# SOMMAIRE DU N° 133

# Éditorial

*Chère lectrice, cher lecteur de la Gazette,*

*Il ne vous a certainement pas échappé que la centième année qui suit la mort d'Henri Poincaré s'achève ce 17 juillet 2012. Pour commémorer ce mathématicien universel (peut-être le dernier ?), la Gazette a sollicité des articles originaux sur des aspects très variés de sa vie et son œuvre. Vous découvrirez dans ce numéro le premier volet d'un article sur la naissance des développements asymptotiques (Les séries divergentes ont-elle une somme ?), ainsi qu'une étude historique sur l'impact de Poincaré dans la société française, et pourquoi il est intimement lié au problème de l'obtention de sources fiables. Dans le numéro d'octobre, nous parlerons des liens connus (la conjecture...) ou moins connus entre Poincaré et la géométrie, ainsi que de son travail comme logicien.*

*Cent ans après Poincaré, c'est avec tristesse que nous avons appris le décès d'un autre géomètre de génie, Jean-Marie Souriau. La Gazette publie dans ce numéro plusieurs témoignages qui permettent de mesurer l'impact de son œuvre.*

*Les mathématiciens sont parfois mal à l'aise pour communiquer vers le grand public au travers de média traditionnels. Ce n'est sûrement pas le cas de Cédric Villani, qui nous livre son analyse personnelle, inaugurant par la même occasion un partenariat entre la Gazette et le site du CNRS « Images des Maths ». Nous incitons d'autres auteurs à profiter de ce partenariat, qui permet de publier sur un même sujet deux volets complémentaires : une vitrine « grand public » sur le site Web, et un article à destination de la communauté mathématicienne dans la Gazette.*

*D'ailleurs, la SMF encourage depuis longtemps la diffusion de la connaissance des mathématiques vers un large public. Nous pouvons nous réjouir de l'exceptionnelle qualité des candidats que le jury 2012 des Prix Anatole Decert et d'Alembert a examinés en mai dernier. Nous publions dans ce numéro la liste des lauréats, et vous encourageons à postuler ou susciter de nouvelles candidatures pour l'édition 2014 de ces prix !*

*— San Vũ Ngọc*

# SMF

## Mot de la Présidente

Juste après avoir été élue présidente de la SMF pour l'année qui vient, je souhaite décrire en quelques mots dans quel esprit je m'apprête à exercer cette fonction.

Mes relations avec la SMF sont à la fois anciennes et récentes. Anciennes parce que j'ai adhéré à la SMF avant 30 ans pour bénéficier une année du tarif réduit proposé à l'époque (puissent les jeunes collègues, qui bénéficient d'une première inscription gratuite jusqu'à 35 ans, faire de même !). Récentes parce que je suis membre du Conseil d'Administration depuis 5 ans. J'ai à ce titre suivi de près les actions de notre société. J'ai en particulier été membre du comité d'organisation de MATHS A VENIR 2009.

Pourquoi adhérer à une société savante ? Pourquoi adhérer à la SMF ? La question n'est pas nouvelle. Peut-être a-t-on aujourd'hui l'impression qu'il y a bien d'autres moyens de participer à la vie collective d'une communauté scientifique, surtout lorsqu'elle est assez unie comme l'est la communauté mathématique française. À regarder la situation dans les pays voisins, il me semble au contraire que les sociétés savantes, si elles sont fortes et représentatives, seront de façon croissante des acteurs incontournables de la vie scientifique. Une société chargée d'histoire comme la nôtre, et avec un si beau nom, possède à cet égard beaucoup d'atouts.

Certes le paysage a été profondément modifié ces dernières décennies. On ne peut imaginer d'action en dehors de partenariats et ceux de la SMF sont très nombreux. Pour ne parler que des sociétés savantes, ils concernent en premier lieu la SFdS et la SMAI, mais aussi l'APMEP et l'UPS ; mais aussi les sociétés savantes françaises d'autres champs disciplinaires, et en particulier la nouvelle Société Informatique de France dont l'appellation montre bien qu'elle est prête à dialoguer avec nous ; également l'EMS et l'IMU et toutes les sociétés savantes nationales. Deux évènements viennent cet été illustrer la diversité et la richesse de ces partenariats internationaux : le congrès européen de Cracovie début juillet[1] et le congrès binational de Hué, organisé par la SMF et la société vietnamienne de mathématiques (VMS).

Les partenariats ne se limitent évidemment pas aux sociétés savantes et associations. Il est impossible de les énumérer tous, mais vient en premier lieu l'Institut Henri Poincaré, avec lequel le partenariat est double, puisqu'il concerne d'une part « la maison des mathématiques et de la physique théorique » qu'est l'IHP, d'autre part l'activité mathématique conjointe du centre Emile Borel et du CIRM, tous deux parties prenantes du Labex Carmin.

Car la SMF a (au moins) trois visages : avec le CIRM, dirigé de main de maître par Patrick Foulon, elle est partie prenante d'un de ces grands instruments des

[1] Au moment où vous lirez ces lignes les prix auront été décernés et vous pourrez prendre connaissance du palmarès sur le site de la SMF.

mathématiques dont les mathématiciens français peuvent être fiers à juste titre ; elle est aussi maison d'édition ; elle montre enfin le visage traditionnel d'une société savante, avec ses actions et ses prises de position. La lecture du rapport moral montre, de façon très éloquente, à quel point la SMF est présente au sein des mathématiques françaises dans ces trois directions. Le secteur grand public, en particulier, se développe de façon frappante. Les prix d'Alembert et Anatole Decerf ont attiré cette année beaucoup d'excellents dossiers, comme le souligne le compte-rendu qu'en fait Nalini Anantharaman dans ce numéro. Il faut souligner aussi le succès des manifestations qui se sont déroulées en province, qu'il s'agisse de la remise des prix de l'Académie à Rennes ou « un texte un mathématicien » à Amiens, Nancy.

La SMF a été amenée à prendre position fréquemment dans un passé récent. Elle a adressé une lettre aux candidats à la présidence de la république, qu'on trouvera aussi dans ce numéro. Les derniers changements politiques entraîneront nécessairement des réorientations et des transformations, en particulier en matière d'enseignement. La SMF est en capacité de coordonner ou impulser réflexions et propositions. Elle saura être une instance de représentation de la communauté mathématique auprès des pouvoirs publics.

La SMF se trouve confrontée à la croissance de ses actions et aux évolutions du monde de l'édition scientifique. La gestion d'une association comptant huit salariés aux tâches très diverses (hors CIRM), la recherche d'un équilibre budgétaire, sont autant de tâches auxquelles nous sommes peu habitués. La SMF a récemment changé son système de gestion, au prix d'un effort important de ses salariés, et aussi de Jean-Marie Barbaroux et Michel Demazure qui ont piloté l'opération. Une mutation semblable est prévue à court terme côté édition. J'essaierai d'œuvrer pendant un an pour que tous ceux qui participent aux activités de la SMF, qu'ils soient bénévoles ou salariés, le fassent dans les meilleures conditions.

J'ai souhaité, pour cette présidence, être entourée de quatre vice-présidents susceptibles de m'épauler sur l'ensemble des dossiers, même s'ils sont plus particulièrement en charge d'un secteur. Yves Aubry, Daniel Barlet, Jean-Pierre Borel et Pierre Pansu ont accepté ce rôle.

Ce mot ne saurait se terminer sans rendre chaleureusement hommage au travail accompli par Bernard Helffer au cours des deux années de sa présidence. Cet hommage s'étend à tout le bureau sortant. Deux de ses membres y sont restés quatre ans ou plus et méritent tout particulièrement notre reconnaissance : Valérie Girardin, qui a occupé le poste de déléguée générale et sort du Conseil d'Administration après y avoir siégé six ans et Micheline Vigué, qui quitte le poste de trésorière. Que toutes et tous soient vivement remerciés.

Le 1er juillet 2012
*Aline Bonami*

# Texte envoyé aux candidats à l'élection présidentielle

Séparément ou associée à d'autres sociétés savantes et associations de spécialistes de mathématiques ou d'autres disciplines, la SMF s'est exprimée régulièrement ces dernières années par la voix de ses instances sur tous les domaines et plus spécifiquement sur l'ensemble des réformes qui ont touché le monde de l'enseignement et de la recherche. Les interpellations qui suivent constituent une synthèse de ses prises de position.

## Réformes des structures de recherche

La répartition géographique en réseau national piloté par l'INSMI[1], l'équilibre entre financement collectif pérenne et financement par projets de la recherche, le financement perenne de la documentation, sont au cœur de l'organisation de notre discipline et de son dynamisme reconnu à l'échelle internationale.

Si la communauté mathématique a été rassurée de voir soutenues certaines de ses structures nationales et quelques projets scientifiques dans le cadre des projets d'initiatives d'excellence, elle constate que les effets sur le financement des laboratoires et des bibliothèques en sont faibles. Elle s'inquiète du déséquilibre ainsi créé dans les financements, qui induit de facto un affaiblissement de l'INSMI, et, au delà, du CNRS dans sa mission de garant de la cohésion nationale de la recherche. La perte de temps et d'énergie que la conception des dossiers impose, aussi bien à titre individuel qu'à titre collectif, bien plus grande pour les appels à projets que pour le financement usuel, se fait toujours au détriment de la recherche en elle-même. De façon liée, l'évaluation quadriennale systématique des enseignants-chercheurs et le rôle qu'on voudrait lui faire jouer en termes de salaire ou de modulation de services ont été dénoncés par les sections de mathématiques du CNU (et de nombreuses autres).

Comme l'a affirmé la SMF, l'autonomie des universités prévue par la LRU ne peut être effective si les établissements universitaires ne disposent pas des ressources financières adéquates pour remplir leur rôle d'enseignement et de recherche de haut niveau. Leur gouvernance ainsi que celle des PRES, Idex, etc., devrait préserver la représentativité de tous leurs acteurs. Si certains établissements sélectionnés sont dotés de moyens de recherche de grande envergure, les établissements de taille plus restreinte doivent bénéficier d'un support financier pérenne conséquent pour les aider à mettre en valeur les points forts de leur activité de formation ou de recherche.

Loin de ces découpages, le défi majeur pour l'avenir de la communauté mathématique est d'organiser une recherche et un enseignement beaucoup plus collaboratifs, où interagiront des compétences multiples, qu'elles soient internes aux mathématiques ou partagées avec d'autres domaines scientifiques.

[1] Institut National des Sciences Mathématiques et de leurs Interactions.

## Réformes de l'enseignement

La réforme des programmes du secondaire qui vient de s'achever et celle de la licence et des programmes de classes préparatoires en cours étaient annoncées comme indispensables pour diminuer le redoublement dans le secondaire et l'échec en premier cycle universitaire.

Au lycée, la SMF a dénoncé la disparition induite de la démarche scientifique et l'introduction de volumes horaires sans cadrage au détriment d'enseignements disciplinaires précis. À tous les niveaux, elle dénonce le manque de cohérence globale des programmes de mathématiques, et réaffirme son attachement à l'équité géographique de l'offre de formation.

Les classes préparatoires et les universités doivent maintenant profondément remanier leurs programmes pour permettre, d'une part, une meilleure liaison entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur et, d'autre part, l'acquisition des notions et méthodes fondamentales qui ont disparu du lycée. La SMF a demandé qu'une large concertation soit organisée et prise en compte pour que cette liaison soit débattue puis réalisée dans les meilleures conditions.

La dualité du système entre grandes écoles et universités implique que beaucoup d'ingénieurs n'ont aucun contact avec le monde de la recherche mathématique pendant leurs études ; une formation solide en mathématiques incluant leurs évolutions récentes et leurs différents champs d'application leur est pourtant indispensable. Des rapprochements entre classes préparatoires et licence, et formation universitaire et écoles d'ingénieurs, sont obligatoires.

L'accueil des étudiants étrangers est l'une des fiertés de la France. Or l'effet immédiat de la circulaire du 31 mai 2011 est la mise en situation irrégulière de nombreux étudiants. L'effet à moyen terme est l'extinction de la politique universitaire de coopération internationale dont la France sera la première perdante.

## Réformes de la formation et du recrutement des enseignants

La formation des enseignants s'effectuait depuis longtemps en cinq ans au moins, il était légitime qu'elle soit sanctionnée par un master. Cette simple reconnaissance d'un état de fait a été remplacée par une réforme ample du dispositif, dite de masterisation, sans concertation ni accord de la communauté scientifique. Elle a introduit dans les concours une épreuve de connaissance du système éducatif ; celle-ci ne peut pourtant être vérifiée valablement qu'à l'issue d'une formation professionnelle en alternance postérieure au concours, dont la suppression a été l'essence même de cette réforme.

Ses effets pervers sur la formation des enseignants en particulier et l'enseignement supérieur en général sont d'ores et déjà visibles, à commencer par le tarissement inquiétant du flux des candidats observé en 2011 et 2012, spécialement en mathématiques.

*Comment pouvez-vous répondre à ces inquiétudes ? Quelles garanties, quels espoirs, pouvez-vous donner ?*

Les sources sont consultables sur le site de la SMF :
`http://smf.emath.fr/content/textes-lintention-des-candidats-`
lelection-presidentielle-2012

# Rapport Moral
# Période de juin 2011 à juin 2012

## Affaires générales

### Adhérents

*Renouvellement des adhésions et nouveaux adhérents*

Suite aux efforts des années précédentes, le nombre de nos adhérents a sensiblement augmenté en 2011 (2098 adhérents contre 2016 en 2010) mais il n'est pas clair à ce jour que cette hausse, qui est due en partie au nouveau système institué pour la première adhésion des jeunes, sera confirmée. La SMF doit poursuivre son effort. S'exprimant souvent au nom de l'ensemble de la communauté mathématique française, il est particulièrement important qu'elle soit la plus représentative possible. Or il semble que beaucoup de mathématiciens actifs dans la communauté ne sont pas (ou plus) membres de la SMF, pour des raisons qui, quand elles sont exprimées, apparaissent souvent comme mineures. L'effort vers les jeunes devrait également être intensifié.

Nous continuons de proposer une cotisation « Membre bienfaiteur » de 150 euros (dont la différence par rapport à la cotisation normale est assimilée à un don déductible des impôts). Cette cotisation rencontre un succès auprès de certains de nos membres qui ont à cœur de maintenir l'indépendance financière de la SMF et ne se limitent souvent pas à la somme minimum.

*L'information directe des adhérents*

L'information directe aux adhérents se fait par plusieurs canaux : le site Web, la lettre mensuelle à laquelle nous avons continué de donner un ton plus personnel et des lettres exceptionnelles pour des événements qui semblent le justifier (de par l'urgence ou de par l'importance). Le mot du président dans la *Gazette* sur un rythme beaucoup plus lent permet aussi à la SMF de parler de son action.

### Prises de position et actions de la SMF

*Défense du financement des mathématiques*

Après celui de 2011, le budget de l'INSMI a de nouveau été en baisse. De nombreuses interventions conjointes des présidents des trois sociétés savantes de mathématiques ont été faites auprès d'Alain Fuchs (directeur du CNRS), du conseiller de Nicolas Sarkozy, Bernard Belloc, de Jacques Stern conseiller du ministre de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche et de Robert Plana (responsable de la DGRI[1] au Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche[2]) sans résultat tangible pour l'instant. Nous nous sommes également inquiétés du fait qu'il n'y ait plus de mathématicien en tant que tel à la DGRI après le départ fin décembre 2011 de Frank Pacard.

[1] Direction Générale pour la Recherche et l'Innovation.
[2] MESR.

*L'implication de la SMF dans les programmes dits d'excellence*

La SMF a été très impliquée dans les programmes d'excellence à deux titres (bien sûr connexes) en tant que gestionnaire du CIRM et en tant que société savante questionnée, sollicitée comme il est naturel sur tout ce qui touche la communauté mathématique. Concrètement, la SMF fait partie du comité de pilotage du LabEx CARMIN et est invitée dans le comité de pilotage du LabEx national AMIES. Via le CIRM, elle est associée également au LabEx Archimède et à l'IDEX de Marseille. À plusieurs reprises la SMF a attiré l'attention des autorités sur les insuffisances et incohérences du programme lors de la parution des résultats sur les LabEx et les Idex. Elle s'est particulièrement émue du refus du programme PRIAM présenté par le RNBM[3] sur la documentation mathématique. Elle a aussi été très présente lors des négociations entre le RNBM, le CNRS, l'INRIA et Couperin dans les négociations avec Springer (soutenant la pétition présentée par le laboratoire de Grenoble et présente dans plusieurs réunions avec Springer). Une après-midi de réflexion du CA[4] sur ce sujet a été organisée et a débouché sur le vote d'un texte ; cette réflexion a été poursuivie pendant les journées annuelles.

Enfin la SMF s'est beaucoup impliquée dans le programme *Cap'maths* coordonné par *Animath* et est représentée dans son conseil d'orientation (voir la section « Grand Public »).

*Droits de l'Homme*

Sandra Delaunay a succédé à Sylvie Paycha pour suivre les dossiers de ce secteur. Le collègue mathématicien franco-vietnamien, Pham Minh Hoang (emprisonné depuis août 2010) a finalement été libéré (mais placé en liberté surveillée). Le pire a donc été évité et nos interventions (conjointes avec la SMAI) auprès du ministère des affaires étrangères, de la commissaire européenne Catherine Ashton conjuguées avec beaucoup d'autres n'ont sans doute pas été inutiles. Rappelons qu'une page sur le site de la SMF rend compte des actions ou démarches entreprises dans ce domaine.

*Circulaire Guéant*

La SMF, la SFdS et la SMAI sont aussi intervenues pour dénoncer les effets de la circulaire Guéant de mai 2011. Un texte a été diffusé et la SMF (représentée par son président) a participé à une séance de parrainage organisée à l'IHP.

*Questions aux candidats à l'élection présidentielle*

Deux semaines avant le premier tour, un texte du CA de la SMF faisant le point sur les prises de position de la SMF de ces cinq dernières années a été envoyé à tous les candidats et mis en ligne sur notre site.

*Liens avec la SME[5] et actions internationales*

Le président de la SMF a participé à la réunion des présidents à Prague en mars 2012. Nous avons développé des contacts avec la SME à tous les niveaux (relation *Gazette – Newsletter*, échange de catalogues...). Pierre Loidreau a été chargé de ces relations. La SMF sera présente au congrès de Cracovie avec un stand dont la préparation a été confiée à Laurent Guillopé.

---

[3] Réseau National des Bibliothèques de Mathématiques.

[4] Conseil d'Administration de la SMF.

[5] Société Mathématique Européenne.

En collaboration avec la SMAI et l'INSMI, nous préparons un document de présentation de la délégation française à Cracovie qui pourra être communiqué aux médias. Enfin la SMF est intervenue, en appui d'une lettre de Marta Sanz-Sole (Présidente de la SME), pour défendre l'institut de mathématiques Feza Gursey en Turquie, comme elle l'avait fait l'année précédente pour l'institut Schrödinger à Vienne.

*Relations avec les autres sociétés*

Il y a eu de multiples collaborations entre les trois sociétés savantes de mathématiques (SFdS-SMAI-SMF) (représentation réciproque dans les CA : Gilles Pagès représente la SMF au CA de la SMAI et Pascal Massart représente la SMF au CA de la SFdS, réunions informelles très fréquentes des présidents, échanges de mails ont permis des démarches à deux ou trois). Comme mentionné par ailleurs, il y a eu de nombreuses prises de position communes et l'achèvement ou le développement de nombreux projets en commun (Carte des Masters, *Explosion des Maths II*, Agenda des mathématiciens).

Le Forum des Sociétés Savantes qui avait mené des actions importantes en 2010 n'a pas trouvé son second souffle. La structure de bureau mise en place n'a pas fonctionné et un mode de consultation chaotique de ses membres n'a jamais permis de converger cette année sur des prises de position communes (par exemple sur la circulaire Guéant ou sur des questions à poser aux candidats à la présidentielle). La SMF a poursuivi ses collaborations avec certaines associations à d'autres niveaux. Ainsi, nous avons une concertation continue avec les instances de l'APMEP[6] sur les programmes de lycées et la masterisation conduisant à des interventions communes. Nous sommes intervenus conjointement lors des problèmes de fraude du baccalauréat. Notre collaboration avec l'UPS[7], l'IHP et la SFP[8] concernant les conférences pour les classes préparatoires et étudiants de Licence est une vraie réussite (voir section Grand Public).

*Participation au CNFM, à l'UMI et à l'ICIAM*

Le CNFM[9] est un organisme qui réunit des représentants de l'Académie des Sciences, du CNRS, de la SMF et de la SMAI et les représente auprès de l'UMI[10].

L'une des fonctions importantes du CNFM est de répartir des crédits venant du MAE[11] pour différentes actions internationales : participation à l'UMI, à l'ICM[12],... Le rôle du CNFM cette année est resté modeste. Une réunion est toutefois prévue en juin. La SMF est actuellement représentée par Stéphane Debièvre, François Loeser, Stéphane Jaffard et Bernard Helffer et sa représentation doit être renouvelée pour moitié.

Par ailleurs la SMF est membre associé de l'ICIAM. Elle n'a toutefois pas pu participer à la réunion de Vancouver (été 2011) ni à celle de Kyoto (juin 2012).

[6] Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.
[7] Union des Professeurs de Spéciales.
[8] Société Française de Physique.
[9] Comité National Français de Mathématiciens.
[10] Union Mathématique Internationale.
[11] Ministère des Affaires étrangères.
[12] International Congress of Mathematicians.

## Vie interne de la SMF

*Organisation du travail des permanents*

Compte-tenu de toutes les tâches assurées par la SMF, le rôle des personnels permanents au côté des membres du bureau ou du CA est fondamental et pas toujours clairement perçu par la communauté mathématique. La SMF emploie (hors CIRM) Sabine Albin qui s'occupe de la comptabilité (3/4 de temps), Nathalie Christiaën (plein temps), Claire Ropartz (plein temps) qui assure le secrétariat général avec l'aide de Kevin Bonny (mi-temps) et à Marseille, Christian Munusami (plein temps), Lilia Cingal (mi-temps puis plein temps) et Nordine Dorbani (puis Thomas Avico) (mi-temps). La mise à neuf de notre système de gestion est assurée par Kenji Lefèvre-Hasegawa (mi-temps), dont la mission touche à sa fin. Par ailleurs, Marc Bousquet (mi-temps) a cessé ses fonctions début septembre.

Le travail supplémentaire imposé par la mise en place du nouveau système de gestion a également conduit à faire appel à du personnel intérimaire ou à des heures supplémentaires.

Comme chaque année, une réunion annuelle de tous les personnels a eu lieu à l'automne, avec comme objet de discuter des questions les concernant et de trouver des solutions.

En juin 2011 une mission a été donnée par le président à Claude Sabbah pour réfléchir aux difficultés rencontrées dans l'organisation de la cellule parisienne. Suite aux recommandations reçues, il a été décidé qu'une réunion plus informelle régulière aurait lieu (de fait en moyenne deux fois par mois) rassemblant Sabine Albin, Nathalie Christiaën, Claire Ropartz et Bernard Helffer ou Micheline Vigué pour favoriser le travail commun et faire circuler l'information.

*Equipement informatique*

Le bureau a décidé de faire appel au regard extérieur de Yves Misiti et Adrien Ramparison (ingénieurs informaticiens du département de mathématiques d'Orsay) pour évaluer la qualité de notre système informatique avec une attention toute particulière sur les questions de sécurité. Des premières mesures ont été prises pour tenir compte des recommandations du rapport qu'ils ont rédigé.

*Correspondants SMF*

Sur les cinq années passées, il y a eu un renouvellement de la moitié des correspondants SMF, avec une augmentation sensible de la zone géographique de couverture.

Les correspondants SMF restent un atout important pour la société car ils permettent de relayer dans les laboratoires et les départements de mathématiques les informations transmises par la SMF. Ils sont aussi un moyen fiable et rapide pour faire remonter des informations, en particulier pour les enquêtes de la SMF. Cette année, une enquête (encore en cours) a été à nouveau menée pour permettre de suivre l'évolution des effectifs de masters de mathématiques (masters pro, recherche et enseignement). La mission du responsable des correspondants depuis 2007 (Jean-Marie Barbaroux) se termine, et son successeur sera bientôt désigné.

*Parité*

La SMF a poursuivi ses efforts dans ce domaine au niveau de ses conseils et de ses comités de rédaction. Les progrès restent modestes et il faut bien sûr poursuivre cette action.

*Site web*

Le projet de rénovation du site web de la SMF a été achevé l'année dernière. Rappelons que le choix technologique pour ce nouveau site web de la SMF s'est porté sur une installation du logiciel DRUPAL dit à gestion de contenus, logiciel qui a été choisi par de nombreux autres établissements en particulier à l'IHP. Il a été motivé par ses capacités à gérer, afficher et structurer l'information, au travers d'une interface puissante et permettant une administration partagée.

Nous rappelons que la page « Agenda » répertorie l'ensemble des activités et réunions auxquelles participent des mathématiciens au nom de la SMF. Elle permet de se faire une idée, au quotidien, des activités de notre société.

Enfin la page « Maths et Travaux » qui répertorie les expositions et les objets mathématiques disponibles au prêt est entretenue par les soins de Michel Darche.

*Rénovation du système de gestion*

En 2010, la complexité du système d'échange d'informations entre les services de la SMF et le caractère obsolète des outils de base à leur disposition ont mis en évidence que le système de gestion des ventes, abonnements, adhésions, routages (et les questions relatives de comptabilité, gestion commerciale, publicités, statistiques, ...) devait impérativement être modifié. A donc été mis en place un comité de suivi constitué de Sabine Albin, Jean-Marie Barbaroux, Michel Demazure et Claire Ropartz, dont le rôle a été de suivre l'évolution de la mise en place du nouveau système de gestion. Les objectifs généraux pour sa mise en place étaient essentiellement de l'adapter aux besoins de la société et des personnels, de permettre un échange simple et sécurisé des informations et d'automatiser au maximum les tâches répétitives. Les contraintes étaient de ne pas créer de cassure dans le fonctionnement lors de la transition et de maintenir l'environnement MacIntosh existant, tout en créant un système ouvert facilitant les évolutions futures. Le nouveau système de gestion, qui est interfacé avec les composantes comptables existantes (SAGE Compta et SAGE GesCom), porte le nom de code « Jacinthe » (pour GEStion INTerne). Il repose sur des outils OpenSource (MySql, OpenOffice, Ruby). L'ensemble des fonctions est accessible en réseau, notamment depuis la cellule de Marseille via une liaison sécurisée. Le développement, confié à Kenji Lefèvre-Hasegawa a commencé il y a un an. Le basculement des données dans la nouvelle base a été effectué comme prévu début janvier 2012. Le premier trimestre 2012 a été consacré aux tests, à la formation des utilisateurs et au développement des outils de reporting (par Michel Demazure). Le comité de suivi s'est réuni sept fois entre février 2011 et mai 2012.

### La Gazette des mathématiciens

En 2012, la *Gazette* a changé de rédacteur en chef et renouvelé une partie de son comité de rédaction, mais son principe de fonctionnement est resté essentiellement le même. Chaque numéro, hors numéros spéciaux, est organisé autour de quelques grands axes.

*Mathématiques et interactions*

La *Gazette* publie dans cette rubrique des travaux passés ou en cours, susceptibles d'intéresser un public de mathématiciens le plus large possible. Les thèmes sont choisis par le comité de rédaction en fonction des propositions reçues et des événements d'actualité : remises de prix, anniversaires (comme les 30 ans du CIRM), etc. Le comité de rédaction souhaite mettre en avant les articles qui font un réel effort pédagogique pour s'adresser à la diversité des mathématiciennes et mathématiciens. Dans cet esprit, un accord de principe a été conclu avec le site « Images des mathématiques » du CNRS pour encourager la double publication : une version grand public sur le site, une version plus fournie mathématiquement pour la *Gazette*. Le comité de rédaction remercie les auteurs qui ont déjà bien voulu se prêter à ce jeu, et espère que d'autres les rejoindront bientôt.

*Actualités et débats*

La *Gazette* essaie de se faire l'écho des points saillants des actualités concernant la politique scientifique et éducative en mathématiques, comme par exemple les relations avec le Vietnam, ou le débat concernant la politique commerciale des éditeurs Springer et Elsevier, mais aussi les compte-rendus du comité national du CNRS, les informations sur les recrutements, les primes, etc. Ces actualités peuvent prendre la forme d'un dossier complet coordonné par le comité de rédaction, ou d'un simple article publié comme « Information », « Tribune libre » ou « Courrier des lecteurs ».

*Histoire des mathématiques, mathématiques et arts*

La *Gazette* publie régulièrement des articles sur l'histoire des mathématiques (à destination de lecteurs non spécialistes de ce domaine), et tient à maintenir cette rubrique vivante. Elle peut profiter de la commémoration de mathématiciens célèbres, comme récemment Galois et très bientôt Poincaré, mais accepte avec plaisir des soumissions spontanées sur des sujets moins « en vue ».

Cette rubrique alterne parfois avec « Mathématiques et arts », destinée à rendre compte des liens importants qui unissent notre discipline avec la musique, la peinture, les arts plastiques, etc.

*Carnet*

La *Gazette* a vocation à rendre hommage aux collègues disparus dès lors qu'ils ont joué un rôle significatif pour l'ensemble de notre communauté, que ce soit par leur œuvre scientifique, leur dévouement aux mathématiques, les projets qu'ils ont conduits, les responsabilités qu'ils ont acceptées, leur personnalité... Le Comité de rédaction s'appuie, pour la rédaction de la rubrique, sur les proches (humainement et/ou scientifiquement) des collègues disparus, qui sont invités à se manifester spontanément.

*Livres*

La rubrique « livres » publie des recensions s'attachant à présenter des ouvrages de mathématiques et des ouvrages sur les mathématiques (leur histoire, leur philosophie, et plus généralement tout ce qui a trait aux mathématiques et aux mathématiciens).

*Appel aux lecteurs*

Comme chaque année, le Comité encourage vivement les membres de la SMF à lui transmettre ses remarques, suggestions et souhaits sur le fonctionnement de la revue.

## Le pôle de Luminy

### Bilan du CIRM pour 2011-2012

*Le rôle du CIRM*

Depuis sa création par la SMF, il y a 30 ans, le CIRM est un outil d'excellence au service de la communauté mathématique française et internationale, l'un des tout premiers centres mondiaux de colloques et rencontres de courte durée en mathématiques. Il bénéficie d'une implication forte des sociétés savantes. La tutelle est assurée conjointement par la SMF et le CNRS. La SMAI joue également un rôle très actif, notamment à travers le CEMRACS.

Le CIRM bénéficie également du soutien du MESR et, localement, du Conseil régional et de la Ville de Marseille. Il a de fortes collaborations avec les laboratoires de mathématiques d'Aix-Marseille Université.

*Missions du CIRM*

Le CIRM est un centre dédié à l'accueil de colloques de haut niveau en mathématiques fondamentales et appliquées. Il fournit aux chercheurs les conditions idéales pour :

– se transmettre les progrès les plus récents,
– faire avancer ensemble des questions centrales de la discipline,
– préparer des projets ambitieux en interaction avec d'autres sciences,
– assurer la transmission du savoir en direction des jeunes chercheurs et des doctorants.

Le CIRM constitue un instrument essentiel pour l'école française de mathématiques, discipline dans laquelle la rencontre entre chercheurs est l'un des principaux moteurs de progrès.

*La fréquentation du CIRM*

La fréquentation du CIRM est en progression. En 2011, le Centre a organisé 52 semaines de rencontres mathématiques et accueilli 3483 participants. En 1999 par exemple, le CIRM recevait 1583 participants. Le CIRM poursuit son développement en renforçant chaque année ses moyens d'accueil et sa notoriété. Le CIRM jouit aujourd'hui de moyens renforcés en cumulant les dotations CNRS, MESR et LabEx's lui permettant ainsi d'affronter un peu mieux la compétition internationale. En 2011, la proportion de participants étrangers a atteint 48,40%. Cette présence accrue au niveau international est appelée à progresser encore, grâce notamment aux moyens mis en œuvre dans le cadre de CARMIN.

*Les faits marquants de la période*

– Le LabEx **CARMIN**, à vocation nationale, a été retenu lors de la première vague de classement, en mars 2011. (voir le paragraphe sur la politique scientifique).

– Le LabEx **ARCHIMEDE** a été retenu lors de la deuxième vague de classement, en février 2012. (voir le paragraphe sur la politique scientifique).

– L'ensemble des logements de la partie centrale de la Bastide a été entièrement rénové, avec un soutien complémentaire exceptionnel du MESR (voir le paragraphe sur les travaux de réhabilitation).

– Le CIRM a fêté ses 30 ans en octobre 2011. Près de 200 personnes ont participé aux célébrations qui se sont déroulées sur trois journées. Le programme regroupait une série de conférences qui a été très appréciée des participants. Plusieurs mathématiciennes et mathématiciens de très haut niveau, Claire Voisin, Dominique Picard, Virginie Bonnaillie-Noël, Gérard Laumon, Olivier Faugeras, Jean-Christophe Yoccoz, et Cédric Villani ont pu à cette occasion montrer le dynamisme et la qualité des mathématiques françaises. Plusieurs temps forts ont rythmé ces célébrations dont une évocation par une assemblée d'anciens présidents de la SMF et directeurs du CIRM des grands moments de son évolution. Il y a eu aussi de vibrants hommages à Jean Morlet et à Philippe Flajolet. De nombreux lycéens et leurs enseignants, sont venus fascinés et ravis écouter nos conférenciers. Les personnels du CIRM se sont fortement impliqués dans l'organisation de cet événement et ont ainsi participé à son succès.

Les 30 ans en images et en vidéos sont à retrouver sur le site web du CIRM[13].

– Le lancement de la Chaire « Jean-Morlet » avec le soutien de l'AMU (Aix-Marseille Université), de la ville de Marseille et du LabEx CARMIN. (Voir le paragraphe sur la politique scientifique).

– Le legs du fonds Philippe Flajolet à la bibliothèque du CIRM.

– Et beaucoup de moments mathématiques...

*La politique scientifique*

– Le CIRM est un des quatre partenaires du projet **CARMIN**, labellisé LabEx, avec l'IHP, le CIMPA et l'IHÉS. Ce laboratoire d'excellence, qui vise à développer les lieux de rencontres mathématiques français, permettra notamment au CIRM de renforcer son attractivité et son rayonnement à l'international. Dans ce cadre, le centre construit un environnement audiovisuel performant en vue de réaliser une vidéothèque mathématique internationale. Ce projet valorisera ses activités auprès de la communauté scientifique mais également du grand public. Quelques exemples d'actions : soutien aux programmes courts du CIRM, développement des programmes d'invitations courtes ; renforcement des équipements audiovisuels et informatiques.

– Le CIRM participe également, dans le cadre de sa politique locale et régionale, au LabEx **Archimède**. L'objectif de ce laboratoire d'excellence est de renforcer la synergie entre les mathématiques et l'informatique et de stimuler des interactions avec trois domaines d'applications majeures que sont la biologie-santé, la sécurité et l'énergie. Grâce à ce LabEx, le CIRM pourra mieux soutenir l'organisation de conférences présentant un intérêt particulier pour le site Aix-Marseille.

– La « Chaire Jean-Morlet » est créée, avec le soutien d'Aix-Marseille Université (dans le cadre de l'Initiative d'Excellence AMIDEX), la ville de Marseille et la SMF. La chaire contribuera à structurer et à renforcer la recherche locale. En effet, chaque

[13] `http://www.cirm.univ-mrs.fr`

chercheur recruté dans le cadre de la chaire sera porteur d'un projet associant étroitement les unités de recherche en mathématiques et informatique du pôle Aix-Marseille, il organisera des colloques, ateliers, petits groupes au CIRM et donnera des cours aux étudiants de master et de doctorat. Les premiers lauréats devraient venir prendre leur poste dès la session d'hiver 2013.

– Le CIRM poursuit aussi sa politique de valorisation des mathématiques en

  – donnant le goût des mathématiques aux jeunes élèves et étudiants en organisant ou en accueillant des activités ciblées (exposés, Hypocampe) ;

  – programmant des conférences telles que par exemple « Défis actuels des mathématiques en médecine et biologie du cancer : modélisation et analyse mathématique » ou même des cycles de conférences ouvertes sur d'autres disciplines. Quatre conférences soutenues par CARMIN ont été dédiées à la création d'une école de mathématiques pour les neurosciences.

*La structure*

Pour mettre en œuvre une véritable politique de communication et de partenariats (voir le paragraphe sur les dossiers en cours), le CIRM a recruté une responsable pour ce secteur en avril 2012 et prévoit dans le cadre d'un concours externe CNRS le recrutement d'un responsable des Relations Internationales (décembre 2012) pour renforcer sa stratégie à l'échelle européenne et mondiale.

*Travaux de réhabilitation*

– Toute la partie logements du corps central de la Bastide a été réhabilitée, offrant tout le confort possible à ses congressistes toujours plus nombreux. Une chambre accessible aux personnes à mobilité réduite a été créée. Il faut signaler le tour de force réalisé ici par le CIRM, l'architecte et les entreprises, qui ont su organiser/mener ce chantier important sans perturber lourdement son activité habituelle (accueil des congressistes, conférences, etc. )

– Pour réaliser une vidéothèque mathématique internationale, l'auditorium doit être agrandi et équipé d'une régie professionnelle. En avril 2012, le permis de construire a été déposé, en mai les mesures de consultation des entreprises ont été engagées pour que les travaux puissent débuter en juillet.

– La réhabilitation de la « Maison Jean-Morlet », après un appel à contribution de la part de la SMF et l'obtention du soutien de la Fondation du patrimoine (60 000 €), est enfin lancée. Le permis de construire a été déposé en février 2012, les mesures de consultation des entreprises en mai pour débuter les travaux en juin 2012. Dans le cadre de la « Chaire Jean-Morlet », ce bâtiment rénové accueillera une Maison de chercheurs.

– Dans le cadre du Plan Campus, un axe piétonnier paysagé et éclairé sera réalisé afin de relier le terminus du bus au cœur du campus. Cet aménagement permettra la circulation des étudiants à travers le campus tout en préservant le calme et le caractère privé du CIRM : l'axe est situé en bordure de terrain.

*Quelques dossiers en cours*

– Développer la politique d'information et de communication : faire connaître et expliquer le rôle essentiel du CIRM. Informer d'une part les acteurs du territoire local et national (ministère, CNRS, universités, collectivités territoriales, entreprises, industries, etc.) mais également le grand public. Montrer que les mathématiques sont une science citoyenne, impliquée dans une multitude d'avancées technologiques et que le CIRM en est l'un des principaux acteurs et ambassadeurs mondiaux.

– Dans ce même cadre de diffusion et valorisation des savoirs, le CIRM a décidé de créer une vidéothèque mathématique internationale en mémorisant et en partageant les contenus scientifiques de haut niveau produits au CIRM chaque année.

– Réflexion sur l'agrandissement de l'Annexe afin de développer les capacités d'accueil du CIRM (création d'une grande salle de conférences et d'une dizaine de chambres supplémentaires) mais également de relier le bâtiments aux autres en créant une passerelle. Ainsi, l'ensemble du site sera accessible aux personnes à mobilité réduite. Un programmiste a été missionné pour définir la faisabilité et le coût du projet.

### La maison de la SMF

La direction de la cellule de diffusion a été assurée pendant six ans par Jean-Marie Barbaroux et a été reprise il y a un an par Yves Aubry. L'année qui s'est écoulée a été riche en événements à la Maison de la SMF, cellule de diffusion de tous les ouvrages et revues édités par notre société savante. D'un point de vue du personnel tout d'abord, Christian Munusami, qui a la charge de cette cellule et de son personnel, a dû faire face au départ de Hervé Di Mondo. La SMF a alors procédé au recrutement au 1er juillet 2011 d'une assistante de gestion, Lilia Cingal, dans un premier temps à mi-temps, puis à plein temps à compter d'octobre 2011. En janvier 2012, il a fallu procéder au remplacement de Nordine Dorbani et recruter Thomas Avico à mi-temps au poste de magasinier. La symbiose entre anciens personnels et nouveaux a été parfaite. L'équipe travaille en harmonie et produit une quantité et une qualité de travail considérables.

Les relations avec le CIRM sont très bonnes. L'équipe s'est notamment rendue disponible et a participé à l'effort fait par tout le personnel du CIRM pour la préparation et la réussite des 30 ans de l'établissement.

Concernant la vente d'ouvrages aux congressistes participant aux colloques organisés tout au long de l'année au CIRM, il a été mis en place une procédure qui consiste à solliciter des organisateurs des colloques une liste d'ouvrages édités par la SMF que nous présentons lors d'un stand hebdomadaire à l'auditorium. Étant donné le délai imposé par le conseil scientifique du CIRM, cette procédure ne pourra être effective avant l'année 2013. Aussi, nous avons mis en place une procédure provisoire qui semble donner des résultats intéressants.

La cellule marseillaise a connu cette année, tout comme la cellule parisienne, une refonte de son système de gestion. Le personnel a dû s'investir considérablement afin d'y faire face, tout en assurant sa mission de routage. Ce travail devrait porter ses fruits dans l'avenir. L'échange d'information entre la Maison de la SMF d'une part et le secrétariat général, la comptabilité et le service des publications d'autre part est maintenant beaucoup plus rationnel.

L'implication de la cellule de Luminy dans le secteur des publications s'est faite cette année avec l'arrivée de Lilia Cingal. Un travail en étroite collaboration avec Nathalie Christiaën a été mené sous la direction d'Olivier Ramaré, Jean-Paul Allouche et Yves Aubry.

## Rencontres et colloques

*Journée des lauréats de l'académie des sciences*

Cette journée[14] a eu lieu le 21 novembre 2011 à l'IRMAR (organisée par Antoine Chambert-Loir). Les orateurs étaient Nalini Anantharaman, Marie-Claude Arnaud, Jean-Michel Coron, Vincent Giovangigli, Bernard Helffer, Yves Le Jan et Christine Proust. Leurs exposés s'adressaient aux étudiants de l'antenne de Bretagne de l'ÉNS Cachan et de l'université Rennes 1. Des séances préparatoires à l'intention des étudiants ont été organisées pour certains exposés.

*Journée annuelle 2012*

La journée annuelle[15] a été organisée les 15 et 16 juin 2012 à l'IHP par Jean-Paul Allouche et Valérie Girardin, sur le thème « Transcendance et irrationalité ». Les conférenciers ont été Lucia di Vizio, Dinesh Thakur et Michel Waldschmidt.

Cette journée a comporté aussi l'assemblée générale de la SMF, la remise des prix d'Alembert et Decerf, et une table ronde intitulée « Quel avenir pour les publications mathématiques[16] ? ». Le prix d'Alembert a été attribué à R. Jamet, S. Fiorelli-Vilmart et P. A. Cherix, et le prix Decerf à F. Loret et à la revue *Accromath*.

*Rencontres scientifiques de la SMF*

La SMF organise de manière régulière les sessions « États de la Recherche[17] ». Le choix des thématiques et des organisateurs est effectué par un Comité Scientifique, composé de Franck Barthe (président), Laurent Cavalier, Antoine Ducros, Sylvain Maillot, Laure Saint-Raymond, et du rédacteur en chef de *Panoramas et Synthèses*, Nicolas Bergeron.

Deux sessions des états de la recherche se sont déroulées en 2011 :

– « la conjecture de Zilber-Pink » organisée par Gaël Rémond et Emmanuel Ullmo au CIRM du 16 au 20 mai 2011,

– « théorie de l'apprentissage statistique » organisée par Stéphane Boucheron et Nicolas Vayatis à l'IHP du 9 au 11 mai 2011.

Les deux sessions prévues pour 2012 sont :

– « topics on compressible Navier-Stokes equations » organisée par Didier Bresch du 21 au 25 mai au LAMA (université de Savoie),

– « géométrie de contact, symplectique et interactions » organisée par Claude Viterbo en octobre 2012 à l'IHP.

### Soutien scientifique et parrainage de colloques ou forums

La SMF peut accorder son soutien scientifique à des colloques sur avis de son Conseil Scientifique dont le secrétaire est Arnaud Beauville. Elle peut aussi parrainer des manifestations sur décision du Bureau. Dans ce cadre, la SMF a donné un avis favorable à la demande de soutien de la rencontre « Quasilinear equations and

[14] http://smf.emath.fr/content/des-mathematiciens-primes-par-lacademie-des-sciences-2011
[15] http://smf.emath.fr/content/journee-annuelle-2012-paris
[16] http://smf.emath.fr/content/table-ronde-quel-avenir-pour-les-publications-mathematiques
[17] http://smf.emath.fr/VieSociete/EtatsRecherche/Programme.html

singular problems[18] » organisée par Laurent Véron à l'université de Tours du 4 au 6 juin 2012.

La SMF a également parrainé les manifestations suivantes :

– la conférence Mathematics and Computation in Music, du 15 au 17 juin 2011 à l'IRCAM,

– les quatrièmes rencontres des jeunes statisticiens, du 5 au 9 septembre à Aussois,

– le colloque François Jacquier les 14 et 15 octobre 2011 à Vitry-le-François,

– le colloque « Tendances actuelles en histoire des mathématiques » les 20 et 21 octobre 2011 à Grenoble,

– le Forum des jeunes mathématiciennes, le 21 novembre 2011 à l'Institut Mathématique de Toulouse,

– le premier Forum Emploi Mathématiques le 26 janvier 2012 à l'Institut Océanographique de Paris,

– le 5e colloque « Mathématiques et formation d'ingénieurs » du 6 au 8 juin 2012 à Saint-Cyr Coëtquidan.

### Soutien et parrainage de prix

*Prix Ibni*

Le prix Ibni a été créé en 2009 à l'initiative de la SFdS, la SMAI et la SMF à la suite de l'émotion provoquée par la disparition de Ibni Oumar Mahamat Saleh au Tchad. Il permet à un doctorant d'Afrique de l'ouest ou d'Afrique centrale de faire un séjour d'étude dans un autre laboratoire. Le lauréat est sélectionné par un jury proposé par le CIMPA. Il a été géré par la SMF jusqu'à la fin décembre 2011 (site web, souscription en ligne, recueil des fonds). La SMF a participé directement à son financement en lui attribuant 1500 euros. Après que le prix Ibni a été décerné trois fois, les sociétés savantes n'ont plus souhaité être directement impliquées.

*Prix Hamidoune*

Ce prix a été créé en 2011 à l'initiative d'amis et collègues du mathématicien Yahya Ould Hamidoune, dans l'optique de poursuivre son engagement en faveur de l'enseignement et de la recherche en Mauritanie. Le « Prix Yahya Ould Hamidoune » vise, notamment, à encourager et à distinguer les efforts des élèves et étudiants. Il est soutenu par les autorités académiques mauritaniennes ainsi que par divers partenaires étrangers. La SMF a donné son parrainage pour le prix 2012 et soutenu la dotation de ce prix en offrant une dizaine de livres.

### Colloque Galois 2011

Le colloque Galois 2011[19] s'est déroulé à l'IHP du 25 au 29 octobre 2011. Le comité scientifique se composait de Yves André, Bruno Belhoste, Caroline Ehrhardt, Christian Houzel, Laurent Clozel, Jean-Pierre Ramis. Le comité d'organisation se composait de Xavier Caruso, Lucia Di Vizio, Bernard Helffer, Ariane Mézard, Cédric Villani. Initialement prévu à plus petite échelle, le financement du colloque par CARMIN a permis de développer l'aspect communication et grand

[18] `http://www.fdpoisson.fr/?q=colloques/quasilinear2012`
[19] `http://www.galois.ihp.fr/`

public. À côté d'un colloque vraiment pluridisciplinaire de très grande qualité avec une audience de 200 personnes à chaque exposé, l'après-midi grand public a connu un très grand succès. Par ailleurs une exposition « Galois » a été présentée à la bibliothèque de l'IHP qui a été préparée sous la direction de Caroline Ehrhardt. Cette exposition, pourra, nous l'espérons, circuler en France. La SMF ne peut que se réjouir de cette coopération très fructueuse avec l'IHP.

### Colloque franco-vietnamien

Enfin, le congrès SMF-VMS[20], organisé par la SMF et la Société Vietnamienne de Mathématiques, se déroulera du 20 au 24 août 2012 à Hué au Vietnam. Le comité scientifique se compose de Jean-Paul Brasselet, Marc Bui, Patrick-Louis Combettes, Do Duc Thai, Ha Huy Khoai, Le Tuan Hoa, Nguyen Huu Du, Étienne Pardoux, Phan Quoc Khanh, Lionel Schwartz et Michel Zinsmeister.

### Bilan du conseil scientifique

En 2011-2012, le Conseil Scientifique a donné un avis favorable sur deux demandes (voir plus haut). Il y a une baisse des demandes de soutien scientifique faites au conseil qu'il faudrait comprendre. D'autre part le Conseil Scientifique a approuvé les propositions de nouveaux membres pour les Comités de Rédaction d'*Astérisque*, *Bulletin et Mémoires*, *Séminaires et Congrès* et *Cours Spécialisés*, ainsi que celle du comité scientifique du cycle « Un texte, un mathématicien ». Le Conseil Scientifique s'est élargi en accueillant Hajer Bahouri et Marie-Françoise Roy.

## Enseignement

La SMF s'implique dans le domaine de l'enseignement des mathématiques au travers de son action et ses prises de position sur les questions d'actualité, de sa participation à des collectifs (Action Sciences, CFEM ...) et du travail de réflexion mené par sa Commission Enseignement (CE).

Le bureau de cette CE, renouvelé en avril, est actuellement constitué de Aviva Szpirglas, Vice-Présidente chargée de l'enseignement, Martine Queffélec, chargée du secteur licence/ master, Geneviève Martiel, chargée du secteur enseignement secondaire, Pierre Loidreau, chargé du secteur écoles d'ingénieurs et Nicolas Tosel, chargé du secteur classes préparatoires.

*Programme des lycées*

La réforme des lycées (consulter l'historique sur le site de la SMF) commencée en novembre 2007 a été encore à l'ordre du jour pendant l'année 2010-2011. La SMF avait en 2011 envoyé sa contribution à la consultation sur les programmes des classes de terminales en soulevant un certain nombre de points, en particulier sur le manque de cohérence de ces programmes, avec introduction de notions non reconnues par la communauté mathématique.

Ces programmes sont maintenant publiés. La SMF avec l'APMEP a réagi à ces textes en décembre 2011 en soulignant une fois encore ses critiques à la fois sur le processus d'élaboration de ces programmes et sur le fond.

[20] `http://smf.emath.fr/content/smf-vms-joint-congress`

Dans ce texte, la SMF et l'APMEP demandent que l'élaboration des programmes de classes préparatoires (voir ci-dessous le paragraphe *Groupe de travail CTI/SMF/SMAI/SFdS* ) se fasse dans de meilleures conditions avec concertation aussi large que possible.

*Licence et référentiel*

En août 2011 est paru l'arrêté mettant en place la nouvelle licence qui prévoit la mise en place d'un « référentiel de compétences ». D'après cet arrêté, « la licence s'appuie sur des objectifs nationaux établis par ces référentiels ». Un premier projet de référentiel a circulé au printemps 2011 qui a alarmé la SMF tant du point de vue de son contenu (il semblait qu'une licence de mathématiques pouvait être obtenue avec 45% d'UE de mathématiques) que du point de vue de la manière dont celui-ci avait été rédigé (absence de concertation). C'est pourquoi la SMF a réagi sous la forme d'un texte (18 juin 2011), texte qui soulignait ces points.

Fin février mars 2012, la personne chargée de mission sur cette question du référentiel par le Comité de suivi de la licence a contacté la SMF. Une nouvelle mouture du projet de référentiel (qui affirme que 70 à 75% du total de crédits d'une licence doit porter sur l'acquisition de connaissances et compétences scientifiques) nous a été soumise. Après concertation avec les deux autres sociétés savantes, SFdS et SMAI, auteurs avec la SMF du projet d'un socle de la licence de mathématiques en 2007, un certain nombre de remarques a été transmis au Comité de suivi de la licence. Nous avons demandé qu'une référence à ce texte commun de 2007 soit présente dans le texte définitif. La procédure d'établissement de ce référentiel (pour toutes les licences, toutes mentions confondues) est encore en cours.

**Participation à des collectifs ou à des rencontres**

*CFEM*

La SMF a trois représentants à la CFEM[21] : Michel Granger, Aviva Szpirglas et Jacques Wolfmann. La CFEM organise tous les ans un colloquium (conjointement avec l'ARDM[22]) : cette année le conférencier était Yves Chevallard.

La CFEM est aussi impliquée dans la recherche de financement pour le Congrès International des Mathématiques de l'Education (ICME) qui se tiendra en juillet à Séoul. La SMF a appuyé la demande de soutien faite auprès du CNFM[23] mais le financement des conférenciers reste insuffisant.

*APMEP*

L'APMEP a organisé lors de ses journées annuelles fin octobre 2012 une table ronde sur le thème « Quelles urgences pour l'enseignement des mathématiques ? » Aviva Szpirglas y représentait la SMF. Il y avait également des représentants de l'ADIREM[24], de la CFEM, de Femmes & Mathématiques et d'*Animath*. Les principaux points évoqués ont été :

– la formation initiale des maîtres (masterisation),
– la situation de la formation continue des enseignants,

[21] Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques.
[22] Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques.
[23] Comité National Français de Mathématiciens.
[24] Association des Directeurs d'IREM.

– l'image des mathématiques dans le grand public,
– la réforme des lycées (avec des risques de disparités entre les établissements avec l'organisation de laccompagnement personnalisée).

*Action sciences*

Le collectif *Action sciences* créé en 2002 regroupe actuellement treize sociétés savantes et associations de spécialistes en mathématiques, physique, chimie, sciences de la vie et de la terre. Valérie Girardin et Yann Lefeuvre y représentent la SMF. Il travaille sur l'enseignement secondaire et sur l'articulation lycée enseignement supérieur en sciences. Cette année, il a porté son attention sur les modalités d'élaboration des nouveaux programmes de CPGE qui devront être mis en œuvre en septembre 2013. Le collectif a publié un communiqué en février, pour demander : une présentation publique du processus d'élaboration ; que les groupes d'écriture des programmes intègrent et consultent des enseignants ayant actuellement en charge les élèves qui constitueront la promotion 2013-2014 de CPGE ; que des informations soient données régulièrement pour que tous les intervenants extérieurs puissent réagir en temps utile afin que leurs remarques soient prises en compte dans la finalisation des programmes.

*Groupe de travail CTI/SMF/SMAI/SFdS*

En 2011/2012, ce groupe de travail CTI[25]-SMF-SMAI-SFdS a échangé sur le programme des classes préparatoires aux grandes écoles d'ingénieurs. La SMF y est représentée par Guy Chassé et Pierre Loidreau ; Olivier Lafitte participe aussi aux réunions.

Le groupe est parti du constat que la réforme des lycées allait nécessairement aboutir à la réforme des programmes des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques, et donc avoir un impact sur l'enseignement en écoles d'ingénieurs, d'où une interrogation des enseignants de mathématiques de ces écoles.

L'objectif était d'anticiper la nécessaire réforme pour être force de propositions si l'Inspection Générale chargée de l'écriture du programme sollicitait le groupe. Les propositions faites par le groupe qui n'a pas vocation à écrire les programmes ont été transmises à l'UPS.

Dans ce cadre, des inspecteurs généraux sont venus présenter la philosophie de la rédaction des programmes de classes préparatoires. Ceux-ci doivent être officiellement bouclés pour fin 2012.

Ce groupe est un lieu de rencontre (le seul) où peuvent échanger librement tous les acteurs liés à l'enseignement des mathématiques en écoles d'ingénieurs faute de cadre institutionnel. Les acteurs majeurs sont : la CTI, les enseignants de mathématiques dans les écoles d'ingénieurs, l'inspection générale et l'UPS. Il a été initié par les sociétés savantes et la CTI.

### Autres actions

*Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et au collège*

Cette conférence, organisée à l'initiative de la DGESCO[26], a eu lieu dans le cadre de la Semaine des Mathématiques, le 13 mars 2012 à l'IFE (Lyon).

[25] Commission des Titres d'Ingénieurs.
[26] Direction Générale de l'Enseignement Scolaire.

Elle est l'aboutissement du travail du Comité Scientifique qui a auditionné une quarantaine de personnalités, experts français ou étrangers, institutionnels ou chercheurs. Celui-ci devait présenter un état des lieux concernant la recherche en didactique des mathématiques et la transmission des résultats dans les classes. La conférence du 13 mars portait sur le calcul et l'algèbre. Aviva Szpirglas a assisté à cette conférence.

*Journée de rencontre et débat autour des problématiques d'ouverture sociale via les études supérieures*

Cette journée était organisée par l'association Paestel et se terminait par un débat sur ce thème de l'ouverture sociale. Aline Bonami était présente pour la SMF. Elle a présenté les actions, réflexions et propositions de la SMF dans ce sens, qui vont au delà de l'enseignement et concernent aussi les actions « Grand Public ».

### Groupes de travail

*Enseignement en licence*

Avec la mise en place de cette nouvelle licence, les interrogations sur l'enseignement en licence, sur l'attractivité des licences de mathématiques et sur la réussite des étudiants dans cette licence restent très présentes. Un groupe de travail de la CE (qui réunit Martine Queffélec, Sandra Delaunay et Marie-Jeanne Perrin) a réfléchi à ces points et un texte issu de ces réflexions est en cours d'élaboration. Voici le début de cette réflexion, qui est un constat sur la situation de nos licences.

Les filières scientifiques générales proposées à l'université (et la licence en particulier) semblent de moins en moins attractives si on en croit les chiffres. Par ailleurs, la carrière d'enseignant, qui s'est dégradée inexorablement ces dernières années, tant en image qu'en pénibilité du travail, et qui s'est alourdie tout dernièrement d'une réforme absurde (« masterisation »), ne fait plus recette ; or les concours de l'enseignement constituaient un débouché important pour nos étudiants de licence.

*Master*

Les masters de mathématiques restent une préoccupation dans beaucoup d'universités. Il semble nécessaire de réfléchir à l'avenir de la masterisation de la formation des enseignants. Un groupe de travail s'est donc constitué sur ces thèmes (Geneviève Allain, Frédérique Petit, Jean-Pierre Borel, Aviva Szpirglas). Ce groupe est prêt à accueillir qui désire participer à cette réflexion. Une enquête sur les masters de mathématiques, qui viendra compléter les données recueillies lors de l'enquête menée en 2010/2011, est en cours. Un texte est en préparation ainsi qu'une réunion de responsables de masters.

*Géométrie*

Lors de la réunion de la commission enseignement du 20 janvier, la question de la quasi disparition de l'enseignement de la géométrie a été évoquée. Les participants ont pensé que cette évolution – que l'on peut caractériser comme historique au moins à l'échelle d'un siècle et dont il conviendrait d'évaluer l'ampleur des conséquences – mérite la poursuite de la réflexion de la SMF. Un premier travail ayant comme objectif la publication d'un article dans la *Gazette* a été engagé. Un groupe de travail a été constitué qui réunit Daniel Perrin et trois membres de la commission enseignement Guy Chassé, Michel Fréchet et Jacques Wolfmann. Ce groupe est prêt à accueillir qui se reconnaît dans le programme annoncé. Un texte est en préparation.

## Secteur grand public

### Cycle de conférences « Un texte, un mathématicien »

Pour la huitième année consécutive, la SMF organise avec *Animath* et la BnF un cycle de quatre conférences annuelles intitulé « Un texte, un mathématicien » qui se déroule dans le grand auditorium de la Bibliothèque nationale de France (site François Mitterrand). Des mathématiciens sont choisis pour évoquer pendant une heure et demie un texte, une lettre, un article d'un mathématicien célèbre, qui les aura marqués voire qui aura joué un rôle important dans leur carrière de chercheur. Quatre conférences ont eu lieu :

– le 18 janvier 2012 : « les colonnes de Gergonne, dualité, controverse et paradoxe » par Emmanuel Giroux ;

– le 8 février 2012 : « science à partir d'une feuille de papier » par Tadashi Tokieda ;

– le 14 mars 2012 : « C.-F. Gauss et les débuts de la théorie des nombres moderne » par Jean-Benoît Bost ;

– le 4 avril 2012 : « Lagrange et le calcul des variations : le calcul révolutionnaire du jeune mathématicien turinois » par Sylvia Serfaty.

Comme chaque année la SMF et *Animath*, avec les inspecteurs de mathématiques des trois académies de l'Île-de-France, organisent la venue de nombreuses classes de lycées à ces conférences. Certaines de ces classes bénéficient en outre d'une conférence préparatoire, dans leur établissement, par un enseignant-chercheur volontaire. Environ 600 lycéens ont pu participer en 2012. Ce chiffre, en forte augmentation, atteste du succès de ce cycle de conférences.

L'an passé, la SMF a souhaité étendre le cycle en province et a pour cela obtenu l'accord de la BnF. L'organisation d'une conférence dans une ville de province se fait par une prise de contact directe entre les responsables du cycle et les organisateurs locaux, à l'initiative des uns ou des autres. Il peut s'agir de reprendre un exposé ayant déjà été donné à Paris, ou de proposer un nouveau conférencier sur une nouvelle thématique. À cette occasion, un comité scientifique a été constitué ; il se compose actuellement de Martin Andler, Nalini Anantharaman, Serge Cantat, Christoph Sorger et Gilles Pagès.

Quatre conférences ont été programmées en 2012 :

– le 21 septembre 2012 : « Poincaré et le chaos dans le système solaire » par Jacques Laskar, à Nancy (en partenariat avec le cycle Sciences et société),

– le 24 mai 2012 : « Lagrange et le calcul des variations : le calcul révolutionnaire du jeune mathématicien turinois » par Sylvia Serfaty à Nancy, (en partenariat avec le cycle Sciences et société),

– le 25 avril 2012 : « les prodigieux théorèmes de Monsieur Nash » par Cédric Villani à Nancy, (en partenariat avec le cycle Sciences et société),

– le 8 février 2012 : « une erreur féconde du mathématicien Henri Poincaré » par Jean-Christophe Yoccoz à Amiens.

Nous pouvons déjà dire[27] que les conférences de Cédric Villani et Jean-Christophe Yoccoz ont eu un immense succès, grâce au travail remarquable des organisateurs locaux, El-Haj Laamri et Jean-Paul Chehab. Elles ont chacune attiré entre 700 et 800 personnes (dont environ 500 lycéens) soit autant que les quatre conférences parisiennes réunies. Cela nous confirme dans la volonté de poursuivre cette action en l'amplifiant, et une demande a été déposée en ce sens auprès de *Cap'Maths*.

### Cycle de conférences : « Une question, un chercheur » à l'IHP

Ce cycle organisé par la SMF et la SFP, en collaboration avec l'IHP et l'UPS, continue avec succès avec l'aide de Nicolas Tosel. Il se déroule à l'IHP et est destiné aux élèves du premier cycle du supérieur (université et classes préparatoires). Les conférenciers sont aussi invités à parler de leur métier de chercheur. Une seule conférence a eu lieu cette année, la conférence de Michel Spiro prévue le 6 avril ayant été reportée. Jean-Christophe Yoccoz a donné le 18 novembre 2011 une conférence intitulée « Billards », qui a connu un très grand succès, avec de très nombreuses questions de la part des étudiants. La vidéo est maintenant accessible sur le web.

### Promenades mathématiques

Les Promenades mathématiques sont une initiative destinée à favoriser la diffusion de la culture mathématique auprès de tous les publics. Elles sont organisées par la SMF et *Animath*. Benoît Rittaud, qui a œuvré de manière active à la création des Promenades, puis pendant six ans à leur développement et à leur succès, vient d'en céder la responsabilité à Christian Mercat.

Ce sont des ateliers ou des conférences, pouvant être interactifs, de vulgarisation des mathématiques dans des cadres divers : établissements scolaires, mais aussi associations, médiathèques, lieux de culture (expositions commentées, conférences tout public, ateliers) comités d'entreprises (conférences pendant les pauses déjeuners, pour les soirées, ...), manifestations scientifiques ou culturelles, etc. L'ensemble des conférences disponibles est regroupé dans un catalogue en ligne. Les offres et demandes de conférences peuvent se faire sur le site internet de la SMF. Un comité scientifique a été créé afin de réfléchir à un enrichissement du catalogue. Nous souhaiterions que l'offre soit mieux répartie sur le territoire, et qu'elle puisse suivre de plus près l'actualité mathématique (année Poincaré, Galois, ...). Une demande a été faite à *Cap'Maths*.

### Participation à des salons

La SMF continue d'être présente sur divers salons dont les enjeux sont liés à la connaissance, la recherche et la diffusion des sciences. La SMF était notamment présente au salon de l'éducation, en novembre 2011, où les sociétés de mathématiques étaient accueillies sur le stand de l'ONISEP. Ce salon nous permet de renseigner de nombreux étudiants sur les métiers des mathématiques, grâce aux collègues qui viennent animer le stand. De plus, il donne une visibilité accrue à nos sociétés auprès du grand public. Les sociétés savantes de mathématiques ont aussi tenu un stand au salon de l'ADREP fin janvier 2012. Ce salon permet d'aider les lycéens à faire un choix parmi les études possibles après le bac. Comme chaque année la SMF a pris part activement au salon organisé fin mai à l'UPMC (Jussieu)

[27] À la date de rédaction de ce rapport

par le Comité International des Jeux Mathématiques, où elle a partagé un stand avec la SMAI, la SFdS et Femmes et mathématiques. La mise à notre disposition d'un extrait de l'exposition « Des Maths... partout ? » par l'association Scientipôle Savoirs et Sociétés a beaucoup contribué à l'attractivité du stand.

### Deuxième édition de la brochure « L'explosion des mathématiques »

La SMF et la SMAI ont réalisé en juillet 2002 une brochure intitulée « L'explosion des mathématiques ». Elle a bénéficié de la collaboration de nombreux collègues et a pour but de montrer à un large public l'intérêt et la modernité des mathématiques, et d'expliquer les enjeux de la recherche. La première édition de la brochure a été tirée à 15000 exemplaires, et est maintenant épuisée : elle a été largement distribuée lors des Fêtes de la Science et autres manifestations mathématiques. Une seconde édition est en cours de préparation, avec de nouveaux partenaires : la SFdS et la Fondation sciences mathématiques de Paris. Un comité scientifique a été constitué en 2011, coordonné par Anne De Bouard (SMAI), où la SMF est représentée par Nalini Anantharaman, Yann Ollivier et Filippo Santambrogio.

Le travail de collecte des articles scientifiques est pratiquement achevé : environ 25 articles ont été rassemblés, portant sur des thèmes très variés, comme la restauration de vieux films, la climatologie, le théorème de Green-Tao sur les nombres premiers, ... Au final, le projet se compose de la réalisation d'une brochure papier d'environ 120 pages, tirée à 20 000 exemplaires, d'une plaquette de présentation de deux pages, d'un site web dédié et d'un diaporama. L'achèvement de ce projet dans des conditions optimales a été chiffré à 56 000 euros. Compte-tenu des soutiens financiers déjà réunis, une demande de subvention de 24500 euros a été déposée auprès de *Cap'Maths* pour compléter le financement.

### Cap'Maths

La SMF a été présente dans toutes les étapes de la constitution de *Cap'Maths*. Un représentant de la SMF siège au comité d'orientation de *Cap'Maths*.

## Publications

### État des publications

La situation des publications est saine. Toutes les séries sont à peu près en rythme, sans retard notoire et avec un futur bien engagé. Les trois priorités restent la qualité, tant au niveau du contenu que de la forme, le service aux auteurs et le service à la communauté. L'effort de surveillance des différentes collections, pour aller vers un pilotage plus fin, continue.

### Faits à signaler

– Conformément à ce qui a été annoncé en septembre 2010 et juin 2011, la SMF a entrepris la mise en place d'un système de pilotage (appelé MISP) des publications, afin de centraliser les principales données (coûts, prix, tirages, ventes à un an, à cinq ans, nombres d'abonnements, ...). Une idée de ce qui doit être ou pas commence à émerger ; il faut des données mais pas trop. La comptabilité donnera aussi dorénavant deux états par an, en octobre et en mars.

– L'entreprise de normalisation des relations avec les intervenants extérieurs s'est poursuivie. Laurent Koelblen qui assure le suivi informatique vient à présent à date fixe ; Yannis Haralambous, qui est le composeur principal, aura probablement sous peu un contrat annuel a minima. Ceci permet à chacune des parties de gagner en prévisibilité, sans rigidifier le système.

– Les relations avec Numdam et la cellule Math Doc de Grenoble sont aussi en cours de normalisation : la SMF leur donne les méta-données dès parution ; ils archivent *le Bulletin de la SMF*, *les Mémoires de la SMF*, *les Annales de l'ENS*, la sous-collection d'*Astérisque* constituée des séminaires Bourbaki, et bientôt, *La Revue d'Histoire des Mathématiques* et les rendent disponibles en accès libre sur leur site au bout de dix ans.

– La SMF a entamé la mise en place d'un partenariat avec les pays en développement. Les conditions proposées sont actuellement les suivantes : pour peu que l'université d'accueil (ou un tiers) paye les frais de port, la SMF donne tous les livres et revues demandées à partir d'une liste constituée des ouvrages parus depuis au moins six ans et dont il reste encore plus de cinquante (vingt pour certaines collections) exemplaires. Le Bureau décide au cas par cas pour savoir si une université est éligible ou pas, mais l'idée globable est de pourvoir aux demandes dans des centres territorialement espacés. Cette action a eu lieu avec le Sénégal, et est en cours avec le Mali et le Burkina Faso.

– La publication des œuvres de Laurent Schwartz en collaboration avec l'École Polytechnique et Numdam, dans la collection *Documents Mathématiques* est achevée. La souscription ouverte a bien fonctionné.

– En ce qui concerne les publications, un rapport détaillé par publication sera ultérieurement présenté, mais voici quelques faits saillants.

◦ *La Revue d'Histoire des Mathématiques* a publié avec succès un volume spécial (RHM 17-2, dit volume Galois). Ceci a demandé un gros effort pour que le volume sorte en temps et en heure, mais le résultat est à la hauteur de nos attentes.

◦ La SMF a produit en partenariat avec le Center for the Study of Language and Information de l'université Stanford deux volumes d'œuvres de Donald Knuth. Ceci est conforme à la volonté d'ouverture à la fois vers l'informatique théorique et vers les aspects historiques (le premier volume porte sur l'histoire de l'informatique).

◦ Après quatre années sans parution, la collection *Documents Mathématiques* a fait un travail important en publiant cette année six nouveaux volumes (trois volumes de Selecta des œuvres de Laurent Schwartz, les deux volumes SGA III-1 et III-3, et un volume sur la correspondance Cartan-Weil). Le lancement de ces ouvrages s'est plutôt bien passé et a nécessité un effort particulier de promotion ; leur vente devrait continuer dans les années prochaines.

◦ *La série T* a publié une traduction d'un livre d'Ehrhard Behrends. Ce livre a été très bien accueilli et la SMF a là aussi accentué son effort de promotion.

◦ La remise en état de fonctionnement de *Séminaires & Congrès* est quasiment terminée.

– L'entreprise de rénovation de la partie publication du site web a pris beaucoup de retard : les investissements dans la partie facturation ont été beaucoup plus lourds que prévus. En ce moment le projet contient trois étapes :

◦ La rénovation complète de l'informatique qui gère le flux rédactionnel (soumissions, arbitrages, courriers divers aux auteurs, composition, production de certaines statistiques). Le but est notamment de permettre aux comités éditoriaux de pouvoir agir plus facilement. Cela facilitera la communication interne et soulagera le poste de Nathalie Christiaën.

◦ Recréation de la base des articles, production du catalogue, articulation avec la base de données des prix.

◦ Création de la présentation web à proprement parler. Les discussions préliminaires privilégient une présentation très à plat et non aussi hiérarchique qu'actuellement. Il faudra aussi probablement ajouter une série d'interrogations toutes faites pour les nouveaux venus.

La SMF finalise avec Yannis Haralambous un cahier des charges pour les deux premières étapes [qui sont liées], ce qui résultera rapidement en un devis. Si tout se passe bien, ces deux parties seront en place dès novembre de cette année. Il sera alors facile de démarcher une entreprise spécialisée dans la création de sites web pour la dernière étape.

– Suivi informatique : il s'agit là du second aspect du volet informatique. Le serveur principal s'est arrêté en décembre 2011, en détruisant une partie des données. Laurent Koelblen a par chance réussi à récupérer ces données à partir de copies partielles éparpillées. Cela a, qui plus est, demandé un travail non négligeable. La SMF a décidé de sécuriser ce serveur.

– La SMF essaye d'intensifier la présentation de ses publications aux conférences. Cette année, Valérie Girardin était chargée des stands et a notamment pris en charge l'organisation de la sélection des ouvrages. Une personne pour prendre cette fonction dans le futur est recherchée. La SMF dispose à Paris d'une personne en moins cette année par rapport à l'année dernière. Le montage de stands lors de manifestations extérieures à l'IHP ou au CIRM se heurte parfois à des obstacles matériels ou administratifs. Les stands sont régulièrement présents à Luminy et une demande de sélection d'ouvrages à présenter est désormais automatiquement incluse dans le dossier d'organisation d'une conférence au CIRM. Enfin, la SMF a décidé d'offrir une réduction de 20% sur les ventes faites sur stands, et un point sera fait l'année prochaine sur cette mesure.

– Les envois de stock vers l'AMS ont été réduits, les divers modes d'envoi ont été modifiés pour diminuer les coûts, les tirages ont été diminués en général et l'effort d'adéquation entre tirages et demandes se poursuit.

– La collaboration entre le directeur adjoint (poste qui a été créé l'année dernière) et le directeur pour les publications est fructueuse.

### Perspectives

Il va de soi que dans le monde actuel, il faut mettre un accent particulier sur l'interface informatique. Plusieurs arguments vont dans ce sens : l'évolution technologique, la volonté d'une ouverture accrue à l'international, et celle d'une présence plus forte auprès d'un public moins spécialisé. Cette dernière raison est particulièrement soutenue par le contexte du renforcement des diverses actions vers un public plus large.

Voici quelques points spécifiques.

– La collection *Séminaires & Congrès* évolue. Elle va dorénavant mettre un accent particulier sur les écoles d'été et notamment sur les écoles d'été du CIMPA. En particulier ces volumes bénéficieront dorénavant d'une présentation uniformisée et d'un effort de composition spécial, lequel sera réalisé par Michèle Loday.

– La SMF envisage un contrat de distribution avec des distributeurs chinois, en prenant appui sur son contrat avec Hindustan Book Agency.

– Un ordre permanent d'achat, sous la forme d'un engagement plafonné, concernant les collections *Documents Mathématiques*, *La Série T* et *Cours spécialisés* est en cours de mise en place pour la France.

– Concernant les possibles rééditions, les tarifs des imprimeurs sur les petits tirages (50 copies de façon typique) sont actuellement à l'examen.

### Conclusion

Les publications se portent bien mais le retard pris dans le développement d'une interface web moderne est préoccupant, tant pour notre présence en France qu'à l'international. Il est aussi important pour le futur de développer les activités liées aux ventes de livres.

## Rapport financier, année 2011

### Grandes masses de l'exécution du budget de la SMF seule

Le volume total des produits est de 1215 kE en 2011 dont 574 kE de recettes (pour 1163 kE en 2010 dont 610 kE de recettes). Le volume total des charges est de 1295 kE en 2011 dont 910 kE de dépenses (pour 1170 kE en 2010 et 838 kE de dépenses).

*Produits d'exploitation, produits exceptionnels et produits financiers*
Ce sont essentiellement les ressources dues aux ventes de produits finis, cotisations, subventions. Les produits financiers représentent la rémunération des fonds placés.

(1) Ventes de marchandises : 423 kE (contre 475 kE en 2010, 427 kE en 2009). Cette baisse des recettes est due à une diminution des ventes des revues en France et surtout à l'étranger.

(2) Cotisations diverses dont abonnement à la *Gazette*, report 2010, et prestations de service : 150 kE (à comparer avec 135 kE en 2010).

(3) Autres produits d'exploitation (production stockée, reprises de provision, subventions) : 630 kE (contre 544 kE en 2010).

(4) Produits financiers : en augmentation sensible, 10 kE (contre 4,1 kE en 2010). Ceci est dû aux conseils judicieux de la conseillère financière de la BNP sur les placements des fonds de la SMF.

*Charges d'exploitation*
Ce sont essentiellement les charges dues au personnel, les achats divers, les impôts et taxes.

(1) Masse salariale
Le montant des salaires, hors charges, de l'ensemble du personnel est de 359 kE, il faut ajouter 157 kE de charges. Par ailleurs les salaires du personnel SMF détaché au CIRM nous sont intégralement remboursés (158 kE en 2011).

Les chiffres de la masse salariale globale des années précédentes sont :

- en 2010 : 341 kE et 146 kE de charges,
- en 2009 : 295 kE et 125 kE de charges,
- en 2008 : 288 kE et 116 kE de charges.

La masse salariale a augmenté en 2010 et 2011 (embauche d'un salarié à mi-temps à Paris pour l'installation d'un nouveau système de gestion, embauche d'un salarié à mi-temps à Paris au Service des Publications en CDD jusqu'à septembre 2011, embauches à la cellule de diffusion SMF en partie pour compenser des départs).

L'installation du nouveau système de gestion de la SMF est un travail plus long que prévu au départ mais indispensable, l'intérêt de ce travail apparaît au fur et à mesure de la mise en service des nouvelles fonctionnalités et va permettre la gestion à distance entre nos personnels de Paris et Marseille ; ceci facilite déjà la tâche de chacun de manière sensible. Cela a un coût et explique une partie du déficit en 2011 comparativement aux années précédentes.

De nouvelles revues voient le jour et différentes actions vers le grand public (par exemple livre de la série T, organisation ou parrainage de manifestations à Paris ou en province) ont accru les tâches de nos salariés. Tout ceci a rendu nécessaire le maintien global du nombre de salariés.

(2) Frais de fabrication et composition

Les frais de fabrication (hors composition) s'élèvent à 130,6 kE (106 kE en 2010, 85 kE en 2009, 90 kE en 2008). Les frais de composition sont de 41 kE (39 kE en 2010). Cette augmentation s'explique par la parution de nombreux volumes en 2011 : rattrapage de retard de publications de revues, publication de six numéros de *Documents Mathématiques*, publication d'un livre de la *Série T*, publication de l'édition franco-canadienne des deux livres de Donald Knuth.

(3) Honoraires, assurances, loyers, publicité

Les honoraires (13 kE pour l'expert-comptable et le commissaire aux comptes) et assurances (2 kE) sont à peu près stables. Le loyer versé à l'IHP a doublé depuis 2010 conformément au vote du CA de l'IHP. Il faut ajouter dans cette rubrique le salaire de 7,5 kE versé à un personnel intérimaire embauché à l'automne pour aider à la comptabilité. À noter 6 kE dans la rubrique « publicité » dus aux différentes actions publicitaires en direction de la communauté mathématique et du grand public.

(4) Frais informatiques

Ils s'élèvent à 9,8 kE (6,7 kE en 2010). L'augmentation est due à l'achat de nouveaux logiciels.

(5) Affranchissements

Le poste affranchissement, toutes revues confondues, est de 89 kE en 2011, il était de 95 kE en 2010. Des changements de contrats à Paris et Marseille ont permis cette diminution malgré l'augmentation des opérations.

(6) Impôts et taxes

Ce poste est passé de 26 kE en 2010 à 32 kE en 2011.

### Les revues de la SMF

Un retard dans les publications avait été constaté en 2007 et 2008. En 2010, la situation s'est améliorée et elle s'est stabilisée en 2011. Certaines revues de 2011 n'ont pas pu être livrées avant la fin de l'année mais le seront avant l'été. C'est un point positif pour la SMF.

Dans un souci de minimiser les coûts de dépréciation des stocks, il faudrait être attentif sur l'adéquation entre le nombre de tirages et le nombre d'exemplaires vendus, sachant bien que la situation soit différente pour une revue comme *Bulletin* ou *Mémoires*, et pour *Astérisque* ou un livre de *Documents Mathématiques*. Une étude est en cours sur ce point.

L'exécution du budget 2011 fait apparaître un déficit global du poste des Publications. *Astérisque* est largement excédentaire. L'ensemble *Bulletin et Mémoires* est déficitaire pour des raisons qu'il faudra analyser (édition électronique, retard dans la parution des *Mémoires*, effet indirect de l'archivage NUMDAM, ... ?). Les autres revues sont à peu près à l'équilibre ou faiblement déficitaires comme les années précédentes. La nouvelle politique de paiement de l'AMS qui n'honore ses dettes qu'une fois qu'elle a reçu tous les numéros de l'année crée des difficultés de trésorerie.

Il y a eu, en 2011, une production exceptionnelle, par la qualité et par le nombre, d'ouvrages de mathématiciens prestigieux. Cette production contribue à l'image de marque de la SMF, et sa vente va s'étaler sur plusieurs années ; il faudra rester vigilant sur la publicité faite à ces ouvrages.

### Budget du CIRM

Le CIRM est, depuis 2000, une Unité Mixte de Service placée sous la responsabilité conjointe du CNRS-INSMI et de la SMF. Une convention signée le 7 décembre 2010 a eu pour objet de fixer la répartition des domaines d'intervention entre l'unité CNRS et la SMF : par l'intermédiaire du CNRS, le CIRM apporte le contenu scientifique des rencontres mathématiques, par ailleurs le CIRM confie à la SMF l'organisation et la gestion des rencontres mathématiques.

Dans ce rapport figurent donc uniquement les comptes de résultats des finances prises en charge par la SMF.

Les comptes de résultats du CIRM pour 2011 sont presque à l'équilibre avec un excédent de 10 kEuros. En 2010, l'excédent comptable était beaucoup plus important mais s'expliquait par la nouvelle politique du CNRS pour un soutien plus important des nuitées.

Les produits d'exploitation (contributions des congressistes et subventions diverses) s'élèvent à 1820 kEuros (1717 kE en 2010 et 1321 kE en 2009). Cette augmentation régulière traduit une belle vitalité du CIRM : augmentation constante du nombre de nuitées, élargissement de ses domaines d'intervention aussi bien au point de vue des thématiques que du public... Ces produits comprennent, entre autres, les contributions des congressistes (607 kE).

Les subventions de différents organismes pour l'organisation des rencontres s'élèvent à : 391 kE du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, 46 kE d'Aix-Marseille Université (AMU), 30 kE du Conseil Régional, 14 kE de la ville de Marseille.

Il faut ajouter en 2011 les subventions pour financement exceptionnel de travaux : 300 kE puis 200 kE du MESR pour la rénovation des bâtiments.

Les charges d'exploitation s'élèvent à 1821 kE (1751 kE en 2010 et 1637 kE en 2009). Elles comprennent, entre autres, la redevance à Eurest (société chargée de la restauration et de l'entretien) de 902 kE (846 kE en 2010), des charges de maintenance et petit entretien, les impôts et les taxes.

Les grands travaux de rénovation de la bastide, à l'origine chiffrés à 560 kE, se sont élevés à 800 kE (pour des raisons de mises en sécurité). Ils ont pu être financés par les subventions exceptionnelles mentionnées plus haut et une réserve de 261 kE.

La création des Laboratoires d'Excellence (CARMIN, Archimède) dont fait partie le CIRM diversifie ses ressources financières mais crée aussi de nouveaux engagements (voir le paragraphe 2.1 de ce rapport moral).

### Conclusion sur la situation financière de l'ensemble SMF/CIRM

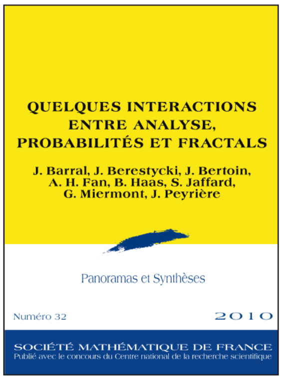
Les comptes du CIRM sont légèrement excédentaires ; les comptes de la SMF sont déficitaires de 80 kEuros pour des raisons essentiellement conjoncturelles. L'augmentation de la masse salariale est principalement due à l'installation d'un nouveau système de gestion ; ces dépenses sont un investissement pour l'avenir. L'augmentation des frais de fabrication et de composition d'ouvrages s'explique par la parution exceptionnelle de livres prestigieux (Schwartz, Grothendieck, Cartan-Weil, ...). Les années qui viennent montreront l'intérêt d'un tel investissement.

Globalement la situation financière de l'ensemble SMF/CIRM est saine.

## Remerciements

Le rapport moral fait le bilan de l'ensemble des activités menées au sein de la SMF depuis un an. Il est le reflet du travail effectué par le personnel de la SMF et de très nombreux bénévoles, que nous remercions. Citons en particulier les membres du Bureau, du Conseil d'Administration et du Conseil Scientifique de la SMF, les directeurs et les membres de nos comités de rédaction, et tous ceux que nous sollicitons, ponctuellement ou régulièrement, et qui offrent leur temps et leurs compétences avec une très grande générosité. Nous adressons un remerciement particulier à celles et ceux qui quittent le CA après parfois deux mandats et qui ont beaucoup donné pour la SMF.

Ce rapport a été rédigé par Jean-Paul Allouche, Nalini Anantharaman, Yves Aubry, Arnaud Beauville, Clotilde Fermanian, Patrick Foulon, Valérie Girardin, Bernard Helffer, Pierre Loidreau, Olivier Ramaré, Emmanuel Russ, Aviva Szpirglas, San Vu Ngoc, Micheline Vigué, avec l'aide de Sabine Albin, Nathalie Christiaën, Christian Munusami, Lilia Cingal et Claire Ropartz.




## Panoramas et Synthèses

## **Dernières parutions**

PS30
**Quelques aspects des systèmes dynamiques polynomiaux**
Serge Cantat, Antoine Chambert-Loir, Vincent Guedj
(ISBN 978-2-85629-338-6)

PS31
**Variétés rationnellement connexes : aspects géométriques et arithmétiques**
Laurent Bonavero, Brendan Hassett, Jason Starr, Olivier Wittenberg
avec une introduction de Jean-Louis Colliot-Thélène
(ISBN 978-2-85629-339-3)

PS32
**Quelques interactions entre analyse, probabilités et fractals**
Julien Barral, Jean Bertoin, Aihua Fan, Stéphane Jaffard, Jacques Peyrière, Julien Berestycki, Bénédicte Haas Grégory Miermont
(ISBN 978-2-85629-313-3)

Prix public par exemplaire* : 40 € - prix membre* : 28 €
* frais de port non compris

**Société Mathématique de France**

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F - 75231 PARIS CEDEX 05

**http://smf.emath.fr**

# MATHÉMATIQUES

## Poincaré et les développements asymptotiques (Première partie)

Jean-Pierre Ramis[1]

### 1. Introduction

On considère que Poincaré est l'inventeur de la notion de développement asymptotique. En fait cette notion apparaît informellement avant lui (chez Euler, Stokes, Cauchy...) et il est plus juste de dire que Poincaré a le premier dégagé le concept avec ses propriétés (notamment les opérations : addition, multiplication, intégration, substitutions...) et l'a appliqué dans des situations « très générales » : d'abord à l'étude des équations différentielles linéaires, puis à celle des développements perturbatifs en mécanique céleste (également en relation avec des équations différentielles[2]).

Je vais décrire l'approche de Poincaré et le cadre de ses réflexions à partir des textes originaux en la comparant à celles de ses prédécesseurs puis à celle, subtilement différente, de son contemporain Stieltjes[3]. Je terminerai, dans la deuxième partie de cet article, par l'évolution des choses depuis Poincaré, en mettant en évidence quelques « inflexions du regard » durant les dernières décades. Vu l'abondance de thèmes en plein développement (en particulier en physique) je ne pourrai que les esquisser très brièvement en donnant un guide d'accès avec des repères bibliographiques. J'espère en tout cas montrer à quel point les préoccupations asymptotiques de Poincaré restent d'actualité.

Une lecture attentive de Poincaré montre qu'il sait parfaitement que, dans le cadre des applications qu'il considère (systèmes dynamiques rationnels ou analytiques réels), les développements asymptotiques ont très souvent « de bien meilleures propriétés » que celles qu'il énonce dans sa définition (on signalera plus loin, dans le deuxième volet de cet article[4], quelques résultats précis, assez « spectaculaires », dans cette direction). Ceci peut expliquer qu'il n'ait pas du tout tenté d'améliorer cette définition, contrairement à Stieltjes qui a donné

---

[1] Institut de France (Académie des Sciences) et Institut de Mathématiques, CNRS UMR 5219, équipe émile Picard, U.F.R. M.I.G., université Paul Sabatier (Toulouse 3), 31062 Toulouse Cedex 9

[2] Dans ce cas les EDO sont non-linéaires et le développement n'est plus en la variable indépendante $x$ mais en un petit paramètre $\mu$ (par exemple un rapport de masses).

[3] Toujours à partir des textes originaux.

[4] À paraître dans la *Gazette* d'octobre 2012.

indépendamment (et la même année !) la même définition et a poursuivi dans une toute autre direction. Poincaré formalise au minimum, et pour le comprendre il faut absolument, on va le voir, lire entre les lignes ou plutôt entre les calculs[5].

Dans un « poster » sur J. Hadamard[6], Pierre Pansu écrit :

*« À la fin du XIX$^{e}$ siècle, la question de la stabilité du système solaire sur un temps très long est d'actualité. En prouvant la divergence des séries de perturbations étudiées par les astronomes, Henri Poincaré a montré les limites des méthodes analytiques et ouvert la voie à une approche plus qualitative. »*

Ce texte traduit parfaitement l'interprétation aujourd'hui courante de la rupture inaugurée par Poincaré, mais cette interprétation est selon moi trop réductrice. En fait la divergence montre seulement les limites des méthodes analytiques *basées exclusivement sur les séries convergentes*, mais il y en a d'autres que Poincaré met systématiquement en œuvre, renouant (consciemment ou non) avec quelques notables prédécesseurs (Euler, Cauchy, Stokes...), de plus chez lui, en beaucoup d'endroits significatifs, la divergence est étroitement et explicitement liée à des approches qualitatives, elle est d'une certaine façon en symbiose avec celles-ci.

Ainsi, dans le regard contemporain sur l'œuvre de Poincaré les questions de divergence de séries (à l'exception notable des problèmes de *petits dénominateurs*[7]) semblent être passées à l'arrière plan et je crois qu'il y a une certaine méconnaissance de la signification de ce que Poincaré a réellement écrit et de certaines de ses préoccupation essentielles. Il y a bien avec lui une rupture épistémologique dans l'étude des systèmes dynamiques[8] mais elle est plus subtile que ce que l'on en dit d'habitude : il y a un « chaînon manquant » que je vais tenter de mettre en évidence en suivant quelques « slogans » :

divergence = « splitting » infiniment plat de solutions
(ambiguïté, phénomène de Stokes...)
« splitting » +conservation des aires = géométrie compliquée
(homoclinic tangle)
géométrie compliquée = non intégrabilité.

Autrement dit nous allons voir que, chez Poincaré, la divergence change de statut, au lieu d'être la manifestation d'un échec, elle devient un outil ![9]

---

[5] Ainsi, dans [7], N. Bourbaki ne comprend guère l'importance de la démarche de Poincaré dans [24], la réduisant à *codifier les règles élémentaires des développements asymptotiques*...

[6] Poster pour une exposition commandée par la Bibliothèque Jacques Hadamard.

[7] Théorème KAM...

[8] J.-C. Yoccoz écrit dans [44] : *« Il va traiter les équations différentielles comme des objets géométriques, une révolution conceptuelle qui ouvre des perspectives complètement inédites »* .

[9] Comme on le verra plus loin (cf. 2.3) Stokes pensait de même en montrant que l'on peut calculer bien plus efficacement avec des séries divergentes qu'avec des séries convergentes. Rappelons aussi qu'Euler avait deviné l'équation fonctionnelle de la fonction $\zeta$ en utilisant des séries divergentes [16, 29, 30].

## 2. Précurseurs : Euler, Cauchy, Stokes

### 2.1. Deux exemples

Deux exemples apparaissent en leitmotiv dans toute l'histoire du sujet depuis Euler, et en particulier chez Poincaré : la *série d'Euler* et la *série de Stirling*. C'est essentiellement à partir de ces deux exemples qu'émergent presque toutes les théories dont, on va le voir, celle de Poincaré.

#### *2.1.1. La série d'Euler*

La série dite d'Euler est la série entière formelle

$$\hat{f}(x) = \sum_{n\geqslant 0} (-1)^n n!\, x^{n+1}.$$

Elle a été introduite par Euler pour « sommer » la série numérique qu'il appelle « de Wallis » (cf. plus loin la partie 2.2.1) :

$$\sum_{n\geqslant 0} (-1)^n n! = 1 - 1 + 2 - 6 + 24 - \cdots$$

Il est bien connu que cette série *divergente* est le *développement asymptotique* de $f(x) := \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t/x}}{1+t} dt$, pour $x > 0$ (cf., par exemple, [29], page 13). Notons, pour tout $n \in \mathbf{N}^*$ :

$$\begin{aligned} f_n(x) &:= x - 1!x^2 + 2!x^3 - \cdots + (-1)^{n-1}(n-1)!\, x^n \\ R_n(x) &:= (-1)^n \int_0^{+\infty} \frac{t^n e^{-t/x}}{1+t} dt. \end{aligned}$$

On a $f(x) = f_n(x) + R_n(x)$ et $|R_n(x)| \leqslant n!\, x^{n+1}$, $R_n$ est majoré par la valeur absolue du premier terme omis et *du même signe que celui-ci*.

La fonction $f$ est liée au logarithme intégral. On le définit, pour $u > 0,\ u \neq 1$, par $\mathrm{li}(u) := \int_0^u \frac{dt}{\ln t}$ (qu'il faut prendre au sens de valeur principale de Cauchy si $u > 1$). On a $f(x) = -e^{1/x}\mathrm{li}(e^{-1/x})$, on en déduit un développement *convergent* au voisinage de $x$ infini :

$$f(x) = -e^{1/x}\Big(\gamma + \ln x + \sum_{n\geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n\, n!\, x^n}\Big) \tag{1}$$

(où $\gamma$ et la constante d'Euler-Mascheroni).

#### *2.1.2. La série de Stirling.*

La *« série de Stirling »* est $(x - \frac{1}{2}) \ln x + \hat{S}(x)$, où :

$$\hat{S}(x) := \frac{1}{2} \ln(2\pi) - x + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{B_{2n}}{2n(2n-1)x^{n+1}},$$

les $B_{2n}$ étant les nombres de Bernoulli.

Cette série apparaît pour la premier fois en 1730 chez James Stirling [35] et Abraham de Moivre [21], en relation avec le « calcul » de la somme des logarithmes (népériens) des $n$ premiers entiers. Chez Stirling, c'est la « solution » du *Problème XXVIII* de [35] (exemple 2). Les formulations sont un peu différentes chez les deux auteurs, les nombres de Bernoulli figurent dans celle de de Moivre[10], par contre chez celui-ci, dans la formulation initiale, au lieu de $\frac{1}{2}\ln(2\pi)$, on trouve :

$$1-\frac{1}{12}+\frac{1}{360}-\frac{1}{1260}+\frac{1}{1680}-\cdots$$

De Moivre a d'abord cru à la convergence de cette série : *« La suite ... qui converge assez bien au début, converge moins bien après les cinq premiers termes, même si elle retrouve la convergence ensuite »* . Cet argument ne semble pas avoir convaincu Stirling, mais de Moivre, par un argument « d'accélération de convergence », pensait avoir montré que :

$$\frac{1}{2}\ln(2\pi)=1-\frac{1}{12}+\frac{1}{360}-\frac{1}{1260}+\frac{1}{1680}-\cdots.$$

De Moivre pensait aussi que la série de Stirling était convergente et que l'on avait une *égalité* :

$$\begin{aligned}\log\Gamma(x) &= (x-\frac{1}{2})\ln x+\frac{1}{2}\ln(2\pi)-x+\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{B_{2n}}{2n(2n-1)x^{2n-1}}\\ &= (x-\frac{1}{2})\ln x+\frac{1}{2}\ln(2\pi)-x+\frac{1}{12\,x}-\frac{1}{360\,x^3}+\frac{1}{1260\,x^5}-\frac{1}{1680\,x^7}+\ldots\end{aligned}$$

Le lecteur intéressé pourra se reporter pour plus de détails à [12, 18].

En 1763 T. Bayes a signalé la divergence de la série de Stirling et qu'il fallait donc prendre la formule ci-dessus en un autre sens, cf. la partie 2.2.2 ci-dessous. On prouve la divergence en utilisant par exemple $|B_{2n}|\sim 4\sqrt{n\pi}\,(n/e)^{2n}$.

Pour des versions « modernes » du développement de Stirling le lecteur pourra consulter [43] (pages 251–253) et [16] (13.11, page 333).

## 2.2. Euler et Cauchy

### *2.2.1. Euler*

Le premier embryon de la notion de développement asymptotique apparaît chez L. Euler. Il est convaincu que toute série divergente a une somme et essaie à de très nombreuses reprises de le justifier et d'en donner des applications, par exemple dans [13] (cf. les analyses de [29, 30]). C'est moins paradoxal qu'il n'y paraît car, pour Euler, une série n'est pas du tout ce que nous appelons aujourd'hui une série (implicitement les termes sont générés par un algorithme « raisonnable »)[11].

10 *« J'avais par hasard, sous la main, la Table du célèbre Jacques Bernoulli. »*

11 Cf., pour plus de détails sur ce point, la deuxième partie de cet article, à paraître dans le prochain numéro de la *Gazette*.

Voulant sommer une série numérique il ajoute souvent un paramètre $x$ pour en faire une série formelle, il « somme » ensuite (en un sens non trivial !) la série formelle et spécialise le résultat en $x = 1$ pour récupérer une « somme » de la série numérique initiale.

Ainsi Euler se trouve devant le problème de sommer une série entière formelle en dehors du disque de convergence ou pire une série formelle divergente pour tout $x \neq 0$. L'une de ses méthodes est de considérer la série formelle comme développement (il dit *« evolutio »* ) d'une expression (fraction rationnelle, fraction continue, fonction explicitement définie par une formule) convergente (en un certain sens). Par exemple, pour sommer la série de Grandi-Leibniz : $1-1+1-1+1-\cdots$, il considère $1-x+x^2-x^3+x^4-\cdots$ qui est *« evolutio »* de $\frac{1}{1+x}$ et en déduit (comme Grandi et Leibniz) que la somme de la série initiale est $\frac{1}{2}$.

L'un de ses exemples les plus intéressants est la sommation de la *« série divergente par excellence »* , qu'il appelle série de Wallis :

$$1 - 1! + 2! - 3! + \cdots + (-1)^n n! + \cdots$$

Dans [13] il donne 5 méthodes différentes (avec des résultats cohérents, le « meilleur » étant $0,596347362123$.) pour sommer cette série. L'une d'elles consiste à introduire la série (que nous appelons d'Euler) :

$$\hat{f}(x) = \sum_{n\geqslant 0} (-1)^n n!\, x^{n+1},$$

puis à la sommer et à faire $x = 1$ dans la somme.

Il constate que $\hat{f}$ est solution formelle de $x^2y' + y = x$ (équation différentielle dite d'Euler) et intègre cette équation : $y = f + Ce^{1/x}$, avec $f(x) := \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t/x}}{1+t}\, dt$. Puis il observe que la seule valeur « raisonnable » est $C = 0$ ($e^{1/x}$ tend vers $+\infty$ quand $x > 0$ tend vers 0) et que $\hat{f}$ est *« evolutio »* de $f$. Ainsi la somme de la série de Wallis est $f(1) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{1+t}\, dt$, qu'il n'a plus qu'à calculer par quadrature.

Hardy [16] (page 26) propose une autre formule de sommation de la série de Wallis en utilisant (1) :

$$1 - 1! + 2! - 3! + \cdots + (-1)^n n! + \cdots = -e\big(\gamma - 1 + \frac{1}{2\,2!} - \frac{1}{3\,3!} + \cdots\big).$$

### *2.2.2. Cauchy*

Nous avons évoqué plus haut la série de Stirling (et de Moivre). Chez Stirling et de Moivre les questions de convergence ne sont pas claires. En 1763 Bayes prouve que, bien que la série permette un calcul efficace de $\ln n!$, elle est *divergente*.

XLIII. *A Letter from the late Reverend Mr.* Thomas Bayes, *F. R. S. to* John Canton, *M. A. and F. R. S.*

S I R,

Read Nov. 24, 1763.

IF the following obſervations do not ſeem to you to be too minute, I ſhould eſteem it as a favour, if you would pleaſe to communicate them to the Royal Society.

It has been aſſerted by ſome eminent mathematicians, that the ſum of the logarithms of the numbers 1.2.3.4. &c. to $z$, is equal to $\frac{1}{2}\log. c + \overline{z+\frac{1}{2}} \times \log. z$ leſſened by the ſeries $z - \frac{1}{12z} + \frac{1}{360z^3} - \frac{1}{1260z^5} + \frac{1}{1680z^7} - \frac{1}{1188z^9} +$ &c. if $c$ denote the circumference of a circle whoſe radius is unity. And it is true that this expreſſion will very nearly approach to the value of that ſum when $z$ is large, and you take in only a proper number of the firſt terms of the foregoing ſeries: but the whole ſeries can never properly expreſs

FIG. 1: Divergence de la série de Stirling (Bayes 1763)

[ 270 ]

preſs any quantity at all; becauſe after the 5th term the coefficients begin to increaſe, and they afterwards increaſe at a greater rate than what can be compenſated by the increaſe of the powers of $z$, though $z$ repreſent a number ever ſo large; as will be evident by conſidering the following manner in which the coefficients of that ſeries may be formed. Take

FIG. 2:

En 1821 Cauchy écrivait [9] :

« *Il est vrai que, pour rester constamment fidèle à ces principes, je me suis vu forcé d'admettre plusieurs propositions qui paraîtront peut-être un peu dures au premier abord. Par exemple, j'énonce dans le chapitre VI, qu'*une série divergente n'a pas de somme[12] *;...* »

[12] Il veut dire qu'*aucune* série divergente n'a de somme.

On était, avec le cours d'analyse de Cauchy [9], au cœur de la première mise en place de la rigueur en mathématiques. Les premières victimes furent les séries divergentes, employées jusque-là par plusieurs mathématiciens, puisqu'on ne savait pas les manier rigoureusement. On voit que Cauchy les sacrifiait à regret. Aussi n'est-il pas tout à fait surprenant qu'il soit revenu sur ce sujet *vingt ans plus tard*, ayant trouvé un moyen de dire des choses *rigoureuses* sur *certaines* séries divergentes[13].

Cauchy prépare ainsi la voie à Poincaré et à Stieltjes et à leur définition des développements asymptotiques. Son exemple de base est la série de Stirling que reprendra de nombreuses fois Poincaré. Cauchy explique pourquoi l'emploi de la série de Stirling est licite pour le calcul de $\ln \Gamma(n)$ et il remarque que le résultat est *anormalement bon* (sans expliquer pourquoi !).

**220.**

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — ***Sur un emploi légitime des séries divergentes.***

C. R., T. XVII, p. 370 (28 août 1843).

**Les géomètres reconnaissent généralement aujourd'hui les dangers que peut offrir l'introduction des séries divergentes dans l'Analyse, et ils admettent avec raison que ces séries n'ont pas de sommes. Toutefois la série employée par Stirling, pour la détermination approximative du logarithme d'un produit dont les facteurs croissent en progression arithmétique, et d'autres séries divergentes du même genre fournissent effectivement, quand on les arrête après un certain nombre de termes, des valeurs approchées des fonctions dont elles représentent les développements. Il était important d'examiner s'il est possible de rendre légitime l'emploi de semblables séries, et de fixer les**

FIG. 3: Augustin-Louis Cauchy

**EXTRAIT N° 220. 19**

**erreurs commises en raison de cet emploi. M'étant occupé de cette question, je suis parvenu à reconnaître que, dans la série de Stirling et dans une multitude d'autres séries du même genre, *le premier des termes négligés représente précisément une limite supérieure à l'erreur commise.* Cette proposition très simple se démontre aisément à l'aide des considérations suivantes.**

FIG. 4:

[13] Celles que Stieltjes appellera plus tard *semi-convergentes de première espèce* [33].

Cauchy est impressionné par la très grande précision que la série (divergente !) de Stirling permet d'obtenir pour le calcul de $\log \Gamma(n)$ :

« ... *l'erreur commise est inférieure à deux unités de l'ordre du vingt-septième chiffre décimal. On comprend qu'une approximation si grande dépasse de beaucoup celle que l'on se propose généralement dans les évaluations numériques des quantités* (cf. les figures 5, 6 ci-dessous).

**Les principes que je viens d'exposer suffisent pour mettre en évidence les avantages que peut offrir l'emploi de la série de Stirling et de plusieurs autres séries de même nature, malgré leur divergence. Ainsi, en particulier, il résulte de ces principes que la série de Stirling fournit la valeur approchée du logarithme d'une intégrale eulérienne de seconde espèce, c'est-à-dire du logarithme de la fonction $\Gamma(n)$, lorsque la base $n$ surpasse le nombre 10, avec une approximation telle que l'erreur commise est inférieure à deux unités de l'ordre du vingt-septième chiffre décimal. On comprend qu'une approxima-**

FIG. 5: Cauchy : calcul numérique avec la série de Stirling

**20 COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE.**

**tion si grande dépasse de beaucoup celle que l'on se propose généralement dans les évaluations numériques des quantités.**

FIG. 6: Une précision inhabituelle

## 2.3. Stokes

### *2.3.1. Airy, Stokes et l'arc-en-ciel*

En 1838, George Biddell Airy, astronome de la reine, étudie le phénomène des arcs-en-ciel surnuméraires et publie « *On the intensity of light in the neighbourhood of a caustic* » . Il s'intéresse au calcul de l'intensité de la lumière transversalement à une caustique en optique ondulatoire monochromatique. En unités convenables, elle est proportionnelle au carré de la fonction dite d'Airy :

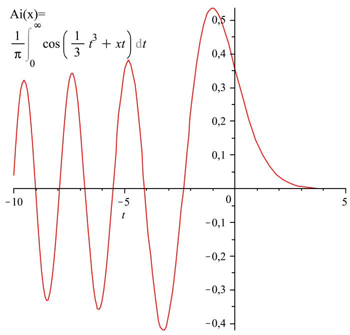
$$Ai(x) := \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \cos\Big(\frac{t^3}{3} + xt\Big)\,dt,$$

où $x$ est une variable « transversale à la caustique » (s'annulant sur celle-ci).

Airy constate que la fonction $Ai$ est solution de l'équation différentielle dite d'Airy : $y'' - xy = 0$. Il calcule (à grand peine...) avec une très bonne précision la position de la première frange d'interférence (en accord avec les expériences de Miller) en utilisant les solutions séries entières *convergentes* (de rayon de convergence infini), mais échoue à calculer les autres franges avec ces séries. Stokes reprend le problème en utilisant les développements asymptotiques à l'infini[14] (avant que Poincaré les ait inventés...), en « resommant » numériquement ces développements[15] il calcule avec une excellente précision (toujours en accord avec les expériences de Miller) la position d'une trentaine de franges.

Il prouve ainsi qu'il peut être beaucoup plus efficace de calculer avec des séries divergentes qu'avec des séries convergentes... [36]. Je ne donne ici que quelques indications, le lecteur intéressé pourra se reporter à [29] et [30].

$$Ai(x) \approx \frac{\cos(\frac{2}{3}(-x)^{3/2})}{\sqrt{\pi}\,(-x)^{1/4}} \qquad x << 0$$




$$Ai(x) \approx \frac{exp(-\frac{2}{3}x^{3/2})}{2\sqrt{\pi}\,x^{1/4}} \qquad x >> 0$$

FIG. 7: Asymptotiques de la fonction d'Airy

Voici le graphe de $Ai$ :

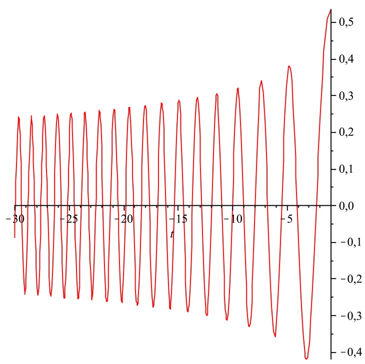



FIG. 8: Fonction d'Airy Ai : une trentaine de franges

[14] Obtenus par la méthode dite de la phase stationnaire, cf. par exemple [20].

[15] Par une version un peu améliorée de la sommation au plus petit terme.

Considérons maintenant le graphe de la version resommée du développement divergent (une variante en *MAPLE* du calcul de Stokes) :

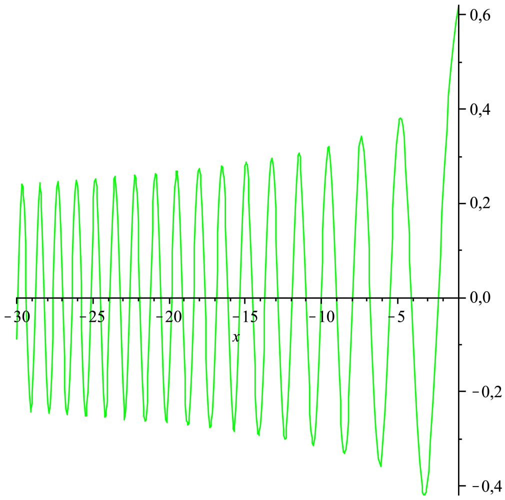



FIG. 9: L'approximation de Stokes : une trentaine de franges

Superposons les deux graphes précédents :

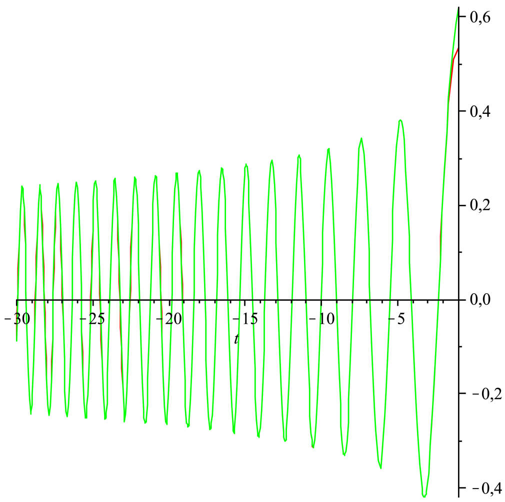



FIG. 10: Stokes : du bon usage des séries divergentes !

Les deux graphes coïncident quasi-parfaitement, sauf très près de 0 :

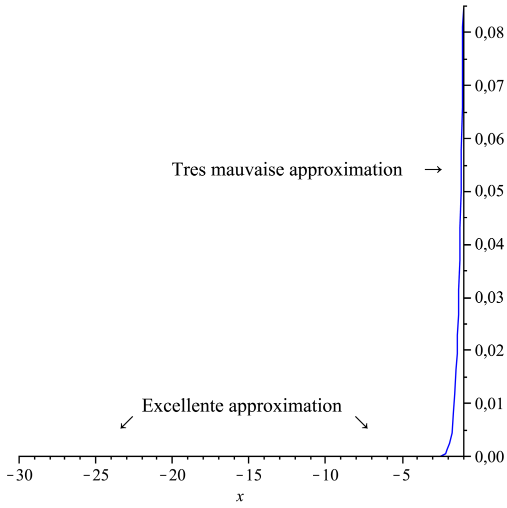



FIG. 11: Qualité de l'approximation de *Ai* par séries divergentes : le graphe de la fonction *Approximation* - Ai

Voici quelques détails. On peut améliorer nettement l'approximation de la figure 7, en utilisant des séries en puissances de $1/\sqrt{|x^3|}$ (qui est petit pour $|x|$ grand, c'est-à-dire au voisinage de l'infini).

Le coefficient du $n$-ième terme de ces séries est, en valeur absolue, équivalent à :

$$\frac{1}{2\pi}\left(\frac{3}{4}\right)^n (n-1)!.$$

Ce sont des séries « du genre de la série d'Euler », « d'abord convergentes, puis divergentes » (selon Stokes), que l'on peut sommer de façon analogue, et la sommation au plus petit terme donne d'excellents résultats (elle est « exponentiellement précise »).

Voici les formules correspondantes.

– Pour $x < 0$, du côté éclairé :

$$Ai(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,(-x)^{1/4}} \times \star$$

avec : $\star := \sin\left(\frac{2}{3}\,(-x)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right) g(x) - \cos\left(\frac{2}{3}\,(-x)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right) h(x)$.

– Pour $x > 0$, du côté de l'ombre :

$$Ai(x) = \frac{exp\left(-\frac{2}{3}\,x^{3/2}\right)}{2\sqrt{\pi}\,x^{1/4}}\,f(x).$$

– Les fonctions $g, h$ admettent des développements asymptotiques *divergents* pour $x << 0$ :

$$g(x) \approx \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k\, c_{2k}\, (\frac{3}{2})^n \frac{1}{x^{3k}}$$
$$h(x) \approx \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k\, c_{2k+1}\, (\frac{3}{2})^n \frac{1}{x^{3(2k+1)/2}}.$$

– La fonction $f$ admet un développement asymptotique *divergent* pour $x >> 0$ :

$$f(x) \approx \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n c_n\, (\frac{3}{2})^n \frac{1}{x^{3n/2}}$$

. Avec : $c_n = \frac{(2n+1)(2n+3)\ldots(6n-1)}{216^n n!}$.

### *2.3.2. Le phénomène de Stokes*

La nuit du 19 mars 1857 à 3 h du matin Stokes découvre un phénomène essentiel[16] lié à la divergence des développements asymptotiques à l'infini des fonctions d'Airy *Ai* et *Bi* : la monodromie de l'équation d'Airy est triviale (elle n'a de singularité qu'à l'infini), tandis que celle d'une base de solutions formelles à l'infini ne l'est pas, ce qui oblige les « sommes » des solutions formelles à posséder une *ambiguïté*, il y a un phénomène de *saut* dans les représentations par développements asymptotiques, un *« jump in the arbitrary constants »* [37, 38], c'est ce que l'on appelle *le phénomène de Stokes* :

*« ...inasmuch as the descending series contain radicals which do not appear in the ascending series, we may see, a priori that the arbitrary constants must be discontinuous »* [39].

Stokes remarque, de façon visionnaire, l'analogie entre le phénomène de Stokes et le phénomène de ramification d'une fonction algébrique (comme le cas de $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \cdots$ en $x = 1$) [37] (p. 78) :

*« Divergent series are usually divided into two classes according as the terms are regularly positive or alternately positive and negative..., series of the former kind appear as singularities of the general case of divergent series proceeding according to powers of an imaginary variable as indeterminate forms in passing through which a discontinuity of analytical expression takes place analogous to a change of sign of a radical ».*

Pour une analyse plus détaillée on se reportera à [29]. J'y explique la nature galoisienne du phénomène : la divergence des séries est la traduction du « branchement » de leurs sommes qui sont *exponentiellement proches*, par ailleurs la non-intégrabilité (au sens Liouvillien) de l'équation d'Airy s'interprète très simplement en termes de phénomènes de Stokes [20] (page 203). On a un modèle très simplifié de la situation étudiée par Poincaré dans l'exemple du pendule forcé (cf. 3.3).

[16] On trouvera dans [29], note 6 de la page 17, l'extrait de la lettre à sa fiancée concernant cet épisode [39].

# 3. Les développements asymptotiques selon Poincaré

## 3.1. Solutions divergentes d'équations différentielles

En 1886, Poincaré introduit dans [24] la notion de développement asymptotique d'une fonction et l'applique à l'étude des *solutions irrégulières* des équations différentielles linéaires *algébriques* (pour donner un sens aux développements dits de Thomé).

Il est clair que pour Poincaré les développements asymptotiques sont un outil et non un but en soi, son objectif est de montrer que les solutions formelles des EDO linéaires algébriques « représentent » en un sens convenable des vraies solutions (holomorphes dans des secteurs). C'est pour cette raison que sa définition des développements asymptotiques a quelques défauts et n'assure pas vraiment les propriétés qualitatives qu'il affirme. Poincaré est comme toujours pragmatique : les développements apparaissant dans son application aux EDO ont eux (au moins génériquement et s'ils divergent !) l'allure souhaitée.

Les développements asymptotiques de Poincaré sont au voisinage du point à l'infini et définis au départ pour des fonctions sur un *intervalle réel* $]a, +\infty[$ (il passe ensuite au plan complexe en faisant tourner cet intervalle). Ainsi ses développements correspondent à ce que l'on enseigne aujourd'hui en propédeutique sous le nom de *développements limités*. En particulier *on ne peut pas a priori dériver les développements* (cf. page 301). Ce que l'on appelle aujourd'hui *développements asymptotiques au sens de Poincaré* est un peu différent : on développe des fonctions *holomorphes* sur des *secteurs* ouverts de sommet 0 ou $\infty$, avec une condition d'uniformité, ce qui permet de dériver. Pour éviter les confusions je parlerai dans ce cas de *développements asymptotiques classiques.* Je rappelle leur définition (je me place, contrairement à Poincaré, en 0) [42] :

**Définition 3.1.** *Soient $V$ un secteur ouvert de sommet 0 du plan complexe, $f$ une fonction holomorphe sur $V$ et $\hat{f} := \sum_{n\geqslant 0} a_n z^n$, on dit que $f$ est* asymptotique *à $\hat{f}$ (ou que $\hat{f}$ est le développement asymptotique de $f$) sur $V$ si, pour tout sous-secteur strict*[17] *$W \subset V$ et tout $n \in \mathbf{N}^*$, il existe $M_{W,n} > 0$ tel que :*

$$\forall\, z \in W, \quad |z|^{-n} |f(z) - \sum_{p=0}^{n-1} a_p z^p| < M_{W,n}.$$

Signalons un problème (significatif...) dans la définition de Poincaré. Il lui fait dire *plus* que ce qu'elle contient (cf. [24], page 297 et figure 14) :
*« Il résulte donc de là que la série (1) se comportera tout à fait comme la série de Stirling ; que si x est très grand ses termes décroîtront d'abord rapidement pour croître ensuite au-delà de toute limite et que, malgré sa divergence, il sera légitime de s'en servir dans le calcul de J. »*

Le comportement décrit est bien celui de la série de Stirling, de la série d'Euler, des « séries de l'arc-en-ciel » de Stokes (cf. ci-dessus la partie 2.3), mais la définition ne l'implique pas du tout. (On peut aujourd'hui prouver que ce comportement est celui des séries *divergentes* solutions d'EDO « génériques ».)

[17] C'est-à-dire tel que $\overline{W} \setminus \{0\} \subset V$.

Un premier but de Poincaré est donc de *donner un sens* aux solutions séries formelles *divergentes* des EDO (algébriques). Tout comme les solutions convergentes, elles représentent des *vraies solutions*, mais non pas une seule mais *plusieurs* (cf. [24] page 302) :
« *Voici maintenant une remarque très importante pour ce qui va suivre : une série divergente ne peut pas représenter une même fonction J quel que soit l'argument avec lequel x tend vers l'infini* » .
Il y a ici un peu de flou : Poincaré sous-entend que $J$ est holomorphe sur $\{|x| > R\}$ et dit qu'il y a dans ses développements une condition d'uniformité...

Un second but de Poincaré est de comprendre *les raisons de la divergence* (ici le fait qu'une série divergente représente *plusieurs* solutions). Ces deux préoccupations vont être les siennes dans toute la suite de l'histoire, en relation avec des *preuves* de la divergence de séries issues d'autres contextes, on peut les suivre comme un fil rouge dans les *Méthodes nouvelles* [28] et dans divers textes « connexes ».

Voici le début de la première partie de [24] : définition des développements asymptotiques et étude de leurs propriétés (opérations licites). Poincaré part du modèle de la série de Stirling (qui n'est pas solution d'une équation différentielle !). Il a trouvé ce modèle chez Cauchy [10] avec les premiers pas vers la notion de développement asymptotique (cf. [28], tome II, 119, page 2, et figure 24).

**§ 1. *Séries asymptotiques.***

Tous les géomètres connaissent les curieuses propriétés de la série de STIRLING. Cette série:

$$\log \Gamma(x+1)$$
$$= \frac{1}{2}\log(2\pi) + \left(x+\frac{1}{2}\right)\log x - x + \frac{B_1}{1 \cdot 2}\frac{1}{x} - \frac{B_2}{3 \cdot 4}\frac{1}{x^2} + \frac{B_3}{5 \cdot 6}\frac{1}{x^3} - \dots$$

est toujours divergente. Cependant on peut en faire légitimement usage pour les valeurs très grandes de $x$. En effet les termes après avoir décru avec une très grande rapidité, croissent ensuite au delà de toute limite. Mais si l'on s'arrête au plus petit terme, l'erreur commise sur la valeur de $\log \Gamma(x+1)$ est très petite.

En d'autres termes, la série de STIRLING représente asymptotiquement la fonction $\log \Gamma(x+1)$; c'est à dire que si $S_n$ est la somme des premiers termes de cette série jusques et y compris le terme:

$$\pm \frac{B_n}{2n(2n-1)}\frac{1}{x^n},$$

l'expression

$$x^{n+1}[\log \Gamma(x+1) - S_n]$$

tendra vers 0 quand $x$ croîtra indéfiniment.

*Acta mathematica.* 8. Imprimé le 30 Juin 1886.

FIG. 12: Poincaré et la série de Stirling

Je dirai qu'une série divergente

$$A_0 + \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x^2} + \ldots + \frac{A_n}{x^n} + \ldots \tag{1}$$

où la somme des $n + 1$ premiers termes est $S_n$, représente asymptotiquement une fonction $J(x)$ si l'expression

$$x^n(J - S_n)$$

tend vers 0 quand $x$ croît indéfiniment. En effet si $x$ est suffisamment grand, on aura

$$x^n(J - S_n) < \varepsilon$$

$\varepsilon$ étant très petit; l'erreur

$$J - S_n = \frac{\varepsilon}{x^n}$$

commise sur la fonction $J$ en prenant les $n + 1$ premiers termes de la série est alors extrêmement petite. De plus, elle est beaucoup plus petite que l'erreur commise en prenant seulement $n$ termes et qui est égale à:

$$J - S_{n-1} = \frac{A_n + \varepsilon}{x^n}$$

$\varepsilon$ étant très petit et $A_n$ fini.

FIG. 13: Définition des développements asymptotiques

Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires. 297

Il résulte donc de là que la série (1) se comportera tout à fait comme la série de STIRLING; que, si $x$ est très grand, ses termes décroîtront d'abord rapidement pour croître ensuite au delà de toute limite et que, malgré sa divergence, il sera légitime de s'en servir dans le calcul de $J$. Je dirai aussi quelquefois pour abréger que la série (1) est une série asymptotique.

FIG. 14:

Voici maintenant le début de la deuxième partie de [24] : l'application des développements asymptotiques à l'étude des *solutions irrégulières* des équations différentielles linéaires algébriques.

§ 2. ***Séries normales.***

Je vais maintenant rappeler succinctement les principaux résultats obtenus par MM. Fuchs et Thomé au sujet des équations linéaires.

Soit:

$$P_n \frac{d^n y}{dx^n} + P_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + P_1 \frac{dy}{dx} + P_0 y = 0 \tag{1}$$

une équation où les coëfficients $P$ sont des polynômes entiers en $x$. Je me propose d'étudier les intégrales pour les valeurs très grandes de $|x|$.

Si le degré des polynômes $P_n, P_{n-1}, \ldots, P_0$ va constamment en décroissant, il y a $n$ séries de la forme suivante:

$$x^\alpha \left( A_0 + \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x^2} + \ldots \right) \tag{2}$$

qui satisfont formellement à l'équation et qui de plus convergent si $|x|$ est assez grand. En d'autres termes il y a $n$ intégrales régulières.

Les valeurs de $\alpha$ sont données par une certaine équation déterminante; il y a exception dans le cas où la différence de deux racines de cette équation devient un entier; le $\log x$ peut alors s'introduire dans les séries.

Si le degré des polynômes $P$ ne va jamais en croissant, mais ne va pas toujours en décroissant et si le degré de $P_0$ est plus petit que celui de $P_n$, il y a dans certains cas $m$ séries de la forme (2) $(m < n)$ qui satisfont formellement à l'équation, mais elles ne convergent pas toujours.

Enfin, si on laisse de côté certains cas limités et exceptionnels dont je parlerai plus loin, on démontre qu'il y a $n$ séries de la forme suivante:

$$e^Q x^\alpha \left( A_0 + \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x^2} + \ldots \right) \tag{3}$$

FIG. 15: équations différentielles

304 H. Poincaré.

qui satisfont formellement à l'équation. $Q$ est un polynôme entier en $x$. Une pareille série s'appellera une série normale et elle sera d'ordre $p$ si le polynôme $Q$ est d'ordre $p$.

Malheureusement ces séries normales ne sont pas toujours convergentes. Si l'une d'elles converge, on dira que l'équation admet une intégrale normale. Mais cela n'arrivera qu'exceptionnellement.

FIG. 16: équations différentielles

Le but de la seconde partie de [24] (et le but essentiel de l'article...) est le résultat suivant[18].

*Je puis donc énoncer le résultat suivant qui sera la conclusion de ce mémoire. L'intégrale la plus générale d'une équation de rang quelconque est représentée asymptotiquement par une des séries normales qui satisfont formellement à cette même équation. Il peut y avoir exception si l'équation admet des séries anormales.*

Je dirai juste un mot de la technique. Poincaré utilise les résultats de Fabry sur la structure des solutions formelles irrégulières, il se ramène au cas dit *de rang de Poincaré égal à* 1 pour lequel il utilise une *transformation de Laplace* remplaçant l'équation par une équation *fuchsienne*[19].

Son point de départ semble avoir été d'utiliser une telle transformation pour comprendre la divergence des séries : *J'eus l'idée...* [24], page 40. Comme il le rappelle, il a mis en place l'utilisation de la transformation de Laplace pour l'étude des singularités irrégulières (croissance des solutions) dans [23]. Notons que sa méthode fournit, pour une série formelle solution donnée, de vraies solutions qui lui sont asymptotiques par une méthode « explicite » (formules intégrales), ces fonctions sont donc « bien mieux » que simplement asymptotiques...

On retrouvera plus tard un écho de cette démarche dans le formalisme dit de Borel-Laplace (cf. le deuxième volet de cet article, à paraître dans le prochain numéro de la *Gazette*).

Voici, pour conclure cette partie, un extrait de l'analyse de [24] par Poincaré lui-même [26], qui décrit très clairement sa démarche.

M. Thomé, qui les a étudiés, a montré que les équations sont alors satisfaites formellement par des séries de la forme suivante

$$e^{P(x)}\varphi\left(\frac{1}{x}\right),$$

$P_x$ étant un polynôme entier en $x$ et $\varphi\left(\frac{1}{x}\right)$ étant une série ordonnée suivant les puissances décroissantes de $x$. (Je suppose ici, pour fixer les idées, qu'on a rejeté le point singulier à l'infini.) Mais, pour que ces séries représentassent les intégrales cherchées, il faudrait qu'elles fussent convergentes, ce qui n'a lieu que dans des cas très particuliers. J'eus l'idée d'appliquer à ces intégrales irrégulières la transformation de Laplace (104, 83, 73 et 182), et j'obtins ainsi sous une forme nouvelle et simple la condition de convergence de ces séries; mais le cas de la convergence n'était qu'exceptionnel, et il semblait que, dans le cas général, on ne pût rien tirer des développements de M. Thomé. Il n'en était rien. On connaît depuis longtemps une série, celle de Stirling, qui, bien que divergente, peut être légitimement employée pour représenter la fonction

$$\frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)};$$

car, si $x$ est très grand, l'erreur commise sur cette fonction en s'arrêtant dans la série à un terme de rang convenable est extrêmement petite. J'ai montré

FIG. 17: Analyse des travaux

[18] La prudence de Poincaré est inutile... On sait aujourd'hui *qu'il n'y a pas d'exception* : cf. la deuxième partie de cet article à paraître dans le prochain numéro de la *Gazette*.
[19] Dont, selon la théorie de Fuchs, les solutions formelles convergent.

Analyse de ses travaux scientifiques. 41

que les séries de M. THOMÉ jouissent de la même propriété. Alors même qu'elles sont divergentes, elles représentent les intégrales des équations proposées de la même manière que la série de STIRLING représente la fonction $\frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}$. J'ai trouvé en outre, en passant, un certain nombre de propriétés des équations linéaires, entre autres celle-ci:

Si une équation linéaire d'ordre $n$ a pour coefficients des polynômes entiers d'ordre $m\,(m < n)$, elle admettra $n - m$ intégrales holomorphes dans tout le plan.

Mais l'étude des intégrales des équations différentielles *dans le voisinage d'un point donné*, quelle que soit son utilité au point de vue du calcul numérique, ne saurait être regardée que comme un premier pas. Ces développements, qui ne sont valables que dans un domaine très limité, ne nous apprennent pas, au sujet de ces équations, ce que nous apprennent les fonctions $\Theta$ au sujet des intégrales des différentielles algébriques: ils ne peuvent pas être considérés comme une véritable intégration.

Il faut donc les prendre comme point de départ dans une étude plus approfondie des intégrales des équations différentielles où l'on se proposera de sortir des domaines limités, où l'on s'était systématiquement cantonné, pour suivre les intégrales dans toute l'étendue du plan.

FIG. 18: Analyse des travaux

## 3.2. Séries divergentes et mécanique céleste

Poincaré revient abondamment sur les questions de séries divergentes et développements asymptotiques dans ses *Méthodes nouvelles sur la mécanique céleste* [28], en particulier dans le tome II. Le sujet est beaucoup plus difficile que celui des équations différentielles ordinaires, la « singularité » n'est plus une singularité de la variable mais provient de perturbations et les « sources de divergences » sont plus (beaucoup plus...) complexes. Notons que dès 1886 (l'année où il a écrit [24]) il doutait de la convergence des séries de Lindstedt :

*La même analyse pourrait s'étendre aux équations plus générales considérées par M. Lindstedt, mais j'ai à peine besoin de dire que la question de la convergence est toujours réservée.*

Une lecture attentive de Poincaré permet de se convaincre du fait qu'il utilise ses réflexions et résultats sur les singularités *irrégulières* des équations différentielles linéaires comme *modèle* et *guide* pour la mécanique céleste[20]. Il le dit clairement dans [22] (page 694) :

*« ... si l'Académie veut bien le permettre, ... Je montrerai également comment les résultats précédents peuvent s'étendre au cas des intégrales irrégulières et le lien intime qu'il y a entre ce dernier cas et divers problèmes de Mécanique céleste ».*

Le traitement du pendule perturbé par transformation de Laplace (cf. 3.3 ci-dessous), dans la perspective ouverte par [24], est en ce sens très significatif.

[20] Je crois que c'est un point important qui ne semble pas avoir été remarqué auparavant. Plus généralement, l'importance du thème des singularités irrégulières chez Poincaré me paraît assez sous-estimée.

### *3.2.1. La convergence au sens des astronomes*

Voici un extrait de la préface du tome I des *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste* [28]. Poincaré affirme que la plupart des développements de la mécanique céleste sont divergents (*« ne sont pas convergents au sens que les géomètres donnent à ce terme »* ), même si *« le calcul des premiers termes donne une approximation très satisfaisante ».* Il annonce que le problème de la divergence va tenir une place importante dans son ouvrage.

Grâce aux efforts de ces savants, la difficulté provenant des termes séculaires peut être regardée comme définitivement vaincue et les procédés nouveaux suffiront probablement pendant fort longtemps encore aux besoins de la pratique.

Tout n'est pas fait cependant. La plupart de ces développements ne sont pas convergents au sens que les géomètres donnent à ce mot. Sans doute, cela importe peu pour le moment, puisque l'on est assuré que le calcul des premiers termes donne une approximation très satisfaisante; mais il n'en est pas moins vrai que ces séries ne sont pas susceptibles de donner une approximation indéfinie. Il viendra donc aussi un moment où elles deviendront insuffisantes. D'ailleurs, certaines conséquences théoriques que l'on pourrait

FIG. 19: Préface du tome I : convergences

4 INTRODUCTION.

être tenté de tirer de la forme de ces séries ne sont pas légitimes à cause de leur divergence. C'est ainsi qu'elles ne peuvent servir à résoudre la question de la stabilité du système solaire.

La discussion de la convergence de ces développements doit attirer l'attention des géomètres, d'abord pour les raisons que je viens d'exposer et en outre pour la suivante : le but de la Mécanique céleste n'est pas atteint quand on a calculé des éphémérides plus ou moins approchées sans pouvoir se rendre compte du degré d'approximation obtenu. Si l'on constate, en effet, une divergence entre ces éphémérides et les observations, il faut que l'on puisse reconnaître si la loi de Newton est en défaut ou si tout peut s'expliquer par l'imperfection de la théorie. Il importe donc de déterminer une limite supérieure de l'erreur commise, ce dont on ne s'est peut-être pas assez préoccupé jusqu'ici. Or les méthodes qui permettent de discuter les convergences nous donnent en même temps cette limite supérieure, ce qui en accroît beaucoup l'importance et l'utilité. On ne devra donc pas s'étonner de la place que je leur accorderai dans cet Ouvrage, bien que je n'en aie peut-être pas tiré tout le parti qu'il eût convenu.

Je me suis moi-même occupé de ces questions et j'y ai consacré un Mémoire qui a paru dans le tome XIII des *Acta mathematica*; je m'y suis surtout efforcé de mettre en évidence les rares résultats relatifs au Problème des trois Corps, qui peuvent être établis avec la rigueur absolue qu'exigent les Mathématiques. C'est cette rigueur qui seule donne quelque prix à mes théorèmes sur les solutions périodiques, asymptotiques et doublement asymptotiques. On pourra y trouver, en effet, un terrain solide sur lequel on pourra s'appuyer avec confiance, et ce sera là un avantage précieux dans toutes les recherches, même dans celles où l'on ne sera pas astreint à la même rigueur.

FIG. 20: Préface du tome I : convergences

Poincaré reprend la question au début du tome II.

## AVANT-PROPOS.

Les méthodes que je vais exposer dans ce second Volume sont dues aux efforts d'un grand nombre d'astronomes contemporains, mais c'est à l'exposition de celles de M. Gyldén, qui sont les plus parfaites, que je consacrerai le plus de pages.

Toutes ces méthodes ont un caractère commun ; les savants qui les ont imaginées se sont efforcés de développer les coordonnées des astres en séries dont tous les termes soient périodiques et de faire disparaître ainsi les termes dits *séculaires* que l'on rencontrait avec les anciens procédés d'approximation successive, et où le temps sortait des signes sinus et cosinus ; mais, en revanche, ces savants ne se sont pas préoccupés de savoir si les séries qu'ils obtenaient étaient convergentes au sens que les géomètres donnent à ce mot.

Aussi, tandis que les résultats obtenus dans le premier Volume étaient établis avec toute la rigueur à laquelle les mathématiciens sont accoutumés, ceux que je vais exposer ne sont vrais qu'avec une certaine approximation, qui est certainement très grande, d'autant plus grande que les masses sont plus petites. Il est très difficile de mesurer exactement, dans chaque cas, l'erreur ainsi commise, mais on peut en trouver une limite supérieure, qui, il est vrai, est probablement très grossière.

Les termes de ces séries, en effet, décroissent d'abord très rapidement et se mettent ensuite à croître ; mais, comme les astronomes s'arrêtent aux premiers termes de la série et bien avant que ces termes aient cessé de décroître, l'approximation est suffisante pour les besoins de la pratique. La divergence de ces développements n'aurait d'inconvénient que si l'on voulait s'en servir pour établir

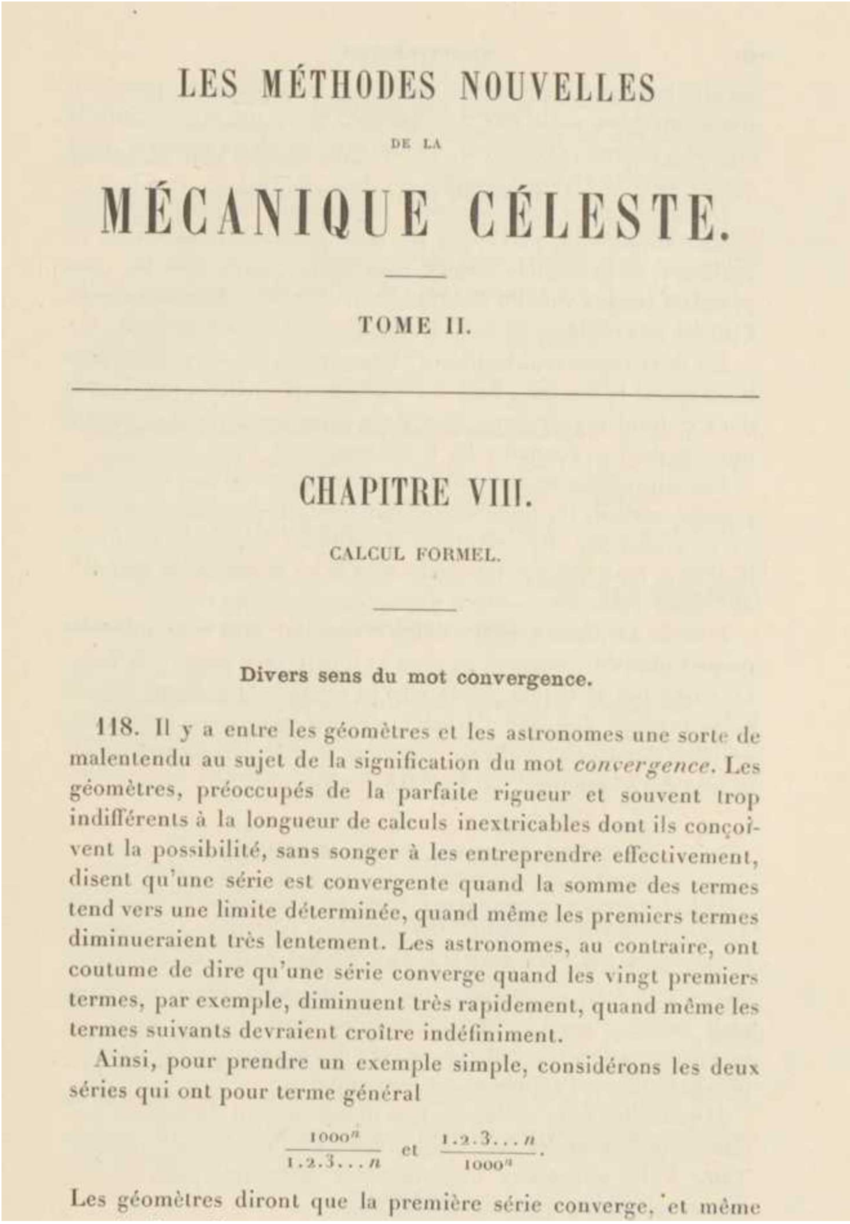
FIG. 21: Tome II, Avant-propos

VI AVANT-PROPOS.

rigoureusement certains résultats, par exemple la stabilité du système solaire.

Dans le Chapitre VIII, je cherche à expliquer en quoi consiste ce malentendu entre les géomètres et les astronomes ; comment certaines séries que les premiers appellent *divergentes* peuvent rendre des services à ces derniers ; comment les règles ordinaires du calcul sont applicables à ces séries. Les méthodes peut-être un peu longues qui me conduisent à ce dernier résultat ont l'avantage de montrer comment on pourrait trouver une limite supérieure de l'erreur ; on pourra du reste rapprocher ce Chapitre VIII de la discussion qui se trouve à la fin du Chapitre VII.

FIG. 22: Tome II, Avant-propos (suite)



# LES MÉTHODES NOUVELLES

DE LA

# MÉCANIQUE CÉLESTE.

TOME II.

## CHAPITRE VIII.

CALCUL FORMEL.

**Divers sens du mot convergence.**

**118.** Il y a entre les géomètres et les astronomes une sorte de malentendu au sujet de la signification du mot *convergence*. Les géomètres, préoccupés de la parfaite rigueur et souvent trop indifférents à la longueur de calculs inextricables dont ils conçoivent la possibilité, sans songer à les entreprendre effectivement, disent qu'une série est convergente quand la somme des termes tend vers une limite déterminée, quand même les premiers termes diminueraient très lentement. Les astronomes, au contraire, ont coutume de dire qu'une série converge quand les vingt premiers termes, par exemple, diminuent très rapidement, quand même les termes suivants devraient croître indéfiniment.

Ainsi, pour prendre un exemple simple, considérons les deux séries qui ont pour terme général

$$\frac{1000^n}{1.2.3\ldots n} \quad \text{et} \quad \frac{1.2.3\ldots n}{1000^n}.$$

Les géomètres diront que la première série converge, et même

Fig. 23: Tome II, Calcul formel

qu'elle converge rapidement, parce que le millionième terme est beaucoup plus petit que le 999999e; mais ils regarderont la seconde comme divergente, parce que le terme général peut croître au delà de toute limite.

Les astronomes, au contraire, regarderont la première série comme divergente, parce que les 1000 premiers termes vont en croissant; et la seconde comme convergente, parce que les 1000 premiers termes vont en décroissant et que cette décroissance est d'abord très rapide.

Les deux règles sont légitimes : la première, dans les recherches théoriques; la seconde, dans les applications numériques. Toutes deux doivent régner, mais dans deux domaines séparés et dont il importe de bien connaître les frontières.

Les astronomes ne les connaissent pas toujours d'une façon bien précise, mais ils les franchissent rarement; l'approximation dont ils se contentent les maintient d'ordinaire beaucoup en deçà; d'ailleurs leur instinct les guide et, s'il les trompait, le contrôle de l'observation les avertirait promptement de leur erreur.

Je crois néanmoins qu'il y a lieu d'apporter dans cette question un peu plus de précision, et c'est ce que je vais essayer de faire, bien que par sa nature même elle ne s'y prête pas beaucoup. Je commence par dire, afin d'éviter toute confusion, que j'emploierai toujours désormais, sauf avis contraire, le mot *convergence* dans le sens des géomètres.

**Séries analogues à celles de Stirling.**

**119.** Le premier exemple qui a montré clairement la légitimité de certains développements divergents est l'exemple classique de la série de Stirling. Cauchy a montré que les termes de cette série vont d'abord en décroissant, puis en croissant, de sorte que la série diverge; mais si l'on s'arrête au terme le plus petit, on représente la fonction eulérienne avec une approximation d'autant plus grande que l'argument est plus grand.

Depuis, des faits analogues très nombreux ont été mis en évidence, et j'ai moi-même étudié dans les *Acta mathematica*, Tome VIII, une classe importante de séries qui jouissent des mêmes propriétés que celle de Stirling.

FIG. 24: Tome II, Calcul formel (suite)

La sommation des astronomes dont parle Poincaré consiste à sommer les premiers termes de la série *en s'arrêtant au plus petit*, c'est la sommation au plus petit terme qu'utilisait Euler : *« car, si x est très grand, l'erreur commise sur cette fonction en s'arrêtant dans la série à un terme de rang convenable est extrêmement petite »* ([26], cf. la figure 17).

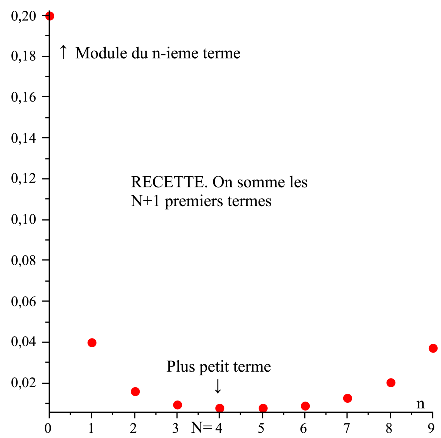



FIG. 25: Sommation au plus petit terme

Pour un exemple du type de celui de Poincaré (série d'Euler non-alternée, $x = 1/10$), le plus petit terme est *« au milieu d'un plateau »* . (Le phénomène s'accentue si l'on diminue $x$.) Dans le cas alterné un changement du rang d'arrêt de la somme change peu le résultat *si l'on reste sur le plateau*.

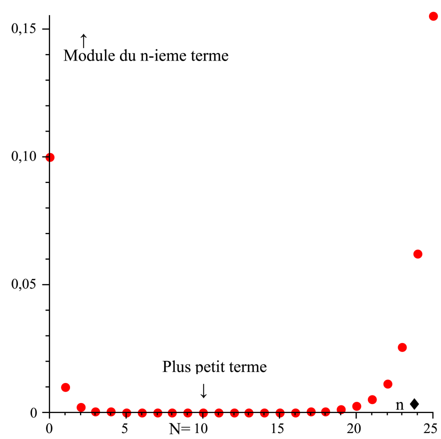



FIG. 26: Convergence des astronomes : $\frac{1.2.3\ldots n}{10^n}$, le plateau.

Poincaré généralise la notion de développement asymptotique donnée dans [24], introduisant des développements en un « petit paramètre » $\mu$, dont les coefficients sont des *fonctions* (de $x$ ou de $x$ et $\mu$)[21] :

**Calcul de ces séries.**

120. Nous sommes donc conduit à envisager une relation d'une nature nouvelle qui peut exister entre une fonction de $x$ et de $\mu$, que nous appellerons $\varphi(x, \mu)$ et une série divergente ordonnée suivant les puissances de $\mu$

$$f_0 + \mu f_1 + \mu^2 f_2 + \ldots + \mu^p f_p + \ldots, \tag{1}$$

où les coefficients $f_0$, $f_1$, ... peuvent être des fonctions de $x$

FIG. 27: Tome II, Calcul formel : retour aux développements asymptotiques

CALCUL FORMEL. 5

seulement indépendantes de $\mu$ (c'est ce qui arrivait dans l'exemple qui précède) ou bien dépendre à la fois de $x$ et de $\mu$.

Posons

$$\varphi_p = f_0 + \mu f_1 + \mu^2 f_2 + \ldots + \mu^p f_p.$$

Si l'on a

$$\lim \frac{\varphi - \varphi_p}{\mu^p} = 0, \quad \text{pour} \quad \mu = 0,$$

je dirai que la série (1) représente asymptotiquement la fonction $\varphi$ et j'écrirai

$$\varphi(x, \mu) = f_0 + \mu f_1 + \mu^2 f_2 + \ldots; \tag{2}$$

j'appellerai les relations de la forme (2) égalités asymptotiques.

Il est clair que, si $\mu$ est très petit, la différence $\varphi - \varphi_p$ sera aussi très petite et, bien que la série (2) soit divergente, la somme de ses $p+1$ premiers termes représente très approximativement la fonction $\varphi$.

Les astronomes diraient que cette série est convergente et représente la fonction $\varphi$.

Les astronomes ont continué de rechercher des séries qui satisfont formellement aux équations différentielles proposées, sans se préoccuper de leur convergence. Cette manière de faire semble d'abord tout à fait illégitime et pourtant elle les conduit souvent au but.

Pour s'expliquer ce fait, il est nécessaire d'examiner la question de plus près et c'est ce que je me propose de faire.

Introduisons quelques définitions nouvelles.

Considérons un système d'équations différentielles

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{3}$$

Je suppose que $X_i$ soit une fonction uniforme de $t$, de $x_1$, $x_2$, ..., $x_n$ et d'un paramètre $\mu$ et soit développable suivant les puissances croissantes de $\mu$.

FIG. 28: Tome II, Calcul formel : retour aux développements asymptotiques

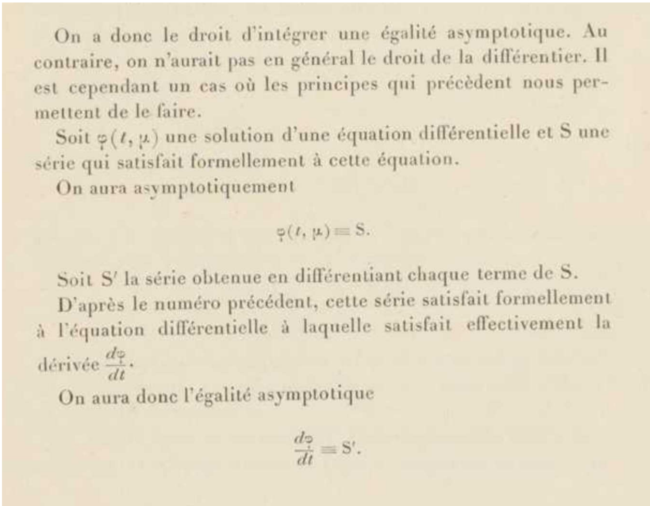
[21] quelques lignes plus loin $x$ devient $t$.

Poincaré s'intéresse dans la suite du texte au cas des développements *solutions formelles divergentes (en $\mu$) d'équations différentielles* :

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(x_1, \ldots, x_n, t, \mu), \quad i = 1, \ldots, n,$$

où les $X_i$ admettent par hypothèse des développements en $\mu$.

Un argument ad-hoc permet alors la dérivation des développements asymptotiques :



On a donc le droit d'intégrer une égalité asymptotique. Au contraire, on n'aurait pas en général le droit de la différentier. Il est cependant un cas où les principes qui précèdent nous permettent de le faire.

Soit $\varphi(t, \mu)$ une solution d'une équation différentielle et S une série qui satisfait formellement à cette équation.

On aura asymptotiquement

$$\varphi(t, \mu) = S.$$

Soit S′ la série obtenue en différentiant chaque terme de S.

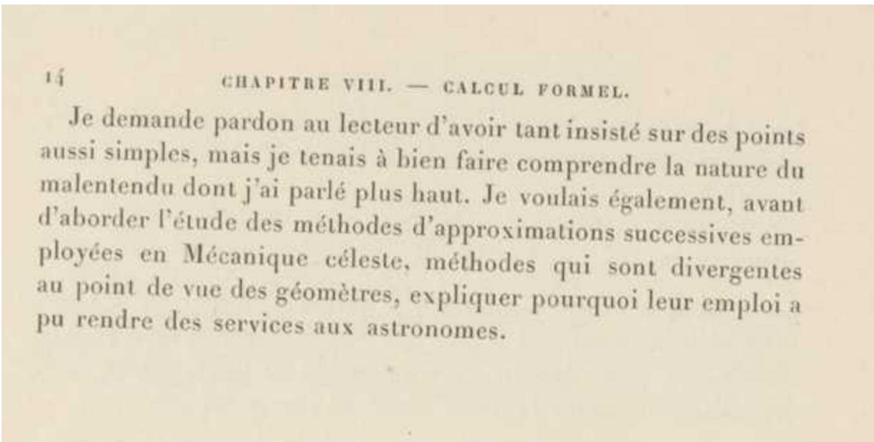
D'après le numéro précédent, cette série satisfait formellement à l'équation différentielle à laquelle satisfait effectivement la dérivée $\frac{d\varphi}{dt}$.

On aura donc l'égalité asymptotique

$$\frac{d\varphi}{dt} = S'.$$

FIG. 29: Tome II, Calcul formel : dérivation

Voici la conclusion de la partie *Calcul formel* :



14 CHAPITRE VIII. — CALCUL FORMEL.

Je demande pardon au lecteur d'avoir tant insisté sur des points aussi simples, mais je tenais à bien faire comprendre la nature du malentendu dont j'ai parlé plus haut. Je voulais également, avant d'aborder l'étude des méthodes d'approximations successives employées en Mécanique céleste, méthodes qui sont divergentes au point de vue des géomètres, expliquer pourquoi leur emploi a pu rendre des services aux astronomes.

FIG. 30: Tome II, Calcul formel : conclusion

### *3.2.2. Petits diviseurs et grands multiplicateurs*

Comme nous l'avons expliqué ci-dessus, Poincaré s'est beaucoup intéressé aux *raisons* de la divergence des séries apparaissant dans l'étude des singularités des équations différentielles et dans les problèmes de perturbation en mécanique céleste. Il met en évidence *deux* sources de divergence et évoque une relation entre les deux sources (nous reviendrons brièvement sur cette question dans la deuxième partie de cet article) :

(1) les *petits diviseurs*, provenant de *l'intégration* ;

(2) les *grands multiplicateurs*, provenant de *la dérivation*.

Quand le lecteur en sera là, il comprendra clairement qu'il y a toujours moyen de se débarrasser des termes dits *séculaires* qui s'introduisent plus ou moins artificiellement dans les anciennes méthodes de calcul. Mais les calculateurs rencontrent souvent un obstacle plus sérieux, c'est la présence de petits diviseurs quand les moyens mouvements sont près d'être commensurables. Les procédés exposés dans la première Partie de ce Volume deviennent inapplicables et il faut avoir recours, soit à la méthode de Delaunay, soit à celle de M. Bohlin qui y est étroitement apparentée et à laquelle je consacrerai un Chapitre. Celle-ci, toutefois, n'est pas encore parfaite, car elle introduit, sinon de petits diviseurs, au moins de grands multiplicateurs qui peuvent rendre l'approximation insuffisante dans certains cas. Un pas restait donc encore à faire ; il a été fait par les dernières méthodes de M. Gyldén par lesquelles je terminerai ce Volume, car si elles ne sont pas encore parfaites, aux yeux d'un géomètre pur, elles sont du moins les plus perfectionnées que nous connaissions.

FIG. 31: Petits diviseurs et grands multiplicateurs

Même dans le cas limite, les séries sont encore divergentes, mais je ne pourrai le démontrer rigoureusement que plus loin.

On peut se demander par quel mécanisme, pour ainsi dire, les termes de ces séries sont susceptibles de croître de façon à empêcher la convergence.

Dans le cas particulier où il n'y a que deux degrés de liberté, il ne s'introduit pas de petits diviseurs.

En effet, les équations que l'on a à intégrer sont alors de l'une des deux formes

$$n_2^0 \frac{dS_p}{dy_2} = \Phi,$$

$$\frac{dS_1}{dy_1} \frac{d[S_p]}{dy_1} = \Phi$$

et les seuls diviseurs qui s'introduisent, $n_2^0 m_2$ et $\frac{dS_1}{dy_1}$, ne sont pas très petits.

En revanche on a à effectuer des différentiations et, en différentiant un terme contenant le cosinus ou le sinus de

$$p_1 y_1 + p_2 y_2 + \ldots + p_n y_n,$$

on introduit en multiplicateur un des entiers $p_i$ qui peut être très grand.

Ce qui empêche la convergence, ce n'est donc pas la présence de petits diviseurs s'introduisant par l'intégration, mais celle de grands multiplicateurs s'introduisant par la différentiation.

On peut aussi présenter la chose d'une autre manière.

FIG. 32: Grands multiplicateurs

### 3.3. Le pendule forcé

À la fin du tome II des *Méthodes nouvelles* (Divergence des séries ; 225., page 452, cf. la figure 33), Poincaré détaille un exemple « simple » [22] qui est un « baby-model » pour le mécanisme de la divergence des séries de perturbations. En nous basant sur [32], nous allons décrire ce que fait Poincaré et voir qu'il anticipe de façon assez visionnaire un certain nombre de développements actuels. La prise en compte du caractère *analytique* des données, la mise en œuvre (avant la lettre...) d'un mécanisme de Borel-Laplace, l'articulation entre l'analyse et la géométrie (entre une singularité dans « le plan de Borel » et le « splitting » exponentiellement petit des séparatrices) illustrent parfaitement bien notre propos.

[22] La simplicité n'est qu'apparente et il est déjà difficile d'obtenir dans ce cas des résultats rigoureux. C'est évidement pire pour les exemples issus de la mécanique céleste.

L'exemple de Poincaré est l'équation différentielle du second ordre :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2\mu \sin y + \mu\varepsilon\, \varphi'(y) \cos x,$$

où $\varphi$ est $2\pi$-périodique, les *deux* paramètres $\mu > 0$ et $\varepsilon \geqslant 0$ étant « petits » et indépendants.

Je change un peu les notations de Poincaré ($y = q$, $x = \frac{\pi}{2} + \frac{t}{\sqrt{2\mu}}$) pour me ramener à un pendule forcé par une petite perturbation rapidement oscillante (l'origine de l'angle $q$ paramétrant le mouvement étant la position « instable » verticale vers le haut) :

$$\ddot{q} = \sin q - \varepsilon\varphi'(q) \sin \frac{t}{\sqrt{2\mu}}.$$

Les variétés stable $\mathcal{W}^+$ et instable $\mathcal{W}^-$ (les *séparatrices*) sont des surfaces de l'espace des phases élargi $(q, p, t)$. Pour le système non perturbé $\varepsilon = 0$ (le pendule simple), elles sont égales et coïncident avec la séparatrice du pendule.

Poincaré décrit $\mathcal{W}^+$ et $\mathcal{W}^-$ à partir de solutions $S^+$ et $S^-$ de l'équation d'Hamilton-Jacobi. Les développements en $\varepsilon$ : $S^\pm = S_0 + S_1^\pm\varepsilon + S_2^\pm\varepsilon^2 + \cdots$ sont convergents et Poincaré montre, pour le cas où $\varphi(y) = y$, que les termes d'ordre 1 ($S_1^+$ et $S_1^-$) sont *différents* bien que leurs développements asymptotiques en $\sqrt{\mu}$ *coïncident* ($\hat{S}_1 = \sum T_m\mu^{m/2}$). Ces développements sont donc nécessairement *divergents*. La preuve repose sur une transformation de Laplace et un argument de contour (résidu non trivial) : cf. les pages 462 et 463 (figures 34 et 35).

Poincaré calcule ainsi le « splitting » des séparatrices (au premier ordre en $\varepsilon$) qui est *exponentiellement petit*, de l'ordre de :

$$\frac{1}{\sqrt{\mu}} e^{-\pi/4\sqrt{2\mu}}.$$

Pour le cas général il prouve que ce « splitting » est *au plus exponentiellement petit*. Poincaré obtient aussi directement, pour le cas « générique », des *minorations* de type Gevrey[23] : $T_{2k+2} > 2(k!)$, d'où la divergence des séries (cf. la page 457, figure 36).

Pour plus de détails et pour une étude très approfondie (par des méthodes dites résurgentes) d'un cas « plus simple », nous renvoyons le lecteur à [32]. Un travail analogue reste à faire pour l'exemple original...

[23] Cf. la deuxième partie de cet article.

452 CHAPITRE XXI.

**Divergence des séries.**

**225.** Nous avons vu au n° **212** que les séries auxquelles conduit la méthode de M. Bohlin sont généralement divergentes et j'ai cherché à expliquer le mécanisme de cette divergence. Je crois devoir revenir sur ce sujet et étudier avec quelques détails un exemple simple qui fera mieux comprendre ce mécanisme. Soit

$$-\mathrm{F} = p + q^2 - 2\mu \sin^2\frac{y}{2} - \mu\varepsilon\varphi(y)\cos x,$$

où $(p, x;\, q, y)$ sont deux paires de variables conjuguées, $\varphi(y)$ une fonction périodique de $y$ de période $2\pi$ et où $\mu$ et $\varepsilon$ sont deux constantes que je supposerai très petites.

Formons les équations canoniques

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{d\mathrm{F}}{dp} = 1; & \dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{d\mathrm{F}}{dq} = 2q, \\[2ex] \dfrac{dp}{dt} = \dfrac{d\mathrm{F}}{dx} = -\mu\varepsilon\,\varphi(y)\sin x; & \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d\mathrm{F}}{dy} = \mu\sin y + \mu\varepsilon\,\varphi'(y)\cos x, \end{cases}$$

d'où

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2\mu\sin y + 2\mu\varepsilon\,\varphi'(y)\cos x.$$

L'intégration de ces équations est presque immédiate quand $\varepsilon = 0$. Écrivons l'équation aux dérivées partielles de Jacobi et soit

$$(2)\qquad \frac{d\mathrm{S}}{dx} + \left(\frac{d\mathrm{S}}{dy}\right)^2 = 2\mu\sin^2\frac{y}{2} + \mu\varepsilon\,\varphi(y)\cos x + \mathrm{C},$$

C étant une constante. Développons S et C suivant les puissances de $\varepsilon$ et soit

$$\mathrm{S} = \mathrm{S}_0 + \mathrm{S}_1\varepsilon + \mathrm{S}_2\varepsilon^2 + \ldots,$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{C}_0 + \mathrm{C}_1\varepsilon + \mathrm{C}_2\varepsilon^2 + \ldots.$$

Pour $\varepsilon = 0$, l'équation (2) devient

$$(3)\qquad \frac{d\mathrm{S}_0}{dx} + \left(\frac{d\mathrm{S}_0}{dy}\right)^2 = 2\mu\sin^2\frac{y}{2} + \mathrm{C}_0.$$

L'intégration, ai-je dit plus haut, est presque immédiate, et

FIG. 33: Pendule forcé

Les intégrales (11) et (12), prises le long de C′, nous donneront d'autres valeurs de $\psi$ et de $S_1$ que je désignerai par $\psi'$ et $S'_1$ pour les distinguer des premières.

Comme la partie imaginaire de $q$ est négative, si $u$ est réel, négatif et très grand, l'exponentielle $e^{iqu}$ aura son module très petit. Donc, pour $u = -\infty$, c'est-à-dire pour $y = 0$, $\psi'$ et $S'_1$ s'annulent.

On peut se demander si $\psi$ est égal à $\psi'$. On voit qu'entre les deux chemins d'intégration C et C′, la quantité sous le signe $\int$ présente un point singulier qui est le point

$$q = -\frac{1}{\sqrt{8\mu}}.$$

Ce point singulier est un pôle. La différence des deux intégrales sera donc égale à $2i\pi$ multiplié par le résidu ; ce qui donne

$$\psi' - \psi = \pi\sqrt{\frac{\mu}{2}}\, e^{\frac{-iu}{\sqrt{8\mu}}}\theta\left(-\frac{1}{\sqrt{8\mu}}\right),$$

et, en appelant $\rho_0$ et $\omega_0$ le module et l'argument de $\theta\left(-\frac{1}{\sqrt{8\mu}}\right)$,

$$S'_1 - S_1 = \pi\sqrt{\frac{\mu}{2}}\,\rho_0 \cos\left(x - \frac{u}{\sqrt{8\mu}} + \omega_0\right).$$

On voit que $\psi'$ n'est pas égal à $\psi$ à moins que

$$\theta\left(-\frac{1}{\sqrt{8\mu}}\right) = \theta(i\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi}{2\pi}\, e^{\alpha u}\, du = 0.$$

Cherchons maintenant à développer $\psi$ et $\psi'$ suivant les puissances de $\sqrt{\mu}$ ; voici ce que nous obtiendrons ; soit

$$\psi = \Sigma\mu^{\frac{p}{2}}\psi_p, \qquad \psi' = \Sigma\mu^{\frac{p}{2}}\psi'_p,$$

il viendra

$$\psi_p \quad \text{et} \quad \psi'_p = \int \frac{e^{iqu}}{i}\,\theta(q)(-q\sqrt{8})^{p-2}\,dq,$$

l'intégrale étant prise le long de C pour $\psi_p$ et le long de C′ pour $\psi'_p$.

Mais, cette fois, la quantité sous le signe $\int$ ne présente pas de

FIG. 34: Singularité dans le plan de Borel et phénomène de Stokes

EXTENSION DE LA MÉTHODE DE M. BOHLIN. 463

point singulier entre C et C′; d'où il résulte que l'on a

$$\psi_p = \psi'_p.$$

Ainsi, bien que les fonctions $\psi$ et $\psi'$ ne soient pas égales, leurs développements formels suivant les puissances de $\sqrt{\mu}$ sont identiques. C'est assez dire que ces développements ne sont pas convergents.

Cela montre toutefois que si $\mu$ est considéré comme un infiniment petit du premier ordre, la différence $\psi - \psi'$ sera un infiniment petit d'ordre infini, comme est, par exemple, $e^{-\frac{1}{\mu}}$.

Et, en effet, dans le cas particulier où $\varphi(y) = \sin y$, on a

$$\theta\left(-\frac{1}{\sqrt{8\mu}}\right) = \frac{-i\sqrt{\frac{\mu}{2}}}{e^{\frac{\pi}{4\sqrt{2\mu}}} + e^{-\frac{\pi}{4\sqrt{2\mu}}}},$$

ce qui montre que les différences $\psi - \psi'$ et $S_1 - S'_1$ sont du même ordre de grandeur que

$$\frac{1}{\sqrt{\mu}}\, e^{-\frac{\pi}{4\sqrt{2\mu}}}.$$

FIG. 35: « Splitting » exponentiellement petit »

d'où, pour $A = \frac{1}{2}$ par exemple,

$$T_{p+2} > 2(p!).$$

Les termes du développement (9) sont alors nuls de deux en deux et ceux qui restent sont plus grands que les termes correspondants du développement

$$2\Sigma q!\,\mu^{q+1},$$

qui est manifestement divergent.

Ce que je viens de dire du développement de $S_1$ s'appliquerait évidemment à celui de $S_2$ et des autres fonctions analogues.

FIG. 36: Divergence Gevrey

## 3.4. Problème(s) des trois corps

### 3.4.1. Divergence et non intégrabilité

Voici un extrait de [27] (un article « de vulgarisation » de Poincaré sur le problème des trois corps).

*Les équations différentielles du problème des trois corps admettent un certain nombre d'intégrales qui sont connues depuis longtemps ; ce sont celles du mouvement du centre de gravité, celles des aires, celle des forces vives. Il était extrêmement probable qu'elles ne pouvaient avoir d'autres intégrales algébriques ; ce n'est cependant que dans ces dernières années que M. Bruns a pu le démontrer rigoureusement. Mais on peut aller plus loin ; en dehors des intégrales connues, le problème des trois corps n'admet aucune intégrale analytique et uniforme ; les propriétés des solutions périodiques et asymptotiques, étudiées avec attention, suffisent pour l'établir. On peut en conclure que les divers développements proposés jusqu'ici sont divergents ; car leur convergence entraînerait l'existence d'une intégrale uniforme.*

Dans l'extrait ci-dessus Poincaré met en évidence (à propos du problème des trois corps) un principe heuristique[24] :

$$\text{divergence} = \text{non-intégrabilité}.$$

On peut le compléter en :

$$\text{divergence} = \text{ambiguïté} = \text{non-intégrabilité}.$$

J'y reviendrai dans la deuxième partie de cet article. L'ambiguïté (« splitting » infiniment plat de solutions avec le même développement) crée des *figures géométriques complexes* (cf. ci-après la figure formée par les variétés stable $\mathcal{W}^+$ et instable $\mathcal{W}^-$ dans l'exemple du pendule forcé) qui sont des obstructions à l'intégrabilité.

Il y a toutefois une exception assez subtile qui ne semble pas apparaître chez Poincaré. Dans une situation « non-générique », la divergence peut correspondre à un phénomène de *sensibilité aux conditions initiales* (cher à Poincaré...) parfaitement compatible avec un certain type d'intégrabilité (par quadrature). Le modèle est l'équation d'Euler : $x^2y' + y = x$.

Dans le tome III de [28], Poincaré écrit à propos du problème des trois corps :

*« Que l'on cherche à se représenter la figure formée par ces deux courbes et leurs intersections en nombre infini dont chacune correspond à une solution doublement asymptotique. Ces intersections forment une sorte de treillis, de tissu, de réseau à maille infiniment serrées ; chacune de ces deux courbes ne doit jamais se recouper elle-même, mais elle doit se replier sur elle-même de manière infiniment complexe pour venir recouper une infinité de fois toutes les mailles du réseau.*

[24] On devine ce principe à l'œuvre en plusieurs endroits de son œuvre, mais je ne connais pas d'autre endroit où il soit énoncé aussi nettement.

*On sera frappé de la complexité de cette figure, que je ne cherche même pas à tracer. Rien de plus propre à nous donner une idée de la complication du problème des trois corps et en général de tous les problèmes de la Dynamique où il n'y a pas d'intégrale uniforme et où les séries de Bohlin sont divergentes ».*

Ainsi, Poincaré nous dit (au moins une fois explicitement et très souvent implicitement) que :

divergence des séries = splitting = figure géométrique complexe (homoclinic tangle)

et que :

figure géométrique complexe (homoclinic tangle) = non intégrabilité.

Après une phase d'incompréhension et d'oubli la deuxième « équivalence » a été bien étudiée au XX^e^ siècle (en relation avec la notion de chaos[25]). Il vaudrait la peine de revenir aussi à la première qui semble importante chez Poincaré.

### *3.4.2. Le prix du roi de Suède*

L'histoire du prix que le roi de Suède (Oskar II) avait proposé à propos du problème à $n$ corps et de l'erreur de Poincaré dans le mémoire ayant obtenu le prix est bien connue (cf. [3] et [44], dont je reprends en partie l'analyse). Je n'en dirai que quelques mots en mettant au premier plan ce qui concerne directement mon propos.

Le sujet proposé était (dans sa version française) :

*Étant donné un système de points matériels qui s'attirent mutuellement suivant la loi de Newton, on propose, sous la supposition qu'un choc de deux points n'ait jamais lieu, de représenter les coordonnées de chaque point sous forme de séries procédant suivant quelques fonctions connues du temps et qui converge uniformément pour toute valeur réelle de la variable.*

Le contexte était exactement celui de l'époque : comprendre la mécanique céleste par des méthodes *analytiques*, c'est-à-dire *avec des séries convergentes*.

Une parfaite réponse à la question posée a été donnée plus tard par Karl Sundman ($n = 3$) [40] et Qiudong Wang ($n > 3$) [41], mais les séries obtenues *convergent si lentement* qu'elles n'ont guère d'intérêt. Ainsi la question (élaborée par Mittag-Leffler, Hermite, Weierstrass, mais essentiellement due à ce dernier) « n'était pas la bonne » ![26]

Poincaré s'était proposé d'attaquer un problème plus simple, le problème *restreint des trois corps* (un corps est de masse nulle et le rapport $\mu$ des deux autres, qui suivent des trajectoires circulaires suivant les lois de Kepler, est « petit »). Dans son mémoire, il met en évidence deux courbes asymptotiques (stable et instable) et les étudie par des développements en $\sqrt{\mu}$ (cf. ci-dessus l'exemple du pendule forcé). Selon la première version, les deux courbes coïncident au premier ordre en $\sqrt{\mu}$ (ce qui est vrai...) et les développements en $\sqrt{\mu}$ sont *convergents* (ce qui est faux...).

[25] S. Smale et le *fer à cheval*....

[26] En fait la suite du texte contient la véritable question : la stabilité du système solaire que Lejeune-Dirichlet avait cru montrer 30 ans auparavant peu avant sa mort.

Yoccoz pense que, en écrivant la première version, Poincaré avait vérifié que les deux courbes coïncident à tous les ordres en $\sqrt{\mu}$ [44].

Le point important est qu'en un temps très court, corrigeant son mémoire fautif, Poincaré *change complètement de perspective*. Il abandonne le paradigme traditionnel des *séries convergentes* pour le remplacer par un nouveau paradigme : *séries divergentes et étude qualitative de solutions*. Les deux aspects sont profondément liés, la géométrie des trajectoires se greffe sur une ambiguïté « de taille exponentielle petite ».

On peut rapprocher la démarche de Poincaré de celle de Galois (en paraphrasant Y. André [1, 2]) :

– au lieu de *subir* cette ambiguïté (des solutions des équations algébriques) comme une *nuisance*, Galois va *s'appuyer dessus* pour en faire un outil puissant ;
– au lieu de *subir* la divergence des séries (et l'ambiguïté correspondante) comme une *nuisance*, Poincaré va *s'appuyer dessus* pour en faire un outil puissant.

Cette comparaison entre les visions de Galois et de Poincaré est plus qu'une analogie (je reviendrai sur la question dans la deuxième partie de cet article).

En tout cas l'on comprend mieux, je l'espère, l'apparition en *ostinato* du thème de la divergence chez Poincaré : divergence des séries de M. Thomé, divergence des séries de MM. Newcomb et Lindstedt, divergence des séries de M. Gyldén, divergence des séries de M. Bohlin...

Attention : dans son œuvre Poincaré ne démontre pas rigoureusement toutes ses affirmations sur la divergence (cf. par exemple [11] pour le cas de la divergence des séries de Lindstedt).

## 4. Une approche alternative : Stieltjes

### 4.1. Séries semi-convergentes

En 1886, dans sa thèse, Thomas Jan Stieltjes, définit (la même année que Poincaré) la notion de développement asymptotique (les définitions sont les mêmes...). Il part, comme Poincaré, du cas étudié par Cauchy [10], de développements avec signes alternés où le reste est de même signe que le premier terme omis et majoré par celui-ci. il dit que de tels développements sont appelés *séries semi-convergentes*[27]. Il passe ensuite à des cas où *tous les termes sont de même signe*, dont le « modèle » est la série d'Euler non alternée (en $1/a$) :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{a^{n+1}}$$

(qu'il interprète comme développement asymptotique à l'infini de $e^{-a}\mathrm{li}(a)$, li étant le logarithme intégral).

[27] Il ne pas confondre avec la définition de ce terme dans les cours élémentaires !

Il montre que dans ces cas le procédé de sommation au plus petit terme donne encore d'excellents résultats numériques. Par exemple, avec $a := \log 10^{10} \approx 23,02$, en sommant 23 termes, il obtient la valeur qu'il appelle « *exacte* » : $\mathrm{li}(10^{10}) = 455055614,5866$. Il constate que le calcul est bien plus rapide qu'avec le développement *convergent* (1).

# PREMIÈRE THÈSE.

## RECHERCHES

SUR

## QUELQUES SÉRIES SEMI-CONVERGENTES.

### INTRODUCTION.

Nous allons indiquer en quelques mots le but et les principaux résultats de ce travail qui est consacré à l'étude de quelques séries semi-convergentes, en considérant exclusivement les valeurs réelles et positives de la variable.

On rencontre souvent, en Mathématiques, des développements de la forme

$$\text{(A)} \qquad F(a) = m_0 + \frac{m_1}{a} + \frac{m_2}{a^2} + \frac{m_3}{a^3} + \ldots,$$

que l'on ne pourrait continuer indéfiniment s'il s'agissait d'un calcul numérique, la série étant divergente. Néanmoins un tel développement a un sens précis et l'on doit regarder la formule (A) comme une manière symbolique d'exprimer que, pour $a = \infty$,

$$\begin{gathered} \lim F(a) = m_0, \\ \lim a[F(a) - m_0] = m_1, \\ \lim a^2\left[F(a) - m_0 - \frac{m_1}{a}\right] = m_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{gathered}$$

Ce sont les développements qui présentent ce caractère que nous avons en vue. Si l'on veut se servir de la formule (A) pour évaluer

S. 1

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

FIG. 37: Thèse de Stieltjes

$F(a)$, on ne pourra le faire d'une manière sûre, qu'après une discussion du terme complémentaire qu'il faut ajouter à un nombre fini de termes. Mais cette discussion présente presque toujours de très grandes difficultés, si, du moins, on ne veut se contenter d'évaluations trop grossières qui auraient peu d'utilité, et c'est seulement dans quelques cas où les coefficients $m_0, m_1, m_2, \ldots$ suivent une loi simple qu'on a pu faire cette discussion.

Notamment on a trouvé, dans plusieurs cas où les coefficients sont alternativement positifs et négatifs, que la valeur exacte de $F(a)$ est comprise toujours entre la somme de $n$ et de $n+1$ termes de la série, et l'on a introduit, précisément à l'occasion des séries qui présentent cette circonstance particulière, le nom de *série semi-convergente*. Mais, comme nous venons de l'indiquer, nous avons pris ce terme dans une acception plus générale, et nous avons étudié aussi quelques cas dans lesquels les coefficients $m_0, m_1, \ldots$ ont tous même signe.

Pour abréger, nous désignerons par série semi-convergente de *première espèce*, ou même simplement par série de première espèce, une série telle que (A), dans laquelle le signe des coefficients est alternativement positif et négatif, pour réserver le nom de série de *seconde espèce* au cas où les coefficients ont même signe.

Les cas de séries de seconde espèce qu'on a déjà traités semblent assez rares, et à la vérité nous n'en avons rencontré qu'un seul dû à M. Schlömilch et sur lequel nous reviendrons. Mais les séries de seconde espèce donnent lieu à quelques remarques générales que nous allons développer, en envisageant pour plus de précision la série suivante, que l'on rencontre dans l'étude du logarithme intégral :

$$\begin{aligned} \mathrm{li}(e^a) &= e^a\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+\frac{1.2}{a^3}+\ldots+\frac{1.2\ldots(n-1)}{a^{n-1}}+R_n\right] \\ &= e^a[T_1+T_2+T_3+\ldots+T_n+R_n]. \end{aligned}$$

Supposons $a$ très grand : les termes diminuent d'abord pour croître ensuite au delà de toute limite. Soit $T_n$ le plus petit terme, alors les termes $T_{n-1}, T_{n-2}, \ldots, T_{n-k}$ diffèrent très peu de $T_n$ et

$$R_{n-k} = T_{n-k+1}+\ldots+T_n+R_n.$$

FIG. 38: La série d'Euler non alternée

## 4.2. Fractions continues

En 1879 Laguerre revient à l'exemple de la série d'Euler (en $x = -1/z$) [19] qu'il interprète comme la série formelle associée à une fraction continue *convergente*[28] (de polynômes), dont les dénominateurs des réduites successives sont les polynômes (orthogonaux) dits de Laguerre[29] (cf. par exemple [31], 4.2.3, page 1264) :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-u}}{z-u}\,du = -\cfrac{1}{z-1-\cfrac{1}{z-3-\cfrac{2}{z-5-\cdots}}} = -\sum_{n\geqslant 0} \frac{n!}{z^{n+1}}.$$

Cet exemple a beaucoup intéressé Poincaré [25] :

> De tous les résultats qu'il obtint, je n'en veux citer qu'un, parce que c'est le plus surprenant et le plus suggestif. D'une série divergente, on peut déduire une fraction continue convergente : c'est là un nouveau mode d'emploi légitime des séries divergentes qui est sans doute destiné à un grand avenir.

FIG. 39: Poincaré : sur les travaux de Laguerre

Poincaré a trouvé là un écho à ses préoccupations et prédisait *un grand avenir* à l'idée de Laguerre. Effectivement, en 1894, Stieltjes reprend magistralement cette idée[30]. Le principe (j'utilise des termes actuels[31] et ne précise pas les hypothèses...) est le suivant, il part d'une mesure $\mu$ positive sur $\mathbf{R}$ dont tous les moments $\mu_n$ sont finis, il considère la transformée dite de Stieltjes :

$$S_\mu : z \mapsto \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mu(t)}{z-t} = \mu\Big(\frac{1}{z-t}\Big),$$

*holomorphe* sur le plan complexe privé du support de $\mu$ (noté $U$), son *développement asymptotique à l'infini* est la série génératrice décalée des moments : $\hat{f} := \sum_{n\geqslant 0} \mu_n z^{-n-1}$. Si $\mu$ est à support *borné*, $\hat{f}$ est *convergente*, mais le cas vraiment intéressant est le cas opposé (par exemple les cas des mesures de Laguerre ou d'Hermite). Dans ce cas Stieltjes interprète $\hat{f}$ comme série formelle associée à une fraction continue *convergente* sur $U$, dont les réduites sont appelées aujourd'hui *approximants de Padé* de la série (leurs dénominateurs sont les polynômes orthogonaux définis par $\mu$). (On trouvera une présentation élémentaire de ces questions dans [31].) La fraction est la *somme* de la série divergente en un sens très eulérien (cf. aussi [6]).

28 Sur l'ouvert $\mathbf{C} \setminus \mathbf{R}^+$.

29 Dans le texte original [19] Laguerre considère l'intégrale $\int_x^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x}\,dx$.

30 C'est une approche différente de celle de sa thèse.

31 Stieltjes n'utilise pas les mesures mais l'intégrale dite de Stieltjes inventée pour cette question de fractions continues.

## 5. Conclusion

D'Euler à Poincaré et Stieltjes nous avons vu se dégager deux approches des séries divergentes[32].

(1) On part d'une série numérique (resp. formelle) et l'on cherche à lui associer un nombre (resp. une fonction) en respectant les règles de calcul usuelles.

(2) On part d'une fonction, issue d'un problème « concret » de mathématiques (solution d'une équation fonctionnelle...), de physique ou d'astronomie et on lui associe une série formelle, son « développement » en un point *singulier*.

La première approche est une approche de mathématicien pur, Poincaré dit *« de géomètre »* , c'est celle d'Euler et de Stieltjes (dans sa thèse), elle trouve sa forme la plus achevée chez Hardy [16]. La seconde est plutôt une approche de mathématicien appliqué, de physicien ou (comme le dit Poincaré) d'astronome, c'est celle de Stokes, de Poincaré et, dans une certaine mesure, celle de Cauchy (la fonction $\Gamma$ est solution d'une équation aux différences).

Toutefois si l'on y regarde de plus près les deux façons de voir sont moins différentes que l'on pourrait le penser : Euler « somme » le plus souvent une série formelle en devinant une (ou plusieurs...) fonction(s) dont elle est le développement et dans l'article [34] Stieljes utilise un « va-et-vient » entre les deux approches.

Dans la suite de cet article, *les développements asymptotiques après Poincaré : continuité et... divergences*, nous reviendrons sur le prolongement de ces idées de 1900 à nos jours. Nous verrons que l'on retrouve constamment les deux approches et leurs liens de plus en plus étroits (dans certains cas, largement représentés dans les applications, l'on a en fait une « asymptotique exacte », c'est-à-dire un « dictionnaire parfait » entre fonctions et séries formelles à l'imitation – subtile – du cas convergent [29]). La première avec des progrès « théoriques » (développements asymptotiques Gevrey, $k$-sommabilité, multisommabilité, développements asymptotiques composés). La seconde avec le prolongement des travaux de Poincaré sur les solutions divergentes des équations différentielles analytiques (théorème fondamental des développements asymptotiques...), l'étude des perturbations singulières et surtout de problèmes issus de la physique. Le physicien anglais Michael Berry a dit *« almost all series describing physics diverge »* , nous expliquerons pourquoi et l'illustrerons par un exemple particulièrement frappant issu de la théorie quantique des champs.

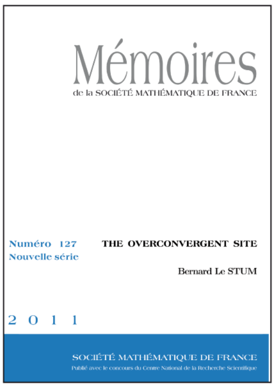
## 6. Références

[1] **Y. André,** Idées galoisiennes (théorie de l'ambiguïté), ircam.
[2] **Y. André, 2012** Idées galoisiennes, journées x-ups 2011.
[3] **J. Barrow-Green, 1077** Poincaré and the three-body problem, *AMS-LMS History of mathematics*, vol. 11.
[4] **T. Bayes, 1763** A letter from the late Reverend Mr. Thomas Bayes, F. R. S. to John Canton, M. A. and F. R. S., Royal Society, Nov., 24, 1763,
[5] **Birkhoff, 1909** Singular points of linear differential equations, *Trans. of the Amer. Math. Soc.*, 10, 436-470.
[6] **E. Borel, 1928** Leçons sur les séries divergentes *Gauthier-Villars*, 2-éd., Paris.
[7] **N. Bourbaki, 1960** éléments d'histoire des mathématiques, *Hermann, Paris.*

[32] Les deux approches partageant le même préssupposé : le problème est intéressant.

[8] **H. Bruns, 1887** Ueber die Integrale des vielkörper Problems, *Acta Math.*, 11, 25–96.
[9] **A.-L. Cauchy, 1821** Cours d'analyse de l'école royale polytechnique. 1.re partie. Analyse algébrique. Debure frères, libraires du Roi.
[10] **A.-L. Cauchy, 1843** Sur un emploi légitime des séries divergentes, *Comptes Rendus Acad. Sci., Paris*, t. XVII, page 370.
[11] **A. Chenciner, 1991** Séries divergentes de la Mécanique Céleste (problèmes planétaires), Journées x-ups 1991.
[12] **J. Dutka, 1991** The early history of the factorial function, *Archive for History of Exact Sciences*, 43, n°. 3, 225–249.
[13] **L. Euler, 1760** De seriebus divergentibus, *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*, 5, 205-237.
[14] **E. Ghys, 2010** Géodésiques sur les surfaces à courbure négative, in *Leçons de mathématiques d'aujourd'hui, Le sel et le fer, Cassini*, vol. 4, 339-365.
[15] **J. Hadamard, 1901** Notice sur les travaux scientifiques de M. Jacques Hadamard, *Gauthiers-Villars, Paris.*
[16] **Hardy, 1949** Divergent Series, *Oxford at the Clarendon Press*.
[17] **E. Julliard-Tosel, 2000** Bruns' Theorem : The Proof and Some Generalizations *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 76, N° 4 (2000), 241–281.
[18] **D. Lanier, D. Trotoux,1996** La formule de Stirling, XI-ème colloque inter-IREM d'histoire des mathématiques, Reims, mai 1996.
[19] **Laguerre,1879** Sur l'intégrale $\int_x^\infty \frac{e^{-x}dx}{x}$ *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. VII, 428–437.
[20] **J. Martinet, J.P. Ramis, 1989** Théorie de Galois différentielle et resommation, *Computer Algebra and Differential Equations*, E. Tournier Ed., Academic Press, London, 117–214.
[21] **A. de Moivre,1730** Miscellanea Analytica de seriebus et quadraturis, Londres.
[22] **H. Poincaré, 1883** Sur les groupes des équations linéaires, *Comptes Rendus Acad. des Sciences, Paris*, T. 96, 691–696.
[23] **H. Poincaré, 1885** Sur les équations Linéaires aux Différentielles ordinaires et aux Différences finies *American Journal of Mathematics. Baltimore*, 7, 203–258.
[24] **H. Poincaré, 1886** Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires *Acta mathematica*, t. 8, 295–344.
[25] **H. Poincaré, 1887** Notice sur la vie et les travaux de Laguerre *Institut de France, Académie des Sciences, Paris*, Gauthier-Villars
[26] **H. Poincaré, 1891** Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré, faite par lui-même, *Acta Mathematica*, 38, 36–135.
[27] **H. Poincaré, 1891** Le problème des trois corps, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 2, 1–5.
[28] **H. Poincaré, 1892** Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste, tomes I, II, III, *Gauthier-Villars, Paris.*
[29] **J.P. Ramis, 1993** Séries divergentes et théories asymptotiques, *Panoramas et Synthèse*, 0, Société Mathématique de France.
[30] **J.P. Ramis, 2009** Leonhard Euler, ou l'art de donner un sens à ce qui n'en avait pas, Conférence donnée dans le cadre du cycle « Un texte, un mathématicien », organisée par la Société Mathématique de France, la Bibliothèque nationale de France, et Animath. Réalisation : BnF, Paris, http ://smf.emath.fr/VieSociete/Rencontres/BNF/2009/Ramis.html.
[31] **J.P. Ramis, A. Warusfel, 2007** Mathématiques, Tout en un pour la licence, niveau L2, Dunod, Paris.
[32] **D. Sauzin, 1995** Résurgence paramétrique et exponentielle petitesse de l'écart des séparatrices du pendule rapidement forcé, *Annales de l'institut Fourier*, 45, no. 2, 453–511.
[33] **T. J. Stieltjes, 1886** Recherches sur quelques séries semi-convergentes, *Annales Scientifiques de l'E.N.S.*, 3e série, tome 3, 201–258.
[34] **T. J. Stieltjes, 1894** Recherches sur les fractions continues, *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1ère série, tome 8, n° 4, 1–124.
[35] **J. Stirling, 1730** Methodus Differentialis sive Tractatus de Summatione et Interpolatione Serierum Infinitarum, Londres.

[36] **G. G. Stokes, 1847** On the numerical calculation of a class of definite integrals and infinite series *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 9, 379–407.
[37] **G. G. Stokes, 1864** On the discontinuity of arbitrary constants which appear in divergent developments, *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 10, 106–128.
[38] **G. G. Stokes, 1902** On the discontinuity of arbitrary constants that appear as multipliers of semi-convergent series, *Acta Mat.*, 26, 393-397.
[39] **G. G. Stokes, 1907** Early Letters to Lady Stokes, London, March 17, 1857, *Memoirs and Scientific Correspondance*, vol. 1, Cambridge University Press, 62.
[40] **K. F. Sundman,** Mémoire sur le problème des trois corps, *Acta Mathematica*, 36, 105–179.
[41] **Q. Wang, 2001** Power Series Solutions and Integral Manifold of the *n*-body Problem, *Reg. Chaot. Dyn.*, 6, 4, 433–442.
[42] **W. Wasow, 1966** Asymptotic expansions for ordinary differential equation *John Wiley and Sons Inc*, New York-London-Sydney.
[43] **E. T. Whittaker, G. Watson, 1902** A Course of Modern Analysis, *Cambridge University Press*.
[44] **J.C. Yoccoz, 2010** Une erreur féconde du mathématicien Henri Poincaré, La Lettre du *Collège de France*, n° 28, Paris, Collège de France, 38–42.




Mémoire 127

## The Overconvergent Site

Bernard Le Stum

We prove that rigid cohomology can be computed as the cohomology of a site analogous to the crystalline site. Berthelot designed rigid cohomology as a common generalization of crystalline and Monsky-Washnitzer cohomology. Unfortunately, unlike the former, the functoriality of the theory is not built-in. We define the ``overconvergent site'' which is functorially attached to an algebraic variety. We prove that the category of modules of finite presentation on this ringed site is equivalent to the category of overconvergent isocrystals on the variety. We also prove that their cohomology coincides..

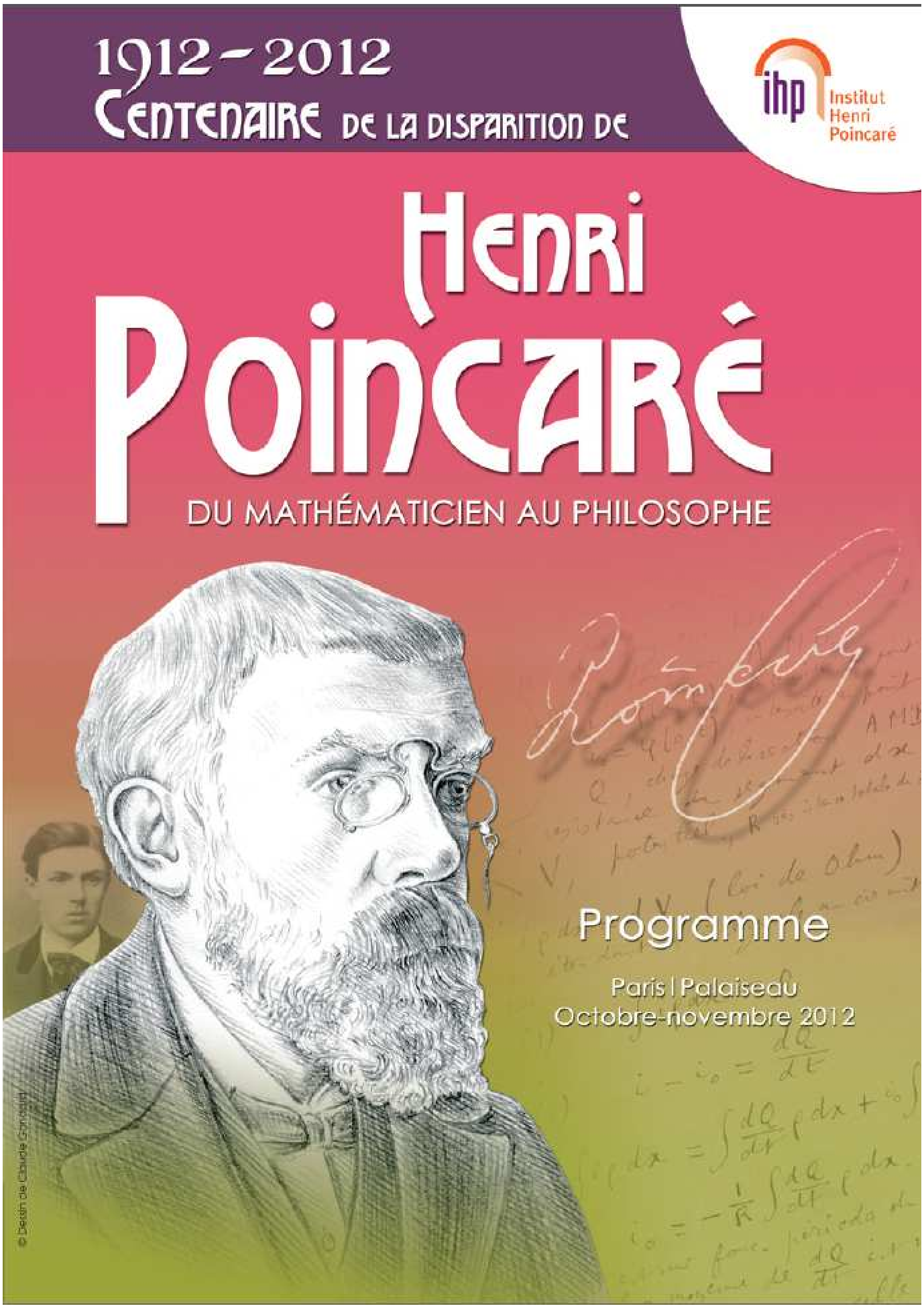
*(Le site surconvergent)*
*Nous montrons que la cohomologie rigide peut se calculer comme la cohomologie d'un site analogue au site cristallin. Berthelot a conçu la cohomologie rigide comme une généralisation commune de la cohomologie cristalline et de la cohomologie de Monsky-Washnitzer. Malheureusement, contrairement à ce qui se passe en cohomologie cristalline, la fonctorialité de la théorie ne résulte pas directement des définitions. Nous introduisons donc le site surconvergent qui est fonctoriellement attaché à une variété algébrique. Nous montrons que la catégorie des modules de présentation finie sur ce site annelé est équivalent à la catégorie des isocristaux surconvergents sur la variété. Nous montrons aussi que leurs cohomologies coïncident.*

prix public* : 25 € - prix membre* : 18 €
* frais de port non compris

**Société Mathématique de France**
SMF

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F - 75231 PARIS CEDEX 05

**http://smf.emath.fr**


1912 – 2012
Centenaire de la disparition de
Institut Henri Poincaré
Henri Poincaré
du mathématicien au philosophe
Programme
Paris | Palaiseau
Octobre-novembre 2012
© Dessin de Claude Gondard

# HISTOIRE

## Une petite biographie d'Henri Poincaré[1]

Olivier Sester[2]

Henri Poincaré est né à Nancy le 29 avril 1854. Lorrains, ses parents font partie de l'élite intellectuelle de la III$^{e}$ République. Son père, Léon Poincaré, est médecin et devient Professeur à la faculté de Médecine de Nancy. Son oncle, Antoine Poincaré, polytechnicien, est ingénieur en chef des ponts et chaussés à Bar-le-Duc. Quant à ses cousins, l'un, Raymond Poincaré, a été plusieurs fois ministre et sera président de la République de 1913 à 1920 ; tandis que l'autre, Lucien Poincaré, est devenu directeur de l'enseignement secondaire au Ministère de l'instruction publique.

L'enfance de Poincaré est exceptionnellement heureuse, entourée par sa mère qui s'occupe de lui avec bienveillance et intelligence. La famille Poincaré a une riche vie sociale ponctuée d'excursions sur les hauteurs de Nancy pour des pique-niques en groupe, de très nombreux voyages plusieurs fois par an chez les grands parents maternels à Arrancy (dans la Meuse) mais aussi dans le reste de la France et en Europe.

En 1862, Henri entre au lycée de garçons de Nancy (désormais rebaptisé Lycée Henri Poincaré en son honneur...). Il y passe onze années au lycée et s'y révèle un excellent élève dans toutes les matières.

Lorsque la ville est occupée par les Allemands le 14 août 1870, la famille Poincaré doit héberger le secrétaire du commissaire civil de Nancy. Poincaré vit les horreurs de la guerre au plus près : au côté de son père médecin qu'il accompagne parfois mais aussi au cours d'un voyage chez ses grands parents lorsqu'il traverse des villages incendiés et vides de leurs habitants. Bachelier ès lettres et bachelier ès sciences en 1871, il remporte plusieurs premiers prix au concours général. En mathématiques élémentaires et spéciales, il fait la connaissance de Paul Appell qui deviendra également un célèbre mathématicien et qui le décrit ainsi : *« Dès les premières interrogations en classe, sa supériorité apparut éclatante : il répondait aux questions en supprimant les raisonnements intermédiaires, avec une brièveté et une concision telles que le professeur lui demandait toujours de développer ses réponses : il lui disait : Si vous répondez ainsi vous risquez de n'être pas compris. »* En 1873, Poincaré est reçu premier à l'École Polytechnique et cinquième à l'École Normale Supérieure (Paul Appell est deuxième !) Suivant sans doute l'exemple et les conseils de son oncle, il choisit l'X. Après ses études à l'école des Mines, il entame une brève carrière d'ingénieur des mines. Il est affecté à Vesoul le 28 mars 1879. Au cours de cette période, il termine sa thèse de doctorat sur les équations

[1] Article publié sur le site `www.poincare.fr`

[2] Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, université Paris-Est Marne-la-Vallée.

différentielles sous la direction de Charles Hermite. La soutenance a lieu le 1er août, à Paris. Les membres du jury ne sont pas complètement séduits par ses travaux auxquels ils reprochent notamment une rédaction un peu hâtive et des lacunes dans certaines démonstrations. Le 1er décembre 1879, son doctorat en poche, Henri Poincaré est nommé maître-assistant à l'université de Caen. Scientifique passionné par de très nombreux aspects des mathématiques et de la physique, Poincaré fait des contributions majeures dans de nombreuses branches : mécanique céleste, mécanique des fluides, électromagnétisme, relativité...

En 1880, il publie son premier mémoire d'importance *« Sur les courbes définies par une équation différentielle. »* Il y propose une nouvelle classification des points singuliers des courbes solutions d'équations différentielles et introduit la dénomination originale : nœud, col, foyer, centre.

Lorsque l'Académie des Sciences lance un concours *« pour des avancées significatives sur certains aspects de la théorie des équations différentielles »*, Poincaré a pris connaissance des travaux de Lazar Fuchs sur une classe de fonctions complexes solution de certaines équations différentielles. Il consacre alors son mémoire à ce qu'il nomme les fonctions « fuchsiennes » qui sont une première tentative de généralisation de cette classe de fonctions. Si le grand prix de Mathématiques de l'Académie des Sciences est finalement attribué à Georges Halphen, le mémoire de Poincaré obtient la mention « très honorable ». Poincaré réalise peu de temps après que ces fonctions sont en fait reliées à la géométrie non-euclidienne. Il complétera donc son premier essai par trois suppléments envoyés à l'Académie des Sciences dans lesquels il décrit en détails les liens entre les fonctions fuchsiennes et la géométrie non-euclidienne. En 1888, le roi Oskar II de Suède et de Norvège annonce qu'il organise un concours de Mathématiques sur des questions relatives au système solaire. Le jury est composé de trois membres : Hermite, Weierstrass et Mittag-Leffler. Les mémoires doivent être envoyés avant le 1er juin 1888. Poincaré remporte le premier prix pour sa contribution importante au problème des trois corps (en mécanique céleste). Appell est second. Mais par la suite Phragmen trouve une erreur dans le mémoire soumis par Poincaré. Ce dernier est contraint de remanier considérablement son texte. Il découvre à cette occasion ce que l'on appelle aujourd'hui les comportements chaotiques et pose ainsi les fondations de la théorie du chaos. Il doit payer de sa poche 3585 couronnes pour en publier une version corrigée en mai 1890.

À partir de ce concours mémorable, Poincaré acquiert une stature de grand savant international dont la renommée s'étend auprès du grand public. En mécanique céleste, ses autres travaux célèbres sont *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste* publiés en trois volumes entre 1892 et 1899 ainsi que ses *Leçons de mécanique céleste* en 1905.

Poincaré contribue aussi de façon éclatante à la topologie (appelée alors Analysis situs) et pose les bases de la topologie algébrique à travers six articles majeurs publiés entre 1895 et 1904. Le premier, publié dans le premier volume de l'École Polytechnique, Poincaré y introduit (ou ré-interprète) les notions de : nombres de Betti, de groupe fondamental d'une variété, de groupe d'homologie... Les cinq autres, bien que tous dénommés « compléments » paraissent dans des revues de premier plan. C'est dans le dernier de ceux-ci qu'il énonce sa fameuse conjecture : « se peut-il que le groupe fondamental d'une variété se réduise à l'identité mais que cette variété ne soit pas homéomorphe à la sphère ? » Poincaré est aussi considéré comme l'initiateur de la théorie des fonctions analytiques de plusieurs variables. En 1905, il publie l'article « Sur la dynamique de l'électron » qui est considéré de nos jours comme un des textes fondateurs de la théorie de la relativité restreinte. Parallèlement à ces activités scientifiques, Poincaré mène une réflexion philosophique sur la nature des mathématiques et de la science en général. Il publie trois ouvrages dans ce domaine qui ont eu un certain succès public : La Science et l'Hypothèse (1902), La Valeur de la Science (1905), et Science et Méthode (1908), auquel il convient d'ajouter un ouvrage posthume Dernières Pensées (1913). Poincaré est mort en 1912.

L'année 2012 marque le centenaire de la disparition de Henri Poincaré. Avec ses partenaires, l'Institut Henri Poincaré a décidé de rendre hommage à son mathématicien éponyme en organisant, tout au long de l'année 2012, une série de manifestations qui se clôturera au mois de novembre par un colloque scientifique international et une journée grand public consacrés à la vie et à l'œuvre de ce savant universel.

**Les principales manifestations**

**« Henri Poincaré : du mathématicien au philosophe »** – L'exposition itinérante
À partir du 25 avril à Nancy et du 12 novembre à Paris – Mairie du 5e

**« Dix heures avec Henri Poincaré »** – La journée Grand public
Le 17 novembre au Grand Amphithéâtre de La Sorbonne – Paris

**« Henri Poincaré : du mathématicien au philosophe »** – Le colloque scientifique international
Du 19 au 23 novembre à l'Institut Henri Poincaré – Paris

**« Poincaré, 1912-2012 »** – La XVIe édition du Séminaire Poincaré
Le 24 novembre à l'Institut Henri Poincaré – Paris

**Cycle de conférences à l'école Polytechnique**
Octobre – novembre – Palaiseau

Retrouvez toutes les informations sur le site `ww.poincare.fr`

# Pour une biographie d'Henri Poincaré. Le problème des sources

Laurent Rollet et Philippe Nabonnand[1]

## La mort d'un titan modeste

Lorsqu'il meurt en été 1912, Poincaré a droit à un hommage unanime de la presse. Les journalistes ne manquent pas de souligner l'ampleur de son œuvre et la difficulté d'en appréhender les contours. Ils n'échappent pas non plus, comme c'est l'usage, au piège de l'emphase et de l'hagiographie. Certains décrivent le mathématicien comme un titan modeste [E. La Jeunesse 1912] ou comme un poète de l'infini [P. Appell, et al. 1912]. D'autres vont jusqu'à le comparer à la Tour Eiffel.

> *Il est des choses qu'il est très difficile d'apprécier avec justesse quand on s'en trouve immédiatement voisin. On ne se rend pas compte de la hauteur de la Tour Eiffel quand on se promène autour de sa base. Il faut s'en éloigner, la voir dominer Paris, perdre son sommet dans la brume pour se rendre compte que, vraiment, elle dépasse de beaucoup tout ce qui l'environne. Ainsi en est-il de l'œuvre de Henri Poincaré. Nous sommes encore bien près du grand savant pour pouvoir en mesurer la hauteur. Mais cependant, on peut se rendre compte des caractères généraux de cette œuvre colossale. [A. Berger 1912]*

Il faut dire qu'au-delà de ses travaux scientifiques – qui se prêtent mal à une vulgarisation rapide – sa trajectoire de carrière laisse rêveur : polytechnicien, ingénieur des mines, il s'était orienté après avoir soutenu sa thèse en 1879 vers l'enseignement et la recherche. Chargé du cours de calcul différentiel et intégral à la Faculté des sciences de Caen durant deux ans, il avait ensuite été nommé maître de conférences d'analyse à la Faculté des sciences de Paris en 1881. Il avait occupé ensuite diverses chaires : mécanique physique et expérimentale (1884-1886), physique mathématique et calcul des probabilités (1886-1896), astronomie mathématique et mécanique céleste (1896-1912), sans pour autant abandonner ses responsabilités dans le Corps des mines. Académicien des sciences à 33 ans, il avait également été membre de l'Académie française (1908) et de plusieurs dizaines d'académies et de sociétés savantes étrangères. Mathématicien, physicien, mécanicien, homme de lettres, professeur, ingénieur, académicien, administrateur de la recherche, Poincaré s'était aussi montré très actif dans le domaine de la philosophie en tant que collaborateur régulier de la *Revue de métaphysique et de morale*. Ses ouvrages de philosophie scientifique lui avaient assuré une renommée internationale auprès du grand public.

[1] Université de Lorraine, Laboratoire d'histoire des sciences et de philosophie, Archives Henri Poincaré (UMR CNRS 7117), Maison des sciences de l'homme, Lorraine (USR 3261).

Le récit des obsèques tel qu'il apparaît dans la presse donne une idée assez précise de l'ampleur de l'événement de la mort de Poincaré et de son image publique. Son corps est d'abord ramené à son domicile, rue Claude Bernard, et exposé au milieu des couronnes envoyées par l'État-major et le personnel enseignant de l'École Polytechnique, la Faculté des Sciences, la Société Française de Physique, l'Observatoire de Meudon, l'Association des Élèves et Anciens Élèves de la Faculté des Sciences, la Ligue Française d'Éducation Morale, etc. Ses obsèques sont ensuite célébrées le 19 juillet au matin. Le capitaine de vaisseau Grandclément, représentant le Président de la République, adresse ses condoléances à la famille puis le cortège se met en marche. Les cordons du poêle sont tenus par Gabriel Guist'hau, Ministre de l'Instruction Publique, Jules Clarétie, Paul Appell, Gabriel Lippmann, Guillaume Bigourdan, le général Cornille, Paul Painlevé et René Zeiller, vice-président du Conseil Général des Mines. Poincaré n'a pas droit aux honneurs militaires mais un piquet républicain assure le service d'ordre lors de la cérémonie religieuse à l'église Saint-Jacques-du-Haut-Pas. La maîtrise de la paroisse interprète *Kyrie* de Blondel, *Pie Jesus* de César Franck et *La marche funèbre* de Beethoven. La messe est suivie d'un très long défilé devant les représentants de la famille Poincaré[2]. Le cortège se rend ensuite au cimetière Montparnasse, suivi par les religieuses de Saint-Vincent-de-Paul ainsi que par une foule très importante.


*Reportage photographique sur les obsèques d'Henri Poincaré dans la presse* (*Le monde illustré*)

De nombreuses personnalités politiques et intellectuelles se joignent au cortège : le président du Sénat (Antonin Dubost), le Ministre des Finances (Louis-Lucien Klotz), le Ministre des Colonies (Albert Lebrun) ou les représentants du Président

[2] Léon Poincaré (fils du défunt), Émile Boutroux (son beau-frère), Raymond Poincaré (son cousin, alors président du Conseil des Ministres), et Lucien Poincaré (également cousin de Poincaré, alors directeur de l'Enseignement secondaire au ministère de l'Instruction Publique).

de la Chambre. L'Académie Française[3] et l'Académie des Sciences[4] envoient chacune une délégation, tout comme le Conseil de l'Instruction Publique, la Faculté des Sciences[5], l'École Polytechnique, le Corps des Mines ou le Bureau des Longitudes. Le cortège est suivi par le maire du 5e arrondissement et ses adjoints, ainsi que par des personnalités diverses : le prince Roland Bonaparte, le prince et la princesse Georges de Grèce, le prince de Monaco, le vice-recteur de l'Académie de Paris (Louis Liard), le directeur de l'Observatoire de Paris (Benjamin Baillaud), le directeur de l'École Française de Rome (Monseigneur Duchesnes), Paul Hervieux, Henri de Régnier, Joseph Reinach. Le bey de Tunis, alors en voyage officiel en France, charge même deux de ses fils et deux personnages de sa suite de le représenter. La cérémonie d'inhumation est précédée par une série de discours prononcés par les représentants des principales institutions dont Poincaré était membre. Comme le remarque, avec un sens certain du paradoxe, un journaliste dépêché par *Le Monde illustré*, ces obsèques sont célébrées « avec une grandiose et émouvante simplicité[6]. »

Ce récit nous apprend beaucoup de choses sur Poincaré, au-delà de l'événement même des obsèques. Il nous donne en premier lieu une indication des identités professionnelles multiples qui ont été les siennes à travers la mention des institutions représentées. De plus, à travers la litanie des noms de personnalités présentes, il donne à voir les réseaux et les cercles de sociabilité dans lesquels le savant a pu évoluer au cours de sa vie : certains sont convenus (l'Académie des sciences, l'Académie française, le Corps des mines, etc.) et d'autres peut-être plus étonnants, plus atypiques (le bey de Tunis, la princesse Georges de Grèce[7]). Par ailleurs, à travers la mention de la famille et du choix des musiques, il dit quelque chose sur son intimité et sur ses goûts personnels. En quelques lignes apparaissent ainsi différentes identités de Poincaré. Mais combien y-en-a-t-il ? La plus connue est bien-sûr celle du savant. Son nom est associé à des découvertes ou à des travaux de première importance. On lui doit entre autres la découverte des fonctions fuchsiennes en mathématiques et une contribution essentielle à la résolution du problème des trois corps en mécanique céleste (pour laquelle il obtint le Grand Prix du roi de Suède en 1889). Ses recherches théoriques sur la mécanique nouvelle s'incrivent dans le contexte de la découverte de la théorie de la relativité restreinte[8]. Mais il y a

---

3 Le président (Jules Clarétie), le chancelier (Henry Roujon), le secrétaire perpétuel (François Thureau-Dangin), ainsi que Denys Cochin, Frédéric Masson, le Marquis de Ségur et Marcel Prévost.

4 Le président (Gabriel Lippmann), les secrétaires perpétuels (Gaston Darboux et Philippe Van Tieghem), ainsi qu'Émile Picard, Paul Painlevé et Georges Humbert (en tant que représentants de la section de géométrie).

5 Henri Andoyer, Édouard Goursat, Gabriel Kœnigs, Henri Abraham, Élie Cartan, Émile Borel, Victor Puiseux, Jean Perrin.

6 *Le monde illustré*, 27 juillet 1912. Cet article était accompagné d'un reportage photographique sur les obsèques de Poincaré.

7 La princesse Georges de Grèce était la fille de Roland Bonaparte, Marie. Poincaré fréquentait régulièrement son salon vers la fin de sa vie.

8 On notera d'ailleurs que certains aspects de son œuvre scientifique sont devenus l'objet de débats très âpres, dont l'enjeu dépasse largement la science et son histoire. Nous faisons ici référence aux controverses très anachroniques qui circulent depuis quelques années concernant la paternité de la théorie de la relativité restreinte, qui devrait revenir, selon certains, à Poincaré plutôt qu'à Albert Einstein.

bien d'autres facettes : l'homme public, le pédagogue, le philosophe, l'intellectuel engagé, le vulgarisateur, l'administrateur de la recherche, l'enseignant, l'homme de lettres, l'ingénieur, l'homme privé...

Des identités multiples qui constituent autant de sphères d'activité, d'univers sociaux plus ou moins imbriqués, d'interactions avec de nombreux acteurs, illustres ou inconnus. Des identités multiples qui d'une manière ou d'une autre obligent à dresser un bilan biographique sur Poincaré. Virginia Woolf reprochait aux biographes « de rendre compte de six ou sept "je", alors qu'une personne peut en posséder des milliers » [9]. Une telle remarque s'applique à toute personne mais s'agissant de Poincaré, elle prend une dimension particulière. Une simple recherche sur internet ou sur une librairie en ligne permet se rendre compte à quel point le mathématicien a largement résisté aux entreprises biographiques. Alors même que le genre biographique bénéficie des faveurs du grand public, on ne trouve que très peu d'ouvrages se donnant pour ambition d'apporter un éclairage biographique sur celui qui fut un des savants les plus reconnus de son temps. Si l'on exclut les notices biographiques publiées de son vivant et les éloges publiés juste après sa mort ou les textes d'hommage rassemblés lors de la célébration du centenaire de sa naissance en 1954, les ouvrages biographiques qui lui sont consacrés sont rares.

La vie et l'œuvre de Poincaré présentent-elles des caractères spécifiques qui pourraient expliquer une telle rareté ? Doit-on y voir l'indice d'un manque de sources ? Quelles sont justement les sources disponibles aujourd'hui ? Quelles sont les difficultés posées par l'exploitation de ces sources ? Quelle forme pourrait ou devrait prendre aujourd'hui une telle biographie ? En un mot, pourquoi et comment écrire une vie (ou des vies) d'Henri Poincaré ?

Telles sont quelques-unes des questions qui nous occuperont dans cet article, qui entend plaider en faveur de la mise à disposition du public (mais lequel ?) d'une telle biographie. Pour y répondre, nous dresserons d'abord un état des lieux critique des sources biographiques disponibles depuis maintenant longtemps. Nous insisterons ensuite sur l'enrichissement que peut constituer la prise en compte de sources « nouvelles », telle que la correspondance scientifique, familiale et privée. Nous montrerons ainsi, et ce sera notre conclusion, quel pourrait être l'horizon d'une future biographie de Poincaré.

## Des sources biographiques anciennes

En cette année 2012, qui marque le centenaire de la mort de Poincaré, un bilan biographique s'impose. Les ouvrages consacrés à son œuvre scientifique et philosophique ne manquent pas et il ne saurait être question ici d'en dresser une liste exhaustive. Dès sa mort, son œuvre suscita de nombreux travaux. À titre d'exemple, mentionnons le livre de Pierre Boutroux, Jacques Hadamard, Paul Langevin et Vito Volterra, *Henri Poincaré : l'œuvre scientifique – l'œuvre philosophique* [P. Boutroux, *et al.* 1914] ou encore le livre de Louis Rougier, *La philosophie géométrique d'Henri Poincaré* [L. Rougier 1920]. Bien que maintenant un peu ancienne la recension des travaux consacrés à Poincaré donne une idée assez précise de l'ampleur et du périmètre des travaux consacrés à Poincaré dans les années 1990-2000 [P. Nabonnand 2000] : ses contributions en analyse, topologie, mécanique céleste,

[9] Cité dans [S. Loriga 1996].

théorie de la relativité, physique mathématique, philosophie, etc. ont ainsi donné matière à de nombreuses études qui permettent de dessiner une vision globale de sa trajectoire scientifique. Ces études ont pu être complétées par diverses entreprises éditoriales, parmi lesquelles on citera en priorité la publication progressive de sa correspondance scientifique et privée, menée actuellement par les Archives Henri Poincaré à Nancy[10].

Tous ces travaux ont contribué à constituer un horizon biographique, une sorte de table des matières virtuelle pour une biographie de Poincaré. Les pièces du puzzle existent bien. Elles augmentent progressivement, au fur et à mesure de l'exploration de nouveaux thèmes ou de nouvelles sources documentaires et elles prennent la forme d'un ensemble éclaté d'études sur différents aspects de la trajectoire de vie du mathématicien qui éclairent aussi bien son œuvre que sa personnalité : sa jeunesse et ses années de formation ([S. Walter 1996], [A. Boutroux 2012]), sa carrière d'ingénieur des mines [L. Rollet 2010], son entrée en philosophie [L. Rollet 2000], son engagement en faveur de la bibliographie scientifique [L. Rollet & P. Nabonnand 2002], son implication dans le domaine de la télégraphie sans fil [J.-M. Ginoux & L. Petitgirard 2010], son intervention dans l'Affaire Dreyfus ([S. Debarbat 1996], [R. Mansuy & L. Mazliak 2008], [L. Rollet 1999], [L. Rollet 2010], sa pratique de la vulgarisation scientifique ([L. Rollet 1996], [C. Gerini 2010]), son image dans la presse quotidienne [C. Gerini & J.-M. Ginoux 2012], sa participation à l'entreprise d'édition des œuvres de Leibniz en collaboration avec son beau-frère Émile Boutroux [R. Krömer 2011], sa contribution à la théorie de la relativité restreinte, etc.[11] Nous n'oublions pas, bien au contraire, l'ouvrage d'Umberto Bottazzini, *Poincaré, philosophe et mathématicien* [U. Bottazzini 2000], qui propose un exposé vulgarisé des travaux du mathématicien. Cependant, bien qu'il contienne quelques détails biographiques intimes (la famille, les études), ce livre relève surtout d'une biographie scientifique, tout comme probablement l'ouvrage que prépare actuellement Jeremy Gray et qui devrait être publié dans les mois qui viennent.

Malheureusement, malgré tous ces efforts et l'abondance des sources disponibles (sa correspondance représente ainsi plus de 2 000 lettres[12]), on ne dispose pas pour l'heure d'une biographie *complète* du savant. Complète, non pas au sens de *définitive*, mais au sens de *globale*. Personne en effet ne semble avoir relevé le défi d'élaborer une biographie qui prendrait en compte l'ensemble de la trajectoire scientifique et privée du savant, qui intégrerait ces épisodes de vie, de carrière, de travail scientifique, d'engagement philosophique etc. dans un portrait général, dont l'enjeu ne serait pas seulement de mieux comprendre les identités multiples du

[10] Deux volumes sont parus à ce jour, celui concernant les échanges entre Poincaré et Gösta Mittag-Leffler publié par Philippe Nabonnand [P. Nabonnand 1999] et celui portant sur ses relations avec les physiciens, ingénieurs et chimistes dirigé par Scott Walter [S. WALTER, et al. 2007]. Notons que cette entreprise s'appuie sur les travaux fondateurs menés par Arthur Miller dans les années 1970 ainsi que sur une première ébauche de publication de la correspondance scientifique dirigée par Pierre Dugac entre 1986 et 1989 dans les *Cahiers du séminaire d'histoire des sciences*.

[11] Cet inventaire n'est en aucun cas exhaustif. Il s'appuie sur le bilan historiographique que nous avons tenté de dresser en janvier 2012 lors d'un colloque international intitulé « Vers une biographie de Poincaré » : `http://ticri.inpl-nancy.fr/wicri-lor.fr/index.phpVers_une_biographie_de_Poincar\%C3\%A9_2012_Nancy`.

[12] Elle est consultable en ligne à cette adresse : `http://www.univ-nancy2.fr/poincare/chp/`.

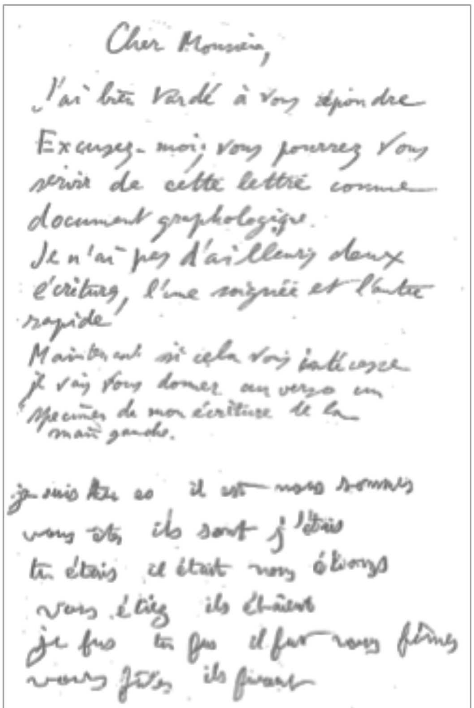
savant mais aussi d'apporter une contribution à l'histoire des « élites » scientifiques sous la Troisième République.

Il existe cependant plusieurs biographies – maintenant anciennes – sur Poincaré. Du vivant de Poincaré, si l'on exclut les notices de dictionnaires comme le *Larousse* ou *La grande encyclopédie*, plusieurs essais biographiques lui sont consacrés, parfois avec son autorisation expresse. En 1909, Ernest Lebon lui consacre ainsi un volume spécial dans la collection « Savants du jour » [E. Lebon 1909]. L'ouvrage vaut surtout par l'effort de synthèse bibliographique des travaux ; en effet, malgré le titre annoncé, la biographie de Poincaré se résume à une liste de « Grades, fonctions, titres honorifiques, prix et décorations ». Dans un tout autre style, le psychologue Édouard Toulouse propose une enquête sur la supériorité intellectuelle d'Henri Poincaré [É. Toulouse 1910]. Son objectif est d'abord d'ordre médico-psychologique (voire psychopathologique) et s'inscrit dans le cadre d'un projet de recherche ambitieux : établir scientifiquement l'existence d'une relation entre les maladies mentales, notamment la névropathie, et le génie. Enfin, dernier exemple parmi d'autres, Jules Sageret publie en 1911 un *Henri Poincaré* [J. Sageret 1911]. Son ouvrage s'inscrit dans la collection « Les hommes, les idées » qui fait la part belle aux grands hommes de lettres ou de sciences (Rémy de Gourmont, Henri de Régnier, Georges Cuvier, Alfred Giard, etc.). On y trouve principalement un déroulement très rapide de la carrière de Poincaré, une présentation plus qu'hagiographique de sa personnalité et de ses travaux ainsi que quelques références à ses distractions légendaires. Bien que critique sur la mythologie formée autour de son sujet d'étude, Sageret ne dédaigne pourtant pas à l'alimenter.

De manière significative ces ouvrages sont publiés après 1908, année de l'élection du mathématicien à l'Académie française. À partir de cette date, Poincaré devient indéniablement une célébrité du monde intellectuel (philosophique et littéraire) et son nom apparaît très souvent dans la grande presse. Il est d'ailleurs important de remarquer que ces livres s'inspirent tous d'une source biographique unique, à savoir le discours de réception de Frédéric Masson [F. Masson 1909]. Enfin, et surtout, ce sont des travaux dédiés à sa gloire, caractéristique qui bien sûr n'échappe pas à un Poincaré qui toute sa vie sera soucieux d'honneurs et de distinctions. Se voir consacré comme un génie – même comparé à un enfant arriéré[13] – ne semble pas lui déplaire.

Après sa mort, plusieurs biographies de Poincaré verront le jour. Comme on va le voir, elles constitueront progressivement une matrice biographique commune. La première tentative biographique ambitieuse est probablement celle du mathématicien Gaston Darboux [G. Darboux]. S'appuyant sur ses propres souvenirs (il avait fait partie du jury de thèse de Poincaré en 1879 et n'avait cessé depuis d'entretenir des relations professionnelles et privées avec lui), cet éloge historique de Poincaré fait plus de soixante pages et se fixe pour double objectif l'évocation de sa vie et de son œuvre. De manière significative, l'évocation de l'enfance et de la jeunesse (jusqu'à l'entrée de Poincaré dans l'enseignement supérieur à Caen

[13] C'est ce qu'écrit Édouard Toulouse : « Pour bien comprendre cet état, il faut le rapprocher d'autres situés à l'autre extrémité dans l'échelle des valeurs intellectuelles ; car la psychologie est une : l'idiot et le génie s'expliquent l'un l'autre. Pour le mécanisme essentiel, M. H. Poincaré se comporte à l'égard de sa tendance spéculative comme un enfant instable, dont l'attention ne suit pas docilement la direction imposée et qui éprouve des sautes perpétuelles sous la tendance du jeu ». [É. Toulouse 1910], p. 180.


Cher Monsieur,
J'ai bien tardé à vous répondre
Excusez-moi ; vous pourrez vous
servir de cette lettre comme
document graphologique.
Je n'ai pas d'ailleurs deux
écritures, l'une soignée et l'autre
rapide.
Maintenant si cela vous intéresse
je vais vous donner au verso un
specimen de mon écriture de la
main gauche.

je suis tu es il est nous sommes
vous êtes ils sont j'étais
tu étais il était nous étions
vous étiez ils étaient
je fus tu fus il fut nous fûmes
vous fûtes ils furent

Fig. 28. — Écriture réduite de M. H. Poincaré. En haut, main droite ; en bas, main gauche.

*Un échantillon de l'écriture de Poincaré destiné à l'enquête médico-psychologique d'Édouard Toulouse [É. Toulouse 1910].*

en 1879) est particulièrement détaillée et fourmille de détails pittoresques. En revanche, le reste de la vie de Poincaré n'est quasiment évoqué qu'à travers le filtre de ses activités académiques, universitaires et de ses travaux. Comme dans les exemples cités précédemment (mais avec plus de modération), Darboux entend rendre compte du génie de Poincaré et de l'importance de son œuvre ; l'évocation de son enfance et de ses études – le luxe de détails accompagne ce récit – semble jouer un rôle téléologique : il s'agit pour lui de mettre en évidence les manifestations précoces de ce génie qui devaient nécessairement donner naissance à une œuvre immense. D'où probablement les références constantes aux lieux-communs du génie (la précocité, la distraction, l'ambidextrie, les succès scolaires, l'absence de prise de notes durant les cours, etc.).

Deux autres ouvrages biographiques importants doivent être mentionnés. Le premier, est le *Henri Poincaré* publié en 1925 par le mathématicien Paul Appell aux éditions Plon dans la collection « Nobles vies, grandes œuvres » [P. Appell 1925]. Le second est l'ouvrage d'Henri Bellivier *Henri Poincaré ou la vocation souveraine* publié en 1956, deux ans après la célébration du centenaire de la naissance du mathématicien [A. Bellivier 1956]. Paul Appell avait été un proche ami d'Henri Poincaré : il avait fait sa connaissance au lycée de Nancy en classe préparatoire et l'avait côtoyé durant toute sa carrière à la Sorbonne et à l'Académie des sciences.

De fait, son livre s'appuie pour beaucoup sur des souvenirs personnels et évoque de manière très vivante la personnalité de son ami, allant même jusqu'à évoquer quelques aspects peu connus de sa vie, comme par exemple son intervention durant l'Affaire Dreyfus. Son projet biographique est de relater la vie de son ami du berceau jusqu'à la mort et son livre opère une séparation assez nette entre la vie de Poincaré et son œuvre scientifique : plusieurs chapitres s'attardent sur l'enfance, sur l'étudiant, sur l'homme ou sur l'intellectuel mais un chapitre spécial est consacré à un exposé vulgarisé de ses travaux scientifiques. Dans quel type de projet cette biographie s'inscrit-elle ? Appell ne propose aucune réflexion méthodologique sur la manière dont il conçoit son travail de biographe. Néanmoins, la collection « Nobles vies, grandes œuvres » qui accueille l'ouvrage se distingue nettement par une volonté éducative affirmée ; son objet est de mettre « à la portée de tous ce qui, dans une vie ou dans une œuvre, rayonne, crée un idéal, suscite les énergies, révèle les apostolats ».

Quelques trente ans plus tard, la biographie d'André Bellivier s'inscrira dans un projet apologétique du même ordre. Son ouvrage est le quatrième volume de la collection « Vocations » dirigée par Henri Mondor, dont l'objectif affiché était « de suivre dans une enfance, dans une jeunesse, la croissance d'une pensée créatrice et l'éveil de la vocation ». Ce cahier des charges particulier – suivre la naissance d'une vocation – explique l'apparent déséquilibre de la table des matières. Les neuf chapitres du livre ne suivent pas, contrairement à celui d'Appell, Poincaré jusqu'à son lit de mort mais jusqu'à son entrée à la Sorbonne en 1881. Bellivier se conformera à la volonté d'édification morale de la collection, décrivant un surhomme, un génie en devenir se préparant et se fortifiant pour l'appel de sa vocation.

Les ouvrages de Darboux et Appell constituent des témoignages de première main sur Henri Poincaré, et ceux-ci sont finalement assez rares. Mais surtout l'analyse des sources documentaires qu'ils mobilisent permet de constater qu'ils s'appuient tous trois sur quelques textes inédits qui constituent en quelque sorte une matrice biographique commune. Leur première source est constituée par les souvenirs d'enfance inédits du général Paul Xardel, qui avait fait toutes ses études à Nancy dans la classe de Poincaré et dont les parents étaient très liés à la famille du futur mathématicien. À la mort de Poincaré celui-ci avait rédigé pour sa famille un texte d'une vingtaine de pages évoquant la mémoire de son ami d'enfance qui avait ensuite circulé dans les cercles familiaux et amicaux. Le second, est le discours prononcé par Frédéric Masson lorsqu'il accueillit Henri Poincaré sous la coupole de l'Académie française [F. Masson 1909]. Mais, telle une poupée gigogne, ce texte s'alimente à un autre qui était manifestement en cours d'écriture en 1909-1910 et auquel Masson avait manifestement eu accès : il s'agit des mémoires de jeunesse de la sœur de Poincaré, Aline Boutroux (elle avait épousé le philosophe Émile Boutroux en 1876). Achevé en 1913, ce manuscrit intitulé *Vingt ans de ma vie... Simple vérité*, était destiné à sa famille et entendait proposer un témoignage sur sa jeunesse nancéienne, de sa naissance à son mariage. Ce faisant, elle y dévoilait de larges parts de son intimité familiale, relatant son adoration pour son frère, la période troublée de la guerre de 1870 et de l'occupation allemande, son aspiration à l'éducation etc.[14] Une troisième source – mobilisée semble-t-il pour la première

[14] Souvent utilisés de manière fragmentaire et connus surtout de quelques spécialistes et descendants de Poincaré, les textes inédits d'Aline Boutroux et de Paul Xardel viennent de faire l'objet

fois par Bellivier – est celle de la correspondance de Poincaré et notamment la correspondance de jeunesse avec sa mère durant ses années d'études (1873-1878).

*Henri Poincaré et sa sœur Aline*
*(avec l'autorisation de M. et Mme François Poincaré).*

## Des sources « nouvelles » ?

Comme on a pu le voir, tous ces ouvrages partagent une ambition biographique commune : donner à voir non seulement l'œuvre mais aussi l'homme, dans ses caractères à la fois banals (le père de famille) et exceptionnels (le génie précoce). Ils le font d'une manière qui aujourd'hui pourrait paraître plutôt maladroite en regard des nombreux débats suscités par le genre biographique ([D. Bertaux 1976], [P. Bourdieu 1986], [J. Revel 1996]), débats qui n'ont pas manqué d'avoir des échos chez les historiens des sciences[15]. En effet, l'approche biographique est intimement reliée à l'installation de l'histoire des sciences en tant que domaine autonome ; une des origines de la discipline, les *Éloges des académiciens* de Fontenelle, relève d'une forme, certes spécifique, de la biographie et le 19e siècle a été un moment fort de production de biographies victoriennes[16] ou héroïques dont l'ambition était de donner les « grands scientifiques » en exemple. On a critiqué, à raison, cet usage de la biographie, notamment l'étroitesse de la vision de la science qu'elle véhicule (un savant, forcément génial, qui travaille seul) et son penchant marqué pour l'hagiographie. Qu'on juge ces débats dépassés ou non (les *science studies*

d'une édition critique [A. BOUTROUX 2012].

[15] Pour un état des lieux récent, voir l'ouvrage collectif, actuellement sous presse, coordonné par Laurent Rollet et Philippe Nabonnand, *Les uns et les autres... Biographie et prosopographie en histoire des sciences* [L. Rollet & P. Nabonnand 2012].

[16] L'expression est empruntée à Marc-Antoine Kaeser [M.-A. KAESER 2003].

et autres approches sociales de l'histoire des sciences ont largement contribué à rebattre les cartes), il n'empêche que les biographies de Darboux, Appell et Bellivier présentent à des degrés divers quelques-uns de ces travers.

Leur caractère fortement empathique et leur orientation apologétique constituent des freins à une approche biographique problématisée et soucieuse d'opérer un retour critique sur ses sources. Le découpage disciplinaire est par ailleurs implicite dans tous ces essais (le mathématicien, le physicien, le philosophe, etc.) et ne rend absolument pas compte des pratiques d'un Poincaré qui, tout au long de sa carrière, passe d'une discipline à une autre. Enfin, ces biographies ne proposent que des histoires individuelles de la vie et de l'œuvre du mathématicien ; elles laissent donc de côté les processus collectifs, les contextes, les acteurs et les réseaux qui déterminent d'une manière ou d'une autre la trajectoire de vie de Poincaré. Dans la mesure où elles visent à figer l'image du génie solitaire elles ne rendent pas compte des pratiques scientifiques d'un savant travaillant en réseau en France comme à l'étranger, échangeant des centaines de lettres scientifiques avec ses collègues ou dirigeant pendant des dizaines d'années un projet de bibliographie mathématique internationale.

Ces travaux achoppent par ailleurs sur plusieurs points qui ont largement été soulignés par les critiques du genre biographique : le psychologisme facile (rendre compte des états mentaux d'un acteur comme si l'on était dans sa tête) ; le recours à une perspective téléologique présupposant le sens de la vie d'un acteur (travers d'autant plus tentant qu'on sait comment l'histoire se termine) ; l'oubli de la nature fortement contingente d'une vie ou d'une carrière (ce qui se traduit par une utilisation parfois fallacieuse du principe de causalité) ; la mise en récit d'une vie en utilisant les codes de la fiction littéraire.

Enfin, le caractère fragmentaire et déséquilibré de ces ouvrages les rend partiellement insatisfaisants du point de vue des exigences contemporaines en matière de biographie. De toute évidence, le même corpus documentaire a sans-cesse été repris par les auteurs et ce sont probablement ces sources incomplètes qui ont imposé la teneur et le contenu de leurs ouvrages. Ces sources sont, comme on l'a vu, très parcellaires et elles sont surtout utilisées sans distance. Or il est indéniable qu'elles sont fondamentalement biaisées, ne serait-ce que par leur origine familiale ou amicale (c'est particulièrement patent pour le journal d'Aline Boutroux, celle-ci ayant manifestement entretenu une relation quasiment fusionnelle avec son frère dans sa jeunesse).

Toutes ces remarques n'invalident pas, loin s'en faut, ces travaux, mais plaident en faveur d'une analyse critique. Par ailleurs d'autres sources sont mobilisables et elles sont susceptibles d'enrichir considérablement la connaissance de la vie et de l'œuvre de Poincaré. La plus importante d'entre elles est sans aucun doute sa correspondance. Comme nous l'avons vu, la correspondance familiale a été exploitée partiellement dans les travaux cités précédemment car elle se prête assez bien à une utilisation biographique. Cependant, bien que d'un abord plus difficile, la correspondance scientifique et administrative de Poincaré peut elle aussi fournir de précieuses informations d'ordre biographique et aider à reconstituer les réseaux de sociabilité et d'amitié qui structurent son parcours professionnel et privé (son amitié avec le mathématicien Mittag-Leffler ou avec Xavier Léon, le fondateur de la *Revue de métaphysique et de morale*, en sont deux bons exemples). De la même manière, les allusions à Poincaré présentes dans d'autres correspondances (Charles Hermite, Émile Borel etc.) s'avèrent être des sources précieuses.

Si la correspondance familiale participe du biais évoqué plus haut de s'attacher à la jeunesse de Poincaré (la plupart des lettres de cette correspondance datent de la période de formation de Poincaré à l'École polytechnique et à l'École des mines), la correspondance professionnelle et scientifique permet de reconstruire des pans entiers de son activité. Les lettres où Poincaré parle de résultats scientifiques – les siens et ceux des autres – sont bien connues et constituent des sources que l'on pourrait qualifier d'immédiates en histoire des sciences ; elles permettent de mieux comprendre la part prise par Poincaré dans les divers champs scientifiques (et philosophiques) auxquels il contribue.

*Henri Poincaré en famille à Longuyon dans la Meuse (1908)*
*(© Archives Poincaré avec l'autorisation de la famille Comon).*

Cependant, la correspondance professionnelle de Poincaré comporte également des aspects éditoriaux et institutionnels. Elle permet ainsi de faire apparaître un scientifique qui non seulement écrit des articles mais aussi les publie en choisissant soigneusement les journaux, qui participe directement ou plus implicitement à la rédaction de revues comme le *Journal de mathématiques pures et appliquées* ou le *Bulletin astronomique*, qui investit des champs selon des stratégies élaborées, qui contribue à l'organisation du champ mathématique en présidant et animant le comité éditorial du *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques*, qui participe activement à l'organisation des premiers congrès internationaux de mathématiciens (Zurich, Paris, Heidelberg et Rome) mais aussi à ceux des physiciens ou de philosophes, qui voyage en Europe et aux États-Unis pour participer à des congrès ou des rencontres académiques[17], qui assure la présidence ou le secrétariat de sociétés savantes (Société mathématique de France, Société astronomique de France, etc.) et de nombreux organismes officiels, qui s'investit dans le travail académique, qui participe aux campagnes de promotion de certains candidats au prix Nobel de physique avant de postuler lui-même ([E. Crawford 1984], [P. Nabonnand 1999]).

La correspondance professionnelle révèle comment un universitaire de premier plan « gère », pour reprendre une expression de Bruno Latour, son capital de crédibilité [B. Latour 2006]. Nous ne donnerons que deux exemples. Le premier concerne les premières contributions de Poincaré en mécanique céleste. Dans les années 1882-1883, Poincaré, jeune mathématicien dont les travaux en théorie des équations différentielles commencent à être connus et qui publie dans cette période de multiples notes et articles, prend le temps de montrer dans une note annexe que ses travaux peuvent avoir une application en mécanique céleste. Dans le même temps, son condisciple à l'École polytechnique, Octave Callandreau[18], assiste Félix Tisserand pour lancer une revue destinée aux professionnels de l'astronomie (le *Bulletin astronomique*). C'est dans ces contextes scientifiques et institutionnels que les deux astronomes l'inviteront à contribuer à la nouvelle revue, sollicitation à laquelle Poincaré répondra avec enthousiasme et qui lui permettra en très peu de temps d'être reconnu comme un acteur important dans le champ de la mécanique céleste[19].

Le second exemple concerne un autre type de source que la correspondance : les rapports. En effet, comme tout universitaire et académicien, Poincaré est amené à rédiger de nombreux rapports à l'occasion de thèses ou de candidatures dans diverses institutions ou académies. Le rapport de Poincaré sur les travaux d'Élie Cartan est l'un de ses derniers travaux avant son décès. Il y décrit les contributions de Cartan en théorie des groupes et en souligne toute l'importance. Il ajoute que celles-ci sont très générales et que ce dernier n'a pas encore eu le temps d'en développer toutes les applications. Poincaré en signale deux, présentées par Cartan et qui sont liées à des domaines dans lesquels il s'est lui-même investi. Sont ainsi commentés un travail annexe à l'époque de Cartan [É. Cartan 1910] dans lequel la théorie du trièdre mobile de Darboux est interprétée en termes de groupes de transformations et une note du jeune mathématicien concernant le groupe de Lorentz que Poincaré avait lui-même mis en lumière et étudié. Ces remarques, tout en montrant la qualité et la diversité des travaux de Cartan, participent à la promotion, parmi ses collègues de la Sorbonne, de domaines dans lesquels les contributions de Poincaré sont incontournables.

---

[17] Le voyage de Poincaré en Suède à l'invitation de son ami le mathématicien Mittag-Leffler est un événement qui fait la une des journaux suédois et français. Les multiples chroniques journalistiques qui relatent régulièrement les activités de Poincaré sont une source non encore exploitée tant pour établir factuellement certains épisodes de la biographie de Poincaré que pour analyser le personnage public qu'il était devenu (et qu'il avait lui-même construit).

[18] Callandreau était de la promotion 1872 et Poincaré de la promotion 1873.

[19] Voir ainsi les correspondances de Poincaré avec Callandreau, Lindstedt et Tisserand à paraître dans le volume 3 de *La correspondance de Poincaré avec les astronomes et les géodésiens*, éditée par Scott Walter, Ralf Krömer, Philippe Nabonnand & Martina Schiavon, Bâle, Birkhaüser, 2013.

## Horizons biographiques

Les correspondances ne sont cependant pas les seules sources disponibles en ce qui concerne Poincaré et un inventaire très rapide peut donner une idée de leur foisonnement et de leur richesse. Les dossiers de carrière (en tant qu'ingénieur puis en tant que professeur), son dossier militaire, ses cahiers d'étudiant, ses cours en tant qu'enseignant – voire même les notes prises par ses étudiants durant ses cours, les documents produits dans le cadre de son exercice professionnel (rapports de thèse, demandes de recrutement de personnel, demandes de subventions, correspondances avec le Ministère de l'Instruction Publique), ses poèmes de jeunesse ou son roman, ses rapports d'expertise (dans le domaine de la géodésie ou durant l'affaire Dreyfus) ou encore différents documents administratifs (contrats d'édition, sauf-conduits diplomatiques) peuvent en effet apporter des éclairages nouveaux sur les multiples identités professionnelles et privées de Poincaré et aussi mettre en lumière des épisodes inédits de son parcours. Par ailleurs, leur exploration méthodique donne une image élargie du réseau dans lequel Poincaré évoluait et peut permettre d'avoir une connaissance fine de sa vie familiale, sociale et professionnelle, non pas dans la perspective d'une accumulation d'anecdotes mais dans l'optique d'une élucidation des interrelations entre ces trois sphères.

Cependant, revers de la médaille, leur disparité et hétérogénéité rendent leur exploitation très délicate. Comment structurer ces différents éléments ? Comment rendre compte de ces différents Poincaré révélés par les sources ? Comment organiser toutes ces sources dans une trame de vie, dans une chronologie et, sinon en instaurant des relations causales, en faisant apparaître des dynamiques ? Comment faire le tri entre ce qui relève de l'anecdote et ce qui relève de l'Histoire ? Comment éviter le découpage disciplinaire ou la séparation toute aussi artificielle des différentes identités de Poincaré ? Comment éviter de réduire la biographie à un assemblage de monographies ? Répondre à toutes ces questions exige de répondre à trois questions préalables, d'ampleur générale.

Premièrement, quel devrait être l'objectif assigné à une biographie ? Plusieurs options sont en effet possibles : (1) écrire une histoire totale de la vie de Poincaré, de sa naissance à sa mort, sans oublier aucun détail, (2) connaître le « vrai » Poincaré ou tout au moins proposer un récit de vie qui se fixe une ambition d'objectivation et d'éclairage de ses identités, (3) mettre de la chair, de la vie, dans une œuvre riche mais beaucoup trop aride pour le commun des lecteurs, (4) proposer une biographie intellectuelle dans laquelle le biographique servirait d'auxiliaire à une histoire des idées. Ces quatre options se situent à des degrés divers d'ambition, de réalisme ou de naïveté.

La seconde question qui devrait sous-tendre la prise en compte des enjeux méthodologiques est celle de l'articulation entre les dimensions individuelles et les dimensions collectives de la vie du savant : cela impliquerait de mener un travail critique sur la manière dont Poincaré se représentait en tant qu'individu et en tant que savant en partant de l'analyse de ses « égo-documents » (notamment sa correspondance) et de ses autoreprésentations. Cela impliquerait également d'élucider le rôle du collectif dans une biographie individuelle et d'être au clair avec la notion de réseau et d'influence. Cela nécessiterait enfin de déterminer la capacité d'un individu à influer sur des processus collectifs et de circonscrire son périmètre d'action et d'influence.

Le troisième enjeu serait celui de la définition d'un public, d'un lectorat, pour cette biographie. On peut envisager deux options, qui ne sont pas forcément compatibles. La première serait de destiner une telle biographie au grand public. Dans la mesure où ce genre semble intéresser un lectorat relativement large pourquoi ne pas en effet proposer un ouvrage généraliste sur sa vie et sur certains aspects de ces travaux ? Il s'agit là manifestement d'une commande récurrente adressée depuis des années par plusieurs éditeurs à différents spécialistes de Poincaré et qui a jusqu'à présent échoué. La difficulté principale de ce genre de commande nous semble liée à deux facteurs. D'une part, comment rendre compte, dans un cadre simplifié et vulgarisé, des contributions scientifiques de Poincaré ? D'autre part – et ce facteur découle du précédent – que reste-t-il à raconter de la vie de Poincaré si l'on fait abstraction de ses travaux scientifiques ? En effet, à la différence d'un Painlevé, ou d'un Borel, le parcours de vie de Poincaré demeure relativement banal ; c'est celui d'un universitaire parisien construisant son œuvre dans le cadre d'un quotidien familial. Poincaré ne devient pas ministre, il n'a pas d'influence majeure sur la société de son temps et il n'y a pas dans sa vie d'épisode de rupture qui lui donnerait une ampleur historique. Cela ne veut pas dire que cette vie ne mérite pas d'être écrite, bien au contraire, mais, paradoxalement, elle ne semble importante qu'en raison de l'importance de ses contributions à la science. Voudrait-on destiner une telle biographie aux historiens des sciences que d'autres questions se poseraient. Les historiens des sciences sont-ils véritablement demandeurs d'un travail de ce genre ? Quel est l'intérêt d'historiciser la vie d'un savant ? Éclaire-t-elle véritablement ses travaux ? Ne peut-on préférer la contextualisation historique de son œuvre ? Faut-il raconter toute sa vie ou bien faut-il au contraire, privilégier des épisodes de vie que l'on jugerait significatifs ? Significatifs, mais en fonction de quels critères ?

Comme on le voit, malgré la diversité et le foisonnement des sources, les difficultés à surmonter pour produire une biographie de Poincaré sont fort nombreuses. Certaines d'entre elles ne sont d'ailleurs pas liées de manière exclusive à la vie de ce savant et relèvent d'une perspective plus générale. Cependant, un facteur de complexité essentiel posé par le cas de Poincaré est l'extrême diversité de ses contributions scientifiques, l'hétérogénéité des sources disponibles et la difficulté à exploiter de manière fine les sources nouvelles que nous avons mentionnées. Ce panorama rapide explique, selon nous, l'absence à l'heure actuelle d'une biographie complète de Poincaré. Il explique également pourquoi beaucoup de chercheurs l'évoquent comme un horizon de leur activité sans jamais la commencer et donc, sans jamais l'achever. À notre sens l'enjeu essentiel est de produire une biographie de Poincaré qui l'étudie non pas à travers des caractéristiques substantielles atomisées (le savant, le philosophe, etc.) mais dans ses relations aux autres et aux divers espaces sociaux qu'il a effectivement fréquentés et qui l'ont marqué d'une manière ou d'une autre... En un mot il s'agit de penser la biographie de Poincaré à la fois comme une trajectoire scientifique et comme une histoire sociale incorporée.

## Références


[1] Appell Paul, *Henri Poincaré*, Paris, Plon-Nourrit et Cie (collection Nobles vies, grandes œuvres), 1925.

[2] Appell Paul, Bigourdan Guillaume, Clarétie Jules, Guist'hau Gabriel, Lippmann Gabriel et Painlevé Paul, *Henri Poincaré 1854-1912 Discours prononcé aux funérailles*, Paris, Gauthier-Villars, 1912.

[3] Bellivier André, *Henri Poincaré ou la vocation souveraine*, Paris, Gallimard NRF, 1956.

[4] Berger Alphonse, « L'œuvre scientifique de Henri Poincaré », *Le Figaro*, 1912.

[5] Bertaux Daniel, *Histoires de vies - ou récits de pratiques. Méthodologie de l'approche biographique en sociologie*, rapport de recherche, non publié, 1976.

[6] Bottazzini Umberto, *Poincaré, philosophe et mathématicien*, Paris, Pour la Science (collection Les Génies de la Science), 2000.

[7] Bourdieu Pierre, « L'illusion biographique », *Actes de la recherche en sciences sociales*, 1986, 69-72.

[8] Boutroux Aline, *Vingt ans de ma vie, simple vérité... La jeunesse d'Henri Poincaré racontée par sa soeur (1854-1878)* - Texte inédit édité par Laurent Rollet, Paris, Hermann, 2012.

[9] Boutroux Pierre, Hadamard Jacques, Langevin Paul et Volterra Vito, *Henri Poincaré - l'œuvre scientifique, l'œuvre philosophique*, Paris, Alcan, 1914.

[10] Cartan Élie, « La structure des groupes de transformations continus et la théorie du trièdre mobile », *Bulletin des sciences mathématiques*, 34, 1910, 145-178.

[11] Crawford Elisabeth, « Le prix Nobel manqué de Henri Poincaré : définitions du champ de la physique au début du siècle », *Bulletin de la Société Française de Physique*, 54, 1984.

[12] Darboux Gaston, *Éloge historique de Henri Poincaré*, Paris, Gauthier-Villars, 1913.

[13] Debarbat Suzanne, « An Unusual Use of an Astronomical Instrument : the Dreyfus Affair and the Paris "Macro-Micromètre" », *Journal for the History of Astronomy*, 27, 1996, 45-52.

[14] Gerini Christian, *Henri Poincaré : ce que disent les choses. Quand Henri Poincaré écrit pour les enfants*, Paris, Hermann, 2010.

[15] Gerini Christian et Ginoux Jean-Marc, *Henri Poincaré, une biographie au(x) quotidiens*, Paris, Ellipses, 2012.

[16] Ginoux Jean-Marc et Petitgirard Loïc, « Poincaré's Forgotten Conferences on Wireless Telegraphy », *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 11, 2010, 3617-3627.

[17] Kaeser Marc-Antoine, « La science vécue. Les potentialités de la biographie en histoire des sciences », *Revue d'histoire des sciences humaines*, 8, 2003.

[18] Krömer Ralf, « Poincaré und Leibniz. Spuren einer Auseinandersetzung », dans Breger H., Herbst J. et Erdner S., *IX. Internationaler Leibniz-Kongress. Natur und Subjekt. Vorträge Teil 1-3, Hannover, 26*. September bis 1. Oktober 2011, Hannover, 2011.

[19] La Jeunesse Ernest, « Mort de M. Henri Poincaré », *Le Journal*, 1912, 1 p.

[20] Latour Bruno, « Portrait d'un biologiste en capitaliste sauvage », dans Latour Bruno, *Petites leçons de sociologie des sciences*, Paris, La Découverte, 2006, 100-129.

[21] Lebon Ernest, *Henri Poincaré - Biographie, bibliographie analytique des écrits*, Paris, Gauthier-Villars, 1909.

[22] Loriga Sabina, « La biographie comme problème », dans Revel Jacques, *Jeux d'échelle. La micro-analyse à l'expérience*, Paris, Seuil - Gallimard, 1996, 209-231.

[23] Mansuy Roger et Mazliak Laurent, « Introduction au rapport de Poincaré pour le procès en cassation de Dreyfus en 1904 », *Bulletin de la Sabix*, 42, 2008, texte mis en ligne le 06 août 2009, consulté le 26 avril 2012 : `http://sabix.revues.org/124`.

[24] Masson Frédéric, « Réponse de M. Frédéric Masson, directeur de l'Académie française au discours de M. Henri Poincaré prononcé dans la séance du 28 janvier 1909 », dans *Discours prononcés dans la séance publique tenue à l'Académie française pour la réception de M. Henri Poincaré le jeudi 28 janvier 1909*, Paris, Firmin-Didot, 1909, 39-70.

[25] Nabonnand Philippe (Éd.), *La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler, présentée et annotée par Ph. Nabonnand*, Berlin, Birkhäuser, 1999.

[26] Nabonnand Philippe, « Les recherches sur l'œuvre de Poincaré : État des lieux (1990-2000) », *Gazette des mathématiciens*, 85, 2000, 33-54.

[27] Revel Jacques (Éd.), *Jeux d'échelles, la micro-analyse à l'expérience*, Paris, Seuil Gallimard, 1996.

[28] Rollet Laurent, « Henri Poincaré : vulgarisation scientifique et philosophie des sciences », *Philosophia Scientiæ*, 1, 1996, 125-153.

[29] Rollet Laurent, « Autour de l'Affaire Dreyfus : Henri Poincaré et l'action politique », *Revue historique, CCXCVIII/3*, 1999, 49-101.

[30] Rollet Laurent, *Henri Poincaré. Des mathématiques à la philosophie. Étude du parcours intellectuel social et politique d'un mathématicien au tournant du siècle*, Lille, Éditions du Septentrion, 2000.

[31] Rollet Laurent, « De l'Algérie à Vesoul : Henri Poincaré ingénieur des mines », dans Bour Pierre-Edouard, Rebuschi Manuel et Rollet Laurent, *Construction. Festschrift for Gerhard Heinzmann*, London, College Publications, 2010, 63-74.

[32] Rollet Laurent, « Des mathématiciens dans l'Affaire Dreyfus : Autoforgerie, bertillonage et calcul des probabilités (article en ligne) », *Images des Mathématiques*, 2010, http ://images.math.cnrs.fr/Des-mathematiciens-dans-l-affaire.html.

[33] Rollet Laurent et Nabonnand Philippe, « Une bibliographie mathématique idéale ? Le Répertoire bibliographique des sciences mathématiques », *Gazette des mathématiciens*, 92, 2002, 11-25.

[34] Rollet Laurent et Nabonnand Philippe (Éds.), *Les uns et les autres... Biographie et prosopographie en histoire des sciences*, Nancy, Presses Universitaires de Nancy, 2012.

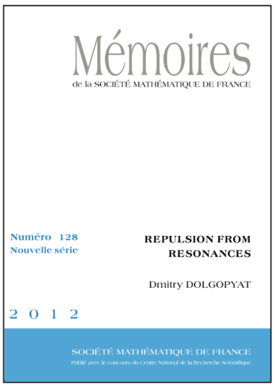
[35] Rougier Louis, *La philosophie géométrique d'Henri Poincaré*, Paris, Alcan, 1920.

[36] Sageret Jules, *Henri Poincaré, avec un portrait et un autographe*, Paris, Mercure de France, collection « Les hommes et les idées », 1911.

[37] Toulouse Édouard, *Enquête médico-psychologique sur la supériorité intellectuelle – Henri Poincaré*, Paris, Flammarion, 1910.

[38] Walter Scott, « Henri Poincaré's Student Notebook, 1870-1878 », *Philosophia Scientiæ*, 1, 1996, 1-17.

[39] Walter Scott, Bolmont Etienne et Coret André (Éds.), *La correspondance de Henri Poincaré, volume 2 : correspondance entre Henri Poincaré et des physiciens, chimistes et ingénieurs*, Berlin, Birkhäuser, 2007.




Mémoire 128

**Repulsion From Resonances**

D. Dolgopyat

Nous considérons des systèmes lents-rapides, dont le mouvement rapide est périodique et le mouvement lent intégrable, en présence de résonances faibles ou fortes. En supposant que les phases initiales sont aléatoires et que certaines conditions de non-dégénérescence sont satisfaites, nous démontrons que l'évolution effective des invariants adiabatiques est donnée par un processus de Markov. Ce processus de Markov consiste en un mouvement le long des trajectoires d'un champ de vecteurs qui peut présenter des sauts occasionnels. Le générateur du processus limite est calculé à partir de la dynamique du système au voisinage des résonances fortes.

*We consider slow-fast systems with periodic fast motion and integrable slow motion in the presence of both weak and strong resonances. Assuming that the initial phases are random and that appropriate non-degeneracy assumptions are satisfied we prove that the effective evolution of the adiabatic invariants is given by a Markov process. This Markov process consists of the motion along the trajectories of a vector field with occasional jumps. The generator of the limiting process is computed from the dynamics of the system near strong resonances.*

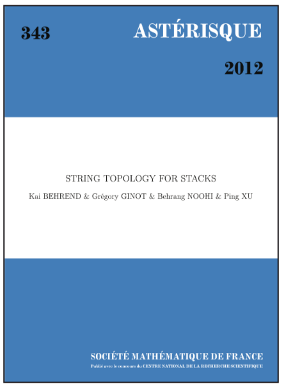
ISBN : 978-2-85629-344-7

prix public* : 32 € - prix membre* : 22 €
* frais de port non compris

**Société Mathématique de France**

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F - 75231 PARIS CEDEX 05

**http://smf.emath.fr**




## Astérisque 343
# **String topology for stacks**
## G. Ginot, K. Behrend, B. Noohi, P. Xu

We establish the general machinery of string topology for differentiable stacks. This machinery allows us to treat on equal footing free loops in stacks and hidden loops. We construct a bivariant (in the sense of Fulton and MacPherson) theory for topological stacks: it gives us a flexible theory of Gysin maps which are automatically compatible with pullback, pushforward and products. Further we prove an excess formula in this context. We introduce oriented stacks, generalizing oriented manifolds, which are stacks on which we can do string topology. We prove that the homology of the free loop stack of an oriented stack and the homology of hidden loops (sometimes called ghost loops) are a Frobenius algebra which are related by a natural morphism of Frobenius algebras. We also prove that the homology of free loop stack has a natural structure of BV-algebra, which together with the Frobenius structure fits into an homological conformal field theories with closed positive boundaries. We also use our constructions to study an analogue of the loop product for stacks of maps of (n-dimensional) spheres to oriented stacks and compatible power maps in their homology. Using our general machinery, we construct an intersection pairing for (non necessarily compact) almost complex orbifolds which is in the same relation to the intersection pairing for manifolds as Chen-Ruan orbifold cup-product is to ordinary cup-product of manifolds. We show that the product of almost complex orbifolds is isomorphic to the orbifold intersection pairing twisted by a canonical class. Finally we gave some examples including the case of the classifying stacks [*/G] of a compact Lie group.

*Nous construisons un cadre général pour traiter la topologie des cordes des champs différentiels. En particulier, ce cadre s'applique aussi bien aux lacets libres d'un champ qu'aux lacets fantômes, champs d'inertie. On construit une théorie bivariante (au sens de Fulton et MacPherson) pour les champs topologiques et on en déduit l'existence de morphismes de Gysin compatibles avec les opérations standards: produits, produits fibrés, recollements. Par ailleurs on démontre une formule d'excès pour les fibrés normaux sur des champs différentiels. On définit une notion de champs orientés, qui généralise celle de variétés orientées, qui sont les champs sur lesquels on dispose des opérations de la topologie des cordes. En particulier, on démontre que l'homologie du champ des lacets libres d'un champ orienté ainsi que l'homologie de son champ des lacets fantômes sont munies de structures naturelles d'algèbres de Frobenius. De plus le morphisme naturel entre ces champs de lacets est un morphisme d'algèbres de Frobenius. Par ailleurs, on prouve que l'homologie du champ des lacets libres est muni d'une structure de BV-algèbre compatible avec la structure d'algèbre de Frobenius au sens où ces structures sont extraites d'une théorie homologique conforme des champs à bords compacts. On applique également nos techniques pour étudier un analogue du produit de Chas-Sullivan, ainsi que des opérations puissances compatibles, sur l'homologie des champs de morphismes des sphères dans un champ orienté. Notre cadre permet aussi de construire un produit d'intersection pour les orbifolds quasi-complexes (non-nécessairement compacts) qui est, en un sens, le dual de Poincaré du produit de Chen et Ruan. On démontre de plus que le produit à la Chas-Sullivan des lacets fantômes d'un orbifold quasi-complexe est isomorphe au produit d'intersection tordu par une classe naturelle. On étudie plusieurs exemples, notamment le cas du champ [*/G] classifiant d'un groupe de Lie compact.*

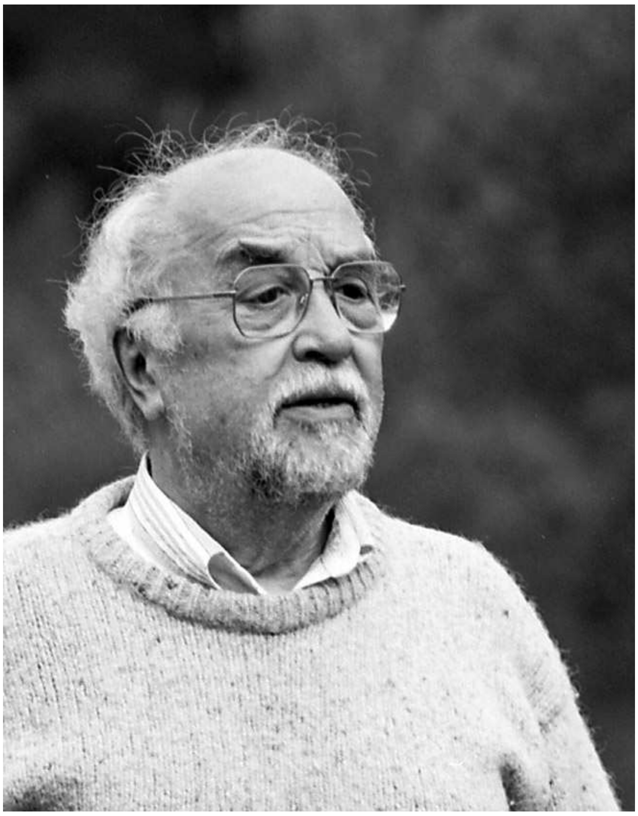
ISBN : 978-2-85629-342-3

Prix public* : 40 € - prix membre* : 28 €
* frais de port non compris

**Société Mathématique de France**

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F - 75231 PARIS CEDEX 05

**http://smf.emath.fr**



*Jean-Marie Souriau en 1991 (photo de Georges Bigot)*

# HOMMAGE À JEAN-MARIE SOURIAU

*Jean-Marie Souriau est décédé le 15 mars 2012 à Aix-en-Provence, dans sa quatre-vingt-dixième année. Son œuvre scientifique extrêmement originale et variée, intéressant des domaines divers (Mécanique appliquée, Mécanique théorique, Mathématiques pures, en particulier Géométrie symplectique, Physique mathématique, Astrophysique), l'a fait mondialement connaître et apprécier.*

*Jean-Marie Souriau repose désormais auprès de son épouse, Christiane Hoebrechts, décédée en 1985. Il est père de cinq enfants.*

*La Gazette a souhaité lui rendre hommage par ce dossier ; elle adresse un grand merci aux auteurs qui ont bien voulu y contribuer, et à Patrick Iglesias-Zemmour pour son aide précieuse dans la coordination des différents textes.*

## L'œuvre de Jean-Marie Souriau

Charles-Michel Marle[1], Géry de Saxcé[2] et Claude Vallée[3]

### Biographie

Jean-Marie Souriau est né le 3 juin 1922 à Paris. Admis à l'École Polytechnique et à l'École Normale Supérieure en 1942, il choisit l'École Normale Supérieure. Engagé volontaire en 1944, il revient à l'ÉNS en 1945 et apprend qu'une session spéciale de l'agrégation est organisée pour les jeunes gens ayant servi sous les drapeaux pour libérer notre pays. Il s'y prépare brièvement avec son camarade d'école Gérard Debreu, futur prix Nobel d'économie. Ils sont tous deux brillamment reçus en 1946, Gérard Debreu premier et Jean-Marie Souriau second. Il reste encore un an à l'ÉNS, où il suit les cours d'Élie Cartan. Après un bref passage au CNRS, il entre à l'ONERA comme ingénieur de recherches en aéronautique, et y prépare une thèse sur la stabilité des avions. Les méthodes développées dans cette thèse, soutenue en 1952, ont été utilisées pour la réalisation de plusieurs avions, en particulier la Caravelle et le Concorde.

Dès 1948, alors qu'il est encore ingénieur de recherches à l'ONERA, son goût pour l'enseignement le pousse à créer un cours libre et gratuit intitulé « Méthodes nouvelles de la Physique mathématique ». C'est un grand succès : la salle de cours,

[1] Université Pierre et Marie Curie, cmm1934@orange.fr.
[2] Université Lille 1, gery.desaxce@univ-lille1.fr.
[3] Université de Poitiers, claude.vallee@univ-poitiers.fr.

pourtant capable d'accueillir 200 auditeurs, est pleine, et il doit exposer deux fois chacune de ses leçons !

En 1952, alors qu'il est chef de groupe, déçu par l'organisation bureaucratique de la recherche à l'ONERA, il quitte cet organisme et devient Professeur à l'Institut des Hautes Études de Tunis. Malgré (ou grâce à) un relatif isolement scientifique, il y poursuit ses réflexions sur les principes de la Mécanique et découvre le rôle central des structures symplectiques, rarement souligné dans les traités de Mécanique de l'époque (et d'aujourd'hui) ; il apprendra plus tard, en lisant la *Mécanique analytique* de Joseph Louis Lagrange, que leur importance avait déjà été aperçue dès 1809 par cet illustre savant. Son premier travail sur le sujet, intitulé « Géométrie symplectique différentielle. Applications »[4], est présenté au colloque du CNRS de Strasbourg en 1953. En 1956, il fonde avec quelques collègues et ses étudiants le Colloque International de Théories Variationnelles (CITV) qui organise chaque année une rencontre informelle entre chercheurs de tous niveaux. Après plus de 50 ans, ces rencontres, auxquelles Claude Vallée a donné un nouveau souffle à partir de 1996, ont toujours lieu[5].

En 1958, il est nommé Professeur à l'université d'Aix-Marseille. Jusqu'à son départ en retraite, il y enseigne, à tous les niveaux universitaires, les sujets les plus variés : Mathématiques, Mécanique, théorie de la Relativité, Méthodes mathématiques de la Physique, Informatique. Il joue un rôle de premier plan lors de la création du Centre de Physique théorique de Luminy, qu'il dirige de 1978 à 1985. Les échanges scientifiques avec ses collègues physiciens l'amènent à penser que les structures symplectiques doivent avoir une place en Mécanique quantique, plus importante encore qu'en Mécanique classique. Il comprend l'importance des groupes de symétrie d'un système mécanique (classique ou quantique) et montre que la classification des orbites coadjointes du groupe de Poincaré est en relation très étroite avec celle des particules élémentaires. Il s'intéresse aussi à bien d'autres domaines de la Physique, auxquels il apporte des contributions originales : Mécanique statistique, Thermodynamique (classique et relativiste), Astronomie et Cosmologie. Il dirige pendant cinq ans le troisième cycle interuniversitaire de Mathématiques pures de Marseille, et pendant cinq ans le troisième cycle interuniversitaire de Physique théorique de Marseille-Nice.

Jean-Marie Souriau est l'auteur de plus d'une centaine d'articles scientifiques. Ses livres *Calcul linéaire*[6], *Géométrie et relativité*[7] et *Structure des systèmes dynamiques*[8] cachent, sous l'apparence trompeuse de manuels d'enseignement pour étudiants débutants, nombre de contributions originales qui ont inspiré ses élèves en thèse et serviront encore longtemps de point de départ à des recherches nouvelles. Il laisse un livre de philosophie scientifique non publié, mais disponible sur son site internet : *Grammaire de la nature*.

---

4 Géométrie symplectique différentielle. Applications. *Colloques Internationaux du CNRS, Strasbourg, 1953*, pp. 53-59. CNRS, Paris, 1953.

5 La prochaine, organisée par Géry de Saxcé, se tiendra fin août 2012 à Aix-en-Provence.

6 *Calcul linéaire*. En deux vol. Presses Universitaires de France, Paris, 1959 et 1965.

7 *Géométrie et relativité*. Hermann, Paris, 1964.

8 *Structure des systèmes dynamiques*. Dunod, Paris, 1970.

## Son œuvre scientifique

Les quelques exemples présentés ci-dessous ne couvrent qu'une petite partie de l'œuvre de Jean-Marie Souriau, celle que nous connaissons le mieux. Cependant, nous pensons qu'ils illustrent assez bien sa démarche scientifique, allant d'une découverte mathématique à son application à la résolution de problèmes physiques, et inversement, créant les outils mathématiques utiles pour résoudre un problème physique.

### La variété des mouvements d'un système

Jean-Marie Souriau a remarqué que l'ensemble des solutions maximales d'un système différentiel sur une variété différentiable possède lui-même une structure naturelle de variété différentiable, pas toujours séparée : on peut donc parler de *variété des mouvements* du système. Cette propriété très simple est rarement mentionnée dans les cours usuels de calcul différentiel. Lorsque le système est hamiltonien, la variété des mouvements possède une structure symplectique naturelle ; les *crochets de Lagrange* des fonctions coordonnées locales sont les composantes de la forme symplectique de cette variété. Lorsque de plus le hamiltonien est indépendant du temps, le groupe additif $\mathbb{R}$ agit sur la variété des mouvements ; cette action, pouvant s'interpréter comme correspondant à un changement de l'origine du temps, conserve la forme symplectique. L'aspect local de ces propriétés avait été découvert dès 1809 par Lagrange ; Jean-Marie Souriau leur a donné une formulation géométrique globale.

### L'application moment

Lorsqu'un groupe de Lie $G$ agit par symplectomorphismes sur une variété symplectique $(M, \omega)$, moyennant certaines conditions, il existe une application naturelle (déterminée à une constante additive près) définie sur la variété et à valeurs dans le dual $\mathcal{G}^*$ de l'algèbre de Lie $\mathcal{G}$ de $G$ : l'*application moment*. Si l'on choisit une base de $\mathcal{G}$, les composantes de cette application dans la base duale de $\mathcal{G}^*$ sont des fonctions ayant pour champs de vecteurs hamiltoniens associés les générateurs infinitésimaux de l'action du groupe. Implicitement utilisée depuis fort longtemps (notamment par Lagrange, Jacobi et Poincaré), cette application a été clairement définie, dans le langage géométrique moderne, par Stephen Smale pour les systèmes lagrangiens, par Bertram Kostant et, à peu près simultanément, Jean-Marie Souriau. Elle permet par exemple d'énoncer le fameux théorème d'Emmy Noether sous une forme géométrique : « l'application moment est constante sur les courbes intégrales du système ».

### Propriétés de l'application moment

Soit $(M, \omega)$ une variété symplectique connexe sur laquelle un groupe de Lie $G$ agit par symplectomorphismes, et $\psi : M \to \mathcal{G}^*$ une application moment pour cette action. Jean-Marie Souriau a montré qu'il existe une action affine de $G$ sur $\mathcal{G}^*$, dont la partie linéaire est l'action coadjointe, qui rend l'application moment équivariante. Cette action diffère de l'action coadjointe par un 1-cocycle $\theta$ du groupe $G$ à valeurs dans $\mathcal{G}^*$ (relativement à l'action coadjointe). Jean-Marie Souriau l'appelle *cocycle symplectique*, car sa différentielle à l'élément neutre détermine une forme bilinéaire antisymétrique $f : \mathcal{G} \times \mathcal{G} \to \mathbb{R}$, qu'on peut considérer soit comme le 1-cocycle de l'algèbre de Lie $\mathcal{G}$ à valeurs dans $\mathcal{G}^*$ associé au 1-cocycle $\theta$ du groupe de Lie $G$, soit comme un 2-cocycle de l'algèbre de Lie $\mathcal{G}$ à valeurs réelles (relativement à la représentation triviale).

Lorsqu'on modifie l'application moment par addition d'une constante (élément de $\mathcal{G}^*$), les cocycles $\theta$ et $f$ sont modifiés par addition d'un cobord. Leur classe de cohomologie n'est donc pas modifiée. Jean-Marie Souriau a montré que lorsque $G$ est le *groupe de Galilée*, dont la cohomologie symplectique est de dimension 1, et $(M, \omega)$ la *variété des mouvements* d'un système mécanique admettant ce groupe pour groupe de symétries (ce qui est le cas des systèmes mécaniques classiques dits *autonomes*), la classe de cohomologie du cocycle $\theta$ est la *masse totale* du système. Par contre, les systèmes mécaniques autonomes *relativistes* ont pour groupe de symétries le *groupe de Poincaré*, non le groupe de Galilée. Or la cohomologie symplectique du groupe de Poincaré est triviale. Jean-Marie Souriau y voit une explication du fait que la notion de masse a, en Mécanique relativiste, un statut très différent de celui qu'elle a en Mécanique classique non relativiste.

L'application moment est une *application de Poisson*, le dual $\mathcal{G}^*$ de l'algèbre de Lie $\mathcal{G}$ étant muni de la structure de Poisson aujourd'hui dite de *Kirillov-Kostant-Souriau* (du nom de trois personnes qui l'ont redécouverte, car elle figure implicitement dans les travaux de Sophus Lie). Les feuilles symplectiques de $\mathcal{G}^*$ sont les orbites de l'action affine qui rend l'application moment équivariante (lorsque le cocycle $\theta$ est nul, ce sont les orbites coadjointes).

### Une description mécaniste des particules élémentaires

Le groupe de symétries de la variété des mouvements d'un système dynamique libre est soit le groupe de Galilée, soit le groupe de Poincaré, selon qu'on utilise pour décrire le système la mécanique classique ou la mécanique relativiste. Jean-Marie Souriau appelle *systèmes élémentaires* les systèmes dont le groupe de symétries agit transitivement sur la variété des mouvements ; autrement dit, les systèmes dont la variété des mouvements est un espace homogène symplectique du groupe de Galilée ou du groupe de Poincaré. Grâce à son application moment, Souriau avait déterminé ces espaces homogènes : ce sont les orbites coadjointes du groupe de Poincaré ou, pour les systèmes mécaniques non relativistes de masse totale non nulle, d'une extension centrale du groupe de Galilée, le *groupe de Bargmann*. Jean-Marie Souriau a montré que les orbites coadjointes du groupe de Poincaré peuvent s'interpréter physiquement comme les variétés des mouvements des particules élémentaires relativistes, avec ou sans spin, de masse propre positive (particules massives) ou nulle (photons). Quant aux orbites coadjointes du groupe de Bargmann, elles peuvent s'interpréter comme variétés des mouvements de particules, avec ou sans spin, dans l'approximation non relativiste.

### La quantification géométrique

En 1965, après une première esquisse en 1962, Jean-Marie Souriau crée cette théorie, qui donne un fondement mathématique rigoureux au processus de quantification d'un système mécanique classique. De façon indépendante et presque simultanée, Bertram Kostant découvre aussi cette théorie, et l'utilisera pour construire des représentations irréductibles de certains groupes de Lie.

La première étape (appelée *préquantification*) de la quantification d'un système classique, dont la variété symplectique $(M, \omega)$ est la variété des mouvements, consiste à construire un fibré de base $M$, muni d'une connexion dont la courbure est $\omega$. Bertram Kostant utilise un fibré en droites complexes muni d'une structure hermitienne invariante, tandis que Jean-Marie Souriau utilise un fibré en cercles (c'est-à-dire le fibré principal correspondant), ce qui permet de considérer la forme de connexion comme une forme de contact sur l'espace total du fibré. Un tel fibré existe si et seulement si la classe de cohomologie de $\omega$ est entière. Lorsque cette condition est satisfaite, l'ensemble des préquantifications non équivalentes de $(M, \omega)$ est un espace homogène principal du groupe des caractères du groupe fondamental de $M$. Ces résultats mathématiques traduisent certaines propriétés physiques expérimentalement constatées, par exemple : le spin d'une particule est toujours un multiple entier de $\hbar/2$ ; un système de particules toutes identiques possède exactement deux préquantifications non équivalentes, correspondant aux deux types de particules, les bosons et les fermions, obéissant respectivement aux statistiques de Bose-Einstein et de Fermi-Dirac.

La seconde étape de la quantification, utilisant une *polarisation* (c'est-à-dire un feuilletage lagrangien de la variété symplectique $(M, \omega)$), doit permettre de construire un espace de Hilbert et d'associer, à chaque observable classique d'un système mécanique, un opérateur autoadjoint sur cet espace. Elle pose des problèmes encore incomplètement résolus. Jean-Marie Souriau a pu cependant, en utilisant des polarisations, construire à partir des modèles symplectiques de particules élémentaires (en mécanique classique, relativiste ou non) les équations d'onde qui régissent le comportement quantique de ces particules lorsqu'elles sont libres : équations de Schrödinger, Pauli, Dirac, Maxwell, Yang[9]. Jean-Marie Souriau a également proposé une méthode explicite de construction de l'*indice de Maslov*[10], un ingrédient important de la quantification géométrique.

### Une vision originale et personnelle de la géométrie

Dans « *Géométrie et relativité* », Jean-Marie Souriau nous invite à revisiter la géométrie différentielle, hors des sentiers battus des manuels classiques. On y trouve un exposé original de ses fondements, introduisant les notions telles que *recueil* et *glissements*, qu'il applique admirablement à la description des champs et de la matière en Relativité générale.

### Les espaces difféologiques

Les théories des variétés différentiables et des groupes de Lie lui semblant insuffisantes pour un traitement rigoureux de tous les problèmes liés à la quantification, Jean-Marie Souriau a proposé un cadre moins étroit : celui des *espaces* et des *groupes difféologiques*. Une grande partie des concepts de la géométrie différentielle usuelle (formes différentielles, actions de groupes, représentation coadjointe) subsiste. On peut espérer formuler dans ce cadre des théories physiques rigoureuses des interactions électromagnétiques et gravitationnelles. Les mathématiciens ont compris l'intérêt que les espaces difféologiques présentent, en ouvrant une perspective nouvelle sur l'étude des feuilletages.

---

9 *Structure des systèmes dynamiques*. Dunod, Paris 1970.

10 Construction explicite de l'indice de Maslov. Applications. *Group Theoretical Methods in Physics (Fourth Internat. Colloq., Nijmegen, 1975)*, p. 117-148. *Lecture Notes in Phys.*, Vol. 50, Springer, Berlin, 1976.

## Cosmologie

Le modèle d'univers homogène et isotrope proposé par Alexandre Friedmann en 1922 comporte des paramètres (courbure et constante cosmologique) que Jean-Marie Souriau, en collaboration avec Henri-Hugues Fliche, a essayé de déterminer en utilisant les caractéristiques des quasars. Dès 1978, ils mettent en évidence l'accélération de l'expansion de l'univers. Ils mesurent une constante cosmologique non nulle (que l'on nomme aujourd'hui « énergie noire ») et une courbure spatiale positive. Avec Roland Triay, ils découvrent une zone d'absence à très grande échelle dans la répartition spatiale des quasars, grossièrement plane, d'une épaisseur d'environ 100 Mégaparsecs, située à 3000 Mégaparsecs de nous. Jean-Marie Souriau a formulé une hypothèse hardie pour expliquer ce résultat d'observations : l'univers serait composé de matière et d'antimatière, occupant chacune une hémisphère d'une sphère $S^3$ ; l'équateur séparant ces deux hémisphères (une sphère $S^2$) serait la « zone d'absence » observée. Cette hypothèse a l'avantage d'expliquer la neutralité électrique de l'univers.

Toujours en collaboration avec Henri-Hugues Fliche et Roland Triay, Jean-Marie Souriau a mis en évidence une orientation préférentielle des régions HI étendues des galaxies, en les identifiant à des nappes d'hydrogène primordial approximativement planes et orthogonales à la direction de l'« équateur de l'univers ».

## Le principe de Relativité générale

Pour Jean-Marie Souriau, la Relativité Générale est non seulement une théorie de la gravitation qui permet de prédire des effets très ténus, comme la déviation de la lumière près des corps massifs ou la correction relativiste pour le périhélie de l'orbite de Mercure, mais elle est – peut-être surtout – un modèle cohérent pour étudier la mécanique et la physique des milieux continus, même dans le contexte classique où la vitesse de la lumière peut être considérée comme infinie. Dans « Modèle de particule à spin dans le champ électromagnétique et gravitationnel » [11], il donne un énoncé précis du principe de Relativité générale faisant intervenir le groupe des difféomorphismes à support compact de l'espace-temps. Il construit un modèle universel de particule, considérée comme une répartition de matière et d'électricité sur une courbe (la ligne d'univers de la particule). Par des considérations purement mathématiques, il fait apparaître des grandeurs caractérisant la particule ayant une signification physique claire : ce sont l'impulsion, la charge électrique, le spin et le moment électro-magnétique de la particule. Le même formalisme est utilisable pour la description des milieux condensés et en Mécanique statistique.

## Remerciements

C.-M. Marle remercie Uriel Frisch et Roland Triay pour leur aide dans la rédaction du paragraphe sur la cosmologie. Il remercie également Yvette Kosmann-Schwarzbach et François Ziegler dont les critiques constructives lui ont permis d'améliorer l'ensemble de sa contribution.

[11] Modèle de particule à spin dans le champ électromagnétique et gravitationnel. *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, section A, tome 20, numéro 4 (1974), p. 315-364.

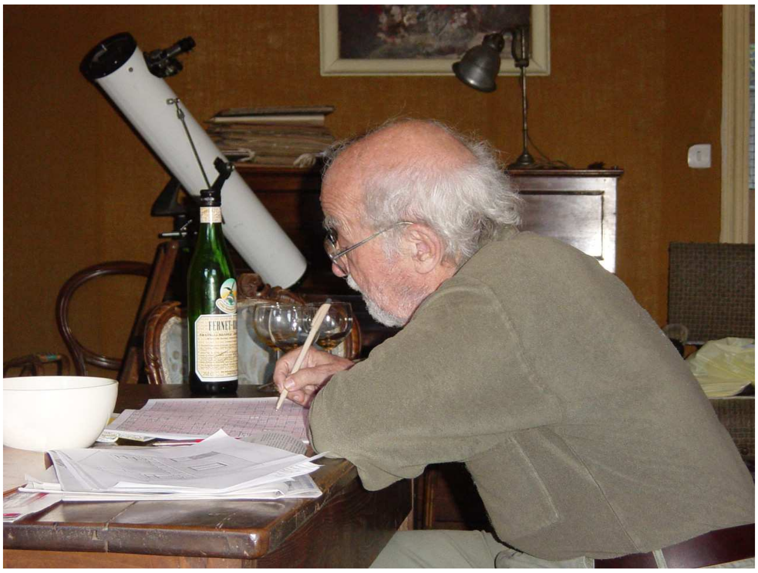
# Tribute to Jean-Marie Souriau

Bertram Kostant[1]

I am deeply saddened by the death of Jean-Marie. He was a wonderful man and I am honored to be a cofounder with him of Geometric Quantization. We independently came upon the main ideas of this subject in the early to middle 1960s from two different directions. For me it was a marriage of Hamiltonian mechanics and representation theory. For Souriau, I believe, it was an outgrowth of his marvelous discovery of symplectic formulations of much of classical statistical mechanics. This appears in his famous 1970 Dunod book, various aspects of which were enlarged upon in a 1975 CNRS book (dedicated to the composer Darius Milhaud).

For those interested, in my opinion, the best book on Geometric Quantization is the 1991 Oxford, second edition, on Geometric Quantization by N. J. Woodhouse. It is rich with many new examples.

I treasure all my interactions with Jean-Marie. He exuded a contagious enthusiasm for doing science and discovering how the world works. What sticks in my mind is a leisurely walk I took with him around Aix. During the walk he explained to me his theory about a division in the universe. He believed there was empirical evidence that one half of the universe is made up of matter and the other half of antimatter. I think he won a prize for a paper he wrote on this theory. It is painful to know that I won't have any more discussions with him.



*Jean-Marie Souriau en 2006*

[1] Prof. MIT (Emeritus), Cambridge, USA.

# Souvenirs de Jean-Marie Souriau

Charles-Michel Marle

J'ai rencontré Jean-Marie Souriau pour la première fois vers 1965 ; j'étais alors ingénieur dans un centre de recherches appliquées (l'Institut Français du Pétrole) et j'envisageais un changement d'orientation professionnelle. Je suivais, pas très régulièrement, un séminaire de Géométrie et Relativité organisé par André Lichnerowicz et Yvonne Choquet-Bruhat, alternativement au Collège de France et à l'Institut Henri Poincaré. L'exposé présenté à ce séminaire par Jean-Marie Souriau, qui portait, je crois, sur la *Relativité pentadimensionnelle*, m'est passé largement au-dessus de la tête, mais m'a incité à acheter et à lire son livre, *Géométrie et Relativité*. Ce livre, qui m'a rempli d'admiration, a contribué à me faire changer de situation.

Pendant les années 1970-1980, étant devenu enseignant, j'ai souvent rencontré Jean-Marie Souriau car, comme moi, il participait régulièrement aux *Journées relativistes*, rencontres organisées chaque année dans diverses universités (principalement françaises, mais aussi belges, italiennes et suisses) par des amis, des élèves et des anciens élèves d'André Lichnerowicz. Les exposés de Jean-Marie Souriau étaient toujours d'une très grande originalité. C'est pendant cette période que j'ai lu et relu son livre *Structure des systèmes dynamiques*. C'est la lecture de ce livre qui m'a fait comprendre ce que sont vraiment les « torseurs », objets algébriques bizarres dont les mécaniciens français faisaient grand usage (au moins dans leurs enseignements de premier cycle universitaire), alors que les cours d'algèbre linéaire les ignorent : tout simplement, des éléments du dual de l'algèbre de Lie du groupe des déplacements euclidiens. C'est ainsi que je les ai présentés à mes étudiants de première année d'université, dans un cours de mécanique générale que j'ai enseigné vers la fin des années 1970.

Un peu plus tard il y eut le *Séminaire sud-rhodanien de Géométrie*, dont Jean-Marie Souriau était (avec notre regrettée collègue Nicole Moulis-Desolneux, Claude Albert, Pierre Dazord, Jean-Paul Dufour, Pierre Molino, Claude Roger, ...) un membre fondateur. En 1989, grâce à Alan Weinstein, une instance de ce séminaire eut lieu à Berkeley alors que j'y séjournais pour 5 mois. J'eus le plaisir de recevoir Jean-Marie Souriau, ainsi qu'André Lichnerowicz, Alan Weinstein et quelques autres géomètres de diverses nationalités dans la petite maison que j'avais louée.

Ayant eu à enseigner l'algorithmique, domaine des mathématiques qui m'est peu familier, j'ai par hasard appris, en lisant le livre de Noël Gastinel, *Analyse numérique linéaire* (Hermann, Paris, 1966), que Jean-Marie Souriau était l'inventeur d'une méthode de détermination des valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice, variante astucieuse de la méthode de Le Verrier. Bien sûr, j'ai enseigné cette méthode à mes étudiants de licence.

Alors que j'étais encore en activité, Jean-Marie Souriau m'a fait une fois l'honneur de m'inviter à Marseille-Luminy pour présenter un exposé (sur les variétés de Poisson et les algébroïdes de Lie, je crois).

Ce n'est qu'en 2006, à la Motte d'Aveillans, que j'ai commencé à participer aux rencontres du CITV (CITV : Colloque International de Théories Variationnelles ; voir l'article précédent de C.-M. Marle, G. de Saxcé et C. Vallée, « L'œuvre de Jean-Marie Souriau ».). Depuis, j'y vais chaque année car j'apprécie l'ambiance à la fois studieuse, amicale et chaleureuse de ces rencontres.

## En hommage à Jean-Marie Souriau, quelques souvenirs

Yvette Kosmann-Schwarzbach[1]

Imaginez que vous êtes une jeune personne qui, sur le conseil de son patron, vient de publier son tout premier travail, une note de quatre pages aux *Comptes rendus* [de l'Académie des Sciences]. Et voilà qu'arrive par la poste le tout premier de ces petits cartons partiellement pré-imprimés qui demandent respectueusement à l'auteur de bien vouloir faire parvenir au signataire de cette carte postale un tiré à part de son article, et que cette missive n'est pas signée d'un inconnu mais d'un chercheur connu, auteur d'une quantité d'articles sur la relativité et bien d'autres sujets et d'un gros livre *Géométrie et relativité* – assez abscons pour un débutant, il faut le dire, mais qui a fait le point sur le sujet en 1964 tout en introduisant quantité d'idées nouvelles. (Je ne sais pas si je l'avais déjà acquis ou si je l'ai acheté ensuite.) Et voilà ensuite que ce correspondant distingué vous remercie par lettre de votre envoi et se propose de vous envoyer des tirés à part de ses propres travaux. Vous conviendrez que la manière dont j'ai « fait la connaissance » de Jean-Marie Souriau en 1966 par courrier [non électronique] est un de ces événements que l'on n'oublie pas !

J'ai rencontré Souriau peu après lors des « Journées relativistes » que notre maître commun, Lichnerowicz, organisait chaque année, à Caen ? ou à Clermont-Ferrand ? je n'ai pas gardé de trace précise de ces rencontres d'il y a 45 ans. Plus tard, en 1973, j'ai écouté sa conférence « Sur la variété de Képler », lors du grand colloque de Rome, « Geometria symplettica e fisica matematica », le premier me semble-t-il consacré à la géométrie symplectique et à son rôle en mécanique classique et, déjà aussi, quantique. Entre temps, en 1970, avait paru *Structure des systèmes dynamiques*, « le premier traitement complet de la mécanique qui utilise

[1] Centre de Mathématiques Laurent Schwartz, École Polytechnique, Palaiseau, France.

pleinement le langage et les techniques de la géométrie symplectique moderne[2] ». Je l'avais acheté : il coûtait 69 francs, le prix est resté inscrit sur la page de garde de mon exemplaire. Mais je n'ai jamais eu la présence d'esprit de le faire signer par l'auteur.

Je passerai sur d'autres souvenirs, sur les Journées relativistes organisées par Souriau lui-même à Aix, où nous nous arrêtâmes devant sa maison, rue Mazarine, sur les colloques au CIRM où nous profitions de son humour et de sa convivialité. Le colloque de juin 1990, marquant son départ à la retraite (tout relatif), organisé dans le cadre des rencontres du Séminaire sud-rhodanien de Géométrie, fut un événement international de première importance, qui rassembla les grands noms de la géométrie symplectique et de la quantification « à la Souriau » (mais pas seulement), qui permit aussi à quelques collègues venus de Moscou d'assister pour la première fois à un festival de science en Occident.

2000 fut l'année des mathématiques, elle fut aussi l'année du premier colloque Poisson « 20** » , qui faisait suite à la toute première réunion sur ce sujet qui avait été organisée par nos collègues polonais à Varsovie deux ans auparavant. Nous avons tenu à inviter Jean-Marie Souriau à prononcer la conférence d'ouverture et, bien que déjà fatigué, il a accepté ! Il est aussi venu participer, pendant la semaine de notre colloque, à la soirée sur l'histoire du sujet où lui-même et Patrick Iglesias-Zemmour nous parlèrent de Lagrange[3].

Je l'ai revu au CIRM en novembre 2000, puis j'ai eu des nouvelles de loin en loin. Impossible d'oublier sa conviction lorsqu'il exposait la difféologie, ses idées originales, sa silhouette, son personnage haut en couleurs et amical.

Dans la vitrine du libraire Jacques Gabay, rue Saint-Jacques à Paris, entre la rue Soufflot et la rue des Fossés-Saint-Jacques, on pouvait voir cette semaine, tout devant et au centre, les réimpressions sous leur sobre couverture blanche des deux livres de Souriau, entourées des exemplaires tout aussi sobrement présentés de celles de Newton, d'Alembert, Lagrange – dont Souriau avait décrypté le message symplectique –, Hadamard, Lorentz, Poincaré, Einstein, Dirac, von Neumann, Lichnerowicz, etc. Un grand parmi les grands.

[2] Je traduis la recension en anglais dans *Mathematical Reviews* [alias *MathSciNet*] par Frans Cantrijn de la traduction anglaise du livre de Souriau, éditée par Richard Cushman et Gijs Tuynman en 1997.

[3] Souriau avait publié « La structure symplectique de la mécanique décrite par Lagrange en 1811 » en 1986. Dans l'introduction à *Structure des systèmes dynamiques*, il écrivait déjà : « Il semble que la formalisation classique de la mécanique analytique ait laissé échapper une partie importante de la pensée de Lagrange. »

# Jean-Marie Souriau, un père fondateur de la mécanique géométrique

Alan Weinstein[1]

Lagrange, au début du XIX$^{e}$ siècle, écrit avec orgueil dans son livre de mécanique « On ne trouvera point de figures dans cet ouvrage ». Mais la géométrie était là, et son apparence devint explicite au XX$^{e}$ siècle. On peut dire que le domaine qu'on appelle aujourd'hui la mécanique géométrique est né au début des années 1900 à la suite des travaux de Lie, Poincaré et Birkhoff. Le sujet a explosé pendant la dernière moitié du siècle, avec des contributeurs trop nombreux pour être tous nommés ici. Tristement, quatre d'entre eux sont décédés récemment : Vladimir Arnol'd, Hans Duistermaat, Jerry Marsden, et Jean-Marie Souriau.

Le pont reliant la mécanique classique à la mécanique quantique via les feuilletages lagrangiens des variétés symplectiques a été trouvé indépendamment par Kirillov, Kostant, et Souriau, mais ce fut Jean-Marie qui le baptisa « quantification géométrique », et, surtout, ce fut lui qui souligna que des objets géométriques comme les orbites coadjointes et les sous-variétés lagrangiennes sont les contreparties précises des notions physiques comme particules et états. Il est peut-être moins connu que, déjà en 1953, Jean-Marie (à ce moment-là à l'Institut des Hautes Études de Tunis) avait publié dans les comptes rendus d'un colloque CNRS à Strasbourg un article, « Géométrie symplectique différentielle. – Applications ». Dans cet article, il a introduit les « variétés isotropes saturées » (actuellement sous-variétés lagrangiennes), et il a montré qu'une telle variété dans une surface de niveau d'un hamiltonien est invariante par le flot hamiltonien (théorème de Jacobi).

Comme les autres « pères fondateurs », Jean-Marie a bien compris l'importance fondamentale des groupes de symétrie, les unifiant aux générateurs infinitésimaux par le moyen d'applications à valeurs dans le dual des algèbres de Lie. Bien que ces applications apparaissent déjà dans les travaux de Lie et Kostant, c'est bien Jean-Marie (et un peu plus tard Smale) qui les a identifiés comme « moments ». Peu après, dans un programme d'extension de la notion de moment aux actions de groupes de dimension infinie, il comprit que beaucoup pouvait s'accomplir sans les complications d'analyse fonctionnelle si l'on fondait le calcul différentiel sur les conditions de dépendance lisse des paramètres. En relation avec les travaux de Chen sur les espaces de lacets et, plus tard, la théorie des champs différentiables, l'introduction par Souriau de la « difféologie » reste une de ses contributions durables à la géométrie.

Les travaux mentionnés ci-dessus sont les parties de l'œuvre de Jean-Marie Souriau qui m'ont le plus influencé, mais ils ne constituent qu'une petite partie de l'étendue exceptionnelle de ses intérêts, comprenant par exemple la cosmologie et la thermodynamique, en passant par « Science et Science-Fiction ». Son article

[1] Université de Californie, Berkeley.

« On geometric mechanics », publié en 2007 en version anglaise (par D.H. Sattinger), offre un survol excellent de presque toute son œuvre.

Souriau l'homme était aussi remarquable que Souriau le chercheur. C'était toujours une joie de partager sa compagnie. Sa voix rauque était inoubliable. Il semblait presque toujours en train de rire, souvent de lui-même. Toujours à la recherche d'expériences nouvelles, il n'hésitait pas à embarquer toute sa famille en voiture pour un long voyage en Sicile pour voir l'éruption du Mont Etna. Une visite à son appartement spacieux avec sa vue spectaculaire sur le Cours Mirabeau était un plaisir, pas seulement pour sa situation et sa décoration éclectique, mais surtout pour l'hospitalité chaleureuse de Jean-Marie et (malheureusement pour trop peu de temps à cause de sa mort prématurée) sa femme Christiane. La « famille » Souriau se prolongeait au delà de ses cinq enfants pour incorporer un groupe d'élèves dévoués.

Jean-Marie a eu un effet durable sur ma vie, par ses idées, l'amitié et les travaux de ses élèves, ainsi que par son encouragement et son hospitalité si généreux. Je lui dois en grande partie mon amour pour la mécanique (et pour la Provence !). Je n'ai de lui que les meilleurs souvenirs, et il va me manquer beaucoup.

# Jean-Marie l'ingénieur

Claude Vallée

La figure 1 reproduit une affiche que Jérôme Souriau a retrouvée dans les papiers de son papa et qu'il m'a obligeamment transmise. Elle concerne l'époque où Jean-Marie Souriau était Ingénieur de Recherches à l'ONERA (Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales) de Châtillon-sous-Bagneux. Je me souviens qu'il m'a souvent parlé d'un cours du soir qu'il donnait à l'« École des Meuniers » en collaboration avec Jérôme Chastenet de Géry et Roger Valid (qui rédigeaient les exercices).

À l'origine, les cours publics de 1951-52 étaient une réponse aux manques en calcul matriciel que Jean-Marie Souriau avait ressentis chez les ingénieurs français en aéronautique, notamment à l'ONERA récemment créé. La simple addition de 2 matrices était considérée avec respect comme une notion très abstraite. Ces lacunes empêchaient les ingénieurs de comprendre les progrès réalisés par les avionneurs américains pendant la seconde guerre mondiale (progrès qui leur firent gagner la guerre des airs pendant que les Anglais gagnaient la guerre des mers). Les calculateurs américains avaient inventé la « Méthode des éléments finis » qui permettait de résoudre rapidement des problèmes de « Mécanique des Structures » (principalement des structures en forme de coques : coques d'avion, coques de bateau, coques de camions,...). Comme l'ancienne « Méthode de Ritz », la « Méthode des éléments finis » est une méthode numérique qui ramène l'équation aux dérivées partielles gouvernant le comportement d'une structure à un calcul linéaire. Mais la nouvelle méthode met en jeu des matrices dont les coefficients non nuls sont rassemblés dans une bande voisine de la diagonale. Voilà ce qui motivait, dans les années 1950, la nécessité d'une bonne compréhension du calcul matriciel pour maîtriser la « Mécanique des Structures » et concevoir des prototypes d'avions nouveaux.

Roger Valid a continué sa carrière à l'ONERA après le départ de Jean-Marie Souriau. Il y a perfectionné la théorie des coques non pas avec les méthodes matricielles et numériques ci-dessus évoquées, mais avec une autre corde de l'arc de Jean-Marie Souriau : ses méthodes de géométrie différentielle exposées, elles aussi, en 1951-52 à l'« École des Meuniers » pendant les 19 conférences d'« Algèbre et Géométrie modernes » résumées sur l'affiche.

Le programme des cours d' « Algèbre Linéaire » qu'on lit sur l'affiche (figure 1) a donné lieu au livre *Calcul linéaire*[1]. Dans ce premier livre apparaît déjà le caractère opératoire des énoncés de Jean-Marie Souriau. On peut y trouver une présentation particulièrement astucieuse des multiplicateurs de Lagrange.

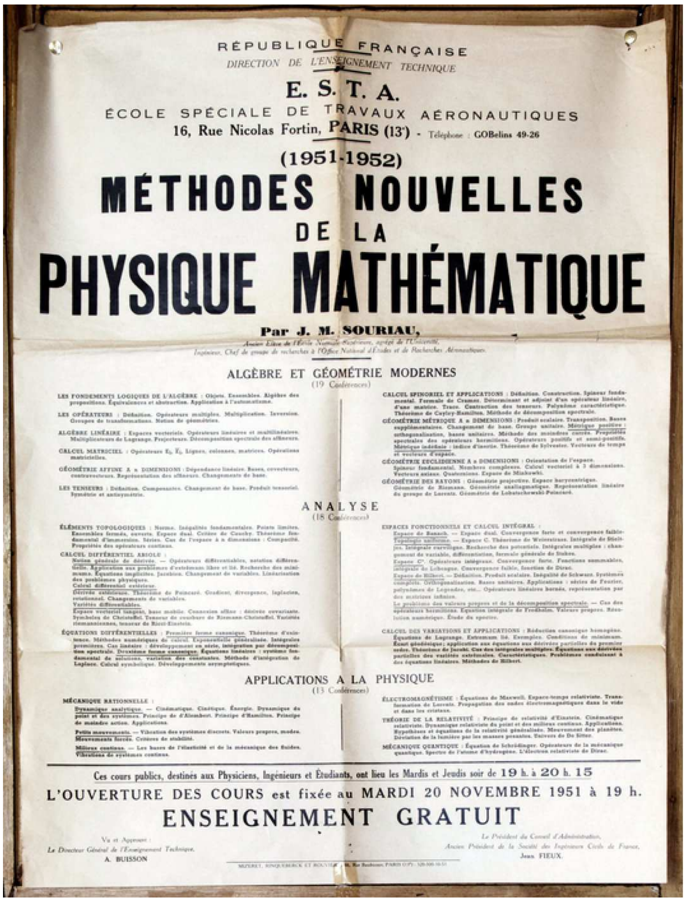



Fig. 1 : *Photographie d'une affiche datant de 1951. Don de Jérôme Souriau*

[1] Souriau, Jean-Marie : *Calcul linéaire*. En deux tomes. Presses Universitaires de France, Paris, 1964.

# In Memoriam Jean-Marie Souriau

Gijs M. Tuynman[1]

Dans ces quelques lignes je veux témoigner de mon admiration pour l'originalité de Jean-Marie Souriau, sa façon de revisiter des théories bien établies et de les refonder s'il en trouve besoin.

Ma première rencontre avec Jean-Marie Souriau fut la lecture de son livre « Structure des systèmes dynamiques », *SSD* au début des années 80. À vrai dire, la première lecture ne fut pas un succès : déjà vers la page 20 je n'y comprenais plus rien. Une deuxième tentative quelques mois plus tard eut le même succès. Deux ans après, sur l'insistance de mon directeur de thèse, je tentais de nouveau, mais cette fois je ne commençais pas au début, mais au milieu, là où je connaissais déjà les résultats. Et surprise : ce n'était pas du tout incompréhensible, au contraire. Sauf qu'il fallait s'habituer aux notations non-standard utilisées par Souriau. Plus tard j'ai découvert qu'il attachait beaucoup d'importance à la notation et aux noms. Quand je lui ai rendu visite pour discuter de la traduction de SSD en anglais, il était en train d'écrire « *Grammaire de la nature* » et il m'a raconté qu'en l'espace de trois jours, il avait changé trois fois d'avis sur le nom à donner à un objet mathématique. Et même si un objet avait déjà un nom, s'il ne le trouvait pas bien adapté, il en inventait un autre.

Une fois qu'on a pénétré dans les travaux de Souriau, on s'aperçoit que c'est quelqu'un qui a réfléchi mieux que beaucoup d'autres et plus profondément. Et il nous fait part de ses découvertes. Par exemple, dans *Structure des systèmes dynamiques*, on trouve l'affirmation que, dès qu'un système dynamique (de particules) est invariant sous le groupe de Galilée, alors obligatoirement les forces entre les particules s'écrivent comme une somme des forces entre deux particules et cette force est parallèle au vecteur qui relie les deux particules. C'est l'hypothèse de base de la mécanique classique traditionnelle qui sort ici comme une simple conséquence de l'invariance sous le groupe de Galilée.

Un autre exemple de l'originalité de Souriau se trouve dans ses livres sur l'algèbre linéaire. Là où tout le monde écrit 7 ou 8 axiomes pour définir un espace vectoriel, on ne trouve chez Souriau qu'un seul axiome (simple) ! Il en déduit les autres axiomes, mais on a besoin de l'axiome du choix pour déduire le sien des 7 ou 8 autres. En plus, dans ces deux tomes on trouve des algorithmes utiles. En particulier, des Américains m'ont raconté que certains algorithmes (dits de Souriau) pour le calcul de logarithmes de matrices étaient toujours utilisés dans des programmes de calcul numérique.

Plus tard dans les années 80 j'ai eu le plaisir de rencontrer Jean-Marie Souriau en personne dans le fameux « Séminaire Sud-Rhodanien ». À cette époque il parlait de difféologie et c'était un plaisir de voir la logique implacable du déroulement de la théorie. C'est aussi à une de ces rencontres que j'ai vu un autre aspect de

[1] Université Lille 1.

lui qu'on connaît moins : le côté un peu espiègle. La scène se déroule dans un restaurant lyonnais pendant un dîner officiel du Séminaire. À la fin, Jean-Marie Souriau a fait un discours dont les grandes lignes étaient à peu près les suivantes : tout scientifique se trouve meilleur que les non-scientifiques. Et tout mathématicien se trouve meilleur que les autres scientifiques. Et tout géomètre se trouve meilleur que les autres mathématiciens. Et au sommet on avait les géomètres symplecticiens que nous étions. Et c'était donc naturel de vouloir montrer notre supériorité, mais comment ? Par le choix de nos habits ! Et il avait sa petite idée sur la façon de s'habiller pour montrer qu'on se trouvait supérieur aux autres mortels. Il se retira et revint quelques instants plus tard, habillé dans une robe de magicien noire, décorée avec des étoiles en or et un chapeau pointu.

Un dernier exemple se trouve dans l'approche de Souriau vis-à-vis des probabilités. Dans son dernier livre « Grammaire de la nature » il décrit une approche des probabilités, inspirée par la mécanique quantique et plus générale que la théorie habituelle avec les espaces mesurés. Dans cette théorie on peut décrire une probabilité uniforme sur la droite réelle $\mathbb{R}$, quelque chose qu'il est manifestement impossible de réaliser avec une mesure. Évidemment il y a un prix à payer : l'espace des « variables aléatoires » est réduit par rapport à la théorie habituelle avec les applications mesurables.

Et pour terminer cet hommage, c'était un vrai plaisir d'apprendre de Jean-Marie Souriau qu'en mécanique symplectique tout le monde glorifie un de mes illustres compatriotes en utilisant la lettre $H$ pour la fonction énergie totale. Car cette notation a été introduite par Lagrange dans la deuxième édition sa « *Mécanique Analytique* » pour caractériser « le principe de conservation des forces vives », qui, dit Lagrange, a été trouvé et exploité par Christiaan Huygens. Et à la mort de Lagrange, Hamilton n'avait que 8 ans. C'est donc une erreur historique que tout le monde prononce cette lettre comme « Hamiltonien » au lieu de « Huygensien ».

# Jean-Marie Souriau et le CITV

Géry de Saxcé

J'ai fait la connaissance de Jean-Marie Souriau par l'intermédiaire de Claude Vallée qui venait en 1996 de donner une nouvelle impulsion au CITV[1]. Le Colloque se déroulait à Trôo, un petit village du Loir-et-Cher où Jean-Marie Souriau avait hérité d'une maison troglodyte. Les exposés se faisaient à l'école du village, sur un tableau de taille si réduite qu'il obligeait l'orateur à des prouesses de synthèse et de concision (cela faisait partie des méthodes du Professeur Souriau). Pour des nouveaux comme moi, c'était le baptême du feu car les questions fusaient. Il y régnait une atmosphère stimulante pour un chercheur qui me plut très vite.

Le CITV offre à des chercheurs venus d'horizons très divers un espace de discussions – parfois passionnées, toujours amicales et informelles – au carrefour des Mathématiques, de la Physique, de la Mécanique mais aussi de la Philosophie, car Jean-Marie Souriau lui avait donné une dimension supplémentaire, les soirées épistémologiques. Il nous a non seulement laissé une œuvre scientifique magistrale au travers de ses livres sur les systèmes dynamiques, la relativité et la physique quantique, mais Jean-Marie Souriau – le professeur et l'homme – nous a aussi livré une vision philosophique profonde du monde au travers de sa « *Grammaire de la nature* ». Comme la science, il la voulait accessible au plus grand nombre. Je me souviens par exemple de cette soirée à Super-Bolquère où il avait exposé avec aisance et simplicité son modèle cosmologique au public souvent très jeune du centre de vacances où nous résidions.

Je voudrais surtout ici me faire l'interprète des membres du Colloque, aujourd'hui éparpillés en France et aux quatre coins du monde, et de tous ceux qui l'ont connu et qui lors de son décès ont fait part de leur admiration pour – je cite – ce « grand homme et scientifique », ce « grand monsieur », ce « savant ».

Tudor Ratiu de l'École Polytechnique de Lausanne nous confiait qu'« une ère de la physique mathématique s'achève. L'influence de Jean-Marie était énorme partout dans le monde. Il m'a beaucoup influencé dans le choix des sujets et dans l'attitude envers la recherche, par exemple en se posant des questions qui semblent faciles mais en essayant de les comprendre en profondeur. Beaucoup plus tard, j'ai eu l'honneur de rencontrer personnellement Jean-Marie et de parler avec lui, ce qui m'a encore plus impressionné. »

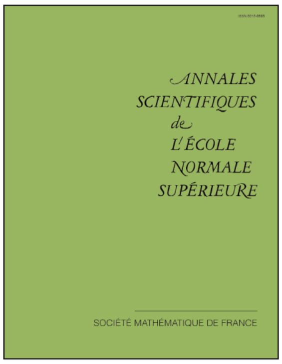
Je ne puis être exhaustif. Je citerai seulement Noël Dahan qui m'a rappelé qu'il avait beaucoup appris de Jean-Marie Souriau, que celui-ci lui avait donné l'envie d'utiliser ses méthodes pour enseigner aux élèves-ingénieurs la mécanique et la physique au Conservatoire national des Arts et Métiers. Car, outre les aspects touchant à la géométrie et à la théorie des groupes – bref aux arcanes

[1] CITV : Colloque International de Théories Variationnelles ; voir l'article précédent de C.-M. Marle, G. de Saxcé et C. Vallée « L'œuvre de Jean-Marie Souriau ».

des mathématiques –, Jean-Marie Souriau avait inventé des méthodes pertinentes pour l'ingénieur, par exemple pour calculer la stabilité des avions. Il avait aussi construit un système de notations et des méthodes de calcul dont ceux qui les ont pratiqués ont pu mesurer toute la puissance.

Le Colloque a ses traditions, son folklore et ses maximes – humoristiques mais profondes – telles que « science sans conscience n'est que ruine de l'âme, mais conscience sans science est l'âme de la ruine ». Jean-Marie Souriau avait su donner un style de travail bonhomme et détendu, même si l'on y discutait de choses fort sérieuses.

Tous ceux qui l'ont connu n'ont pas manqué de rappeler sa vivacité d'esprit, sa richesse créatrice, la rigueur de sa pensée et sa manière unique et profondément originale de comprendre le monde, mais aussi ses grandes qualités humaines, son amabilité et son humour lors des repas et discussions informelles. Nous venons de perdre un guide, un maître et un ami. Ses travaux forcent l'admiration et méritent une plus ample diffusion. De manière unanime, les membres du CITV ont jugé que le meilleur hommage que nous puissions lui rendre est de propager ses idées et de populariser ses travaux.




Annales de l'ÉNS

**Tome 45 - fascicule 2**

2012

Meysam Nassiri, Enrique R. Pujals
*Robust Transitivity in Hamiltonian Dynamics*

Pierre Albin, Éric Leichtnam, Rafe Mazzeo, Paolo Piazza
*The signature package on Witt spaces*

Jean-François Bony, Dietrich Häfner
*Local energy decay for several evolution equations on asymptotically Euclidean manifolds*

David Burguet
*Symbolic extensions in intermediate smoothness on surfaces*

prix public* : 70 € - prix membre* : 70 €
* frais de port non compris

Revue disponible par abonnement : Europe : 332 € - hors Europe : 363 €

**Société Mathématique de France**

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F - 75231 PARIS CEDEX 05

**http://smf.emath.fr**

# INFORMATIONS

## Nouvelles du CNRS

Virginie Bonnaillie-Noël et Yann Brenier

Les informations du comité national sont mises à jour sur le site :
`http://cn.math.cnrs.fr/`

### Session d'automne 2011

*Promotions CR1.* Les 16 personnes ayant 4 années d'ancienneté dans le grade CR2 et ayant postulé ont été promues.

*Promotions DR1.* La section a examiné 37 dossiers de candidature dont seulement 3 de femmes. Neuf personnes ont été promues : AMMARI Habib, BRESCH Didier, CHAMBOLLE Antonin, DOLBEAULT Jean, ENOCK-LEVI Michel, GEORGESCU Vladimir, GILLE Philippe, GIUSTI Marc, ZEGHIB Abdelghani.

*Promotion DRCE1.* Parmi les 16 candidats (dont 3 femmes), 4 ont été promus : ESTEBAN Maria, WALDSPURGER Jean-Loup, BESSON Gérard, GIOVANGIGLI Vincent.

*Promotion DRCE2.* Il y avait deux dossiers de candidature et François MURAT a été promu.

### Concours 2012

#### Pré-sélection

La phase de pré-sélection a été mise en place cette année.

Cette phase ne concerne que les concours de chargés de recherche. Le déroulement du concours pour les directeurs de recherche n'a pas été modifié. Comme les années précédentes, le jury d'admissibilité n'a pas auditionné les candidats DR.

Le jury d'admissibilité s'est réuni le 16 février afin d'établir une liste de candidats auditionnés par concours pour les postes CR. Globalement, 80 personnes ont été auditionnées, certaines l'étant sur plusieurs concours. Les candidats retenus pour l'audition ont été répartis en 4 sous-jurys composés de 4 à 5 membres. Chaque candidat a été auditionné durant 15 minutes : 5 minutes de présentation sans support et 10 minutes d'entretien avec le jury. Ces auditions se sont déroulées à l'IHP le 16 avril.

À l'issue des délibérations, la section 1 a diffusé ce message à l'ensemble des directeurs d'unité : *« La section 1 du Comité National tient à affirmer que la liste des candidats auditionnés aux concours CR est établie suivant des critères et des* *profils spécifiques, et ne peut, en conséquence, servir de référence dans un contexte différent et pour d'autres concours. »*

## Effectifs

Le tableau 1 précise le nombre de candidats par concours et le nombre de femmes parmi ces candidats.

| concours | nb postes | nb candidats inscrits | | nb candidats auditionnés | | Liste principale | | Liste complém. | | nb candidats admissibles | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | total | # f | total | # f | total | # f | total | # f | total | # f |
| 01/01 | 8 | 121 | 14 | | | 8 | 2 | 1 | 0 | 9 | 2 |
| 01/02 | 1 | 46 | 8 | 11 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 3 | 0 |
| 01/03 | 8 | 181 | 35 | 49 | 7 | 8 | 3 | 5 | 0 | 13 | 3 |
| 01/04 | 4 | 117 | 27 | 23 | 7 | 4 | 0 | 4 | 1 | 8 | 1 |
| 01/05 | 1 | 54 | 12 | 14 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 |
| 01/06 | 1 | 13 | 3 | 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 01/07 | 1 | 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| total | 24 | 538 | 100 | 104* | 18 | 24 | 6 | 14 | 1 | 38 | 7 |
| CR | 16 | 249 | 51 | 80 | 12 | 16 | 4 | 13 | 1 | 29 | 5 |

* 80 personnes ont été sélectionnées pour les auditions mais certaines étaient retenues sur plusieurs concours, ce qui fait un total de 104 dossiers retenus pour les auditions.

TAB. 1: Nombre de candidats selon les concours et nombre de femmes.

## Résultats d'admissibilité

Les résultats que nous mentionnons ici sont des listes d'admissibilité et non d'admission. Les jurys d'admission se déroulent en mai-juin et les résultats sont ensuite disponibles sur le site du CNRS. Notons que les postes d'échange sont gérés par les instituts où seront affectés les candidats et aucun membre du jury d'admissibilité des concours de la section 1 ne fait partie des jurys d'admission pour les postes d'échange.

– 8 DR2 (concours 01/01)
1. BUFETOV Alexander, GAYRARD Véronique, LIMIC Vlada, MOROIANU Andrei, POWELL Geoffrey, QUINT Jean-François, REMOND Gaël, TONINELLI Fabio Lucio, 9. CHALONS Christophe.
L'INSMI avait affiché que deux postes seraient réservés à des personnes extérieures au CNRS. Parmi les 121 dossiers, 52 candidats étaient CR1 au CNRS et 57% dossiers provenaient de personnes travaillant à l'étranger, d'enseignants-chercheurs ou de chercheurs INRIA.

– 1 CR1 (concours 01/02)
1. ARMSTRONG Scott, 2. BRUGALLE Erwan, 3. CHIODO Alessandro.
Cette année, la compétition a été très forte sur ce concours, notamment avec de très bons dossiers provenant de l'étranger avec un bon programme d'intégration en France. L'an dernier, il n'y avait eu que 29 candidats sur un tel poste contre 46 cette année.

– 8 CR2 (concours 01/03)
1. CURIEN Nicolas, DUDAS Olivier, MUNOZ Claudio, PIRUTKA Alena, YALKINOGLU Bora, 6. MAZZUCCHELLI Marco, MIRRAHIMI Sepideh, VERTESI Vera, 9. BENOIST Olivier, 10. MALE Camille, 11. DEYA Aurélien, 12. GUTMAN Yonatan, 13. SIMON Pierre.

– 4 CR2 sur des thématiques d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines (concours 01/04)
1. BETTINELLI Jérémie, BRINI Andrea, DUCHENE Vincent, METIVIER Ludovic, 5. BENZEKRY Sébastien, 6. DE CASTRO Yohann, 7. HAN-KWAN Daniel, 8. EHRHARDT Caroline.

– 1 CR2 affecté dans un laboratoire relevant de la section 07 : mathématiques pour les sciences de l'information et la communication (concours 01/05)
1. AUBRUN Nathalie, 2. SALEZ Justin

– 1 CR2 : mathématiques et diversité génétique, affecté dans un laboratoire à Lyon (concours 01/06)
1. JACOB Laurent, 2. ROQUAIN Etienne

– 1 CR2 : modélisation et analyse d'images de matériaux anciens, affecté au laboratoire IPANEMA à Gif-sur-Yvette (concours 01/07)
1. COHEN Serge

La section déplore un double fléchage thématique et géographique tel qu'il n'y a eu que 6 dossiers admis à concourir pour le concours 01/07 et parmi ces dossiers, un seul a été retenu pour l'audition.

Mentionnons également les résultats d'admissibilité d'un poste CR2 de la section 7 (sciences et technologies de l'information - informatique, automatique, signal et communication) affecté dans un laboratoire relevant de la section 1 et de postes de la CID 43 (modélisation des systèmes biologiques, bioinformatique) :

– 1 CR2 affecté dans un laboratoire de mathématiques prioritairement sur les thématiques « image et/ou algorithmique parallèle » (concours 07/06 dont la phase d'admissibilité est gérée par la section 7)
1. DELEDALLE Charles Alban, 2. AUBRUN Nathalie, 3. XIA Gui Song

– 4 DR2. Concours ouvert sur les thèmes scientifiques relevant de la CID 43 (concours 43/01 dont la phase d'admissibilité est gérée par la CID 43)
1. BAADEN Marc, 2. LOPES NEVES DE ALMEIDA Luis Manuel, 3. MATIAS Catherine, 4. STOTE Roland, 5. DAUBIN Vincent, 5. NOTREDAME Cédric

– 1 CR2 : modélisation mathématique du vivant préférentiellement en lien avec l'imagerie médicale et biologique (concours 43/05 dont la phase d'admissibilité est gérée par la CID 43)
1. WEISS Pierre, 2. LAGACHE Thibault, 3. BENZEKRY Sébastien

## Motion

Voici la motion que le comité national a adressé à Alain Fuchs, président du CNRS, Joël Bertrand, DG délégué à la science, Christophe Coudroy, DRH, Guy Métivier, directeur de l'INSMI ainsi qu'aux directeurs de tous les instituts, Christian Kassel, président du conseil scientifique de l'INSMI, Etienne Bustarret, président de la CPCN Bruno Chaudret, président du conseil scientifique du CNRS.

*La section 01 (future 41) du comité national est sollicitée pour recruter des chargés de recherche sur des postes issus d'autres instituts. Cela reflète le besoin croissant de mathématiques dans les autres sciences.*

*Ces postes issus d'autres instituts devraient être déclarés au concours après une large consultation et une vraie concertation impliquant les partenaires concernés :*

– *directions d'institut,*
– *conseils scientifiques d'institut,*
– *sections du comité national (CID comprises).*

*En particulier, le jury d'admissibilité serait ainsi clairement associé à la section ou la CID la plus pertinente.*

## Affectation

Les affectations des chercheurs admissibles sont en cours de discussion entre Patrick Dehornoy, les candidats admissibles et les directeurs de laboratoire.
La section a donné un avis sur les vœux d'affectation proposés par le candidat et a parfois suggéré d'autres affectations quand cela semblait pertinent. Ceci a été proposé dans le but de laisser un choix le plus large possible aux candidats et par ce choix, permettre de répartir les chercheurs dans un maximum de laboratoires. La section donne un avis mais la décision finale revient à l'INSMI.
Comme le CNRS promeut, avec beaucoup de force parfois, la mobilité dans ses unités lors du recrutement des MCF et PR, l'INSMI souhaite appliquer cette règle de “non recrutement local” à ses propres chercheurs lors des concours CR et DR.

## Concours handicap

Dans le cadre de sa campagne de recrutement de chercheurs pour l'année 2012, le CNRS ouvre des possibilités d'intégration par la voie contractuelle prise en application de l'article 27 de la loi n° 84-16 modifiée relative à certaines modalités de recrutement des personnes handicapées dans la Fonction publique de l'état. Les conditions générales d'accès préalables au recrutement sont précisées dans le décret n° 95-979 du 25 août 1995 modifié relatif au recrutement des travailleurs handicapés dans la fonction publique.
La procédure d'intégration par voie de contrat à vocation à faciliter le recrutement de jeunes scientifiques handicapés en tant que chercheurs au CNRS puisqu'elle permet d'être recruté sur la base d'un contrat d'une période d'un an renouvelable une fois donnant lieu à titularisation. Elle constitue une voie d'accès complémentaire et dérogatoire à la fonction publique mais ne se substitue pas à la voie d'accès par concours qui reste le mode de recrutement normal et privilégié.
Par conformité avec les concours chercheurs de droit commun, l'appréciation des candidats par la voie contractuelle relèvera des sections concernées du Comité national.

L'institut Elie Cartan à Nancy a été identifié comme un laboratoire susceptible d'accueillir un chercheur handicapé, sur la thématique *calcul stochastique*. Le candidat Aurélien Deya a été auditionné par la section 1 le 14 mai 2012, lors de la session de printemps. Ce candidat a été proposé à la commission d'interclassement qui se réunira le 28 juin.

## Chaires CNRS-universités

En 2012, 3 chaires CNRS-université sont ouvertes au concours :

| | |
|---|---|
| Université de Dijon | Physique-mathématique |
| Université Paris P. et M. Curie | Calcul scientifique haute performance |
| Université Versailles Saint-Quentin | Algèbre et géométrie |

Sur chaque poste, de 5 à 7 candidats sont auditionnés. Les résultats ne sont pas connus à ce jour.

## Session de printemps 2012

La session de printemps a lieu les 14 et 15 mai 2012. À cause du passage à l'évaluation quinquennale, peu d'unités sont concernées par cette évaluation. Seules les universités de Strasbourg, Nancy et Metz ont été évaluées par l'AERES cette année.
Notons qu'une partie des chercheurs qui avaient déposé leur rapport quadriennal l'an dernier (les chercheurs de Nice, Marseille, Orléans, Poitiers et Tours) ont dû déposer un nouveau rapport cette année. Cela vient du fait qu'ils font partie de la vague dont l'évaluation aura lieu dans 5 ans. Les numéros des UMR associées ont également été modifiés.
Lorsque l'avis était favorable, la section 1 a décidé de reprendre les rapports établis à la session du printemps 2011 pour ces chercheurs.
Les demandes de création ou de renouvellement de GDR sont désormais évaluées au printemps. Lors de cette session, il y a 3 demandes de création et 6 de renouvellement.

## Mandat 2012-2016

Les élections pour élire 14 des membres de la future section 41 du comité national pour le mandat 2012-2016 ont lieu en ce moment. Le premier tour des élections a eu lieu en avril. Le détail des résultats est consultable à l'adresse

`http://www.dgdr.cnrs.fr/elections/scn/Resultats2012/resultats_cn2012.htm`

La majorité a été obtenue dès le premier tour pour les candidats représentant les collèges A1 (DR CNRS), B1 (CR CNRS), B2 (rang B non CNRS). Les résultats partiels figurent dans le tableau suivant :

| Collège | Nombre d'inscrits | Taux de participation | élus |
|---|---|---|---|
| A1 | 156 | 48.08% | Serge Cantat, Rémi Carles, Ellen Saada |
| A2 | 1166 | 30.62% | |
| B1 | 230 | 38.70% | Xavier Caruso, Yves De Cornulier<br>Yannick Privat |
| B2 | 1596 | 20.98% | Hermine Bierme, Michael Gutnic |

Un deuxième tour est nécessaire pour élire les représentants du collège A2. Sont candidats : Fatiha Alabau-Boussouira, Christophe Berthon, Ahmad El Soufi, Xiaonan Ma, Yvan Martel.
Les électeurs du collège A2 recevront le matériel de vote courant juin. Les résultats seront affichés à l'issue du scrutin du 27 juin 2012.
Les résultats pour les élections des trois représentants du collège C (ITA) seront affichés à l'issue du scrutin du 28 juin 2012.

Des informations plus précises sont disponibles sur le site du CNRS :

`http://www.dgdr.cnrs.fr/elections/scn/dispositif/modescrutin.htm`

À l'issue de ces élections, 7 personnes seront nommées par le ministère chargé de la recherche.

# MATh.en.JEANS et son congrès annuel

Cyril Demarche, Nicolas Van Lancker

## L'association MATh.en.JEANS

Association née il a maintenant 22 ans, MATh.en.JEANS[1] impulse et coordonne des ateliers dans les établissements scolaires sur le principe du fonctionnement de la recherche mathématique. Ces ateliers consistent à proposer aux élèves de devenir eux-mêmes des apprentis chercheurs et de les immerger ainsi dans les mathématiques vivantes au contact de chercheurs professionnels. Pour ce faire, chaque semaine à partir de la rentrée, des élèves volontaires, encadrés par des enseignants de deux établissements scolaires jumelés, travaillent en parallèle sur des sujets de recherche mathématique proposés par leur chercheur. Plusieurs fois dans l'année, les élèves des deux établissements se rencontrent à l'occasion de « séminaires » en présence du chercheur. Ils discutent leurs idées, partagent leurs hésitations, leurs méthodes de travail. Un congrès est organisé par l'association chaque année, entre mars et avril, afin que les élèves présentent leurs travaux. Depuis l'année dernière, le congrès annuel est éclaté étant donnée l'augmentation constante du nombre d'ateliers. En 2012, ont eu lieu deux congrès nationaux à Lille et à Poitiers du 30 mars au 1er avril et un congrès international à Copenhague du 19 au 22 avril. Plus de 1700 élèves se sont déplacés à cette occasion.

1 `http://mathenjeans.fr`

## Le congrès MATh.en.JEANS à Poitiers

Le congrès s'est déroulé du vendredi 30 mars au dimanche 1er avril, à l'université de Poitiers. Quelques 700 collégiens et lycéens, venant d'Île-de-France et de l'ouest de la France, ont participé, pendant trois jours, à ce congrès. Au programme de chaque jour : une conférence de mathématiques par un chercheur professionnel, des exposés d'élèves (en amphithéâtre) de leurs travaux de l'année, des animations par les élèves sur leurs stands respectifs. Et le vendredi soir, deux rencontres entre élèves et chercheurs (une pour les lycéens, l'autre pour les collégiens), et une rencontre entre les enseignants. Les réunions élèves-chercheurs ont été l'occasion d'un vrai dialogue sur la recherche et les mathématiques, elles ont été très appréciées des élèves, ainsi que des chercheurs. Le samedi soir était consacré à la détente, avec une visite du Futuroscope et un spectacle « son et lumière ».

La première conférence, par Alessandra Sarti (université de Poitiers), portait sur le destin de Maria Gaetana Agnesi, mathématicienne du XVIIIe siècle, qui écrivit notamment le premier livre d'enseignement d'analyse. La seconde conférence, par Julien Michel (également de l'université de Poitiers), était consacrée aux « dessins du hasard », et s'intéressait en particulier à la modélisation du découpage aléatoire répété d'un bout de papier, et aux propriétés statistiques du découpage final, ainsi qu'aux applications en physique et dans l'art de ces découpages aléatoires. La dernière conférence, par Camille Laurent-Gengoux (université de Metz), traitait du personnage de Denis Poisson et de ses multiples travaux, aussi bien dans les domaines du climat, de la physique, des sciences humaines, etc.

Avant de présenter leurs résultats au congrès, les élèves ont travaillé en groupes de septembre à avril, à un rythme hebdomadaire (en dehors des heures de cours), sur des sujets proposés par un chercheur en concertation avec un enseignant de mathématiques de leur établissement. Le chercheur rend visite régulièrement à son groupe au cours de l'année, afin de suivre les avancées et les problèmes rencontrés, tout en répondant aux questions des jeunes sur le métier de chercheur (en mathématiques).

Voici quelques exemples de sujets abordés cette année lors du congrès de Poitiers :

– des problèmes d'arithmétique, comme l'étude des fractions continues (lycéens) ou des plus longs chemins dans le graphe (tronqué et symétrique) de la divisibilité (collégiens et lycéens) ;
– le jeu de taquin (collégiens et lycéens) avec une introduction aux groupes de permutation ;
– des problèmes géométriques, comme les pavages du plan (collégiens et lycéens) ou les géométries finies (lycéens) ;
– des problèmes combinatoires, comme par exemple les découpages de tartes (collégiens et lycéens) ;
– des problèmes d'optimisation, par exemple « comment placer le moins de détecteurs à incendie dans un immeuble de manière à protéger efficacement ledit immeuble ? »

## Le congrès MATh.en.JEANS à Lille

À Lille, l'association MATh.en.JEANS a organisé le congrès avec l'université Lille 1 de Sciences et Technologies et l'UFR de mathématiques, sur le campus de Villeneuve d'Ascq. Pendant ces trois jours, les participants ont vécu un véritable bouillonnement mathématique : plus de 750 congressistes, venant du nord, de l'est, du sud-est de la France et de Belgique, ont envahi le bâtiment emblématique des mathématiques de l'université. Les élèves de collège, du lycée, de l'université et même d'école primaire ont présenté 109 sujets. Les stands, remplis de posters, d'affiches présentant les recherches, ont investi les salles et les halls. Les congressistes ont pu s'interroger mutuellement sur les étapes du raisonnement, montrer les simulations construites sur ordinateur, mettre en place différentes expériences. Ces étapes d'échanges entre élèves sont essentielles dans la philosophie de l'action MATh.en.JEANS. Les chercheurs en herbe reproduisent les pratiques de la recherche scientifique « professionnelle » : le congrès est le moment de la validation par leurs pairs. À ce titre, les exposés en amphithéâtre sont donc un moment essentiel pour les jeunes. Les sujets traités furent variés : comment a été créé le jeu Dooble, ensembles gonflés du plan, pliages et découpages, stratégie gagnante au jeu de Chomp, fonctionnement d'un correcteur orthographique... et bien d'autres. Quinze exposés d'élèves ont été filmés par le SEMM (Lille 1) et sont diffusés sur lille1.tv (taper « lille1 TV mathenjeans » dans un moteur de recherche)

Les 3 conférences « professionnelles » ont couvert différents aspects des mathématiques et de leur utilité :

– l'automate cellulaire du jeu de la vie par Jean-Paul Delahaye (Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille CNRS) ;

– les mathématiques en renfort de la médecine par Dominique Barbolosi (université Paul Cézanne, Aix-Marseille 3) ;

– la caractéristique d'Euler : une initiation à la recherche mathématique par Gijs Tuynman (laboratoire Painlevé, université Lille 1) Des détails sur les contenus se trouvent sur le site `http://congres.mathenjeans.fr/conferences12-Lille` deux d'entre elles ont également été enregistrées intégralement sur lille1.tv.

# Les prix d'Alembert et Anatole Decerf 2012

Nalini Anantharaman

Le prix d'Alembert, d'un montant de 2000 €, est décerné tous les deux ans par la SMF. Il récompense « une personne ou un groupe étant parvenu, par la réalisation d'un ouvrage, d'un film, d'une émission de radio ou de télévision, d'une exposition ou de tout autre moyen, à intéresser le public aux développements des mathématiques et à les relier aux préoccupations de nos contemporains ». Le prix Anatole Decerf, lui aussi d'un montant de 2000 €, est décerné par la Fondation Anatole Decerf (sous l'égide de la Fondation de France). Il récompense des travaux d'enseignement ou de vulgarisation de la pédagogie des mathématiques. Son jury est commun avec celui du prix d'Alembert.

En 2012, le jury s'est réjoui de recevoir un nombre de dossiers nettement plus élevé que lors des éditions précédentes. Ces dossiers étaient, pour la plupart, d'excellente qualité, dans des catégories variées et difficiles à comparer entre elles, comme l'animation de clubs scientifiques, la réalisation de sites web, de films, d'expositions, de spectacles, de livres... Le jury a pris un réel plaisir à étudier ces dossiers, et la réunion finale, qui s'est tenue le 18 mai, a été l'occasion de comparer des conceptions différentes de la notion de « vulgarisation ».

En fin de compte, les deux prix ont été partagés entre des lauréats ex-aequo, ce qui reflète le fait que nous aurions bien aimé pouvoir attribuer des prix « par catégorie », et qu'il y aurait eu suffisamment de très bons candidats pour décerner les prix à un rythme annuel.

Pour l'attribution du prix d'Alembert 2012, la sensibilité du jury l'a finalement fait pencher vers des œuvres accessibles au plus grand nombre, et en particulier aux enfants. Le prix a été attribué à Robin Jamet pour son action en faveur de la diffusion des mathématiques auprès du jeune public,et à Shaula Fiorelli-Vilmart et Pierre-Alain Chérix pour leur remarquable « triptyque de vulgarisation ».

La rubrique « Magic Math » de la revue *Science et Vie Junior* dirigée par Robin Jamet propose chaque mois depuis cinq ans, sur une page, une activité manuelle autour d'un phénomène, d'un théorème ou d'un objet mathématique, et vise par cette présentation originale à toucher des sensibilités aussi diverses que possible. Robin Jamet est par ailleurs médiateur au Palais de la Découverte. Le « tryptique » de Shaula Fiorelli Vilmart et Pierre-Alain Chérix porte sur le thème des probabilités et statistiques. Il comporte l'exposition interactive « Les jeux sont faits » du Musée d'histoire des sciences de Genève, le projet « Apprivoisez le hasard » de la Société Mathématique Suisse et le cahier pédagogique « Les jeux sont faits », rédigé en collaboration avec la Radio Télévision Suisse.

Le prix Anatole Decerf 2012 a été décerné à Francis Loret, professeur au collège Albert-Camus de Miramas, et à la revue canadienne *Accromath*.

Le jury a été très impressionné par la réussite de l'atelier scientifique Euclide animé par Francis Loret ; cet atelier réunit chaque année une quarantaine de collégiens autour d'un projet scientifique, ambitieux mais conçu pour que des élèves de tout niveau puissent y trouver leur place. Francis Loret est de plus très fortement impliqué dans des missions auprès de l'IREM de Marseille et du rectorat d'Aix-Marseille. La revue *Accromath* est réalisée par l'Institut des Sciences mathématiques et le Centre de Recherches Mathématiques de Montréal. Son comité éditorial est constitué de professeurs d'université en mathématiques et didactique et de professeurs de « Cégep » (collèges/lycées). Elle est diffusée gratuitement dans les établissements scolaires et sur internet. Le jury en a apprécié la haute qualité scientifique et pédagogique.

Le jury a également souhaité attribuer deux « Coups de Cœur » à deux dossiers légèrement décalés par rapport aux objectifs du prix mais qui les ont séduits. Ces deux projets abordent les mathématiques sous un angle affectif plutôt que technique. Le livre « Fors intérieurs » d'Isabelle Boccon-Gibod, paru aux éditions Léo Scheer, présente, sur un mode très intime, huit entretiens avec des mathématiciens, accompagnés de portraits photographiques. La compagnie de clowns scientifiques « L'île logique » (ilelogique.fr) menée par Cedric Aubouy est née dans le Morbihan et tente de « vulgariser la science par des moyens burlesques et absurdes ». Elle est intervenue lors du colloque commémoratif de la naissance d'Evariste Galois qui s'est tenu à l'IHP en octobre 2011, lors du salon des jeux et de la culture mathématique 2012, et a co-organisé le festival « Des clowns et des sciences » à Paris en ce mois de juin 2012.

Les dossiers reçus montrent une communauté mathématique très diverse, dynamique, dévouée à la diffusion des mathématiques et sachant pour cela utiliser les modes d'expression les plus variés.

À tous les candidats potentiels, rendez-vous en 2014 !

# Zentralblatt MATH, défis et perspectives

Gert-Martin Greuel

Si quelqu'un m'avait dit il y a deux ans que je deviendrais éditeur de Zentralblatt MATH, je ne l'aurais pas cru. Je connaissais bien sûr Zentralblatt depuis l'époque où je préparais un master à Göttingen. Plus tard à Bonn, après mon PhD, j'ai écrit pendant plusieurs années des *reviews* d'articles pour Zentralblatt. Je suis resté un utilisateur régulier, parfois critique, d'abord des volumes imprimés, ensuite de la version en ligne. Peut-être est-ce la raison pour laquelle j'ai été pressenti pour succéder à Berndt Wegner qui, après avoir travaillé pendant 37 ans comme éditeur en chef de Zentralblatt MATH, en était devenu le visage. L'ère de l'édition électronique en ligne a débuté durant son mandat et n'a pas encore atteint son apogée. Son développement est si dynamique que personne ne sait à quoi ressemblera le monde digital dans 10 ou 20 ans.

## Un service pour la communauté mathématique

Zentralblatt MATH est édité par trois institutions : la Société Mathématique Européenne (EMS), le Fachinformationszentrum Karlsruhe (FIZ) et l'Académie des Sciences de Heidelberg. Elles sont responsables du contenu et le fonctionnement de la base de données est entièrement assuré par FIZ. L'éditeur commercial est

Springer-Verlag. Il est responsable du marketing, des ventes et de la facturation, et de la version imprimée *Excerpts from Zentralblatt MATH*. Comme Springer est un éditeur commercial, de nombreux mathématiciens pensent que Zentralblatt MATH gagne beaucoup d'argent et que l'essentiel du profit va à Springer.

Pourtant ce n'est pas le cas. Springer n'a qu'une petite part de Zentralblatt : comme il est dit ci-dessus, les principaux partenaires sont l'EMS, le FIZ et l'Académie des Sciences de Heidelberg, qui sont des organisations à but non lucratif. Ce qui permet à Zentralblatt de proposer aux mathématiciens un accès gratuit pour les institutions des pays en voie de développement ainsi que pour les membres individuels de l'EMS. Bien sûr, Zentralblatt ne peut pas être complètement gratuit, même si la majorité d'entre nous le souhaiterait. Produire le contenu et maintenir l'infrastructure technologique et informatique est extrêmement coûteux. Ainsi le bureau berlinois emploie 20 personnes à temps plein, qui traitent 120.000 textes, extraits chaque année de plus de 3500 revues et 1100 périodiques. De plus, environ 6000 rapporteurs du monde entier écrivent de courts résumés d'articles publiés, auxquels ils apportent souvent un supplément d'information. Ces contributions forment l'essentiel du contenu de Zentralblatt MATH, qui est donc un service de la communauté pour la communauté mathématique.

## Pourquoi plusieurs bases de données ?

De nombreux mathématiciens se posent cette question, en particulier lorsque leur bibliothèque souffre de sévères coupes budgétaires. Je crois qu'il y a de bonnes raisons pour avoir plus d'une base de données. Ce n'est jamais une bonne chose de dépendre d'un service en situation de monopole, car dans ce cas il n'y a pas de concurrence pour faire baisser les prix et améliorer la qualité ni de contrôle indépendant des données bibliométriques.

Si on compare MathSciNet et ZBMATH, toutes deux ont des avantages et des inconvénients. Zentralblatt donne accès à plus de 3 millions de notices, étant ainsi la base de données mathématiques la plus complète. C'est aussi celle qui existe depuis le plus longtemps puisqu'elle contient des données remontant à plus de 150 ans, ce qui représente sans doute un vrai trésor (voir les articles de S. Göbel *Glimpses into the history of Zentralblatt MATH dans 80 Years of Zentralblatt MATH*, O. Teschke, B. Wegner, D. Werner, Springer 2011, et la version abrégée *80 Years of Zentralblatt MATH*, dans la Newsletter de l'EMS de septembre 2011).

Mentionnons aussi que MathSciNet et ZBMATH travaillent ensemble dans plusieurs domaines, par exemple pour repérer le plagiat ou pour développer le système de classification MSC pour les mathématiques. Ceci montre que la concurrence et la collaboration peuvent aller de pair, au bénéfice de la communauté mathématique.

La Société Mathématique Européenne, l'un des principaux éditeurs de Zentralblatt MATH, œuvre au développement de toutes les mathématiques en Europe et Zentralblatt MATH contribue à cet effort. Il est important que les mathématiciens Européens en profitent et aussi soutiennent Zentralblatt à l'avenir.

## Un nouveau rôle pour les services de review

Lorsque j'étais étudiant, puis assistant, j'allais à la bibliothèque une fois par semaine pour noter mes propres extraits d'articles concernant mon domaine sur des petites fiches, ou pour copier des reviews de Zentralblatt ou des Math Reviews. Pendant de nombreuses années, cela m'a aidé à me maintenir à jour dans mon champ de recherche. Aujourd'hui, les mathématiciens essaient d'obtenir l'information en ligne avant d'aller à la bibliothèque, si tant est qu'ils y aillent. La transformation de Zentralblatt en une base de données a rendu possible l'accès en ligne et elle est utilisée maintenant de manière intensive par les mathématiciens comme une source d'information rapide et fiable. Souvent, le rapport sur un article ou un livre fournit de l'information supplémentaire très utile. Mais de plus, la base de données permet une recherche facile des publications les plus importantes dans un domaine donné, précisé par sa classification MSC ou relatif à des mots-clés. En face de l'accroissement explosif du nombre de publications, il est spécialement utile pour les jeunes chercheurs d'avoir de l'information bien préparée et structurée, ce que n'offrent pas des moteurs de recherche « attrape-tout ». Cependant ce n'est pas évident, et c'est un défi de convaincre les jeunes mathématiciens de faire un meilleur usage des services de *review*.

En plus de l'information sur les publications, les bases de données fournissent des données bibliométriques sur les auteurs grâce à leur profil, dont l'utilisation est en forte croissance, bien que tout mathématicien sache que les données bibliométriques ne peuvent pas se substituer à l'*évaluation par les pairs*. Ceci signifie que les outils fournissant ce genre de données ont une influence et un pouvoir énormes.

D'une certaine manière, les profils d'auteurs de ZBMATH et MathSciNet sont utilisés comme une sorte d'agence de notation pour les mathématiciens. Même si nous ne l'aimons pas, il est clair que nous ne pouvons pas stopper cette tendance. Mais nous devons en être conscients et attirer l'attention sur ses limites[1].

## Exhaustivité et fiabilité

Le problème de savoir si une base de données est exhaustive a été soulevé par Berndt Wegner dans un article récent (*Completeness of reference databases, old-fashioned or not?* EMS Newsletter, juin 2011). Son affirmation « ...complete reference services will very soon be the only integrating factor for the large variety of mathematical publications » est sans doute vraie. Cependant il faut se poser deux questions à propos de l'exhaustivité et de la fiabilité : d'abord quels articles peuvent être considérés comme mathématiques, ensuite quels périodiques ont une qualité suffisante pour être indexés ?

La réponse à ces deux questions n'est pas facile et ne peut sûrement pas être automatisée. Par exemple, il paraît tous les ans de nombreux nouveaux journaux mathématiques et plusieurs d'entre eux prétendent se fonder sur l'évaluation par les pairs alors qu'ils ne sont en fait qu'un *business model*.

Le fait d'être exhaustif doit donc toujours être contrebalancé par la qualité. C'est d'autant plus important que les bases de données sont aussi utilisées comme outil de notation des personnes. Être une base de données à la fois exhaustive et

[1] Lorsqu'on utilise uniquement les données bibliométriques pour classer les scientifiques, les résultats peuvent être très surprenants, si ce n'est faux (voir O. Teschke, « Negligible Numbers », EMS Newsletter, December 2011). De plus ils varient en fonction des données et de la manière dont elles ont été traitées (voir O. Teschke, B. Wegner, « Author profiles at Zentralblatt MATH », EMS Newsletter, March 2011).

fiable est une des tâches majeures de Zentralblatt MATH à laquelle est apporté le plus grand soin.

## Perspectives

L'avenir des bases de données comme ZBMATH ou MathSciNet n'est pas clair. Elles fournissent une information utile et précieuse qui ne peut pas être obtenue par d'autres sources, au moins de manière aussi complète et fiable. Bien sûr, d'autres outils comme Google ou Google Scholar, qui sont gratuits, fournissent aussi de l'information sur des publications scientifiques et même des données bibliométriques. Je pense pour ma part que cette information n'est pas souvent valable. Cependant de nos jours, nombreux sont ceux, y compris parmi les mathématiciens, qui ont pris l'habitude d'utiliser quotidiennement des services comme Google. C'est pourquoi ils essaient d'y trouver des textes intégraux de publications, alors qu'ils pourraient accéder à ces textes via une base de données.

En tous cas, je suis convaincu que pour survivre, ZBMATH et MathSciNet doivent marquer leur différence en offrant des services et des prestations spécifiques, adaptés à l'usage électronique et accessibles en ligne via internet.

Il y a déjà quelques idées pour améliorer ZBMATH. Dans un premier temps, nous voudrions obtenir un retour systématique de nos utilisateurs, connaître leurs attentes et leurs souhaits. Pour cela nous avons prévu d'organiser un sondage avec l'EMS. Nous ferons aussi un effort particulier pour améliorer les profils d'auteurs.

Un projet nouveau et, nous l'espérons, utile, est le projet SMATH. Il consiste en la création d'une base de données en libre accès de logiciels mathématiques, qui sera reliée aux reviews de ZBMATH. Elle s'adresse non seulement aux utilisateurs de Zentralblatt, mais aussi à toute personne qui s'intéresse aux logiciels mathématiques[2].

D'autres projets innovateurs viennent de démarrer. Je mentionnerai seulement le projet DeliverMath pour améliorer l'analyse de textes semi-automatique et le projet MathSearch pour indexer et rechercher les formules mathématiques dans ZBMATH. D'autres projets sont prévus. Je pense que nous pouvons nous attendre à des développements nouveaux et excitants dans les années à venir. Pour toute question ou suggestion, vous pouvez me contacter à greuel@zentralblatt-math.org.

[2] Pour une description plus détaillée de SMATH, voir l'article *Building an Information Service for Mathatical Software – the SMATH Project*, EMS Newsletter, mars 2012.

**ETH**

**Eidgenössische Technische Hochschule Zürich**
**Swiss Federal Institute of Technology Zurich**

# Professor of Mathematics

The Department of Mathematics at ETH Zurich (www.math.ethz.ch) invites applications for a professor position in Mathematics. We are seeking for candidates with an outstanding research record and a proven ability to direct research of high quality. Willingness to teach at all university levels and to participate in collaborative work both within and outside the school is expected.

The new professor will be responsible, together with other members of the Department, for teaching undergraduate (German or English) and graduate courses (English) for students of mathematics, natural sciences and engineering.

Your application should include your curriculum vitae and a list of publications. The letter of application should be addressed **to the President of ETH Zurich, Prof. Dr. Ralph Eichler. The closing date for applications is 31 October 2012.** ETH Zurich is an equal opportunity and affirmative action employer. In order to increase the number of women in leading academic positions, we specifically encourage women to apply. ETH Zurich is further responsive to the needs of dual career couples and qualifies as a family friendly employer.
**Please apply online at www.facultyaffairs.ethz.ch.**

# TRIBUNE LIBRE

## De la Mathémédiatique[1]

Cédric Villani[2]

*Alors dites-nous, les mathématiques, au fond, à quoi ça sert ?* Quand revient la fatidique et sempiternelle question, dans une interview ou sur un plateau de télévision, on pousse un grand soupir intérieur ; un moment on a une pensée pour tel ministre qui un jour était si agacé par la question d'un animateur qu'il a quitté le plateau sur le champ, mais on se reprend et on passe en mode automatique pour répondre.

Après tout, cette question, qui nous paraît monstrueuse, est légitime : pour quantité de nos concitoyens, la mathématique s'apparente à une activité parfaitement gratuite, et quand on leur explique que c'est indispensable à n'importe quelle avancée technologique un peu sophistiquée, ils sont aussi surpris que si on leur disait que le grec ancien est utile pour construire des voitures.

Situation très dangereuse, bien sûr. L'essentiel de nos recherches est payé par le contribuable ; si les citoyens et leurs représentants ne comprennent pas l'importance des sciences mathématiques dans l'avancement de la société, ou ne prennent pas plaisir à être associés à nos rêves mathématiques, on ne voit pas bien pourquoi ils continueraient à nous financer, à moins qu'ils ne le fassent que parce qu'ils s'y sentent forcés, mais notre image et notre capital sympathie s'en ressentira encore davantage. Et pour notre propre bien-être comme pour l'avenir de notre discipline, il est important que nous ayons une image positive.

D'ailleurs il ne faut pas s'y tromper : le plus grave souci de notre communauté en ce moment, ce ne sont ni les soucis budgétaires, ni les réformes en cours, ni les questions agaçantes des journalistes, mais bien la perte de popularité de notre métier, et la disparition accélérée de nos étudiants et de nos enseignants, qui compromet tout l'édifice de la recherche et de l'enseignement supérieur. Pour y remédier, seul un message positif pourra aboutir. Parler davantage de science sur la scène publique ne sera probablement pas une condition suffisante pour enrayer la chute des vocations, mais ce sera certainement une condition nécessaire. Ce qui veut dire qu'il nous faut nouer des relations directes et durables avec le public et les médias.

On ne le sait pas assez : ces activités s'apprennent ; c'est ainsi qu'en 2007 j'ai pu profiter, avec quelques collègues, d'une excellente formation à la communication avec les médias, organisée par le CNRS. L'animateur, Claude Vadel, nous avait

[1] Une version de cet article est publiée simultanément sur le site « Images des Mathématiques » `http://images.math.cnrs.fr/`

[2] Université de Lyon & Institut Henri Poincaré, Paris.

donné quelques éléments de psychologie du journaliste et des auditeurs, fait effectuer quelques travaux pratiques parfois déstabilisants, et avait évoqué au détour d'une discussion les « scientifiques communicants » qui se retrouvent en première ligne face aux médias et représentent dans l'esprit du public leur communauté – les Hubert Reeves, Axel Kahn, etc. Forcément c'est agaçant pour leurs confrères, mais ils jouent un rôle de passeur entre leur domaine et le grand public que les journalistes scientifiques, si compétents soient-ils, ne peuvent pas assumer avec le même impact.

Quatre ans plus tard, dans mon bureau à l'IHP, un journaliste de *Télérama* me disait « vous savez, vous êtes en bonne passe de devenir le Hubert Reeves des mathématiques » et j'ai dû faire une drôle de tête pendant quelques instants avant de reprendre le fil de l'interview. Quelques jours plus tard, je faisais à nouveau une drôle de tête en découvrant le titre de l'article, *Je suis la Lady Gaga des Maths*. (« Bon, ils doivent savoir ce qu'ils font, ce n'est pas à moi de juger ce que c'est qu'un bon titre. »)

Un titre intéressant qui a divisé parmi les collègues mathématiciens ; certains y voyant une volonté de singularisation, d'autres une façon de se mettre en avant, d'autres un populisme manquant de décence pour un universitaire, d'autres encore n'y voyant aucun problème. Dans mon esprit, évoquer Lady Gaga était une réponse lucide et pédagogique à la question du journaliste, qui me demandait pourquoi, dans un pays comme la France qui a connu tant de grands mathématiciens, je me retrouvais en première ligne de popularité — bien évidemment les choix vestimentaires en sont une raison non négligeable, et pour prendre une analogie dans un autre domaine, si aujourd'hui Lady Gaga détient le record mondial d'abonnés Twitter c'est à n'en pas douter en premier lieu pour ses excentricités vestimentaires. Dans un cas comme dans l'autre, rien de particulièrement glorieux d'ailleurs. Évidemment je n'avais pas anticipé que la comparaison se transformerait en un titre si radical.

Le journaliste de *Télérama* m'a demandé après coup s'il n'y était pas allé un peu fort... Finalement les réactions du public (du moins parmi les 99,99% du public qui ne sont pas mathématiciens) m'ont convaincu que le titre était bon : au vu du retour que j'en ai eu, parmi tous les articles auxquels j'ai été mêlés ces deux dernières années, c'est un de ceux qui ont été les plus lus et remarqués, certains enthousiastes m'ont même dit que c'est le titre qui les avait poussés à lire l'interview...

Les vrais problèmes se sont retrouvés ailleurs. Je vais me permettre de passer en revue quelques uns des pires obstacles que j'ai rencontrés au cours de presque deux ans écoulés avec les médias — en espérant que cela sera utile à ceux qui viendront prendre la relève.

Le premier écueil considérable, ce sont les échelles de temps et d'espace qui imposent une pression considérable. Espace contraint dans les journaux, temps réduit à la télévision, préparation dans l'urgence, demande de réaction immédiate, tout cela vous fait aller à l'encontre de vos habitudes de travail et pousse à la faute. Quand on s'exprime dans une tribune contrainte à 3000 signes, impossible de développer comme on le souhaiterait, on ne peut pas citer autant qu'on le voudrait, on se retrouve à commettre des impairs que l'on regrette amèrement. Dans une interview en temps limité, on peut très bien se retrouver coupé en milieu de message. Quand on est prévenu seulement trois jours à l'avance du thème qui sera traité sur un plateau télé, on a à peine le temps de se renseigner. Et encore c'est bien si l'on est prévenu à l'avance, beaucoup de journalistes, du moins en France, préférant miser sur la spontanéité au détriment de la préparation (le contraste est saisissant quand on travaille avec certains médias étrangers, je me souviens en particulier d'un plateau télévision suédois très préparé et pourtant très vivant).

Deuxième écueil : les fautes à la retranscription. Une interview ou un portrait ne reflètent que dans une certaine mesure les propos tenus par celui à qui on les prête ; des choix sont faits, certaines phrases sont entièrement réécrites. Il arrive régulièrement que l'on me pose des questions sur telle ou telle déclaration faite à la presse, je suis bien forcé d'avouer, avec la meilleure volonté du monde, que cela ne me dit rien. Cela vaut aussi pour les faits, bien sûr : une fois c'était un quotidien réputé très fiable qui annonçait ma présence à une cérémonie où je n'avais pas mis les pieds. On devrait pourtant le savoir : toutes les informations, tous les propos qui sont retranscrits par un tiers, sont à prendre avec circonspection.

Et puis même quand le corps de l'article est bien retranscrit, ou même quand vous êtes directement l'auteur, les détails peuvent tout faire basculer ! Ce peut être l'ordre de la présentation : c'est ainsi que dans une certaine conférence de presse, une réponse factuelle faite à une question de fin de séance s'est retrouvée placée en tête du compte rendu préparé par une agence de presse, comme si cela avait été l'annonce la plus importante que j'avais voulu faire passer ; le lendemain je recevais des coups de fils et courriers électroniques furieux ou inquiets de la part de responsables de programmes gouvernementaux, l'un me conseillant même de publier un démenti officiel ( ! ?) Heureusement, les comptes rendus préparés ensuite par d'autres médias ont pu convaincre mes interlocuteurs que les propos tenus avaient été transcrits de façon partiale.

Autre détail qui a son importance, parfois une interview fidèlement retranscrite (par exemple écrite par vos soins pour plus de sûreté) vient se retrouver contredite par un titre (choisi par on ne sait trop qui). Au moins deux fois cela m'est arrivé d'avoir un titre qui exprimait le contraire de ce que contenait le texte... et inutile de dire que la plupart du temps vous ne découvrez le titre qu'à la publication.

Même dans le texte que vous signez, tout peut arriver. Parfois ce sont des mots rajoutés par un correcteur zélé, qui éprouve le besoin d'ajouter le mot « cristallin » dans un texte (où précisément, manque de chance, vous parlez d'un réseau non cristallin) ; ou qui pense que cela ne peut pas faire de mal, voyant que l'on parle de Galton, de rappeler qu'il est un père fondateur de l'eugénisme (avec tous les sous-entendus que l'on peut y lire) ; ou bien il décide de changer la tournure ou la grammaire selon des règles inédites. La plupart du temps j'ai pu corriger ces « améliorations », parfois elles m'ont échappé. Ainsi, dans ce qui a été pour moi sans conteste l'épisode médiatique le plus traumatique de ces dernières années, une certaine chronique traitant de mathématique financière a paru sans qu'aucun mot de mon texte ne soit changé... mais avec une mise en paragraphes entièrement saccagée ! Et le découpage en paragraphes s'apparente un peu au montage d'un film, il change le sens du texte. À coup de fusions ou séparations de paragraphes, voulant de bonne foi rendre mon texte plus percutant, l'éditeur en avait finalement bouleversé les équilibres déjà fragilisés par la contrainte d'espace. Pour couronner le tout, découvrant avec étonnement l'article en même temps que les commentaires stupéfaits qu'il engendrait, je réalisais avec terreur que le journal avait décidé sans préavis de diriger aussi ce texte vers un public spécialisé (lecteurs des pages économiques) à qui il n'était absolument pas destiné, et pour qui j'aurais bien sûr rédigé fort différemment.

Que les choses soient claires : malgré ces expériences délicates, il ne faut pas prendre le (= le ou la) journaliste pour un inculte ou un escroc à la morale élastique. Il n'est rien de tout cela ; en général respectable et intelligent, il est lui-même face à des difficultés considérables, pris en tenaille entre le scientifique qui a du mal à trouver le ton juste, un comité de rédaction qui n'hésitera pas à le censurer, des lecteurs demandeurs d'une information immédiate, etc. Le plus souvent, le journaliste cherche sincèrement à faire du scientifique un allié qui va l'aider à écrire un bon article ou réaliser une bonne émission ; nous devons l'aider à affronter ses conditions aux limites compliquées.

Une fois surmontés les problèmes de la vitesse et de la fidélité de la transmission, il reste un troisième écueil, plus sournois, que l'on pourrait appeler le syndrome de l'expert : si vous êtes spécialisé dans quelque chose, aux yeux de beaucoup de monde vous êtes moins crédible dans vos commentaires sur un sujet qui est hors de votre domaine de compétences, que quelqu'un qui n'est spécialisé dans rien du tout. (Pour être juste je dois ajouter que pour une autre frange de l'auditoire c'est l'inverse.) Quantité de fois, pour préparer des chroniques sur des sujets que je ne maîtrisais pas a priori (pour citer quelques exemples : démographie chinoise, crise financière, réseaux de distribution d'énergie, etc.) je me suis astreint à identifier et interviewer longuement des spécialistes, j'ai fait relire ma copie, bref tout mis en œuvre pour avoir un résultat inattaquable, sans pour autant éviter un commentaire récurrent sur le thème « ce n'est pas dans son domaine de compétences ». Bien sûr, la critique n'est pas recevable : la plupart des gens que nous entendons, lisons ou voyons s'exprimer dans les médias sur tous les sujets imaginables ne sont pas non plus dans leur domaine de compétences, pour autant il est important que des scientifiques s'expriment sur la scène publique, et il serait désastreux de faire passer le message selon lequel un scientifique ne s'intéresse qu'au domaine de spécialité forcément restreint dans lequel il est capable de publier des articles de recherche.

Et c'est la bonne nouvelle avec laquelle on peut conclure cet aperçu : notre potentiel de popularité, en tant que scientifiques, est finalement considérable, bien plus important que ce que nous avons en tête (en tout cas, que ce que j'avais en tête). Certains grincheux pestent contre les mathématiciens qu'ils accusent d'avoir causé la crise financière, mais la majorité sont sincèrement heureux de découvrir notre monde de recherches, de brouillons, de tableaux noirs, d'équations, etc. L'exposition de la Fondation Cartier a attiré 80 000 spectateurs – malgré un relais très faible de la part des services culturels des grands médias. Tous les jours ou presque je croise des inconnus qui me disent comme ils sont heureux d'entendre parler de science dans les médias, d'écouter mes chroniques sur France Info ou de lire mes tribunes dans Le Monde. Idem pour les conférences publiques : en plusieurs occasions on m'a fait parler devant des salles de près d'un millier de personnes, littéralement avides d'entendre discourir de science. Des expériences incomparables pour l'orateur, illustrant s'il en était encore besoin que les avantages de la médiatisation (toute relative) de notre discipline excèdent de loin les inconvénients.

# LIVRES

**Vingt ans de ma vie, simple vérité. La jeunesse d'Henri Poincaré racontée par sa sœur (1854-1878).**
Aline Boutroux,
Texte inédit édité par Laurent Rollet 2009, Hermann, 2012, 350 p., ISBN 78-2-7056-8278-1, 29 €

Ce livre, « *Vingt ans de ma vie, simple vérité* », achevé au printemps 1913, est la trace qu'a choisi de laisser à ses « petits fils et à leur postérité » une femme d'une cinquantaine d'années qui y raconte ses souvenirs d'une jeunesse nancéenne, de l'enfance jusqu'à ses fiançailles avec son futur époux, le philosophe Émile Boutroux. En quoi un tel ouvrage a t-il sa place dans la rubrique livres de la *Gazette* ? Quel peut en être l'intérêt pour les mathématiciens ? Le sous-titre ajouté par l'historien des sciences Laurent Rollet, qui a édité et annoté ces pages demeurées inédites jusqu'à aujourd'hui, *La jeunesse d'Henri Poincaré racontée par sa sœur (1854-1878)*, offre une réponse qui semble évidente. Leur auteure, Aline Boutroux, fut la sœur cadette de deux ans de Henri Poincaré dont on fête en cette année 2012 le centenaire de la mort. Quant à la photo de couverture[1] sur laquelle Aline, âgée de quatre ans environ, est agenouillée aux pieds de son frère assis sérieusement sur une chaise, un livre ouvert sur les genoux croisés et le regard protecteur et attentif dirigé vers sa sœur, elle donne le ton de ces pages écrites rétrospectivement à « La gloire de mon frère », d'après l'expression de Laurent Rollet. Mais la jeunesse de Poincaré, racontée de plus par sa sœur, présente-t-elle un intérêt autre qu'anecdotique ? Dans une remarquable préface d'une trentaine de pages Laurent Rollet expose les différents enjeux de la publication de ce journal intime. Les héros en sont tout à la fois, Henri, jusqu'à son entrée à l'École polytechnique, Aline dont les aspirations se heurtent aux bornes de l'éducation d'une jeune fille de la bonne société nancéenne du Second Empire et des débuts de la République, la famille Poincaré, ses relations et amis, et enfin la France que la jeune Aline Boutroux, ardente patriote ulcérée par la défaite de 1870 et l'occupation de Nancy par les Prussiens, place au-dessus de tout.

En janvier 2012, les Archives Henri Poincaré ont organisé un colloque international de trois jours intitulé « Vers une biographie de Poincaré »[2] dont l'ambition, dans la perspective d'une biographie collective, était de réunir des historiens et philosophes des mathématiques et des sciences qui interrogent les contextes des diverses dynamiques de vie, d'investissement et de carrière de Poincaré. En effet, si l'on exclut les quelques notices biographiques publiées de son vivant, les éloges publiés juste après sa mort et les textes d'hommage rassemblés en 1954, centenaire de sa naissance, il n'existe aujourd'hui que très peu d'ouvrages biographiques

[1] Un cahier de photos de famille de huit pages complète cette photo de couverture.
[2] `http://www.msh-lorraine.fr/actualites/categories/single-categorie/article/vers-une-biographie-de-poincare-colloque-international.html`

consacrés à Poincaré[3]. Tous leurs auteurs, ou presque, ont voulu prioritairement rendre compte du génie de Poincaré et ont puisé dans l'évocation de son enfance et de ses études des manifestations précoces de ce génie qui devait inéluctablement déboucher sur une vie de savant et cette œuvre immense. Ce fut le cas de Darboux[4], dans son Éloge de 1913, et d'Appell[5] dans son « Henri Poincaré » paru en 1925 dans la collection « Nobles vies, grandes œuvres », qui se sont tous les deux référés aux souvenirs d'Aline Boutroux. Les quelques auteurs qui ont suivi s'appuyant sur ces deux textes, « Vingt ans de ma vie, simple vérité » a ainsi joué un rôle de matrice documentaire pour les biographies de Poincaré dans lesquelles son enfance – décrite à travers une « vocation souveraine »[6] – devient prépondérante. Cela d'autant que Henri Poincaré, qui semble avoir eu le souci de sa carrière et de la promotion de ses travaux, comme le montre Laurent Rollet, a très peu laissé de traces et d'écrits sur sa vie personnelle, intime ou familiale[7].

De façon apparemment paradoxale mais extrêmement convaincante, Laurent Rollet indique dans sa préface comment « une lecture décentrée, gauchie, périphérique » du récit d'Aline Boutroux offre la possibilité de comprendre la contingence du parcours de vie de Poincaré et les espaces de liberté dont il put disposer par rapport aux contraintes institutionnelles, académiques, culturelles, sociales, politiques de son époque. Quand elle n'est pas occupée d'Henri, Aline Boutroux apporte en effet des informations essentielles sur l'entourage familial et son inscription dans la société nancéenne et française, sur les réseaux de sociabilité de Léon Poincaré, le père d'Henri, médecin, puis professeur adjoint et enfin professeur à la faculté de médecine, d'Antonin Poincaré, son oncle, polytechnicien, et des Launois, la branche maternelle. Réseaux qui offrent des pistes biographiques à explorer à travers des personnages qui eurent des influences sur la formation philosophique de Poincaré ou qui, relais politiques dont il put bénéficier, intervinrent dans ses débuts de carrière, notamment à Caen. Aline Boutroux met ainsi en scène un grand nombre d'acteurs inédits – 13 pages, écrites sur deux colonnes, sont consacrées à l'index des noms propres – dont la connaissance constitue un outil essentiel pour contribuer à une biographie intellectuelle de Poincaré qui reste à écrire.

Je voudrais cependant souligner une autre lecture possible de ces souvenirs, qui, revenant au titre original, ignore le biais du sous-titre et met au centre Aline, et non son frère. C'est à une petite fille puis une jeune fille d'une audace, d'une intelligence et d'une détermination remarquables qu'on a à faire à travers ces pages, surtout si l'on songe au statut et à l'éducation des filles de la bourgeoise et qu'on les compare à ceux de leurs frères. Alors qu'Henri poursuit brillamment ses études secondaires, passe brillamment son baccalauréat et fait sa classe de mathématiques spéciales

---

3 Laurent Rollet donne dans la préface une liste et une analyse de ces publications.

4 Gaston Darboux, *Éloge historique de Henri Poincaré*, Paris, Gauthier-Villars, 1913

5 Paul Appell, *Henri Poincaré*, Paris, Plon-Nourrit et Cie, 1925.

6 André Bellivier, *Henri Poincaré ou la volonté souveraine*, Paris, Gallimard NRF, 1956

7 La partie privée de la correspondance d'Henri Poincaré, dont les lettres sont en cours de publication et en partie mises en ligne par les Archives, date là encore principalement de cette première période de sa vie avec plus de 300 lettres familiales que Poincaré échangea avec sa mère et sa sœur pendant ses années à l'École polytechnique. (`http://www.univ-nancy2.fr/poincare/chp/`)

dans le grand lycée de Nancy qui envoie chaque année plusieurs élèves à l'École polytechnique, Aline fréquente une modeste institution privée et obtient brillamment le brevet élémentaire primaire avec des notes maximales dans les matières scientifiques « grâce aux leçons d'Henri », un succès que commenta ainsi sa mère : « Je suis contente qu'Aline passe des examens, parce que cela mettra fin à ses études qu'elle eut voulu continuer indéfiniment » (p. 220). Vers douze ou treize ans, le jour où le professeur de mathématiques de quatrième prédit à Henri un avenir de grand mathématicien, Aline formule son propre avenir dans un projet qui combine à sa façon son dévouement à son frère, ses ambitions personnelles, et traduit, au passage, le regard de leur milieu sur le métier de savant :

> « Pascal ? Jacqueline Pascal ? je venais de lire leur histoire ? Oui, je serais la Jacqueline de ce nouveau Pascal, avec cette différence que moi, je n'abandonnerais pas mon frère pour aller au couvent, que je me donnerais à lui toute entière et pour toujours ; que je travaillerais pour lui, que je m'illustrerais pour lui ? M'illustrer, c'est bien ; mais comment ? J'avais renoncé à être Jeanne d'Arc autrement qu'au théâtre. Restait la littérature : pourquoi n'imiterais-je point Mme de Ségur dont je savais tous les livres par cœur ? c'est cela ! De cette façon, je gagnerais beaucoup d'argent, et il lui serait loisible, à lui, de se donner à la science qui n'est pas un métier. » (p. 131).

Aline ne consacra pas sa vie à son frère, ne gagna pas beaucoup d'argent et n'écrivit pas beaucoup de livres. Devenue « Madame Emile Boutroux »[8], elle n'imita pas la Comtesse de Ségur mais traduisit chez de grands éditeurs, de 1909 à sa mort en 1919, quatre ouvrages de sciences politiques consacrés aux États unis et aux relations internationales, dont les auteurs étaient de très haut responsables universitaires que son mari avait rencontrés dans le cadre de ses responsabilités internationales. Comme le laissent augurer les si nombreuses manifestations de patriotisme vibrant tout au long des pages de son journal ainsi que la dédicace qu'elle écrivit en avril-mai 1913 :

> « Je tiens à dire à mes petits fils combien j'ai aimé la France et combien j'ai souffert de sa défaite et de sa déchéance. Qu'ils y pensent toujours. Qu'ils mettent la grandeur de la patrie au-dessus de leurs intérêts personnels, au-dessus même du progrès social. »

Aline Boutroux a été une actrice importante de la mobilisation des femmes pendant la guerre. Elle retrouva dans ce combat Camille Marbo, femme de lettres mais également fille de Paul Appel et épouse d'Émile Borel, qui publia elle aussi d'intéressants souvenirs de sa vie[9] où l'on rencontre nombre de mathématiciens qui gravitèrent dans l'entourage de son père, tout d'abord, puis dans celui d'Émile Borel. Parmi les premiers figure Pierre Boutroux, le fils d'Aline[10], mathématicien

[8] Emile Boutroux enseigna brièvement à la faculté des lettres de Nancy avant d'être nommé à l'École normale puis professeur à la Sorbonne. Il devint un ami intime de Henri Poincaré.

[9] Camille Marbo, *À travers deux siècles. Souvenirs et rencontres (1883-1967)*, Paris : Grasset, 1968. Signalons, à propos de ce livre, comme de celui d'Aline Boutroux, qu'il est important, du moins pour l'historien, d'être attentif à ce que ces ouvrages sont de l'ordre de la mémoire et non de l'histoire, genres historiographiques distincts.

[10] Pierre Boutroux (1880-1922) eut deux sœurs, Suzanne (1879-1929) et Louise (1881-1973). Voir pp. 26-27 les paragraphes qui sont consacrés à la carrière de Pierre et à celles des époux de Suzanne et Louise, seules traces biographiques « notables » pour ces deux femmes.

et historien des sciences, dont Marguerite Appell (Camille Marbo) se demanda un temps si elle en était amoureuse. Ce « télescopage » de ces deux univers familiaux et intimes n'a rien de surprenant. Comme l'a montré Martin Zerner à propos du « règne de Joseph Bertrand » [11] et comme le montre Laurent Rollet à partir du journal d'Aline Boutroux, le monde des élites académiques, notamment mathématiques, eut au cours de ces décennies de la Troisième République un fort développement endogène.

Les registres de lecture de Vingt de ma vie, simple vérité, sont donc multiples et tous, à des degrés divers, liés aux années de formation de Henri Poincaré, que ce soit dans la sphère privée ou dans la sphère publique. Ne serait-ce qu'à ce titre, la lecture de cet ouvrage introduite par la préface de Laurent Rollet est à recommander.

Hélène Gispert,
Université Paris-Sud

[11] Martin Zerner, « Le règne de Joseph Bertrand (1874-1900) ». In H. Gispert (ed) *La France mathématique*. Paris, SMF & SFHST, 1991, pp. 298-322.