer. La direction de l'INSMI fera un bilan des délégations qui circulera par la voie des directeurs d'unité.

Le futur des journaux mathématiques

Jean-Pierre Bourguignon[1]

En février dernier j'ai été invité à participer à une conférence organisée à l'initiative de l'American Mathematical Society et de la London Mathematical Society sur le thème *« Le futur des journaux mathématiques »,* expression que j'ai reprise comme titre de cette note. Je vous invite à prendre connaissance du compte rendu à l'adresse `www.msri.org/web/msri/scientific/show/-/event/Wm549`. Pour vous inciter à aller le lire, je peux vous dire que j'ai été surpris de découvrir qu'étaient en cours, voire très avancées, des discussions susceptibles d'avoir des conséquences assez dramatiques sur le fonctionnement des journaux mathématiques et que, au moins de ce côté-ci de l'Atlantique, personne, ou presque, ne semblait en être conscient. Le modèle économique sur lequel le fonctionnement des journaux mathématiques est fondé (les auteurs ne paient pas pour être publiés, les référés ne sont pas payés et les institutions, ou les particuliers, achètent les journaux ou l'accès aux données qu'ils contiennent) risque en effet d'être battu en brèche à très brève échéance et ce, un comble, par une application perverse du principe du libre accès qui pourrait aboutir à ce qu'un article accepté soit publié en libre accès SEULEMENT si l'auteur paie pour cela.

Nous savons tous que les journaux jouent un rôle considérable dans le développement de notre discipline. Cette question a beaucoup d'aspects : certains sont techniques, d'autres économiques et d'autres enfin plus politiques. Le point sur lequel j'ai axé ma présentation à la conférence était la nécessité, pour débattre de cette question, d'adopter une approche systémique. En effet c'est un sujet où, si on n'y prend garde, les effets secondaires peuvent avoir, à moyen terme, un impact aussi important, voire plus, que les effets primaires les plus facilement visibles.

Comme nous le savons tous, les mathématiciens font fonctionner les journaux mathématiques d'une façon, à beaucoup d'égards, spécifique. En effet les journaux sont financés par la communauté de la façon suivante : on ne paie pas pour soumettre un article et les référés les évaluent sans se faire payer, alors que ce travail peut être dans certains cas extrêmement prenant car il suppose que le contenu des articles soit examiné de façon rigoureuse. Par ailleurs, à cause de la valeur à long terme du contenu des articles, les mathématiciens tiennent à ce que la littérature mathématique soit accessible même beaucoup d'années après la publication d'un article.

Depuis quelques années, ce modèle est sous pression pour plusieurs raisons, toutes reliées aux nouvelles possibilités d'accès à l'information offertes par internet. La question du « libre accès » notamment est devenue une question centrale. Y répondre n'est pas facile car une des conséquences potentielles de l'application de ce principe est de défier le modèle économique dans lequel les journaux mathématiques fonctionnent actuellement. Cela peut aboutir à mettre en péril les maisons d'édition académiques qui n'ont pas la même plasticité que leurs concurrentes commerciales qui ont à leur disposition beaucoup plus de moyens.

[1] CNRS-Institut des Hautes Études Scientifiques.

Mon inquiétude principale vient de ce que, dans les années récentes, les mathématiciens ont été sous tension, comme beaucoup d'autres membres de la communauté académique à cause de la raréfaction du temps libre, du rôle de plus en plus considérable du financement sur projet, allant de pair avec une pression accrue pour publier, la « performance » des chercheurs étant de plus en plus appréciée sur la base de données bibliométriques, dont nous savons tous le peu de crédit qu'on peut leur accorder pour ce genre d'évaluation.

Je pense que cet état de fait introduit une menace réelle sur le contenu des articles de mathématiques. En effet les mathématiciens peuvent consacrer de moins en moins de temps à l'examen du contenu des articles à cause des pressions qu'ils subissent pour publier rapidement, et aussi parce qu'une partie du temps consacré antérieurement à cet exercice crucial est maintenant absorbé par les diverses sollicitations pour évaluer des projets, des structures, des avancements de carrière, etc. Dans les derniers vingt ans, ces demandes ont cru très considérablement aux dépens de l'exercice fondamental de la lecture soignée des articles. Le risque est que de plus en plus d'articles soient lus avec moins de soin, risque probablement déjà avéré.

La menace a aussi une autre visage : celui de la communauté mathématique elle-même. Dans l'environnement contraint dans lequel nous vivons, de plus en plus d'articles sont « presque » corrects au sens où seuls les vrais experts d'un sujet peuvent modifier certaines preuves (voire certains énoncés) qui ont besoin de l'être (quelquefois juste un peu) pour être tout à fait correctes et pour tenir leurs promesses.

L'existence de zones « d'ombre » dans les publications fait peser, à mon avis, une réelle menace sur le développement global des mathématiques car il peut empêcher des nouveaux venus, et je pense en particulier à de jeunes mathématiciens venant des nouvelles communautés qui se forment dans les pays émergents, de participer de plain pied au progrès des mathématiques et dans de bonnes conditions. Une telle situation est à la fois déloyale et malsaine. En tant que membres responsables d'une communauté scientifique, nous ne devons pas tolérer qu'une telle situation continue à se développer ; mieux nous devons lutter contre cette tendance avec détermination.

Activités mathématiques péri-scolaires : stages MathC2+, concours de projets scientifiques

Martin Andler[1]

MathC2+

Dans mon article paru dans la *Gazette* 126 d'octobre 2010, j'avais brièvement décrit les stages pour lycéens organisés pendant l'été 2010 à Bobigny (université Paris-Nord) par l'association Science ouverte, au centre Galois à Orléans (en lien avec l'université) et à l'université de Lille, en plaidant pour leur extension. À l'initiative de Charles Torossian, inspecteur général de mathématiques, le ministère de l'éducation nationale a créé un dispositif de labélisation de stages de ce genre : MathC2+. Il s'agit de « conquérir de nouveaux territoires dans le processus de formation de scientifiques en proposant à un public ciblé des stages de mathématiques dans un centre universitaire ». Cette reconquête, à la fois géographique et qualitative, s'oriente vers « les filles de toutes classes sociales, les enfants issus de l'immigration récente, et plus généralement vers les enfants des classes sociales dans lesquelles la science n'est pas traditionnellement (ou pas encore, voire pas assez) un choix d'orientation ».

Description du programme MathC2+

Ces stages sont présentés par la phrase « des stages à l'université pour découvrir les mathématiques autrement. » Ils sont proposés sur la base du volontariat et des indications des professeurs ou des établissements, aux élèves particulièrement motivés des classes de 4ème, 3ème, 2nde et 1ère. Il ne s'agit pas de stages de soutien ou de remise à niveau. Le public visé est prioritairement les élèves à potentiel qui ne bénéficient pas dans leur entourage d'un environnement propice au développement d'un projet d'études scientifiques à long terme.

Ces stages sont organisés localement par les équipes pédagogiques, en lien avec les IA-IPR de mathématiques et le partenaire universitaire/centre de recherche. Ils se déroulent en dehors du milieu scolaire en temps et en espace : pendant les vacances ou les périodes chômées (pour cause d'organisation d'examens) et en dehors des établissements scolaires, afin de susciter une projection mentale de ces jeunes dans des études et une activité professionnelle future. La définition du lieu (université, centre de recherche, entreprise) se fait conjointement avec le partenaire universitaire. La forme précise du stage (durée, résident ou non résident) est laissée à l'appréciation des acteurs locaux des mondes scolaire et universitaire.

Les stages de 2011 sont financés par des subventions de l'INRIA et du CNRS et d'entreprises : Crédit mutuel enseignant, EADS et Casio. La gestion financière est assurée par la Fondation des sciences mathématiques de Paris, et Animath est le partenaire pour toute l'organisation et la coordination. La validation des propositions de stages est faite par un comité scientifique présidé par Cédric Villani.

[1] Professeur à l'université de Versailles Saint-Quentin, Animath.

Cet été 2011, 14 stages sont organisés, la plupart fin juin. Le succès a été considérable, les organisateurs ayant reçu entre 2 et 10 fois plus de candidatures que de places. On trouvera tous les renseignements et des informations sur le déroulement de ces stages sur la page http://www.animath.fr/spip.php?rubrique263. Je ne résiste à mentionner un moment du dialogue entre équipe pédagogique et stagiaires lors de la séance de clôture du stage MathC2+ de Paris le 24 juin. À la question « Comment avez-vous trouvé le stage ? », plusieurs jeunes ont répondu « C'était trop court ! ».

Les stages MathC2+ ont vocation à se développer en 2012. En plaçant les universités au centre du dispositif, ils représentent une chance à ne pas laisser passer. Les collègues qui seraient intéressés à monter un tel stage peuvent s'adresser à nous pour le montage du projet (mathc2@animath.fr).

On doit mentionner également d'autres stages d'été qui, pour une raison ou une autre ne sont pas labélisés « MathC2+ », et principalement :

(1) Le stage « Mat'les vacances », organisés par un groupe de jeunes chercheurs coordonné par Vincent Bansaye, professeur chargé de cours à Polytechnique. Il s'agit d'un stage résidentiel, en montagne, s'adressant à des élèves de première S aimant bien les maths dont les parents n'ont pas fait beaucoup d'études supérieures. (Voir http://www.animath.fr/spip.php?article143).

(2) Le stage olympique organisé par Animath à la fin août 2011. Ce stage est, comme son nom l'indique, un stage centré sur les mathématiques des Olympiades internationales de mathématiques, et donc de nature assez différente des précédents. Il attire 40 élèves français et souvent quelques allemands et italiens). Ces élèves sont pour la moitié en fin de Première, et les autres sont en Seconde et même Troisième, et sont sélectionnés sur la base d'un test qui est organisé début juin dans environ 120 établissements. Tous les élèves ayant été sélectionnés dans les équipes ayant représenté la France aux dernières éditions des Olympiades internationales sont passés par les stages olympiques d'Animath. Dans un prochain article, nous parlerons plus en détail de la participation française aux olympiades internationales.

Concours de projets scientifiques

Faire travailler des élèves, seuls ou en groupe, sur de véritables projets de recherche, c'est ce que propose depuis vingt ans l'association Maths en jeans, bien connue dans la communauté mathématique. Le nombre d'élèves et de groupes impliqués dans des ateliers Maths en jeans est en constante augmentation – cette année, au lieu d'un seul congrès de fin d'année, il en a fallu quatre : du 1er au 3 avril 2011 à Bobigny, Epinal, Gap et du 12 au 15 mai à Vienne (Autriche). Une prochaine chronique leur sera consacrée.

Alors que Maths en jeans ne comporte aucune dimension compétitive, il existe aussi des concours de projets scientifiques, en France et plus encore dans le monde entier. Il faut bien reconnaître que, sur ce plan, ce qui se fait en France est très loin, en quantité et qualité, de ce qui se fait dans beaucoup d'autres pays.

Les concours français

Il y a deux tels concours omnidisciplinaires à vocation nationale.

Le concours C'Génial est organisé depuis plusieurs années par *Sciences à l'école* (`http://www.sciencesalecole.org/`), « dispositif d'initiative ministérielle » qui a pour but de soutenir et inciter des projets de culture scientifique dans l'enseignement du second degré (y compris (*sic*) les classes préparatoires). Il est financé par la fondation C'Génial (`http://www.cgenial.org/`). En 2011, 70 projets (29 projets de lycées, 41 projets de collèges) ont été jugés suffisamment élaborés pour participer au concours. Parmi ces projets, 16 ont été retenus pour la finale, qui s'est déroulée le 7 mai 2011 au Palais de la découverte. Parmi les 70 projets, aucun n'était centré sur les mathématiques, et seuls quelques uns avaient une composante mathématique non nulle.

En 2011-2012, le concours C'Génial sera scindé en deux concours : un concours « Collèges », en deux phases : académique puis nationale, et un concours « Lycées », directement national. Espérons que les mathématiques y seront plus présentes en 2012 que cette année !

Le concours Faites de la science est organisé par la Conférence des directeurs d'UFR scientifiques (CDUS). Il est organisé d'abord régionalement par un certain nombre d'universités, puis une finale nationale rassemble les meilleurs projets. Cette année, la finale se déroulait au Futuroscope à Poitiers du 28 au 30 juin, après le bouclage de ce numéro de la *Gazette*. En 2010, 23 projets (15 collèges, 8 lycées) avaient été sélectionnés pour la finale, dont 3 en mathématiques (*Les Brownies : une modélisation mathématique du mouvement brownien*, du lycée Atlantique de Luçon, *Mathquiz* du Collège Léon Gambetta à Paris, *Les bulles de savon ou les plus courts chemins*, du lycée d'altitude de Briançon (projet issu d'un atelier Maths en jeans et habitué des palmarès de Faites de la science)).

À ces concours s'ajoutent les Olympiades de physique (`http://www.odpf.org/`), concours qui en est déjà à sa 19ème édition, et est organisé par l'Union des professeurs de physique-chimie et la Société française de physique. Contrairement aux olympiades académiques de mathématiques, il s'agit bien d'un concours de projets scientifiques. Il attire des projets d'un excellent niveau, qui sont fréquemment sélectionnés pour représenter la France au concours européen Eucys (voir ci-dessous).

Mentionnons enfin le jeune concours André Parent, initiative récente et prometteuse du CIJM et qui se déroule lors du salon de la culture et des jeux mathématiques au printemps.

Le concours européen Eucys

Ce concours, financé par l'Union européenne, en est à sa 23ème édition (`http://ec.europa.eu/research/youngscientists/index_en.cfm`). Il se déroule chaque année en septembre dans une ville européenne différente, avec une participation d'environ 140 collégiens et surtout lycéens, par équipes de 1 à 3 membres. Un certain nombre de prix (1$^{\text{er}}$, 2$^{\text{e}}$, 3$^{\text{e}}$ prix, prix spéciaux) sont distribués chaque année. Incontestablement, les mathématiques sont plutôt sous-représentées, et la physique plutôt sur-représentée. Ce concours, auquel participent tous les pays de l'Union et de l'espace européen et quelques invités (États-Unis, Chine...), et qui a été organisé en France en 2009, permet de comparer la vivacité de ce genre de concours dans les pays concernés. Ainsi, en nombre absolu de projets récompensés depuis le début du concours, c'est l'Allemagne[2] qui est en tête avec 74 projets primés, dont 19 premiers prix. Suivent, dans l'ordre, le Royaume-Uni (37/8), la Pologne (36/6), l'Autriche (31/6), l'Irlande (29/11), la Suisse (29/7), la Hongrie (29/4), la France (29/1), l'Espagne (26/2), le Danemark (22/7)... Le seul premier prix remporté par la France était en 1996 en mathématiques, celui de Yann Ollivier, sur les polygones articulés. Yann est maintenant chargé de recherche (HDR) au CNRS en mathématiques, et a été le premier webmestre d'Animath.

Une première : la participation française au concours Intel

Sans conteste, le plus ancien et le plus important concours de projets scientifiques est le concours américain : International science and engineering fair (`http://www.societyforscience.org/isef/`). Ce concours existe depuis 1950 ; il est financé par Intel depuis 1997. Il rassemble 1500 élèves de 65 pays, au niveau « high school » (3ème à Terminale).

Cette année, pour la première fois, deux projets français ont participé, un en physique, issu des olympiades de la physique, et l'autre en mathématiques, issu du concours C'Génial. Le concours avait lieu à Los Angeles début mai. Chacun des deux projets a reçu un 4ème prix dans sa catégorie disciplinaire, ce qui est un résultat magnifique.

La participation française était placé sous l'égide de Sciences à l'école et d'Universcience. En ce qui concerne le projet de mathématiques, il a été pris en charge sur le plan financier par l'association Maths pour tous basée à Marseille, avec un financement de la région PACA et de diverses sources, dont Animath.

Le projet présenté : « du Vendée globe aux trous noirs, étranges géométries » avait été réalisé dans le cadre de l'atelier Euclide du collège A. Camus de Miramas animé par Francis Loret, professeur de mathématiques dans cet établissement. L'atelier Euclide avait déjà participé aux concours Faites de la science (premier prix en 2008 et 2009), et au concours C'Génial (prix en 2010). Les élèves primés à Los Angeles : Marine Auriol, Clément Martinez, sont en troisième au collège A. Camus de Miramas et Arnaud Vespa, en première S au lycée Adam de Craponne de Salon de Provence et ancien élève du collège A. Camus. Leur projet avait à la fois un aspect théorique : étude de la géométrie sphérique et d'autres géométries non-euclidiennes (géométrie tropicale), et des applications : conduite d'un bateau à voile (participation au concours virtuel lié au Vendée globe), problèmes de logistique. À défaut de pouvoir évoquer ici de manière plus précise le contenu de ce projet, les informations sont disponibles sur : `http://www.maths-pour-tous.org/2011-ISEF.html`.

[2] Le concours allemand de projets scientifiques, Jugend forscht, existe depuis 1966. Au départ, sont en compétition plus de 6000 projets. Ont participé à la finale cette année 110 projets (185 lycéens). Contrairement aux concours français, il y a un classement par catégorie : physique, chimie, biologie... Les mathématiques, regroupées avec l'informatique ont un classement à part. On pourra consulter le rapport sur le concours Jugend forscht 2011 sur le site d'Animath. `http://www.animath.fr/IMG/pdf/Jugen.dpf`

LIVRES

Au nom de l'infini
J.-M. Kantor et L. Graham, traduit de l'anglais
par Ph. Boulanger
Éditions Belin (Pour la Science), 2010. 285 p.
ISBN : 978-2-84245-107-3. 24 €

Le plus difficile, quand on écrit, c'est de commencer. Kantor et Graham le font avec une grande élégance : leur livre s'ouvre sur un débarquement de la marine russe au mont Athos, en 1913, pour régler *manu militari* une querelle théologique entre les moines. Faute de mieux, je vais commencer par un souvenir personnel. Pendant l'hiver de 1964, j'avais suivi à l'IHP un cours de Choquet sur les espaces vectoriels topologiques. Un jour la lumière s'est éteinte, plongeant l'amphi Darboux dans une obscurité à peu près totale. Choquet avait continué ses démonstrations, imperturbable, et nous parlait de cônes et de simplexes comme si de rien n'était. La leçon que j'en ai retenue, c'est que les objets géométriques n'ont pas besoin de support matériel pour exister. Le tableau ou l'écran sont un luxe inutile : en mathématiques, nous parlons parfaitement bien de choses que nous ne voyons pas.

Est-ce à dire qu'en mathématiques, par opposition aux sciences humaines ou naturelles, nous parlons de choses qui n'existent pas ? C'est cette question que pose, de manière très vivante et originale, le livre de Kantor et Graham. J'y reviendrai, mais pour l'instant restons avec Choquet. Quelques années plus tard, il fit un cours intitulé « Ensembles intéressants en analyse ». Lorsque j'y entrai, je savais construire les nombres réels à partir des rationnels, j'avais une certaine pratique du raisonnement par récurrence et une idée à peu près claire de ce qu'étaient un fermé et un ouvert. Mais Choquet nous précipita à l'eau, et dès que je m'éloignai de ce bord familier je perdis rapidement pied. Il fut d'abord question de nombres cardinaux et de récurrence transfinie, puis ces nouveaux outils une fois bien en main, on s'en servit pour construire de nouveaux ensembles, et plus particulièrement des parties de la droite réelle. Notre intuition ne nous était plus d'aucun secours. Au contraire, le but du cours semblait être de construire des objets qui défiaient les lois de la physique, ou tout simplement notre imagination. J'appris ainsi, entre autres merveilles, le paradoxe de Banach-Tarski : on peut découper une sphère en un nombre fini de morceaux, et réassembler ceux-ci pour construire deux sphères identiques à la première.

Et revoici la question : le mathématicien a montré qu'il existe une telle partition de la sphère, mais que signifie ici le mot « exister » ? Elle ne saurait exister physiquement, puisque les morceaux devraient être réalisés dans un matériau composé d'atomes, et que le nombre total des atomes doit être conservé, quel que soit la manière dont on les arrange. À quelle réalité non physique renvoie donc ce mot « exister », et est-il légitime de s'intéresser à ces questions ? Et si la réponse est non, si l'on pense que les mathématiciens devraient chercher à comprendre le monde qui les entoure plutôt que de se créer des paradis artificiels, ne devrait-on pas limiter l'usage des nombres cardinaux, qui seuls rendent ces élucubrations possibles ? Supprimons l'axiome du choix, et nous supprimerons le paradoxe.

Le livre de Kantor et Graham replace la question dans son contexte historique. Ils montrent sa genèse, avec la création par Cantor (1845-1918) de la théorie des ensembles et l'introduction des cardinaux transfinis, et ils montrent comment deux groupes humains, en France et en Russie, lui ont apporté une réponse différente, en raison du contexte culturel. En France, les pionniers se nomment Borel (1871-1956), Lebesgue (1875-1941) et Baire (1874-1932). Tous les trois sont provinciaux, d'origine modeste, boursiers puis normaliens, purs produits du système éducatif de la Troisième République, qui les a hissés vers les étages supérieurs de la société tout en leur inculquant des valeurs républicaines et rationalistes. En Russie, leurs successeurs se nomment Dmitri Egorov (1869-1930), Nikolai Luzin (1883-1950) et Pavel Florensky (1882-1937). Ils relèveront le flambeau quand le trio français le laissera tomber, après l'hécatombe de la Première Guerre Mondiale. Borel, Lebesgue et Baire auront tous les trois des carrières académiques, plus ou moins brillantes, marquées comme d'habitude par des rancœurs et des rivalités personnelles. Le trio russe, emporté par la révolution bolchevique et l'oppression stalinienne, connaîtra un destin beaucoup plus tragique. Egorov fut arrêté pour sa pratique religieuse et incarcéré à Kazan ; il fera la grève de la faim et mourra à l'hôpital de la ville. Florensky, qui était prêtre orthodoxe, fut expédié dans l'enfer des îles Solovetsk, en Mer Blanche, un des pires camps du goulag, et probablement exécuté d'une balle dans la nuque. Luzin échappa de peu à un sort semblable : en 1936, il fut publiquement accusé de sabotage, l'Académie des Sciences créa une commission d'enquête devant laquelle ses collègues s'empressèrent de témoigner à charge. Les choses auraient pu fort mal se terminer, et si Luzin s'en tira, ce fut, semble-t-il, parce que le physicien Kapitza était intervenu directement auprès de Staline.

Le livre de Graham et Cantor se déroule sur deux plans, scientifique et humain. Sur le plan mathématique, l'intrigue est centrée sur l'hypothèse du continu. Cantor, ayant démontré que l'ensemble des entiers N et la droite réelle R n'ont pas le même cardinal, se demande s'il existe une partie de R intermédiaire, dont le cardinal serait supérieur au dénombrable, mais inférieur au continu. En 1884, il démontre que toutes les parties fermées de R ont soit le cardinal du dénombrable soit celui du continu, et en dépit de tous ses efforts, il en restera là. Pour avancer sur ce problème, une des voies possibles est de construire explicitement une partie de R et de démontrer que son cardinal n'est ni celui du dénombrable ni celui du continu. C'est dans ce but que Cantor avait construit l'ensemble qui porte son nom (et qui, malheureusement, a le cardinal du continu). Le trio français est le premier à aller plus loin, en construisant les boréliens. Notons cependant qu'il n'est pas motivé par l'hypothèse du continu, mais par un problème beaucoup plus concret, qui est celui de la mesure des grandeurs : peut-on parler de la longueur d'une partie de la droite qui ne soit pas un intervalle ? Les boréliens apparaissent comme la classe de parties la plus petite (contenant les intervalles, et stable par réunions et intersections dénombrables) pour laquelle c'est possible. Il y aussi des aspects géométriques à ces questions, auxquelles Lebesgue et Baire étaient très sensibles : à partir d'objets simples, comme les fonctions dérivables, on peut construire des objets de plus en plus compliqués, et voir ce que deviennent leurs propriétés. C'est l'anecdote célèbre de Darboux démontrant que toutes les surfaces développables possèdent des génératrices, et de Lebesgue, allant le trouver à la fin du cours, sortant de sa poche un mouchoir chiffonné, et lui demandant de lui montrer ses génératrices.

En 1915, Felix Haussdorff et Pavel Alexandrov démontrent indépendamment (ils étaient séparés par le front de l'Est) que tous les boréliens de R ont le cardinal du dénombrable ou le cardinal du continu. Cela veut dire que, si l'on veut un contre-exemple à l'hypothèse du continu, il faut aller explorer les parties de R bien au-delà des boréliens. En 1916, Souslin, un jeune élève de Luzin, lui annonçait qu'il avait découvert une erreur dans un article de Lebesgue de 1905 : contrairement à ce qu'affirmait celui-ci, la projection sur R d'un borélien de l'espace produit RxR n'avait aucune raison d'être un borélien. C'était donc une nouvelle classe d'ensembles : la frontière des boréliens était franchie. Sous l'impulsion de Luzin, l'exploration continua ; après les ensembles sousliniens, on définit les ensembles analytiques, puis les ensembles projectifs, sans que pour autant on progresse sur l'hypothèse du continu.

Pourquoi l'école française n'avait-elle pas poussé plus loin, et pourquoi l'école russe s'est-elle finalement orientée sur d'autres voies ? Il faut faire appel au facteur humain pour expliquer cet épisode particulier de l'histoire des sciences. Un des grands mérites du livre de Kantor et Graham est de nous montrer, sur un cas concret, que les mathématiques ne se développent pas de manière autonome, dans une sorte de vide intellectuel ou d'univers platonicien, mais qu'elles sont l'œuvre d'individus plongés dans l'histoire, et qui dirigent leurs efforts en fonction de la culture ambiante et de leurs convictions personnelles. Si Borel, Lebesgue et Baire ont interrompu leurs recherches après la guerre, et si elles n'ont pas été reprises par d'autres, c'est en partie pour des raisons historiques (l'hécatombe qui a frappé toute une génération de jeunes mathématiciens morts dans les tranchées) ou personnelles, mais c'est aussi (c'est du moins la thèse du livre) parce que des esprits formés dans la tradition rationaliste des écoles de la Troisième République se trouvaient finalement mal à l'aise dans des constructions purement intellectuelles, qui ne correspondraient jamais à aucune réalité observable dans le monde physique. Par contre, Egorov, Luzin et Florenski, tous les trois profondément croyants, et donc convaincus que le monde physique n'est pas le seul et que les réalités observables ne sont pas les plus importantes, étaient prêts à admettre que les cardinaux infinis existaient, et que les parties non boréliennes de la droite réelle étaient objets de science tout aussi bien que l'atome d'hydrogène. Qui plus est, ils étaient capables de communiquer leur enthousiasme à d'autres : Luzin fut un professeur légendaire, le fondateur (avec son maître Egorov) de l'école mathématique de Moscou, au rayonnement incomparable. Ce fut le berceau de quelques-uns des plus grands mathématiciens du vingtième siècle, comme Alexandrov, Kolmogorov, Gel'fand, Novikov ou Arnol'd, parmi ceux qui eurent la chance de vivre vieux, ou Urysohn et Schnirel'man, parmi ceux qui disparurent jeunes.

Dans le cas d'Egorov et de Florensky, il s'agissait même d'une foi sortant de l'ordinaire. Le livre de Kantor et Graham souligne leurs liens avec une mouvance particulière de la confession orthodoxe, celle des Adorateurs du Nom, qui perpétuaient en ce début de vingtième siècle la très ancienne tradition chrétienne de la philocalie. Celle-ci consistait à chercher l'extase en répétant continûment une courte prière, typiquement « Jésus-Christ, fils de Dieu, prends pitié de moi, pauvre pécheur », voire une formule plus courte encore ; avec le temps, un entraînement suffisant, et un petit peu d'aide de l'au-delà, cette prière devait permettre au croyant de transformer sa nature pécheresse pour lui permettre d'accueillir la présence divine.

Cette pratique, comme toutes les voies qui permettaient au chrétien d'atteindre le salut par lui-même, sans avoir recours aux bons offices de l'Eglise instituée et de ses fonctionnaires, ne plaisait guère à ceux-ci, et les Adorateurs du Nom furent persécutés, par le régime tsariste d'abord, et par le régime soviétique ensuite (pour des raisons différentes). Il semble bien qu'Egorov et Florensky en aient fait partie, et que Luzin ait été un sympathisant. Si c'était bien le cas, cela ne saurait manquer d'avoir eu une grande importance dans leur vie spirituelle et intellectuelle. Qui croit susciter la présence d'un Dieu invisible en invoquant son Nom, pourra bien croire à la présence des boréliens une fois qu'il a su les nommer, c'est-à-dire les définir.

Voici donc, en gros, le thème du livre de Kantor et Graham. Autour de lui s'ordonnent, de manière très construite, une multitude de personnages et d'événements. Il s'ouvre, comme je l'ai dit, sur un débarquement de la marine russe au Mont Athos, en 1913, pour en expulser les Adorateurs du Nom, et se continue jusqu'à l'époque contemporaine. C'est ainsi, par exemple, que j'ai pu situer Choquet dans cette tradition : Choquet était un élève de Denjoy, qui lui-même était un élève de Borel et un ami proche de Luzin, qu'il avait accueilli en vacances chez lui, à l'île d'Oléron, en 1930. Il n'y a pas d'unité de lieu : la scène se déplace du Mont Athos à Paris, puis à Moscou, avec un détour par Kazan. Les acteurs sont nombreux, il y a des héros (Nikolai Chebotariov et Maria Smirnitzkaia), des traîtres (Pavel Alexandrov et surtout Ernst Kol'man), des désespérés (Baire et Schnirel'man). Ils sont tous emportés par le tourbillon de l'histoire, et se débattent dans des problèmes qui vont de la jalousie et de l'arrivisme à la survie pure et simple. Pendant ce temps-là les mathématiques avancent cahin-caha, et le livre montre bien comment, du temps de l'inquisition stalinienne, elles étaient devenues un refuge : le petit groupe des étudiants autour de Luzin, joliment appelé la Lusitanie, a laissé à ses membres un souvenir émerveillé, alors que les conditions matérielles à Moscou dans les années 30 étaient d'une dureté extrême.

Sur la question de fond, la réalité des objets mathématiques, le livre n'apporte pas de réponse. Il laisse au lecteur le soin de décider, en fonction de ses affinités personnelles : certainement, des personnages comme Borel, pleinement inséré dans une république laïque qui l'avait couvert d'honneurs, ou Egorov, survivant de l'ancien régime dans une société révolutionnaire, devaient y apporter des réponses différentes. Aujourd'hui, cent ans après, les mathématiques sont plutôt sur la voie indiquée par les Français : éviter d'utiliser les nombres transfinis dans la pratique courante, et chercher à résoudre des problèmes plutôt que de construire des objets. L'entrée en scène des ordinateurs, qui ont transformé nos possibilités de calcul, y est sans doute pour beaucoup ; peu d'entre nous, aujourd'hui, se vanteraient, comme Egorov, de n'avoir jamais résolu d'équation. Mais il y avait, dans la voie suivie par les Russes, une expérience de liberté inégalable. En donnant libre cours à leur créativité, ces hommes ont littéralement créé des objets qui n'existaient pas autour d'eux, et dont l'univers physique ne pouvait donner aucune idée. Qui plus est, ils ont su faire partager cette vision à d'autres : les jeunes qu'ils ont formés sont devenus des maîtres à leur tour, et ont porté cette créativité dans d'autres domaines des mathématiques. Nous bénéficions encore de l'élan extraordinaire qu'ils leur ont donné. Merci à Kantor et Graham de transmettre la flamme ; est-il besoin de dire que j'ai beaucoup aimé ce livre ?

Ivar Ekeland
CEREMADE, Université Paris-Dauphine