

SOMMAIRE DU N° 137

SMF

Mot du Président	3
Rapport Moral	5

ENSEIGNEMENT

Sur l'enseignement de l'intégration et de la mesure, <i>M. Rogalski</i>	31
---	----

HISTOIRE

Paul Flaugergues, <i>R. Brasseur</i>	43
--	----

HOMMAGE À LARS HÖRMANDER

Lars Hörmander, 1931-2012, <i>N. Lerner</i>	61
Sur l'apport de Lars Hörmander en analyse complexe, <i>M. Derridj</i>	82

HOMMAGE À JEAN-LOUIS LODAY

Quelques souvenirs de Jean-Louis Loday, <i>M. Karoubi</i>	89
L'œuvre mathématique de Jean-Louis Loday, <i>Burgunder, Fresse, Guin, Kassel, Livernet, Ronco, Vallette</i>	92

INFORMATIONS

Conférences de Cédric Villani du 27 novembre 2012 à Toulouse, <i>J.-M. Bouclet</i>	109
Enquête sur les recrutements au CNRS, <i>O. Goubet</i>	110
Relations mathématiques France-Vietnam, <i>Lê Dũng Tráng</i>	113
Compte rendu du colloque MFI 2012, <i>G. Chassé, L. Decreusefond, E. L'Haridon, P. Loidreau, P. Struillou</i>	115

TRIBUNE LIBRE

Coût des publications : un exemple instructif, <i>D. Chafaï</i>	119
Pourquoi j'ai quitté la Société Mathématique de France, <i>J.-P. Allouche</i>	122
En réponse aux tribunes libres de Jean-Paul Allouche et Djalil Chafaï, <i>A. Bonami</i>	124

LIVRES	127
--------------	-----

Mot du Président

Je viens d'être élu président de la SMF pour l'année à venir, c'est un honneur mais aussi une responsabilité importante et délicate et je me dois de préciser dans quel esprit, aidé d'un bureau expérimenté, je désire exercer cette fonction.

J'ai été approché il y a un peu plus d'un an pour me préparer à cette fonction. J'ai mis à profit l'année qui se termine, d'une part pour me décharger en douceur des fonctions que j'occupais au sein de mon université à Tours, mais aussi pour appréhender au mieux, au sein du bureau de la SMF en tant que trésorier adjoint, toute la diversité des actions que la SMF mène : publications, contacts avec le grand public, relations avec les autres sociétés savantes et les associations œuvrant pour les mathématiques et disciplines voisines... Par ses actions et prises de position, elle porte aussi les attentes et inquiétudes de la communauté mathématique française et est donc un interlocuteur incontournable auprès du ministère et de INSMI. Elle assure aussi, conjointement avec le CNRS, la tutelle du CIRM, dont le rayonnement au delà de nos frontières ne cesse d'augmenter et dont les mathématiciens français peuvent être fiers.

Toutes ces actions de la SMF, menées par des équipes successives depuis plusieurs décennies, doivent être prolongées et amplifiées dans l'année à venir. En relisant le « Mot de la Présidente », ou du Président, rédigé en début de mandat les années précédentes, il est rassurant de voir que les missions rappelées ci-dessus ont toujours été au cœur des intentions de mes prédécesseurs, avec des déclinaisons variables selon l'actualité du moment, les changements politiques et difficultés économiques.

Cependant, ma prise de fonction s'effectue dans un contexte financier difficile, que le rapport moral de l'année 2012 a le mérite de présenter en toute clarté : la SMF présente en effet un déficit structurel d'environ 10% du chiffre d'affaire depuis deux exercices. Des outils d'analyse ont été mis en place cette année pour en comprendre les raisons, c'est essentiel pour essayer de dégager des solutions pérennes. Les raisons de cette situation sont multiples, le décryptage complexe ; la tentation d'en imputer la responsabilité à telle activité ou telle orientation passée est inutilement polémique et contre-productive, les déficits sont là et le resteront, voire s'amplifieront, si nous ne faisons rien.

Il est certain cependant que l'évolution très rapide du monde de l'édition scientifique ces dernières années a considérablement fragilisé les petites maisons d'édition ; il devient impossible de rivaliser quantitativement avec les consortiums ou éditeurs puissants et la vente récente de l'éditeur allemand Springer Science au fond britannique BC Partners rappelle de façon spectaculaire les enjeux financiers de ce secteur. Les questions soulevées par l'Open Access ne sont pas seulement d'ordre

financier, elles remettent en cause certaines pratiques ancrées dans notre communauté; les trois sociétés savantes SFdS, SMAI et SMF ont d'ailleurs publié en septembre 2012 une déclaration commune mettant en garde les pouvoirs publics sur les effets pervers de ce système auteur-payeur. De nombreux facteurs rendent ainsi inévitable l'évolution du système actuel de l'édition scientifique, sans qu'il soit aisé de deviner le système économique qui émergera. Ce qui est certain, ou tout au moins ce qui nous motive, c'est que les sociétés savantes qui ont investi le secteur de l'édition ont plus que jamais un rôle à jouer pour en assurer notamment l'indépendance qui nous tient tant à cœur. L'activité éditoriale de la SMF est la source principale des recettes et le poste de dépenses de loin le plus élevé, il mobilise une grande partie des énergies de ses personnels, que ce soit pour la composition, le suivi de l'impression ou la diffusion. La fragilité financière de la SMF complique encore la situation dans cette période agitée et il nous faut travailler d'urgence dans plusieurs directions. À court terme, nous devons tout d'abord rassurer les auteurs et les institutions qui nous font confiance, notamment en limitant le plus vite possible les retards de publication et ceux d'accès libre aux archives après période d'embargo, nous devons aussi augmenter la diffusion des différentes revues et collections, sous des formes variées et modernes, et imaginer de nouvelles sources de financements, tout en restant fidèles aux principes qui nous animent... Il nous faut aussi mener une réflexion à moyen terme pour essayer d'anticiper sur les évolutions possibles du secteur. Ce double objectif sera prioritaire au cours de l'année à venir.

La période est aussi difficile en raison de la chute spectaculaire des effectifs d'étudiants dans les formations de mathématiques en France. Malgré des efforts sans précédent menés depuis plusieurs années pour susciter des vocations scientifiques chez les jeunes, les effectifs ne cessent de baisser ou fluctuent à des étages très bas; le maillage du territoire français consolidé depuis une vingtaine d'années par la communauté mathématique est à présent fragilisé. Les réformes successives sur la structuration de la recherche et des formations menées ces dernières années, même si elles ont amplifié de façon spectaculaire les concentrations, n'expliquent pas à elles seules ce phénomène. Une réflexion collective sur ces questions est espérée par nos collègues, le succès rencontré par les réunions que la SMF a organisées cette année autour de la licence et des formations des enseignants montrent que les attentes sont fortes, il nous faudra y répondre.

Je serai entouré de quatre vice-présidents qui m'épauleront sur l'ensemble des dossiers : Daniel Barlet, Jean-Pierre Borel, Gérard Bourgeois et Pierre Pansu ont accepté de m'accompagner. Clotilde Fermanian et Stéphane Seuret se consacreront à la trésorerie; leur travail sera essentiel pour l'avenir de notre société savante. Tous seront secondés par des chargés de mission sur des objectifs particuliers : Yves Aubry, Valérie Berthé, Gérard Grancher, Laurent Guillopé, Gilbert Monna, Angéla Pasquale,... Le rayonnement de la SMF repose bien sûr aussi sur le dévouement des personnels qu'elle emploie, de celui des collègues membres de conseils, comités et commissions variés ainsi que de tous les bénévoles qui œuvrent pour elle : je serai à leur écoute et ferai tout mon possible pour que leur travail se fasse dans les meilleures conditions et dans le respect de chacun. La vitalité de la SMF c'est enfin et surtout l'affaire de tous ses adhérents : à l'équipe mise en place de les convaincre du bien fondé des actions qu'elle mettra en œuvre pour les entraîner à

s'impliquer et défendre les valeurs que la SMF porte.

Certains collègues quittent le CA ou le Bureau : je les remercie pour le temps et l'énergie qu'ils ont consacrés à la SMF. Je rends tout particulièrement hommage à Aline Bonami pour le travail accompli au cours de l'année de sa présidence. Nous nous étions rencontrés à plusieurs reprises sur Orléans et Tours mais n'avions jamais travaillé ensemble, c'est chose faite et j'ai beaucoup appris à ses côtés. Elle a accepté d'assurer cette courte présidence dans un contexte délicat, afin notamment de me permettre de m'initier aux différents dossiers ; je la remercie vivement pour la confiance dont elle a fait preuve tout au long de l'année à mon égard et de son souci constant de travailler en toute transparence. Un tel passage de témoin force le respect : qu'elle en soit vivement remerciée.

Le 1^{er} juillet 2013
Marc Peigné

Rapport Moral

Période de juin 2012 à juin 2013

Les missions de la SMF

Créée en 1872, la Société Mathématique de France (SMF) est l'une des plus anciennes sociétés savantes de mathématiques au monde. C'est une association loi 1901, reconnue d'utilité publique, qui compte actuellement 2 000 membres (essentiellement des membres individuels, mais aussi des membres institutionnels, c'est-à-dire des laboratoires de recherche, bibliothèques...). Elle est ouverte à tous les mathématiciens, amateurs ou professionnels. Sa mission initiale, *l'avancement et la propagation des études de Mathématiques pures et appliquées*, s'est élargie et adaptée aux évolutions de notre époque. La SMF s'intéresse aux mathématiques dans leur diversité et sous tous leurs aspects : avancées de la recherche, interactions avec les sciences et techniques, édition de livres et revues, structuration de la vie scientifique, enseignement à tous niveaux, sensibilisation du grand public.

La SMF, c'est :

- une source d'informations, au travers de son site smf.emath.fr, de la *Gazette des mathématiciens* que reçoivent tous les adhérents, de la lettre électronique mensuelle,...
- un lieu de réflexion et un porte-parole de la communauté mathématique ;
- un soutien à l'organisation de journées, colloques, événements grand public ;
- une maison d'édition : elle a non seulement ses propres revues mais assure aussi la diffusion des *Annales scientifiques de l'ENS*¹ et du *Journal de la SFdS*² ;

¹ École Normale Supérieure.

² Société Française de Statistiques.

– une tutelle du CIRM³ : en tant qu'acteur incontournable de la communauté mathématique, la SMF a été à l'origine de la création du CIRM. Elle en est aujourd'hui tutelle, conjointement avec le CNRS⁴.

Affaires générales

Situation générale

La SMF se trouve confrontée à une période difficile, avec un déficit important en 2011 et 2012 (resp. 80 000€ et 71 000 €), que ne peuvent à elles seules justifier des dépenses exceptionnelles. On ne peut faire abstraction, ni de la crise économique actuelle, ni de la crise spécifique à l'édition scientifique, ni du changement économique qui s'y dessine sans qu'on puisse vraiment en prévoir l'évolution.

En même temps le chiffre d'affaires n'a jamais été aussi élevé et le personnel salarié est soumis à un rythme de travail très important. Une certaine rigueur dans le fonctionnement de la SMF nous a paru s'imposer devant cette situation. Nous sommes conscients que toutes ces difficultés, aussi bien que les mesures que le bureau de la SMF peut être amené à prendre, peuvent être génératrices de conflits.

Les difficultés internes de la SMF, qui ne datent évidemment pas de cette année, se sont accrues avec les démissions de deux comités de rédaction.

Adhérents

Le nombre de nos adhérents a légèrement diminué en 2012 par rapport à 2011 (2021 contre 2098). Il faudrait une étude fine du fichier des adhésions pour voir à quel point ces variations sont dues aux adhésions gratuites. Il est inquiétant de voir que l'apport financier des adhésions a baissé bien davantage que ne le laissait prévoir cette baisse du nombre de membres, très probablement du fait que beaucoup de membres passent à une cotisation retraité. Devant ce constat nous avons relevé le montant de la cotisation retraité. L'appel aux dons devrait être fait plus systématiquement.

La SMF a participé, aux côtés des autres sociétés savantes de mathématiques, à la Journée d'Accueil du 25 janvier 2013. C'était l'occasion de montrer aux jeunes l'importance d'adhérer à une société savante. Malheureusement on ne peut que constater qu'un nombre important de collègues en milieu de carrière ne sont dans aucune d'entre elles alors qu'ils comptent sur elles, et en particulier sur la SMF, pour jouer son rôle de représentation de la communauté mathématique.

L'appel à cotisations 2013 s'est fait par mél. Une relance papier a été faite en mai. Nous avons également fait des appels à cotisation ciblés, auprès de celles et ceux qui ont bénéficié du CIRM, ou d'actions parrainées par la SMF.

L'envoi d'une lettre mensuelle d'information aux membres s'est poursuivie. Ces lettres sont largement diffusées dans les laboratoires de mathématiques. Le Mot du Président dans la *Gazette* donne l'occasion à la présidente ou au président d'expliquer dans quel contexte se situe l'action de la SMF. S'y sont ajoutés cette année quelques messages d'information à destination des correspondants.

³ Centre International de Rencontres Mathématiques www.cirm.univ-mrs.fr

⁴ Centre national de la recherche scientifique.

Prises de position et rencontres

La SMF a été amenée à prendre position, entre juillet 2012 et juin 2013, sur les points suivants :

- l'enseignement de l'informatique au lycée, en soutien à l'action de la SIF⁵ (position commune SFdS, SMAI⁶ SMF)
- les effets pervers du système auteur-payeur pour les publications scientifiques (position commune SFdS, SMAI, SMF)
- la structuration des mathématiques (position commune SFdS, SMAI, SMF)
- les licences universitaires en mathématiques
- la formation des enseignants de mathématiques
- les intitulés de masters (courrier commun SFdS, SMAI, SMF).

Les prises de position sur le système auteur-payeur et la structuration des mathématiques ont fait l'objet d'un dépôt sur le site des Assises de l'Enseignement Supérieur et la Recherche.

Les présidents des trois sociétés savantes, SFdS, SMAI, SMF, ont été reçus au ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche le 12 novembre 2012 par deux conseillers de la ministre, G. Houzel et Y. Lévy. D'autre part A. Bonami a été reçue deux fois par D. Filâtre, en décembre 2012 et février 2013, la deuxième fois dans le cadre d'un rendez-vous de la CFEM⁷.

Les prises de position sont accessibles sur le site web de la SMF.

Relations avec les autres sociétés savantes et associations

Les échanges d'information et coopérations avec la SFdS et la SMAI sont continus, qu'ils soient informels ou non. Ils concernent tous les domaines d'activité de nos sociétés (voir en particulier les actions Grand Public).

La SMF a établi des contacts réguliers avec la SIF, qui a par exemple repris notre prise de position sur le système auteur-payeur. Les problèmes d'enseignement ont été abordés entre SIF et SMF à plusieurs reprises, et en particulier dans une réunion de travail. A. Bonami était invitée à une table ronde lors de la journée annuelle de la SIF en 2012.

La SMF a aussi multiplié les contacts avec la SFP⁸ (enseignement des mathématiques pour physiciens, préparation d'une journée Sciences et Médias en janvier 2014) et aussi la SCF⁹ par son intermédiaire.

Les contacts avec le Forum des Sociétés Savantes se sont poursuivis de façon informelle, de sorte qu'ils peuvent être repris facilement. Le bureau de la SMF n'a pas souhaité s'associer à leurs prises de position, même si la SMF partageait une partie de leurs inquiétudes relatives à la mise en place des ESPE¹⁰.

Les contacts entre les présidences de l'EMS¹¹ et de la SMF sont permanents, la SMF étant bien évidemment prête à apporter à l'EMS l'aide dont elle peut avoir besoin quant à la connaissance du terrain en France et à diffuser ses informations.

⁵ Société d'Informatique de France.

⁶ Société de Mathématiques, Appliquées et Industrielles.

⁷ Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques.

⁸ Société Française de Physique.

⁹ Société Chimique de France.

¹⁰ Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation.

¹¹ European Mathematical Society.

La réunion annuelle des présidents des sociétés membres de l'EMS, qui s'est tenue cette année en avril à Aarhus, est l'occasion de contacts avec les autres présidents. A. Bonami a aussi participé à la réunion des centres ERCOM¹² qui s'est déroulée au CIRM en mars en présence de M. Sanz-Solé, présidente de l'EMS. Ces deux réunions ont été l'occasion de discussions autour des publications et du changement de modèle économique qui se dessine.

La SMF a participé au colloque de Cracovie en juillet 2012, qui a vu l'école française particulièrement honorée. Lors de l'assemblée générale, à laquelle participaient B. Helffer, L. Guillopé et P. Pansu pour la SMF, a été élue L. Halpern, dont la candidature était soutenue par les trois sociétés savantes françaises.

La SMF a eu l'occasion en 2013 de jouer pleinement son rôle de composante de la CFEM. A. Bonami a écrit un éditorial pour son bulletin de liaison. Au travers de la CFEM la SMF s'est associée aux inquiétudes relatives au financement des IREM¹³.

La SMF travaille en étroite collaboration avec Animath et Cap'Maths, ainsi qu'avec Femmes et Maths. Une page sur les problèmes de parité a été créée sur notre site web.

Vie interne de la Société

Personnel salarié

À Marseille L. Cingal et T. Avico (un demi-poste) ont vu leurs CDD transformés en CDI. Le contrat de K. Lefèvre-Hasegawa s'est terminé en mars 2013 d'un commun accord. Rappelons que K. Lefèvre-Hasegawa avait été embauché (à Paris) dans le cadre de la mise en place du nouveau système de gestion. Il n'est pas prévu de continuer à avoir un informaticien à mi-temps dans les mêmes conditions, à la fois parce que ce travail spécifique est maintenant pratiquement terminé et parce que la situation financière de la SMF ne le permet pas. K. Bonny a continué à avoir un CDD¹⁴ (à Paris) de quinze heures par semaine. La SMF emploie donc pour ses propres activités, avec également C. Ropartz, N. Christiaën (Paris), C. Munusami (Marseille) et S. Albin (3/4 temps Paris), l'équivalent de près de 6 emplois temps plein.

Il faut souligner l'importance de la charge de travail pour chacun des salariés et leur dévouement au service de la SMF, mais aussi la fragilité de la SMF du fait que beaucoup de dossiers ne sont connus que de l'un d'eux. Des efforts doivent être faits pour améliorer la coordination du travail entre eux.

Les procédures de recrutement, promotion et entretien annuel ont été clarifiées dans un texte du bureau. Le nouveau texte concerne également ces procédures pour le personnel sous contrat SMF qui travaille au CIRM (trois salariés, plus des contrats temporaires). La prise en compte du travail de gestion fait par la SMF dans ce cadre a été clarifiée.

¹² European Research Centers of Mathematics.

¹³ Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.

¹⁴ Contrat à durée déterminé.

Sous-traitants, bénévoles

La SMF fait appel à des sous-traitants, non seulement pour l'impression et certaines opérations de routage, mais aussi pour la composition. Il faut en particulier mentionner Y. Haralambous, dont la société bénéficie d'un contrat pratiquement permanent avec la SMF, et qui fait une partie de la composition. Il faut aussi mentionner les nombreux bénévoles, comme R. Séroul qui fait aussi de la composition, sans pouvoir tous les remercier ici.

Informatique, système de gestion

La dernière réunion du comité de suivi de la mise en place du nouveau système de gestion (M. Demazure, J.-M. Barbaroux) a eu lieu en juillet 2012. À la suite du départ de K. Lefèvre-Hasegawa il est prévu d'une part de faire appel à un sous-traitant SAGE pour faire le suivi, d'autre part de trouver au sein du réseau Mathrice des informaticiens qui veuillent bien intervenir sur vacations. Il faut prévoir rapidement de faire passer tous les logiciels SAGE sous Windows, SAGE arrêtant son produit sous Mac. Il faut espérer que cette mutation permettra de gagner des fonctionnalités. Si le passage à ce système de gestion a permis une large rationalisation des tâches dont on ne peut que se féliciter, il reste des pesanteurs, en particulier pour la gestion des cotisations et les rapprochements bancaires.

La mise en place d'un système de gestion pour le processus éditorial est imminente. Ce système a été élaboré par Y. Haralambous.

Le site web côté publications a évolué vers beaucoup plus de lisibilité très récemment, ceci grâce au travail bénévole de L. Koelblen.

Locaux

La SMF a été consultée en même temps qu'Animath sur les futurs locaux de l'IHP¹⁵, dans le cadre de l'extension au bâtiment Jean Perrin. Nous avons exprimé le vœu, au nom des sociétés savantes et associations que nous restions tous ensemble, avec une partie des locaux banalisés, tels que salle de réunion, bureaux d'accueil pour bénévoles.

Dans le cadre actuel, la SMF a été amenée à accepter d'accueillir à l'IHP, C. Marcher, salariée d'Animath, qui travaille en partie pour Promenades Mathématiques. Elle partage le bureau de K. Bonny.

Actions de communication

Une plaquette présentant la SMF a été réalisée : synthétisant les multiples actions de la société, elle incite les membres de la communauté mathématique à la rejoindre ; elle est diffusée lors des événements dans lesquels la Société est impliquée. Sa charte graphique sera progressivement réutilisée (pour les affiches par exemple).

Le serveur web annonce les multiples actions de la Société (parutions, cycles de conférences, promenades mathématiques par exemple). Il pointe sur certains des compte-rendus de manifestations publiés sur le site Image des maths. Par ailleurs, le serveur accueille des tribunes pour débattre de dossiers particulièrement sensibles pour notre communauté (évolution du système de publications et système auteur-payeur, réforme des formations d'enseignants). Il est aussi le lieu naturel d'affichage des prises de position. Il diffuse les vidéos des conférences organisées en

¹⁵ Institut Henri Poincaré.

partenariat (Bibliothèque nationale de France, IHP). Il joue un rôle stratégique pour la maison d'édition qu'est la SMF avec une boutique en ligne. La partie consacrée aux publications (nouveau, accès aux collections sous abonnement électronique ou aux archives d'accès libre, achat en ligne) est en pleine évolution.

Un compte twitter a été ouvert en décembre 2012 : suivi actuellement par une centaine d'inscrits (d'origines extrêmement diverses, découvrant pour certains la SMF), ce compte est lié à ceux de certaines sociétés européennes ainsi que ceux de ses partenaires nationaux principaux. Par des messages courts (140 caractères!), il vient en complément du serveur web, auquel il renvoie souvent. Il permet ainsi de pointer sur de multiples événements d'actualité nationale et internationale (annonce de résolutions de conjectures, faits marquants, prix, nominations, rencontres).

La SMF a été contactée par une agence de télévision coréenne pour le tournage d'une émission sur Hadamard. Nous les avons reçus à la fois à Orsay (documents sur Hadamard, présentation du théorème des nombres premiers par J.-B. Bost) et à l'IHP (interviews de J.-P. Kahane et A. Bonami).

A. Bonami a par ailleurs été interviewée par une journaliste de l'AFP¹⁶ sur les problèmes de parité en mathématiques et par un journaliste du Café Pédagogique sur les Masters enseignement. Le journaliste a rappelé quelques semaines plus tard pour avoir des informations chiffrées sur les effectifs. Le travail de partage d'informations mené autour des « prépas CAPES » a permis à J.-P. Borel de lui communiquer des données, qui ont servi à un petit article (mars 2013).

Gazette

La *Gazette* conserve son principe de fonctionnement traditionnel, tout en cherchant à se moderniser et à répondre aux attentes des lecteurs, en fonction des remarques qui nous sont transmises. Chaque numéro, hors numéros spéciaux, est organisé autour de quelques grands axes.

Mathématiques et interactions

La *Gazette* publie dans cette rubrique des compte-rendus de travaux passés ou en cours, déjà validés scientifiquement par la communauté, à destination d'un public de mathématiciens le plus large possible. Les thèmes sont choisis par le comité de rédaction en fonction des propositions reçues et des événements d'actualités : remises de prix, anniversaires, etc. Par exemple, l'année Poincaré a permis de réunir un ensemble exceptionnel d'articles d'horizons très variés autour des travaux d'Henri Poincaré. Le comité de rédaction souhaite mettre en avant les articles qui font un réel effort pédagogique pour s'adresser à la diversité des mathématiciennes et mathématiciens. Cette orientation commence à porter ses fruits mais doit probablement être renforcée pour être réellement efficace.

¹⁶ Agence France Presse.

Actualités et débats

La *Gazette* essaie de se faire l'écho des points saillants des actualités concernant la politique scientifique et éducative en mathématiques, avec le handicap d'une parution seulement trimestrielle. Une mise à disposition anticipée sur le site internet de la SMF a été lancée pour les situations où l'attente serait préjudiciable. La *Gazette* publie les compte-rendus du comité national du CNRS, des informations sur les recrutements, les primes, etc. Ces actualités peuvent prendre la forme d'un dossier complet coordonné par le comité de rédaction, ou d'un simple article publié comme « Information », « Tribune libre » ou « Courrier des lecteurs ».

Histoire des mathématiques, mathématiques et arts

La *Gazette* publie régulièrement des articles sur l'histoire des mathématiques (à destination de lecteurs non spécialistes de ce domaine). Elle peut profiter de la commémoration de mathématiciens célèbres, comme récemment Poincaré, mais accepte avec plaisir des soumissions spontanées sur des sujets moins « en vue ».

Même si cela n'a pas été le cas cette année, cette rubrique est susceptible d'alterner avec « Mathématiques et arts », destinée à rendre compte des liens importants qui unissent notre discipline avec la musique, la peinture, les arts plastiques, etc.

Carnet

La *Gazette* a vocation à rendre hommage aux collègues disparus qui ont joué un rôle significatif pour l'ensemble de notre communauté, que ce soit par leur œuvre scientifique, leur dévouement aux mathématiques, les projets qu'ils ont conduits, les responsabilités qu'ils ont acceptées, leur personnalité... Le Comité de rédaction s'appuie, pour la rédaction de la rubrique, sur les proches (humainement et/ou scientifiquement) des collègues disparus, qui sont invités à se manifester spontanément.

Livres

La rubrique « livres » accueille des recensions s'attachant à présenter des ouvrages de mathématiques et des ouvrages sur les mathématiques (leur histoire, leur philosophie, et plus généralement tout ce qui a trait aux mathématiques et aux mathématiciens), à l'exclusion— sauf cas exceptionnel — des livres d'enseignement.

Numéro spécial Mandelbrot et évolutions futures

Le numéro spécial sur Mandelbrot, qui a remplacé la *Gazette* d'avril, a permis de tester un nouveau format qui devrait se révéler à la fois plus pratique et économique.

Comme chaque année, le Comité encourage vivement les membres de la SMF à lui transmettre leurs remarques, suggestions et souhaits sur le fonctionnement de la revue.

Conseil scientifique

Statuts

Les statuts du Conseil Scientifique (qui figurent dans le règlement intérieur) nécessitaient une remise à jour. Le texte suivant a été voté par le CA¹⁷ de la SMF.

« Le Conseil Scientifique de la Société est chargé de donner son avis sur les sujets d'ordre scientifique sur lesquels il est consulté par les instances dirigeantes de la SMF (président, bureau et CA). Il comprend 15 membres.

Le président en exercice de la SMF en est membre de droit.

Les 14 autres membres sont nommés par le CA après avis du CS¹⁸ pour une durée de 3 ans renouvelable une fois.

Les mandats sont en phase avec l'année civile et se terminent au 31 décembre. Ils peuvent être écourtés ou allongés de moins de 6 mois lorsque la démission d'un membre nécessite un remplacement en cours d'année.

Un ancien membre du CS ne peut être désigné pour un nouveau mandat qu'au plus tôt trois ans après l'expiration de son mandat précédent.

Le président en exercice est le seul membre du Conseil d'administration pouvant faire partie du Conseil Scientifique.

Après consultation du CS, le CA de la SMF nomme un Secrétaire parmi les membres du CS, pour un mandat de trois ans. »

Composition actuelle

Le Conseil Scientifique a été renouvelé partiellement. Il a vu l'arrivée de G. Biau (Statistique, Paris), A. Desolneux (Traitement d'image, Cachan), F. Labourie (Géométrie différentielle, Orsay), C. Prieur (Probabilités et statistique, Grenoble) début 2013. Sa composition et la date de fin de mandat de chacun des membres sont indiquées sur le site.

Le secrétariat du CS a été assuré par A. Beauville jusqu'au 15 octobre 2012. Depuis cette date il l'est par M.-F. Roy.

Propositions du conseil scientifique

Le Conseil Scientifique a approuvé les propositions de nouveaux membres pour les Comités de Rédaction de *Séminaires et Congrès*, de la *Revue d'Histoire des Mathématiques* et de *Panorama et Synthèses*.

Le Conseil Scientifique a également fait des propositions pour les présidences des comités d'ECM7 qui aura lieu à Berlin en 2016 et pour certains prix.

La SMF peut accorder son soutien scientifique à des colloques sur avis de son Conseil Scientifique. Dans ce cadre, la SMF a donné un avis favorable à la demande de soutien des rencontres suivantes :

- « 12^e forum des jeunes mathématicien-ne-s » à l'IHP,
- « Colloque Geometric Science of Information » à l'École des Mines,
- Réunion ERCOM au CIRM,
- « Conference in Algebra and Topology celebrating Lionel Schwartz's sixtieth birthday » à Nantes,
- « 28^e Journées Arithmétiques » à Grenoble.

¹⁷ Conseil d'Administration.

¹⁸ Conseil Scientifique.

Le pôle de Luminy

Le pôle de Luminy comprend la maison de la SMF et le CIRM. La Maison de la SMF, appelée encore Cellule de Diffusion, est un bâtiment qui jouxte le grand auditorium du CIRM.

La maison de la SMF

Son rôle premier est de prendre en charge les publications de la SMF envoyées par les imprimeurs : elle stocke celles-ci, les conditionne pour en expédier une partie dans le monde entier vers les bibliothèques, les autres sociétés savantes, les abonnés et les auteurs, et enfin, elle en vend à l'unité aux congressistes du CIRM. Depuis le mois de juin 2012, environ 8000 ouvrages ont été envoyés dans le cadre d'un abonnement et 3000 ont été facturés et expédiés concernant les ventes au numéro.

La Cellule de Diffusion travaille en étroite collaboration avec le secteur des publications, celui des publicités, les services généraux et celui de la comptabilité. L'équipe, dirigée par C. Munusami, est constituée de L. Cingal et de T. Avico. La répartition des tâches de chacun est bien établie et permet également un travail en équipe.

Le rôle de la Maison de la SMF s'est élargi cette année avec, d'une part, une forte implication dans la gestion et la production de statistiques ; d'autre part, avec la prise en charge d'une partie du travail de composition de nos publications, déchargeant ainsi le site parisien surchargé. Cela permettra de rattraper le retard de notre série *Séminaires & Congrès* (du numéro 24 au numéro 28). Ce travail a pu voir le jour grâce à l'investissement de L. Cingal et à l'intervention bénévole de T. Masson, chercheur au Centre de Physique Théorique à Marseille et spécialiste reconnu de LaTeX. Cela permet d'envisager plus sereinement l'avenir de la composition de nos publications, celle-ci pouvant se reposer dorénavant sur nos sites à la fois parisien et marseillais.

Bilan du CIRM en 2012

Le rôle du CIRM

Depuis sa création par la SMF, il y a 30 ans, le CIRM est un outil d'excellence au service de la communauté mathématique française et internationale, l'un des tout premiers centres mondiaux de colloques et rencontres de courte durée en mathématique. Il bénéficie d'une implication forte des sociétés savantes. La tutelle est assurée conjointement par la SMF et le CNRS. La SMAI joue également un rôle très actif, notamment à travers le CEMRACS¹⁹.

Le CIRM bénéficie également du soutien du MESR²⁰ et, localement, du Conseil régional et de la Ville de Marseille. Il a de fortes collaborations avec les laboratoires de mathématiques d'Aix-Marseille Université²¹.

¹⁹ Centre d'Été Mathématique de Recherche Avancée en Calcul Scientifique.

²⁰ Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.

²¹ AMU.

Missions du CIRM

Le CIRM est un centre dédié à l'accueil de colloques de haut niveau en mathématiques fondamentales et appliquées. Il fournit aux chercheurs les conditions idéales pour :

- se transmettre les progrès les plus récents,
- faire avancer ensemble des questions centrales de la discipline,
- préparer des projets ambitieux en interaction avec d'autres sciences,
- assurer la transmission du savoir en direction des jeunes chercheurs et des doctorants.

Le CIRM constitue un instrument essentiel pour l'école française de mathématiques, discipline dans laquelle la rencontre entre chercheurs est l'un des principaux moteurs de progrès.

La fréquentation du CIRM

La fréquentation du CIRM est en progression. En 2012, le Centre a organisé 53 semaines de Rencontres mathématiques et accueilli 3638 participants. En 1999 par exemple, le CIRM recevait 1583 participants. Le CIRM poursuit son développement en renforçant chaque année ses moyens d'accueil et sa notoriété. Il jouit aujourd'hui de moyens renforcés en cumulant les dotations CNRS, MESR et LabEx's, ce qui lui permet d'affronter plus sereinement la compétition internationale. En 2012, la proportion de participants étrangers a atteint 46%. Cette présence accrue au niveau international est appelée à progresser encore, grâce notamment aux moyens mis en œuvre dans le cadre de CARMIN.

La politique scientifique

– **LabEx CARMIN.** Le CIRM est un des quatre partenaires du LabEx CARMIN avec l'IHP, le CIMPA²² et l'IHÉS²³. Ce laboratoire d'excellence, qui vise à développer les lieux de rencontres mathématiques français, permettra notamment au CIRM de renforcer son attractivité et son rayonnement à l'international. Quelques exemples d'actions « CARMIN » au CIRM : soutien aux programmes courts ; développement des programmes d'invitations courtes ; renforcement des équipements audiovisuels et informatiques, etc. En 2012, 24 rencontres ont été labellisées CARMIN (1 effet de réseau ; 1 session thématique de 5 semaines ; 2 formations doctorales et 16 rencontres Jeunes chercheurs). Les quatre instituts souhaitent également se doter d'outils performants pour enregistrer, monter et cataloguer des vidéos de qualité des grands moments mathématiques. Dans ce cadre, le CIRM construit un environnement audiovisuel performant en vue de réaliser une vidéothèque mathématique internationale. Ce projet, soutenu à hauteur de 40 000€ par la Ville de Marseille, valorisera les activités du CIRM auprès de la communauté scientifique mais également du grand public. La livraison de la régie est prévue pour le 25 mai 2013.

– **LabEx ARCHIMEDE.** Le CIRM participe également, dans le cadre de sa politique locale et régionale, au LabEx ARCHIMEDE. L'objectif de ce laboratoire d'excellence est de renforcer la synergie entre les mathématiques et l'informatique

²² Centre de Mathématiques Pures et Appliquées.

²³ Institut des Hautes Études Scientifiques.

et de stimuler des interactions avec trois domaines d'applications majeures que sont la biologie-santé, la sécurité et l'énergie. Grâce à ce LabEx, le CIRM pourra mieux soutenir l'organisation de conférences présentant un intérêt particulier pour le site d'Aix-Marseille. En 2012, quatre rencontres ont été labellisées ARCHIMEDE.

– **Chaire Jean-Morlet.** La Chaire Jean-Morlet a été lancée avec le soutien financier d'AMU pour le salaire du professeur et de la Ville de Marseille pour le programme d'invitations. Un accord cadre a été signé entre AMU, le CNRS et la SMF en mars 2013 pour fixer les conditions de leur partenariat. Le CIRM a inauguré en mars 2013 la « Maison de chercheurs Jean-Morlet » qui accueille le titulaire de la Chaire. Chaque chercheur recruté dans le cadre de la Chaire sera porteur d'un projet associant étroitement les unités de recherche en mathématiques et informatique du pôle Aix-Marseille, il organisera des colloques, ateliers, petits groupes au CIRM et pourra donner des cours aux étudiants de master et de doctorat. Le premier titulaire de la Chaire Jean-Morlet – N. Kistler – est en résidence au CIRM pour 6 mois depuis le mois de février 2013.

Un site web dédié à la Chaire a été réalisé par le CIRM (www.chairejeanmorlet.com). Les appels d'offres internationaux sont mis en ligne lors de chaque campagne. Les lauréats proposés par le CS du CIRM pour le deuxième semestre 2013 et le premier semestre 2014 sont B. Hasselblatt et I. Shparlinski.

– **Le CIRM poursuit sa politique de valorisation des mathématiques** : en donnant le goût des mathématiques aux jeunes élèves et étudiants en organisant ou en accueillant des activités ciblées (exposés, Hypocampe, accueil de lycéens de l'académie d'Aix-Marseille, Ecole de biologie pour mathématiciens et informaticiens, CEMRACS, etc.)

Politique immobilière et patrimoniale

– Le CIRM a entrepris en 2012 la construction d'un bâtiment attenant à l'auditorium, équipé d'une régie professionnelle afin de réaliser dans le cadre du LabEx CARMIN une vidéothèque mathématique internationale. La régie sera opérationnelle fin mai 2013.

– La « Maison du jardinier » a été rénovée et devient la « Maison de chercheurs Jean-Morlet ». Ce bâtiment a été réhabilité grâce aux financements de la Société Mathématique de France et du Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, avec un soutien fort de la Fondation Total, qui a soutenu le projet à hauteur de 60 000€ en partenariat avec la Fondation du Patrimoine. La SMF a également lancé un appel à contribution auprès de la communauté mathématique et a rassemblé plus de 5000 € de don.

– Dans le cadre du plan campus, un axe piétonnier paysagé et éclairé a été réalisé afin de relier le terminus des bus au cœur du campus. Cet aménagement permettra la circulation des étudiants et chercheurs à travers le campus tout en préservant le calme et le caractère privé du CIRM : l'axe est situé en bordure de terrain. L'ensemble de l'Allée des chênes reliant l'entrée du campus au CIRM, devrait être réaménagé dans le même esprit que l'axe piétonnier.

La structure

Pour mettre en œuvre une véritable politique de communication et de partenariats, le CIRM s'est doté d'une responsable pour ce secteur en avril 2012 (Aix-Marseille Université). Dans le cadre d'un concours externe CNRS, le CIRM a recruté une responsable des relations internationales (décembre 2012) pour renforcer sa stratégie à l'échelle européenne et mondiale.

Les faits marquants 2012/13 hors politique scientifique et immobilière

L'année 2012/13 a été impactée par l'organisation et la réalisation de plusieurs projets exceptionnels tels que :

- Mathématiques de la Planète Terre 2013 : 4 rencontres scientifiques programmées au CIRM ont été labellisées; en partenariat avec l'académie d'Aix-Marseille, le CIRM a proposé une série de « mercredis mathématiques » destinés aux élèves de seconde, première et terminale de l'Académie. Ces événements organisés au CIRM ont eu un fort impact médiatique,
- Lancement de la Chaire et Inauguration de la Maison de chercheurs Jean-Morlet,
- Accueil de la Rencontre annuelle du réseau European Research Centres on Mathematics (ERCOM) regroupant 26 centres européens de recherche et rencontres, think tank européen sous l'égide de l'European Mathematical Society : discussion des politiques européennes en matière de recherche en mathématique et de publication ; positionnement et rôle des mathématiques dans les programmes européens
- et beaucoup d'autres moments mathématiques...

Quelques dossiers en cours

- Développer la politique d'information et de communication : faire connaître et expliquer le rôle essentiel du CIRM. Informer d'une part les acteurs du territoire local et national (ministère, CNRS, universités, collectivités territoriales, entreprises, industries, etc.) mais également le grand public. Montrer que les mathématiques sont une science citoyenne, impliquée dans une multitude d'avancées technologiques et que le CIRM en est l'un des principaux acteurs et ambassadeurs.
- Dans ce même cadre de diffusion et valorisation des savoirs, la vidéothèque mathématique internationale du CIRM permettra de mémoriser et de partager des contenus scientifiques de haut niveau produits chaque année.
- Accroître la visibilité internationale du CIRM en informant davantage les acteurs internationaux de ses actions et offres et en impulsant l'internationalisation dans les pratiques quotidiennes du centre.
- Réflexion sur l'agrandissement et le réaménagement de l'Annexe : afin de s'adapter au développement de ses activités scientifiques et aux demandes croissantes d'accueil, et pour également donner plus de cohérence et d'unité au site, le CIRM a envisagé l'agrandissement et la restructuration de l'Annexe. Un programme missionné a proposé des solutions pertinentes aux problématiques du CIRM :
 - reconstruction d'une partie du rez-de-Chaussée avec création d'au moins 8 chambres ;
 - création au niveau 1 d'une grande salle de formation et de conférences d'au moins 80 places ;
 - liaison horizontale avec le niveau principal par une passerelle ;

- distribution verticale par ascenseur entre les niveaux.

En complément de cette restructuration, il existe la possibilité dans l'alignement de la passerelle de créer un local technique à 2 niveaux (sur la parcelle propriété de la SMF) :

- partie basse : destinée au service logistique/espaces verts ;
- partie haute : destinée au stockage du matériel de restauration.

Le projet a été estimé – pour la partie Aile sud – à 2 100 k€.

Rencontres et colloques

Nous décrivons dans cette section les événements destinés à un public de mathématiciens. Nous décrivons aussi l'activité de la SMF en termes de parrainage de prix.

Journée des lauréats de l'Académie des sciences

Cette journée²⁴ a eu lieu le 19 décembre 2012 à l'université F. Rabelais de Tours. Elle a été organisée par O. Durieux, J. Guilhot et M. Peigné, à l'initiative de la SMF et sous les auspices de l'Académie des sciences. Les orateurs étaient L. Illusie, J.-Y. Chemin, J.-P. Labesse, S. Petermichl et S. Cantat. La journée a attiré un large public de Tours et d'Orléans. Elle a rencontré un franc succès. Le principe qu'elle ait lieu en province convient aux différents partenaires.

Journée annuelle 2013

La journée annuelle²⁵, organisée par P. Pansu, aura lieu le 28 juin 2013 à l'IHP, sur le thème « 200 ans après Lagrange ». Les conférenciers sont J. Féjoz et S. Serfaty. Cette journée comportera aussi l'Assemblée générale de la SMF et une table ronde intitulée « Quelle formation pour les enseignants de collèges et lycées en mathématiques ? ».

Rencontres scientifiques de la SMF

La SMF organise de manière régulière les sessions « États de la Recherche²⁶ ». Le choix des thématiques et des organisateurs est effectué par un Comité Scientifique, composé de F. Barthe (président), L. Cavalier, A. Ducros, S. Maillot, L. Saint-Raymond, et du rédacteur en chef de *Panoramas et Synthèses*, N. Bergeron.

Deux sessions des États de la Recherche se sont déroulées au début du 2013 :

- « Géométrie symplectique et de contact » organisée par E. Giroux, A. Oancea, C. Viterbo à l'ÉNS de Paris du 7 au 9 janvier 2013²⁷ ;
- « Problèmes inverses et imagerie » organisée par H. Ammari et J. Garnier à l'IHP du 20 au 22 février 2013²⁸.

Deux sessions sont prévues pour 2014 :

- « Topologie en basse dimension » organisée par M. Boileau ;
- « Matrices aléatoires » organisée par S. Péché.

²⁴ <http://smf.emath.fr/content/des-mathematiciens-primés-par-lacademie-des-sciences-2012>

²⁵ <http://smf.emath.fr/content/journee-annuelle-2013-paris>

²⁶ <http://smf.emath.fr/content/etats-de-la-recherche-presentation>

²⁷ <http://www.math.ens.fr/symplectique2013/ER.html>

²⁸ <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/garnier/SMF/>

Parrainage de colloques ou forums

La SMF peut parrainer des manifestations grand-public sur avis de son Bureau. À titre exceptionnel et en cas d'urgence le bureau utilise cette procédure pour certaines rencontres. Dans ce cadre, la SMF a parrainé les rencontres suivantes :

- le troisième « Colloque de la Revue d'Histoire des Mathématiques », les 18 et 19 octobre 2012 à Nancy,
- le colloque « Mathématiques et Grandes Dimensions; de la théorie aux développements industriels », le 10 décembre 2012 à l'université Claude-Bernard de Lyon,
- le « Colloque Poincaré », à l'occasion du centenaire de la disparition d'Henri Poincaré, du 12 au 14 décembre 2012 à Nancy et Metz,
- le « deuxième Forum Emploi Maths », le vendredi 11 janvier 2013 au Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris,
- la cinquième « Journée d'accueil en mathématiques », adressée aux jeunes recrutés en mathématiques en 2011 et en 2012, le 25 janvier 2013 à l'IHP,
- le colloque IREM « La réforme des programmes de lycée : et alors ? », les 24 et 25 mai 2013 à Lyon,
- la finale nationale du concours « Faites de la Science », le 31 mai 2013 à La Rochelle,
- la deuxième « Journée parité en mathématiques », le 24 juin 2013 à l'IHP.

6th European Congress of Mathematics (ECM 2012)

Le Congrès Européen de Mathématiques, qui réunit la communauté mathématique européenne tous les quatre ans, a eu lieu du 2 au 7 juillet 2012 à Cracovie en Pologne²⁹.

Quatre des dix prestigieux prix européens en mathématiques ont été délivrés à des mathématiciens français : E. Breuillard, M. Lewin, G. Miermont et S. Morel. Le prix Felix Klein a été décerné à E. Trélat. B. Helffer, L. Guillopé et P. Pansu ont participé au Conseil de la SME³⁰ comme délégués de la SMF.

Congrès au Vietnam

Le congrès co-organisé par la SMF et la Société Mathématique Vietnamienne s'est déroulé à l'université de Hué du 20 au 24 août 2012. Il a attiré environ 500 participants, parmi lesquels de nombreux doctorants venant de France ou du Vietnam. On peut trouver un compte-rendu de la manifestation dans le numéro 135 de la *Gazette*.

Année des Mathématiques de la Planète Terre (MPT2013)

Le lancement national de l'« Année des Mathématiques de la Planète Terre (MPT2013)³¹ » a eu lieu le 9 janvier 2013 au CIRM³². La journée s'est adressée aux lycéens de Marseille et sa région. Dans le cadre de l'année MPT2013, la SMF a également parrainé la soirée inaugurale « La science se livre - Mathématiques »

²⁹ <http://www.6ecm.pl/>

³⁰ Société Mathématique Européenne.

³¹ <http://mpe2013.org/fr/>

³² <http://www.cirm.univ-mrs.fr/MPT2013>

le 7 février à Meudon. C. Imbert a été désigné en tant que correspondant de la SMF pour toutes les activités MPT2013.

Soutien et parrainage de prix

Prix Hamidoune

Ce prix a été créé en 2011 à l'initiative d'amis et collègues du mathématicien Y. O. Hamidoune et vise à encourager l'enseignement et la recherche en Mauritanie. Il est soutenu par les autorités académiques mauritaniennes ainsi que par divers partenaires étrangers. La SMF a donné son parrainage pour le prix 2013 et soutenu la dotation de ce prix en offrant une dizaine de livres.

Prix Ibni

L'annonce de la proclamation du prix a été faite conjointement par la SFdS, la SMAI et la SMF comme les années précédentes.

Prix AMIES

AMIES³³ a lancé en 2013 un prix destiné à promouvoir les thèses Mathématiques Entreprises soutenues en 2012. Ce prix est parrainé par les trois sociétés savantes SFdS, SMAI et SMF.

Secteur grand public

La SMF continue à avoir une activité intense dans ce secteur, comme le prouve l'énumération qui suit.

Une question, un chercheur

Une seule des deux conférences prévues a eu lieu en 2012, en raison d'un problème de santé d'un conférencier. Discussions en cours avec les partenaires (IHP, SFP, UPS³⁴) au sujet de la capture vidéo. Fusion possible avec un cycle de conférences de la SFP qui est destiné au même public. Une réunion SFP-SMF a eu lieu en mai 2013. La conférence de M. Spiro à l'automne 2012 a eu un grand succès. L. Saint-Raymond est intervenue le 31 mai. La proximité des concours et la fin de l'année scolaire a malheureusement entraîné une baisse de l'audience. Il faudra veiller à ce que la seconde conférence ait lieu beaucoup plus tôt dans l'année à l'avenir.

Un texte, un mathématicien

Le comité, constitué de S. Cantat, G. Pagès, Ch. Sorger, plus P. Pansu et M. Andler ex officio, est maintenant présidé par N. Anantharaman. La mise à jour du contrat avec le partenaire *Tangente* est prévue (après réunion en mai). Il y a un projet de d'édition par un autre éditeur commercial, de textes issus de certaines des 36 conférences. La captation vidéo apparaît maintenant rapidement sur le site de la BnF³⁵.

³³ Agence pour les Mathématiques en Interaction avec les Entreprises et la Société.

³⁴ Union des Professeurs de Spéciales.

³⁵ Bibliothèque nationale de France.

Un texte, un mathématicien en province

Il y a eu deux conférences en septembre 2012, une autre en janvier 2013. Elles ont eu beaucoup de succès. Elles n'ont entraîné aucune dépense pour la SMF, la subvention Cap'Maths (conditionnée à un partage des dépenses avec la SMF) semble donc sans objet.

Cap'Maths

La SMF est représentée par P. Pansu au Conseil d'orientation de Cap'Maths. Elle est impliquée dans la mise en place progressive de la fondation qui va succéder au consortium Cap'Maths qui s'éteindra fin 2015. Cette fondation devra réunir des fonds pour la diffusion de la culture mathématique.

Nouvelle édition de la brochure « Explosion des Mathématiques »

En partenariat avec la SMAI, la SFdS, Animath et la FSMP³⁶, elle devrait paraître durant l'été 2013. Un événement de lancement aura lieu le 22 octobre 2013 à Marseille, à l'occasion des Journées de l'APMEP³⁷. Le budget de fabrication est couvert par des subventions importantes de la FSMP (19ke, reliquats de Maths à Venir) et de Cap'Maths (16.5ke), qui permettent un tirage élevé. La diffusion sera partagée entre les partenaires, l'APMEP et l'Adirem³⁸.

Mathématiques dans les Classes

Cette opération fortement subventionnée par Cap'Maths (recrutement d'une chargée de projet, C. Marcher, pour 2 ans) regroupe les Promenades Mathématiques de la SMF, Les Maths ça sert, de la SMAI, et les Speed meeting de la statistique, de la SFdS. Grâce à l'événement La Science se Livre (période de 3 semaines en février où les bibliothèques municipales du 92 organisent des conférences sur un thème commun), axé sur les mathématiques cette année, la demande de Promenades a augmenté en 2013. Le site web des promenades est en cours de reconstruction, avec accès au catalogue amélioré et recherche de conférenciers dans les régions mal couvertes.

Mathématiques pour la Planète Terre 2013

La SMF a apporté son concours à cette opération planétaire : conférence de lancement au CIRM en janvier, événement inaugural à l'UNESCO, opération Un jour, une brève (C. Imbert, très actif, représente la SMF au comité éditorial), conférence le 22 octobre 2013 à Marseille, au moment des journées APMEP.

Salons

La SMF est présente au Salon de l'Éducation (novembre), au Salon de l'ADREP³⁹ (janvier) et au Salon Culture et Jeux Mathématiques (mai). Cela consomme beaucoup de temps de bénévoles, pour un profit faible pour la SMF, mais il s'agit d'un service rendu (information du public sur les formations et métiers des maths).

³⁶ Fondation Sciences Mathématiques de Paris.

³⁷ Association des Professeurs de Mathématiques de Enseignement Public.

³⁸ Assemblée des Directeurs d'IREM.

³⁹ Animation et Développement des Relations École-Profession.

Budget

Dépenses réduites les années impaires (quelques milliers d'euros). Les années paires, il faut ajouter le prix D'Alembert, pris actuellement sur les fonds propres de la SMF. Il faudrait trouver un mécène. Le plus gros poste en 2013-2014 sera la diffusion de la brochure Explosion.

Enseignement

L'activité de la commission enseignement, du Vice président en charge des questions de formation, et plus généralement de la Société, couvre la période de juillet 2012 à mai 2013. Elle a été marquée par des travaux importants :

- réflexion générale au travers des Assises de l'ESR⁴⁰ ;
- refonte de la formation des futurs enseignants de collège et de lycée avec la mise en place des MEEF⁴¹ et ESPE ;
- mise en chantier d'une nouvelle nomenclature des L et des M, a priori plus resserrée afin de viser une lisibilité meilleure.

La future loi sur l'ESR n'aborde pas réellement le détail des questions d'enseignement.

Fonctionnement et rôle de la commission

La commission enseignement est composée d'une petite vingtaine de personnes. Elle a été réunie dans son entier une fois, en septembre. Le mode de travail adopté n'a pas marqué de rupture avec la période antérieure :

- travail au sein de petits groupes thématiques, qui se réunissent en fonction des besoins ;
- consultation et travail de la commission par voie électronique.

Le bilan d'une année de fonctionnement sera fait lors d'une prochaine réunion générale en septembre 2013.

L'expérience montre que le fonctionnement des groupes est très lié à l'actualité. Les groupes en charge de la Licence et en charge du Master ont travaillé régulièrement, souvent sous la pression du calendrier. Ils doivent probablement être renforcés. Les personnes en charge de la réflexion en liaison avec les classes préparatoires ont continué leur activité au sein du « groupe CTI », l'année a été marquée par la sortie d'un nouveau programme de CPGE⁴², qui a été jugé globalement raisonnable. Le groupe « Enseignement secondaire » (précédemment nommé « Géométrie ») n'a pas été mobilisé, l'actualité étant probablement trop dense sur les autres sujets.

La commission a été souvent sollicitée pour avis, soit sur des questions à l'étude, soit sur des projets de textes. Plusieurs textes concernant l'enseignement ont été votés par le CA (fin 2012), un pour prendre position au sein des Assises, un pour définir la position de la SMF sur la formation des enseignants. Une grosse moitié de la commission est réactive, les opinions sont quelquefois contrastées ce qui nourrit le débat, souvent dans des délais assez courts.

⁴⁰ Enseignement Supérieur et de la Recherche.

⁴¹ Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation.

⁴² Classes Préparatoires aux Grandes Écoles.

Le site de la SMF est à repenser pour sa partie enseignement, le travail est un peu resté en suspens pour la même raison.

Un renouvellement partiel de la commission enseignement a eu lieu.

Activité en direction de la communauté

Les collègues de l'ensemble des départements de mathématiques ont été réunis à plusieurs reprises : en septembre les responsables de L de mathématiques, en janvier ceux des masters enseignement, en février ceux des préparations à l'agrégation. La méthode retenue a été de passer par les correspondants SMF, chaque département choisissant la personne qui le représente. Ces réunions ont été un succès de participation, ont permis des échanges avec le président du jury (agrégation), ont suscité un texte (masters enseignement), et ont fait l'objet d'un compte rendu. Tous ces écrits sont accessibles sur le site. La réunion des masters enseignement a conduit à une liste mail qui est toujours utilisée pour des échanges d'informations, tout au long de la mise en place sur le terrain des MEEF en mathématiques.

Interventions auprès d'interlocuteurs et tutelles

Les partenaires

La question de la formation des enseignants a conduit à des contacts avec les sociétés mathématiques (SMAI et SFdS ont été associées aux réunions précitées, ainsi que le réseau des IREM), scientifiques (SFP, avec laquelle des échanges existent mais sans aller jusqu'à des textes et interventions communs, SCF, SIF, notamment sur la question de l'enseignement de l'informatique en collège et lycée), et plus largement de tous secteurs (sociétés dans le champ des SHS, pour des échanges d'information, mais nos approches sont pour l'instant trop différentes pour envisager plus). Le travail a été également mené dans le cadre de la CFEM, la SMF s'est impliquée dans la création de quelques groupes de réflexion thématique (définition d'un programme du CAPES notamment). Un échange est en cours avec la SMAI et la SFdS sur la question des intitulés de Masters.

Les tutelles

Toujours au sujet de la formation des futurs enseignants, la SMF a été reçue par le cabinet du MESR, deux fois au sein d'une délégation de la CFEM, une fois seule. Le sentiment a été que nous arrivons à faire passer des messages, mais que les effets restent réduits. De même, la SMF a été la seule (ce que nous avons regretté) société savante scientifique invitée à une réunion de travail à la DGEIP pour une « étude de faisabilité » du modèle des MEEF issu des travaux du comité de suivi du master.

Activités diverses

La CIRUISEF⁴³ a consacré son travail annuel aux fondamentaux de la licence, par discipline. J.-P. Borel a animé le groupe Mathématiques. Le colloque, qui s'est tenu en avril 2013 à Québec, a retenu quelques lignes directrices générales, essentiellement issues du travail sur le « socle de la licence de mathématiques » mené en 2006 par les trois sociétés savantes françaises.

⁴³ Conférence Internationale des Responsables des Universités et Institutions à dominante Scientifique et technique d'Expression Française, <http://www.ciruisef.com/>

Publications

Préambule

La « maison d'édition SMF » a longtemps été considérée comme le fleuron de la SMF. Si elle l'est toujours pour la qualité de ses publications, elle risque de se trouver à un tournant de son histoire du fait de la crise économique actuelle et de l'évolution des revues de mathématiques vers un accès électronique. Elle doit adapter son modèle économique, en prenant en compte cette nouvelle donne, tout en ne compromettant pas son avenir.

Nos revues, bien que menacées dans leur équilibre financier, seront bien évidemment préservées tout en évoluant vers une diffusion de plus en plus électronique. L'édition de livres ou de séries de livres semble évoluer moins rapidement. Tout sera mis en œuvre pour que nos séries, qui font notre réputation en tant qu'éditeurs, soient poursuivies au sein de la SMF. Pour les plus fragiles d'entre elles, encore affaiblies par des démissions, il peut être nécessaire à court terme de rechercher des partenariats et varier les sources de financement.

Nous sommes sûrs de l'attachement de notre communauté à l'édition scientifique sans but lucratif. Pour que celle-ci survive, en dehors d'un système dépendant financièrement des institutions publiques, il est important qu'elle reçoive un fort soutien de la part d'un grand nombre de collègues. Nous accentuerons notre effort à diffuser l'information sur nos publications par tous les canaux possibles : réseaux divers, pour lesquels nous avons besoin de l'aide de la communauté, et aussi vente en ligne.

État des parutions

<i>Titres</i>	<i>Numéros</i>			<i>Observations</i>
Astérisque (2013)	349, 350 et 351 parus	352, 353 parution été	354 à 358 (automne)	Augmentation du nombres de pages prévues (environ 2500 au total)
Annales (2013)	Tome 46, fasc 1 & fasc 2 parus	Tome 46, fasc 3 & fasc 4 parution été	Tome 46, fasc 5 & fasc 6 parution automne	Augmentation du nombres de pages prévues (environ 1200 au total)
Bulletin de la SMF (2013)	Tome141, fasc 1paru	Tome141, fasc 2 parution été	Tome141, fasc 3 & fasc4 parution automne	610 pages environ
RHM (2013)	Tome18, fasc.1, parution été	Tome18,fasc 2 Parution automne		300 pages environ
Mémoires de la SMF	130/131 (2012), juin	132, 133(2013), parution été	134, 135,(2013) parution automne	Plus de 500 pages sur 2013
Panoramas & Synthèses	34/35(2011), 36 (2012), paru	37, 38(2012), parution été	39 (2013), 40/41(2013) parution automne	
Séminaires&Congrès	23 (2011), paru	24-1, 25 (2012), parution juin	26(2013) parution été 27,28 (2013) parution automne	
Cours Spécialisés	19 parution été	20 (automne)		
Documents mathématiques	12 parution automne	13 (fin 2013/début 2014)		
La série T	3 et 4 (parution indéterminée)			Textes non finalisés

Faits marquants

Démission de deux comités de rédaction

Les comités de rédaction de *Séminaires et Congrès* et de la *Série T* ont démissionné, respectivement en janvier et mars. Les raisons de leurs démissions, qu'ils ont diffusées largement, ont fait l'objet de discussions au sein du bureau et du Conseil d'Administration. Nous renvoyons aux procès verbaux de ce dernier. J.-P. Allouche a également démissionné de la charge de mission de directeur adjoint des publications.

Démission du directeur des publications

O. Ramaré a démissionné de ses fonctions de directeur des publications en avril, après un constat de désaccord sur les orientations futures souhaitées par la direction actuelle de la SMF. Nous le remercions pour son travail et son dévouement envers notre société et regrettons son départ.

Comité éditorial

Il a été décidé en CA que se réunirait cette année un comité éditorial à titre expérimental. Celui-ci s'est réuni en avril. Ses principales recommandations sont :

- passage à l'électronique pour *Astérisque* ;
- vente de livres sur Amazon.

Base éditoriale

Un premier rendu du travail de Y. Haralambous demande encore une mise au point. Elle devrait être opérationnelle à l'automne.

Un point des revues et collections

Astérisque

Un volume hors abonnement doit sortir en 2013 anticipant une augmentation du nombre de pages (de 2.000 à 2.500) en 2014.

Bulletin et Mémoires

Le passage à l'électronique des *Mémoires* est programmé pour 2014. L'archivage électronique des *Mémoires* des dix dernières années sera effectué de façon progressive.

Cours Spécialisés

Un accord est en discussion avec la FSMP pour publier dans cette série des textes de cours liés aux chaires attribuées par cette fondation.

Documents Mathématiques

Outre les volumes en cours (voir tableau ci-dessus) un projet de co-édition avec l'IHÉS des œuvres scientifiques de René Thom est déjà bien avancé.

Panoramas et Synthèses

La série ne sera plus vendue par abonnements à partir de 2014. Il est envisagé de publier 4 volumes en 2014 et 2015.

Séminaires et Congrès

Le retard qui était important l'an passé sera rattrapé fin 2013 (voir tableau ci-dessus). La suppression de l'abonnement en 2014 permettra de prendre le temps d'établir des partenariats pour cette série.

Série T

Le bureau a confirmé que les deux volumes (numéro 3 et 4) sur lesquels la SMF était déjà engagée seront publiés.

Ventes

Abonnement national

Un accord est sur le point d'être conclu avec l'INSMI⁴⁴ pour un abonnement groupé dès 2014 pour le *Bulletin*, les *Mémoires*, les *Annales scientifiques de l'ÉNS* et la *Revue d'histoire des mathématiques*. Précisons qu'il s'agit d'un abonnement électronique, un supplément papier éventuel restera à la charge des institutions françaises qui le souhaitent.

Passage à l'électronique

En 2014, la SMF passera à une logique de diffusion sous forme électronique, avec supplément papier possible, pour les revues (hors *Astérisque*).

Ordre permanent d'achat

La suppression en 2014 des abonnements pour les séries *Panoramas et Synthèses* et *Séminaires et Congrès* a conduit à mettre en place un ordre permanent d'achat pour toutes nos séries.

Vente d'automne

Une vente d'automne promotionnelle a eu lieu en 2012. Cette expérience mérite d'être renouvelée et « affinée ».

Stands

La tenue de stands permet de faire connaître les publications de la SMF et d'effectuer des ventes. La réduction accordée sur les stands est de 10%. Il y a un stand au CIRM près de l'amphithéâtre tous les mercredis (les horaires de vente à la maison de la SMF étant par ailleurs augmentés). Il y a aussi systématiquement un stand lors des séminaires Bourbaki à l'IHP et des conférences « Un texte un mathématicien » à la BnF. L'organisation de stands en dehors du CIRM et de l'IHP est compliquée car elle repose sur les bonnes volontés. De plus, si le choix de livres est trop important, le coût d'expédition l'est aussi. Il y a eu cette année un stand à Cracovie lors d'ECM6, et un à Lille en septembre 2012. À Oberwolfach, le directeur a accepté qu'il y ait pendant un an une exposition spéciale des livres de la SMF.

Rapport financier, année 2012

Pour 2012, l'ensemble SMF-CIRM affiche un résultat net comptable de 243 k€ avec un chiffre d'affaires passant de 1 723 k€ en 2011 à 1 930 k€. Dans les paragraphes suivants, nous présentons successivement les finances des activités plus spécifiquement SMF, puis celles du CIRM.

⁴⁴ Institut Nationale des Sciences Mathématiques et de leurs Interactions.

La SMF

L'activité de la SMF est de mener à bien des missions que nous répartissons en quatre catégories :

- assurer des services aux membres,
- produire et vendre des livres,
- produire et vendre des revues,
- communiquer sur les mathématiques auprès du grand public.

Le total des produits s'élève à 842 k€ (1 215 k€ en 2011). Il comprend les produits d'exploitation pour un montant de 831 k€ dont un chiffre d'affaires net de 529 k€ (481 k€ en 2011). Le total des charges est de 914 k€ (1 295 k€ en 2011) ; pour la deuxième année consécutive, la SMF fait face à un déficit de 71 k€ (80 k€ en 2011). Ce déficit semble structurel et est lié à une baisse des cotisations ainsi qu'à la crise du secteur des publications.

Produits d'exploitation, produits exceptionnels et produits financiers

Ce sont essentiellement les ressources dues aux ventes de produits finis, cotisations, subventions. Les produits financiers représentent la rémunération des fonds placés.

(1) Recettes dues aux revues et aux livres : 468 k€ (contre 423 k€ en 2011, 475 k€ en 2010).

(2) Cotisations diverses, productions vendues et abonnements : 145 k€ (contre 150 k€ en 2011 et 135 k€ en 2010).

(3) Autres produits d'exploitation (production stockée, reprises de provision, subventions) : 218 k€ (contre 630 k€ en 2011). Cette baisse est liée à la diminution de la production stockée ainsi qu'à une modification de la présentation comptable pour la dépréciation du stock.

(4) Produits financiers : 11 k€ (contre 10 k€ en 2011 et 4,1 k€ en 2010).

Les recettes liées aux cotisations et à la *Gazette* équilibrent à peu près le budget des services aux membres et des actions en direction du grand public même si la baisse des cotisations est préoccupante. En revanche, les recettes liées à la vente de revues et de livres ne parviennent pas à équilibrer le secteur des publications dont les charges salariales sont lourdes.

Charges d'exploitation

Ce sont essentiellement les charges dues au personnel, les achats divers, les impôts et taxes.

(1) Masse salariale. Le montant des salaires, hors charges, de l'ensemble du personnel est de 360 k€, il faut ajouter 152 k€ de charges. Par ailleurs les salaires du personnel SMF détaché au CIRM nous sont intégralement remboursés (167 k€ en 2012). Les chiffres de la masse salariale globale des années précédentes sont :

- en 2011, 359 k€ et 157 k€ de charges,
- en 2010, 341 k€ et 146 k€ de charges,
- en 2009, 295 k€ et 125 k€ de charges.

La masse salariale a augmenté notablement en 2011 et 2012 (embauche d'un salarié à mi-temps à Paris pour l'installation d'un nouveau système de gestion, embauches à la cellule de diffusion SMF). L'installation du nouveau système de gestion de la SMF s'est prolongée et permet la gestion à distance entre nos personnels de Paris

et Marseille; ceci facilite la tâche de chacun de manière sensible. Cela a un coût et explique une partie du déficit de 2011 et de 2012 comparativement aux années précédentes. Il faut aussi noter que l'ancienneté du personnel augmentant, la charge salariale va croissant.

(2) Frais de fabrication et composition. Les frais de fabrication (hors composition) s'élèvent à 108 k€ (130 k€ en 2011, 106 k€ en 2010, 85 k€ en 2009). Les frais de composition sont de 24 k€ (41 k€ en 2011, 39 k€ en 2010). La différence entre les montants de 2011 et de 2012 est en partie due au fait que les retards de fabrication ont amené à imputer sur 2011 des sommes qui auraient dû l'être sur les années précédentes. Le rattrapage a continué en 2012, mais avec une moindre incidence sur les dépenses. Par ailleurs, une réévaluation du nombre de tirages nécessaires a été appliquée, ce qui a aussi contribué à la baisse des coûts de fabrication.

(3) Honoraires, assurances, loyers. Les honoraires (16 k€ pour le commissaire aux comptes et l'expert comptable) et assurances (2 k€) sont à peu près stables. Le loyer versé à l'IHP a doublé depuis 2010 conformément au vote du CA de l'IHP mais n'a pas subi de nouvelles hausses depuis.

(4) Affranchissements. Le poste affranchissement, toutes revues confondues, est de 78 k€ en 2012, il était de 89 k€ en 2011 et de 95 k€ en 2010. Des changements de contrats à Paris et Marseille ont permis cette diminution malgré l'augmentation des opérations.

(5) Impôts et taxes. Ce poste est stable : 32 k€ en 2011 et 2012.

Le CIRM

Le CIRM est, depuis 2000, une Unité Mixte de Service placée sous la responsabilité conjointe du CNRS-INSMI et de la SMF. Une convention signée le 7 décembre 2010 a eu pour objet de fixer la répartition des domaines d'intervention entre l'unité CNRS et la SMF : par l'intermédiaire du CNRS, le CIRM apporte le contenu scientifique des rencontres mathématiques, par ailleurs le CIRM confie à la SMF l'organisation et la gestion des rencontres mathématiques. Dans ce rapport figurent donc uniquement les comptes de résultats des finances prises en charge par la SMF.

L'exercice 2012 du CIRM est excédentaire de 315 k€ ce qui permet l'autofinancement d'investissements non couverts entièrement par des subventions. Le CIRM a ainsi pu entretenir les installations actuelles et améliorer ses capacités d'accueil (rénovation de la maison Jean Morlet). Ces résultats positifs contribuent aussi à la stabilité du fonds de roulement du CIRM alors qu'il reste très faible par rapport au volume financier engagé pour l'ensemble.

Les produits d'exploitation (contributions des congressistes et subventions diverses) s'élèvent à 1 860 k€ en 2012 (1 724 k€ en 2011). Cette augmentation régulière traduit une belle vitalité du CIRM : augmentation constante du nombre de nuitées, élargissement de ses domaines d'intervention aussi bien au point de vue des thématiques que du public. Ces produits comprennent des ressources

propres – 1 412 k€ de chiffre d'affaires dont 633 k€ de contributions des congressistes (1 260 k€ et 607 k€ en 2011) – ainsi que des subventions de différents organismes pour 437 k€ (Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, Université d'Aix-Marseille, Conseil Régional, Ville de Marseille). Notons aussi que les Laboratoires d'Excellence (CARMIN, Archimède) dont fait partie le CIRM ont effectivement contribué à diversifier ses ressources financières. Leur implication concerne la part CNRS du budget.

Les charges d'exploitation s'élèvent à 1 835 k€ (1 727 k€ en 2011). Elles comprennent, entre autres, la redevance à Eurest (société chargée de la restauration et de l'entretien) de 993 k€ (895 k€ en 2011, 846 k€ en 2010), des charges de maintenance et petit entretien, les impôts et les taxes.

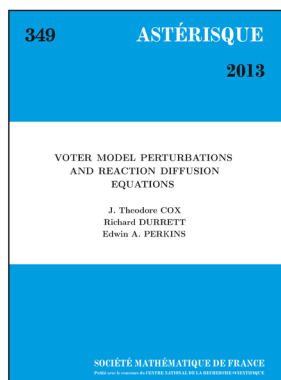
Les principaux investissements de l'exercice concernent la maison Jean Morlet (152 k€), la rénovation de la bastide (59 k€) ainsi que la construction de la régie auditorium (6 k€). Une réserve a été constituée afin de mener à bien ses projets qui s'achèvent en 2013.

Conclusion

L'ensemble CIRM/SMF est globalement bénéficiaire de 243 k€. Le CIRM est bénéficiaire pour 315 k€ mais la partie SMF est déficitaire pour 71 k€. Ce déficit semble structurel (il était déjà de 80 k€ en 2011); il provient essentiellement de la production de livres et de l'augmentation de la masse salariale. Celle-ci est partiellement due à l'installation du nouveau système de gestion qui a nécessité l'embauche d'une personne à temps partiel jusqu'à mars 2013. La charge de personnel devrait donc diminuer en 2013. Néanmoins, il restera toujours un travail de maintenance du système qui engendrera des coûts; l'intervention de prestataires extérieurs pourra offrir l'avantage d'un coût moindre par rapport à l'embauche de personnel. La deuxième raison du déficit, liée à la crise du secteur des publications est plus préoccupante.

Enfin, signalons qu'un effort particulier a déjà été demandé aux salariés de la SMF puisque la politique des primes (en constante augmentation ces dernières années) a été revue fin 2012. Notons aussi que la prime liée aux résultats n'a pas été versée en 2013. Les salariés de la SMF sont donc les premières personnes affectées par ce déficit. La SMF doit vendre plus et trouver d'autres sources de revenu.

Les comptes détaillés sont consultables par tous les adhérents au siège de l'association.



Astérisque 349

Voter Model Perturbations and Reaction Diffusion Equations

J. Theodore Cox, Richard Durrett
& Edwin A. Perkins

We consider particle systems that are perturbations of the voter model and show that when space and time are rescaled the system converges to a solution of a reaction diffusion equation in dimensions $d \geq 3$. Combining this result with properties of the P.D.E., some methods arising from a low density super-Brownian limit theorem, and a block construction, we give general, and often asymptotically sharp, conditions for the existence of non-trivial stationary distributions, and for extinction of one type. As applications, we describe the phase diagrams of four systems when the parameters are close to the voter model: (i) a stochastic spatial Lotka-Volterra model of Neuhauser and Pacala, (ii) a model of the evolution of cooperation of Ohtsuki, Hauert, Lieberman, and Nowak, (iii) a continuous time version of the non-linear voter model of Molofsky, Durrett, Dushoff, Griffeth, and Levin, (iv) a voter model in which opinion changes are followed by an exponentially distributed latent period during which voters will not change again. The first application confirms a conjecture of Cox and Perkins [8] and the second confirms a conjecture of Ohtsuki et al.[34] in the context of certain infinite graphs. An important feature of our general results is that they do not require the process to be attractive.

(Perturbations du modèle du votant et équations de réaction-diffusion)

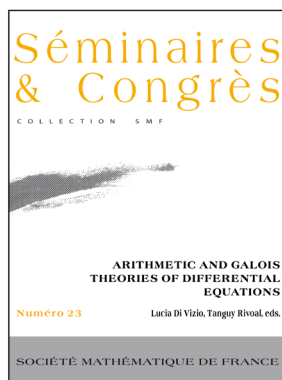
Nous considérons des systèmes de particules en interaction, perturbations du modèle du votant. En dimension $d \geq 3$, nous montrons qu'un rééchantillonnement approprié en temps et en espace du système converge vers une solution d'une équation de réaction-diffusion. En combinant ce résultat avec des propriétés de l'E.D.P., nous donnons des conditions générales, et souvent asymptotiquement optimales, pour l'existence d'une mesure stationnaire non-dégénérée, ou pour l'extinction de l'un des types de particules. Certaines de nos méthodes proviennent d'un théorème sur la limite super-brownienne d'un rééchantillonnement du système issu d'une densité faible ; nous utilisons également un argument fondé sur une construction par bloc. Nous appliquons ces résultats à la description du diagramme des phases de 4 systèmes, lorsque leurs paramètres se situent au voisinage du modèle du votant : (i) un modèle de Lotka-Volterra stochastique spatial de Neuhauser et Pacala, (ii) un modèle d'évolution de la coopération d'Ohtsuki, Hauert, Lieberman, et Nowak, (iii) une version à temps continu du modèle du votant non linéaire de Molofsky, Durrett, Dushoff, Griffeth, et Levin, (iv) un modèle du votant dans lequel les changements d'opinion sont suivis par une période de latence exponentiellement distribuée pendant laquelle l'électeur concerné ne change plus d'opinion. La première application confirme une conjecture de Cox et Perkins [8], et la seconde confirme une conjecture d'Ohtsuki et al.[34], dans le cadre de certains graphes infinis. Une importante caractéristique de nos résultats généraux est qu'ils ne nécessitent pas l'attractivité du processus.

prix public : 35 € - prix membre : 25 €
frais de port non compris



Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F-75231 PARIS CEDEX 05

<http://smf.emath.fr>



Séminaires et Congrès 23

Arithmetic and Galois Theories of Differential Equations

L. Di Vizio & T. Rivoal, eds

This volume contains the proceedings of the summer school Galoisian and Arithmetic Theory of Differential Equations, held at the CIRM, in Luminy, from September 21st to September 25th 2009. This school brought together mathematicians from various areas of research united by their interest in ordinary differential equations, particularly those that arise in arithmetic. It consists of five surveys, corresponding to the five lecture courses given during the school, plus six original papers, corresponding to research talks also given on this occasion. The volume also contains a reworking, by B. Chiarellotto, G. Gerotto et F. J. Sullivan, of notes of the lectures on exponential modules given by B. M. Dwork at the university of Padova in 1994.

(Théories de Galois et arithmétique des équations différentielles)

Ce volume constitue les actes de l'école d'été Théories galoisiennes et arithmétiques des équations différentielles qui s'est tenue au CIRM, Luminy, du 21 au 25 septembre 2009. Cette école a réuni des mathématiciens de sensibilités diverses autour du thème des équations différentielles ordinaires, avec une attention particulière portée à l'arithmétique. Il est composé de cinq textes de survols, correspondants aux cinq cours donnés lors de l'école, ainsi que de six articles originaux écrits par certains des orateurs des exposés donnés en complément des cours. De plus, ce volume contient une relecture, par B. Chiarellotto, G. Gerotto et F. J. Sullivan, des notes d'un cours sur les modules exponentiels donné par B. M. Dwork à l'université de Padoue en 1994.

ISBN : 978-2-85629-331-7

prix public : 78 € - prix membre : 55 €
frais de port non compris



Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F-75231 PARIS CEDEX 05

<http://smf.emath.fr>

ENSEIGNEMENT

Sur l'enseignement de l'intégration et de la mesure : faire simple et pédagogique ?

Marc Rogalski

Dans un précédent numéro, la *Gazette*¹ publiait un article d'Hervé Queffélec qui était d'abord une excellente justification de l'enseignement de l'intégrale de Riemann. Il faut cependant convenir que les avantages qu'il y voit concernent des mathématiques déjà assez pointues. Nous nous proposons d'éclairer l'importance de cette intégrale pour la physique élémentaire (macroscopique et continue, celle des niveaux terminale S, L1 et L2). Précisément, nous essaierons de montrer comment *l'approche par la physique est susceptible de créer chez les étudiants une intuition forte d'une procédure intégrale très générale*, qui d'une part permette de comprendre et de faire de nombreuses modélisations en physique, et qui d'autre part débouche naturellement sur plusieurs théories mathématiques de l'intégrale (Darboux, Riemann, fonctions réglées, Lebesgue, primitives des fonctions continues).

Par ailleurs, l'approche de la théorie de la mesure des ensembles de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ que propose [5] paraît de prime abord difficile. Nous nous proposons de montrer comment la construction par les quadrillages peut être rendue plus simple, en décidant de faire une *construction progressive* (plus naturelle et plus pédagogique ?) *commençant par la mesure des compacts* (les *corps solides* de la physique), avec l'invariance par les isométries et l'effet des transformations affines – ce qui permet déjà de faire beaucoup de choses. Cette présentation permet aussi de comparer la notion de mesure d'un compact « quarrable » (ou « cubable ») avec sa mesure de Lebesgue. Elle permet enfin de faire le lien rapide avec l'intégrale des programmes actuels de la terminale S (aire sous le graphe d'une fonction continue positive ou nulle).

Il me semble que la mesure des ouverts peut suivre plus naturellement l'étude approfondie de la mesure des compacts (par borne supérieure), ainsi que la notion d'ensemble mesurable borné (approchable, en mesure, par les compacts inclus et les ouverts le contenant). Mais cette construction peut à mon avis être différée en L3, voire même en M1 (quitte à l'esquisser en en admettant les démonstrations en L3, en vue des probabilités).

1. Les procédures intégrales et différentielles du côté de la physique et leurs modélisations mathématiques

Nous suivons ici l'approche de [1], [4] et [6]. L'objectif est de mesurer une grandeur physique, choisie de telle façon que l'utilisation d'une procédure intégrale soit

¹ La *Gazette des mathématiciens*, n° 132, avril 2012.

nécessaire, et en partie découvrable par des étudiants de L1, voire de terminale S, si on les met en situation de chercher *ensemble* comment cette mesure peut s'effectuer, et *si le problème proposé est susceptible de renvoyer aux étudiants une réponse à leurs propositions de solutions*. Cette situation peut se faire en amphi ou bien dans une séance de TD préparant le cours.

Voici le problème : « Avec quelle force une barre homogène mince de 6 m de long et de masse 18 kg attire-t-elle une masse ponctuelle de 1 kg située sur la droite supportant la barre, à 3 m d'une de ses extrémités ? On rappelle la loi de l'attraction newtonienne pour deux masses ponctuelles de masses m et m' à une distance r : $F = G \frac{mm'}{r^2}$ ».

Ce problème (cette « situation didactique » comme on dit parfois) a été introduit dans [1] par Denise Grenier, Marc Legrand et Françoise Richard, et expérimentée plusieurs années en DEUG première année à Grenoble (et à Lille ensuite). On pourrait en imaginer d'autres, mais ce problème semble être le plus adapté à un investissement des étudiants leur permettant de participer eux-mêmes à l'élaboration du concept d'intégrale.

1.1. La procédure intégrale

Devant le problème de la barre, les étudiants ne peuvent démarrer une solution qu'en réinvestissant une connaissance qui a déjà marché en physique : on concentre la masse du barreau en son centre de gravité. On peut prévoir de déstabiliser cette approche en faisant pivoter le barreau de 90 degrés, mais en général ce n'est pas nécessaire : la proposition de recommencer la procédure du centre de gravité avec chaque moitié du barreau et de sommer surgit naturellement chez les étudiants... et elle donne un résultat différent. Elle apparaît donc trop grossière, et la proposition de découper la barre en 4, 8, 16... suit alors, et donne des résultats tous différents mais ordonnés. L'idée de convergence des résultats s'impose alors, ainsi que l'idée de majorations et minorations (éventuellement avec intervention de l'enseignant), en concentrant toute la masse de chacun des morceaux de la barre à une de ses extrémités.

On peut ensuite renforcer l'apparition d'une *procédure intégrale* générale, en utilisant d'autres exemples de mesure de grandeurs géométriques ou physiques (voir [1] et [6]).

Une première décontextualisation peut être présentée comme suit, via la mesure des grandeurs produits en physique. Les formules usuelles suivantes sont valables quand les premiers facteurs sont constants :

densité constante $\times$ volume = masse ;
 hauteur constante $\times$ longueur de la base = aire ;
 hauteur constante $\times$ aire de la base = volume ;
 vitesse constante $\times$ temps = distance parcourue ;
 force constante $\times$ déplacement (colinéaire) = travail ;
 pression constante $\times$ surface plane = force ;
 (distance constante à un axe)² $\times$ masse ponctuelle = moment d'inertie ;
 (inverse de la distance constante)² $\times$ produit des masses ponctuelles = attraction.

Certaines de ces formules, en fait, définissent une grandeur physique « produit » à partir d'autres lorsque les premiers facteurs sont constants. D'autres cherchent à calculer de telles grandeurs produits à partir d'une formule d'une théorie physique.

Généralisons maintenant ces situations. Les deuxièmes facteurs sont associés à des « domaines » Ω sur lesquels sont définis les premiers facteurs, *supposés maintenant être des fonctions f non constantes* : densité ou pression en un point d'un volume Ω , hauteur au-dessus d'un point de la base Ω , pression en un point d'une surface Ω , distance d'un point de Ω à l'axe, etc. De plus on peut définir la *mesure* $m(A)$ d'une partie A de Ω , ou du moins d'une classe de parties de Ω : aire, volume, masse, distance parcourue, temps entre deux instants, sont supposés définis pour ces parties de Ω . Bien sûr, il s'agit ici de notions physiques, c'est-à-dire intuitives et opérationnelles pour la modélisation. Nous verrons plus loin de quelles façons diverses on peut formaliser ceci en mathématiques, mais ce qu'il faut comprendre est que *le sens d'une notion mathématique ne se comprend pas – et surtout du point de vue de son opérationnalité – uniquement par une définition formelle, on a besoin d'un contexte, de motivations, d'intuitions* – ici celles de la mesure des grandeurs.

On se propose donc de *savoir à quelles conditions on peut mesurer, ou même définir une grandeur $I(\Omega, f)$ ou $\int_{\Omega} f dm$ attachée à une grandeur physique décrite par le domaine Ω avec la mesure m et la fonction f .*

Les conditions raisonnables pour parler de la grandeur cherchée sont les 3 **principes** qui suivent, issus de considérations physiques ; le premier renvoie à la définition du type de grandeur étudiée, les deux autres en sont des propriétés, dont le sens est immédiat sur les exemples cités :

(1) si f est constante ($f = C$), $I(\Omega, f) = C \times \text{mesure}(\Omega)$ [les formules ci-dessus !] ;

(2) l'additivité par rapport au domaine (une « relation de Chasles ») : si $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, avec $\Omega_1 \cap \Omega_2$ de mesure nulle (par exemple vide), alors $I(\Omega, f) = I(\Omega_1, f) + I(\Omega_2, f)$;

(3) la croissance : si $f \leq g$, $I(\Omega, f) \leq I(\Omega, g)$.

Chaque fois qu'on a à calculer une grandeur de la forme $I(\Omega, f)$ vérifiant les principes (1), (2), (3), on procédera de la façon suivante, *comme on l'a fait avec le barreau* :

- on découpe l'ensemble Ω en un nombre *fini* de « petits » morceaux Ω_i ;
- on encadre la fonction f entre m_i et M_i sur Ω_i (par exemple par ses bornes inférieures et supérieures sur l'ensemble Ω_i) ;
- par sommation, on peut encadrer $I(\Omega, f)$ par des « sommes inférieures » et « supérieures » :

$$s = \sum_i m_i m(\Omega_i) \text{ et } S = \sum_i M_i m(\Omega_i);$$

- enfin, on essaie de passer à la limite en prenant des Ω_i *de plus en plus petits*.

La *procédure intégrale* est donc formée de ces 4 étapes : *découpage, encadrement, sommation, passage à la limite*.

Cette procédure amène ainsi à encadrer $I(\Omega, f)$ entre $\sum_i m_i m(\Omega_i)$ et $\sum_i M_i m(\Omega_i)$, avec des Ω_i disjoints (ou ne se coupant que selon des ensembles de mesure nulle).

On obtient ainsi ce qu'on appelle *l'intégrale des fonctions « en escalier »* $\sum \lambda_i 1_{\Omega_i}$, et on souhaite passer à la limite pour obtenir l'intégrale d'autres fonctions, par exemple de fonctions continues... si cela marche !

Mathématiquement, il faut préciser un peu plus la nature des ensembles Ω_i et la nature de leur mesure, d'une part, et quel type de limite on souhaite prendre, de l'autre.

En se bornant au cas $\Omega = [a, b]$, seul envisageable en terminale S et en L1, on a deux choix « raisonnables » pour chacune de ces deux questions :

- (a1) les Ω_i sont des *intervalles*, et leur mesure est leur *longueur*;
- (a2) les Ω_i sont les éléments d'une *tribu*, avec pour mesure la *mesure de Lebesgue*;
- (b1) l'approximation se fait en *approchant uniformément f* par des fonctions en escalier (on prend une condition de Cauchy pour la norme uniforme, en supposant f bornée);
- (b2) l'approximation se fait *directement au moyen de l'intégrale* (la condition de Cauchy dit que l'intégrale d'une certaine fonction en escalier doit être petite).

En recoupant ces deux choix, et en abandonnant dans le premier et le quatrième cas la condition d'encadrement, qui n'est plus utile, on trouve 4 théories classiques de l'intégration :

- (a1b1) : l'intégrale des fonctions réglées;
- (a1b2) : l'intégrale de Darboux des fonctions bornées Darboux-intégrables (c'est aussi l'intégrale de Riemann);
- (a2b1) : l'intégrale de Lebesgue des fonctions mesurables bornées (c'est la définition initiale de Lebesgue, voir [3]);
- (a2b2) : l'intégrale de Lebesgue des fonctions Lebesgue-intégrables.

Nous n'allons pas les développer ici, *l'important est que la procédure intégrale construite colle d'une part avec la mesure des grandeurs en physique, et de l'autre fournisse une formulation mathématique polysémique, apte à rendre compte de plusieurs théories mathématiques de l'intégrale, celle de L1 (essentiellement l'intégrale de Darboux) et celle de Lebesgue pour la suite des études.* Donnons quand même quelques remarques sur l'intégrale de Darboux étudiable en L1.

1.2. Quelques mots sur l'intégrale de Darboux

Si on dit qu'une fonction bornée f sur $[a, b]$ est Darboux-intégrable lorsque la borne supérieure de ses sommes inférieures est égale à la borne inférieure de ses sommes supérieures, le critère d'intégrabilité peut s'écrire :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists h, H \text{ fonctions en escalier telles que } h \leq f \leq H \text{ et } \int_a^b (H - h) dx \leq \varepsilon(b - a).$$

Avec cette forme un peu changée (par le « $(b - a)$ ») par rapport à la forme habituelle, *il est presque immédiat qu'une fonction (bornée!) ayant en tout point*

des limites à gauche et à droite est Darboux-intégrable. Définissons en effet une propriété $\mathcal{P}_\varepsilon(I)$ d'un intervalle fermé $I \subset [a, b]$ par : « $\exists h, H$ fonctions en escalier sur I telles que $h \leq f \leq H$ et $\int_I (H - h) dx \leq \varepsilon m(I)$ ». Alors il est clair que si $I = [u, v]$ et $J = [v, w]$ vérifient $\mathcal{P}_\varepsilon$, alors $I \cup J = [u, w]$ vérifie aussi $\mathcal{P}_\varepsilon$ (on dit que $\mathcal{P}_\varepsilon$ est *additive*). De plus $\mathcal{P}_\varepsilon$ est *locale* au sens suivant : $\forall x_0 \in [a, b], \forall V$ voisinage de $x_0, \exists I$ tel que $x_0 \in I \subset V$ et $\mathcal{P}_\varepsilon(I)$ (cela est évident par l'hypothèse de régularité sur f).

Mais il est classique et facile de voir par dichotomie (voir [7]) qu'une propriété portant sur les intervalles fermés de $[a, b]$ qui est à la fois additive et locale est globale, c'est-à-dire qu'on a $\mathcal{P}_\varepsilon([a, b])$; cela signifie ici que le critère de Darboux-intégrabilité est vérifié par les fonctions ayant des limites à gauche et à droite.

L'idée communément répandue selon laquelle la preuve de l'intégrabilité des fonctions continues est trop difficile en L1, car faisant appel à l'uniforme continuité, apparaît ainsi erronée. Et ceci d'autant plus que la méthode des propriétés additives d'intervalles fermés de $[a, b]$ est utile en plusieurs points du programme de L1 (caractère globalement borné des fonctions localement bornées, existence du maximum des fonctions continues, connexité de l'intervalle – c'est-à-dire le théorème des valeurs intermédiaires –, uniforme continuité si on le veut... voir [7]).

Un dernier point : une fois ainsi acquise l'intégrabilité des fonctions régulières (en particulier continues), la *version géométrique du critère d'intégrabilité* ($\forall \varepsilon > 0$, le graphe de f peut être enfermé dans une réunion finie de rectangles « verticaux côte à côte » dont la somme des aires est majorée par ε) montre immédiatement que si une fonction bornée a des limites à droite et à gauche *sauf en un nombre fini de points* (comme $x \mapsto \sin(1/x)$), alors elle est Darboux-intégrable (on peut étendre ce résultat à certains ensembles exceptionnels dénombrables : à dérivé fini, à dérivé du deuxième ordre fini...).

1.3. La procédure de l'accroissement différentiel pour mesurer des grandeurs et le lien intégrale-primitive pour les fonctions continues

Si on reprend le problème du barreau, et qu'on calcule ce que donne la méthode pour un découpage en n parties égales, on fait deux constats. D'une part la différence entre la somme de Darboux majorante et la somme de Darboux minorante, facile à calculer, vaut $\frac{16G}{n}$ et tend bien vers 0 quand $n \rightarrow \infty$, ce qui laisse bien augurer de l'existence d'une « limite » entre les sommes majorantes et les minorantes, c'est-à-dire l'existence de la mesure cherchée pour la force : l'intégrale (on pourrait d'ailleurs l'établir ici en utilisant la monotonie de la fonction $x \mapsto 1/x^2$).

D'autre part l'expression de l'une ou l'autre de ces sommes ne permet absolument pas de trouver la limite : on trouve par exemple pour la minoration et la majoration les expressions suivantes

$$s_n = 2nG \sum_{k=1}^n \frac{1}{(n+2k)^2} \quad \text{et} \quad S_n = 2nG \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{(n+2k)^2},$$

dont les limites quand n tend vers l'infini n'ont rien d'évident *a priori*.

C'est l'occasion de proposer la *procédure de l'accroissement différentiel* : appelant $F(x)$ la contribution de la masse de la portion de la barre entre les points d'abscisses 0 et x , on évalue l'accroissement ΔF quand on passe de x à $x + \Delta x$.

On l'encadre comme dans la procédure intégrale, et on trouve que $\frac{\Delta F}{\Delta x}$ a pour limite $\frac{3G}{(x+3)^2}$. On obtient ainsi $F'(x)$, et la détermination de $F(6)$ se fait à l'aide d'une *primitive* simple. On obtient ainsi une valeur numérique, qui bien sûr va être égale aux limites des quantités s_n et S_n .

La décontextualisation présente alors deux faces. D'une part on peut multiplier les exemples de mesure de grandeurs en physique ou géométrie qui peuvent s'effectuer par cette procédure (moment d'inertie d'un cylindre, force de l'eau sur un barrage plan, volume d'un solide de révolution, etc.).

De l'autre, on est en l'état de dégager le théorème mathématique sous-jacent : la dérivée de l'intégrale d'une fonction continue considérée comme fonction de sa borne supérieure est la fonction elle-même.

En définitive, *cette approche permet aux étudiants de se construire des situations de référence, et permet d'associer aux concepts à enseigner (intégrales et primitives) des images et des sens à la fois contextualisés et suffisamment généraux pour être réinvestis en physique comme en mathématiques*. Pour plus de détails et d'exemples, voir [6].

2. La mesure de Lebesgue des compacts de $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$?

La première question qui se pose est de savoir à quel niveau on peut s'appuyer sur la notion de compact du plan ou de l'espace. En fait, celle-ci intervient dès le L2, puisqu'on y étudie les fonctions de plusieurs variables, et qu'on prouve sur celles-ci divers résultats utilisant la compacité. En fait, on utilise essentiellement la définition de Bolzano-Weierstrass et la caractérisation comme ensemble borné fermé (contenant les limites des suites convergentes incluses dans cet ensemble). Ce qui suit pourrait donc s'enseigner dès le L2, mais en tout cas sans problème en L3. D'ailleurs, on a plus ou moins besoin, en L2, d'utiliser, ne serait-ce qu'en physique, l'intégrale d'une fonction continue définie sur un compact du plan. Signalons simplement ici qu'avec la mesure de Lebesgue des compacts dont nous allons parler plus loin, cette notion pourrait effectivement se définir en L2.

2.1. Une définition par les quadrillages

Nous partons de la notion de *quadrillage* $Q = (\sigma, \tau)$ du plan, où $\sigma = (a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ et $\tau = (b_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ sont des *subdivisions* de $\mathbb{R}$: (a_n) est strictement croissante, dans tout intervalle il n'y a qu'un nombre fini de termes de la subdivision, et $\sup_{n \in \mathbb{Z}} |a_{n+1} - a_n| < +\infty$ (et de même pour (b_n)). Il convient aussi de définir la relation de *plus grande finesse* entre deux quadrillages du plan : $Q' > Q$, et le *pas* $|Q|$ d'un quadrillage Q .

On n'utilise que la notion d'aire $\text{aire}(R)$ d'un rectangle R de côtés *parallèles aux axes*, on dira *standard*, ici ce seront les $R_{n,p} = [a_n, a_{n+1}] \times [b_n, b_{n+1}]$, d'aires $(a_{n+1} - a_n)(b_{n+1} - b_n)$.

Définition. Soit K un compact du plan, et Q un quadrillage de rectangles $R_{n,p}$. On pose

$$m(K, Q) := \sum_{R_{n,p} \cap K \neq \emptyset} \text{aire}(R_{n,p}),$$

et on appelle mesure de Lebesgue de K la quantité $m(K) := \inf_Q m(K, Q)$. Si $m(K) = 0$ on dit que K est *négligeable*.

Un certain nombre de propriétés simples sont alors à établir (souvent à renvoyer en exercices) :

- (1) si R est un rectangle de côtés parallèles aux axes, alors $m(R) = \text{aire}(R)$;
- (2) si $K \subset K'$, on a $m(K) \leq m(K')$;
- (3) si $\text{diam}(K) \leq \lambda$, alors $m(K) \leq 4\lambda^2$;
- (4) la mesure d'une ligne polygonale (en particulier le bord d'un rectangle) est nulle ;
- (5) si $Q' \supset Q$, alors $m(K, Q') \leq m(K, Q)$ (car si un rectangle standard est partagé en rectangles standard par un quadrillage, son aire est la somme des aires...) ;
- (6) $m(\emptyset) = 0$;
- (7) si K est négligeable, alors $\overset{\circ}{K} = \emptyset$;
- (8) $m(K_1 \cup K_2) \leq m(K_1) + m(K_2)$ (décomposer les $R_{n,p}$ qui coupent les K_i ...) ;
- (9) si Q est un quadrillage de rectangles $R_{n,p}$, et si $L(K, Q) := \bigcup_{R_{n,p} \cap K \neq \emptyset} R_{n,p}$,

alors on a l'inclusion $K \subset \overset{\circ}{L}(K, Q)$;

- (10) soit $\Phi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ un arc de courbe lipschitzien ; alors son image $\Phi([0, 1])$ est négligeable (il est facile d'étendre ce résultat à une courbe höldérienne d'ordre $\alpha > 1/2$ – mais pas mieux, à cause de la courbe de Peano).

Bien sûr, le premier vrai résultat à prouver est *l'additivité* de la mesure des compacts.

Théorème 1. Si K_1 et K_2 sont deux compacts tels que $K_1 \cap K_2$ soit négligeable, alors on a $m(K_1 \cup K_2) = m(K_1) + m(K_2)$.

Corollaire.

- (1) Soient $K_1, \dots, K_n$ des compacts tels que les $K_i \cap K_j$ soient négligeables pour $i \neq j$; alors $m(\bigcup_{i=1}^n K_i) = \sum_{i=1}^n m(K_i)$.
- (2) Soient K et K' deux compacts tels que $K \Delta K' := K \cup K' \setminus K \cap K'$ soit inclus dans un compact négligeable ; alors $m(K) = m(K')$.

La preuve du théorème 1 est la seule vraiment un peu difficile de la théorie de la mesure des compacts ! En voici l'idée.

- (1) Par la propriété (5), étant donné $\varepsilon > 0$, il existe un quadrillage Q tel que l'on ait à la fois $m(K_1 \cup K_2, Q) \leq m(K_1 \cup K_2) + \varepsilon$ et $m(K_1 \cap K_2) \leq \varepsilon$. On va montrer le résultat à 2ε près, c'est-à-dire que $m(K_1 \cup K_2) + 2\varepsilon \geq m(K_1) + m(K_2)$. Il faut remarquer que si on veut enseigner la mesure des compacts à des étudiants de L2 ou L3, ce type de raisonnement est *caractéristique de l'analyse*, et il faut l'initier dès l'année de L1 (où les occasions ne manquent pas!).

J'insiste sur ce point : *utiliser des stratégies d'enseignement qui évitent la difficulté du raisonnement à ε près est une erreur pédagogique et épistémologique, car ce raisonnement est la seule manière de faire entrer les étudiants dans l'analyse mathématique* et de rompre avec le seul point de vue algébrique en usage dans l'enseignement du second degré.

Mais revenons à la preuve.

(2) On définit le compact L par $L := \bigcup_{R_{n,p} \cap K_1 \cap K_2 \neq \emptyset} R_{n,p}$, et on pose $K'_1 = K_1 \setminus \overset{\circ}{L}$ et $K'_2 = K_2 \setminus \overset{\circ}{L}$, qui sont compacts et disjoints par la propriété (9). Alors il existe $\rho > 0$ tel que $d(K'_1, K'_2) \geq \rho$. On choisit alors un quadrillage $Q' > Q$ vérifiant $|Q'| < \rho$. Alors tout rectangle de Q' qui coupe K_1 et K_2 coupe l'ensemble L .

(3) Mais on a toujours l'égalité (que $K_1 \cap K_2$ soit négligeable ou pas) :

$$(*) \quad m(K_1, Q') + m(K_2, Q') = m(K_1 \cup K_2, Q') + m(K_1 \cap K_2, Q') + E,$$

où $E = \sum_{R_{n,p} \text{ coupe } K_1 \text{ et } K_2, \text{ mais pas } K_1 \cap K_2} \text{aire}(R_{n,p})$ (répartir les rectangles utiles dans les calculs de $m(K_1, Q')$, de $m(K_2, Q')$ et de $m(K_1 \cup K_2, Q')$, en ceux qui coupent K_1 et pas K_2 , K_1 et K_2 mais pas $K_1 \cap K_2$, etc).

(4) Les $R_{n,p}$ qui figurent dans les deux derniers termes de (*) figurent dans $m(L, Q')$. On en déduit aisément que l'on a

$$(**) \quad m(K_1) + m(K_2) \leq m(K_1 \cup K_2, Q') + m(L, Q').$$

Le résultat s'en suit facilement. $\square$

Il n'est alors pas difficile de prouver à titre d'exercices les résultats suivants, qui peuvent servir plus tard (ces propriétés signifient que sur les compacts la mesure est une capacité au sens de G. Choquet) :

- a) on a toujours $m(K_1 \cup K_2) + m(K_1 \cap K_2) = m(K_1) + m(K_2)$ [utiliser (*) et (**)] ;
- b) si $\forall i \ K'_i \subset K_i$, alors $m(\bigcup_{i \leq n} K \leq i) - m(\bigcup_{i \leq n} K'_i) \leq \sum_{i \leq n} [m(K_i) - m(K'_i)]$;
- c) si (K_n) est une suite décroissante de compacts, d'intersection K , alors on a $m(K) = \lim_n m(K_n)$;
- d) si (K_n) est une suite croissante de compacts dont la réunion K est encore compacte, alors $m(K) = \lim_n m(K_n)$ (ce point est plus subtil, voir [6], il faut utiliser des $\frac{\varepsilon}{2^n}$, ce qui est assez caractéristique de la théorie de la mesure et des probabilités).

2.2. La mesure des rectangles quelconques et l'invariance de la mesure de Lebesgue par les isométries du plan

Ces deux points sont très faciles et très naturels, dans le cadre choisi ici (comparer à [5]).

Lemme 1. (1) Si T est une translation, ou une symétrie par rapport à l'un des axes, ou une symétrie par rapport à un point, alors pour tout compact K on a $m[T(K)] = m(K)$.

(2) La mesure d'un triangle rectangle ayant deux côtés parallèles aux axes et de longueurs a et b est $\frac{a \times b}{2}$.

Le premier point est immédiat par l'invariance de la famille des quadrillages par ce type de transformations, et par la conservation de la mesure des rectangles

de côtés parallèles aux axes. Le deuxième point s'obtient en complétant un tel triangle en un rectangle de côtés parallèles aux axes, et en utilisant la propriété 4 et le théorème 1.

On peut alors passer au résultat sur les rectangles quelconques.

Théorème 2. La mesure d'un rectangle quelconque R dont les longueurs des côtés sont α et β est $\alpha \times \beta$.

On inscrit le rectangle « oblique » R dans un rectangle $\mathcal{R}$ de côtés parallèles aux axes, qu'on peut supposer être $[0, y + a] \times [0, x + b]$, en supposant que les sommets du rectangle oblique R sont $(y, 0)$, $(y + a, b)$, $(a, x + b)$, $(0, x)$ (le dessin est immédiat). La condition d'orthogonalité des côtés du rectangle oblique R s'écrit

$$(***) \quad ay - bx = 0.$$

Par le corollaire du théorème 1, la mesure de $\mathcal{R}$ est la somme des mesures de 4 triangles rectangles de côtés parallèles aux axes et de la mesure du rectangle R , ce qui donne par le lemme 1 :

$$m(R) = (a + y)(b + x) - (ab + xy) = ax + by.$$

Donc on a

$$m(R)^2 = (ax + by)^2 = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ay - bx)^2 = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$$

par (**). Et cette dernière quantité est justement $(\alpha\beta)^2$. $\square$

Si on compare cette preuve tellement naturelle du théorème 2 avec les deux preuves proposées par [5], on voit que le caractère difficile et astucieux de ces dernières tient essentiellement à la définition proposée pour la mesure extérieure d'un ensemble quelconque. Travailler d'abord seulement avec les compacts et des quadrillages standard rend les choses plus simples et plus géométriques - et ce n'est rien d'autre que la notion d'aire d'une figure géométrique (évidemment compacte !) qu'on voit au primaire et au collège. Certes, cette notion y reste intuitive, mais on peut en faire déjà pas mal de choses jusqu'en terminale.

De plus ce chemin donne très facilement l'invariance de la mesure de Lebesgue :

Corollaire. Soit T une isométrie de $\mathbb{R}^2$; pour tout compact K on a $m[T(K)] = m(K)$.

(1) Soient D et Δ deux droites orthogonales du plan. Avec les quadrillages « parallèles » à D et Δ , on définit une nouvelle mesure des compacts $K \mapsto m'(K)$, qui possède bien sûr toutes les propriétés qu'on a montrées pour la mesure m précédente. Soit alors Q' un quadrillage parallèle à D et Δ tel que $m'(K) \leq m'(K, Q') \leq m'(K) + \varepsilon$. Par le théorème 2, pour tout rectangle $R'_{n,p}$ de Q' on a $\text{aire}(R'_{n,p}) = m(R'_{n,p})$. On a alors

$$m(K) \leq \sum_{R'_{n,p} \cap K \neq \emptyset} m(R'_{n,p}) = \sum_{R'_{n,p} \cap K \neq \emptyset} \text{aire}(R'_{n,p}) = m'(K, Q') \leq m'(K) + \varepsilon.$$

Comme ceci est vrai pour tout $\varepsilon > 0$, on a $m(K) \leq m'(K)$. Mais comme m et m' jouent un rôle analogue l'une par rapport à l'autre, on a $m(K) = m'(K)$.

(2) Pour montrer le corollaire, il suffit de considérer le cas d'une rotation T de centre $(0,0)$. Si D et Δ sont les images des axes de coordonnées par T , et si m' est la mesure associée à ces droites comme dans (1), on a évidemment $m(K) = m'[T(K)]$. Comme $m'[T(K)] = m[T(K)]$ par (1), on obtient l'égalité cherchée $m(K) = m[T(K)]$. $\square$

On peut alors traiter sans problème la mesure des triangles et des parallélogrammes (comme au collège!), puis le cas de l'effet des doubles affinités et des transvections (ce dernier cas comme la preuve du corollaire du théorème 2), et enfin celui des transformations affines quelconques. Tout cela est *asinus trottans*...

2.3. Et le cas de $\mathbb{R}^3$?

Le lecteur peut étendre facilement (sauf pour les notations!) ce qui précède au cas de la mesure de Lebesgue des compacts de $\mathbb{R}^3$. L'invariance par les isométries est un peu plus délicate. Il suffit en fait de se ramener au cas d'une rotation autour d'un des axes. Ce cas est facile puisque clairement la mesure est le « produit » de la mesure sur l'axe avec la mesure sur le plan orthogonal, dans lequel on fait une rotation : c'est le cas déjà vu. Pour se ramener à ce cas on peut utiliser un joli lemme qu'on trouve (un peu caché!) chez Lebesgue (voir [2] et [6]), et que le lecteur prouvera aisément :

Lemme 2. Toute isométrie linéaire directe de $\mathbb{R}^3$ est la composée de trois rotations autour de chacun des axes de coordonnées.

Si on veut ensuite poursuivre au-delà de $\mathbb{R}^3$...

2.4. Le lien entre l'intégrale de Darboux et la mesure du sous-graphe : où l'on retrouve la définition de l'intégrale donnée en terminale

Il est maintenant très facile de montrer le résultat suivant (par exemple en utilisant le critère géométrique de Darboux-intégrabilité) :

Proposition 1. Soit f une fonction continue positive sur $[a, b]$, et $S(f)$ son sous-graphe

$$\{(x, y) \mid 0 \leq y \leq f(x), a \leq x \leq b\}.$$

On a l'égalité $\int_a^b f(x)dx = m[S(f)]$.

On retrouve donc la définition de l'intégrale donnée en terminale.

3. Et la suite de la théorie de la mesure dans $\mathbb{R}^2$?

Maintenant qu'on dispose d'une bonne théorie de la mesure des compacts, la suite de la théorie peut s'écrire ainsi.

(1) *La mesure des ouverts*

Ce sera évidemment $m(U) := \sup_{K \text{ compact } \subset U} m(K)$.

Un lemme utile sera le suivant : si K est compact, $\forall \varepsilon > 0$ il existe un ouvert $U_\varepsilon \supset K$ tel que pour tout compact L vérifiant $K \subset L \subset U_\varepsilon$ on ait $m(L) \leq m(K) + \varepsilon$.

(2) *Les ensembles mesurables*

Évidemment, on dira d'abord qu'un ensemble *borné* A est **mesurable** si

$$\sup_{K \text{ compact } \subset A} m(K) = \inf_{U \text{ ouvert } \supset A} m(U),$$

et ce nombre sera la mesure $\overline{m}(A)$. Évidemment, il faudra montrer qu'un compact K est mesurable et qu'on a $m(K) = \overline{m}(K)$, et l'analogie pour les ouverts bornés. Et on peut ensuite passer aux ensembles non bornés... et montrer divers lemmes, tels : si $K \subset L$ sont des compacts, $L \setminus K$ est mesurable et $m(L) = m(K) + m(L \setminus K)$. Ou bien : si un ensemble A borné est mesurable, et si R est un rectangle qui le contient, alors $R \setminus A$ est mesurable (c'est la version dans notre cadre de la définition de Caratheodory citée par Hervé Queffélec). Et traiter l'additivité dénombrable...

Une fois construite la *tribu* des ensembles mesurables, les motivations pour traiter les espaces généraux $(\Omega, \mathcal{A}, m)$ en L3 ne manquent pas, en particulier les probabilités.

Remarque. On trouvera dans [6] la version de la mesure des compacts « quarrables » ou « cubables », et la comparaison avec la mesure de Lebesgue des compacts, avec un exemple de compact cubable de l'espace ayant une infinité dénombrable de sections planes horizontales non quarrables. Cette comparaison entre compacts quarrables et Lebesgue-intégrable me semble un point qu'il serait intéressant de traiter en formation des maîtres en M1.

4. Conclusion ?

En conclusion, il me semble que tant pour l'intégrale que pour la mesure il existe des approches *simples, naturelles et pédagogiques*, peut-être plus que celles évoquées dans [5]. Nous avons essayé ici d'en esquisser certaines.

L'avantage de la présentation que nous proposons de l'intégrale (à la suite de Marc Legrand) est de revenir à son fondement historique : la mesure des grandeurs, et de permettre aux étudiants de L1 et L2 (qui ne feront pas tous des mathématiques) ou aux étudiants qui feront des mathématiques appliquées de ne pas être secs devant des problèmes élémentaires de modélisation physique. Sans compter les futurs enseignants de mathématiques, qui devraient prendre du *plaisir* à constater les rapports étroits entre mathématiques et réalité, et la variété des formalisations mathématiques possibles pour une même notion scientifique.

Pour ce qui est de la mesure de Lebesgue dans le plan et l'espace, la présentation avec les quadrillages de l'aire et du volume des « corps solides » devrait éclairer les futurs enseignants de mathématiques qui devront parler de surfaces et de volumes dans les classes du secondaire, et qui ont donc besoin d'avoir une base solide sur ces questions. Rappelons à ce propos ce que disait H. Lebesgue dans [2] : les

programmes du secondaire resteraient tout aussi « cohérents » si on y remplaçait partout « aire du disque » par « tarababoum du disque » ! *A fortiori*, la définition de l'intégrale par l'aire du sous-graphe, en terminale, demande d'évoquer d'abord l'usage de quadrillages, sinon, de quoi parle-t-on ? Cela ne veut pas dire qu'il faut y faire toutes les preuves, bien sûr, mais il faut soulever la question avec les élèves.

À ce propos, je m'écarte un peu des propositions de H. Lebesgue dans [2], qui préconisait de n'enseigner aux futurs enseignants que la notion d'ensembles quarrables dans le plan : c'était en 1915, et on sait le grand retard (qui a duré longtemps) qu'avaient pris les universités françaises dans l'enseignement de l'intégration au sens de Lebesgue. On ne devrait pas revenir à cet ancien état de nos enseignements. Cela est peut-être un point de désaccord avec ce que dit [5] : il ne me paraît pas du tout raisonnable de se limiter à l'intégrale de Riemann en L3. Outre les arguments concernant la formation des maîtres, il faut prendre en compte le fait qu'on va déjà sans cesse utiliser cette intégrale en L1 et L2 (avec des approches simples possibles), d'une part, et le fait qu'on ne peut pas repousser indéfiniment l'enseignement des probabilités, d'autre part. De plus il ne faut pas oublier l'utilité de disposer des exemples d'espaces de Banach que sont les espaces L^p ...

5. Bibliographie

- [1] Grenier D., Legrand M., Richard F., 1986, *Une séquence d'enseignement sur l'intégrale en DEUG A première année*, Cahiers de didactique des mathématiques 22, IREM, Université Paris-Diderot.
- [2] Lebesgue H., 1915, *La mesure des grandeurs*, nouvelle édition, Blanchard, Paris, 2003.
- [3] Lebesgue, H., 1901, *Sur une généralisation de l'intégrale définie*, Note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 29 avril 1901.
- [4] Legrand M., 1990, *Un changement de point de vue sur l'enseignement de l'intégrale*, dans » Enseigner autrement les mathématiques en DEUG A première année », Commission Inter-IREM Université.
- [5] Queffélec H. *Réflexions sur l'enseignement de l'intégration*, Gazette des mathématiciens, n° 132, avril 2012.
- [6] Rogalski M. et al., 2001, *Carrefours entre analyse algèbre géométrie*, Ed. Ellipses.
- [7] Rogalski M. et Zykov A., *Méthode de dichotomie avec recouvrement et propriétés additives d'intervalles*, Revue des Mathématiques de l'Enseignement Supérieur, 109-2, octobre 1998.

HISTOIRE

Paul Flaugergues

Roland Brasseur¹

Les lecteurs des soixante-dix pages de la belle et indispensable *Vie d'Évariste Galois* par Paul Dupuy, publiée en 1896 dans les *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, y rencontrent dès la deuxième page, puis occasionnellement, le nom de Flaugergues : « En 1848, le *Magasin pittoresque* publia à son tour une courte biographie non signée, mais que M. Ludovic Lalanne m'a dit être de Flaugergues. » Deux notes précisent :

- 1) *M. Lalanne a connu Galois à Louis-le-Grand ; il en a surtout entendu parler par son frère Léon, qui était en spéciales avec Galois.*
- 2) *Flaugergues, camarade de Galois à Louis-le-Grand, le retrouva pendant les derniers mois de 1830 à l'École normale, dont il fut mis à la porte comme lui.*

Le père, Pierre François Flaugergues

Les Flaugergues et les de Flaugergues sont originaires du Rouergue, dont le territoire est à peu près celui du département de l'Aveyron. Une branche se fixe vers 1700 à Montpellier, où le château de Flaugergues existe toujours, et est anoblie en 1704. C'est à ces Flaugergues que se rattache l'astronome Honoré Flaugergues, 1755-1830, élu en 1796 membre associé non résidant de la section d'astronomie de l'Institut national.

Une autre branche, non noble, reste dans le Rouergue. Pierre Jean Flaugergues, avocat, et son épouse Marianne Fleys ont de 1755 à 1772 au moins neuf enfants, tous nés au château de La Paraquie, dans le village de Saint-Cyprien (actuel Saint-Cyprien-sur-Dourdou). Le septième, Pierre-François, né le 14 janvier 1767², est avocat lorsqu'éclate la Révolution. En 1789, il est commandant de la garde nationale de Rodez. Élu président de l'administration de son département en 1792, il s'oppose à une adresse de félicitations à la Convention nationale après la condamnation de Louis XVI. Arrêté en raison de son hostilité aux excès de la Terreur et menacé d'être traduit devant le tribunal révolutionnaire, il est libéré à la suite de la protestation des habitants mais doit rester caché. À nouveau administrateur de l'Aveyron après Thermidor, sous-préfet de Villefranche de 1799 à

¹ Professeur retraité de mathématiques spéciales au lycée Chrestien-de-Troyes (Troyes). Membre associé aux Archives Henri Poincaré (Nancy). Site : <https://sites.google.com/site/rolandbrasseur/home>.

² Certaines sources donnent juin, d'autres 1759. Je donne, ici comme ailleurs, la date vérifiée dans les registres d'état civil.

1810, il est nommé au corps législatif en janvier 1813. En décembre, il amène ses collègues à se prononcer pour la paix avec les puissances coalisées. Une adresse en ce sens ayant entraîné la dissolution du corps législatif, il demande aux députés de prononcer la déchéance de l'Empereur et le rétablissement des Bourbons dans une monarchie représentative. À la première Restauration, le corps législatif est converti en chambre des députés des départements; Flaugergues s'y montre particulièrement actif, défendant la liberté de la presse et les droits des députés en matière d'élaboration des lois. Vice-président de la chambre des représentants des Cent-Jours, chargé de négocier un armistice, il s'oppose au rétablissement immédiat de Louis XVIII et demande que la France reste libre de se choisir un gouvernement. Nommé par Louis XVIII président du collège électoral de l'Aveyron, qui l'élit pour député, il ne peut pas siéger parce qu'il ne paye pas les contributions exigées par la loi électorale. Maître des requêtes au conseil d'État de 1820 à 1823, il publie plusieurs brochures telles *De la représentation nationale* avant de renoncer à toute activité politique. Dans le *Journal des débats* du 29 novembre 1836 qui annonce son décès survenu le 2 novembre à Combs-la-Ville (Seine-et-Marne), on lit :

M. Flaugergues a toujours vécu et est mort, les mains vides. Il laisse une veuve et des enfants absolument dénués de toute fortune; mais il est pour la France et pour le gouvernement deux sortes de créanciers publics, ceux inscrits sur le grand-livre et ceux inscrits sur le livre de la reconnaissance.

Sa veuve est Antoinette Marie Sophie Patris³, qu'il avait épousée à Rodez le 25 fructidor an VI (11 septembre 1796). Leurs enfants étaient depuis longtemps majeurs. On leur connaît deux fils et deux filles, dont Pauline, 1799-1877, qui publiera plusieurs plaquettes de vers et connaîtra une notoriété qu'elle entretiendra par l'envoi de poèmes à de nombreuses sociétés académiques de province, lesquelles l'admettront en qualité de membre correspondant. Le benjamin, Pierre Paul, était né à Villefranche (actuel Villefranche-de-Rouergue) le 28 avril 1810. Son prénom d'usage était Paul. C'est de lui qu'il est question dans le texte de Dupuy.

Collège Louis-le-Grand

On ne sait rien de son enfance, si ce n'est qu'il passe sans doute ses premières années au château familial de Cougousse et que son père veille de près à son éducation philosophique. Inscrit au collège royal [de] Louis-le-Grand le 31 octobre 1821, il y entre en qualité de pensionnaire le 1^{er} janvier 1822 et y reste jusqu'à la classe de philosophie (actuelle terminale). Paul est donc au collège Louis-le-Grand lorsque, en janvier 1824, le nouveau proviseur, Berthot, est confronté à une révolte des élèves qui l'accusent de préparer le retour des Jésuites. Le 27 janvier, veille de la Saint Charlemagne, 41 internes sont renvoyés deux heures avant le déclenchement du « complot ». Au banquet du lendemain, les élèves présents, c'est-à-dire les meilleurs du collège, gardent le silence pendant le toast au roi. Soixante-quinze autres élèves sont renvoyés⁴. Pas Flaugergues, élève d'une petite classe et pas assez bon élève pour être invité au banquet. Dupuy écrit :

³ Septième des neuf enfants de François Bernardin de Patris, seigneur de Cougousse et de Labro. La date du mariage explique l'absence de particule sur l'acte officiel.

⁴ Voir, entre autres, le compte-rendu de ces événements dans *Le Constitutionnel*, 2 février 1802, qui affirme nettement son soutien aux élèves.

Galois ne comptait pas encore parmi les tous premiers de sa classe à la fin de janvier 1824, puisqu'il ne fut pas expulsé. Peut-être même le prix et les trois accessits qu'il obtint à la distribution furent-ils dus en partie à ce bouleversement.

En fait, Évariste Galois, lui aussi interne, n'est inscrit que le 28 février 1824 et entre en quatrième le 1^{er} avril⁵, dans une classe privée de ses meilleurs élèves – ce qui contribue à expliquer les accessits. Depuis 1821, l'enseignement des mathématiques et de la physique commençait en classe de philosophie. Un arrêté du 16 septembre 1826 réorganise l'enseignement des sciences mathématiques et physiques dans les collèges royaux. Les élèves de seconde et de rhétorique doivent suivre des cours de mathématiques préparatoires, première et seconde année – deux leçons de deux heures par semaine, bientôt réduites à une heure et demie. Passés en classe de philosophie, ils reçoivent un enseignement de mathématiques élémentaires plus substantiel. Ceux qui se destinent aux sciences font une deuxième année de philosophie, où leur est dispensé un cours de mathématiques spéciales – ce n'est pas encore le nom d'une classe, comme dans notre expression « classe terminale », mais, comme « mathématiques élémentaires », d'une discipline.

L'enseignement des mathématiques est soumis dans les collèges royaux à la pratique de l'alternat. En 1827-28, Richard enseigne la première année de préparatoires en seconde et les élémentaires en philosophie, Véron-Vernier la deuxième année de préparatoires en rhétorique et les spéciales en deuxième année de philosophie. Les années suivantes, jusqu'en 1835, conservant leurs élèves (sauf redoublements ou sauts de classe), ils « alternent ». Un élève au cursus régulier peut ainsi conserver le même professeur pendant quatre ans.

En classe de rhétorique, où ils suivent tous deux en 1827-1828 l'enseignement de mathématiques préparatoires de Véron-Vernier, Flaugergues obtient le premier accessit de mathématiques, tandis que Galois n'obtient que le septième ; le premier prix va à Léon Lalanne.

L'année suivante, Galois et Lalanne décident de passer directement en deuxième année de philosophie pour suivre le cours de mathématiques spéciales de Richard, tandis que Flaugergues va en première année de philosophie et reste élève de Vernier, en mathématiques élémentaires.

Hippolyte Jean Véron, dit Vernier, né en 1800, entré à l'École normale en 1817, avait été de 1825 à 1827 chargé de la classe (sic) de spéciales au collège Louis-le-Grand. Nommé professeur de mathématiques élémentaires en 1827, tandis que Richard est nommé professeur de mathématiques spéciales⁶, il n'en alterne pas moins avec lui⁷. À la fin de l'année, Vernier attribue à Flaugergues le deuxième accessit d'algèbre et le premier de géométrie.

Les sciences physiques ne sont enseignées que dans les deux années de philosophie, par un même professeur. L'arrêté du 16 septembre 1826 les rend obligatoires,

⁵ Archives de Paris, registre d'entrées et sorties 1819-1841, D3T3 167, p.158. Dupuy donne l'année 1823, erreur très largement reproduite depuis.

⁶ Voir : Roland Brasseur, « Louis Paul Émile Richard », *Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales*, n° 232, octobre 2010, p.11-18.

⁷ Il quitte Louis-le-Grand en 1835 pour enseigner jusqu'en 1853 les spéciales au collège royal Henri IV. Inspecteur d'académie en résidence à Melun lorsqu'il prend sa retraite en 1856, il meurt en 1875.

bien que le concours de Polytechnique⁸ les ignore. Thillaye, né en 1776, docteur ès sciences et docteur en médecine, nommé professeur de mathématiques à Louis-le-Grand (alors lycée) en janvier 1808, y était professeur de physique depuis octobre 1809.

Cette année 1828-29, le maître d'étude Nicolet est chargé de surveiller les internes des première et deuxième années de philosophie. Chaque trimestre, il doit porter une appréciation détaillée sur ses élèves⁹. Au premier trimestre 1829 :

Galois. Se conduit généralement bien ; cependant parfois sa conduite est répréhensible. Il travaille beaucoup, est doué de grands moyens et d'une facilité étonnante. Ses progrès répondent à son travail et à sa facilité. Il a de la bizarrerie dans le caractère, il est quelquefois très léger et souvent aussi il paraît raisonnable. Il se tient assez bien pendant les exercices religieux. Sa santé est bonne.

Flaugergues. Se conduit bien. S'occupe pendant les études, paraît doué de moyens ordinaires. A fait des progrès pendant ce trimestre, ses inclinations paraissent bonnes. Il a de la justesse dans l'esprit et de la fermeté dans le caractère. Il se tient bien pendant les exercices religieux, sa santé est bonne.

Collège Charlemagne

Tandis que Galois est admis en octobre 1829 à l'École préparatoire, Flaugergues s'inscrit au collège royal [de] Charlemagne pour y suivre l'enseignement de mathématiques spéciales tout en étant pensionnaire de l'institution Bourdon, rue Payenne.

Au collège Charlemagne, son professeur de mathématiques est Rouby¹⁰, qui y enseigne les mathématiques spéciales de 1827 à 1844, alternant à partir de 1830-31 avec S-A Lévy puis avec Delorme.

Le professeur de physique est Bary. Né en 1799, polytechnicien, agrégé des sciences, il enseigne la physique au collège (puis lycée) Charlemagne de 1825 à 1857. Autant littéraire que scientifique, il prononce en 1829 le discours de distribution des prix du collège, intitulé « Sur l'utilité des études littéraires ». Il publiera sur des questions de physique ou de chimie, et aussi de mathématiques dans les *Annales* de Gergonne.

Peut-être plus important que le changement de collège est le passage de l'internat à une institution, où les jeunes gens sont logés et où, tout en suivant les cours d'un collège, ils bénéficient de conférences et de répétitions données par des

⁸ Un oral de mathématiques incluant la statique, plus une version latine, une composition française et un dessin d'imitation (1828). Nous verrons que la physique est présente au concours de l'École préparatoire, future École normale.

⁹ Archives de Paris, D3T3 230. On trouve d'autres appréciations portées sur les internes Flaugergues et Galois en 1826-27 (ils ont des maîtres différents) et 1828-29 dans les registres D3T3 229 et 230. Un maître d'étude suit de 25 à 30 internes.

¹⁰ Ange Félix Philippe Alexandre Rouby n'est ni normalien ni polytechnicien, ni agrégé ni docteur. C'est aussi le cas, parmi d'autres, de Richard, professeur de mathématiques spéciales de Galois, Le Verrier et Hermite à Louis-le-Grand. Rouby enseignera jusqu'en 1844.

maîtres qualifiés – anciens polytechniciens ou licenciés voulant éviter une nomination en province¹¹. Ces institutions se livrent une concurrence féroce pour attirer les meilleurs élèves, et se glorifient des distinctions obtenues, tant dans les collèges qu'au concours général¹². L'institution Bourdon avait obtenu en 1829, pour la première fois, plus de la moitié des distinctions en mathématiques spéciales et en physique au lycée Charlemagne. Elle est dirigée par un frère cadet de Louis Pierre Marie Bourdon, alors un des quatre examinateurs d'entrée à l'École polytechnique.

Les résultats de Flaugergues à Charlemagne n'auront rien de remarquable. Il ne figure pas parmi les onze élèves qui obtiennent des prix ou accessits en mathématiques spéciales ou en deuxième année de physique.

Entrée à l'École normale

Paul Flaugergues se présente en 1830 aux concours de l'École polytechnique et de l'École préparatoire. À Polytechnique, où 126 candidats sont admis, il est le premier non reçu sur la liste de son examinateur¹³.

Les candidats à l'École préparatoire, créée au collège royal de Louis-le-Grand par un arrêté du 5 septembre 1826 et à laquelle un arrêté du 6 août 1830 a redonné l'ancien nom d'École normale¹⁴, doivent avoir fait leur philosophie. L'écrit est organisé à la mi-août dans chaque académie, sur des sujets nationaux. Pour les sciences, il se compose d'une version latine et d'une dissertation de philosophie, communes avec celles des littéraires, de la « solution d'une ou plusieurs questions de mathématiques »¹⁵ et « d'une ou plusieurs questions de physique »¹⁶. Aussitôt après l'écrit, les candidats sont interrogés oralement par des enseignants de l'académie, sous l'autorité du recteur, afin de vérifier leur maîtrise du latin. Les copies sont envoyées à Paris avec le procès-verbal de l'oral. Une commission (jury)

¹¹ Les élèves de collèges peuvent bénéficier aussi de répétitions, moins systématiques et moins efficaces. Il s'agit en fait de séances de 5 à 30 minutes, payantes, données à quelques élèves volontaires et consistant pour l'essentiel en la rédaction des devoirs. Dans la *Gazette des Écoles* du 5 décembre 1830, un principal de collège dénonce cette pratique.

¹² Sur ces institutions, voir Bruno Belhoste, « La préparation aux grandes écoles scientifiques au XIX^e siècle : établissements publics et institutions privées », *Histoire de l'Éducation*, n° 90, 2001, p.101-130, et particulièrement p.114-123. Téléchargeable sur le site de l'INRP

¹³ Quatre examinateurs interrogent oralement chacun environ un quart des candidats sur le programme scientifique et surveillent la version latine, la composition française et le dessin. Chacun classe les candidats qu'il a examinés, et il y a donc quatre classements, dont le nombre d'admis dépend du nombre de candidats examinés par chacun. En 1830, 126 candidats sont admis. Flaugergues est 28^e sur la liste de son examinateur Dinet, qui a 27 admis.

¹⁴ Sans ébaucher une histoire de l'appellation « école normale » depuis le décret du 9 brumaire an III (30 octobre 1794) créant la première et éphémère école normale, dite de l'an III, on signalera seulement qu'il existe alors des « écoles normales primaires » et que l'École normale deviendra « supérieure » par l'arrêté du 6 décembre 1845, qui crée les écoles normales secondaires.

¹⁵ Deux questions en 1830, faisant au total neuf lignes : les sujets sont dictés aux candidats. La première demande d'« Indiquer la méthode générale qui sert à trouver les racines commensurables d'une équation numérique », puis donne un exemple à traiter. La deuxième consiste en l'étude de la courbe d'équation $2y + 2x = \sqrt{4y - 4x - 2x^2 - 7}$.

¹⁶ Deux brèves questions également en 1830. 1- Déterminer la profondeur d'un puits en y laissant tomber un objet pesant, à partir du temps mesuré entre l'origine de la chute et l'arrivée du son produit par le choc. 2- « Décrire les différents procédés employés pour déterminer les densités des corps solides, liquides et gazeux ».

nationale désignée par le ministre corrige les compositions et établit une liste d'admissibles, classés par ordre de mérite. La rentrée des admissibles s'effectue dans les premiers jours de novembre. Ils contractent, avec l'autorisation de leur père, un engagement décennal dans l'instruction publique et subissent un examen dit de vérification, consistant en deux interrogations orales de mathématiques et de physique pouvant modifier le classement mais ne conduisant à aucune élimination de 1828 à 1831. L'admission n'est définitive que sous condition de posséder déjà ou d'obtenir rapidement le baccalauréat ès lettres et, pour les scientifiques, le baccalauréat ès sciences, auquel ne peuvent d'ailleurs se présenter que des bacheliers littéraires. Les scientifiques qui ne sont pas assez instruits pour se présenter au baccalauréat ès sciences sont reçus comme élèves provisoires, font leur deuxième année de philosophie, et sont admis l'année suivante en première année s'ils ont obtenu ce diplôme¹⁷. Une circulaire du 10 avril 1829 précise qu'« il est même à désirer que [les candidats] qui se destinent à l'enseignement des sciences puissent avoir terminé [...] leur seconde année de philosophie, et suivi intégralement ses cours de mathématiques spéciales et de physique ».

En août 1830, 23 des 39 inscrits pour les sciences ont composé ; les 13 premiers, notés de 20 à 10, ont obtenu aux compositions écrites la moyenne minimale exigée de 10, mais 12 places seulement ont été mises au concours. Un arrêté du 16 octobre donne la liste des 12 admissibles : Paul Flaugergues, qui est le treizième, ne figure pas sur cette liste.

Une lettre du père au ministre, datée du 17 novembre, expose la situation du fils. Il se destinait à l'X, subsidiairement à l'École normale. L'épreuve de littérature de l'X, retardée du fait des événements de juillet, a eu lieu à la même heure que l'épreuve de philosophie de l'EN, et Paul a choisi de composer pour l'X¹⁸. L'un des candidats reçus à l'EN ayant renoncé à y entrer, l'ancien député demande sa place pour son fils, qui « y serait déjà admis, sans les événements de juillet, auxquels il a pris une part active, et cette circonstance ne peut que fortifier son droit ».

Le directeur de l'École, Guigniaut, soutient cette demande, que satisfait un arrêté du 23 novembre : à la suite de la renonciation de Denoyé, « Paul Flaugergues, élève du Collège Royal de Louis-le-Grand » (il est en fait à Charlemagne) est déclaré admissible à l'École normale, où il doit se rendre pour subir « l'examen de vérification [...] pour admission définitive ». Il subit cet examen avec succès en même temps que les autres candidats, sauf Daulnoy, du collège de Metz, qui renonce entre deux épreuves et entre à l'X. Fournier, du même collège, effectuera peu après le même choix. Ils ne sont plus que 10.

Une condition reste à remplir pour rester à l'École : être bachelier ès sciences, ce qui exige d'être au préalable bachelier ès lettres. Quatre seulement parmi les

¹⁷ Cette organisation sera légèrement précisée ou modifiée par le « Règlement pour le Concours d'admission à l'École normale » du 17 juin 1831, qui stipule que les candidats en science doivent avoir suivi le cours de mathématiques spéciales et que les diplômes de bachelier doivent être produits dans les dix jours suivant la rentrée. L'oral final passé à l'École est classant, voire éliminatoire (3 éliminés sur les 11 admissibles de 1832). Une codification provisoirement définitive sera établie par le Règlement du 18 février 1834. Un arrêté du 17 janvier 1837 précisera que le diplôme de bachelier doit être fourni avant la seconde série d'épreuves. Le jury de 1843 ayant signalé « l'impossibilité de comparer les résultats des examens oraux subis dans les diverses académies » et demandé leur suppression, un arrêté du 21 novembre 1843 lui donnera satisfaction.

¹⁸ Guigniaut, qui dirigeait le concours, avait proposé au ministre d'attribuer à Flaugergues une note égale à la plus basse de celles des candidats classés. On ignore la réponse.

dix admis sont titulaires du baccalauréat ès sciences. Deux des non bacheliers ès sciences obtiennent ce titre en novembre, tandis que Bourzac et Chassevant échouent ; un sursis leur est accordé. Flaugergues et Jules Martin ne sont même pas bacheliers ès lettres. Martin est reçu bachelier ès lettres le 28 décembre et Flaugergues le 25 janvier. Le 1^{er} février, Bourzac, Chassevant et Flaugergues sont reçus au baccalauréat ès sciences par un jury composé de Hachette, Francoeur et Lefébure de Fourcy ; une ordonnance du 6 avril les nommera enfin élèves de l'École où ils résident et étudient depuis la fin novembre. Jules Martin, qui a obtenu un délai d'un an pour se présenter, doit aussitôt quitter l'École et va travailler dans une institution proche de Paris, en attendant « l'époque où il pourra se représenter »¹⁹. L'effectif de la promotion de scientifiques reste de 10 : Pierre Martin, reçu en 1828 mais non entré pour raison de santé, a rejoint la première année à la rentrée de 1830²⁰.

La section des sciences perdra encore Arnoult, exclu (« cesse de faire partie ») officiellement à la suite de son échec aux examens de fin de première année mais surtout, nous le verrons, pour des raisons de discipline ; Bourzac, autorisé pour cause de maladie à redoubler sa première année, exclu après son échec à ses examens en faculté en 1832 ; et, nous allons le voir, Flaugergues. Pierre Martin, peut-être trop âgé pour supporter la discipline stricte de l'École, disparaît des listes après sa deuxième année. Six élèves termineront normalement leur scolarité en 1833 : Billet, David, Quet, Petit, Denoue, Chassevant. Les cinq premiers, ainsi que Pierre Martin, présenté d'ailleurs sur les listes de candidats comme élève sortant de l'École normale, feront partie cette année-là des huit agrégés dans l'ordre des sciences. Le maître-surveillant Chevet, que nous allons bientôt croiser, échouera en 1833 et sera reçu l'année suivante.

Flaugergues, donc, entre à l'École normale quelques jours après le 23 novembre 1830. Après avoir été installée en 1826 dans l'enceinte du collège Louis-le-Grand et administrée par son proviseur, l'École a été déplacée en 1828 dans l'ancien collège du Plessis, qui jouxte le précédent²¹ ; elle y acquiert avec la nomination de Guigniaut comme directeur des études puis comme directeur une autonomie de fait. Flaugergues n'a guère l'occasion d'y fréquenter Galois, qu'il avait connu à Louis-le-Grand. Évariste Galois, entré à l'École en 1829, accusé certainement à juste titre mais sans preuve d'être l'auteur d'une lettre publiée le 5 décembre 1830 dans la *Gazette des Écoles* et jugée injurieuse par Guigniaut, est renvoyé le 9 décembre par le directeur qui le fait reconduire au domicile de sa mère ; la décision est ratifiée par le Conseil royal de l'Instruction publique qui l'exclut le 3 janvier suivant. Les élèves de seconde année, littéraires comme scientifiques mais avec des attendus plus sévères chez les littéraires, s'étaient désolidarisés de Galois. Il n'y avait que trois élèves en troisième année, accordée jusque là seulement aux

¹⁹ Après avoir obtenu le baccalauréat ès sciences le 19 octobre 1831, il demandera sa réintégration, au besoin après avoir satisfait aux épreuves de vérification. Il ne l'obtiendra pas, au prétexte qu'il aurait dû effectuer cette démarche avant le concours qui s'était tenu début octobre. Les archives du ministère ne contiennent pas de dossier à son nom.

²⁰ Une confusion entre les deux Martin avait failli faire annuler la nomination de Flaugergues avant même qu'il en soit informé : sans Denoyé mais avec Pierre Martin et Flaugergues, la section des sciences de première année aurait eu 13 élèves pour 12 places.

²¹ Il sera détruit en 1864, et l'espace libéré sera partagé entre le lycée Louis-le-Grand et le Collège de France.

meilleurs, généralisée pour la promotion entrée en 1830. La première année n'avait pas été en situation de prendre position.

Exclusion de l'École normale

Les textes régissant la vie à l'École préparatoire datent de sa création en 1826, quatre ans après la fermeture de l'ancienne École normale. L'arrêté du 5 septembre 1826, très détaillé, organise entre autres les sorties non accompagnées des élèves, deux fois par mois, le jeudi à dix heures et demie du matin ou le dimanche après les vêpres ; la prière, suivie du coucher, est à neuf heures. Au début de février, les 19 scientifiques de première et deuxième années signent une lettre collective au directeur²² pour lui signaler que le temps qui est laissé le dimanche aux élèves entre la rentrée à neuf heures (du soir) et la prière à la même heure ne permet pas d'arriver à temps à la prière, ce qui expose à être consigné pour la sortie suivante. Cette lettre est écrite de la main de Flaugergues, qui est le dernier à la signer.

Le 9 février 1832, Guigniaut anticipe son rapport trimestriel au ministre par une longue lettre dans laquelle il dénonce le comportement du maître-surveillant Haiber, en fonctions depuis 1830, et de l'élève Flaugergues. Au premier, dont il lui est « impossible de tolérer la connivence avec les élèves », il reproche d'en être arrivé « à tolérer les écarts de quelques-uns et même de caresser leurs mauvaises passions » et de trop fréquenter, « au nom de je ne sais quelle solidarité d'opinions politiques », un Flaugergues qu'il a complaisamment laissé lire à haute voix en pleine étude un nouvel article accusateur de la *Gazette des Écoles*²³ ; il demande son remplacement. Si Flaugergues, « un des meneurs politiques les plus actifs », n'exerçant d'ailleurs d'influence que sur les scientifiques, n'a pas été exclu quelques mois plus tôt comme son compère Arnoult, c'est « par considération pour la détresse de la famille » – le père d'Arnoult n'était pas ancien député et conseiller d'État – et parce que « ses examens n'avaient point été mauvais ». Mais il « ne faisait que ronger son frein et [...] n'avait pas laissé de faire une opposition sourde contre le règlement et l'autorité ». Cette opposition sourde s'était transformée en rébellion ouverte lorsqu'il avait insulté Chevet, nouveau maître-surveillant qui « maintient avec fermeté et modération à la fois l'exécution du règlement », ou menacé le sous-directeur Jumel. Par ailleurs, Flaugergues, « en commerce réglé avec la *Gazette des Écoles*, [...] s'y est fait le digne successeur de Galois ». Puis Guigniaut commente la pétition concernant la sortie du dimanche, qu'il a jointe à sa lettre : c'est par faveur que certains élèves dont les notes ont été bonnes peuvent être autorisés à rentrer à 9 heures et non à 8, et la prière est à 9 heures 3 minutes, ce qui laisse le temps de traverser la cour. Rappelant que Flaugergues est

²² Lequel écrira dans sa lettre du 9 février au ministre que « tous ses camarades moins un ont signé », mais les 19 noms sont bien lisibles.

²³ Peut-être celui du 5 février, dénonçant le maintien des jésuites dans l'hôtel de la rue des Postes, où était installée l'École normale lors de sa suppression en 1822, tandis que « l'École normale réorganisée occupe un local infect dans un coin étroit du collège de Louis-le-Grand ». Ou celui du 12 janvier :

Ces normaliens révolutionnaires [...] renient, à quelques exceptions près, les élèves de l'École préparatoire comme leurs prédécesseurs, comme élèves de la même école. Que reste-t-il encore de cette école préparatoire ? Un directeur et quelques lambeaux d'un règlement féodal ; celui-ci tombe tous les jours ; quant à l'autre, espérons tout en l'avenir.

entré à l'École « en partie par mes démarches et par mon bienfait », ce qui rend sa conduite « infâme », il demande son exclusion de l'École, en proposant cependant, par égard pour la famille, qu'il soit nommé dans un autre établissement.

Quatre jours plus tard, une nouvelle lettre de Guigniaut informe le ministre que la situation s'est encore dégradée. Par un arrêté du 16 février, le ministre décide que Flaugergues cesse immédiatement de faire partie de l'École. Haiber est lui aussi exclu.

Flaugergues demande presque aussitôt au ministre à réintégrer l'université dont, boursier pendant dix ans, il est « pour ainsi dire le fils adoptif ». Rappelant que Guigniaut lui a « spontanément promis d'intervenir en sa faveur », il postule à une nomination au collège de Remiremont (Vosges). Le ministre demande l'avis de Poisson²⁴, membre du Conseil royal et professeur à la faculté des sciences, qui a eu l'occasion d'interroger le demandeur l'année précédente. Malgré le soutien de Poisson, Paul n'est pas nommé.

Châlons-sur Marne

Le père de Flaugergues, malade, ne réagit pas tout de suite. En septembre, il est reçu par le ministre à qui il demande comme une mesure de justice (« tout juge est obligé de justifier ses jugements ») de pouvoir consulter le dossier de son fils : il ignore encore les motifs de l'exclusion. Une lettre datée du 23 septembre expose ses raisons. Il se porte garant des « mœurs pures » de Paul et de son respect pour l'Université et, s'il admet qu'il a commis contre la discipline une faute, laquelle « méritait une sanction, même exemplaire », il juge trop sévère celle qui a été prononcée. Paul a d'ailleurs compris sa faute : « Le peu de jours qu'il a passé près de moi a été un siècle pour lui. » S'appuyant sur l'avis de Guigniaut, il demande que Paul soit placé « à Paris, n'importe à quel poste que ce soit, pourvu qu'il le fasse entrer à l'Université » et lui permette de terminer ses études. Licencié en sciences physiques selon ses dires – je n'en ai pas trouvé confirmation dans les registres de la faculté – il n'a pas la licence de mathématiques ; les deux licences sont nécessaires pour se présenter à l'agrégation des sciences.

La réponse du Conseil ne figure pas dans son dossier. Mais une « Note pour le Conseil royal » et un commentaire marginal en indiquent la teneur : les motifs fournis par Guigniaut seront communiqués au père, et rien ne permet de conclure que le fils « se soit complètement amendé ».

Paul est nommé à la rentrée de 1832 régent de mathématiques au collège communal de Châlons-sur-Marne, dans l'académie de Paris, mais à près de 200 kilomètres de la capitale. Il existe alors deux types d'établissements secondaires, avec sept niveaux, de la sixième à la rhétorique et à la philosophie : les collèges royaux, à Paris (qui en compte 5) et dans une ville (parfois deux) par académie, où sont nommés les agrégés ; les collèges communaux, où sont nommés des régents²⁵. Selon son nécrologue Cürel, Flaugergues assure avec succès, en plus de ses cours, ceux de son collègue de philosophie en congé pour raisons de santé pendant toute l'année. Il aurait donc enseigné, comme il est d'usage en classe de philosophie, les mathématiques et un peu de physique le matin, la philosophie l'après-midi.

²⁴ Qui avec Lacroix avait rendu deux ans plus tôt à l'Académie des sciences un rapport négatif sur le mémoire envoyé par Galois.

²⁵ Plus deux collèges particuliers à Paris : Rollin et Stanislas.

Troyes

L'année suivante, il est nommé régent de mathématiques et de physique au collège communal de Troyes, ce qui le maintient dans l'académie de Paris sans le rapprocher de la faculté.

Depuis 1931, le principal est Forneron, normalien de 1818 et agrégé des lettres de 1821 – c'est le seul agrégé du collège. Il y a neuf enseignants : un pour chaque classe de la sixième à la rhétorique, un pour la philosophie et un pour les mathématiques élémentaires (classe de philosophie), et enfin un pour les mathématiques spéciales et la physique ; c'est à ce dernier emploi qu'est nommé Flaugergues. Comme dans toute classe de collège où s'enseignent les mathématiques spéciales – nous avons vu qu'une telle classe est nommée seconde année de philosophie –, l'emploi du temps prévoit un cours de mathématiques (spéciales) chaque matin, et mathématiques, physique, chimie et minéralogie l'après-midi. Dans les rares collèges communaux dotés d'une telle classe²⁶, on ne nomme pas de physicien. La deuxième année de philosophie ne compte le plus souvent que quelques élèves.

Cette classe avait été créée en 1832 pour Alexandre Leymerie (X 1820), qui avait obtenu à cette rentrée 1833 une chaire de physique et mathématiques à la nouvelle École industrielle de Lyon, ou école La Martinière.

Dans les collèges royaux de Paris et des chefs-lieux d'académie, les élèves de deuxième année de philosophie préparaient essentiellement les concours de Polytechnique et de l'École normale. Ce n'était guère envisageable dans un collège communal. Pourtant la classe de Leymerie comptait un élève exceptionnel, le futur mathématicien, académicien et directeur de l'Observatoire de Paris Charles Eugène Delaunay. Entré en 1828 en qualité de pensionnaire au collège de Troyes, il accumule prix et accessits littéraires et scientifiques, avant de suivre le cours de mathématiques spéciales de Leymerie. L'année suivante, il est envoyé à Paris où, pensionnaire de l'institution Bourdon, il refait une deuxième année de philosophie au collège Charlemagne²⁷ ; il obtient dans sa classe le premier prix en mathématiques comme en physique. Entré à l'X en 1834, il en sortira premier en 1836²⁸.

Quoique non licencié en mathématiques, Flaugergues est donc appelé à enseigner les mathématiques spéciales. Sur sa première année à Troyes, on ne dispose que d'un rapport de quatre lignes, signé du principal qui mentionne « un succès très remarquable », un « esprit pénétrant, net, peut-être un peu trop rigoureux », un « talent promptement apprécié dans le pays ». Le 17 janvier 1834, il est élu membre de la Société d'agriculture, des sciences, arts et belles-lettres de l'Aube, à laquelle appartient Forneron. Le 8 décembre 1835, il y présente au nom de sa sœur Pauline « une élogie fort touchante, imitée de la Bible », qui inspire un dizain au secrétaire de la Société (« C'est au frère à tenir la harpe de sa sœur ») et vaut à l'envahissante Pauline d'être élue membre correspondant.

Le cours de physique de Paul est public et, selon Curel, « tous les jeunes gens studieux du collège, de l'école normale et du séminaire » y accourent. Il le rédige

²⁶ Le premier est Perpignan, en 1830. Jusque là, ces classes n'existaient que dans les collèges royaux et au collège Rollin.

²⁷ Quittant Louis-le-Grand, Flaugergues avait lui aussi rejoint l'institution Bourdon et le collège Charlemagne.

²⁸ La même année 1826, il obtient les baccalauréats ès lettres en janvier et ès sciences en mars, les licences ès sciences mathématiques en juin et ès sciences physiques en juillet.

en vue de la publication. Le *Cours de physique expérimentale* de l'année scolaire 1833-1834 sera publié en 1837²⁹. Ce volume de 490 pages serrées est divisé en 61 chapitres. Après 15 chapitres consacrés aux forces et aux pressions, on y étudie successivement la chaleur, les sons, le magnétisme, l'électricité, la lumière et la météorologie. Une préface indique que « le professeur s'est efforcé [...] de déduire de l'expérience, par le seul secours du raisonnement, un grand nombre de résultats qu'on ne démontre ordinairement qu'à l'aide du calcul algébrique ». Toujours selon Curel, ces leçons « furent imprimées aux frais des élèves qui voulurent ainsi donner à leur professeur un témoignage spontané de leur estime et de leur affection ».

Cette harmonie ne dure pas. À la suite du rapport de Forneron, on peut lire ceci, écrit plus tard d'une autre main :

*Remplacé à Troyes en 1835 pour avoir pris part aux intrigues dirigées alors contre le principal Forneron. M. Flaugergues (instigateur de menées et de calomnies). (M. Villemain)*³⁰

Un inspecteur de l'Académie de Paris, Auvray, avait inspecté le collège, où les rapports entre le principal et quelques enseignants s'étaient dégradés. Il avait écrit avec sévérité à Flaugergues, qui lui avait répondu longuement le 2 juin ; nous ne possédons que cette réponse, et les commentaires marginaux très critiques qu'y a ajoutés Auvray. C'est un témoignage précieux sur les conditions de travail d'un enseignant de collège communal dévoué à son établissement et à la ville qui le paye : « Il n'en est pas de ceux qui professent les sciences dans un collège communal comme des professeurs des collèges royaux. » Membre du conseil de salubrité, conservateur du musée qu'avait créé Leymerie, Flaugergues a mis en place au collège un cours de chimie et le laboratoire associé, déposé un projet d'observatoire météorologique, jeté les bases de cours industriels, commencé la publication de son cours de physique : « Je me suis oublié pour la ville. » Tout cela sans complément de rémunération. Il s'est heurté à des hostilités, en particulier celles du vil docteur Patin. Ce n'est qu'à la fin de sa lettre qu'il exprime son dédain pour Forneron, « homme d'une capacité ordinaire », qui s'attribue des mérites qui sont ceux de ses enseignants : « En effet, qu'aurait obtenu M. le Principal avec des régents inintelligents et sans zèle ? »

Cette attaque est à la fois maladroite et injuste. Maladroite, parce qu'Auvray, qui a été réceptif aux critiques émises par l'influent docteur Patin, tient en haute estime « le zèle et les talents » de Forneron. Injuste, parce qu'il s'agit d'un principal particulièrement actif, qui a considérablement développé un collège qui périlait lorsqu'il a succédé en 1831 à l'abbé Fleury. Les quatre députés de l'Aube cosigneront en janvier 1840 une lettre dithyrambique au ministre pour que Forneron obtienne la légion d'honneur ; le ministre ayant changé en mars, ils écriront à son successeur, et Forneron sera décoré. Il quittera Troyes en 1840, sera proviseur des collèges royaux de Douai et de Rouen, recteur des académies départementales de la Marne et de la Seine-Inférieure, proviseur des lycées impériaux Louis-le-Grand et Bonaparte (actuel Condorcet).

²⁹ On ne le trouve pas à la BNF, mais la Médiathèque de Troyes le possède. Un exemplaire a été mis en vente en 2001 par la maison Piasa, avec cet étonnant commentaire : « Condisciple d'Évariste Gallois à l'école Polytechnique, Flaugergues fit des découvertes en astronomie. » Il a été adjugé pour 76 euros.

³⁰ Villemain est vice-président du Conseil royal de l'instruction publique jusqu'en 1840, puis ministre de l'Instruction publique et des cultes.

Flaugergues avait conclu : « Mon vœu le plus ardent est de rester à Troyes. Je regarderais mon changement [...] comme une disgrâce cruelle et immorale. » Il est pourtant déplacé, comme le régent de philosophie Bourquin, ancien condisciple et ancien ami de Forneron à l'École normale, et deux autres enseignants.

Chaumont

C'est dans l'académie de Dijon que Flaugergues est envoyé, comme régent de mathématiques, au collège de Chaumont. La ville est quatre fois moins peuplée que Troyes, 6000 habitants contre 25000, même si le collège de Chaumont a alors un peu plus d'élèves que celui de Troyes – 154 élèves contre 134 en 1835-1836. Sa brève carrière d'enseignant de mathématiques spéciales est terminée.

Selon l'inspecteur général Matter, docteur ès lettres, « il ne se donne pas tort pour la conduite qu'il avait tenue à Troyes, mais il se conduit avec sagesse à Chaumont », et le recteur Berthot (X 1794) juge que « M. Flaugergues inspire confiance, sa conduite est excellente et son enseignement est bon ». Il y a un autre régent de mathématiques, mais Flaugergues assure la presque totalité de cet enseignement, et promet d'enseigner l'histoire naturelle l'année suivante.

Il n'en fera rien. Le 30 septembre 1836, il obtient un congé d'un an pour se préparer à l'agrégation. Le 2 novembre 1836, son père meurt en Seine-et-Marne. Bousculant la chronologie, son nécrologue Curel écrit :

La mort de son père l'arrêta un moment dans la carrière de l'enseignement. Il retourna auprès de sa famille qui avait besoin de ses lumières et de son activité pour mener à bonne fin plusieurs affaires litigieuses où étaient engagés de graves intérêts, et il plaida lui-même avec autant de puissance que s'il avait passé sa jeunesse dans l'étude des lois.

On ignore où habitait alors sa famille. Si c'était en Seine-et-Marne, il aurait dû passer à la Sorbonne ses licences, au moins celle de mathématiques. Les registres ne le mentionnent toujours pas. Il ne se présente à l'agrégation ni en 1837, ni plus tard.

Toulon

Ce retour auprès des siens ne dure pas plus de deux ans. Une très brève (12 lignes) « Note relative à une observation d'étoiles filantes, faite à Toulon, le 6 décembre 1838 ; par M. Paul Flaugergues, professeur de mathématiques à l'École d'artillerie navale »³¹ est présentée à l'Académie des sciences dans sa séance du 18 février 1839. L'école d'artillerie de marine de Toulon forme, comme celle de Brest, les officiers et officiers-mariniers de la flotte au service de l'artillerie. Il y enseignera jusqu'à sa mort.

Le *Bulletin trimestriel de la Société des sciences, belles-lettres et arts du département du Var* – j'abrègerai en *BV* – signale que dans sa séance du 13 août 1840 la Société a admis un nouveau membre résident : M. Flaugergues, professeur de sciences appliquées à l'école d'artillerie navale. Sa sœur Pauline sera élue membre associé en 1842, après avoir présenté à la Société un « Hymne à la vierge » et un recueil intitulé *La Violette d'Or*.

³¹ Dans son étude de 1918 sur Pauline de Flaugergues, Combes de Patris écrit que Paul obtient cette chaire par concours.

C'est à Toulon qu'il publie le seul texte qui lui vaudra une certaine notoriété. Ses « observations faites sur l'éclipse de soleil du 8 juillet 1842 », lues quatre jours plus tard devant la Société des sciences [...] du Var, reproduites sur 15 pages du *BV*, sont référencées dans de multiples publications de sociétés savantes. François Arago la cite longuement, à plusieurs reprises, dans sa notice « Sur l'éclipse totale du Soleil du juillet 1842 » de l'*Annuaire du Bureau des longitudes* pour l'an 1846, et quelques années plus tard dans sa *Notice sur les éclipses, et particulièrement sur l'éclipse totale du 8 juillet 1842*³². Flaugergues, mort en 1844, l'ignorera.

Il avait auparavant communiqué en 1840 à la Société un mémoire intitulé « Des machines électro-dynamiques », puis la même année une « Recherche chimique de l'acide sulfurique et du sulfate de chaux soupçonnés dans des vins falsifiés ». En 1841, il lui présente un « udomètre gyrotoire » de son invention, et prononce un exposé « Sur la météorologie de Toulon ». Toutes ces communications sont reprises dans le *BV*. Le 26 septembre 1842, Arago « fait hommage à l'Académie [des sciences], au nom de l'auteur », du texte concernant l'udomètre.

Le *BV* publie en 1843 les premiers chapitres – 100 pages – d'un ouvrage intitulé *Principes et formules relatifs aux machines à vapeurs*, précédés d'un avertissement : « On a surtout eu en vue d'être utile aux officiers chargés des bâtiments à vapeurs de la marine royale, et aux chefs mécaniciens. » Ce qui n'exclut ni l'arithmétique, ni quelques formules contenant « un peu d'algèbre ». « On a présenté les propositions sous une forme didactique analogue à celle de la géométrie de Legendre. » La Société prédit « un heureux succès » à l'ouvrage, qui semble n'avoir jamais été édité.

Il épouse à cette époque Julie Caroline Constance Rose Blanc. Je ne sais rien d'elle, si ce n'est qu'elle n'est pas toulonnaise et qu'elle est âgée de 21 ans à la naissance de leur fils François Paul, le 7 mars 1844.

Le dernier texte de Flaugergues est titré « Considérations sur l'instruction publique en France et en particulier sur l'institution des maîtres d'études ». Il occupe les 24 premières pages du *BV* du premier trimestre 1844. Flaugergues est certainement déjà malade quand il éprouve le besoin de revenir longuement sur ses douloureuses années d'internat :

Quant à moi, j'ai vécu douze ans sous ces maîtres infortunés. Mes camarades et moi nous cherchions, je l'avoue, par nos espiègleries, à leur rendre la vie aussi dure qu'ils nous la faisaient à nous-mêmes. (p.12)

Et il conclut par une dénonciation des disciplines trop dures :

La dissimulation, l'hypocrisie, tels sont les fruits ordinaires d'une contrainte excessive. La corruption est plus cachée, parce qu'elle est plus profonde. Nous aimerions mieux la possibilité d'une révolte matérielle, que la fausseté où se complait bientôt la conscience des jeunes cœurs dont la droiture était l'élément naturel. (p.27)

Affirmant avec insistance « la suprématie de l'éducation sur l'instruction », il avait écrit que « le père de famille manque dans notre éducation publique » autant que « les camarades manquent dans l'éducation privée ». Le 9 décembre 1844, neuf mois après la naissance de son fils, il meurt à Toulon, âgé de 34 ans. Curel nous apprend qu'« il est mort après une longue maladie, avec le courage, la résignation

³² *Œuvres complètes*, Notices scientifiques, tome 4, 1859, p.139-290. Sur Flaugergues, p.178-179, 184, 186, 214, 215, 245.

et tous les sentiments du véritable chrétien ». Henri Affre écrira dans sa *Biographie aveyronnaise* de 1881, en donnant une date fausse :

M. Flaugergues fut atteint d'une maladie qui dégénéra en phtisie pulmonaire sur la fin de 1844. Les efforts de l'art et des soins les plus tendres ne purent conjurer le danger, et notre compatriote mourut dans les dispositions les plus chrétiennes au début de mars 1846.

J'ignore ce que sont devenus son épouse et son fils. Il n'a pas été inhumé au cimetière de Toulon. Peut-être en Aveyron ?

Traces de Flaugergues

Dans les premiers mois de 1845, Curel, directeur de l'école primaire supérieure de Toulon et depuis 1831 membre très actif de la Société des sciences, belles-lettres et arts du département du Var, publie dans le *Bulletin* de cette société la nécrologie plusieurs fois mentionnée ici. C'est un éloge funèbre, donc peu fiable. Le passage à l'ENS est résumé en quelques mots : « Après quinze mois de noviciat dans l'école normale, il fut envoyé à Châlons sur Marne. » Trois ans plus tard, le secrétaire général de la Société [...] du Var, Loetscher, rend à son tour hommage à « cet esprit droit et élevé que donne une conscience libre ».

En 1848, Louandre et Bourquelot consacrent à Flaugergues une trentaine de lignes du tome III de leur *Littérature française contemporaine*, dictionnaire bibliographique en six volumes. Dictionnaires de biographies (Michaud 1856, Hoefer 1858) et dictionnaires encyclopédiques (Larousse 1872), entre autres, extraient de cette première notice une dizaine de lignes avant l'oubli presque total. Ludovic Lalanne accorde à l'ancien condisciple de son frère six lignes de son *Dictionnaire historique de la France* (2^e éd., 1877), en conclusion d'un long article sur le père. Paul Flaugergues ne sera plus guère mentionné que dans des travaux d'histoire régionale (tels Affre 1881), ou à propos de Galois, via Dupuy.

C'est la *Vie d'Évariste Galois* de Paul Dupuy qui fait que Flaugergues n'est pas totalement oublié aujourd'hui. Il y mentionne, nous l'avons vu, « la note de Flaugergues dans le *Magasin pittoresque* », « une courte biographie non signée, mais que M. Ludovic Lalanne m'a dit être de Flaugergues ». Il importe assez peu que cette attribution soit, au moins partiellement, inexacte.³³

Le magnifique château de Flaugergues, à Montpellier, n'appartient plus depuis 1811 à la branche languedocienne de la famille. On peut s'y rendre en bus. Il faut alors descendre à la station Évariste Galois, sur le rond-point du même nom, construit et baptisé en 1993. Les services compétents de la ville n'ont pas été en mesure de me dire les raisons de ce choix, hasard heureux ou hommage d'un discret érudit.

³³ Liouville date du 30 octobre 1846 l'« Avertissement » précédant les *Œuvres mathématiques d'Évariste Galois*, qu'il publie dans la livraison d'octobre 1846 de son *Journal de mathématiques pures et appliquées*. L'article de 1848 du *Magasin pittoresque* se termine par une longue citation de cet « Avertissement ». Ce dernier paragraphe ne peut être de Flaugergues, mort en 1844 ; pour le reste, on n'a pas de certitude. L'article est illustré par un portrait d'Évariste daté lui aussi de 1848, dont l'auteur est son frère Alfred. Plusieurs détails laissent penser qu'Alfred Galois, dont la « pieuse persévérance » est soulignée, a au moins participé à sa rédaction.

Références

Sur Paul Flaugergues.

Archives nationales. Dossier Paul Flaugergues F/17/20743. Dossiers F/17/4170 et F/17/4175 (archives de l'ÉNS).

Archives du lycée Charlemagne, aux Archives de Paris. Volume Pérotin 704/73/2/117.

Archives du lycée Louis-le-Grand, aux Archives de Paris. Registres et dossiers D3T3 43, D3T3 167, D3T3 229, D3T3 230.

Affre H., *Biographie aveyronnaise*, Rodez, 1881, p.180-181.

Curel, « Pierre-Paul Flaugergues », *Bulletin trimestriel de la Société des sciences, belles-lettres et arts du département du Var (BV)*, 13^e année, Toulon, 1845, p.166-168.

Hoefler, *Nouvelle biographie générale*, tome XVII, Paris, 1858, p.856-857.

Larousse (Pierre), *Grand dictionnaire universel du XIX^e siècle*, tome 8, Paris, 1872, p.439.

Louandre (Charles) et Bourquelot (Félix), *La littérature française contemporaine*, tome III, Paris, 1848, p.505.

Michaud, *Biographie universelle*, tome XIV, Paris, 1856, p. 200.

Brasseur (Roland), « Paul Flaugergues », *Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales*, n° 237, janvier 2012, p.24-32.

Écrits de Paul Flaugergues.

Cours de physique expérimentale, professé au collège de Troyes, année scolaire 1833-1834, Troyes, 1837.

« Des machines électro-dynamiques », Mémoire présenté à la Société [...] du Var le 8 août 1840, *BV*, 7^e année, Toulon, 1839, p.221-246.

« Recherche chimique de l'acide sulfurique et du sulfate de chaux soupçonnés dans les vins falsifiés », *BV*, 7^e année, Toulon, 1839, p.262-265.

« Nouvel udomètre présenté à la Société », *BV*, 9^e année, Toulon, 1841, p.65-67.

« Sur la météorologie de Toulon », *BV*, 9^e année, Toulon, 1841, p.68-75.

« Principes et formules relatifs aux machines à vapeur », *BV*, 11^e année, Toulon, 1843, p.27-128.

« Observations sur l'éclipse de soleil » (du 8 juillet 1842), *BV*, 11^e année, Toulon, 1843, p.238-241.

« Considérations sur l'instruction publique en France, et en particulier sur l'institution des maîtres d'étude », *BV*, 12^e année, Toulon, 1844, p.5-27. Cette livraison, consultable à la BNF, manque dans la collection disponible sur Gallica.

Sur Pierre-François Flaugergues

La plupart des dictionnaires biographiques ou encyclopédiques du dix-neuvième siècle lui consacrent une notice.

Sur Pauline Flaugergues

La Morinerie, « Pauline de Flaugergues », *La Revue littéraire et artistique*, Bordeaux, 5^e année, 1887, p.615-634 et 724-751. Microfiche à la BnF.

Combes de Patris (B.), « Une muse romantique : Pauline de Flaugergues », *La Revue hebdomadaire*, 2 février 1918, p.47-85. En ligne sur Gallica.

Sur Évariste Galois

Paul Dupuy, « La Vie d'Évariste Galois », *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 3^e série, tome 13, 1896, p.197-266. En ligne sur Numdam.

Caroline Ehrhardt, *Évariste Galois, la fabrication d'une icône mathématique*, éditions EHSS, 2011.

Le centenaire d'Évariste Galois, 1811-1832, a donné lieu à de nombreuses publications. Le travail de Caroline Ehrhardt m'a été utile, entre autres raisons, pour son exposé et son analyse de l'enseignement des mathématiques spéciales et à l'École normale.

Sur les autres protagonistes

Archives nationales. Dossiers de carrière Antoine Marie Bourquin F/17/20255/B, Ange Félix Philippe Alexandre Rouby F/17/21650, Félix Chevet F/17/20417, Jean Baptiste Forneron F/17/20755, Jean Baptiste Haiber F/17/20923, Jean Baptiste Antoine Thillaye F/17/21783. Il n'existe pas aux Archives de dossier Émile Bary. Archives de l'Académie des sciences. Dossier Leymerie.

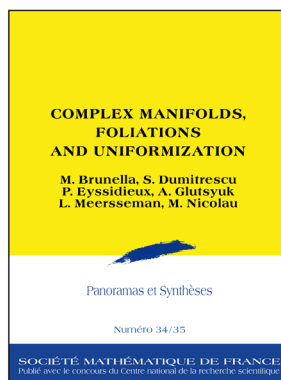
Jean-François Condette, « Forneron Bernard », *Les Recteurs d'académie en France de 1808 à 1940*, INRP 2006, p.184-185.

Thévenot (Arsène), « Biographie de Charles-Eugène Delaunay », *Mémoires de la Société académique [...] du département de l'Aube*, Troyes, 1878, p.129-286. En ligne sur Gallica.

Autres références

Annuaire administratif et statistique de l'Aube, années 1828 à 1837. Années 1835 et 1837 en ligne sur Gallica.

Bruno Belhoste, *Les sciences dans l'enseignement secondaire français, textes officiels, tome 1, 1789-1914*, INRP-Économica, 1995.



Panoramas et Synthèses Complex Manifolds, Foliations and Uniformization

M. Brunella, S. Dumitrescu,
P. Eyssidieux, A. Glutsyuk,
L. Meersseman, M. Nicolau

This volume deals with uniformization problems in complex geometry. These six texts come from the six courses of the summer school "Uniformisation de familles de variétés complexes", which was held in Dijon from August 31st till September 11th, 2009 as part of ANR project Complexe ANR-08-JCJC-0130-01. From the one hand, they are written for non-specialist audience. From the other hand, they present the last developments and open problems about uniformization in various contexts. In particular, it focuses on the following topics: uniformization of foliations by curves, holomorphic geometric structures on manifolds, Shafarevich problem about the universal cover of projective manifolds, Sullivan's dictionary in holomorphic dynamics, foliations by complex leaves and deformation of transversely holomorphic foliations.

(Variétés complexes, feuilletages, uniformisation)

Ce volume traite des problèmes d'uniformisation en géométrie complexe. Les six textes présentés sont issus des six cours de l'école d'été Uniformisation de familles de variétés complexes organisée à Dijon du 31 août au 11 septembre 2009 par l'ANR Complexe ANR-08-JCJC-0130-01. Ils reflètent d'une part le souci pédagogique des intervenants d'être introductifs, et donc abordables par des non-spécialistes. Et ils constituent d'autre part des exposés des dernières avancées et des problèmes ouverts liés à l'uniformisation dans des situations précises et variées. On trouvera ainsi comme thématiques abordées l'uniformisation des feuilletages par courbes, les structures géométriques holomorphes sur les variétés, le problème de Shafarevich concernant le revêtement universel des variétés projectives, le dictionnaire de Sullivan en dynamique holomorphe, les feuilletages à feuilles complexes et les déformations de feuilletages transversalement holomorphes.

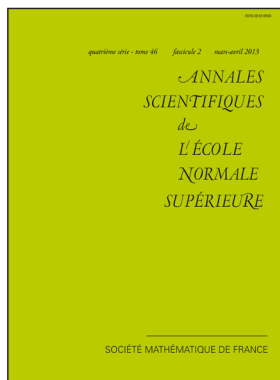
ISBN : 978-2-85629-358-4

prix public : 75 € - prix membre : 52 €
frais de port non compris



Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F-75231 PARIS CEDEX 05

<http://smf.emath.fr>



Annales Scientifiques de l'ÉNS Dernières parutions

Tome 46 - Fascicule 4

C. D'ANDREA, T. KRICK, M. SOMBRA - Heights of varieties in multiprojective spaces and arithmetic Nullstellensätze

J.-M. HWANG - Varieties of minimal rational tangents of codimension 1

M. BOROVoi, C. DEMARCHE, D. HARARI - Complexes de groupes de type multiplicatif et groupe de Brauer non ramifié des espaces homogènes

Tome 46 - Fascicule 3

D. GREB, C. LEHN, S. ROLLENSKE - Lagrangian fibrations on hyperkähler manifolds - question of Beauville

B. CALMÉS, V. PETROV, K. ZAINOULLINE - Invariants, torsion indices and oriented cohomology of complete flags

C. VOISIN - The generalized Hodge and Bloch conjectures are equivalent for general complete intersections

A. S. BUCH, P.-E. CHAPUT, L. C. MIHALCEA, N. PERRIN - Finiteness of cominuscule quantum K-theory

M. CARRASCO PIAGGIO - On the conformal gauge of a compact metric space

Tome 46 - Fascicule 2

R. MONNEAU, J.-M. ROQUEJOFFRE, V. ROUSSIER-MICHON - Travelling graphs for the forced mean curvature motion in an arbitrary space dimension

N. TZVETKOV, N. VISCIGLIA - Gaussian measures associated to the higher order conservation laws of the Benjamin-Ono equation

M. BERTI, L. BIASCO, M. PROCESI - KAM theory for the Hamiltonian derivative wave equation

prix public* : 70 € (frais de port non compris)

Revue disponible par abonnement : Europe : 341 € - hors Europe : 371 €



Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F-75231 PARIS CEDEX 05

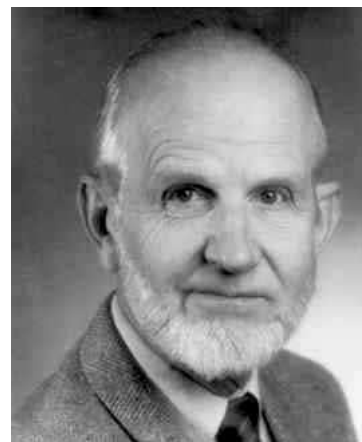
<http://smf.emath.fr>

HOMMAGE À LARS HÖRMANDER

Lars Hörmander, 1931-2012

Nicolas Lerner¹

Lars Hörmander est mort le 25 novembre 2012 à l'âge de 81 ans. L'un des plus importants mathématiciens du vingtième siècle, il a joué un rôle fondamental dans le développement de la théorie des équations aux dérivées partielles durant plus de quarante années, combinant des qualités techniques exceptionnelles avec une envergure et une largeur de vue hors du commun. Son style d'exposition, reconnaissable entre tous, se caractérise par la concision, la précision et le souci affirmé de fournir des arguments complets.



Lars Hörmander, 1931-2012

Il a obtenu la médaille Fields en 1962, le prix Wolf en 1988 et le prix Steele en 2006. Son monumental traité en quatre volumes, *The Analysis of Linear Partial Differential Operators*, est considéré comme la référence de base dans le domaine des équations aux dérivées partielles linéaires. Lars Hörmander était membre de l'académie royale de Suède, de la *National Academy of Sciences* des USA, et a également été vice-président de l'union mathématique internationale entre 1987 et 1990.

Avant la médaille Fields

Lars Hörmander naît en 1931, dans le sud de la Suède. Il termine ses études secondaires en 1948 et obtient son master (à l'université de Lund) deux années plus tard à l'âge de dix-neuf ans, sous la direction de Marcel Riesz. Il entame alors une thèse de doctorat sous la direction de L. Gårding et la publication de l'article issu de sa thèse, *On the theory of general partial differential operators*, en 1955 dans *Acta Mathematica*, est le point de départ d'une période radicalement nouvelle pour les équations aux dérivées partielles.

En premier lieu, on trouve dans cet article des théorèmes très généraux d'existence locale pour les solutions d'équations aux dérivées partielles, ceci sans faire appel à des hypothèses d'analyticité des coefficients. Les arguments utilisés par Lars

¹ Institut de Mathématiques de Jussieu, université Pierre et Marie Curie (Paris VI).

Hörmander relèvent d'une combinaison d'arguments d'analyse fonctionnelle avec la démonstration précise d'inégalités a priori. On peut citer L. Gårding dans [35], qui écrit à propos d'une EDP linéaire générale :

$$(1) \quad P(x, D_x)u = f.$$

It was pointed out very emphatically by Hadamard that it is not natural to consider only analytic solutions and source functions f even if P has analytic coefficients. This reduces the interest of the Cauchy-Kowalevski theorem which says that (1) has locally analytic solutions if P and f are analytic. The Cauchy-Kowalevski theorem does not distinguish between classes of differential operators which have, in fact, very different properties such as the Laplace operator and the Wave operator.

Le lien de L. Hörmander avec le travail de J. Hadamard est clair. J. Hadamard (1865-1963) a introduit la notion fondamentale de *problème bien posé* : l'existence, l'unicité des solutions sont des propriétés importantes, mais la dépendance continue des solutions par rapport aux données est la propriété cardinale d'une EDP. Après tout, les données (données de Cauchy, valeurs au bord, quantités connues reliées à l'équation) dans un problème décrivant un phénomène physique ne sont connues qu'approximativement et démontrer que la solution existe et est unique est in fine de peu d'utilité pour un calcul effectif ou des applications si des changements infimes des données produisent des variations gigantesques des solutions. En fait, on doit essayer d'obtenir des inégalités qui contrôlent la taille des solutions dans des espaces fonctionnels bien choisis. Bien entendu, l'identification et l'étude de problèmes mal posés constituent un sujet très intéressant. On peut à ce propos citer à nouveau L. Gårding (op.cit.) :

When a problem about partial differential operators has been fitted into the abstract theory, all that remains is usually to prove a suitable inequality and much of our knowledge is, in fact, essentially contained in such inequalities.

Avant l'article de L. Hörmander, L. Ehrenpreis [32] et B. Malgrange [93] avaient prouvé un théorème d'existence de solution fondamentale pour un opérateur à coefficients constants général ; le travail [42] fournit une démonstration précisant certains points de régularité de ces solutions fondamentales et l'article [41] donne une caractérisation de l'hypoellipticité pour des opérateurs à coefficients constants via une propriété de l'ensemble caractéristique

$$\text{char}P = \{\zeta \in \mathbb{C}^n, P(\zeta) = 0\}.$$

L'opérateur $P(D)$ est hypoelliptique² si et seulement si

$$|\zeta| \rightarrow \infty \text{ sur } \text{char}P \implies |\text{Im } \zeta| \rightarrow \infty.$$

Ce résultat caractérisant l'hypoellipticité par une propriété simple de l'ensemble caractéristique représente un extraordinaire tour de force, techniquement et intellectuellement. Tout d'abord personne n'avait pensé qu'un résultat de cette nature puisse être établi, ou bien même vaguement suggéré qu'un tel lien puisse advenir. De plus, la démonstration fournie par L. Hörmander recèle une étude difficile des

² Ici hypoellipticité signifie $Pu \in C^\infty \implies u \in C^\infty$.

propriétés algébriques de l'ensemble caractéristique, sous-tendue par une connaissance approfondie de la géométrie algébrique.

En 1957, Hans Lewy ([92]) découvre un phénomène surprenant : l'équation $\mathcal{L}u = f$ avec

$$(2) \quad \mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial x_1} + i \frac{\partial}{\partial x_2} + i(x_1 + ix_2) \frac{\partial}{\partial x_3}$$

n'a pas de solution locale pour la plupart des sources f . Ceci apparaît très étonnant pour plusieurs raisons ; tout d'abord $\mathcal{L}$ est un champ de vecteurs non singulier (i.e. qui ne s'annule pas) d'expression particulièrement simple. En outre ce champ est l'opérateur de Cauchy-Riemann sur le bord d'un domaine pseudo-convexe et donc il s'agit d'un opérateur qu'il est tout à fait naturel de considérer et d'étudier, et pas d'un exemple académique. Lars Hörmander entreprend une étude approfondie de l'opérateur de Hans Lewy (2) dans le but de mettre en évidence les structures et invariants géométriques liés à ce phénomène de non résolubilité locale. Il parvient à ce but dans les deux articles [46], [45], publiés en 1960 : considérant un symbole complexe homogène d'un opérateur différentiel $p(x, \xi)$, l'existence d'un point (x, ξ) dans le fibré cotangent tel que

$$(3) \quad p(x, \xi) = 0, \quad \{\bar{p}, p\}(x, \xi) \neq 0,$$

implique la non résolubilité locale au voisinage de x (ici $\{\cdot, \cdot\}$ désigne le crochet de Poisson). Avec ce résultat de base, qui sera à la source de plusieurs développements importants, Lars Hörmander fournit non seulement une généralisation de l'opérateur de Hans Lewy, mais surtout met en évidence une explication géométrique pertinente et simple de ce phénomène. Il est intéressant de remarquer également que la condition (3) est en quelque sorte génériquement satisfaite : si l'on considère un symbole complexe p non-elliptique, celui-ci doit s'annuler en un point et génériquement $\{\bar{p}, p\} \neq 0$ en ce point, de sorte que « la plupart » des opérateurs de symbole complexe non elliptique ne sont pas localement résolubles.

L'article sur l'unicité de Cauchy [21] d'A. Calderón, publié en 1958, constitue sans aucun doute une étape décisive de l'utilisation de méthodes d'intégrales singulières en analyse des équations aux dérivées partielles. Dans cet article, A. Calderón démontre qu'un opérateur de symbole principal réel à caractéristiques simples vérifie la propriété d'unicité pour le problème de Cauchy ; la méthode de démonstration repose sur une factorisation pseudodifférentielle de l'opérateur, permise par l'hypothèse de caractéristiques simples. Il semble maintenant quelque peu paradoxal que L. Hörmander, qui devint plus tard l'un des architectes les plus imaginatifs du calcul pseudodifférentiel, ait produit une démonstration purement locale d'une extension du résultat d'unicité de Cauchy d'A. Calderón, en introduisant la notion d'hypersurface pseudoconvexe par rapport à un opérateur. Cette généralisation, publiée dans [44], [43] a permis de traiter des cas plus généraux que celui des caractéristiques simples.

En 1957, L. Hörmander devient professeur à l'université de Stockholm, où il restera jusqu'en 1964, faisant également plusieurs séjours à *Stanford University* et à l'*Institute for Advanced Study* à Princeton.

En 1962, à l'âge de 31 ans, L. Hörmander reçoit la médaille Fields. Ses travaux sur les équations aux dérivées partielles, en particulier la caractérisation de l'hypoellipticité des opérateurs à coefficients constants, l'explication géométrique du phénomène de non-résolubilité de Hans Lewy, ont constitué des arguments majeurs en sa faveur. Également, son point de vue nouveau sur les EDP, combinaison d'analyse fonctionnelle avec des inégalités a priori, s'est imposé dès le début des années soixante comme particulièrement efficace, permettant en particulier de fournir des résultats très généraux sur des classes d'opérateurs totalement hors de portée au début des années cinquante. L. Hörmander écrit dans le livre *Fields Medallists' lectures* [6] :

The 1962 ICM was held in Stockholm. In view of the small number of professors in Sweden at the time, it was inevitable that I should be rather heavily involved in the preparations, but it came as a complete surprise to me when I was informed that I would receive one of the Fields medals at the congress.

Du premier livre au traité en quatre volumes

L. Hörmander passe les étés 1960, 1961 à Stanford University comme professeur invité, et rédige *Linear partial differential operators*, son premier livre sur les EDP, à paraître dans les *Springer Grundlehren series*. Cet ouvrage est publié en 1963 et représente pour un large public mathématique la découverte d'un grand auteur.

L. Hörmander expose dans ce livre les progrès récents sur les EDP linéaires. Tout d'abord, la théorie des distributions trouve sa place naturelle comme fondement de toute la théorie des équations aux dérivées partielles linéaires. La notion de solution faible pour les EDP était connue de S. Sobolev et de l'école russe dès les années trente, mais c'est bien la théorie des distributions de Laurent Schwartz, incorporant des éléments d'analyse fonctionnelle et d'analyse de Fourier, qui a permis les développements les plus spectaculaires. L. Hörmander était familier depuis longtemps avec la théorie de L. Schwartz, mais il avait remarqué l'hostilité déclarée de bien des mathématiciens à l'égard des notions introduites dans cette théorie des distributions, hostilité notamment de Marcel Riesz, mentor de Lars Hörmander pour son master. F. Trèves ([121]) raconte l'anecdote suivante : L. Schwartz, invité à l'université de Lund en 1948, donne un exposé sur des éléments de la théorie des distributions, écrivant notamment la formule d'intégration par parties au tableau pour expliquer l'idée de la dérivée faible. Il est brutalement interrompu par M. Riesz qui lui dit tout de go « *I hope you have found something else in your life.* » Plus tard, M. Riesz affirmera que les exemples connus d'opérateurs hypoelliptiques à coefficients constants ont des solutions fondamentales localement intégrables, de telle sorte que la théorie des distributions n'apporte rien à leur étude. L. Hörmander reviendra à ce problème quelques années après son départ à la retraite et fournira un exemple en dimension 14 d'un opérateur hypoelliptique dont la solution fondamentale n'est pas localement intégrable (cf. [79]). Au moment de sa soutenance de thèse, connaissant cette hostilité environnante, L. Hörmander avait évité une présentation reposant sur la théorie des distributions, mais bien entendu en 1963, les choses se présentent bien différemment et le premier chapitre de son livre contient une introduction (dense) à la théorie des distributions, jusques et y compris la partie géométrique sur les variétés.

Une bonne partie de ce livre est consacrée aux EDP à coefficients constants, mais on y trouve également un chapitre très détaillé sur l'unicité de Cauchy et les estimations de Carleman pour des équations linéaires à coefficients réguliers, ainsi que plusieurs contre-exemples dus à A. Pliš et P. Cohen. Très rapidement, cet ouvrage s'impose comme le texte standard de référence sur les EDP linéaires, bagage nécessaire et compagnon exigeant du mathématicien et de l'étudiant souhaitant développer ses connaissances dans ce domaine.

La carrière de L. Hörmander se développe rapidement après la médaille Fields. Il écrit dans [75] :

Some time after two summers (1960, 1961) at Stanford, I received an offer of a part time appointment as professor at Stanford University... I had barely arrived at Stanford when I received an offer to come to the Institute for Advanced Study as permanent member and professor. Although I had previously been determined not to leave Sweden, the opportunity to do research full time in a mathematically very active environment was hard to resist... I decided in the fall of 1963 to accept the offer from the IAS and resign from the universities of Stockholm and Stanford to take up a new position in Princeton in the fall of 1964.

Hypoellipticité

A. Kolmogorov introduisit en 1934 l'opérateur $\mathcal{K}$ agissant sur des fonctions de trois variables réelles (t, x, v) donné par

$$(4) \quad \mathcal{K} = \partial_t + v\partial_x - \partial_v^2,$$

comme un modèle pour le mouvement brownien en dimension un. L. Hörmander prend ce modèle comme point de départ et propose l'étude générale d'opérateurs du type

$$(5) \quad \mathcal{H} = X_0 - \sum_{1 \leq j \leq r} X_j^2,$$

où les $(X_j)_{0 \leq j \leq r}$ sont des champs de vecteurs réels lisses dont l'algèbre de Lie engendre l'espace tangent en tout point. Cela signifie que le rang des X_j et de leurs crochets itérés est égal à la dimension de l'espace ambiant (pour $\mathcal{K}$, on a $X_0 = \partial_t + v\partial_x$, $X_1 = \partial_v$, $[X_1, X_0] = \partial_x$). Dans l'article [53], L. Hörmander démontre l'hypoellipticité de ces opérateurs : on a $\text{singsupp } u = \text{singsupp } \mathcal{H}u$ pour le support singulier C^∞ . Cet article constitue le point de départ de nombreuses études sur ce type d'opérateurs, qui deviennent bientôt connus comme *les sommes de carrés d'Hörmander*. En particulier, ces opérateurs acquièrent un statut important en probabilités et en géométrie car ils apparaissent comme une généralisation naturelle de l'équation de la chaleur pour laquelle le terme de diffusion est remplacé par $\sum_{1 \leq j \leq r} X_j^2$, qui n'est plus elliptique, mais garde un comportement de type hypoelliptique.

Opérateurs pseudodifférentiels

L'article sus-mentionné d'A. Calderón sur l'unicité pour le problème de Cauchy déclenche un renouvellement de l'intérêt pour les intégrales singulières et la notion d'algèbre d'opérateurs pseudodifférentiels jouissant d'un calcul symbolique. Plusieurs auteurs écrivent des articles décrivant des constructions de ces algèbres

graduées d'opérateurs : J.J. Kohn et L. Nirenberg dans [87], A. Unterberger et J. Bokobza dans [123]. L. Hörmander écrit en 1965 un article synthétique sur le sujet avec [50].

Analyse complexe

Le livre *An introduction to complex analysis in several variables* [51] et l'article [49] fournissent un point de vue EDP sur les fonctions holomorphes de plusieurs variables, considérant celles-ci comme des solutions d'un système d'EDP, le système du $\bar{\partial}$. Cette perspective, combinée avec l'utilisation systématique d'estimations L^2 à poids, se révèle très fructueuse en analyse complexe. Voici un extrait de la préface de ce livre :

Two recent developments in the theory of partial differential equations have caused this book to be written. One is the theory of overdetermined systems of differential equations with constant coefficients, which depends very heavily on the theory of functions of several complex variables. The other is the solution of the so-called $\bar{\partial}$ Neumann problem, which has made possible a new approach to complex analysis through methods from the theory of partial differential equations. Solving the Cousin problems with such methods gives automatically certain bounds for the solution, which are not easily obtained with the classical methods, and results of this type are important for the applications to overdetermined systems of differential equations.

Équations de Cauchy-Riemann inhomogènes dans un polydisque, séries entières, domaines de Reinhardt, domaines d'holomorphic, pseudo-convexité et pluri-sous-harmonicité, sont abordés dans le deuxième chapitre de [51]. En particulier, on trouve des théorèmes classiques dus à Hartogs, Dolbeault-Grothendieck, Cartan [22], Cartan-Thullen [23], Bochner [10], Lewy [91], Oka [110], Serre [113], et Browder [19]. Après un chapitre sur les algèbres de Banach commutatives, le chapitre IV est consacré à l'existence et à l'approximation des solutions de l'équation inhomogène de Cauchy-Riemann dans des domaines d'holomorphic. La technique de démonstration consiste à utiliser des inégalités L^2 à poids. Dans la suite L. Hörmander introduit la notion de variété de Stein, modelée sur les propriétés des domaines d'holomorphic dans $\mathbb{C}^n$. Les théorèmes d'existence et d'approximation des solutions des équations de Cauchy-Riemann sont prolongés à ces variétés et l'auteur donne une caractérisation des variétés de Stein : celles-ci peuvent être représentées comme des sous-variétés fermées de $\mathbb{C}^N$ pour un N suffisamment grand. Les résultats de prolongement analytique et le problème de Cousin font l'objet d'une étude approfondie pour des variétés de Stein. Ces résultats sont dus à Cartan, Grauert, Bishop, Narasimhan et Oka. Le chapitre VI donne une démonstration du théorème de préparation de Weierstrass et étudie les propriétés de divisibilité dans l'anneau A_0 des germes de fonctions analytiques. Les sous-modules de A_0^p sont étudiés ainsi que le théorème de K. Oka sur le module des relations [109]. Ceci est nécessaire pour la théorie des faisceaux analytiques cohérents, présentée dans le dernier chapitre, où l'on trouve une étude du problème de Cousin pour des faisceaux analytiques cohérents sur une variété de Stein ainsi qu'une présentation d'un théorème de Siu [114] sur le nombre de Lelong de fonctions pluri-sous-harmoniques. Les techniques L^2 sont essentielles dans les démonstrations.

Asymptotique du nombre de valeurs propres

L'article [54], qui fait apparaître pour la première fois la notion d'opérateur intégral de Fourier, fournit une estimation optimale du reste dans la formule asymptotique donnant la fonction spectrale d'un opérateur elliptique. Cela est rendu possible par une description complète des singularités de la transformée de Fourier de la fonction spectrale pour des basses fréquences.

En dépit de cette activité à la fois considérable par sa quantité et remarquable par sa qualité, L. Hörmander ne se sent pas parfaitement à l'aise à l'IAS :

« It turned out that I found it hard to stand the demands on excellence that inevitably accompany the privilege of being an Institute professor. After two years of very hard work I felt that my results were not up to the level which could be expected. Doubting that I would be able to stand a lifetime of pressure, I started to toy with the idea of returning to Sweden when a regular professorship became vacant. An opportunity arose in 1967, and I decided to take it and return as professor in Lund from the fall term 1968. »

En 1968, L. Hörmander se trouve finalement à la fin d'un cycle qui le ramène à l'université de Lund, là où il avait commencé ses études en 1948. Il devait y rester jusqu'à sa retraite, avec plusieurs interruptions pour des séjours hors de Suède, principalement aux États-Unis.

La révolution microlocale

Le fait que les singularités doivent être classées en fonction de leur spectre est d'abord mis en évidence par trois mathématiciens japonais au début des années soixante-dix. Les *Lecture Notes* [112] de M. Sato, T. Kawai et M. Kashiwara jettent les bases de l'analyse dans l'espace des phases et de la microlocalisation. Le front d'onde analytique est défini en termes algébriques et la régularité analytique ainsi que des théorèmes de propagation des singularités sont démontrés dans la catégorie analytique.

L'article [18] de J. Bros et D. Iagolnitzer donne une définition du front d'onde analytique plus accessible aux analystes.

La définition du front d'onde C^∞ est donnée par L. Hörmander dans [56] en utilisant les opérateurs pseudodifférentiels. Le théorème de propagation des singularités pour des opérateurs de type principal réel (cf. Hörmander's [57]) représente sans aucun doute l'apogée de l'analyse microlocale ; depuis le dix-septième siècle, avec les travaux de Huygens et de Newton, la formulation mathématique de la propagation des ondes linéaires souffrait de l'absence de définition pertinente pour les objets mathématiques censés se propager. C'est bien la définition du front d'onde qui a permis une formulation correcte : pour un opérateur P de type principal réel avec des coefficients C^∞ (e.g. l'équation des ondes) et u une fonction telle que $Pu \in C^\infty$, le front d'onde de u est invariant par le flot du champ hamiltonien du symbole principal de P . De nouvelles démonstrations de ces résultats sont données par les articles de L. Hörmander sur les opérateurs intégraux de Fourier [55] et [28] (en commun avec J. Duistermaat). Il est intéressant de citer à ce propos l'introduction de [55] (les références sont les nôtres) :

The work of Egorov is actually an application of ideas from Maslov [94] who stated at the International Congress in Nice that his book actually contains the ideas attributed here to Egorov [30] and Arnold [4] as well

as a more general and precise operator calculus than ours. Since the book is highly inaccessible and does not appear to be quite rigorous we can only pass this information on to the reader, adding a reference to the explanations of Maslov's work given by Buslaev [20]. In this context we should also mention that the « Maslov index » which plays an essential role in Chapters III and IV was already considered quite explicitly by J. Keller [85]. It expresses the classical observation in geometrical optics that a phase shift of $\pi/2$ takes place at a caustic. The purpose of the present paper is not to extend the more or less formal methods used in geometrical optics but to extract from them a precise operator theory which can be applied to the theory of partial differential operators. In fact, we only use the simplest expansions which occur in geometrical optics, and a wealth of other ideas remain to be investigated.

L'introduction de l'article suivant [28] commence par

The purpose of this paper is to give applications of the operator theory developed in the first part. These concern the existence and regularity of solutions of

$$Pu = f$$

in a manifold X . In particular we construct and study parametrices for P ; we consider the above equation under the assumption that P has a principal symbol p which is homogeneous of degree m and real.

Résolubilité locale

Après le contre-exemple de H. Lewy (2) et les travaux de L. Hörmander sur la résolubilité locale mentionnés plus haut, L. Nirenberg et F. Treves en 1970 ([104], [105], [106]), après une étude sur les champs de vecteurs complexes [103] (voir aussi l'article de S. Mizohata [100]), introduisent la *condition* (Ψ) , et fournissent de multiples arguments suggérant que cette condition géométrique doit être équivalente à la résolubilité locale. La nécessité de cette condition pour la résolubilité locale d'équations pseudodifférentielles de type principal est démontrée en dimension deux par R. Moyer dans [101] et en général par L. Hörmander ([65]) en 1981.

Le caractère suffisant de cette condition pour la résolubilité locale d'équations différentielles de type principal est démontré en 1973 par R. Beals et C. Fefferman ([9]). Ils inventent pour cela un nouveau type de calcul pseudodifférentiel, reposant sur une décomposition de Calderón-Zygmund et parviennent à s'affranchir de l'hypothèse d'analyticité requise par L. Nirenberg et F. Treves. Pour des équations pseudodifférentielles de type principal en dimension deux, N. Lerner's [88] démontre que cette condition géométrique est suffisante pour la résolubilité locale. Bien plus tard, en 1994, L. Hörmander dans un article de synthèse [74], revient aux questions de résolubilité locale, avec une généralisation du contre-exemple de N.L. [89]. En 2006, N. Dencker démontre que la condition (Ψ) implique la résolubilité locale avec perte de deux dérivées.

Davantage sur le calcul pseudodifférentiel

Les résultats extraordinaires de R. Beals et C. Fefferman [9] sur la résolubilité locale sont complétés par un travail de L. Hörmander [62], qui fournit un théorème de propagation des singularités permettant de démontrer l'existence locale de solutions C^∞ pour des sources C^∞ . Toutefois, l'un des ingrédients les plus novateurs

de l'approche de R. Beals et C. Fefferman réside dans l'utilisation d'un calcul pseudodifférentiel non homogène permettant une localisation plus fine que ce qui est permis par une localisation conique. L'efficacité et le raffinement de l'outil pseudodifférentiel deviennent tels que la structure même de cette machinerie attire l'attention de plusieurs mathématiciens, parmi lesquels on peut citer R. Beals et C. Fefferman [8], R. Beals [7], A. Unterberger [122]. L'article de L. Hörmander, *The Weyl calculus of pseudodifferential operators*, publié en 1979, représente une excellente synthèse des conditions pertinentes qui font qu'un calcul pseudodifférentiel est utilisable. Cet article a été employé par de multiples auteurs dans des conditions très variées et la combinaison de l'invariance symplectique du calcul de Weyl avec la donnée d'une métrique sur l'espace des phases s'avère une approche fructueuse et efficace.

Écriture du traité en quatre volumes, 1979-1984

Le 25 mars 1982, L. Hörmander reçoit un *Doctorat Honoris Causa* de l'université Paris-sud à Orsay. J.-M. Bony et J. Sjöstrand donnent une présentation des travaux du récipiendaire au public rassemblé. À Orsay et ailleurs dans le monde mathématique, l'ouvrage à venir de L. Hörmander est attendu avec impatience et curiosité. Peu de choses sont vraiment connues sur ce livre, dont on sait que les *Springer Grundlehren series* assureront la publication : trois ou bien quatre volumes, un travail en commun ou bien une œuvre de L. Hörmander seul, contenu exact du livre, rien de tout cela n'est vraiment clair. Bien évidemment, on s'attend à une somme impressionnante, passant en revue une bonne partie des travaux sur les EDP linéaires au cours des vingt années écoulées depuis la parution du premier ouvrage de L. Hörmander sur les EDP. Les deux premiers volumes paraissent en 1983.

Premier volume : théorie des distributions et analyse de Fourier

Ce volume est maintenant devenu un livre classique d'analyse et une excellente présentation de la théorie des distributions. En particulier, cette introduction reste assez élémentaire, évitant les arguments les plus abstraits d'analyse fonctionnelle. À ce propos, l'auteur écrit dans les notes du chapitre II :

The topology in $C_0^\infty(X)$ is the inductive limit of the topology in $C_0^\infty(K)$ when the compact set K increases to X , so it is a $\mathcal{LF}$ topology. We have avoided this terminology in order not to encourage the once current misconception that familiarity with $\mathcal{LF}$ space is essential for the understanding of distribution theory.

Cette approche pragmatique rend ce livre très accessible et facilement utilisable pour l'enseignement d'un cours sur la théorie des distributions, ceci d'autant plus qu'il contient de nombreux exemples. L'organisation du traité est impressionnante et le plan est rigoureusement arrêté dès le tout début de l'ouvrage. Pour citer un seul exemple, on peut remarquer que le premier chapitre contient une discussion assez approfondie sur les partitions de l'unité, discussion qui ne sera utilisée réellement qu'au chapitre XVIII du troisième volume, mais qui trouve naturellement sa place dans ce chapitre introductif. On trouve dans ce premier volume plusieurs grands résultats mathématiques, dont la démonstration est de manière générale totalement reconstruite et originale : une nouvelle démonstration du théorème des noyaux de

L. Schwartz dans le chapitre V, une démonstration du théorème de préparation de Malgrange et une étude détaillée des méthodes de phase stationnaire dans le chapitre VII. L'auteur s'est manifestement efforcé de fournir au lecteur des arguments complets, ceci jusque dans les moindres détails : les classiques intégrales gaussiennes sont calculées explicitement, l'introduction en deux pages de la fonction d'Airy au chapitre VII fournit une étude remarquablement concise et claire.

Deuxième volume : opérateurs différentiels à coefficients constants

L. Hörmander écrit dans la préface à ce volume :

This volume is an expanded version of Chapters III, IV, V and VII of my 1963 book... The main technical tool in this volume is the Fourier-Laplace transformation. More powerful methods for the study of operators with variable coefficients will be developed in Volume III. However, the constant coefficient theory has given the guidelines for all that work. Although the field is no longer very active – perhaps because of its advanced state of development – ... the material presented here should not be neglected by the serious student who wants to get a balanced perspective of the theory...

Les troisième et quatrième volumes paraissent deux années plus tard en 1985. L. Hörmander écrit dans la préface à ces deux volumes :

The first two volumes of this monograph can be regarded as an expansion of my book... published in the Grundlehren series in 1963. However, volumes III and IV are almost entirely new. In fact they are mainly devoted to the theory of linear differential operators as it has developed after 1963. Thus the main topics are pseudodifferential and Fourier integral operators with the underlying symplectic geometry.

Le style a changé de manière drastique par rapport au premier volume et ces ouvrages sont d'une lecture plus difficile. Manifestement le public visé est constitué de chercheurs déjà au fait d'une partie de l'outillage technique nécessaire à la compréhension des avancées contenues dans ce livre.

Troisième volume : opérateurs pseudodifférentiels

Le chapitre XVII est sans doute une exception à la règle énoncée ci-dessus, car la nature des arguments utilisés reste relativement élémentaire, bien que les techniques d'inégalités de Carleman recèlent de nombreuses difficultés.

Le chapitre XVIII traite des opérateurs pseudodifférentiels : en une trentaine de pages, ce *Basic Calculus* est une excellente introduction au sujet et L. Hörmander a pris garde d'éviter une trop grande généralité dans cette partie introductive, et en particulier confine sa présentation au cas le plus standard d'algèbre d'opérateurs pseudodifférentiels, laissant les raffinements les plus récents aux chapitres ultérieurs. Le calcul totalement caractéristique défini par R. Melrose ([97]), la condition de transmission introduite par L. Boutet de Monvel ([15]) sont également traités dans ce chapitre. La dernière partie est consacrée au calcul de Weyl, suivant essentiellement la présentation de l'article [64] de l'auteur, mais contenant également une présentation détaillée des résultats nouveaux de C. Fefferman et D.H. Phong ([34]) sur les bornes inférieures pour les opérateurs pseudodifférentiels.

Le chapitre XIX présente les opérateurs elliptiques sur une variété sans bord et le théorème de l'indice. Dans les notes du chapitre XVIII, L. Hörmander écrit :

It seems likely that it was the solution by Atiyah and Singer [5] of the index problem for elliptic operators which led to the revitalization of the theory of singular integral operators.

Le chapitre XX, intitulé *Boundary Problems for Elliptic Differential Operators*, expose au début des éléments du chapitre X de [48] et prend en compte les développements sur le problème de l'indice pour des problèmes aux limites elliptiques fournis par les travaux de L. Boutet de Monvel [15], [14] et G. Grubb [36].

Le chapitre XXI est une présentation de la géométrie symplectique et commence par une série de résultats classiques. Dans la suite, on trouve des théorèmes sur les formes normales de fonctions C^∞ dans un espace symplectique, notamment des résultats dus à J. Duistermaat et J. Sjöstrand [29]. Ce chapitre est également une préparation importante aux résultats de résolubilité locale du chapitre XXVI avec les formes normales utilisées dans les articles de L. Nirenberg and F. Trèves [105]. La section 21.5, consacrée à la réduction des formes quadratiques dans un espace symplectique, reste à ce jour la meilleure référence sur le sujet.

Le chapitre XXII est consacré aux opérateurs hypoelliptiques : d'une part les opérateurs dotés d'une paramétrix pseudodifférentielle, à l'instar des opérateurs hypoelliptiques à coefficients constants, d'autre part les généralisations des opérateurs de Kolmogorov (5). Les résultats d' A. Melin [95] sur les bornes inférieures pour des opérateurs pseudodifférentiels constituent un outil important dans ce chapitre. On trouve également des résultats exposés dans des articles de L. Boutet de Monvel [16], J. Sjöstrand [115], et L. Boutet de Monvel, A. Grigis and B. Helffer [17].

Le chapitre XXIII, consacré aux opérateurs strictement hyperboliques, commence par l'exposition de la méthode classique d'énergie. Les estimations sont obtenues d'abord pour des opérateurs pseudodifférentiels d'ordre 1, et c'est un argument de factorisation qui permet de traiter les opérateurs d'ordre plus élevé. En suivant les articles de V. Ivrii et V. Petkov [84], l'auteur donne une version des théorèmes de Lax-Mizohata sur la nécessité de l'hyperbolicité faible pour obtenir un problème bien posé.

Le dernier chapitre de ce troisième volume est le chapitre XXIV, consacré aux problèmes mixtes Dirichlet-Cauchy pour les opérateurs du second ordre. Les singularités des solutions du problème de Dirichlet arrivant au bord sur une bica-ractéristique transverse sont réfléchis en suivant les lois de l'optique, mais les bica-ractéristiques tangentes requièrent une analyse spécifique qui est l'objet de plusieurs travaux, dont ceux de R. Melrose [96], M. Taylor [118], G. Eskin [33], V. Ivrii [83], R. Melrose et J. Sjöstrand [98], [99], K. Andersson et R. Melrose [3], J. Ralston [111], J. Sjöstrand [116].

Il ne faut pas quitter ce volume trois sans avoir lu les deux appendices, qui donnent une description de résultats classiques sur les distributions ainsi que de certains outils de géométrie différentielle.

Quatrième volume : opérateurs intégraux de Fourier

Ce chapitre XXV contient une présentation de la théorie des opérateurs intégraux de Fourier, incluant le cas des phases complexes. Bien que le résultat de propagation des singularités pour des opérateurs de type principal réel soit déjà démontré par des méthodes pseudodifférentielles au chapitre XXIII, la méthode des opérateurs intégraux de Fourier fournit un nouvel argument, plus constructif.

Le chapitre XXVI traite des opérateurs de type principal. Le cas des symboles réels apparaît finalement assez simple et dès la deuxième section, le lecteur rencontre les opérateurs à symboles complexes, d'un comportement plus... complexe. La nécessité de la condition (Ψ) pour la résolubilité locale, démontrée dans les articles déjà mentionnés [65] et [101] est démontrée dans la section 26.4. Les sept dernières sections de ce chapitre sont consacrées à des résultats très précis de propagation pour des opérateurs à symboles complexes satisfaisant à la condition (P) , plus forte que (Ψ) . Les outils essentiels utilisés dans la démonstration sont le théorème de préparation de Malgrange, le théorème d'Egorov sur la conjugaison des opérateurs pseudodifférentiels par des opérateurs intégraux de Fourier, les estimations de Nirenberg-Treves sur les équations de Cauchy-Riemann dégénérées [105], la procédure de localisation non-homogène de Beals-Fefferman [9] et le théorème de propagation d'Hörmander [62].

Les estimations sous-elliptiques sont l'objet du chapitre XXVII. Un opérateur d'ordre m est dit sous-elliptique avec une perte de δ dérivée si

$$(6) \quad Pu \in H_{loc}^s \implies u \in H_{loc}^{s+m-\delta}.$$

Le cas elliptique correspond à $\delta = 0$, tandis que les cas $\delta \in (0, 1)$ sont bien plus compliqués. La première démonstration complète pour les opérateurs satisfaisant à la condition (P) fut donnée par F. Treves dans [120], article dans lequel il utilise une méthode d'états cohérents : cette démonstration est donnée dans la section 27.3. Bien qu'il soit fort loin d'une démonstration élémentaire, cet argument est considérablement simplifié par l'hypothèse plus forte requérant la condition (P) , qui permet une exposition relativement compacte. Les trois dernières sections sont consacrées aux opérateurs sous-elliptiques satisfaisant à la condition (Ψ) , et l'on peut dire que la démonstration est extrêmement compliquée. Écoutons L. Hörmander dans [77] :

For the scalar case, Egorov [31] found necessary and sufficient conditions for subellipticity with loss of δ derivatives ($\delta \in [0, 1)$); the proof of sufficiency was completed in [63]. The results prove that the best δ is always of the form $k/(k+1)$ where k is a positive integer... A slight modification of the presentation of [63] is given in Chapter 27 of [70], but it is still very complicated technically. Another approach which covers also systems operating on scalars has been given by Nourrigat [107, 108] (see also the book [40] by Helffer and Nourrigat), but it is also far from simple so the study of subelliptic operators may not yet be in a final form.

Le chapitre XXVIII, *Uniqueness for the Cauchy problem*, est une suite naturelle du chapitre VIII dans le premier livre [48]. Le théorème de Calderón et les théorèmes d'unicité sous des hypothèses de pseudoconvexité sont traités, la notion de principale normalité est étendue en utilisant l'inégalité de Fefferman-Phong [34]. Néanmoins, les méthodes pseudodifférentielles requièrent une grande régularité des coefficients, de telle sorte que cette nouvelle version ne contient pas entièrement le chapitre VIII de [48]. La dernière section de ce chapitre est consacrée à un résultat d'unicité pour des opérateurs du second ordre de type principal réel dû essentiellement à N. Lerner et L. Robbiano [90].

Le chapitre XXIX, *Spectral Asymptotics*, est consacré aux propriétés asymptotiques des valeurs propres et de la fonction spectrale d'opérateurs autoadjoints

elliptiques. Si P est un opérateur positif d'ordre m , $P^{1/m}$ est un opérateur pseudodifférentiel avec des valeurs propres λ correspondant à la valeur propre λ^m pour P . Le groupe unitaire associé $e^{itP^{1/m}}$ peut être considéré comme un opérateur intégral de Fourier. Ici également, L. Hörmander présente une excellente synthèse des travaux sur le sujet, avec des résultats des articles de J. Chazarain [24], J. Duistermaat et V. Guillemin [27], V. Ivrii [82], V. Guillemin [37, 39, 38], Y. Colin de Verdière [25], A. Weinstein [124].

Le dernier chapitre est le trentième, *Long Range Scattering Theory*, consacré à l'étude d'opérateurs du type $P_0(D) + V(x, D)$ où P_0 est elliptique d'ordre m et V est d'ordre m tel que $P_0(D) + V(x, D)$ soit aussi elliptique avec

$$V(x, \xi) = V_S(x, \xi) + V_L(x, \xi),$$

où la partie à courte portée V_S a des coefficients décroissant comme une fonction intégrable de $|x|$ et V_L satisfait à des estimations analogues à celles de

$$(1 + |\xi|)^m(1 + |x|)^{-\varepsilon}$$

pour un $\varepsilon > 0$. L. Hörmander fournit une synthèse remarquable de son travail et des articles de plusieurs mathématiciens, dont S. Agmon [1].

Il n'y a pas de meilleure conclusion à cette revue du traité en question, que le texte émanant du jury du *Steele prize*, attribué en 2006 à Lars Hörmander pour la qualité exceptionnelle de l'exposition dans ce livre :

In these four volumes, Hörmander describes the developments [of micro-local analysis] in a treatment that is seamless and self-contained. Moreover, the effort to make this treatment self-contained has inspired him to recast, in much more simple and accessible form, the approach to much of this material as it originally appeared in the literature. An example is the theory of Fourier integral operators, which was invented by him in two seminal papers in the early 1970s. (These get a completely new and much more elegant reworking in volume four.) In brief, these four volumes are far more than a compendium of random results. They are a profound and masterful rethinking of the whole subject of microlocal analysis. Hörmander's four volumes on partial differential operators have influenced a whole generation of mathematicians working in the broad area of microlocal analysis and its applications. In the history of mathematics one is hard-pressed to find any comparable « expository » work that covers so much material, and with such depth and understanding, of such a broad area of mathematics.

Intermède Mittag-Leffler 1984-1986, retour à Lund en 1986

L. Hörmander passe les années universitaires 1984-86 comme directeur de l'institut Mittag-Leffler à Stockholm. Il écrit à ce propos :

I had only accepted a two year appointment with a leave of absence from Lund since I suspected that the many administrative duties there would not agree very well with me. The hunch was right...

L. Hörmander est de retour à l'université de Lund dès l'automne 1986.

Equations hyperboliques non linéaires

Pendant trois semestres en 1986-87, L. Hörmander donne des cours sur l'existence globale ou bien l'explosion des solutions d'équations hyperboliques non linéaires. Dix années plus tard, en 1996, le livre *Lectures on Nonlinear Hyperbolic Differential Equations* [76] est publié dans la série de Springer MATHÉMATIQUES & APPLICATIONS.

Des résultats classiques sur les équations scalaires du premier ordre sont décrits dans les premiers chapitres de ce livre. Le chapitre 5 traite de la compacité par compensation, avec comme outil principal les mesures de Young associées à une suite bornée de fonctions dans L^∞ . L'auteur utilise ces mesures pour démontrer des résultats de compacité par compensation, généralisant le lemme div-rot de F. Murat et L. Tartar [102], [117]. On trouve dans ce chapitre des applications de ces idées pour des équations scalaires ou bien des systèmes 2×2 .

Le reste du livre est consacré entièrement aux problèmes non linéaires en plusieurs variables d'espace. Le premier sujet traité est celui de l'existence en temps long de solutions à petites données pour l'équation des ondes non linéaires ou bien l'équation de Klein-Gordon. L. Hörmander utilise la méthode de S. Klainerman [86], qui repose sur des estimations à poids pour des fonctions lisses en termes des normes L^2 des $Z^l u$, où Z^l est un itéré de champs de vecteurs homogènes tangents au cône d'onde. Ce chapitre se termine avec une démonstration de l'existence globale en dimension 3, lorsque la non-linéarité satisfait à une « condition nulle », i.e. une condition de compatibilité entre les termes non linéaires et l'opérateur des ondes.

La dernière partie de cet ouvrage traite de l'utilisation de l'analyse microlocale dans l'étude d'équations non linéaires. Le chapitre 9 est consacré à l'étude des opérateurs pseudodifférentiels à symbole dans la classe « interdite » $S_{1,1}^0$ (ces opérateurs ne sont pas bornés sur L^2). Le point de départ pour cette étude est le travail de G. Bourdaud [13], suivi de [71]. L. Hörmander démontre qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un opérateur de ce type soit borné sur L^2 est que la transformée de Fourier partielle $\hat{a}(\xi, \eta)$ de son symbole satisfasse à une condition explicite d'annulation sur la seconde diagonale $\xi + \eta = 0$. Ces opérateurs forment une sous-classe de $S_{1,1}^0$ pour laquelle on peut examiner la composition, le passage à l'adjoint, l'ellipticité microlocale et l'inégalité de Gårding. Les résultats du chapitre 9 sont appliqués au chapitre 10 pour construire le calcul paradifférentiel de Bony [11, 12]. À un symbole $a(x, \xi)$ de régularité limitée en x , on associe un opérateur paradifférentiel et l'on démontre les théorèmes de base sur le calcul symbolique ainsi que la formule du paraproduit de Bony, puis le théorème de paralinéarisation de Bony : si F est régulière et si $u \in C^p$ ($p > 0$), alors $F(u) = Pu + Ru$, où P est un opérateur paradifférentiel de symbole $F'(u)$ et R est un opérateur p -régularisant. Ceci est utilisé pour démontrer un résultat de régularité elliptique microlocale pour des solutions d'équations non linéaires. Le dernier chapitre est consacré à la propagation des singularités; après une discussion sur la propagation pour des solutions d'équations pseudodifférentielles à symboles dans des classes définies au chapitre 9, l'auteur démontre le théorème de Bony de propagation des singularités faibles pour des équations non linéaires. La démonstration repose sur une réduction à une équation paradifférentielle, en utilisant les résultats des chapitres précédents.

Notions de convexité

L. Hörmander écrit en 1994 un nouveau livre, *Notions of convexity* [73], publié par Birkhäuser dans la série *Progress in Mathematics*. Le but principal de cet ouvrage est d'exposer une partie de la thèse de J.-M. Trépreau [119] sur le caractère suffisant de la condition (Ψ) pour la résolubilité locale dans la catégorie analytique. Pour des opérateurs microdifférentiels agissant sur des microfonctions, la nécessité de (Ψ) pour la résolubilité microlocale est démontrée par M. Sato, T. Kawai and M. Kashiwara dans [112]. Toutefois, comme le titre du livre l'indique, la démonstration du résultat de J.-M. Trépreau est l'aboutissement d'une longue marche d'approche et le lecteur est invité à revisiter bien des résultats classiques d'analyse convexe avant de parvenir au but du livre. Les premiers chapitres sont élémentaires mais riches d'informations sur la convexité.

Étudiants

Les étudiants en thèse de Lars Hörmander sont :

Germund DAHLQUIST, à l'université de Stockholm, en 1958,
 Vidar THOMÉE, à l'université de Stockholm, en 1959,
 Christer KISELMAN, à l'université de Stockholm, en 1966,
 Göran BJÖRCK, à l'université de Stockholm, en 1966,
 Jan BOMAN, à l'université de Stockholm, en 1967,
 Johannes SJÖSTRAND, à l'université de Lund, en 1972,
 Anders MELIN, à l'université de Lund, en 1973,
 Lars NYSTED, à l'université de Stockholm, en 1973,
 Arne ENQVIST, à l'université de Lund, en 1974,
 Gudrun GUDMUNDSDOTTIR, à l'université de Lund, en 1975,
 Anders KÄLLÉN, à l'université de Lund, en 1979,
 Nils DENCKER, à l'université de Lund, en 1981,
 Ragnar SIGURDSSON, à l'université de Lund, en 1984,
 Hans LINDBLAD, à l'université de Lund, en 1989,
 Pelle PETTERSSON à l'université de Lund, en 1994.

Retraite en 1996

L. Hörmander prend sa retraite en 1996 et devient professeur émérite. Toujours très actif, il publie deux ou trois articles par an. Son enthousiasme et son intérêt pour les mathématiques restent à un très haut niveau jusqu'à la fin de sa vie.

Conclusion

Après ce passage en revue rapide des travaux de Lars Hörmander, on voit tout d'abord qu'il a joué un rôle crucial dans bien des domaines et qu'en particulier il a élaboré la théorie mathématique des opérateurs intégraux de Fourier (en partie avec J. Duistermaat) et que sa contribution à l'analyse des opérateurs pseudodifférentiels est considérable. Les opérateurs intégraux de Fourier avaient une longue tradition informelle en mécanique quantique mais c'est bien le travail de Lars Hörmander, et c'est l'une de ses contributions fondamentales, qui a créé les bases mathématiques de leur théorie. Il a aussi été le premier à s'intéresser à ce qui est maintenant connu

comme les sommes de carrés de champs de vecteurs de Hörmander et à leurs propriétés d'hypoellipticité. Ces opérateurs sont importants en théorie des probabilités, en géométrie et ont trouvé récemment un large champ d'application avec les propriétés de régularisation de l'équation de Boltzmann et d'autres équations non linéaires. Lars Hörmander a aussi joué un rôle essentiel dans la construction d'une théorie cohérente des opérateurs sous-elliptiques, et c'est bien à son talent et son obstination personnels que l'on doit la clarification de bien des éléments de ce pan important de la théorie.

Lars Hörmander était également un auteur mathématique exceptionnel et un homme de synthèse. Les huit livres qu'il a écrits sont des ouvrages de référence, tous rédigés avec un point de vue très personnel et très original. Envergure mathématique impressionnante, densité, concision et précision sont les caractéristiques marquantes de son œuvre et ce sont bien ces qualités exceptionnelles qui permettent au lecteur de Lars Hörmander d'accéder aux résultats les plus fins et les plus complets dans bien des domaines. Le traité en quatre volumes sur les EDP linéaires, le livre sur les fonctions de plusieurs variables complexes ainsi que celui sur les équations hyperboliques non linéaires resteront comme des contributions d'exception et de référence pour les mathématiques.

Remerciements. L'auteur remercie J.-M. Bony et J. Sjöstrand pour plusieurs remarques utiles sur des versions préliminaires de ce manuscrit.

Références

- [1] S. Agmon, *Some new results in spectral and scattering theory of differential operators on $\mathbf{R}^n$* , Séminaire Goulaouic-Schwartz (1978/1979), École Polytech., Palaiseau, 1979, pp. Exp. n° 2, 11. MR 557513 (81j :35091)
- [2] S. Agmon and L. Hörmander, *Asymptotic properties of solutions of differential equations with simple characteristics*, J. Analyse Math. **30** (1976), 1–38. MR 0466902 (57 #6776)
- [3] K. G. Andersson and R. B. Melrose, *The propagation of singularities along gliding rays*, Invent. Math. **41** (1977), n° 3, 197–232. MR 0494322 (58 #13221)
- [4] V. I. Arnol'd, *On a characteristic class entering into conditions of quantization*, Funkcional. Anal. i Priložen. **1** (1967), 1–14. MR 0211415 (35 #2296)
- [5] M. F. Atiyah and I. M. Singer, *The index of elliptic operators on compact manifolds*, Bull. Amer. Math. Soc. **69** (1963), 422–433. MR 0157392 (28 #626)
- [6] M. Atiyah and D. Iagolnitzer (eds.), *Fields Medallists' lectures*, World Scientific Series in 20th Century Mathematics, vol. 5, World Scientific Publishing Co. Inc., River Edge, NJ, 1997. MR 1622945 (99b :00010)
- [7] R. Beals, *A general calculus of pseudodifferential operators*, Duke Math. J. **42** (1975), 1–42. MR 0367730 (51 #3972)
- [8] R. Beals and C. Fefferman, *Classes of spatially inhomogeneous pseudodifferential operators*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **70** (1973), 1500–1501. MR 0338840 (49 #3604)
- [9] ———, *On local solvability of linear partial differential equations*, Ann. of Math. (2) **97** (1973), 482–498. MR MR0352746 (50 #5233)
- [10] S. Bochner and W. T. Martin, *Several Complex Variables*, Princeton Mathematical Series, vol. 10, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1948. MR 0027863 (10,366a)
- [11] J.-M. Bony, *Calcul symbolique et propagation des singularités pour les équations aux dérivées partielles non linéaires*, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **14** (1981), n° 2, 209–246. MR 631751 (84h :35177)
- [12] ———, *Analyse microlocale des équations aux dérivées partielles non linéaires*, Microlocal analysis and applications (Montecatini Terme, 1989), Lecture Notes in Math., vol. 1495, Springer, Berlin, 1991, pp. 1–45. MR 1178555 (93k :35282)

- [13] G. Borda, *Une algèbre maximale d'opérateurs pseudo-différentiels*, Comm. Partial Differential Equations **13** (1988), n° 9, 1059–1083. MR 946282 (89g :47063)
- [14] L. Boutet de Monvel, *Comportement d'un opérateur pseudo-différentiel sur une variété à bord*, C. R. Acad. Sci. Paris **261** (1965), 4587–4589. MR 0188607 (32 #6043)
- [15] ———, *Comportement d'un opérateur pseudo-différentiel sur une variété à bord. I. La propriété de transmission*, J. Analyse Math. **17** (1966), 241–253. MR 0239254 (39 #611)
- [16] ———, *Hypoelliptic operators with double characteristics and related pseudo-differential operators*, Comm. Pure Appl. Math. **27** (1974), 585–639. MR 0370271 (51 #6498)
- [17] L. Boutet de Monvel, A. Grigis, and B. Helffer, *Parametrixes d'opérateurs pseudo-différentiels à caractéristiques multiples*, Journées : Équations aux Dérivées Partielles de Rennes (1975), Soc. Math. France, Paris, 1976, pp. 93–121. Astérisque, No. 34–35. MR 0493005 (58 #12046)
- [18] J. Bros and D. Iagolnitzer, *Tuboïdes et structure analytique des distributions. II. Support essentiel et structure analytique des distributions*, Séminaire Goulaouic-Lions-Schwartz 1974–1975 : Équations aux dérivées partielles linéaires et non linéaires, Exp. n° 18, Centre Math., École Polytech., Paris, 1975, p. 34. MR 0399494 (53 #3338)
- [19] A. Browder, *Cohomology of maximal ideal spaces*, Bull. Amer. Math. Soc. **67** (1961), 515–516. MR 0130580 (24 #A440)
- [20] V. S. Buslaev, *The generating integral and the Maslov canonical operator in the WKB method*, Funkcional. Anal. i Priložen. **3** (1969), n° 3, 17–31. MR 0467854 (57 #7705)
- [21] A.-P. Calderón, *Uniqueness in the Cauchy problem for partial differential equations.*, Amer. J. Math. **80** (1958), 16–36. MR 0104925 (21 #3675)
- [22] H. Cartan, *Sur les matrices holomorphes de n variables complexes*, J. Math. Pures Appl. **19** (1940), 1–26. MR 0001874 (1,312a)
- [23] H. Cartan and P. Thullen, *Zur Theorie der Singularitäten der Funktionen mehrerer komplexen Veränderlichen*, Math. Ann. **106** (1932), n° 1, 617–647. MR 1512777
- [24] J. Chazarain, *Formule de Poisson pour les variétés riemanniennes*, Invent. Math. **24** (1974), 65–82. MR 0343320 (49 #8062)
- [25] Y. Colin de Verdière, *Sur le spectre des opérateurs elliptiques à bicaractéristiques toutes périodiques*, Comment. Math. Helv. **54** (1979), n° 3, 508–522. MR 543346 (81a :58052)
- [26] N. Dencker, *The resolution of the Nirenberg-Treves conjecture*, Ann. of Math. **163** (2006), 2, 405–444.
- [27] J. J. Duistermaat and V. W. Guillemin, *The spectrum of positive elliptic operators and periodic geodesics*, Differential geometry (Proc. Sympos. Pure Math., Vol. XXVII, Part 2, Stanford Univ., Stanford, Calif., 1973), Amer. Math. Soc., Providence, R. I., 1975, pp. 205–209. MR 0423438 (54 #11416)
- [28] J. J. Duistermaat and L. Hörmander, *Fourier integral operators. II*, Acta Math. **128** (1972), n° 3-4, 183–269. MR 0388464 (52 #9300)
- [29] J. J. Duistermaat and J. Sjöstrand, *A global construction for pseudo-differential operators with non-involutive characteristics*, Invent. Math. **20** (1973), 209–225. MR 0344942 (49 #9681)
- [30] Ju. V. Egorov, *The canonical transformations of pseudodifferential operators*, Uspehi Mat. Nauk **24** (1969), n° 5 (149), 235–236. MR 0265748 (42 #657)
- [31] ———, *Subelliptic operators*, Uspehi Mat. Nauk **30** (1975), n° 2(182), 57–114. MR 0410473 (53 #14222)
- [32] L. Ehrenpreis, *Solution of some problems of division. I. Division by a polynomial of derivation*, Amer. J. Math. **76** (1954), 883–903. MR 0068123 (16,834a)
- [33] G. Eskin, *Parametrix and propagation of singularities for the interior mixed hyperbolic problem*, J. Analyse Math. **32** (1977), 17–62. MR 477491 (81e :35077)
- [34] C. Fefferman and D. H. Phong, *On positivity of pseudo-differential operators*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **75** (1978), n° 10, 4673–4674. MR 507931 (80b :47064)
- [35] L. Gårding, *Some trends and problems in linear partial differential equations*, Proc. Internat. Congress Math. 1958, Cambridge Univ. Press, New York, 1960, pp. 87–102. MR 0117434 (22 #8213)
- [36] G. Grubb, *Problèmes aux limites pseudo-différentiels dépendant d'un paramètre*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **292** (1981), n° 12, 581–583. MR 615453 (82f :35194)

- [37] V. Guillemin, *The Radon transform on Zoll surfaces*, Advances in Math. **22** (1976), n° 1, 85–119. MR 0426063 (54 #14009)
- [38] ———, *Some spectral results for the Laplace operator with potential on the n -sphere*, Advances in Math. **27** (1978), n° 3, 273–286. MR 0478245 (57 #17730)
- [39] ———, *Some classical theorems in spectral theory revisited*, Seminar on Singularities of Solutions of Linear Partial Differential Equations (Inst. Adv. Study, Princeton, N.J., 1977/78), Ann. of Math. Stud., vol. 91, Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1979, pp. 219–259. MR 547021 (81b :58045)
- [40] B. Helffer and J. Nourrigat, *Hypoellipticité maximale pour des opérateurs polynômes de champs de vecteurs*, Progress in Mathematics, vol. 58, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1985. MR 897103 (88i :35029)
- [41] L. Hörmander, *On the theory of general partial differential operators*, Acta Math. **94** (1955), 161–248. MR 0076151 (17,853d)
- [42] ———, *Local and global properties of fundamental solutions*, Math. Scand. **5** (1957), 27–39. MR 0093636 (20 #159)
- [43] ———, *On the uniqueness of the Cauchy problem*, Math. Scand. **6** (1958), 213–225. MR 0104924 (21 #3674)
- [44] ———, *On the uniqueness of the Cauchy problem. II*, Math. Scand. **7** (1959), 177–190. MR 0121569 (22 #12306)
- [45] ———, *Differential equations without solutions*, Math. Ann. **140** (1960), 169–173. MR 0147765 (26 #5279)
- [46] ———, *Differential operators of principal type*, Math. Ann. **140** (1960), 124–146. MR 0130574 (24 #A434)
- [47] ———, *Estimates for translation invariant operators in L^p spaces*, Acta Math. **104** (1960), 93–140. MR 0121655 (22 #12389)
- [48] ———, *Linear partial differential operators*, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 116, Academic Press Inc., Publishers, New York, 1963. MR 0161012 (28 #4221)
- [49] ———, *L^2 estimates and existence theorems for the $\bar{\partial}$ operator*, Acta Math. **113** (1965), 89–152. MR 0179443 (31 #3691)
- [50] ———, *Pseudo-differential operators*, Comm. Pure Appl. Math. **18** (1965), 501–517. MR 0180740 (31 #4970)
- [51] ———, *An introduction to complex analysis in several variables*, D. Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N.J.-Toronto, Ont.-London, 1966. MR 0203075 (34 #2933)
- [52] ———, *Pseudo-differential operators and non-elliptic boundary problems*, Ann. of Math. (2) **83** (1966), 129–209. MR 0233064 (38 #1387)
- [53] ———, *Hypoelliptic second order differential equations*, Acta Math. **119** (1967), 147–171. MR 0222474 (36 #5526)
- [54] ———, *The spectral function of an elliptic operator*, Acta Math. **121** (1968), 193–218. MR 0609014 (58 #29418)
- [55] ———, *Fourier integral operators. I*, Acta Math. **127** (1971), n° 1-2, 79–183. MR 0388463 (52 #9299)
- [56] ———, *Linear differential operators*, Actes du Congrès International des Mathématiciens (Nice, 1970), Tome 1, Gauthier-Villars, Paris, 1971, pp. 121–133. MR 0513000 (58 #23766)
- [57] ———, *On the existence and the regularity of solutions of linear pseudo-differential equations*, Enseignement Math. (2) **17** (1971), 99–163. MR 0331124 (48 #9458)
- [58] ———, *A class of hypoelliptic pseudodifferential operators with double characteristics*, Math. Ann. **217** (1975), n° 2, 165–188. MR 0377603 (51 #13774)
- [59] ———, *Non-uniqueness for the Cauchy problem*, Fourier integral operators and partial differential equations (Colloq. Internat., Univ. Nice, Nice, 1974), Springer, Berlin, 1975, pp. 36–72. Lecture Notes in Math., Vol. 459. MR 0419980 (54 #7997)
- [60] ———, *The existence of wave operators in scattering theory*, Math. Z. **146** (1976), n° 1, 69–91. MR 0393884 (52 #14691)
- [61] ———, *The Cauchy problem for differential equations with double characteristics*, J. Analyse Math. **32** (1977), 118–196. MR 0492751 (58 #11822)
- [62] ———, *Propagation of singularities and semiglobal existence theorems for*

- (pseudo)differential operators of principal type, Ann. of Math. (2) **108** (1978), n° 3, 569–609. MR 512434 (81j :35110)
- [63] ———, *Subelliptic operators*, Seminar on Singularities of Solutions of Linear Partial Differential Equations (Inst. Adv. Study, Princeton, N.J., 1977/78), Ann. of Math. Stud., vol. 91, Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1979, pp. 127–208. MR 547019 (82e :35029)
- [64] ———, *The Weyl calculus of pseudodifferential operators*, Comm. Pure Appl. Math. **32** (1979), n° 3, 360–444. MR 517939 (80j :47060)
- [65] ———, *Pseudodifferential operators of principal type*, Singularities in boundary value problems (Proc. NATO Adv. Study Inst., Maratea, 1980), NATO Adv. Study Inst. Ser. C : Math. Phys. Sci., vol. 65, Reidel, Dordrecht, 1981, pp. 69–96. MR MR617227 (83m :35003)
- [66] ———, *The analysis of linear partial differential operators. I*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 256, Springer-Verlag, Berlin, 1983, Distribution theory and Fourier analysis. MR 717035 (85g :35002a)
- [67] ———, *The analysis of linear partial differential operators. II*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 257, Springer-Verlag, Berlin, 1983, Differential operators with constant coefficients. MR 705278 (85g :35002b)
- [68] ———, *L^2 estimates for Fourier integral operators with complex phase*, Ark. Mat. **21** (1983), n° 2, 283–307. MR 727350 (85h :47058)
- [69] ———, *The analysis of linear partial differential operators. III*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 274, Springer-Verlag, Berlin, 1985, Pseudodifferential operators. MR 781536 (87d :35002a)
- [70] ———, *The analysis of linear partial differential operators. IV*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 275, Springer-Verlag, Berlin, 1985, Fourier integral operators. MR 781537 (87d :35002b)
- [71] ———, *Pseudo-differential operators of type 1,1*, Comm. Partial Differential Equations **13** (1988), n° 9, 1085–1111. MR 946283 (89k :35260)
- [72] ———, *Remarks on Holmgren's uniqueness theorem*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **43** (1993), n° 5, 1223–1251. MR 1275197 (95b :35010)
- [73] ———, *Notions of convexity*, Progress in Mathematics, vol. 127, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1994. MR MR1301332 (95k :00002)
- [74] ———, *On the solvability of pseudodifferential equations*, Structure of solutions of differential equations (Katata/Kyoto, 1995), World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1996, pp. 183–213. MR 1445340 (98f :35166)
- [75] ———, *Autobiography of Lars Hörmander*, Fields Medallists' lectures, World Sci. Ser. 20th Century Math., vol. 5, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1997, pp. 82–85. MR 1622936
- [76] ———, *Lectures on nonlinear hyperbolic differential equations*, Mathématiques & Applications (Berlin) [Mathematics & Applications], vol. 26, Springer-Verlag, Berlin, 1997. MR 1466700 (98e :35103)
- [77] ———, *Looking forward from ICM 1962*, Fields Medallists' lectures, World Sci. Ser. 20th Century Math., vol. 5, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1997, pp. 86–103. MR 1622899 (99d :01028)
- [78] ———, *On the uniqueness of the Cauchy problem under partial analyticity assumptions*, Geometrical optics and related topics (Cortona, 1996), Progr. Nonlinear Differential Equations Appl., vol. 32, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1997, pp. 179–219. MR 2033496
- [79] ———, *On local integrability of fundamental solutions*, Ark. Mat. **37** (1999), n° 1, 121–140. MR 1673428 (2000j :35042)
- [80] ———, *The analysis of linear partial differential operators. III*, Classics in Mathematics, Springer, Berlin, 2007, Pseudo-differential operators, Reprint of the 1994 edition. MR 2304165 (2007k :35006)
- [81] ———, *The analysis of linear partial differential operators. IV*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2009, Fourier integral operators, Reprint of the 1994 edition. MR 2512677 (2010e :35003)
- [82] V. Ja. Ivrii, *The second term of the spectral asymptotics for a Laplace-Beltrami operator on manifolds with boundary*, Funktsional. Anal. i Prilozhen. **14** (1980), n° 2, 25–34. MR 575202 (82m :58057)

- [83] ———, *Wave fronts of solutions of boundary value problems for a class of symmetric hyperbolic systems*, *Sibirsk. Mat. Zh.* **21** (1980), n° 4, 62–71, 236. MR 579879 (82a :35066)
- [84] V. Ja. Ivrii and V. M. Petkov, *Necessary conditions for the correctness of the Cauchy problem for non-strictly hyperbolic equations*, *Uspehi Mat. Nauk* **29** (1974), n° 5(179), 3–70, Collection of articles dedicated to the memory of Ivan Georgievič Petrovskii (1901–1973), III. MR 0427843 (55 #873)
- [85] J. B. Keller, *Corrected Bohr-Sommerfeld quantum conditions for nonseparable systems.*, *Ann. Physics* **4** (1958), 180–188. MR 0099207 (20 #5650)
- [86] S. Klainerman, *The null condition and global existence to nonlinear wave equations*, *Non-linear systems of partial differential equations in applied mathematics, Part 1* (Santa Fe, N.M., 1984), *Lectures in Appl. Math.*, vol. 23, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1986, pp. 293–326. MR 837683 (87h :35217)
- [87] J. J. Kohn and L. Nirenberg, *An algebra of pseudo-differential operators*, *Comm. Pure Appl. Math.* **18** (1965), 269–305. MR 0176362 (31 #636)
- [88] N. Lerner, *Sufficiency of condition (ψ) for local solvability in two dimensions*, *Ann. of Math.* (2) **128** (1988), n° 2, 243–258. MR MR960946 (90a :35242)
- [89] ———, *Nonsolvability in L^2 for a first order operator satisfying condition (ψ)* , *Ann. of Math.* (2) **139** (1994), n° 2, 363–393. MR 1274095 (95g :35222)
- [90] N. Lerner and L. Robbiano, *Unicité de Cauchy pour des opérateurs de type principal*, *J. Analyse Math.* **44** (1984/85), 32–66. MR 801286 (86j :35005)
- [91] H. Lewy, *On the local character of the solutions of an atypical linear differential equation in three variables and a related theorem for regular functions of two complex variables*, *Ann. of Math.* (2) **64** (1956), 514–522. MR 0081952 (18,473b)
- [92] ———, *An example of a smooth linear partial differential equation without solution*, *Ann. of Math.* (2) **66** (1957), 155–158. MR 0088629 (19,551d)
- [93] B. Malgrange, *Equations aux dérivées partielles à coefficients constants. I. Solution élémentaire*, *C. R. Acad. Sci. Paris* **237** (1953), 1620–1622. MR 0060112 (15,626f)
- [94] V.P. Maslov, *Theory of perturbations and asymptotic methods*, *Moskov Gos. Univ. Moscow* (1965), .
- [95] A. Melin, *Lower bounds for pseudo-differential operators*, *Ark. Mat.* **9** (1971), 117–140. MR 0328393 (48 #6735)
- [96] R. B. Melrose, *Microlocal parametrices for diffractive boundary value problems*, *Duke Math. J.* **42** (1975), n° 4, 605–635. MR 0517101 (58 #24409)
- [97] ———, *Transformation of boundary problems*, *Acta Math.* **147** (1981), n° 3-4, 149–236. MR 639039 (83f :58073)
- [98] R. B. Melrose and J. Sjöstrand, *Singularities of boundary value problems. I*, *Comm. Pure Appl. Math.* **31** (1978), n° 5, 593–617. MR 0492794 (58 #11859)
- [99] ———, *Singularities of boundary value problems. II*, *Comm. Pure Appl. Math.* **35** (1982), n° 2, 129–168. MR 644020 (83h :35120)
- [100] S. Mizohata, *Solutions nulles et solutions non analytiques*, *J. Math. Kyoto Univ.* **1** (1961/1962), 271–302. MR MR0142873 (26 #440)
- [101] R. D. Moyer, *Local solvability in two dimensions : necessary conditions for the principal type case*, Mimeographed manuscript, University of Kansas, 1978.
- [102] F. Murat, *Compacité par compensation*, *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci.* (4) **5** (1978), n° 3, 489–507. MR 506997 (80h :46043a)
- [103] L. Nirenberg and F. Trèves, *Solvability of a first order linear partial differential equation*, *Comm. Pure Appl. Math.* **16** (1963), 331–351. MR MR0163045 (29 #348)
- [104] ———, *On local solvability of linear partial differential equations. I. Necessary conditions*, *Comm. Pure Appl. Math.* **23** (1970), 1–38. MR MR0264470 (41 #9064a)
- [105] ———, *On local solvability of linear partial differential equations. II. Sufficient conditions*, *Comm. Pure Appl. Math.* **23** (1970), 459–509. MR MR0264471 (41 #9064b)
- [106] ———, *A correction to : “On local solvability of linear partial differential equations. II. Sufficient conditions”* (*Comm. Pure Appl. Math.* **23** (1970), 459–509), *Comm. Pure Appl. Math.* **24** (1971), n° 2, 279–288. MR MR0435641 (55 #8599)
- [107] J. Nourrigat, *Subelliptic systems*, *Comm. Partial Differential Equations* **15** (1990), n° 3, 341–405. MR 1044428 (91c :35040)

- [108] ———, *Systèmes sous-elliptiques. II*, Invent. Math. **104** (1991), n° 2, 377–400. MR 1098615 (92f :35048)
- [109] K. Oka, *Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables. VII. Sur quelques notions arithmétiques*, Bull. Soc. Math. France **78** (1950), 1–27. MR 0035831 (12,18a)
- [110] ———, *Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables*, I. Shoten, Tokyo, 1961. MR 0132202 (24 #A2048)
- [111] J. V. Ralston, *Solutions of the wave equation with localized energy*, Comm. Pure Appl. Math. **22** (1969), 807–823. MR 0254433 (40 #7642)
- [112] M. Sato, T. Kawai, and M. Kashiwara, *Microfunctions and pseudo-differential equations*, Hyperfunctions and pseudo-differential equations (Proc. Conf., Katata, 1971; dedicated to the memory of André Martineau), Springer, Berlin, 1973, pp. 265–529. Lecture Notes in Math., Vol. 287. MR MR0420735 (54 #8747)
- [113] J.-P. Serre, *Une propriété topologique des domaines de Runge*, Proc. Amer. Math. Soc. **6** (1955), 133–134. MR 0067488 (16,736c)
- [114] Y. T. Siu, *Analyticity of sets associated to Lelong numbers and the extension of closed positive currents*, Invent. Math. **27** (1974), 53–156. MR 0352516 (50 #5003)
- [115] J. Sjöstrand, *Parametrices for pseudodifferential operators with multiple characteristics*, Ark. Mat. **12** (1974), 85–130. MR 0352749 (50 #5236)
- [116] ———, *Propagation of analytic singularities for second order Dirichlet problems*, Comm. Partial Differential Equations **5** (1980), n° 1, 41–93. MR 556454 (81e :35031a)
- [117] L. Tartar, *Compensated compactness and applications to partial differential equations*, Nonlinear analysis and mechanics : Heriot-Watt Symposium, Vol. IV, Res. Notes in Math., vol. 39, Pitman, Boston, Mass., 1979, pp. 136–212. MR 584398 (81m :35014)
- [118] M. E. Taylor, *Grazing rays and reflection of singularities of solutions to wave equations*, Comm. Pure Appl. Math. **29** (1976), n° 1, 1–38. MR 0397175 (53 #1035)
- [119] J.-M. Trépreau, *Sur la résolubilité microlocale des opérateurs de type principal*, Conference on Partial Differential Equations (Saint Jean de Monts, 1982), Soc. Math. France, Paris, 1982, pp. Conf. No. 22, 10. MR MR672289 (84a :58079)
- [120] F. Trèves, *A new method of proof of the subelliptic estimates*, Comm. Pure Appl. Math. **24** (1971), 71–115. MR 0290201 (44 #7385)
- [121] F. Trèves, G. Pisier, and M. Yor, *Laurent Schwartz (1915–2002)*, Notices Amer. Math. Soc. **50** (2003), n° 9, 1072–1084. MR 2002753 (2004h :01034)
- [122] A. Unterberger, *Oscillateur harmonique et opérateurs pseudo-différentiels*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **29** (1979), n° 3, xi, 201–221. MR 552965 (81m :58077)
- [123] A. Unterberger and J. Bokobza, *Les opérateurs de Calderon-Zygmund précisés*, C. R. Acad. Sci. Paris **259** (1964), 1612–1614. MR 0176360 (31 #635a)
- [124] A. Weinstein, *Asymptotics of eigenvalue clusters for the Laplacian plus a potential*, Duke Math. J. **44** (1977), n° 4, 883–892. MR 0482878 (58 #2919)

Sur l'apport de Lars Hörmander en Analyse complexe

Makhlouf Derridj¹

Mon intention ici n'est pas de faire un exposé sur les travaux de Lars Hörmander en analyse complexe, mais plutôt d'essayer de montrer, par un choix de quelques-uns de ses résultats et méthodes, la richesse, la profondeur et l'originalité de ses apports, en me focalisant sur ce qui est maintenant appelé « les méthodes L^2 -d'Hörmander » et en signalant quelques applications mettant en valeur la souplesse de cette approche (problème de Cousin, théorèmes d'extension, d'approximation...). Je parlerai un peu de cette méthode (ou technique), dans le cadre d'un ouvert de $\mathbb{C}^n$, avec la technique des trois poids, mais les choses marchent dans le cadre de variétés complexes adaptée (par exemple les variétés de Stein, ou même plus généralement des fibrés vectoriels sur celles-ci), en ne prenant qu'un poids, grâce à l'introduction d'une métrique hermitienne convenable. De nombreux travaux ultérieurs d'autres mathématiciens généralisent cette méthode à des fibrés vectoriels et à des variétés complexes, sous des hypothèses de plus en plus faibles, ou bien l'appliquent (ou l'adaptent, suivant le cas), à d'autres problèmes. Comme dans d'autres domaines (voir la contribution de Nicolas Lerner, qui donne avec clarté, un survol-panorama de l'œuvre de L. Hörmander, avec une vaste bibliographie), cela montre l'étendue du champ que L. Hörmander ouvre après chacun de ses travaux.

Personnellement, je fais partie des mathématiciens qui ont butiné ses travaux ; le premier article de mathématiques que j'ai lu et qui m'a été donné en 1967 (en preprint) par Salah Baouendi, est celui sur les fameux carrés de champs de vecteurs, article dont j'ai grandement profité et qui a nourri tant de mathématiciens, que ce soit dans la théorie des équations aux dérivées partielles (EDP) ou dans d'autres domaines des mathématiques (probabilités, géométrie, analyse complexe, à travers en particulier la notion de type pour les domaines pseudo convexes à bord régulier,...). Regardons d'un peu plus près quelques points de son apport déterminant en analyse complexe (tirés de [5], [6]).

1. Les méthodes L^2 de L. Hörmander pour l'opérateur $\bar{\partial}$

Comme je l'ai dit, je décris ici le cas d'un ouvert de $\mathbb{C}^n$. Le point de vue de départ adopté est de considérer une fonction holomorphe f sur un ouvert comme une solution de l'équation $\bar{\partial}f = 0$ sur cet ouvert. Il est donc naturel d'étudier les solutions non homogènes de cet opérateur (i.e. $\bar{\partial}f = g$), soit dans des espaces de fonctions, soit de distributions (on dérive alors au sens des distributions), ou

¹ Université de Haute Normandie, Laboratoire Raphael Salem, CNRS UMR 6085 ; avenue de l'université, BP 12, 7680 Saint Etienne du Rouvray. 5 rue de la Juvinière, 78350 Les Loges en Josas.

encore, ce qui sera le cas ici, dans des espaces plus adaptés à l'application de l'analyse fonctionnelle, à savoir des espaces de Hilbert (type L^2).

L'opérateur $\bar{\partial}$ se définit non seulement sur les fonctions (ou distributions), mais aussi tout naturellement sur des formes différentielles, à coefficients fonctions (ou distributions). En effet l'opérateur $\bar{\partial}$ envoie une distribution sur un n -uplet de distributions ou, écrit plus élégamment, une forme de degré 1 à coefficients distributions (analogue de l'opérateur d en analyse réelle, qui est défini sur les formes différentielles). La différence réside dans l'écriture où on fait ressortir la structure complexe. Les 1-formes de base sont : dz_j et $d\bar{z}_j$, $j = 1, \dots, n$ (dx_j en analyse réelle). Alors ici, au lieu du type (ou degré) d'une forme, on précise son bitype (ou bidegré) :

si pour $I = (i_1, i_2, \dots, i_p)$, on pose $dz^I = dz_{i_1} \wedge dz_{i_2} \wedge \dots \wedge dz_{i_p}$, et pour $J = (j_1, j_2, \dots, j_q)$, $d\bar{z}^J = d\bar{z}_{j_1} \wedge d\bar{z}_{j_2} \wedge \dots \wedge d\bar{z}_{j_q}$, alors u est dit de bitype (p, q) si on peut écrire $u = \sum u_{IJ} dz^I \wedge d\bar{z}^J$, les u_{IJ} étant des fonctions ou des distributions et I et J étant respectivement de longueur p et q .

Comme on le verra, l'opérateur $\bar{\partial}$ ne concernant que les dérivations antiholomorphes, l'indice p jouera un rôle d'appendice. On allègera les notations en prenant $p = 0$ et on l'ignorerait dans les notations. Tout ce qui sera énoncé ici reste vrai pour p non nul. Ainsi, on parlera des formes $(0, q)$. On définit alors $\bar{\partial}$ sur les formes de bitype $(0, q)$ comme un opérateur linéaire qui, pour u de la forme $u = u_J d\bar{z}^J$, est défini par

$$\bar{\partial}u = \sum_k (\partial u_J / \partial \bar{z}_k) d\bar{z}_k \wedge d\bar{z}^J,$$

où $\partial / \partial \bar{z}_k = \frac{1}{2}(\partial / \partial x_k + i \partial / \partial y_k)$.

Pour travailler dans le cadre L^2 (avec mesure de Lebesgue $dL(z)$) sur un ouvert U , L. Hörmander introduit des poids. Pour p continue sur U , on introduit l'espace de $(0, q)$ -formes :

$$L_q(U, p) = \{f / \int_U |f(z)|^2 \exp(-p(z)) dL(z) < +\infty\},$$

et on note $\|\cdot\|_p$ la norme naturellement associée à cette définition de $L_q(U, p)$.

Avec deux poids p_1 et p_2 , on obtient un opérateur non borné T_q de $L_q(U, p_1)$ dans $L_{q+1}(U, p_2)$, dont le domaine $D(T_q)$ est constitué des éléments f de $L_q(U, p_1)$ tels que $\bar{\partial}f$ soit dans $L_{q+1}(U, p_2)$, et qui est défini par $T_q(f) = \bar{\partial}f$, pour f dans $D(T_q)$.

C'est un opérateur linéaire non borné, fermé, de domaine dense entre les deux espaces de Hilbert. On peut alors étudier l'existence de solutions de l'équation $\bar{\partial}f = g$, pour g donnée dans $L_{q+1}(U, p_2)$ et $\bar{\partial}$ -fermé, en utilisant des outils d'analyse fonctionnelle, à savoir deux lemmes donnés par L. Hörmander :

Lemme 1 ([5], p. 78).

Soient H_1 et H_2 deux espaces de Hilbert et T un opérateur non borné de H_1 dans H_2 , fermé, de domaine dense. Soit F un sous-espace fermé de H_2 , contenant l'image

de T . Alors cette image est égale à F si et seulement si il existe une constante C telle que :

$$(1) \quad \|f\|_2 \leq C \|T^*f\|_1, \forall f \in F \cap D(T^*),$$

où $\|\cdot\|_j$ désigne la norme dans H_j .

Lemme 2 ([5], p. 79).

Soient H_1 , H_2 et T comme ci-dessus. Supposons l'inégalité (1) vérifiée. Alors, pour tout f dans H_1 , orthogonal au noyau de T , il existe g dans H_2 , tel que :

$$(2) \quad T^*g = f \text{ et } \|g\|_2 \leq C \|f\|_1.$$

Pour appliquer le lemme 1, afin de résoudre le problème : $T_q f = g$, où g vérifie $T_{q+1}g = 0$, et T_{q+1} est un opérateur non borné de H_2 dans H_3 , avec $H_3 = L_{q+2}(U, p_3)$, il convient de prendre pour F le noyau de T_{q+1} . Le problème est ainsi ramené à voir sous quelles conditions naturelles sur l'ouvert U , on peut construire p_1 , p_2 et p_3 continues sur U , permettant d'avoir l'inégalité (1). Pour cela il suffit de savoir quand on peut avoir trois fonctions p_1 , p_2 et p_3 telles qu'on ait l'inégalité (suffisante) suivante :

$$(3) \quad \|f\|_{p_1} \leq C(\|T_q^*f\|_{p_2} + \|T_{q+1}f\|_{p_3}), \forall f \in D(T_q^*) \cap D(T_{q+1}).$$

Il est aisé de voir que les formes de $D_q(U)$, c'est-à-dire à coefficients fonctions test dans U , sont dans $D(T_q^*) \cap D(T_{q+1})$, que l'on a $T_{q+1}g = \bar{\partial}g$ et que l'adjoint T_q^* , restreint à $D_{q+1}(U)$, est un opérateur différentiel (qui se détermine par intégration par parties). Ainsi, lorsque g est dans $D_{q+1}(U)$, on sait écrire le second membre de (3). On peut alors essayer d'établir (3). Le cadre naturel est celui des ouverts pseudo-convexes, c'est-à-dire admettant une fonction d'exhaustion, continue, pluri-sous-harmonique. En construisant une fonction p régulière convenable, L. Hörmander donne les résultats suivants qui montrent la souplesse de la méthode.

a) Pour tout poids (disons de classe C^2) r sur U , le choix de $p_1 = r - 2p$, $p_2 = r - p$, $p_3 = r$ entraîne que $D_q(U)$ est dense dans $D(T_q^*) \cap D(T_{q+1})$, pour la norme du graphe.

b) De plus si on choisit r tel que :

$$\text{Hess}(r) \geq 2(\|\bar{\partial}r\|^2 + \exp(r)),$$

où Hess désigne le Hessien complexe, alors on a l'inégalité (3) avec $C=1$, d'où, par le lemme 1, l'existence de solution. Ceci donne donc :

Théorème 3.

Si l'ouvert U est pseudo-convexe, l'équation $\bar{\partial}f = g$ pour g dans $L_{q+1}(U, p_2)$, $\bar{\partial}$ -fermée, admet une solution dans $L_q(U, p_1)$.

Ce théorème admet le :

Corollaire. Sous les mêmes conditions, si g est dans l'espace $L_{q+1}(U, loc)$, il existe une solution dans $L_q(U, loc)$.

En effet, pour g donnée dans $L_{q+1}(U, loc)$, g sera dans $L_q(U, p_2)$ pour un choix convenable de r .

c) Existence de solutions régulières.

Dans le cas $q = 0$, toute solution (théorème précédent) est une fonction régulière dès que le second membre l'est (dans le cadre C^∞ , parce que $\bar{\partial}$ est elliptique pour $q = 0$). Pour $q > 0$, on se demande si un choix adéquat de solution hérite de la régularité du second membre. Ceci s'obtient grâce au lemme 2. En effet, en choisissant, une solution orthogonale au noyau de T_q , le lemme 2 assure que cette solution est dans l'image de T_q^* et est donc dans le noyau de T_{q-1}^* (car $T_{q-1}^* \cdot T_q^* = 0$). On arrive donc au fait que cette solution f vérifie deux équations. Ces deux équations forment un système qui assure que f est dans l'espace de Sobolev $H_q^{s+1}(U, loc)$, si g est dans $H_q^s(U, loc)$. On déduit alors, du fait que $C_q^\infty(U) = \cap_s H_q^s(U, loc)$, que f est de classe C^∞ , dès que g l'est.

Théorème 4.

Soit U un ouvert pseudo-convexe. L'équation : $\bar{\partial}f = g$, avec g dans $C_{q+1}^\infty(U)$, $\bar{\partial}$ -fermée admet une solution dans $C_q^\infty(U)$.

2. Quelques conséquences de l'existence de solutions pour l'opérateur [5, 6]

a) Le (premier) problème de Cousin

Soit un ouvert U , des ouverts U_j d'union U et pour chaque couple (j, k) une fonction G_{jk} holomorphe sur $U_j \cap U_k$, vérifiant : $G_{jk} + G_{kj} = 0$ et $G_{jk} + G_{ki} + G_{ij} = 0$ sur $U_j \cap U_k \cap U_i$. On se demande s'il existe, pour chaque j , une fonction holomorphe G_j , sur U_j , de sorte que : $G_{jk} = G_k - G_j$ sur $U_j \cap U_k$. La réponse au problème de Cousin est positive, dès que l'ouvert satisfait à la conclusion du théorème 4, avec $q = 0$. La preuve en est rapide. Par une partition de l'unité associée au recouvrement U_j de U , on peut trouver des fonctions F_j définies et C^∞ sur U_j , vérifiant les conditions exigées. Les hypothèses faites sur les G_{jk} , entraînent que les $(0, 1)$ -formes $\bar{\partial}F_j$ définissent une $(0, 1)$ -forme H sur U , qui est $\bar{\partial}$ -fermée. Donc il existe une fonction C^∞ u sur U , telle que $\bar{\partial}u = H$. En posant $G_j = F_j - u$ sur U_j , on obtient bien les fonctions désirées. D'après le théorème 4 on voit donc que la réponse est positive pour un ouvert pseudo-convexe. Cette technique est une méthode de correction : « on corrige en résolvant $\bar{\partial} \dots$ ». Je terminerai ici en signalant le deuxième problème de Cousin, où on considère le quotient au lieu de la différence. D'autres applications utilisent cette méthode de correction.

b) Extension de fonctions holomorphes avec estimées : ([5] ; p. 93)

On considère l'ouvert U et une fonction p , pluri-sous-harmonique sur U . On se donne un hyperplan complexe H (ici pour l'exemple, mais on peut le prendre de codimension supérieure) avec une fonction holomorphe sur $H \cap U$, bornée pour une certaine norme de type ci-dessus (sur $H \cap U$). On se demande si on peut l'étendre en une fonction holomorphe dans U , bornée pour une norme correspondante (sur U). Voici, schématiquement, comment utiliser la méthode de correction par résolution de $\bar{\partial}$ dans un cas parlant, disons convexe, ou $\mathbb{C}^n$. Notons h , la coordonnée qui donne : $H = \{h = 0\}$, et soit $f(h')$, h' étant coordonnée sur H , (h, h') , coordonnées

sur U . On commence par prendre $F(h, h') = f(h')v(h)$, où v est une fonction réelle C^∞ à support compact, dépendant du module de h , valant 1 près de $\{h = 0\}$ et à support compact dans le disque unité. On a donc une fonction C^∞ , qui est égale à f sur l'hyperplan et qui vérifie la condition de majoration si le poids choisi est convenable. De nouveau on ajoute une fonction C^∞ , qui s'annule sur H , donc s'écrivant, $h \cdot w(h, h')$, pour obtenir une fonction holomorphe avec estimée. Pour cela on arrive à l'équation : $\bar{\partial}w = (f(h')\bar{\partial}v)/h$. Ce second membre est C^∞ et $\bar{\partial}$ -fermé. On résout alors dans U avec estimée pour avoir notre extension. Un autre cas d'extension est celui d'extension locale de fonctions holomorphes à travers une hypersurface réelle (assez régulière) en des points où la forme de Levi satisfait à une hypothèse convenable. Voici encore une conséquence (importante).

c) Un ouvert pseudo-convexe est d'holomorphie (entraînant alors l'équivalence) ([5] ; p. 88)

Succinctement dit, un ouvert est d'holomorphie si pour tout point x du bord, il existe une fonction holomorphe au voisinage de x dans U qui ne se prolonge pas à un voisinage de x dans $\mathbb{C}^n$. Là aussi, comme en (2.a), on n'utilise que l'hypothèse de résolution de l'équation $\bar{\partial}f = g$, où g est une $(0, 1)$ -forme dans U $\bar{\partial}$ -fermée, dans le cadre C^∞ . Je me contenterai de dire que l'on procède par récurrence sur la dimension (en dimension 1, tout ouvert est d'holomorphie), en coupant par un hyperplan H convenable, le point x étant un point du bord de U et de $H \cap U$, en montrant que l'hypothèse de résolubilité du $\bar{\partial}$ sur U est valable aussi pour $H \cap U$. On utilise la récurrence sur la dimension, pour prendre une fonction holomorphe v , dans $H \cap U$, qui ne se prolonge pas au voisinage de x dans H , ce qui entraîne la conclusion cherchée en prenant une fonction holomorphe dans U qui vaut v sur $H \cap U$.

d) Ici je signalerai simplement qu'il y a d'autres applications importantes comme les théorèmes d'approximation par des fonctions holomorphes dans U , où on utilise fortement les estimées L^2 avec poids des solutions, ou encore la densité de certains espaces de fonctions holomorphes « de type exponentiel » dans l'espace des fonctions holomorphes dans U (avec sa topologie naturelle)...

3. Généralisations

Ce qui a été dit précédemment se généralise (voir [5] ; p. 103 et suivantes) au cas des variétés de Stein M , qui sont le cadre naturel, où on utilise le même poids, grâce à l'introduction d'une métrique hermitienne convenable sur M (liée au choix d'une fonction d'exhaustion, strictement pluri-sous-harmonique dans M). La méthode s'étend aussi à des fibrés vectoriels sur des variétés de Stein. Le deuxième problème de Cousin mène à l'étude des "faisceaux analytiques cohérents", avec en particulier les théorèmes A et B de H. Cartan. Utilisant ses résultats sur la résolution du $\bar{\partial}$ avec estimées, L. Hörmander donne des théorèmes d'annulation dans les classes de cohomologie avec estimées.

4. Quelques points sur l'influence des travaux d'Hörmander en Analyse complexe

Dans sa contribution, Nicolas Lerner a donné une bonne idée de la grande influence des articles de L. Hörmander en beaucoup de domaines. Je vais citer ici, par un choix, comme je l'ai déjà dit, arbitraire comme tout choix (mais aussi parce que je les connais mieux), quelques travaux illustrant l'influence des outils introduits par L. Hörmander ou de travaux proches comme l'article de A. Andreotti et E. Vesintini [1]. Dans les années 70, H. Skoda [11] a utilisé les méthodes L^2 avec poids, pour l'étude d'idéaux de fonctions holomorphes. Étant donné sur U un p -uplet de fonctions holomorphes (par exemple d'un certain type exponentiel) : $(g_1, \dots, g_p)$, on se demande si toute fonction holomorphe f de ce type peut s'écrire sous la forme $f = f_1 \cdot g_1 + \dots + f_p \cdot g_p$, où $f_1, \dots, f_p$ sont holomorphes, de même type. Il établit un lemme d'analyse fonctionnelle (analogue du lemme 1 ci-dessus) adapté au problème posé, utilisant des espaces L^2 avec poids pluri-sous-harmoniques. C'est ainsi qu'il retrouve aussi des résultats de L. Hörmander sur les générateurs de certains idéaux de fonctions holomorphes. Pour l'existence de solutions globales régulières sur des variétés complexes compactes X à bord régulier, admettant au voisinage de ce bord une fonction strictement pluri-sous-harmonique, J.J. Kohn [8] a utilisé une famille de poids (à Hessiens de plus en plus grands) et les Laplaciens complexes associés, pour construire des solutions dans les espaces de Sobolev $H^s(X)$, avec estimée. La démonstration de l'existence d'une solution régulière de $\bar{\partial}f = g$ pour g $\bar{\partial}$ -fermée et régulière se déduit alors par le procédé de Mittag-Leffler. Les méthodes L^2 avec poids ont été très utilisées et généralisées par Jean-Pierre Demailly sur des variétés complexes et des fibrés vectoriels avec des hypothèses assez faibles : je citerai deux de ses travaux. Dans le premier [3], il généralise les estimations d'Hörmander au cas des variétés Kähleriennes complètes (celles-ci contiennent, en particulier, les variétés projectives et les variétés de Stein) et à des fibrés vectoriels holomorphes généraux sous des hypothèses de courbure aussi faibles que possible. Dans le second [4] il combine l'utilisation de solutions singulières à pôles logarithmiques de l'équation de Monge-Ampère avec les estimations L^2 de Hörmander pour démontrer des résultats ayant de nombreuses retombées en géométrie algébrique. Je citerai aussi, dans le sillage de (2.b) ci-dessus, le théorème de T. Ohsawa et K. Takegoshi qui concerne l'extension des fonctions holomorphes de type L^2 avec poids pluri-sous-harmonique [9] :

Soient U un ouvert borné pseudo-convexe dans $\mathbb{C}^n$, p une fonction pluri-sous-harmonique sur U et H un hyperplan complexe de $\mathbb{C}^n$. Il existe une constante positive C , ne dépendant que du diamètre de U telle que, pour toute fonction holomorphe f sur $U \cap H$, de norme $\|f\|_p$, sur $U \cap H$ finie, il existe une extension F holomorphe sur U , telle que : $\|F\|_p \leq C \|f\|_p$.

Leur démonstration repose sur l'utilisation de métriques Kähleriennes complètes. Ce résultat a été ensuite démontré sans cette utilisation, par Y-T Siu [10], qui utilise le procédé de Hörmander-Kohn pour résoudre $\bar{\partial}$, puis par B. Berndtsson [2] qui considère le problème $\bar{\partial}$ dans le cadre de formes différentielles à coefficients mesure et utilise certaines identités différentielles.

Ces quelques citations ne représentent qu'une petite partie des articles (dans ce domaine) qui utilisent les travaux d'Hörmander. Je pense qu'elles suffisent pour donner déjà une idée de la grande influence de L. Hörmander parmi les mathématiciens, en analyse complexe, tout comme en théorie des EDP.

5. Références

- [1] A. Andreotti, E. Vesentini. Carleman estimates for the Laplace-Beltrami equations on complex manifolds ; Publ. Math. Inst. Hautes Etudes Sci 25, pp. 81-130 (1965).
- [2] B. Berndtsson. The extension theorem of Ohsawa-Takegoshi and the theorem of Donnelly-Fefferman ; Ann. Inst. Fourier, Vol 46 issue 4, pp. 1083-1094 (1996).
- [3] J.P. Demailly. Estimations pour l'opérateur $\bar{\partial}$ d'un fibré vectoriel holomorphe semi-positif au-dessus d'une variété Kählérienne complète ; Ann. Sci. de l'Ecole Norm. Sup. 4e série, 15, pp. 457-511 (1992).
- [4] J.-P. Demailly. A numerical criterium for very ample line bundles ; J. Diff. Geom. 37, pp. 323-374 (1993).
- [5] L. Hörmander. L^2 estimates and existence theorems for the $\bar{\partial}$ operator ; Acta Math. 113, pp. 89-152 (1965).
- [6] L. Hörmander. An introduction to complex analysis in several variables ; Princeton. Van Nostrand (1966).
- [7] L. Hörmander. Generators of rings of analytic functions. Bull. Amer. Math. Soc. Vol. 73, pp. 943-949 (1967).
- [8] J.J. Kohn. Global regularity of $\bar{\partial}$ on weakly pseudo-convex manifolds ; Trans. of Am. Math. Soc. 181, pp. 213-298 (1973) .
- [9] T. Ohsawa and K. Takegoshi. On the extension of L^2 holomorphic functions ; Math. Z. 195, pp.107-122 (1987).
- [10] Y.-T. Siu. The Fujita conjecture and the extension theorem of Ohsawa Takegoshi ; Geometric Complex Analysis, Hayama World Scientific, Singapore, pp. 577 ?592 (1996).
- [11] H. Skoda. Application des techniques L^2 à la théorie des idéaux d'une algèbre de fonctions holomorphes avec poids ; Ann. Sci. de l'Ecole Norm. Sup. t.5, fasc. 4, pp. 545-579 (1972).

HOMMAGE À JEAN-LOUIS LODAY

Quelques souvenirs de Jean-Louis Loday

Max Karoubi

Ma première rencontre avec Jean-Louis Loday date du début des années 70 à Strasbourg. Frais émoulu de l'École Normale Supérieure, après des années 60 bien turbulentes, Jean-Louis souhaite préparer une thèse en K -théorie sous ma direction. À l'époque, cette recherche est exaltante, après les travaux fondamentaux de Grothendieck, Bott, Atiyah, Bass, Milnor et tout récemment Quillen, dont les idées novatrices viennent de refonder la discipline. Jean-Louis s'accroche à son sujet, tout nouveau pour lui. En quelques mois, il en assimile les subtilités et entreprend un travail de consolidation des résultats profonds de Quillen. Par exemple, il écrit en détail cette « construction + », bien mystérieuse. Simultanément, il explore des applications potentielles et étonne tous nos collègues de Strasbourg par un joli résultat de topologie, démontré grâce à la K -théorie : toute application algébrique du tore dans la sphère est homotope à une application constante [1].

À la fin de l'année 1972, il participe à une conférence à Seattle où se retrouvent tous les chercheurs actifs qui l'intéressent : Quillen bien sûr, mais aussi Bass, Bloch, Borel, Coates, Dennis, Lichtenbaum, Milnor, Segal, Tate, Waldhausen et bien d'autres (voir photo à la fin).

Cette conférence permet à Jean-Louis de se situer dans un milieu de chercheurs très actifs et d'avancer à grands pas vers l'achèvement de sa thèse. Celle-ci comporte notamment un premier exposé des structures multiplicatives en K -théorie, qui me permet de démontrer une de mes conjectures. Sa publication en 1976 [6] est saluée par des commentaires élogieux, par exemple celui d'Hyman Bass dans les Math Reviews, dont voici un extrait : « This is a fundamental paper on higher algebraic K -theory, both for its new ideas and results, mainly concerning multiplicative structures, but also for the coherent and careful presentation it furnishes for the basic constructions... ».

Tout en préparant sa thèse, Jean-Louis m'aide à mettre sur pied un séminaire de K -théorie à Paris, où je viens d'être nommé professeur. Ce séminaire va durer trente ans, avec notamment la participation quelques années plus tard de mon second élève Christophe Soulé. Son succès dans les années 70-80 doit beaucoup à Jean-Louis qui va solliciter les orateurs potentiels et organiser les détails pratiques. En 2002, il sera un des derniers conférenciers invités, avec un exposé intitulé « Sur les structures d'algèbres de Hopf colibres ».

Après sa thèse, Jean-Louis se tourne vers la topologie algébrique qui inspire continûment son travail. C'est en 1982 par exemple qu'il imagine un modèle algébrique du type d'homotopie d'espaces ayant un nombre fini de groupes

d'homotopie non nuls, une généralisation hardie du travail d'Eilenberg et Mac Lane [7]. Cette publication est à l'origine d'une collaboration fructueuse avec Ronnie Brown [1]. Comme le signale Ronnie dans un hommage à Jean-Louis, le produit tensoriel non abélien de groupes, essentiel dans le théorème général de Van Kampen, reste une des notions les plus citées dans la littérature du sujet.

En se rendant à Bangor où travaille Ronnie, Jean-Louis s'arrête à Oxford pour exposer au Mathematical Institute son travail récent avec Christian Kassel sur l'homologie des algèbres de Lie en petites dimensions. Quillen qui est dans l'audience voit comment exploiter ce travail en le liant à l'homologie cyclique, découverte récemment par Connes et Tsygan [2, 13]. Cette visite à Oxford marque le début d'une collaboration fructueuse avec Quillen, suivant celle avec Brown. L'article [9] est l'un des plus cités sur l'homologie cyclique. Il a été le point de départ de nombreuses publications dans les années 80, couronnées par son livre [11] qui est une référence sur le sujet. Celui-ci synthétise non seulement le travail conjoint de Jean-Louis et Quillen, mais aussi celui de Connes et Tsygan [2, 13], Dennis [3], le mien¹ [4], etc.

Cette réflexion d'une décennie sur l'homologie cyclique est suivie dans les années 90 par une réorientation des intérêts de Jean-Louis vers des structures algébriques plus complexes. Ces structures sont illustrées par la théorie des opérades, avec des applications dans de nombreux domaines scientifiques [10]. On peut présumer que le rêve poursuivi par Jean-Louis était un algorithme algébrique permettant de décrire les types d'homotopie à partir de la théorie des opérades (voir par exemple le travail précurseur de Mandell [12]). Un des derniers articles [8] montre bien quels objectifs il s'assignait en développant cette théorie.

Références

- [1] R. Brown et J.-L. Loday. Van Kampen theorems for diagrams of spaces. *Topology* 26, 311-335 (1987).
- [2] A. Connes. *Noncommutative geometry*. Academic Press (1994).
- [3] R.K. Dennis. *K-theory and Hochschild homology* (manuscrit non publié).
- [4] M. Karoubi. *Homologie cyclique et K-théorie*. Astérisque 149, Société Mathématique de France (1987).
- [5] J.-L. Loday. Applications algébriques du tore dans la sphère. *C.R. Acad. Sci. Paris* 272, A578-A581 (1971).
- [6] J.-L. Loday. *K-théorie algébrique et représentations de groupes*. *Ann. Sci. Éc. Norm. Sup.*, 309-377 (1976).
- [7] J.-L. Loday. Spaces with finitely many non trivial homotopy groups. *J. Pure and Applied Algebra* 24, 179-202 (1976).
- [8] J.-L. Loday. Some problems in operad theory. *Proc. Int. Conf. Nankai Series in Pure Applied Maths and Theoretical Physics*, Vol. 139-5, 1585-1597 (2012).
- [9] J.-L. Loday et D. Quillen. Cyclic homology and the Lie algebra homology of matrices. *Comment. Math. Helv.* 59, 569-591 (1984).
- [10] J.-L. Loday et B. Vallette. *Algebraic operads*. Grundlehren 346 (2012).
- [11] J.-L. Loday. *Cyclic homology*. Grundlehren 301, Springer Verlag (1992).
- [12] M.A. Mandell. Cochains and homotopy type. *Publ. Math. IHÉS* 103, 213-246 (2006).
- [13] B. Tsygan. Homology of matrix Lie algebras over rings and the Hochschild homology. *Uspekhi Mat. Nauk.* 38, 217-218 (1983).

¹ Par exemple, le théorème décrit p. 84-87 se retrouve dans [4] p. 89-92.



1972 à Seattle; Jean-Louis est à la 3^e rangée, 4^e à partir de la gauche.

ALGÈBRE K-THEORY

Battelle Seattle Research Center
August 28 - September 8, 1972

(from left to right)

<u>Front Row</u>	<u>Second Row</u>	<u>Third Row</u>	<u>Back Row</u>
Stan Klasa	Howard Garland	Graeme Segal	Jan Strooker
Rick Sharpe	Anthony Bak	James Humphreys	Roger Alperin
T. Y. Lam	Hyman Bass	Steve Gersten	Dale Husemoller
Ronnie Lee	Friedhelm	Jean-Louis Loday	Richard Elman
Robert Martin	Waldhausen	John Wagoner	Claudio Pedrini
John Masley	Dusa McDuff	Alex Heller	Max Karoubi
Michael Stein	Leslie Roberts	Joe Carroll	Mark Krusemeyer
John Tate	Ted Petrie	Neil Paul Aboff	Pavaman Murthy
Andrew Ranicki	Kenneth Brown	Spencer Bloch	
Stephen	Keith Dennis	Charles Giffen	
Lichtenbaum	John Coates		

Not Pictured

Yilmas Akyildiz, Donald Anderson, David Arnold, Israel Berstein, Armand Borel, Sylvain Cappell, Stephen Chase, Edwin Connell, Francis Connolly, Andreas Dress, Graham Evans, Jimmie Graham, Bruno Harris, Allen Hatcher, Wu-chung Hsiang, Kee Lam, Serge Maumary, Richard Patterson, Irwin Pressman, Stewart Priddy, Daniel Quillen, Julius Shaneson, Man Keung Siu, Richard Swan, Neil Vance, Orlando Villamayor

L'œuvre mathématique de Jean-Louis Loday

Emily Burgunder¹, Benoit Fresse², Daniel Guin³, Christian Kassel⁴,
Muriel Livernet⁵, María Ronco⁶, Bruno Vallette⁷

Dans ce texte, qui fait suite à celui de Max Karoubi paru dans ce numéro de la Gazette, nous dressons un panorama de l'œuvre scientifique de Jean-Louis Loday des années 1970 à son décès prématuré en juin 2012.

L'activité mathématique de Jean-Louis ne saurait se résumer à ses résultats. Jean-Louis ne s'est jamais comporté comme un chercheur isolé, avare de son temps ou de ses idées. Au cours de sa carrière, il a eu de nombreux collaborateurs, doctorants, post-doctorants et visiteurs ; il leur accordait beaucoup d'attention et partageait ses idées avec eux de manière désintéressée. Sous son impulsion, ces derniers ont bien évidemment contribué à l'étude et au développement de ses thèmes de recherche.

Jean-Louis a organisé de nombreuses conférences et écoles. Il ne refusait jamais une invitation à donner un exposé ou un cours, même à l'autre bout de la planète (Chili, Chine, Kazakhstan ces dernières années).

Tous ceux qui l'ont connu se souviendront par dessus tout de son humour, de son énergie et de son enthousiasme communicatifs, et de son amour pour les mathématiques.

1. Travaux en topologie algébrique

1.1. Généralisation des modules croisés

Depuis les travaux de Whitehead [50] et d'Eilenberg–MacLane [16], entre 1941 et 1945, on sait caractériser les CW -complexes connexes X dont les groupes d'homotopie $\pi_i(X)$ sont nuls pour $i > 2$. Il a fallu attendre 1982 et les travaux de Jean-Louis Loday pour obtenir une généralisation de ces résultats aux CW -complexes connexes X dont les groupes d'homotopie $\pi_i(X)$ sont nuls pour $i > n + 1$, où n est un entier positif ou nul fixé.

Pour $n = 0$, la réponse est donnée par les *espaces d'Eilenberg–MacLane* $K(G, 1)$ et pour $n = 1$ par la structure de *module croisé* (dont l'archétype est $\pi_2(X, X_1) \rightarrow \pi_1(X_1)$, où X est un CW -complexe connexe et X_1 son 1-squelette) introduite par Whitehead.

L'idée très novatrice de Jean-Louis a été d'introduire une variante cubique des espaces simpliciaux et sa version algébrique. Plus précisément il a défini

¹ Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Paul Sabatier, Toulouse.

² Laboratoire Paul Painlevé, Université Lille 1, Villeneuve d'Ascq.

³ Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier, Université Montpellier 2.

⁴ Institut de Recherche Mathématique Avancée, CNRS & Université de Strasbourg.

⁵ Université Paris 13, Sorbonne Paris Cité, LAGA, CNRS, UMR 7539, Villetaneuse.

⁶ Instituto de Matemáticas y Física, Universidad de Talca, Campus Norte, Camino Lircay s/n, Talca, Chili.

⁷ Laboratoire J. A. Dieudonné, Université de Nice Sophia-Antipolis, Nice.

(a) la notion de *n-cube de fibrations*, qui est la donnée d'un foncteur $\mathbb{X}$ de $\{-1 < 0 < 1\}^n$ dans la catégorie des espaces connexes tel que, pour tout i , la suite

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{X}(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, -1, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) & \rightarrow & \mathbb{X}(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, 0, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \\ & & \downarrow \\ & & \mathbb{X}(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, 1, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \end{array}$$

soit une fibration ;

(b) la notion de *n-cat-groupe*, qui est la donnée d'un groupe G , de n sous-groupes $N_1, \dots, N_n$ et de $2n$ morphismes de groupes $s_i, b_i : G \rightarrow N_i$, $i = 1, \dots, n$, qui vérifient certaines propriétés de commutation (voir [31, Déf. 1.2 et Déf. 1.3]).

Ces structures forment deux catégories; Jean-Louis [31, Thm 1.4] construit entre elles une paire $(\mathcal{B}, \mathcal{G})$ de foncteurs adjoints permettant de les comparer.

Si $n = 0$, le foncteur $\mathcal{G}$ est le foncteur *groupe fondamental* et l'on retrouve l'équivalence entre groupes et espaces d'Eilenberg–MacLane. Si $n = 1$, on retrouve l'équivalence démontrée par Whitehead entre modules croisés et *CW-complexes* connexes dont les groupes d'homotopie sont nuls pour $i > 2$.

Cette avancée considérable a eu de nombreuses applications dans des domaines variés. Évoquons les trois domaines suivants : homologie, homotopie et *K*-théorie algébrique.

1.2. Homologie

Soient Q un groupe et A un Q -module. Il est bien connu que le groupe $H^2(Q, A)$ peut être interprété en termes de classes d'équivalence d'extensions de Q par A . Jean-Louis étend ce résultat au groupe $H^n(Q, A)$ en l'interprétant en termes de classes d'équivalence (de Yoneda) d'extensions construites à partir de $(n-2)$ -cat-groupes. Il donne des interprétations analogues pour $H^n(K(C, k); A)$, où $K(C, k)$ est un espace d'Eilenberg–MacLane, et pour le H^2 d'un *n-cube de fibrations*.

1.3. Homotopie

Le célèbre théorème de van Kampen permet de calculer le groupe fondamental d'une union d'espaces topologiques. L'une des applications les plus importantes et spectaculaires de ces travaux de Jean-Louis est d'en donner une généralisation. Précisément, Ronnie Brown et Jean-Louis [6, Thm. 5.4] ont montré le théorème suivant.

Théorème 1.1. *Soit $\mathbb{X}$ un *n-cube d'espaces* (i.e. un objet de la catégorie des foncteurs $\text{Fun}(\{0 < 1\}^n, \text{Top}^*)$) et soit $\{U_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ un recouvrement ouvert de $\mathbb{X}(1, \dots, 1)$. Chaque U_σ pour $\sigma \in \Lambda_{\text{fin}}$ détermine, par image réciproque, un *n-cube d'espaces* $\mathbb{U}_\sigma$. On suppose que chaque $\mathbb{U}_\sigma$ est un *n-cube connexe*. Alors*

- (i) *le *n-cube* $\mathbb{X}$ est connexe et*
- (ii) *le morphisme naturel de *n-cat-groupes* $\text{colim}_{\text{cat}}^\sigma \mathcal{G}\mathbb{U}_\sigma \rightarrow \mathcal{G}\mathbb{X}\text{colim}^\sigma \mathbb{U}_\sigma$ est un isomorphisme.*

Une conséquence remarquable de ce théorème est un résultat d'obstruction à l'excision homotopique en basse dimension (voir [6, Cor. 3.2], [5, Thm. 1]).

Théorème 1.2. *Soit X un espace recouvert par deux ouverts A et B d'intersection $A \cap B = C$. On suppose que ces quatre espaces sont connexes et que les paires (A, C) et (B, C) sont 1-connexes. Alors*

$$\pi_3(X; A, B) \cong \pi_2(A, C) \otimes \pi_2(B, C).$$

Ce résultat est généralisé en un isomorphisme

$$[-, -] : \pi_{p+1}(A, C) \otimes \pi_{q+1}(B, C) \longrightarrow \pi_{p+q+1}(X; A, B),$$

où $[-, -]$ est un produit de Whitehead généralisé.

Le produit tensoriel qui apparaît dans les énoncés ci-dessus est le *produit tensoriel de groupes non abéliens* défini par Brown et Loday [5, 6, 7]. Ce produit tensoriel de groupes non abéliens⁸ s'est révélé très utile dans différents calculs

– *homotopiques* : ainsi,

$$\pi_3(SX) \cong \text{Ker}(\pi_1(X) \otimes \pi_1(X) \xrightarrow{[-, -]} \pi_1(X));$$

– *homologiques* : si $1 \rightarrow R \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow 1$ est une suite exacte de groupes avec $H_3(F) = H_2(F) = 0$ (par exemple, si F est un groupe libre), alors

$$H_3(G) \cong \text{Ker}(R \wedge F \xrightarrow{[-, -]} F),$$

où $R \wedge F$ est le quotient de $R \otimes F$ par le sous-groupe normal engendré par les éléments $x \otimes x$, $x \in R$.

Le produit tensoriel de groupes non abéliens, qui a un intérêt en soi, a ouvert la voie aux travaux de nombreux auteurs, notamment en cohomologie non abélienne des groupes dans le cadre des modules croisés.

1.4. K -théorie algébrique

Un 2-cat-groupe est un *carré croisé*. Cette dernière notion généralise celle de module croisé et avait été définie antérieurement dans [24] : elle est à l'origine des travaux de Jean-Louis évoqués ci-dessus.

Cette notion de carré croisé a été introduite pour définir et calculer le groupe de K -théorie birelative $K_2(\Lambda; I, J)$ qui mesure l'obstruction à l'excision dans la suite exacte de Mayer-Vietoris (qui est l'un des moyens efficaces pour calculer des groupes de K -théorie algébrique). Précisément, si I et J sont des idéaux de l'anneau Λ tels que $I \cap J = \{0\}$, on a

$$K_2(\Lambda; I, J) \cong I \otimes_{\Lambda^e} J,$$

où $\Lambda^e = \Lambda \otimes_{\mathbb{Z}} \Lambda^{\circ}$.

En construisant algébriquement le groupe linéaire et le groupe de Steinberg birelatifs, on obtient une interprétation homologique des groupes de K -théorie birelative analogue aux isomorphismes

$$(1) \quad K_1(\Lambda) \cong H_1(GL(\Lambda)), \quad K_2(\Lambda) \cong H_2(E(\Lambda)), \quad K_3(\Lambda) \cong H_3(St(\Lambda)).$$

⁸ Lue [44] avait déjà défini ce produit tensoriel dans certains cas particuliers.

1.5. Symboles

Parallèlement à ces travaux, Jean-Louis, qui aimait avoir « plusieurs fers au feu », a travaillé sur les *symboles en K -théorie algébrique supérieure*. Inspiré par [23], il a construit de nouveaux éléments, notés

$$\langle -, \dots, - \rangle \quad \text{et} \quad \langle\langle -, \dots, - \rangle\rangle \quad (n \text{ arguments})$$

dans les groupes $K_n(A)$.

Les éléments $\langle -, \dots, - \rangle$ sont définis dans le cadre des anneaux commutatifs. Soient $a_1, \dots, a_n$ des éléments d'un anneau commutatif A tels que $1 - a_1 \cdots a_n$ soit inversible. Par une utilisation astucieuse du produit en K -théorie, qu'il avait construit dans sa thèse, et de la suite exacte de localisation de Quillen, Jean-Louis construit un élément $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$ dans $K_n(A)$ (voir [30, Déf. 1.1]). Il montre [30, Prop. 1.7] que ces éléments satisfont à des relations remarquables et établit que, dans le cas d'un corps commutatif F , le groupe engendré par ces éléments et soumis à ces relations est isomorphe au groupe de K -théorie de Milnor $K_n^M(F)$.

Les éléments $\langle\langle -, \dots, - \rangle\rangle$ sont définis, dans le cadre des anneaux non commutatifs, pour des éléments $b_1, \dots, b_n$ de A tels que

$$b_1 b_2 = b_2 b_3 = \cdots = b_{n-1} b_n = b_n b_1 = 0.$$

Jean-Louis pose $\langle\langle b_1, \dots, b_n \rangle\rangle = \{e_{12}(b_1), \dots, e_{n1}(b_n)\}$, où $e_{12}(b_1), e_{23}(b_2), \dots, e_{n1}(b_n)$ sont des matrices élémentaires et le membre de droite est un symbole de Steinberg généralisé ([30, Déf. 2.4]). Il en déduit des résultats intéressants pour la K -théorie de l'anneau des nombres duaux $R[\varepsilon]/(\varepsilon^2)$ et la compare aux modules des différentielles de Kähler (voir [30, Thm. 3.1]).

Ces éléments ont été utilisés par Beilinson pour construire des éléments non triviaux dans la K -théorie des entiers de corps de nombres. Certaines propriétés de ces éléments ont amené Jean-Louis à les comparer à des calculs d'Alain Connes, ce qui l'a conduit à s'intéresser à l'homologie cyclique.

2. Homologie cyclique

2.1. Homologie des algèbres de Lie de matrices

Étant donné une algèbre associative A sur un corps fixé k et un entier $n \geq 1$, on note $\mathfrak{gl}_n(A)$ l'algèbre des matrices carrées de taille n à coefficients dans A ; on la munit d'une structure d'algèbre de Lie dont le crochet est donné par le commutateurs des matrices

$$[X, Y] = XY - YX.$$

Les éléments $X \in \mathfrak{gl}_n(A)$ dont la trace $\text{tr}(X)$ appartient au sous-espace $[A, A]$ des commutateurs de A forment la sous-algèbre de Lie $\mathfrak{sl}_n(A)$ de $\mathfrak{gl}_n(A)$.

L'algèbre de Lie $\mathfrak{gl}_n(A)$ se plonge naturellement dans $\mathfrak{gl}_{n+1}(A)$ et on peut considérer l'union $\mathfrak{gl}(A) = \bigcup_n \mathfrak{gl}_n(A)$. C'est une algèbre de Lie contenant $\mathfrak{sl}(A) = \bigcup_n \mathfrak{sl}_n(A)$ comme sous-algèbre de Lie.

Par analogie avec les premiers groupes de K -théorie algébrique et les isomorphismes (1), Jean-Louis et C. Kassel ont considéré dans [27] les premiers groupes

d'homologie des algèbres de Lie $\mathfrak{gl}(A)$ et $\mathfrak{sl}(A)$ comme les premiers groupes d'une version linéaire de la K -théorie algébrique et posé

$$K_1^L(A) = H_1(\mathfrak{gl}(A), k) \quad \text{et} \quad K_2^L(A) = H_2(\mathfrak{sl}(A), k).$$

De simples manipulations de matrices permettent de montrer que

$$H_1(\mathfrak{gl}_n(A)) \cong A/[A, A].$$

Il en résulte que $K_1^L(A) \cong A/[A, A]$. On notera que $H_1(\mathfrak{sl}_n(A)) = 0$ si $n \geq 3$.

Bloch [1] avait démontré⁹ que, si l'algèbre A est commutative, alors

$$H_2(\mathfrak{sl}_n(A), k) \cong \Omega_{A/k}^1/dA \quad (n \geq 5),$$

ce qui permet d'identifier $K_2^L(A)$ à l'espace vectoriel $\Omega_{A/k}^1/dA$ des 1-formes différentielles de Kähler modulo les formes exactes.

Le résultat principal de [27] est une généralisation de l'isomorphisme de Bloch aux algèbres non nécessairement commutatives.

Théorème 2.1. *Soit A une algèbre associative. Alors le groupe $K_2^L(A)$ est isomorphe au premier groupe d'homologie cyclique $HC_1(A)$ de A :*

$$K_2^L(A) \cong HC_1(A).$$

Lorsque l'algèbre A est commutative, on a $HC_1(A) \cong \Omega_{A/k}^1/dA$ et on retrouve le résultat de Bloch.

L'homologie cyclique d'une algèbre associative A a été introduite à cette occasion pour la première fois comme l'homologie du quotient du complexe standard de Hochschild de A par une action naturelle du groupe cyclique. Dans *loc. cit.* cette homologie était appelée « homologie de Connes » dont Alain Connes [12] avait défini une version cohomologique peu de temps auparavant.

L'article [40], écrit avec Quillen, allait connaître un grand retentissement avec le résultat suivant, établi indépendamment par Boris Tsygan [49].

Théorème 2.2. *Soit A une algèbre associative sur un corps de caractéristique nulle. Alors l'homologie $H_*(\mathfrak{gl}(A), k)$ forme une algèbre de Hopf dont la partie primitive s'identifie à l'homologie cyclique de A :*

$$HC_{*-1}(A) = \text{Prim } H_*(\mathfrak{gl}(A)).$$

Ce théorème avait été conjecturé par Jean-Louis comme une extension naturelle du théorème 2.1. Il avait exposé cette conjecture dans un séminaire à Oxford ; deux semaines plus tard, il recevait de Daniel Quillen, qui avait assisté à son exposé, une lettre esquissant une preuve de cette conjecture à l'aide de la théorie des invariants.

Dans [40] l'homologie cyclique est soigneusement définie comme l'homologie d'un certain bicomplexe, d'où découlait immédiatement la suite exacte de Connes reliant l'homologie de Hochschild d'une algèbre associative A à son homologie cyclique :

$$\cdots \xrightarrow{B} HH_n(A) \xrightarrow{I} HC_n(A) \xrightarrow{S} HC_{n-2}(A) \xrightarrow{B} HH_{n-1}(A) \xrightarrow{I} \cdots$$

⁹ L'isomorphisme de Bloch avait été préalablement établi par Garland [20] pour l'algèbre des polynômes de Laurent $A = k[t, t^{-1}]$.

Notons que le terme d'homologie cyclique était apparu pour la première fois dans l'annonce [39].

2.2. Développement de l'homologie cyclique

À la suite de [40] et de l'article fondateur [12] de Connes, la théorie de la (co)homologie cyclique allait devenir une partie indépendante et active de l'algèbre homologique, ayant des applications dans des domaines aussi variés que la K -théorie topologique, la K -théorie algébrique, la K -théorie algébrique des espaces topologiques construite par Waldhausen, la géométrie non-commutative de Connes, l'analyse globale des variétés, l'analyse fonctionnelle et la physique théorique (cf. [10] et la monographie [36] qui est devenue la référence sur le sujet).

C'est aux aspects algébriques de l'homologie cyclique que Jean-Louis et son équipe strasbourgeoise allaient se consacrer au cours des dix années suivantes. Citons quelques résultats importants qu'il a obtenus pendant cette période très féconde.

Connes [11] avait montré que l'homologie cyclique pouvait être interprétée comme foncteur dérivé de « modules cycliques », c'est-à-dire de foncteurs de la catégorie cyclique ΔC vers la catégorie des modules. La catégorie ΔC est une extension de la catégorie simpliciale par la suite C_n des groupes cycliques. On peut remplacer les groupes cycliques par d'autres suites de groupes comme les groupes diédraux et les groupes quaternioniens, et ainsi construire des généralisations de l'homologie cyclique. C'est de cette manière que Jean-Louis définit dans [32] l'homologie diédrale et l'homologie quaternionienne d'une algèbre associative munie d'une involution $a \mapsto \bar{a}$. Voir aussi son travail sur les groupes croisés simpliciaux en collaboration avec Fiedorowicz [19].

Dans un article avec Procesi [38], Jean-Louis démontre un analogue de son théorème avec Quillen en établissant que l'homologie diédrale d'une algèbre involutive A est la partie primitive de l'algèbre de Hopf $H_*(\mathfrak{o}(A), k)$, où $\mathfrak{o}(A)$ est la sous-algèbre de Lie de $\mathfrak{gl}(A)$ formée des éléments X tels que ${}^tX = \overline{X}$.

Gerstenhaber et Schack [21] avaient montré qu'en caractéristique zéro l'homologie de Hochschild d'une algèbre commutative avait une décomposition naturelle qu'ils appelaient la « décomposition de Hodge ». Burghelée-Vigué [8] et Feigin-Tsygan [17] en obtenaient une pour l'homologie cyclique. Dans [33] Jean-Louis retrouve ces décompositions dans un cadre beaucoup plus général qui lui permet de définir des λ -opérations et des opérations d'Adams sur l'homologie de Hochschild et l'homologie cyclique d'une algèbre commutative. Ces opérations ont un intérêt supplémentaire en ce qu'elles sont intimement liées à la combinatoire des permutations, notamment avec les partitions eulériennes (voir aussi [35] et [46]).

Rappelons que le complexe $C_*(A, M)$ qui détermine l'homologie de Hochschild $HH_*(A, M)$ d'une algèbre A dans un bimodule M s'écrit $C_n(A, M) = A^{\otimes n} \otimes M$ en degré n . Jean-Louis observe que, pour une algèbre commutative et un bimodule symétrique (tel que $am = ma$), l'application $n \mapsto A^{\otimes n} \otimes M$ définit un foncteur sur la catégorie dont les objets sont les ensembles $[n] = \{0, \dots, n\}$ et dont les morphismes sont les applications $u : [m] \rightarrow [n]$ telles que $u(0) = 0$. Puis il considère l'extension de ce foncteur $\mathcal{L}(A, M)([n]) = A^{\otimes n} \otimes M$ à la catégorie Fin' constituée de tous les ensembles finis pointés. Il construit en fait la décomposition de l'homologie de Hochschild et les opérations d'Adams au moyen de cette structure fonctorielle. Il

procède d'une façon analogue pour l'homologie cyclique, en travaillant cette fois avec la catégorie *Fin* constituée des ensembles finis non pointés (avec toutes les applications ensemblistes comme morphismes).

Une conséquence de l'approche de Jean-Louis est que la décomposition de Hodge se généralise pour des complexes associés à des foncteurs sur les catégories *Fin'* et *Fin*. Cette observation s'est révélée fructueuse dans les applications de l'homologie de Hochschild (resp. de l'homologie cyclique) en topologie algébrique, notamment dans l'étude des structures de l'homologie (resp. de l'homologie équivariante) des espaces de lacets libres qui constitue le pendant topologique de la théorie (voir [26, 47]).

3. Algèbres de Leibniz et coquecigrues

En 1989 Jean-Louis Loday observait que la différentielle du complexe de Chevalley-Eilenberg Λ^*L donnant l'homologie d'une algèbre de Lie L pouvait se relever en une différentielle d sur l'algèbre tensorielle T^*L et que pour ce faire seule l'identité de Jacobi

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$$

était nécessaire. Jean-Louis appelait *algèbre de Leibniz*¹⁰ tout espace vectoriel L muni d'un crochet vérifiant cette identité. L'homologie $HL_*(L)$ d'une algèbre de Leibniz L est par définition l'homologie du complexe (T^*L, d) . On peut appliquer cette nouvelle théorie d'homologie aux algèbres de Lie qui sont des algèbres de Leibniz dont les crochets sont antisymétriques et ainsi considérer l'homologie de Leibniz de l'algèbre de Lie $\mathfrak{gl}(A)$ considérée au § 2.1. Jean-Louis et son élève Cuvier [14, 36] ont obtenu le théorème suivant.

Théorème 3.1. *Soit A une algèbre associative sur un corps de caractéristique nulle. Alors l'homologie de Leibniz de $\mathfrak{gl}(A)$ est donnée par*

$$HL_*(\mathfrak{gl}(A)) = T(HH_{*-1}(A)).$$

L'homologie de Leibniz hérite d'un coproduit (dont on comprendra mieux la structure au § 4). Le résultat obtenu dans ce théorème entraîne que l'homologie de Hochschild $HH_{*-1}(A)$ s'identifie à la partie primitive de $HL_*(\mathfrak{gl}(A))$ pour la structure comultiplicative définie par ce coproduit.

À partir de là, les algèbres de Leibniz (parfois appelées « algèbres de Loday » dans la littérature) ont connu un développement rapide¹¹ en rapport aussi bien avec la géométrie différentielle que la physique mathématique.

C'est cependant pour la relation avec l'homologie que Jean-Louis s'est engagé dans l'étude des algèbres de Leibniz. Son idée générale, que nous allons expliquer, était de comprendre, en termes de structures algébriques, des phénomènes de périodicité qui apparaissent en homologie cyclique et en K -théorie algébrique. C'est ce programme qui allait motiver ses travaux de la décennie 1990–2000.

¹⁰ Comme il arrive souvent, les algèbres de Leibniz avaient déjà été définies, très précisément dans les années 1960 par A. Blokh [2], qui les appelaient « D -algèbres » ; Blokh avait également construit une théorie d'homologie pour ces algèbres [3].

¹¹ Une recherche sommaire sur *MathSciNet* fait apparaître plus de 250 articles concernant les algèbres de Leibniz.

La suite exacte de Connes, dont on a rappelé la forme au § 2.1, montre que l'homologie de Hochschild $HH_*(A)$ représente l'obstruction pour que le morphisme de périodicité de Connes $HC_n(A) \rightarrow HC_{n-2}(A)$ soit un isomorphisme. Le théorème 2.2 montre que l'homologie cyclique est la partie primitive de l'homologie de Chevalley–Eilenberg des matrices : $HC_{*-1}(A) = \text{Prim } H_*(\mathfrak{gl}(A))$. On interprète cette identité comme un analogue infinitésimal de la relation entre l'homologie du groupe linéaire et la K -théorie algébrique au-dessus du corps des rationnels : $K_*(A)_{\mathbb{Q}} = \text{Prim } H_*(GL(A), \mathbb{Q})$. Le théorème 3.1 montre que l'homologie de Hochschild représente la partie primitive de l'homologie de Leibniz : $HH_{*-1}(A) = \text{Prim } H_*(\mathfrak{gl}(A))$. La proposition de Jean-Louis est que cette identité formait l'analogue infinitésimal d'une relation conjecturale

$$KL_*(A)_{\mathbb{Q}} \stackrel{?}{=} \text{Prim } HL_*(GL(A), \mathbb{Q})$$

qui ferait apparaître une théorie d'homologie de Leibniz $HL_*(-, \mathbb{Q})$ pour les groupes et une K -théorie de Leibniz $KL_*(-)$, laquelle contrôlerait les obstructions à la construction de classes périodiques en K -théorie algébrique.

L'objectif ultime du programme de Jean-Louis était de construire cette théorie d'homologie $HL_*(-, \mathbb{Q})$, et son idée était de la déterminer comme la théorie d'homologie associée à des structures, les *coquecigrues*, formant pour les algèbres de Leibniz l'analogue des groupes pour des algèbres de Lie (voir [34]). Un candidat potentiel pour l'homologie de Leibniz des groupes a été proposé par Covez [13] suivant une observation de Kinyon [28] reliant les algèbres de Leibniz à des structures algébriques appelées *racks*.¹² Les résultats obtenus avec l'homologie des racks corroborent des propriétés des coquecigrues dégagées par Jean-Louis pendant les années 1990–2000 au moyen d'une théorie, la théorie des opérades, qu'une découverte de Ginzburg et Kapranov [22] venait tout juste de refonder.

4. Opérades et théories d'homologie

Une opérade est une structure collectant l'ensemble des opérations multiplicatives que l'on peut associer à une catégorie d'algèbres. Cette notion avait été introduite en topologie à la fin des années 1960 pour comprendre la structure des espaces de lacets (travaux de Stasheff [48], Boardman et Vogt [4], et May [45]). La théorie a été profondément renouvelée quand Ginzburg et Kapranov ont compris qu'un phénomène de dualité observé par Kontsevich dans l'étude des complexes de graphes [29] se formalisait en termes d'une relation de dualité opéradique, la dualité de Koszul [22]. Ce travail [22] ouvrait la voie aux applications des opérades en algèbre.

Les catégories classiques d'algèbres, les algèbres commutatives, les algèbres associatives, les algèbres de Lie sont associées à des opérades notées respectivement *Com*, *As* et *Lie*. Les opérades *Com* et *Lie* sont duales de Koszul l'une de l'autre dans la théorie de Ginzburg–Kapranov et l'opérade *As* est auto-duale. Ce résultat permettait d'interpréter, dans un cadre général, les correspondances entre les structures multiplicatives de l'homologie des algèbres commutative et de l'homologie

¹² Également appelées *automorphic sets* par Brieskorn et *distributive groupoids* par Matveev, ces structures apparaissent aussi en théorie des nœuds (voir [18]).

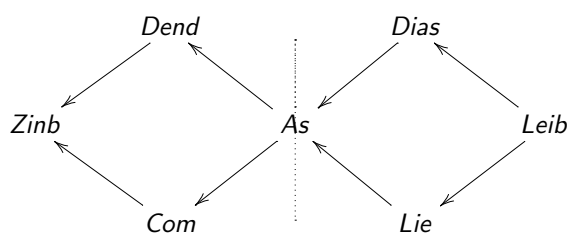
des algèbres de Lie qui avaient notamment été exploitées dans la construction des modèles de l'homotopie rationnelle des espaces.

Jean-Louis a rapidement prouvé que les algèbres de Leibniz étaient associées à une opérade *Leib* et a calculé son opérade de Koszul duale, l'opérade de Zinbiel *Zinb*, pour en déduire la structure multiplicative fine de l'homologie de Leibniz. Ce calcul constituait la première application nouvelle de la théorie de Ginzburg–Kapranov. Il permet de comprendre la différence de structure qui apparaît entre les théorèmes 2.2 et 3.1 quand on calcule l'homologie de Lie et l'homologie de Leibniz des matrices.

Plus précisément, on a rappelé dans le théorème 2.2 que l'homologie des matrices forme une algèbre de Hopf. Cette algèbre de Hopf est commutative et cocommutative. Le théorème de Cartier–Milnor–Moore entraîne alors que $H_*(\mathfrak{gl}(A))$ forme une algèbre symétrique sur sa partie primitive. Dans ce cas, on a $HC_{*-1}(A) = \text{Prim } H_*(\mathfrak{gl}(A))$, ce qui implique $H_*(\mathfrak{gl}(A)) = S(HC_{*-1}(A))$. L'algèbre symétrique dans cette relation représente le foncteur sous-jacent d'une structure de cogèbre cocommutative (conilpotente) colibre.

L'algèbre tensorielle dans l'identité $HL_*(\mathfrak{gl}(A)) = T(HH_{*-1}(A))$ du théorème 3.1 représente en fait le foncteur sous-jacent d'une structure de cogèbre de Zinbiel (conilpotente) colibre pour le coproduit considéré dans la thèse de Cuvier sur l'homologie de Leibniz, et ceci explique la relation $HH_{*-1}(A) = \text{Prim } T(HH_{*-1}(A)) = \text{Prim } HL_*(\mathfrak{gl}(A))$ mentionnée après l'énoncé du Théorème 3.1. L'homologie de Leibniz des matrices $HL_*(\mathfrak{gl}(A))$ ne forme pas une algèbre de Hopf au sens classique, mais elle possède une structure de bigèbre en un sens généralisé, et son identité avec une structure de cogèbre de Zinbiel colibre s'interprète dans la théorie générale des triples d'opérades que Jean-Louis allait développer plus tard (voir § 5.3).

Jean-Louis allait poursuivre sa compréhension des structures potentielles sous-jacentes aux coquecigrues en développant des analogies qu'il formalisait par la définition de nouvelles opérades. Le cadre de son approche se résume par un diagramme d'opérades, le « papillon opéradique » (*operadic butterfly*) :



Les flèches de ce diagramme représentent des morphismes d'opérades et chacun de ces morphismes donne lieu à un couple de foncteurs adjoints au niveau des catégories d'algèbres. Le morphisme $Lie \rightarrow As$, par exemple, est associé à l'adjonction classique entre la catégorie des algèbres de Lie et la catégorie des algèbres associatives, le foncteur algèbre enveloppante classique donnant l'adjoint à gauche de cette adjonction. La symétrie d'axe vertical (marquée en pointillé dans la figure) reflète les relations de dualité de Koszul qui lient les opérades de ce diagramme.

Le parallélisme entre les flèches diagonales matérialise les analogies des relations entre opérades. L'opérade *Dias* des algèbres diassociatives est à l'opérade de Leibniz *Leib* ce qu'est l'opérade associative *As* à celle des algèbres de Lie *Lie*. Plus précisément, on a un foncteur dialgèbre enveloppante des algèbres de Leibniz vers les algèbres diassociatives, analogue au foncteur algèbre enveloppante classique des algèbres de Lie vers les algèbres associatives, et Jean-Louis montre que l'homologie d'une algèbre de Leibniz est égale à l'homologie de l'algèbre enveloppante associée, de la même façon que l'homologie d'une algèbre de Lie est égale à l'homologie de son algèbre enveloppante. L'opérade *Dend* des algèbres dendriformes a été déterminée comme le dual de Koszul de l'opérade *Dias* et donne la structure multiplicative de l'homologie des dialgèbres. Une des conjectures, vérifiée par Covez, était que l'homologie de Leibniz d'une coquecigrue avait une structure d'algèbre dendriforme.

Mais les algèbres dendriformes allaient aussi s'avérer liées à des questions intervenant dans d'autres domaines.

5. Opérades, bigèbres, et combinatoire

5.1. Opérade dendriforme et algèbre de Hopf d'arbres

Jean-Louis a calculé les dimensions des composantes homogènes de l'algèbre dendriforme libre sur un générateur et montré qu'elles coïncidaient avec les nombres de Catalan, donc qu'il existait une bijection avec les arbres planaires binaires. Cette découverte le confortera dans l'intérêt de l'étude des structures dendriformes.

Utilisant une application classique du groupe symétrique vers l'ensemble des arbres planaires binaires, Jean-Louis et María Ronco démontrent dans [41] que l'algèbre dendriforme libre est munie d'une structure d'algèbre de Hopf qui en fait une sous-algèbre de Hopf de celle de Malvenuto–Reutenauer (basée sur le groupe symétrique). Cet article majeur a eu beaucoup d'impact dans plusieurs domaines : en théorie de la renormalisation, puisque c'est une version non-commutative d'une algèbre de Hopf construite par Connes et Kreimer à partir d'arbres non-planaires ; en combinatoire, car cet article donne une structure dendriforme sur l'algèbre de Hopf de Malvenuto–Reutenauer et ouvre la voie à de telles structures sur d'autres algèbres de Hopf utilisées en combinatoire (comme celle des fonctions symétriques non commutatives, celles des fonctions parkings).

5.2. Associaèdres

Par ailleurs, les arbres planaires binaires codent les sommets du polyèdre de Stasheff, appelé aussi *associaèdre*, qui est une décomposition cellulaire de la sphère. Ainsi, dans l'article [41], les morphismes d'algèbres de Hopf obtenus sont interprétés comme des applications cellulaires entre diverses décompositions cellulaires des sphères. C'est en voulant généraliser ces résultats (structures d'algèbres de Hopf, d'opérades) à toutes les faces de l'associaèdre que Jean-Louis et María ont défini la notion d'algèbres tridendriformes et de trialgèbres.

L'associaèdre est un objet qui fascinait particulièrement Jean-Louis pour sa structure arborescente et par conséquent pour son lien avec les opérades et les structures associatives à homotopie près, les A_∞ -algèbres. Il a consacré beaucoup

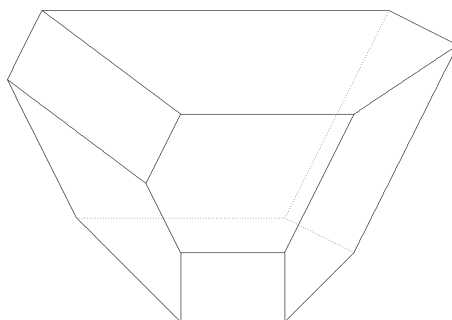


FIG. 1: Associaèdre de dimension 3

de temps à valoriser la beauté des associaèdres, notamment par des articles de vulgarisation, mais aussi des objets plus insolites comme des cartes de vœux et des T-shirts.

5.3. Théorème de Cartier–Milnor–Moore et triples d’opérades

Ainsi qu’il a été dit plus haut, l’introduction des algèbres dendriformes provient du programme de Jean-Louis sur les coquecigrues. Il voulait trouver dans le cadre des algèbres diassociatives des résultats similaires à la décomposition de Hodge de l’homologie de Hochschild et de l’homologie cyclique d’une algèbre associative et commutative. Pour ce faire, il fallait dégager un théorème de type Poincaré–Birkhoff–Witt pour les algèbres dendriformes. C’est en travaillant ce cas qu’il est arrivé à la conclusion qu’il devait y avoir un théorème bien plus général dans le cadre opéradique.

Jean-Louis aimait présenter ensemble les théorèmes de Poincaré–Birkhoff–Witt et Cartier–Milnor–Moore comme suit. Pour toute algèbre de Hopf cocommutative $\mathcal{H}$ sur un corps de caractéristique 0, les affirmations suivantes sont équivalentes :

- (1) $\mathcal{H}$ est conilpotente ;
- (2) $\mathcal{H}$ est isomorphe à $\mathcal{U}(\text{Prim}\mathcal{H})$;
- (3) $\mathcal{H}$ est colibre parmi les cogèbres cocommutatives conilpotentes.

Ici $\mathcal{U}$ désigne le foncteur algèbre enveloppante d’une algèbre de Lie. La généralisation de ce théorème aux opérades repose sur l’observation suivante. L’algèbre de Hopf considérée admet une structure cogébrique commutative (Com), une structure algébrique associative (As) et l’espace des primitifs admet une structure algébrique d’algèbre de Lie (Lie). Il notait ces structures comme le triple opéradique (Com, As, Lie) . La notion cachée dans cette écriture de triplet est la loi de compatibilité entre Com et As : pour définir une algèbre de Hopf, il faut préciser que le coproduit est un morphisme d’algèbres. Cette contrainte de compatibilité est un exemple de loi distributive entre structures définies par des opérades.

L’idée de Jean-Louis était d’étendre ce théorème aux $\mathcal{C}$ - $\mathcal{A}$ -bigèbres, où la structure cogébrique $\mathcal{C}$ et la structure algébrique $\mathcal{A}$ sont définies par des opérades liées par une relation de compatibilité déterminée par une loi distributive. Il a montré

qu'il existait une structure algébrique, également définie par une opérade $\mathcal{P}$, sur l'espace des primitifs d'une $\mathcal{C}$ - $\mathcal{A}$ -bigèbre. Le triplet $(\mathcal{C}, \mathcal{A}, \mathcal{P})$ ainsi défini est appelé *triple d'opérades*. Le foncteur des primitifs admet un adjoint à gauche, le foncteur algèbre enveloppante noté $\mathcal{U}$. Dans le cas du triple $(\mathcal{C}, \mathcal{A}, \mathcal{P}) = (\text{Com}, \text{As}, \text{Lie})$, on retrouve la définition du foncteur algèbre enveloppante classique.

La force du résultat obtenu dans [42] pour les bigèbres unitaires infinitésimales est que Jean-Louis et María Ronco ont réalisé que, pour obtenir un théorème de type Cartier–Milnor–Moore, il fallait également changer la loi distributive. Dans cet article, ils montrent que $(\text{As}, \text{As}, \text{Vect})$ avec la loi unitaire infinitésimale vérifie un théorème de type Cartier–Milnor–Moore. Ce résultat a d'importantes conséquences : il permet notamment de démontrer assez facilement que certaines algèbres de Hopf sont libres comme algèbres associatives. Fort de cet exemple et de bien d'autres développés dans la même période, Jean-Louis a rédigé la monographie [37] donnant des conditions pour lesquelles un triple $(\mathcal{C}, \mathcal{A}, \mathcal{P})$ est un « bon triple ».

Plus précisément, il démontre le résultat suivant.

Théorème 5.1. *Supposons que le triple d'opérades $(\mathcal{C}, \mathcal{A}, \mathcal{P})$ soit un bon triple. Alors pour toute $\mathcal{C}$ - $\mathcal{A}$ -bigèbre $\mathcal{H}$ sur un corps de caractéristique nulle, les affirmations suivantes sont équivalentes :*

- (1) $\mathcal{H}$ est conilpotente ;
- (2) $\mathcal{H}$ est isomorphe à $\mathcal{U}(\text{Prim } \mathcal{H})$ comme $\mathcal{C}$ - $\mathcal{A}$ -bigèbre ;
- (3) $\mathcal{H}$ est colibre parmi les $\mathcal{C}$ -cogèbres conilpotentes.

La démonstration de ce théorème fait intervenir de manière cruciale la construction d'un idempotent définissant une projection de $\mathcal{H}$ sur sa partie primitive.¹³

On trouvera dans [37] une liste détaillée de tous les triples d'opérades que Jean-Louis a considérés. Cette idée d'encyclopédie des types d'algèbres a été poursuivie dans [51].

5.4. Opérades algébriques

Pour Jean-Louis, la dualité de Koszul des opérades fut un déclic important : il avait alors entrevu la portée novatrice des opérades algébriques. Jean-Louis avait senti la puissance conceptuelle de cette notion qui permet de coder, en un seul objet mathématique, toute une catégorie d'algèbres d'un certain type, mais aussi d'organiser les liens (foncteurs) entre ces dernières. Il a exposé le sujet au Séminaire Bourbaki en 1994 sur le sujet ; son exposé s'intitulait très justement « la renaissance des opérades », expression qui restera dans les esprits.

Durant la période 2005–2012, il a travaillé à la rédaction d'un livre de synthèse sur le sujet [43]. Des travaux de Hoffbeck [25] et Dotsenko–Koroshkin [15] venaient de dégager une approche effective pour établir qu'une opérade est de Koszul et ouvraient la voie à de nouvelles applications de techniques de réécriture dans le cadre des opérades. L'article [15] établissait notamment une version opéradique du lemme de confluence (en anglais, *diamond lemma*). Jean-Louis avait tenu à mettre en avant ces méthodes. En effet, il avait commencé depuis plusieurs années à

¹³ La structure colibre de l'homologie de Leibniz des matrices $HL_*(\text{gl}(A))$ mentionnée aux §§ 3–4 peut ainsi s'expliquer *a posteriori* par l'existence d'un bon triple $(\text{Zinb}, \text{As}, \text{Vect})$ où l'opérade *Zinb* donne la structure comultiplicative (voir [9]).

interagir régulièrement avec des chercheurs venant de la logique et de l'informatique théorique.

6. Références

- [1] S. Bloch, *Extensions centrales d'algèbres de Lie*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 32 (1982), 119–142.
- [2] A. Ya. Blokh, *On a generalization of the concept of Lie algebra*, Dokl. Akad. Nauk SSSR 165 (1965), 471–473 ; trad. anglaise dans Soviet Math. Dokl. 6 (1965), 1450–1452.
- [3] A. Ya. Blokh, *Cartan–Eilenberg homology theory for a generalized class of Lie algebras*, Dokl. Akad. Nauk SSSR 175 (1967), 266–268 ; trad. anglaise dans Soviet Math. Dokl. 8 (1967), 824–826.
- [4] J. Boardman, R. Vogt, *Homotopy invariant algebraic structures on topological spaces*, Lecture Notes in Mathematics 347, Springer-Verlag, 1973.
- [5] R. Brown, J.-L. Loday, *Excision homotopique en basse dimension*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 298 (1984), 353–356.
- [6] R. Brown, J.-L. Loday, *Van Kampen theorems for diagrams of spaces*, Topology 26 (3) (1987), 311–335.
- [7] R. Brown, J.-L. Loday, *Homotopical excision, and Hurewicz theorems for n -cubes of spaces*, Proc. London Math. Soc. (3) 54 (1987), 176–192.
- [8] D. Burghlea, M. Vigué-Poirrier, *Cyclic homology of commutative algebras, I*, Algebraic topology—rational homotopy (Louvain-la-Neuve, 1986), 51–72, Lecture Notes in Math., 1318, Springer, Berlin, 1988.
- [9] E. Burgunder, *A symmetric version of Kontsevich graph complex and Leibniz homology*, J. Lie Theory 20 (2010), 127–165.
- [10] P. Cartier, *Homologie cyclique : rapport sur des travaux récents de Connes, Karoubi, Loday, Quillen,...*, Séminaire Bourbaki, Vol. 1983/84, Astérisque No. 121–122 (1985), 123–146.
- [11] A. Connes, *Cohomologie cyclique et foncteurs Ext^n* , C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 296 (1983), 953–958.
- [12] A. Connes, *Noncommutative differential geometry*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. 62 (1985), 257–360.
- [13] S. Covez, *On the conjectural Leibniz cohomology for groups*, J. K-Theory 10 (2012), no. 3, 519–563.
- [14] C. Cuvier, *Algèbres de Leibnitz : définitions, propriétés*, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) 27 (1994), 1–45.
- [15] V. Dotsenko, A. Khoroshkin, *Gröbner bases for operads*, Duke Math. J. 153 (2010), no. 2, 363–396.
- [16] S. Eilenberg, S. MacLane, *Relations between homotopy and homology groups of spaces*, Ann. Math. 46 (1945), 480–509.
- [17] B. L. Feigin, B. L. Tsygan, *Additive K-theory, K-theory, arithmetic and geometry* (Moscow, 1984–1986), 67–209, Lecture Notes in Math., 1289, Springer, Berlin, 1987.
- [18] R. Fenn, C. Rourke, *Racks and links in codimension two*, J. Knot Theory Ramifications 1 (1992), 343–406.
- [19] Z. Fiedorowicz, J.-L. Loday, *Crossed simplicial groups and their associated homology*, Trans. Amer. Math. Soc. 326 (1991), 57–87.
- [20] H. Garland, *The arithmetic theory of loop groups*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. 52 (1980), 5–136.
- [21] M. Gerstenhaber, S. D. Schack, *A Hodge-type decomposition for commutative algebra cohomology*, J. Pure Appl. Algebra 48 (1987), 229–247.
- [22] V. Ginzburg, M. Kapranov, *Koszul duality for operads*, Duke Math. J. 76 (1995), 203–272.
- [23] D. Guin, *Sur le groupe K_3 d'un anneau*, Proc. Oberwolfach Conf. on Algebraic K-theory, 1980, Lecture Notes in Mathematics, 967 (1982), 81–100, Springer-Verlag.
- [24] D. Guin-Waléry, J.-L. Loday, *Obstruction à l'excision en K-théorie algébrique*, Proc. Evanston Conf. on Algebraic K-theory, 1980, Lecture Notes in Mathematics, 854 (1981), 179–216, Springer-Verlag.

- [25] E. Hoffbeck, *A Poincaré-Birkhoff-Witt criterion for Koszul operads*, Manuscripta Math. 131 (2010), 87–110.
- [26] J. D. S. Jones, *Cyclic homology and equivariant homology*, Invent. Math. 87 (1987), 403–423.
- [27] C. Kassel, J.-L. Loday, *Extensions centrales d'algèbres de Lie*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 32 (1982), 119–142.
- [28] M. Kinyon, *Leibniz algebras, Lie racks, and digroups*, J. Lie Theory 17 (2007), 99–114.
- [29] M. Kontsevich, *Formal (non)commutative symplectic geometry*, The Gel'fand Mathematical Seminars, 1990–1992, Birkhäuser Boston (1993), 173–187.
- [30] J.-L. Loday, *Symboles en K-théorie algébrique supérieure*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I 292 (1981), 863–866.
- [31] J.-L. Loday, *Spaces with finitely many non-trivial homotopy groups*, J. Pure Appl. Algebra 24 (1982), 179–202.
- [32] J.-L. Loday, *Homologies diédrale et quaternionique*, Adv. in Math. 66 (1987), 119–148.
- [33] J.-L. Loday, *Opérations sur l'homologie cyclique des algèbres commutatives*, Invent. Math. 96 (1989), 205–230.
- [34] J.-L. Loday, *Une version non commutative des algèbres de Lie : les algèbres de Leibniz*, Enseign. Math. (2) 39 (1993), 269–293.
- [35] J.-L. Loday, *Série de Hausdorff, idempotents eulériens et algèbres de Hopf*, Exposition. Math. 12 (1994), 165–178.
- [36] J.-L. Loday, *Cyclic homology. Appendix E by María O. Ronco*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 301, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [37] J.-L. Loday, *Generalized bialgebras and triples of operads*, Astérisque, 320, 2008.
- [38] J.-L. Loday, C. Procesi, *Homology of symplectic and orthogonal algebras*, Adv. in Math. 69 (1988), 93–108.
- [39] J.-L. Loday, D. Quillen, *Homologie cyclique et homologie de l'algèbre de Lie des matrices*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 296 (1983), 295–297.
- [40] J.-L. Loday, D. Quillen, *Cyclic homology and the Lie algebra homology of matrices*, Comment. Math. Helv. 59 (1984), 569–591.
- [41] J.-L. Loday, M. Ronco, *Hopf algebra of the planar binary trees*, Adv. in Math. (2) 139 (1998), 293–309.
- [42] J.-L. Loday, M. Ronco, *On the structure of cofree Hopf algebras*, J. Reine Angew. Math. 592 (2006), 123–155.
- [43] J.-L. Loday, B. Vallette, *Algebraic operads*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, vol. 346, Springer-Verlag, Berlin, 2012.
- [44] A. S.-T. Lue, *The Ganea map for nilpotent groups*, J. London Math. Soc. (2) 14 (1976), 309–312.
- [45] P. May, *The geometry of iterated loop spaces*, Lecture Notes in Mathematics 271, Springer-Verlag, 1972.
- [46] F. Patras, *Construction géométrique des idempotents eulériens. Filtration des groupes de polytopes et des groupes d'homologie de Hochschild*, Bull. Soc. Math. France 119 (1991), 173–198.
- [47] T. Pirashvili, *Hodge decomposition for higher order Hochschild homology*, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) 33 (2000), 151–179.
- [48] J. Stasheff, J. Stasheff, *Homotopy associativity of H-spaces. I, II*, Trans. Amer. Math. Soc. 108 (1963), 275–292 and 293–312.
- [49] B. L. Tsygan, *Homology of matrix Lie algebras over rings and the Hochschild homology*, Uspekhi Mat. Nauk 38 (1983), no. 2(230), 217–218; trad. anglaise dans Russian Math. Surveys 38 (1983), no. 2, 198–199.
- [50] J. H. C. Whitehead, *On adding relations to homotopy groups*, Ann. Math. 42 (1941), 409–428.
- [51] G. W. Zinbiel, *Encyclopedia of types of algebras 2010*, in « Operads and universal algebra (Tianjin, 2010) », World Scientific (2012), pp. 217–298.

7. Cursus professionnel de Jean-Louis Loday

Né le 12 janvier 1946
 1965–69 : Élève à l'École Normale Supérieure de la rue d'Ulm à Paris
 1969–71 : Assistant à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg
 1971–75 : Attaché de recherche du CNRS
 1975 : Soutenance du Doctorat ès sciences (Doctorat d'État) à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg
 1975–82 : Chargé de recherche du CNRS
 1976–77 : Membre de l'Institute for Advanced Study de Princeton
 1982–88 : Maître de recherche, puis directeur de recherche de 2^e classe du CNRS
 1988–95 : Directeur de recherche de 1^{re} classe du CNRS
 1991–95 : Directeur de l'Institut de Recherche Mathématique Avancée de Strasbourg
 1995–2011 : Directeur de recherche de classe exceptionnelle
 1995–98 : Chargé de mission à la Mission Scientifique et Technique (DSPT1) du Ministère de l'Éducation Nationale
 2012 : Directeur de recherche émérite

8. Liste des doctorants

(1) Christian Kassel, *Homologie du groupe linéaire général et K-théorie stable*, Doctorat ès sciences à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg en 1981 ; directeur de recherche du CNRS à l'Université de Strasbourg.

(2) Mohamed Ayadi, *L'homologie des algèbres de Lie*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 1985.

(3) Francois Goichot, *Homologie cyclique : produits, généralisations*, Doctorat de l'Université Nancy 1 en 1986 ; maître de conférences à l'Université de Valenciennes.

(4) Daniel Guin, *Homologie du groupe linéaire et symboles en K-théorie algébrique*, Doctorat ès sciences à l'Université Louis Pasteur en 1987 ; professeur retraité de l'Université Montpellier 2.

(5) Rachida Aboughazi, *Groupes simpliciaux croisés. p -Algèbres de Lie. Produit tensoriel du groupe d'Heisenberg*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 1987 ; *lecturer* à l'Université d'État de l'Ohio à Columbus.

(6) Randy McCarthy, *Cyclic homology of an exact category*, PhD de l'Université Cornell en 1990 (codirection avec D. Grayson et S. Lichtenbaum) ; professeur à l'Université de l'Illinois à Urbana-Champaign.

(7) Christian Cuvier, *Homologie des algèbres de Leibniz*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 1991.

(8) Philippe Gaucher, *Opérations sur l'homologie d'algèbres de matrices et homologie cyclique*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 1992 (codirection avec Daniel Guin) ; chargé de recherche du CNRS au Laboratoire PPS de l'Université Paris 7.

(9) Allahtan Gnedbaye, *Sur l'homologie des algèbres de Leibniz. Opérades des algèbres k -aires*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 1995 ; coordinateur local du Réseau Africain en Géométrie et Algèbre Appliquées au Développement, Université de N'Djaména, Tchad.

- (10) Benoît Fresse, *Cogroupes dans les algèbres sur une opérade*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 1996 ; professeur à l'Université Lille 1.
- (11) Alessandra Frabetti, *Coomologia delle dialgebre*, Doctorat de l'Université de Bologne en 1997 ; maître de conférences à l'Université Claude Bernard de Lyon.
- (12) Muriel Livernet, *Homotopie rationnelle des algèbres sur une opérade*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 1998 ; maître de conférences à l'Université Paris 13.
- (13) Bruno Vallette, *Dualité de Koszul des PROPs*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 2003 ; maître de conférences à l'Université de Nice.
- (14) Mathieu Zimmermann, *Complexes de chaînes et petites catégories*, Doctorat de l'Université Louis Pasteur en 2004 ; enseignant de lycée.
- (15) Emily Burgunder, *Bigèbres généralisées : de la conjecture de Kashiwara-Vergne aux complexes de graphes de Kontsevich*, Doctorat de l'Université Montpellier 2 en 2008 (codirection avec Alain Bruguières) ; maître de conférences à l'Université Paul Sabatier de Toulouse.



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Assistant Professor of Mathematics

The Department of Mathematics at ETH Zurich (www.math.ethz.ch) invites applications for an assistant professor position in mathematics. Candidates should hold a PhD or equivalent and have demonstrated the ability to carry out independent research work. The new professor will be expected to teach undergraduate (German or English) and graduate courses (English) for students of mathematics, natural sciences and engineering.

This assistant professorship has been established to promote the careers of younger scientists. The initial appointment is for four years with the possibility of renewal for an additional two-year period.

Please apply online at www.facultyaffairs.ethz.ch

Applications should include a curriculum vitae and a list of publications. The letter of application should be addressed to **the President of ETH Zurich, Prof. Dr. Ralph Eichler. The closing date for applications is 30 September 2013.** ETH Zurich is an equal opportunity and family friendly employer and is further responsive to the needs of dual career couples. In order to increase the number of women in leading academic positions, we specifically encourage women to apply.

INFORMATIONS

Conférences de Cédric Villani du 27 novembre 2012 à Toulouse

Jean-Marc Bouclet

C'est finalement le 27 novembre 2012 que les deux conférences de Cédric Villani, organisées à l'initiative de l'Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT), se sont tenues à l'espace Baudis de Toulouse. Initialement prévues le 20 mars 2012, elles avaient dû être annulées suite aux événements tragiques survenus la veille. Ces deux exposés, superbes, étaient destinés respectivement aux lycéens des premières et terminales scientifiques, le matin, puis aux élèves de classes préparatoires et aux étudiants de l'université Paul Sabatier, l'après-midi. Les deux furent suivies de nombreuses questions, puis de séances photos et signatures d'autographes ! Ce fut une journée très chargée de plus pour Cédric Villani.

Dans sa première conférence, intitulée « Des triangles, des gaz et des hommes », Cédric Villani est parti de la géométrie du triangle, telle que les lycéens la connaissent (encore), pour arriver à une évocation de ses travaux sur la courbure de Ricci et le transport optimal, en particulier les résultats obtenus avec John Lott. En parallèle des aspects historiques et scientifiques, il a fait très clairement passer son message militant, selon ses propres termes, sur l'importance des démonstrations et du raisonnement en mathématiques au lycée. La seconde conférence « Peut-on lire l'avenir des astres dans les lignes de la mathématique ? », émaillée de très jolis exemples élémentaires à la portée d'étudiants de L2, l'a mené jusqu'à ses travaux avec Clément Mouhot sur l'amortissement Landau.

La salle Concorde de l'espace Baudis a été utilisée au maximum de sa capacité, avec plus de 1 100 élèves et leurs professeurs le matin, et presque autant d'étudiants et accompagnateurs l'après-midi. Les deux conférences ont été filmées et à l'heure où ce texte paraîtra les vidéos devraient être en ligne sur le site de l'IMT¹.

Des collègues de l'IMT avaient donné début 2012 des exposés préparatoires dans plusieurs lycées, en prévision des conférences du 20 mars. Cette opération n'a malheureusement pas pu être renouvelée, mais il est instructif de noter que l'attention des lycéens les plus jeunes, peu habitués à ce type d'exposés, a été malgré tout excellente.

Cette journée a été organisée par l'IMT et l'IREM (c'est-à-dire, respectivement, par Patrick Cattiaux et Xavier Buff), avec le soutien important (en particulier financier) de la mairie de Toulouse, l'aide du rectorat, notamment de l'Inspection Académique (représentée par Danielle Blau), ainsi que celle de Fabrice Lembrez, professeur en classes préparatoires au Lycée Fermat à Toulouse (et camarade de

¹ <http://www.math.univ-toulouse.fr/>

promotion de Cédric Villani). Je tiens également à remercier ici les membres suivants de l'IMT, pour leur aide bénévole et décisive : Marie-Laure Ausset, Tamara Azaiez, Adrien Blanchet, Arnaud Chéritat, Delphine Dalla-Riva, Fanny Delebecque, Sébastien Gadat, Mathieu Leroy-Lerêtre, Josette Lovato, Sébastien Maronne, Anne Millet, Fabien Monfreda, Pierre Monmarche, Christophe Rabut, Ilies Zidane. Il faut également souligner le soutien, au sein de l'université Paul Sabatier, des collègues mathématiciens ou non qui n'ont pas hésité à banaliser l'après-midi pour permettre à leurs étudiants d'assister à la conférence. Les plus optimistes y verront un signe de l'importance accordée par tous à ce type d'événement pour la promotion des sciences, et des mathématiques en particulier.

Enquête sur les chercheurs en mathématiques recrutés par le CNRS entre 2000 et 2007

Olivier Goubet¹

En avril 2006, Stéphane Cordier diffusait les résultats d'une enquête sur le devenir des chargés de recherche recrutés par la section 01 du comité national entre 1992 et 1999. À l'initiative de Stéphane, nous reprenons ici cette enquête, suivant un mode opératoire similaire. Les chercheurs recrutés en mathématiques sur la période 2000-2007 ont été contactés par courrier électronique au début de l'année universitaire 2012-2013. Deux relances espacées dans le temps ont été ensuite effectuées. Au total 111 personnes ont été contactées. L'analyse porte sur les 90 chercheurs qui ont répondu, soit un taux de réponses de 81%.

Le questionnaire adressé portait sur les questions suivantes :

- date de naissance ;
 - thème de recherche (avec un maximum de 80 caractères) ;
 - laboratoire de première affectation (numéro d'UMR, localisation) ;
 - situation professionnelle actuelle (grade, corps d'exercice, date de prise de fonction) ;
 - laboratoire d'affectation actuel ;
 - le cas échéant, date de soutenance d'une HDR et titre de cette HDR ;
 - qualification CNU éventuelle, si oui, dans quelle section CNU et quelle année.
- Nous présentons ci-dessous quelques données issues des résultats de l'enquête.

Répartition nationale et mobilité géographique

Sur les 90 chercheurs recrutés, 40 ont été affectés initialement en Île-de-France. À l'heure actuelle 39 sont en poste en Île-de-France, 40 en province et 11 à l'étranger. Si on étudie plus finement les chiffres, on constate que 8 chercheurs ont bougé de l'Île-de-France vers la province, quand 15 ont effectué le mouvement inverse. De province à province 11 chercheurs ont connu une mobilité, quand 10 ont changé d'affectation à l'intérieur de l'Île-de-France même. Si on ajoute les 11

¹ LAMFA UMR 7352 CNRS UPJV, Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions.

mouvements en direction de l'étranger, on constate que 55 chercheurs recrutés ont connu une mobilité géographique, soit un taux de 61%.

Quelle comparaison est pertinente avec les résultats de l'enquête 1992-1999 ? On ne peut que constater une attractivité un peu plus grande de la région Île-de-France pour les questions de mobilité.

	1992-1999	2000-2007
Affectation initiale en Île-de-France	43%	44%
Affectation en Île-de-France au moment de l'enquête	40%	43%

Ces chiffres appellent deux remarques. D'une part les départs à l'étranger sont notamment associés à des détachements ; par conséquent il est difficile de quantifier la part réelle des départs définitifs hors de l'hexagone. D'autre part les affectations actuelles des chercheurs en province voient l'émergence d'un site attractif pour les mathématiques : 13 chercheurs sont actuellement à Lyon (ÉNS et Institut Camille Jordan) ; la ventilation sur les autres grands sites régionaux est bien moindre et plus équilibrée (deux à quatre personnes).

Évolution dans la carrière.

Habilitation à diriger des recherches et nomination à l'université.

Sur les 90 chercheurs recrutés sur la période d'étude, 30 occupent des postes à l'université, le plus souvent un poste de professeur (ce chiffre comprend les nominations à l'étranger). A une exception près, cette nomination s'accompagne d'une mobilité. Par ailleurs 14 chercheurs sont devenus directeur de recherche CNRS. Sur ces 14 recrutements au titre de DR, 11 ont été accompagné d'une mobilité. Sur les 46 personnes encore CR à l'heure actuelle, 15 ont connu une mobilité.

Pour comparaison avec l'enquête précédente : si la proportion des promotions comme professeur ou directeur de recherche est constante, il est indéniable de constater une plus grande attractivité des recrutements comme DR CNRS comme le montre le tableau ci-dessous.

	1992-1999	2000-2007
Nomination à l'université comme professeur	41%	33%
Recrutement comme DR au CNRS	7%	16%

À noter aussi les deux chiffres suivants. Parmi les chercheurs recrutés PR à l'université, le temps moyen entre le recrutement initial au CNRS comme chargé de recherche et le recrutement PR est de 5.27 années, alors que le temps moyen entre recrutement CR et le recrutement DR au CNRS est de 8.21 années. La différence est notable.

Soutenir une habilitation à diriger des recherches est un passage obligé pour une carrière universitaire française. Parmi les 90 chercheurs concernés par l'étude, 72 ont d'ores et déjà soutenu une HDR, soit un taux de 80% (pour l'anecdote 2 personnes ont été recrutées à l'étranger sur des postes de PR sans passer d'HDR ; si on les ajoute aux statistiques on arrive à un taux de 82%). Le temps moyen pour soutenir une HDR après recrutement comme CR au CNRS est de 5.07 années. Enfin la qualification au CNU (essentiellement en 25 ou 26ème section, mais aussi parfois dans des sections voisines comme traitement d'image) concerne 46 chercheurs, soit 64% de ceux qui sont titulaires de l'HDR.

Rattachement aux sections du conseil national des universités (CNU)

46 chercheurs ont obtenu leur qualification au CNU pour concourir sur les postes de professeur des universités. La ventilation des informations par section s'écrit

	Qualifications obtenues	Recrutement PR	Recrutement DR
CNU 25	22	8	7
CNU 26	12	6	1
Double qualification CNU 25 et CNU 26	12	7	2

Les chiffres du tableau ci-dessus sont à considérer avec précaution. Il faut rappeler que l'on peut obtenir un poste de professeur à l'étranger sans demander sa qualification au CNU. La même remarque s'applique aux recrutements comme directeur de recherche. Plus généralement, il est incongru de faire des statistiques sur des petits échantillons. La même remarque s'applique avec plus d'acuité encore à la section suivante.

Questions relatives au genre

Sur les 90 chercheurs ayant répondu au questionnaire, 8 sont de genre féminin. Toutes ont soutenu une HDR (durée moyenne écoulée entre le recrutement comme CR au CNRS et la soutenance de l'HDR 6 ans). Une est devenue professeur des universités et deux directrices de recherche CNRS. Pour les questions liées à la mobilité, 5 ont changé d'unité de recherche entre la date de leur recrutement comme chargée de recherche CNRS et leur affectation actuelle.

Remerciements : merci à Laurence Labbé (INSMI CNRS) pour les échanges sur les données relatives aux chercheurs recrutés en mathématiques entre 2000 et 2007.

Petite histoire sur les premières relations mathématiques entre la France et le Vietnam

Lê Dũng Tráng¹

Je vais faire remonter cette petite histoire au temps où le Professeur Lê Van Thiêm étudiait à l'ÉNS. C'était pendant la deuxième guerre mondiale. Son directeur de thèse, ancien élève de R. Nevanlinna, enseignait à Göttingen. Il passa sa thèse à Göttingen quelques jours avant que la ville ne tombe aux mains des Américains en 1945.

Pendant très longtemps la partie Nord du Vietnam est restée isolée du reste du Monde.

Laurent Schwartz, qui était à l'époque professeur à l'École Polytechnique, fonda les Comités France-Vietnam en 1966 contre la guerre du Vietnam, puis participa au Tribunal de Bertrand Russell pour juger les crimes contre l'humanité de la guerre américaine au Vietnam. Cependant, ce fut Alexander Grothendieck qui fut le premier mathématicien français (je devrais dire apatride vivant en France) à se rendre au Nord Vietnam en 1967. Il en fit un compte-rendu très intéressant dans l'amphi Darboux, qui était bondé, en Janvier 1968. Laurent Schwartz ne visita le Vietnam qu'en 1968. Mais, ce fut plus comme membre du Tribunal Russell que comme mathématicien. Il rencontra non seulement Pham Van Dong, le premier ministre, mais aussi des mathématiciens. C'est ainsi qu'il intervint pour permettre le voyage à Tokyo de Nguyen Dinh Tri, un professeur de l'École Polytechnique de Hanoi, qui a pu aller à un congrès d'Analyse en 1969. André Martineau, professeur à l'université de Nice, qui malheureusement nous a quittés en 1972, donna un cours en 1970. Bui Trong Lieu, professeur à l'université Paris 5, vietnamien vivant en France, visita le Vietnam également en 1970. Il organisa ma visite en 1972. Ainsi, jusqu'alors, peu de mathématiciens Français avaient visité le Nord Vietnam. Une des raisons essentielles est que le Vietnam a été constamment en guerre de 1945 à 1975.

En dépit de la guerre un homme fut un soutien constant pour le Professeur Lê Van Thiêm dans le développement des mathématiques. Cet homme était le ministre Ta Quang Buu, qui avait étudié en France avant la deuxième guerre mondiale. Il me raconta qu'afin de ne servir à rien pour l'administration coloniale, il passa une licence libre faite d'un mélange de cours divers, un peu de mathématiques, un peu de physique, un peu de littérature, un peu d'anglais. En tout cas, cela lui permit de comprendre la valeur de la science et surtout des mathématiques. Il fut à un certain moment secrétaire particulier de Hồ Chi Minh, puis vice-ministre de la Défense. En 1954, il fut signataire des accords de Genève après la bataille de Dien Bien Phu. Quand je le rencontrai, il était Ministre de l'Enseignement Supérieur. Dans le gouvernement Vietnamien, il fut le premier à comprendre l'importance de la Science et des Mathématiques.

Ta Quang Buu savait qui était Grothendieck. En ce temps là, aucun politicien au monde ne savait qui était Grothendieck. En fait, c'est assez surprenant qu'il

¹ Professeur émérite Université d'Aix-Marseille.

ait connu ce nom et la théorie des schémas. Le voyage de Grothendieck lui est dû. Il organisa tout, visas, logement, voyages. Tout cela était rendu difficile par les bombardements qui étaient très durs. Les universités avaient été dispersées dans les montagnes de Thai Nguyen au Nord de Hanoi. De cette visite une étudiante de son cours, Hoang Xuân Sinh, en tira une thèse qu'elle passa plus tard sous la direction de Grothendieck. Plus tard, en octobre 1974, Ta Quang Buu m'aida à organiser les cours d'Alain Chenciner, Bernard Malgrange et Frédéric Pham que j'avais invités au Vietnam. Pour l'occasion, il écrivit un long article dans le journal du Parti, le Nhân Dân, où il parla de la théorie des catastrophes et de certaines de ses applications. Il reçut Yvette Amice qui fut présidente de la SMF, Jean-Louis Verdier, un autre président de la SMF, Pierre Cartier, qui visitera plusieurs fois le Vietnam par la suite, Didier Dacunha-Castelle qui introduisit les probabilités et statistiques au Vietnam. Dans le cadre des relations avec le Japon, il organisera aussi la visite de Kyoji Saito qui était à ce moment-là l'un de mes meilleurs amis japonais.

De nos jours tout cela nous semble facile. Les jeunes devraient se rendre compte que jusqu'à la fin des années 80 le Vietnam était l'un des pays les plus pauvres de la Planète. Quand je suis arrivé en 1972, il y avait tout au plus une trentaine de mathématiciens au Nord Vietnam. Les plus remarquables étaient les Professeurs Lê Van Thiêm, Hoang Tuy et Phan Dinh Diêu. L'institut de Mathématiques était une petite pièce du Comité d'État des Sciences à Hanoi. Les séminaires avaient lieu dans une des écoles supérieures de Hanoi. Obtenir un visa était une bataille continuelle avec les autorités. Arriver à Hanoi par avion ou par train était difficile. Je ne me souviens pas si Malgrange, Chenciner ou Pham passèrent par Bangkok ou Vientiane. Personnellement, j'arrivai en 1972 en train après avoir traversé la Sibérie et la Chine, encore dans sa Révolution culturelle. Les années suivantes je voyageai en avion à hélice par Moscou ou Berlin Est. Le voyage prenait 37 heures.

Tout ce qui nous semble maintenant évident et facile était alors extrêmement difficile. Assurer l'adéquation des dates pour les visas, l'arrivée des mathématiciens, la réservation d'un hôtel, la disponibilité d'un auditoire, la salle pour les conférences, le transport, les visites touristiques, tout était source de difficultés sans fin. En plus, après la visite de Grothendieck, pendant laquelle il fit environ 70 heures de conférences, la bibliothèque de mathématiques avait perdu plus d'une centaine de livres dans une inondation.

Les souvenirs sont toujours présents et je pourrais sans fin parler de ces années difficiles. J'ai juste choisi d'en parler un peu rapidement pour que les jeunes générations n'oublient pas tous les efforts déployés pour développer les mathématiques au Vietnam et qu'elles se souviennent les noms de Lê Van Thiêm et Ta Quang Buu

Pour finir, permettez-moi de vous conter une anecdote qui reste présente dans mes souvenirs.

Cela s'est passé pendant mon premier séjour de 1972. En ce temps-là Tran Quynh était le Président du Comité d'État des Sciences. Ce n'était pas un scientifique, mais c'était un homme pragmatique qui avait besoin de bonnes raisons pour développer les relations avec le monde extérieur. J'eus une rencontre privée avec lui qui dura une demi-heure. À un certain moment, il me demanda brusquement : « Tráng, que veux-tu faire au Vietnam ? » Je n'avais pas préparé de réponse et

je ne savais pas quoi répondre de convainquant. Tout mon cerveau s'est mis à fonctionner pour trouver une réponse adéquate. Alors, je répondis : « Je voudrais que dans 25 ans le Vietnam puisse avoir une médaille Fields en mathématiques ». Je suis désolé, mais j'ai fait une erreur de 13 années.

Compte rendu du colloque MFI 2012

Guy Chassé¹, Laurent Decreusefond², Erwan L'Haridon³, Pierre Loidreau⁴, P. Struillou⁵

Ce colloque « Mathématiques et Formation des Ingénieurs » s'est déroulé du 6 au 8 juin 2012 aux Écoles de Saint-Cyr Coëtquidan. Il constituait le cinquième de la série (Nantes 1996, Nantes 1997, Nantes 2003, Lannion 2007) et avait, comme les précédents, reçu le patronnage de la SMAI et de la SMF. Le public visé était essentiellement celui des enseignants des écoles d'ingénieurs. Il s'agissait de montrer que les mathématiques actuelles ont toute leur place dans les cursus de formation des ingénieurs. À cette fin, divers orateurs avaient été invités qui ont présenté à un public non nécessairement spécialiste de leur domaine certains aspects des mathématiques qu'ils développent, la plupart du temps en relation avec des applications aux sciences de l'ingénieur. Ce compte rendu a pour objectif de donner une idée du contenu du colloque.

Un temps (sans doute insuffisant tant les questions étaient nombreuses) avait été réservé durant ces trois jours pour permettre aux participants de débattre des questions soulevées et des moyens de faire face aux problèmes de l'enseignement des mathématiques dans les filières de formation des ingénieurs. Nous avons aussi parmi nous un représentant de la CTI (Commission des Titres d'Ingénieur), Manuel Samuelidès, bien connu aussi comme mathématicien et qui représentait la Commission dans une table ronde à la fin du colloque. Nous avons tenu de même à associer des enseignants de classes préparatoires.

La description qui suit des diverses interventions des orateurs doit beaucoup aux notes que nous a aimablement confiées Pierre Pansu.

Jean-Daniel Boissonnat (INRIA, Sophia-Antipolis) est intervenu sur les aspects algorithmiques de la triangulation des variétés. Il a présenté des travaux qui intéressent ingénieurs, mathématiciens et informaticiens. Les applications de ces méthodes sont nombreuses et touchent à des aspects très variés (visualisation, aspects graphiques en informatique, mais aussi modélisation géométrique dans des domaines aussi différents que la médecine ou la géologie). Si les algorithmes présentés sont au cœur de la recherche actuelle, les mathématiques utilisées ont connu des développements tout au long du vingtième siècle.

¹ Écoles de Saint-Cyr Coëtquidan.

² Télécom ParisTech.

³ Écoles de Saint-Cyr Coëtquidan.

⁴ Direction Générale de l'Armement et université de Rennes.

⁵ ENSSAT Lannion.

La présentation de Claude Berrou (Télécom Bretagne) était intitulée « Les petites mathématiques du cerveau ». Il nous a brillamment entretenu de questions liant la théorie de l'information et la biologie. En particulier, il nous a exposé des idées qu'il développe en ce moment (faisant l'objet d'un ouvrage récent) reliant le fonctionnement des neurones et des questions combinatoires de théorie des graphes.

Gilles Dowek (INRIA, Paris) a demandé « De quels outils mathématiques a-t-on besoin en informatique ? » Il a tracé un panorama des besoins mathématiques de l'informatique assez inhabituel pour beaucoup de mathématiciens accoutumés à voir surtout dans l'analyse mathématique les domaines susceptibles d'applications dans notre discipline.

Valérie Perrier (ENSIMAG, Grenoble) nous a fait une présentation passionnante de la théorie des ondelettes. Elle a retracé l'épopée d'une théorie née dans les années 1980. Les mathématiques des ondelettes ont été étudiées en détail dans la décennie 1990 pour aboutir à la célébrité dans les années 2000 avec la norme JPEG de compression d'images. On travaille aujourd'hui dans la perspective d'utiliser les ondelettes en simulation numérique, ce qui est loin d'être achevé.

Pierre Pansu avait intitulé sa communication « Élections, inimitiés : deux aspects de l'informatique théorique ». Il s'agissait de répondre à des questions en apparence concrètes (agrégation des votes pour désigner un élu dans un cas, faire un plan de table dans un autre) mais qui se posent en fait sous une autre forme dans des contextes d'informatique théorique. L'aspect théorie des graphes est fortement présent. Des résultats de moins de dix ans ont été présentés dont les preuves font appel à des disciplines mathématiques aussi différentes que l'algèbre linéaire, la théorie des groupes finis, le calcul des probabilités, l'analyse et la géométrie.

Les organisateurs ont toujours voulu dans ces conférences accorder une place à des questions philosophiques ou historiques. Ils avaient invité Bruno Belhoste qui nous a entretenus sur le thème des mathématiques « un outil de sélection et de formation pour les ingénieurs et officiers en France entre 1750 et 1850 ». Le cadre des Écoles de Coëtquidan était particulièrement indiqué pour cette intervention et des membres de cette institution se sont joints aux participants à la conférence pour cet exposé. Il a été évidemment question de deux armes des forces terrestres historiquement très connotées scientifiquement : l'artillerie et le génie. La place de l'École Polytechnique a été mise en relief. Des noms comme ceux de Monge ou Bézout ont été mis dans le contexte de leur vie scientifique.

Daniel Perrin est intervenu sur l'un de ses thèmes de prédilection « La géométrie pourquoi et comment ? ». Il a su nous illustrer l'importance de cette discipline. Le risque de voir sa place relativisée dans notre système d'enseignement a été mis en relief. Le caractère formateur irremplaçable de la géométrie et sa place dans les sciences ont été fortement soulignés. Ajoutons que la présence d'aspects géométriques divers dans plusieurs interventions de ce colloque viennent renforcer ces propos.

La table ronde avec Daniel Jakubowicz et Laurent Bernis s'est centrée sur les difficultés actuelles de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement supérieur scientifique, en particulier dans les classes préparatoires. L'enseignement des mathématiques dans la spécialité scientifique du secondaire a beaucoup évolué ces vingt dernières années dans le sens d'une diminution considérable du temps consacré à cet apprentissage, donc du contenu. Les classes préparatoires ont suivi,

de manière caricaturale dans certaines spécialités comme la filière PC. Les projets d'évolution des programmes de mathématiques en classes préparatoires, et dans ce contexte l'introduction du calcul des probabilités et une quasi-disparition de la géométrie, ont retenu l'attention des participants. Les points de vue varient beaucoup sur ce dernier sujet.

Lalaonirina Rakotomanana consacra sa présentation à « Une approche géométrique de la mécanique des matériaux à gradient ». Cette intervention venait souligner l'importance des mathématiques dans la mécanique et nous montra que le contexte actuel des domaines comme les micro ou nanotechnologies exige des outils mathématiques toujours plus performants pour que les projets deviennent réalité.

Le dernier exposé scientifique du colloque fut celui de Laurent Decreusefond. Il nous présenta des applications, souvent inattendues, de la topologie algébrique à des réseaux de capteurs. Ces derniers sont omniprésents et le seront de plus en plus dans tous les aspects de notre vie quotidienne. Leurs interconnexions posent des questions scientifiques difficiles à résoudre. L'orateur nous en montra un aspect à partir de travaux qu'il a réalisés en encadrant un doctorant après avoir lu un article sur le sujet dans une publication de la Société Mathématique Américaine en 2007.

La table ronde qui fut organisée ensuite sous la présidence de Manuel Samuelidès fut surtout l'occasion de revenir sur les travaux du groupe de travail sur les mathématiques qui réunit depuis plusieurs années des représentants de la CTI, de la SMF, de la SMAI et de la SFDS.

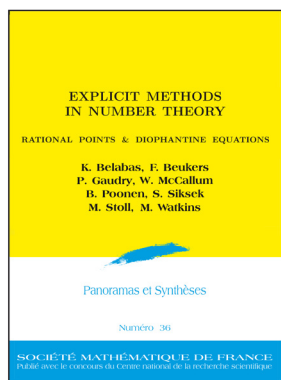
Le colloque fut clôturé par les interventions de Monsieur Alexandre Steyer, Recteur de l'académie de Rennes, qui insista sur l'importance de la rencontre de chercheurs dans la formation des lycéens et par le Général Éric Bonnemaïson, Commandant des Écoles de Saint-Cyr Coëtquidan, qui invita à associer *jubilation intellectuelle* et action.

Une partie des transparents utilisés par les conférenciers est consultable à l'adresse :

<http://tinyurl.com/bx6ekx8>

ou en plus long

<http://www.infres.enst.fr/wp/mathecoleinge/2013/02/24/colloque-mfi-2012-saint-cyr-coetquidan/>



Panoramas et Synthèses
Explicit Methods in Number Theory
Rational Points
and Diophantine Equations

K. Belabas, P. Gaudry, M. Stoll,
 M. Watkins, W. McCallum & B. Poonen,
 F. Beukers, S. Siksek

This volume contains a selection of seven short courses in number theory taught during a special trimester at Institut Henri Poincaré (from September to December 2004), centered on Diophantine equations and how to effectively solve them. The lectures, targeted at second year graduate students, display an attractive panorama of mathematical ideas and tools, that can be used to reach this goal.

(Méthodes explicites en théorie des nombres. Points rationnels et Équations diophantiennes)

Ce volume regroupe une sélection de sept cours de théorie des nombres donnés lors d'un trimestre spécial de l'Institut Henri Poincaré (septembre à décembre 2004), centrés sur la résolution effective d'équations diophantiennes. Les cours, du niveau d'une deuxième année de Master, donnent un panorama attrayant des techniques employées et des mathématiques sollicitées.

ISBN : 978-2-85629-359-1

prix public : 50 € - prix membre : 35 €
 frais de port non compris



Institut Henri Poincaré
 11 rue Pierre et Marie Curie
 F-75231 PARIS CEDEX 05

<http://smf.emath.fr>

TRIBUNE LIBRE

Coût des publications : un exemple instructif¹

Djalil Chafai²

La question du coût des publications scientifiques préoccupe de manière récurrente la communauté mathématique, en raison des excès mercantiles des grands éditeurs à but lucratif. Un tour d'horizon récent est fourni par le dossier *Autour des publications mathématiques*, publié dans le numéro 134 de la *Gazette des Mathématiciens* paru en octobre 2012. Soulignons que sur le long terme, la commission européenne incite à passer au libre accès électronique total à l'horizon 2020, et qu'il existe plusieurs modes de financement du libre accès. Sur ces questions, la société mathématique européenne (EMS) va mettre en place un comité de réflexion³.

Pratiquement toutes les revues académiques sont disponibles aujourd'hui sous forme électronique. Aussi, certains s'interrogent sur l'opportunité du maintien de la version papier, à la fois coûteuse, polluante, et encombrante. Il est vrai que l'impression systématique pourrait être laissée à la discrétion des organismes d'archivage⁴. Mais à quel point peut-on réduire le coût de la version électronique ? Examinons un exemple concret instructif.

L'exemple choisi est *Electronic Journal of Probability* (EJP⁵), une revue à comité de lecture d'audience internationale, l'une des meilleures en théorie des probabilités. Fondée en 1995 par Krzysztof Burdzy, René Carmona et Gregory Lawler, elle publie une centaine d'articles par an. Elle est associée à une revue sœur, *Electronic Communications in Probability* (ECP⁶), qui publie une soixantaine d'articles courts par an.

Les articles de EJP-ECP sont publiés uniquement sous forme électronique. L'accès est **entièrement gratuit**, à la fois **pour les auteurs et pour les lecteurs**. Le budget annuel total est de **2700 USD**, dont 1700 USD pour l'hébergement du serveur Internet. Ce budget incroyablement modique est entièrement pris en charge par Institute of Mathematical Statistics (IMS⁷) et Bernoulli Society (BS⁸), deux

¹ Ce billet a bénéficié de commentaires de Michel Ledoux, rédacteur en chef de EJP. Il a également été diffusé électroniquement sur le site de la Société Mathématique de France dans la rubrique *Tribune - Open access et système auteur-payeur*.

² Université Paris-Est Marne-la-Vallée, « managing editor » de EJP-ECP.

³ Présidé par B. Teissier. Message public de M. Sanz-Solé, présidente de EMS, 7 janvier 2013.

⁴ Le *dépôt légal* concerne tous les documents publiés, y compris les documents électroniques.

⁵ <http://ejp.ejpecp.org/>

⁶ <http://ecp.ejpecp.org/>

⁷ <http://www.imstat.org/>

⁸ <http://www.bernoulli-society.org/>

institutions à but non lucratif. Le coût remarquablement bas de EJP-ECP peut surprendre. Il s'explique par les faits suivants :

- (1) les articles sont diffusés uniquement sous forme électronique ;
- (2) il n'y a pas de secrétariat et le « managing editor » effectue son travail gratuitement ;
- (3) la mise en forme est entièrement assurée par les auteurs avec une classe $\text{\LaTeX}$ dédiée ;
- (4) le logiciel utilisé par le comité éditorial est un logiciel libre donc gratuit (OJS⁹) ;
- (5) l'hébergement est assuré par un organisme à but non lucratif peu coûteux (PKP¹⁰).

Rôle du comité éditorial. Le comité éditorial de EJP-ECP a un rôle scientifique et un mode de fonctionnement tout à fait standard dans l'univers des revues de mathématiques académiques. Il est renouvelé régulièrement et effectue son travail gratuitement.

Rôle du logiciel. Le logiciel utilisé par le comité permet de se passer de secrétariat et simplifie le travail du comité éditorial. Il permet un suivi de l'ensemble des articles en cours d'évaluation, et automatise un grand nombre de tâches. Il prend en charge à la fois la partie publique de la revue (articles publiés), la partie semi-publique (articles soumis par les auteurs), ainsi que la partie privée (évaluation par le comité éditorial et les rapporteurs). Ce logiciel est hébergé sur un serveur dont la maintenance a un coût modique.

Rôle du « managing editor ». Le « managing editor » veille au bon fonctionnement de toutes les facettes du logiciel, et règle les problèmes techniques avec les auteurs, lecteurs, rapporteurs, et membres du comité éditorial. Il fabrique la version finale des articles acceptés à partir du fichier LaTeX formaté produit par les auteurs. Il veille à la présence des meta-données, ainsi qu'à la mise à jour des bases de données externes comme celle du DOI¹¹. Il assure enfin la liaison avec l'hébergeur et les développeurs du logiciel. Le « managing editor » est typiquement un mathématicien versé en informatique. Nous connaissons tous des collègues de ce type œuvrant pour un laboratoire, pour une société savante, etc. Certaines universités soutiennent ce type d'activité en attribuant une décharge de service.

Autres exemples. EJP-ECP n'est pas le seul exemple de sa catégorie dans l'univers des revues mathématiques¹². La revue *Electronic Journal of Combinatorics* (E-JC¹³) par exemple fonctionne sur le même principe. Fondée en 1994, elle utilise aussi le logiciel OJS, sur un serveur hébergé par University of Pennsylvania puis par Australian National University. D'autre part, OJS n'est pas le seul logiciel de gestion de revue. Certaines revues avec plus de moyens ont adopté le logiciel Electronic Journal Management System (EJMS¹⁴) de la société VTEX¹⁵.

⁹ http://en.wikipedia.org/wiki/Open_Journal_Systems (<http://pkp.sfu.ca/ojs>)

¹⁰ http://en.wikipedia.org/wiki/Public_Knowledge_Project (<http://pkp.sfu.ca/>)

¹¹ http://en.wikipedia.org/wiki/Digital_object_identifier

¹² <http://www.doaj.org/> (Directory of Open Access Journals) fournit une liste de revues de ce type.

¹³ <http://www.combinatorics.org/>

¹⁴ <http://www.e-publications.org/>

¹⁵ <http://www.vtex.lt/>

Quelques idées reçues. Voici les trois idées reçues les plus fréquentes à propos du modèle EJP-ECP.

– « *Les articles publiés dans les revues électroniques comme EJP-ECP ne sont pas durables* ».

La pérennité de EJP-ECP est assurée par le système LOCKSS¹⁶ (Lots Of Copies Keep Stuff Safe).

– « *La mise en page des articles publiés dans les revues comme EJP-ECP est de mauvaise qualité* ».

N'hésitez pas à comparer avec des revues coûteuses ! Les articles publiés par EJP-ECP utilisent tous la même classe $\text{\LaTeX}$ dédiée. Ce sont les auteurs qui décident du rendu final, aussi bien sur le fond que sur la forme. Rares sont les revues qui font mieux aujourd'hui, pour des raisons de coût !

– « *Le modèle d'EJP-ECP n'est pas généralisable car les managing editors sont difficiles à trouver* ».

Non, cela n'est pas si difficile, et il est même possible d'en avoir plusieurs à la fois comme E-JC. Les logiciels éditoriaux actuels rendent la tâche des « managing editors » plus agréable, et cela ne cesse de s'améliorer. Il serait possible de faire faire ce travail par un salarié : le coût total du travail du « managing editor » de EJP-ECP serait alors de l'ordre de 10000 USD par an (moins si factorisé).

En guise de conclusion. EJP-ECP existe depuis plus de quinze années, et contribue aux mathématiques autant et aussi bien que les autres revues de qualité, pour un coût remarquablement bas. L'exemple de EJP-ECP souligne à quel point la balle est dans le camp des scientifiques eux-mêmes. Il ne tient qu'aux rédacteurs en chefs des revues coûteuses d'adopter le mode de fonctionnement de EJP-ECP !

En France, les sociétés savantes pourraient, avec le soutien éventuel du CEDRAM¹⁷ et du CCSD¹⁸ du CNRS, jouer un rôle important : héberger des revues françaises à l'aide d'un logiciel comme OJS. L'exemple de EJP-ECP montre à quel point la mise en place est simple, le coût total faible, et les moyens factorisables. Un tel modèle à bas coût pourrait intéresser en premier lieu des revues comme Bulletin de la SMF, les Annales de l'ÉNS, les Annales de l'IHP, les ESAIM, les CRAS, les Annales de Grenoble et de Toulouse, etc, et faire ainsi office d'exemple pour les mathématiques européennes.



Carl F. Gauss et sa courbe en cloche sur un billet de dix marks.

¹⁶ <http://www.lockss.org/>

¹⁷ <http://www.cedram.org/> (Centre de diffusion de revues académiques mathématiques).

¹⁸ <http://ccsd.cnrs.fr/> (Centre pour la Communication Scientifique Directe - UPS2275)

Futurisme. À plus long terme, les logiciels du type OJS pourraient permettre l'utilisation systématique de arXiv.org comme support de stockage des articles dès la soumission. Cette idée pourrait prendre forme grâce au tout récent projet *episciences*¹⁹ porté par le CCSD du CNRS, et soutenu par Jean-Pierre Demailly²⁰, Terence Tao et Tim Gowers²¹. Affaire à suivre. . .

Pourquoi j'ai quitté la Société Mathématique de France

Jean-Paul Allouche

Après presque dix ans de bons et loyaux services aux publications de la SMF, comme Vice-Président chargé des publications, puis comme Directeur des publications, puis comme Directeur adjoint des publications – avec un intérim à nouveau comme Directeur des publications, j'ai décidé de mettre fin à mes responsabilités à la SMF, et de quitter totalement la SMF. Cette information n'a guère d'intérêt en soi, elle peut même paraître dérisoire. Elle l'est sans doute un peu moins si l'on remarque qu'en quelques semaines du premier trimestre 2013 deux comités éditoriaux de séries de la SMF ont démissionné en bloc, ainsi que le Directeur des publications et le Directeur adjoint.

Plutôt que de regarder en détail les raisons techniques de ces démissions en cascade, il me paraît intéressant d'indiquer comment ce qu'on peut considérer comme une dérive de la gouvernance des sociétés occidentales a atteint le monde académique, puis le monde des sociétés savantes, et pourquoi cette dérive risque aussi de contaminer tout le monde associatif et la société tout entière.

À l'origine est apparue la notion d'*optimisation*. Avec des intentions probablement pures les mathématiciens ont fourni des outils (souvent subtils) permettant de maximiser ou de minimiser des fonctions de plusieurs variables et paramètres éventuellement liés. Ces fonctions ont souvent été baptisées « fonctions de coût », ce qui n'est pas entièrement innocent puisque ces notions ont très vite servi à « maximiser les profits » (on dit pudiquement « optimiser les dépenses »), d'abord dans l'industrie, ce qui peut paraître « normal », puis peu à peu dans tous les domaines d'activité.

Naturellement dans une telle optique seuls peuvent être pris en compte les éléments mesurables. Les paramètres cachés et *a fortiori* les choses non mesurables étant par définition exclus des paramètres ou variables utilisables, on entreprit de mesurer le non-mesurable (sic) : politiquement d'abord (que l'on pense à la notion de *pollueur-payeur*), puis de manière plus insidieusement scientiste ensuite avec l'explosion de toutes sortes de *métriques*, pour essayer de réaliser cet oxymore « quantifier la qualité ». Il est pourtant bien connu et/ou bien clair que, dès qu'on

¹⁹ <http://episciences.org/>

²⁰ <http://www.nature.com/news/mathematicians-aim-to-take-publishers-out-of-publishing-1.12243>

²¹ <http://gowers.wordpress.com/2013/01/16/why-ive-also-joined-the-good-guys/>

introduit un « indice de qualité », les agents s'efforcent d'améliorer non pas la qualité mais l'indice qui prétend la mesurer, arrivant le plus souvent au résultat opposé à celui souhaité (voir par exemple le délicieux ouvrage de vulgarisation [1]). Au passage, on put voir se profiler deux tendances : l'une, dont nous reparlerons, est la croyance quasi-religieuse dans les indices métriques ainsi définis qui – puisque « scientifiques » (sic) – ne peuvent plus être remis en cause, l'autre dans l'utilisation desdits indices ou principes à la base de ces indices par des non-mathématiciens affirmant sans vergogne des « vérités mathématiques » nécessairement incontestables (un seul exemple : la croyance répandue chez les économistes amateurs que l'optimisation des comportements individuels conduit à un optimum global!).

Le monde académique fut ensuite touché. D'abord en prétendant rechercher la « vérité des coûts » (je me souviens d'une université en province où il fallait utiliser deux codes ou deux clés de photocopie distinctes suivant qu'il s'agissait d'enseignement ou de recherche), puis en affichant sans scrupule qu'il s'agit de « rentabiliser » telle ou telle structure (personne n'aurait imaginé il y a disons une quinzaine d'années qu'on en viendrait un jour à faire payer des collègues d'une autre universités PUIS de la même université pour l'utilisation d'un amphithéâtre!). L'étape suivante fut d'inventer des métriques (bibliométrie quantitative – éventuellement automatique, indice de citation, indice H [et non pas « H-indice », en français on ne dit pas « le G-point »], nombre moyen de consultations [improprement appelé facteur d'impact, alors que ce n'est pas un facteur et qu'il ne s'agit pas d'impact], nombre de brevets, prix moyen de revient d'une publication, etc.) qui, de par leur nature prétendument scientifique, deviennent intouchables et respectées comme LE dogme. Il n'est probablement pas besoin de citer ici les ravages que cette idéologie cause aux activités scientifiques. J'en donnerai un seul exemple : après le *publish or perish*, voilà que les éditeurs commerciaux expliquent sans rire que le modèle de publication auteur-payeur est justifié par le fait que l'auteur tire un avantage de ses publications « pour sa carrière » et qu'il est donc normal que l'auteur (ou son institution) paie pour publier ! Les lecteurs désireux d'en savoir plus sur la perversion progressive de la notion d'« évaluation » pourront consulter les articles du numéro 37 de la revue *Cités* [2].

Il y a au moins deux conséquences prévisibles de cette « vision ». La première, liée au caractère dogmatique des éléments pris en compte, est l'apparition de hiérarchies inutiles voire nuisibles dans les organigrammes où tel ou tel se prend pour « le gardien du temple », et, au nom de principes scientistes incontestables (sic) qu'il croit de son devoir de défendre, se comporte en petit chef (au sens le plus péjoratif possible de cette expression) ; au passage toute tentative de remettre en question le dogme est immédiatement considérée comme une attaque personnelle *ad hominem* contre « le chef ». La seconde est le morcellement, ou au contraire l'empilement, de structures existantes, non pas pour des raisons vraiment scientifiques mais au nom de principes prétendument économiques ou de recherche de « rendement » ou de progression dans des classements ridicules (heureusement parfois contestés) comme celui des universités du nom d'une ville chinoise que je n'aurai pas l'obscénité de citer ici. Le lecteur pourra réfléchir dans cette optique à certaines conséquences de la loi LRU.

Le bastion suivant est celui des sociétés savantes : primauté absolue (récente) des frilosités économiques sur les aspects purement scientifiques, non respect des

procédures de décision devant les instances élues, tentation du pouvoir solitaire voire de la « caporalisation » (il est amusant de constater qu'un site académique où les matheux pouvaient débattre de différents sujets a été fermé en invoquant « des attaques personnelles » –voir plus haut– et ce juste après que le mot *caporalisation* y fut utilisé).

Il me semble urgent que le monde académique et celui des sociétés savantes d'abord, la société tout entière ensuite (il est permis de rêver et pour l'un et pour l'autre) en reviennent à la vision que la majorité d'entre nous continuons à avoir : collaborations plutôt que hiérarchies inventées, liberté de la pensée et/ou de la recherche non soumise à des diktats économiques à très court terme, désaveu définitif de la notion de « concurrence » (à tout le moins retour au sens étymologique du *courir ensemble*), suppression des métriques absurdes (un espoir ? voir [3]), etc. Peut-être est-il déjà trop tard.

Références

- [1] Maya Beauvallet, *Les Stratégies absurdes. Comment faire pire en croyant faire mieux*, Points, Essais, 2010.
- [2] Cités, L'idéologie de l'évaluation. La grande imposture, Presses Universitaires de France, 2009, (<http://www.cairn.info/revue-cites-2009-1.htm>).
- [3] <http://am.ascb.org/dora/>

En réponse aux tribunes libres de Jean-Paul Allouche et Djalil Chafai

Aline Bonami

Je souhaite répondre à ces deux tribunes libres en tant que présidente sortante.

Comme le dit Jean-Paul Allouche, cette année a été marquée par un certain nombre de démissions à la SMF. Il s'agit en particulier des comités de rédaction de *Séminaires et Congrès* et de la *Série T*. De plus certains des collègues démissionnaires ont tenu à le faire savoir en diffusant largement leurs lettres de démission par courrier électronique grâce à des alias. Certaines de leurs critiques ont pris un tour tout à fait personnel et je ne souhaite pas y répondre en dehors des structures de la SMF, dans lesquelles elles ont été largement débattues. D'autres sont liées aux difficultés auxquelles la SMF est confrontée : d'une part des retards de publication qu'elle essaie de rattraper, et qui sont, depuis plusieurs années un réel problème ; d'autre part la nécessité de diminuer les tirages papiers au profit de l'électronique et, plus généralement, de prendre en compte les réalités financières de la SMF.

Il n'est effectivement pas possible de cacher plus longtemps la situation financière de la SMF, qui fait face depuis 2011 à un déficit dépassant chaque année 10% de son chiffre d'affaires. Cette situation est analysée dans le Rapport Moral qui figure dans cette *Gazette*. On ne peut guère être surpris des difficultés de la SMF dans le contexte actuel de crise, qui touche tout particulièrement le secteur de l'édition. Il y a une érosion lente, mais certaine, du nombre d'abonnés. De plus la diffusion

sur internet et le libre accès aux publications induisent des changements de modèle économique pour l'édition scientifique. Si, en tant que société savante, nous avons dénoncé les effets pervers du système auteur-payeur, nous ne savons pas en tant qu'éditeur comment dans quelques années pourra vivre une activité d'édition dans une association à but non lucratif dans laquelle néanmoins les salaires du personnel sont essentiellement assurés par le produit des ventes.

Si certains s'étonnent que la diffusion des journaux sous leur forme papier n'affiche plus la bonne santé du passé, d'autres, à l'opposé, pressent la SMF d'aller vers le tout électronique, voire le tout en libre accès gratuit. La contribution de Djalil Chafaï¹ est, dans cette direction, tout à fait intéressante. Il est possible que l'évolution qu'il appelle de ses vœux soit celle vers laquelle va la communauté mathématique, en tout cas pour les journaux. Mais cette gratuité cache de fait une prise en charge par les institutions. Dans ce modèle, les scientifiques ne se contentent plus d'écrire les articles, de les lire en tant que referees, de les accepter en tant que membres de comités de rédaction. Ils se chargent également de tâches techniques. Certes la SMF est pleine de bénévoles qui veillent à son fonctionnement. Mais elle assure aussi quelques emplois pour les tâches techniques qui ne relèvent pas directement de la fonction de chercheur. Elle n'a pas (ou presque pas), pour ce faire, de moyens financiers autres que les ventes. Les autres sociétés savantes françaises de mathématiques, qui ont fait des choix différents quant à leurs activités de publication, ne sont pas dans la même situation mais n'ont pas non plus de moyens à mettre dans l'édition. Si l'on n'y prend pas garde, les systèmes de demain dépendront uniquement des grands éditeurs commerciaux ou des institutions.

Il incombe aux instances de la SMF de trouver comment faire évoluer son secteur d'édition sans mettre en danger son équilibre financier. On ne peut que souhaiter que ce faisant, elles soient accompagnées par une certaine compréhension de notre communauté.

★ ★ ★

Rappel : la rubrique « tribune libre » permet à toute personne de notre communauté d'y exprimer une opinion personnelle qui n'engage ni le comité de rédaction, ni la Société Mathématique de France.

¹ Celle-ci est parue d'abord sur le site de la SMF, dans la Tribune consacrée au système auteur-payeur <http://smf.emath.fr/content/open-access-et-systeme-auteur-payeur>



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Professor of Mathematics

The Department of Mathematics at ETH Zurich (www.math.ethz.ch) invites applications for a position in an algorithmic area of mathematics related to optimization. The duties of the future professor include teaching in mathematics and related areas.

We are seeking candidates with an internationally recognized research record and with proven ability to direct research of highest quality. Expertise and a strong background in optimization and/or computation will be especially appreciated. Willingness to teach at all university levels and to collaborate with colleagues from departments outside mathematics is expected.

Together with the colleagues from the department, the new professor will be responsible for undergraduate courses in mathematics at ETH Zurich for students of mathematics, engineering and natural sciences, and for graduate courses in the programs MSc in Applied Mathematics, MSc in Computational Science and Engineering, MSc in Statistics, and MSc in Quantitative Finance (joint degree with the University of Zurich). The successful candidate will be expected to teach undergraduate level courses (German or English) and graduate level courses (English).

Please apply online at www.facultyaffairs.ethz.ch

Applications should include a curriculum vitae and a list of publications.

The letter of application should be addressed **to the President of ETH Zurich,**

Prof. Dr. Ralph Eichler. The closing date for applications is 30 September

2013. ETH Zurich is an equal opportunity and family friendly employer and is further responsive to the needs of dual career couples. In order to increase the number of women in leading academic positions, we specifically encourage women to apply.

LIVRES

Invariant Manifold and Dispersive Hamiltonian equations

KENJI NAKANISHI, WILHELM SCHLAG

European Mathematical Society, 2011, 253 p., ISBN 978-3-03719-095-1, 38€

L'ouvrage « Invariant Manifolds and Dispersive Hamiltonian Evolution Equations » par Nakanishi et Schlag, 253 pages, publié aux Zurich Lecture Notes in Advanced Mathematics, est la retranscription de la série de conférences Nachdiplomvorlesung Lectures données par W. Schlag (Chicago University) à l'ETH Zurich à l'automne 2012. Ce cours de niveau graduate est une très belle introduction à un sujet particulièrement actif et très adapté pour un étudiant en thèse ou un chercheur souhaitant entrer dans le domaine ou en comprendre quelques uns des structures clés. Le livre reproduit principalement de manière très pédagogique et autocontenue une série de travaux récents des auteurs, mais s'inscrit dans une dynamique beaucoup plus générale sur ces dix dernières années au cœur de bouleversements profonds dans la compréhension qualitative des équations aux dérivées partielles dispersives non linéaires.

Le projet du livre est d'illustrer principalement sur un exemple simple, l'équation de Klein Gordon semi-linéaire, certains développements fondamentaux dans la compréhension des ondes non linéaires au voisinage d'objets canoniques : les ondes solitaires. Typiquement pour le modèle de Klein Gordon

$$u_{tt} - \Delta u + u = f(u), \quad (t, x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d$$

qui est un exemple classique de système Hamiltonien de dimension infinie, l'onde solitaire correspond à une solution stationnaire :

$$(1) \quad u(t, x) = Q(x), \quad -\Delta Q + Q = f(Q).$$

On sait depuis les années 80 sur la base de la caractérisation variationnelle de l'état fondamental Q de (1) que ce dernier fournit un critère optimal d'existence globale : les données « sous » le soliton en un sens Hamiltonien sont globales, celles « au dessus » explosent en temps fini, l'existence de solutions explosives pour ce type de modèle étant une conséquence d'une structure algébrique très particulière, l'identité du viriel.

A donnée petite, les outils d'analyse harmonique (estimations de Strichartz) permettent d'obtenir une bien meilleure information que la globalité du flot : la solution « disperse » et se comporte en temps long comme une solution du problème linéaire. Le chapitre 2 du livre implémente l'approche maintenant classique de Kenig-Merle depuis leur article de référence de 2006 pour démontrer que toutes les solutions « sous » l'état fondamental expérimentent la même dynamique linéaire asymptotique de dispersion du paquet d'ondes non linéaires. La preuve est par induction sur le niveau d'énergie minimal nécessaire pour violer la dispersion en temps long, l'extraction d'une suite de Palay-Smale compacte dans les normes

Strichartz et la classification de l'objet limite minimal obtenu via un théorème à la Liouville, un schéma classique en théorie de régularité des EDP elliptiques non linéaires, mais tout à fait spectaculaire dans le cadre dynamique dispersif. Le chapitre 2 est un très bel endroit pour apprendre la méthode avec une présentation soignée et autocontenue.

L'onde solitaire Q est donc le « premier » objet non linéaire, et une problématique naturelle est maintenant de comprendre la structure du flot au voisinage de cette onde particulière. Ce type de questions a engendré une activité considérable ces dix dernières années en connexion notamment avec la possibilité d'instabilité par blow up de l'onde solitaire. Dans une série de travaux en commun, inspirée aussi par des travaux de Duyckaerts et Merle, les auteurs ont obtenu une description satisfaisante du portrait de phase au voisinage de Q que l'on peut grossièrement résumer comme suit. L'onde solitaire, qui est une solution stationnaire, est instable à la fois par explosion (en temps fini) et dispersion (en temps long), et la séparation entre ces deux dynamiques stable est fournie par une variété de codimension finie sur laquelle le soliton est l'attracteur en temps long. La description du portrait de phase nécessite de prendre en compte les comportements en $\pm\infty$ qui engendrent les 9 possibilités du Théorème 5.1. Comme il est classique en théorie des systèmes dynamiques de dimension finie, la description complète du flot au voisinage de l'onde solitaire nécessite la construction nonlinéaire fine de la variété centrale de codimension finie qui stabilise l'onde solitaire, et un lemme essentiel de « non retour » qui assure que si l'on s'écarte de l'onde solitaire, on ne revient pas (pas d'orbite homocline), Théorème 4.11. Il est spectaculaire que cette analyse classique des systèmes de dimension finie puisse être implémentée complètement pour un système Hamiltonien de dimension infinie, le cœur de l'analyse étant l'utilisation de fonctionnelles de monotonie fines liées à l'identité du viriel.

Les deux derniers chapitres sont une introduction aux problèmes analogues pour l'équation de Schrödinger non linéaire et l'équation des ondes énergie critique qui sont plus délicats.

En conclusion, cet ouvrage est une très belle introduction autocontenue à des techniques récentes et puissantes à l'intersection de l'analyse harmonique, les systèmes dynamiques, l'analyse spectrale et les équations aux dérivées partielles elliptiques non linéaires qui ont considérablement transformé l'étude qualitative des ondes non linéaires ces vingt dernières années. Il faut se souvenir que les questions abordées par cet ouvrage étaient considérées comme intouchables à la fin des années 90. Les méthodes sont générales et la description obtenue du portrait de phase très satisfaisante sinon peut être la description fine des dynamiques explosives, mais cela nécessiterait un autre livre.

Pierre Raphaël,
Université de Nice