Revue d'Histoire des Mathématiques

NOTES & DÉBATS

La similitude des équimultiples

Sabine Rommevaux

Tome 13 Fascicule 2 2007

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Ministère de la culture et de la communication (DGLFLF) et du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs 2007 : prix public Europe : 65 €; prix public hors Europe : 74 €;
prix au numéro : 36 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, B.P. 67, 13274 Marseille Cedex 9
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
13 (2007), p. 301–322

NOTES & DÉBATS

LA SIMILITUDE DES ÉQUIMULTIPLES DANS LA DÉFINITION DE LA PROPORTION NON CONTINUE DE L'ÉDITION DES *ÉLÉMENTS* D'EUCLIDE PAR CAMPANUS : UNE DIFFICULTÉ DANS LA RÉCEPTION DE LA THÉORIE DES PROPORTIONS AU MOYEN ÂGE

Sabine Rommevaux

Résumé. — Cet article montre, sur un exemple, la complexité de la situation dans laquelle se trouve parfois l'éditeur d'un texte ancien lorsqu'il doit choisir entre les leçons divergentes de différents manuscrits. L'exemple est tiré de l'édition par H. L. L. Busard des *Éléments* de Campanus. Nous discuterons le choix que fait Busard de l'adverbe « *simul* » dans l'énoncé de la définition de la proportionnalité du Livre V, alors que les plus anciens manuscrits ont l'adjectif « *similes* ». Derrière ce choix se cache le rôle joué par les équimultiples dans la définition, entre simultanéité et similitude. Nous poserons aussi la question de la compréhension que Campanus pouvait avoir de la théorie de la proportionnalité.

Abstract (The Similitude of Equimultiples in the Definition of Noncontinuous Proportion in Campanus' Edition of Euclid's *Elements* : An Obstacle in the Reception of the Theory of Proportions in the Middle Ages)

This article shows, via an example, the complexity of the situation in which the editor of ancient texts is sometimes placed when having to choose between diverging variants of different manuscripts. The example is taken from the edition of Campanus' *Elementa* by H. L. L. Busard. We discuss Busard's choice of the adverb "*simul*" in the definition of proportionality in Book V, despite

Texte reçu le 10 mai 2007, révisé le 21 avril 2008.

S. Rommevaux, CNRS, Université François Rabelais, Tours, Centre d'études supérieures de la Renaissance, 59 rue Néricault-Destouches, BP 11328, 37013 Tours Cedex 1.
Courrier électronique : sabine.rommevaux@univ-tours.fr

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A35.
Mots clefs : Euclide, Campanus, proportionnalité, Moyen Âge.
Key words and phrases. — Euclid, Campanus, proportionality, Middle Ages.

the fact that the oldest manuscripts contain the adjective “*similes*”. Behind this choice lies the role that equimultiples play in the definition — simultaneity or similitude. We also ask what Campanus’ understanding of the theory of proportionality could have been.

L’historien des mathématiques anciennes utilise ou produit parfois des éditions critiques de textes qui ont circulé sous la forme de plusieurs manuscrits. La production d’une édition critique nécessite de faire des choix entre les différentes leçons que l’on peut trouver dans les manuscrits, lorsque ceux-ci divergent. Certains choix sont aisés : on rejette les fautes d’orthographe ou les erreurs de lecture du copiste, on veille à la cohérence grammaticale du texte. D’autres choix sont plus délicats quand ils peuvent modifier substantiellement le sens du texte. L’éditeur peut alors privilégier tel manuscrit parce qu’il est le plus ancien ou qu’il lui semble porter le texte le plus proche de l’original, souvent perdu. Il peut aussi se laisser guider par le souci de cohérence de la doctrine portée par le texte. L’apparat critique, qui regroupe toutes les variantes trouvées dans les manuscrits, peut permettre au lecteur de remettre éventuellement en cause ces choix.

Je voudrais montrer sur un exemple la complexité de la situation dans laquelle se trouve un éditeur lorsqu’il doit effectuer un tel choix et que différents critères peuvent entrer en conflit (cohérence interne du texte, cohérence par rapport à d’autres textes d’une même tradition, cohérence mathématique ou logique, etc.). Selon le critère retenu, il peut être amené à produire des textes porteurs d’interprétations théoriques différentes. L’exemple choisi est tiré de l’édition critique par Hubert L. L. Busard des *Éléments* de Campanus (XIII^e siècle) [Busard 2005]. Je vais examiner les définitions 5 et 6 du Livre V, qui concernent la proportionnalité, continue ou non, des quantités [1]. Je discuterai du choix qu’a fait H. Busard, dans l’énoncé de la définition V. 6 entre deux leçons qu’il a pu trouver dans les manuscrits et dans l’édition de la Renaissance qu’il a utilisés, pour un mot qui est tout à fait capital pour la compréhension de cette définition et plus généralement de la théorie de la proportionnalité. Nous verrons que H. Busard privilégie la cohérence de l’énoncé latin par rapport à l’édition,

1 Dans la version grecque du Livre V des *Éléments* d’Euclide il est question de grandeurs. La grandeur appartient à la catégorie aristotélicienne de la quantité et se distingue du nombre en ce que le nombre est discret alors que la grandeur est divisible à l’infini [Euclide, p. 57]. Dans la version de Campanus, il est question de quantités, sans que l’on puisse affirmer s’il faut entendre par là seulement les quantités continues ou aussi les nombres.

par J. L. Heiberg, du texte grec des *Éléments* d'Euclide dont le texte de Campanus est une récriture. La prise en compte des commentaires que fait Campanus aux définitions de la proportionnalité nous conduira à remettre en cause l'énoncé de la définition V. 6 proposé par H. Busard. Mais ce faisant, les définitions induisent une circularité, reconnue par Campanus, ce qui soulève la question de comprendre pourquoi ce dernier n'est pas intervenu sur le texte qu'il a utilisé pour son édition [2]. Nous verrons finalement que la cohérence interne d'un texte peut être en contradiction avec la cohérence logique ou mathématique.

1. L'ÉDITION DES *ÉLÉMENTS* DE CAMPANUS

En 2005, H. Busard a donc publié la première édition critique des *Éléments* d'Euclide dans la version de Campanus. Cette édition est la dernière d'une longue série d'éditions de traductions ou de versions des *Éléments* d'Euclide des XII^e^ et XIII^e^ siècles, faites par H. Busard. Pour l'édition de Campanus, celui-ci a utilisé principalement deux manuscrits, le manuscrit de Florence, Bibl. Naz. Magl. XI 112, daté de 1259 (c'est le plus ancien manuscrit connu contenant la version de Campanus) et le manuscrit de New York, Columbia University, Plimpton 156, qui, selon C. S. Peirce, aurait été offert par Campanus lui-même à Jacques Pantaléon ou Urbain IV, alors que ce dernier était Patriarche de Jérusalem, soit avant 1261 [Busard 2005, vol. 1, p. 46]. H. Busard a aussi utilisé la première édition imprimée, publiée à Venise par Erhard Ratdolt en 1482. Enfin, il a consulté occasionnellement huit autres manuscrits du XIII^e^ ou du début du XIV^e^ siècle, parmi les cent trente et un qui ont été recensés par Menso Folkerts [Folkerts 1989, p. 38–43].

L'édition de H. Busard est particulièrement importante pour l'historien des sciences médiévales, car elle permet de mettre au jour les divergences qui peuvent exister entre les plus anciens manuscrits de la version de Campanus et l'édition renaissante, qui était jusqu'à présent l'accès le plus simple à cette version. Notamment, elle permet de souligner certains

2 Comme nous allons le voir, cette question est difficile. Elle peut être posée pour les éditeurs de versions commentées, quelle que soit l'époque : quels types d'interventions se permettent-ils de faire sur le texte, quels genres de commentaires produisent-ils, sont-ils soucieux de problèmes philologiques ? Répondre à ces questions nécessitent de pas projeter sur les périodes anciennes nos critères et nos préoccupations.

ajouts importants [3]. Or, les *Éléments* de Campanus font autorité dès la fin du XIII^e siècle, jusqu'à ce que les traductions produites à la Renaissance, à partir de versions grecques, viennent la supplanter. L'édition critique de H. Busard permet donc d'avoir une vision plus nette du texte utilisé par les médiévaux.

La version de Campanus n'est pas une traduction des *Éléments*, mais une récriture commentée, fondée principalement sur une des versions dues à Robert de Chester (XII^e siècle) [4]. Globalement, on peut dire que Campanus reprend à cette version, sans les modifier de manière significative, les énoncés des principes, définitions et propositions. Mais il lui arrive de puiser à d'autres sources ou de produire lui-même des énoncés complémentaires [5]. Il cherche alors, soit à combler ce qu'il perçoit comme des lacunes dans l'organisation du traité (ajout de principes, définitions ou propositions nécessaires à la complétude de la chaîne déductive), soit à produire de nouveaux cas de figure ou à généraliser certains résultats. Les commentaires concernent exclusivement les définitions pour lesquelles il explique le sens qu'il convient de leur donner, s'il n'est pas immédiat. Il prétend parfois connaître ce que voulait Euclide [6], mais on ne perçoit pas chez lui de soucis philologiques proches de ceux que nous avons aujourd'hui. Je ne pense pas qu'il prétende à retrouver le texte d'Euclide, et il ne dit rien des divergences qu'il aurait pu observer entre plusieurs versions des *Éléments* qu'il aurait pu consulter.

En ce qui concerne les définitions du Livre V, Campanus hérite de la version de Robert de Chester un ensemble de définitions différent de celui que l'on trouve dans la version grecque des *Éléments* connu grâce à l'édition critique de J. L. Heiberg. En particulier, l'énoncé de la définition de

---

3 H. Busard [Busard 2005, vol. 1, p. 47-48] souligne ces principales divergences, notamment à la fin du Livre I, l'ajout dans l'édition de 1482 d'une proposition dans laquelle il est demandé de décrire autour d'un carré donné un gnomon égal à un autre carré donné ; à la fin de la proposition III. 15, l'ajout de la démonstration de la divisibilité de l'angle de contingence au moyen d'une ligne droite ; à la fin du Livre IV, l'ajout d'une solution au problème de la trisection de l'angle.

4 L'histoire du texte de la version de Robert de Chester est complexe ; il existe plusieurs états du texte, comportant des énoncés identiques mais dans lesquels les démonstrations sont plus ou moins développées [Busard & Folkerts 1992, p. 29–30]. Il est très difficile de savoir quel texte précisément Campanus a utilisé. Mais puisqu'il a essentiellement repris les énoncés et qu'il a récrit les démonstrations, c'est de moindre importance pour notre sujet. Lorsque dans la suite du texte je parlerai de « la version de Robert de Chester », il s'agira d'un de ces textes.

5 Voir par exemples nos études des Livres VII et X [Rommevaux 1999; 2001].

6 Campanus utilise parfois les expressions « *volens Euclides* » (Euclide, voulant que...) ou « *Euclides intenderet* » (Euclide aurait affirmé que...).

la proportionnalité est différent. Par ailleurs, cette définition est précédée d'une définition de la proportionnalité continue qui est absente du grec. Et enfin, la condition pour que deux grandeurs ait un rapport, à savoir qu'elles sont capables, étant multipliées, de se dépasser l'une l'autre (définition V. 4 dans le texte grec), est absente de la version de Robert de Chester et par conséquent de celle de Campanus [7]. Enfin, à ces définitions, Campanus ajoute des commentaires, dans lesquels il introduit une nouvelle définition de la proportionnalité des quantités, continue ou non, à l'aide de la proportionnalité de leurs équimultiples.

2. « SIMUL » OU « SIMILES » DANS LA DÉFINITION DE LA PROPORTION NON CONTINUE ?

Commençons par examiner l'énoncé de la définition V. 6 de la proportionnalité non continue. Dans l'édition de H. Busard, il est le suivant [Busard 2005, vol. 1, p. 164, l. 145-148] :

> « *Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam et tertia ad quartam, sunt, quarum prime et tertie multiplicationes equales multiplicationibus secunde et quarte equalibus fuerint simul vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte* ».

Une traduction littérale donne :

> Les quantités qui sont dites être selon un même rapport, la première relativement à la deuxième et la troisième à la quatrième, sont celles dont des multiples égaux de la première et de la troisième auront été à des multiples égaux de la deuxième et de la quatrième, simultanément (*simul*), ou bien quant à l'excès, ou bien quant au défaut ou bien quant à l'égalité, s'ils sont pris dans le même ordre [8].

La construction de la phrase latine n'est pas classique, mais on peut l'interpréter en supposant que « *fuerint* » suivi de l'expression « *multiplicationibus equalibus* », au datif, indique une relation entre le premier groupe

---

7 Pour l'heure, on ne sait rien quant à l'origine de ces divergences. Aucun des manuscrits arabes que nous connaissons ne porte de définitions semblables à celles de la proportionnalité continue et non continue que l'on trouve dans la version de Robert de Chester et, à sa suite, dans celle de Campanus.

8 C'est-à-dire si les équimultiples sont pris dans le même ordre que les quantités, à savoir que le multiple de la première est comparé au multiple de la deuxième et le multiple de la troisième à celui de la quatrième.

d'équimultiples et le second [9] ; et cette relation, qui a lieu simultanément entre, d'une part, le multiple de la première quantité et le multiple de la deuxième et, d'autre part, le multiple de la troisième et le multiple de la quatrième concerne l'excès, le défaut ou l'égalité entre les multiples. On peut alors donner à la phrase le sens suivant : quand le multiple de la première quantité dépasse le multiple de la troisième, simultanément le multiple de la deuxième dépasse le multiple de la quatrième ; même chose s'il y a égalité ou infériorité. C'est ce que demande la définition V. 5 dans le texte grec tel qu'il a été édité par J. L. Heiberg :

> Des grandeurs sont dites être dans le même rapport, une première relativement à une deuxième et une troisième relativement à une quatrième, quand des équimultiples de la première et de la troisième ou simultanément dépassent, ou sont simultanément égaux ou simultanément inférieurs à des équimultiples de la deuxième et de la quatrième, selon n'importe quelle multiplication, chacun à chacun, et pris de manière correspondante [Euclide, p. 41].

Je voudrais discuter ici le choix qui est fait de l'adverbe « simul » dans l'énoncé du texte de Campanus. Si l'on regarde l'apparat critique [Busard 2005, vol. 2, p. 657], on remarque que dans les manuscrits de Florence et de New York (qui sont les manuscrits les plus anciens), ainsi que dans l'édition de la Renaissance, on a la leçon « *similes* » au lieu de « *simul* » ; H. Busard ne dit rien quant aux autres manuscrits, mais il est vraisemblable qu'il a trouvé la leçon « *simul* » dans certains d'entre eux [10]. H. Busard fait le même choix dans la définition alternative qu'il trouve à la suite de la précédente dans les manuscrits de Florence et de New York (et qui est absente de l'édition renaissante) [Busard 2005, vol. 1, p. 164, l. 149-152] :

> « *Alia littera habet : Quantitates que dicuntur incontinuam proportionalitatem habere prima ad secundam et tertia ad quartam sunt quarum prime et tertie multiplices equales multiplicationibus secunde et quarte equalibus simul fuerint additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte* ».

Une traduction littérale donne :

---

9 Habituellement, pour indiquer une telle relation, on aurait « multiplicationes sunt ad multiplicationes », mais on peut accepter le texte proposé par H. Busard en notant que le latin médiéval comporte bien des entorses à la grammaire classique.

10 Comme je l'ai souligné plus haut, pour son édition critique H. Busard se fonde sur les manuscrits de Florence et de New York et sur l'édition renaissante ; il n'utilise les autres manuscrits qu'à titre indicatif, pour certains passages. En conséquence, l'absence d'indication concernant les autres manuscrits à propos de « *simul* » n'indique pas qu'il a trouvé cette leçon dans tous les manuscrits qu'il a consultés ; mais on peut penser qu'il l'a trouvée dans certains puisqu'il n'a pas signalé qu'il faisait une correction.

> Un autre texte a : des quantités qui sont dites avoir une proportionnalité discontinue, une première relativement à une deuxième et une troisième relativement à une quatrième, sont celles dont des multiples égaux de la première et de la troisième auront été à des multiples égaux de la deuxième et de la quatrième, simultanément (*simul*), quant à l'excès, ou bien quant au défaut, ou bien quant à l'égalité, s'ils sont pris dans le même ordre.

Comme pour la définition précédente, H. Busard choisit de corriger dans cette définition alternative la leçon « *similes* », qu'il trouve dans les manuscrits de Florence et de New York, en « *simul* » (là encore il ne dit rien des autres manuscrits).

Pour des raisons de cohérences textuelles et doctrinales que j'expliciterai plus loin, je propose de substituer à l'énoncé proposé par H. Busard l'énoncé suivant :

> « *Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam et tertia ad quartam, sunt, quarum prime et tertie multiplicationes equales multiplicationibus secunde et quarte equalibus fuerint* similes *vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte* » [11].
>
> Les quantités qui sont dites être selon un même rapport, la première relativement à la deuxième et la troisième à la quatrième, sont celles dont des multiples égaux de la première et de la troisième auront été *semblables* à des multiples égaux de la deuxième et de la quatrième, ou bien quant à l'excès, ou bien quant au défaut ou bien quant à l'égalité, s'ils sont pris dans le même ordre.

De même, la définition alternative serait remplacée par :

> « *Alia littera habet : Quantitates que dicuntur incontinuam proportionalitatem habere prima ad secundam et tertia ad quartam sunt quarum prime et tertie multiplices equales multiplicationibus secunde et quarte equalibus* similes *fuerint additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte* » [12].
>
> Un autre texte a : des quantités qui sont dites avoir une proportionnalité discontinue, une première relativement à une deuxième et une troisième relativement à une quatrième, sont celles dont des multiples égaux de la première et de la troisième auront été *semblables* à des multiples égaux de la deuxième et de la quatrième, quant à l'excès, ou bien quant au défaut, ou bien quant à l'égalité, s'ils sont pris dans le même ordre.

On se conforme ainsi aux manuscrits les plus anciens. Par ailleurs, d'un point de vue grammatical, la construction de la phrase est plus classique : le

---

11 C'est moi qui souligne.

12 C'est moi qui souligne.

datif dans l'expression « *multiplicationibus equalibus* » est gouverné par l'adjectif « *similes* ». Et nous verrons que la similitude des équimultiples est reprise par Campanus dans son commentaire. Mais auparavant, nous allons nous intéresser aux traductions latines du XII^e siècle qui appartiennent à la même tradition textuelle que la version de Campanus et qui ont, elles aussi, été éditées par H. Busard. Leur examen nous permettra d'avancer une hypothèse sur les raisons du choix de H. Busard.

3. LES DÉFINITIONS DE LA PROPORTIONNALITÉ DANS LES TRADUCTIONS DU XII^e SIÈCLE

La version de Robert de Chester a été éditée par H. Busard et Menso Folkerts [Busard & Folkerts 1992]. Les deux auteurs font là aussi le choix de la leçon « *simul* » dans l'énoncé de la définition de la proportionnalité continue, qui correspond, mot pour mot, à la définition que l'on trouve dans l'édition de Campanus [13]. Or, si l'on examine l'apparat critique de l'édition de la version de Robert de Chester, on remarque que la majorité des manuscrits utilisés par H. Busard et M. Folkerts comportent la leçon « *similes* » [Busard & Folkerts 1992, vol. 2, p. 540].

À la même tradition textuelle que la version de Robert de Chester appartiennent aussi une traduction attribuée à Adélard de Bath, dite « Adélard I », une traduction commentée due probablement à Jean de Tinemue, dite « Adélard II », et une version d'Hermann de Carinthie [14] [Busard 1968; 1983; 2001]. Dans la version de Hermann de Carinthie, publiée en 1968, H. Busard corrige « *simul* », qu'il a trouvé dans le seul manuscrit de cette version, en « *similes* » [15]. Dans la version attribuée à Adélard de Bath, publiée en 1983, on trouve la leçon « *similes* », sans variante dans l'apparat

13 « *Quantitates que dicuntur esse secundum proporcionem unam, prima ad secundam et tercia ad quartam, sunt, quarum prime et tercie multiplicationes equales multiplicationibus secunde et quarte equalibus fuerint simul vel addicione vel diminucione vel equalitate eodem ordine sumpte* » [Busard & Folkerts 1992, vol. 1, p. 161].

14 Dans un article de 1953, Marshall Clagett décrit trois traductions arabo-latines des *Éléments* qui présentent des caractéristiques communes et qu'il attribue à Adélard de Bath. Dès lors, elles sont connues sous les appellations : « Adélard I », « Adélard II » et « Adélard III ». Ces attributions à Adélard ont été remises en cause par H. Busard qui, s'il maintient la paternité de la première à Adélard, propose d'attribuer vraisemblablement la deuxième à Robert de Chester et la troisième à Jean de Tinemue.

15 « *Quantitates que dicuntur esse secundum proporcionem unam primi ad secundum et tercii ad quartum : sunt quarum primi et tercii multiplicaciones equales multiplicacionibus secundi et quarti equalibus <fuerint> similes vel addicione vel diminucione vel equalitate eodem ordine* » [Busard 1968, p. 90]. L'apparat critique se trouve en note de la même page ; H. Busard n'explique pas sa correction.

critique [16]. Et dans la version due probablement à Jean de Tinemue, publiée en 2001, c'est la leçon « *simul* » qui a été retenue par H. Busard [17], mais on trouve la leçon « *similes* » dans un des manuscrits [Busard 2001, p. 448].

Examinons, une dernière version, celle de Gérard de Crémone, elle aussi éditée par H. Busard [Busard 1983b]. Contrairement à ce que l'on trouve dans les versions de la tradition dite adélardienne, les définitions du Livre V y sont très proches de celles du texte grec. Dans la définition de la proportionnalité des quantités, le terme « *simul* » exprime la simultanéité [18] de la condition sur les équimultiples [Busard 1983b, c. 117] :

> « *Quantitates dicuntur in proportione una consistere, prima ad secundam et tertia ad quartam, cum multiplicia prime et tertie equaliter accepta fuerint, aut* simul *addentia super multiplicia secunde et quarte equaliter accepta, quecumque multiplicia fuerint, aut* simul *eis equalia, aut* simul *ab eis minuentia quando alie ab alias ordinatim comparantur. Et e converso : quando sunt quantitates in proportione una et eadem secundum consecutionem, tunc multiplicia prime et tertie sunt aut addentia* [19] *super multiplicia secunde et quarte, aut minuentia simul ex eis aut equalia simul eis* » [20].
>
> Des quantités sont dites être dans un seul rapport, une première relativement à une deuxième et une troisième relativement à une quatrième, lorsque des multiples de la première et de la troisième pris de manière égale, ou bien auront été *simultanément* supérieurs à des multiples de la deuxième et de la quatrième pris de manière égale, et cela quels qu'aient été les multiples, ou bien auront été *simultanément* égaux à eux, ou bien auront été *simultanément* inférieurs à eux, lorsqu'ils ont été comparés chacun à chacun dans l'ordre. Et inversement : lorsque des quantités, prises à la suite, sont dans un seul et même rapport, alors des multiples de la première et de la troisième ou bien sont supérieurs à des multiples de la deuxième et de la quatrième, ou bien sont *simultanément* inférieurs à eux, ou bien sont *simultanément* égaux à eux.

16 « *Quantitates que dicuntur secundum proportionem unam, prima ad secundam et tertia ad quartam, sunt quarum prime et tertie multiplicationes equales multiplicationibus secunde et quarte equalibus quecumque fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte* » [Busard 1983, p. 145].

17 « *Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam et tertia ad quartam, sunt, quarum prime et tertie multiplicationes equales multiplicationibus secunde et quarte equalibus fuerint simul vel additione vel diminutione vel equalitate sumpte eodem ordine* » [Busard 2001, vol. 1, p. 128].

18 L'adverbe « *simul* » renferme l'idée de simultanéité que l'on trouve dans l'adverbe grec « *ama* ». Comme le note B. Vitrac cette simultanéité n'est pas ici temporelle mais mathématique [Euclide, p. 41, n. 28].

19 Ici, à la suite de « *addentia* », on attendrait un « *simul* », qui est absent de tous les manuscrits.

20 C'est moi qui souligne.

On peut se demander pourquoi H. Busard a choisi la leçon « *simul* » dans les versions de Jean de Tinemue, dans celle de Robert de Chester et dans celle de Campanus, publiées à partir de 1992, alors qu'il avait choisi « *similes* » dans ses éditions précédentes des autres traductions de la tradition adélardienne. Il m'est bien sûr impossible de répondre à la place de H. Busard, mais je remarque que, en faisant ce choix, ce dernier propose une définition qui se rapproche davantage de celle que l'on peut trouver dans la traduction de Gérard de Crémone et dans le texte grec des *Éléments* d'Euclide. D'ailleurs, dans les éditions que H. Busard a produites après celle de Gérard de Crémone, il a choisi systématiquement la leçon « *simul* », alors qu'il avait choisi « *similes* » dans les éditions qui l'ont précédée. Je ne sais pas s'il faut y voir un lien de cause à effet.

4. LES COMMENTAIRES DE CAMPANUS AUX DÉFINITIONS DE LA PROPORTIONNALITÉ CONTINUE ET NON CONTINUE

Revenons à Campanus. J'ai souligné plus haut que la leçon « *similes* » se trouvait dans les manuscrits de Florence et de New York qui sont les plus anciens que nous possédons des *Éléments* de Campanus. C'est un premier argument pour justifier qu'il serait préférable de choisir cette leçon, mais il ne serait pas totalement convaincant à lui seul en l'absence d'un manuscrit autographe. Je voudrais maintenant montrer que le choix de « *similes* » peut aussi se justifier par une cohérence textuelle et doctrinale. Je vais pour ce faire examiner la définition V. 5 de la proportionnalité continue [21] et les commentaires qui accompagnent les deux définitions V. 5 et 6 dans la version de Campanus.

L'énoncé de la définition de la proportionnalité continue (qui, je le répète, ne se trouve pas dans le texte grec des *Éléments* mais dans les traductions du XIIe siècle de la tradition adélardienne) est le suivant [Busard 2005, vol. 1, p. 161, l. 76-78] :

> « *Quantitates que dicuntur habere continuam proportionalitatem sunt, quarum eque multiplicia equa sunt aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt* ».
>
> Les quantités qui sont dites avoir une proportionnalité continue sont celles dont des équimultiples sont soit égaux, soit s'excèdent ou se font défaut de manière égale (*eque*), s'ils sont pris à la suite.

Dans cette définition, il est donc demandé que les équimultiples se comportent les uns par rapport aux autres de manière égale (*eque*). Campanus

21 Trois quantités A, B et C sont en proportion continue quand A a relativement à B le même rapport que B à C.

explique dans son commentaire comment il faut entendre cette manière d'être. Il dit en effet :

> Des quantités continûment proportionnelles, dit-il [Euclide], sont celles dont des équimultiples sont soit égaux entre eux, soit s'excèdent ou se font défaut, s'ils sont pris à la suite. Par exemple, soient trois quantités de même genre a, b, c, desquelles sont pris des équimultiples d, e, f, de sorte que comme d est multiple de a, ainsi e est multiple de b et f de c. Ils seront tous de même genre. En effet, les multiples et les sous-multiples sont de même genre. Et que d, e, f ou bien soient égaux mutuellement, ou bien se comportent semblablement (*similiter*) dans l'excès ou le défaut, de sorte que comme d excède e ou lui fait défaut, ainsi e excède f ou lui fait défaut. Lorsque ces multiples, dis-je, sont ainsi, les trois quantités a, b, c seront continûment proportionnelles[22].

On voit apparaître ici l'idée que les équimultiples se comportent entre eux de manière semblable ; l'adverbe « *eque* » a été remplacé par l'adverbe « *similiter* », dans l'exemple. Campanus poursuit en expliquant comment on doit comprendre cette similitude : il ne faut pas l'entendre selon l'excès de la quantité ou, en d'autres termes, selon la différence entre les quantités, c'est-à-dire qu'il n'est pas demandé que les différences entre les équimultiples soient égales ; il faut comprendre cette similitude selon le rapport, c'est-à-dire que les rapports entre les équimultiples doivent être égaux. Campanus donne alors l'exemple des nombres 2, 3 et 4 qui sont en progression arithmétique ; leurs équimultiples sont aussi en progression arithmétique (leurs différences sont égales), mais les nombres 2, 3 et 4 ne sont pas continûment proportionnels :

> Mais on ne doit pas comprendre que les multiples se comportent semblablement (*similiter*) dans l'excès ou le défaut quant à la quantité de l'excès, mais quant au rapport, sinon en effet la définition serait fausse. En effet, pour n'importe quelles quantités de même genre qui s'excèdent selon des différences égales, des équimultiples choisis s'excèdent aussi selon des différences égales. Par conséquent, ils se comportent semblablement dans l'excès ou le défaut quant à la quantité de l'excès. Cependant les premières quantités ne sont pas

22 « *Quantitates inquit continue porportionales sunt quarum eque multiplicia aut sibi sunt equalia aut sine interruptione addunt aut minuunt. Verbi gratia : Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c ad quas sumantur d, e, f eque multiplicia ut sicut d est multiplex ad a ita e sit multiplex ad b et f ad c eruntque omnes in eodem genere. Multiplicia enim et submultiplicia in eodem sunt genere sitque ut d, e, f aut sint equalia ad invicem aut similiter se habeant in addendo aut minuendo ita quod sicut d addit super e aut minuit ab ipso ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cum hec inquam multiplicia sic se habuerint, erunt tres quantitates a, b, c continue proportionales* » [Busard 2005, vol. 1, p. 163, l. 107-116]. Notons que lorsque Campanus rappelle la définition des quantités continûment proportionnelles, dans la première phrase de cette citation, l'adverbe « *eque* » ne figure pas dans les manuscrits de Florence et de New York, mais on le trouve dans l'édition de la Renaissance.

continûment proportionnelles. Bien au contraire, le rapport des plus petites est toujours plus grand. Et cela advient parce que leurs multiples ne s'excèdent pas semblablement quant au rapport, mais seulement quant à la quantité de l'excès. En effet, le rapport est là aussi plus grand lorsque les multiples sont plus petits. Par exemple, que l'on prenne trois nombres s'excédant selon des différences égales, précisément en progression arithmétique, comme 2, 3, 4. Tous les équimultiples des trois nombres s'excèdent également (*equaliter*), précisément les doubles diffèrent de 2, les triples de 3, etc. Cependant 2, 3, 4 ne sont pas continûment proportionnels, bien au contraire, le rapport des plus petits est plus grand. En effet, leur rapport est sesquialtère et celui des plus grands sesquitièrce. Donc puisqu'il n'y a pas entre eux de similitude des rapports, il n'y a pas entre eux de proportionnalité, ni continue, ni discontinue. Donc il est clair que cette similitude (*similitudo*) de l'excès et du défaut ne doit pas être comprise quant à la quantité de l'excès, mais quant au rapport [23].

Campanus propose alors une nouvelle formulation de la définition de la proportionnalité continue :

> C'est pourquoi le sens de la définition précédente sera : continûment proportionnelles sont celles dont tous les équimultiples sont continûment proportionnels. Mais il [Euclide] n'a pas voulu poser cette définition sous cette forme, puisque alors il définirait le même par le même. Cependant, en réalité, celle-ci peut être mise à la place de sa définition [24].

Campanus explique donc que des quantités sont continûment proportionnelles si tous leurs équimultiples le sont. Mais il reconnaît aussitôt que l'on définirait ainsi le même par le même. Toutefois, l'aveu de circularité

---

23 « *Multiplicia autem non similiter intelligas sic se habere in addendo aut minuendo quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis equis se differentiis excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentiis se excedunt. Unde similiter se habent in addendo et minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales, immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo evenit quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt quantum ad proportionem, sed solum quantum ad quantitatem excessus. Est enim et ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. Verbi gratia : Sumantur tres numeri equis differentiis se excedentes in medietate videlicet arismetica ut 2, 3, 4. Horum trium omnes eque multiplices equaliter se excedunt dupli quidem binario, tripli ternario et sic de ceteris. Non tamen 2, 3, 4 continue proportionalia, immo minorum est maior proportio. Est enim ipsorum proportio sesquialtera et maiorum sesquitertia. Quare ergo inter eos non est similitudo proportionum, non erit inter eos proportionalitas et ideo neque continua neque incontinua. Patet igitur similitudinem illam additionis aut diminutionis non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem* » [Busard 2005, vol. 1, p. 163, l. 116–134].

24 « *Erit itaque sensus diffinitionis premisse. Continue proportionalia sunt quarum omnia multiplicia equalia sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem per idem, aperte tamen rei est istud cum sua diffinitione convertibile* » [Busard 2005, vol. 1, p. 163, l. 134-138].

d'une telle définition est immédiatement suivie de la remarque qu'Euclide aurait très bien pu choisir cette définition de la proportionnalité.

Nous verrons plus loin ce qu'il faut penser de cette remarque. Auparavant, examinons le commentaire à la définition V. 6 de la proportionnalité non continue, qui est du même type. Là encore, Campanus explique que les équimultiples doivent avoir des rapports semblables :

> Plus haut a été posée la définition des quantités continûment proportionnelles, ici il [Euclide] pose la définition des quantités non continûment proportionnelles, et elle est que pour quatre quantités quelconques pour lesquelles des équimultiples de la troisième et de la deuxième ont été pris, et de même des équimultiples de la deuxième et de la quatrième, et que le multiple de la première se comporte relativement au multiple de la deuxième, quant à l'excès, le défaut ou l'égalité, comme le multiple de la troisième relativement au multiple de la quatrième, le rapport de la première à la deuxième sera comme celui de la troisième à la quatrième. Par exemple : soient quatre quantités a, b, c et d et que l'on prenne relativement à la première et à la troisième, qui sont a et c, des équimultiples comme les doubles et que ce soient e et f. Et de même relativement à la deuxième et la quatrième, qui sont b et d, que soient pris d'autres équimultiples comme les triples, et que ce soient g et h. Et qu'il soit fait en sorte que ces quatre multiples pris ainsi soient comparés entre eux selon l'ordre des quatre premières quantités, de sorte précisément que e soit comparé à g et f à h et non e à f et g à h, et qu'ils soient *semblables* (*similia*) dans l'excès, le défaut ou l'égalité, à savoir que si e excède g, f excède *semblablement* (*similiter*) h, ou si e fait défaut à g, f fait défaut *semblablement* à h, ou si e est égal à g, f est *semblablement* égal à h, alors le rapport de a à b est comme celui de c à d. Et la *similitude* (*similitudo*) dans l'excès ou le défaut doit être comprise ici comme dans la définition des quantités continûment proportionnelles, à savoir non quant à la quantité de l'excès, mais quant au rapport. [...]. C'est pourquoi le sens de cette définition sera celui-ci : quatre quantités sont non continûment proportionnelles et le rapport de la première à la deuxième est comme celui de la troisième à la quatrième lorsque, étant pris des équimultiples de la première et de la troisième et de même des équimultiples de la deuxième et de la quatrième, le rapport du multiple de la première au multiple de la deuxième est comme celui du multiple de la troisième au multiple de la quatrième. Mais il [Euclide] n'a pas posé la définition sous cette forme pour la raison qui a été dite auparavant, encore que ce soit réellement la même chose. [25]

---

25 « *Posita superius diffinitione quantitatum continue proportionalium hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium et est quod quarumlibet quatuor quantitatum quarum prime et tertie eque multiplicia sumpta fuerint et item secunde et quarte eque multiplicia fueritque multiplex prime sec se habens ad multiplex secunde quantum ad additionem aut diminutionem aut equalitatem sicut multiplex tertie ad multiplex quarte, erit proportio prime ad secundam sicut tertie ad quartam. Verbi gratia : Sint 4 quantitates a, b, c, d sumanturque ad primam et ad tertiam que sunt a, c eque multiplicia utpote duple que sint e et f. Itemque ad secundam et quartam que sint b et d sumantur alia eque multiplicia utpote tripla que sint g et h. Sitque ut hec 4*

Dans ce commentaire, comme dans le précédent, on trouve à plusieurs reprises l'idée d'une similitude des équimultiples quant à l'excès, le défaut ou l'égalité, similitude qui garantit la proportionnalité des quantités ; il me semble donc que c'est bien « *similes* » qu'il convient de choisir dans l'énoncé de la définition V. 6 (s'il y avait eu « *simul* », on peut penser que Campanus aurait expliqué comment comprendre cette simultanéité). Par ailleurs, comme précédemment, Campanus explique qu'il ne faut pas entendre la similitude quant à la quantité, c'est-à-dire qu'il ne faut pas comprendre que les différences entre les équimultiples sont égales ; c'est selon le rapport que la similitude doit être comprise. Campanus est alors conduit à cette définition : les quantités sont proportionnelles si leurs équimultiples le sont, tout en admettant, comme pour la définition précédente, qu'ainsi on définirait le même par le même [26]). Là encore, il ajoute toutefois que l'énoncé circulaire qu'il propose et celui qu'il commente définissent finalement la même chose.

Cette dernière remarque et la remarque similaire que l'on trouve à la fin de la citation de son commentaire à la définition V.5 peuvent surprendre le lecteur moderne. Campanus peut-il envisager sérieusement qu'une définition puisse définir le même par le même ? C'est peu probable. Il me semble qu'on peut voir dans ces remarques le signe de sa perplexité. Commentant les définitions complexes des proportionnalités continue et non continue, il est conduit à s'interroger sur le sens à donner à la similitude des équimultiples que l'on trouve dans les deux énoncés (si toutefois, on admet que c'est bien « *similes* » qui doit être choisi dans l'énoncé de la définition V. 6). Il ne pouvait l'interpréter que comme la similitude de leurs rapports, notamment pour que les définitions soient conformes à ce qu'intuitivement on entend par proportionnalité des quantités (il donne des exemples à

---

multiplicia sic sumpta comparata ad invicem secundum ordinem primarum 4 quantitatum ita videlicet quod e comparetur ad g et f ad h, non autem e ad f aut g ad h sint similia in additione vel diminutione et equalitate videlicet quod si e addit supra g et similiter f addat supra h aut si e minuit a g et f similiter minuat ab h aut si e est equalis g et f sit equale h, tunc proportio a ad b est sicut c ad d. Similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionalium videlicet non quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. [...] Erit itaque sensus istius diffinitionis : Incontinue proportionales sunt 4 quantitates et proportio prime ad secundam sicut tertie ad quartam cum sumptis eque multiplicibus ad primam et tertiam, itemque eque multiplicibus ad secundam et quartam erit proportio multiplicis prime ad multiplex secunde sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte. Sed non diffinivit sub hac forma propter causam predictam licet a parte rei idem est » [Busard 2005, vol. 1, p. 164-165, l. 153-183].

26 Cette définition circulaire a été critiquée à la Renaissance, en particulier par Commandino, Peletier du Mans et Christoph Clavius. Ces derniers passent sous silence le fait que Campanus lui-même reconnaît cette circularité (pour Clavius, voir par exemple [Rommevaux 2005, p. 241]).

l'aide de nombres pour l'illustrer), mais aussi pour garder la cohérence du Livre V (la définition de la proportionnalité y est utilisée dans plusieurs propositions : la définition doit être conforme à l'usage qu'y en est fait). Remarquant que les énoncés qu'il a reçus conduisent à une interprétation circulaire, il aurait pu les modifier ou les remplacer par d'autres. Il ne l'a pas fait. Pourtant, il arrive à Campanus d'intervenir sur le texte qu'il a reçu de Robert de Chester. J'ai ainsi eu l'occasion de montrer qu'il intervient beaucoup sur les définitions du Livre VII, empruntant des définitions à l'*Arithmétique* de Jordanus pour compléter les définitions qu'il a pu trouver dans la version de Robert de Chester, ou même pour en remplacer certaines. Il modifie alors profondément la théorie de la proportionnalité numérique, en introduisant notamment la notion de dénomination d'un rapport [Rommevaux 1999]. Rien de tel pour le Livre V ; il s'en tient à la lettre du texte de Robert de Chester. Pourtant, il aurait pu trouver dans la définition de la non-proportionnalité une condition sur les équimultiples qui aurait pu lui inspirer une nouvelle condition pour la proportionnalité n'ayant pas le défaut de la circularité. Cet énoncé est en effet le suivant (définition V. 8) [Busard 2005, p. 165] :

> « *Cum fuerint prime et tertie que multiplicationes itemque secunde et quarte eque multiplicationes addetque multiplicatio prime super multiplicationem secunde, non addet autem multiplicatio tertie super multiplicationem quarte, dicetur prima maioris proportionis ad secundam quam tertia ad quartam* ».
>
> Lorsque l'on a des multiples égaux de la première et de la troisième et de même des multiples égaux de la deuxième et de la quatrième et que le multiple de la première est plus grand que le multiple de la deuxième mais que le multiple de la troisième n'est pas plus grand que le multiple de la quatrième, on dira que le rapport de la première à la deuxième est plus grand que celui de la troisième à la quatrième.

De même, on verra plus loin qu'il pouvait aussi trouver dans les démonstrations de certaines propositions qui font intervenir la définition de la proportionnalité un énoncé de la condition sur les équimultiples qui ne faisait pas intervenir la similitude. Mais on doit constater qu'il n'a pas jugé bon de modifier les définitions V. 5 et 6, malgré la circularité qu'elles induisent et qu'il a remarquée. En l'absence d'indications supplémentaires, on ne peut avancer que des conjectures ; je n'entrerai pas dans ce jeu. Je souligne toutefois, car cela me paraît très important : la circularité est seulement implicite dans les énoncés des définitions V. 5 et 6, car la similitude peut être entendue de différentes manières. Ainsi, c'est l'interprétation que donne Campanus de cette similitude, dans son commentaire, qui fait apparaître la circularité dans l'énoncé de la définition. Du coup, c'était peut-être moins choquant aux yeux de Campanus.

5. UTILISATION DE LA DÉFINITION DE LA PROPORTIONNALITÉ DANS LE RESTE DES *ÉLÉMENTS*

Un moyen de savoir si Campanus a malgré tout bien compris la définition de la proportionnalité et en particulier le rôle qu'y jouent les équimultiples est d'examiner les propositions qui l'utilisent.

Examinons en premier lieu la proposition V. 4 selon laquelle si des quantités sont proportionnelles, leurs équimultiples le sont aussi. Si l'on suit à la lettre le commentaire de Campanus, cette proposition est redondante par rapport à la définition de la proportionnalité. Toutefois, Campanus la démontre sans faire explicitement référence au commentaire à cette définition et sans faire aucune remarque. La démonstration qu'il propose est proche, mathématiquement, de celle de la version grecque [Busard 2005, vol. 1, p. 179] : on considère quatre quantités a, b, c et d, et on prend e et f des équimultiples de a et c, de même que g et h des équimultiples de b et d. Il faut montrer que e est à g comme f à h. Afin d'appliquer la définition de la proportionnalité, il faut prendre des équimultiples de e et f, soit k et l, et des équimultiples de g et h, soit m et n. Campanus remarque que k et l d'une part, et m et n d'autre part, sont aussi des équimultiples de a et c et de b et d. Il écrit alors : « Donc, d'après la converse de la définition de la proportionnalité non continue, k et l se comportent semblablement (*similiter*) à m et n dans l'excès, le défaut et l'égalité »[27]. On a ici une formulation proche de celle que l'on trouve au début du commentaire à la définition V. 6. Dans le grec, l'appel à la définition de la proportionnalité se fait ainsi : « Et puisque A est relativement à B ainsi est C relativement à D, et que d'une part ont été pris de A, C des équimultiples K, L, d'autre part de B, D des équimultiples différents, au hasard : M, N, si donc K est supérieur à M, L est aussi supérieur à N, si égal, égal, si inférieur, inférieur » [Euclide, p. 75]. La démonstration se termine en remarquant que k et l d'une part et m et n d'autre part sont des équimultiples de e et f et de g et h ; il en est déduit,

27 « *Quare per diffinitionis conversionem incontinue proportionalitatis k ad m et l ad n similiter se habebunt in addendo, diminuendo et equando* » [Busard 2005, vol. 1, p. 179, l. 649-651].

d'après la définition de la proportionnalité (Campanus n'en redonne pas ici l'énoncé), que e est à g comme f à h.

Ainsi, dans la version de Campanus, on démontre la proportionnalité des équimultiples e, g, f et h en établissant la similitude de leurs équimultiples k, l, m, et n, c'est-à-dire leur proportionnalité, qui est déduite immédiatement, par définition, de la proportionnalité de a, b, c et d. C'est inutilement compliqué. On ne comprend pas pourquoi il faut passer par k, l, m, et n ; l'utilisation de la définition permettait de déduire immédiatement de la proportionnalité de a, b, c et d la similitude, donc la proportionnalité, de e, g, f et h.

On pourrait rétorquer que « *similiter* » pourrait avoir ici un sens plus faible que celui que je lui ai donné : le premier couple d'équimultiples se comporterait de la même façon que le second couple d'équimultiples quant à l'égalité, l'excès ou le défaut, c'est-à-dire que si le premier est égal au deuxième, le troisième est égal au quatrième, s'il est plus grand, plus grand, etc. Mais il me semble que « *similiter* » renvoie au moins au commentaire à la définition V. 6 et sans doute au « *similes* » que l'on devait trouver dans l'énoncé de cette définition. C'est d'ailleurs ainsi que l'ont compris les lecteurs de la Renaissance. En particulier Oronce Finé qui, dans son édition des six premiers livres des *Éléments* parue en 1536, reprend à son compte l'interprétation de Campanus de la proportionnalité des quantités à l'aide de la proportionnalité des équimultiples et explicite la proportionnalité des équimultiples dans la démonstration de la proposition V. 4. Il écrit en effet : « Mais par hypothèse, comme a est à b, ainsi c est à d. Et de a et c ont été pris des équimultiples k et l, et de même, de b et d d'autres équimultiples m et n. C'est pourquoi comme k est à m, ainsi l est à h, d'après la converse de la sixième définition de ce Livre V [...] » [28]. Pedro Nuñez critiquera beaucoup Oronce Finé sur ce point dans son pamphlet *De erratis Orontii Finaei regii mathematicarum lutetiae professoris* publié en 1546.

On retrouve une formulation de la proportionnalité non continue, proche de celle que l'on a trouvée dans la démonstration de la proposition V. 4, avec l'emploi de l'adverbe « *similiter* », dans la démonstration de la proposition V. 7, par exemple [Busard 2005, vol. 1, p. 181]. Par contre, on trouve un énoncé sans référence à la similitude des équimultiples dans la démonstration de la proposition V. 13 (correspondant à la proposition V. 12 du grec) : « par la converse de la définition de la proportionnalité

28 « *Est autem ex hypothesi, sicut a ad b ita c ad d : et ipsorum a et c ostensa sunt aeque multiplicia k et l, necnon ipsorum b et d, alia itidem aeque multiplicia m et n. Est igitur sicut k ad m, ita l ad n : per conversionem sextae diffinitionis huius quinti, […]* » [Finé 1536, fol. 75v-76r].

continue appliquée deux fois, si g est plus grand que l, h est plus que m et k que n, et s'il est plus petit, plus petit, et s'il est égal, égal »[29]. Même chose dans la démonstration de la proposition VI. 1 [Busard 2005, p. 187, l. 710-712 ; p. 204, l. 32-35]. Et on trouve les deux formulations dans la démonstration de la proposition V. 11 [Busard 2005, p. 184, l. 792-797]. Il est inutile ici de faire un relevé systématique. Il convient surtout de souligner que Campanus, à aucun moment, ne fait de remarque à propos de l'utilisation de la définition de la proportionnalité non continue. Ainsi, il est difficile de savoir comment il comprenait exactement le rôle des équimultiples dans cette définition : avait-il compris qu'il n'est pas nécessaire de vérifier qu'ils soient proportionnels, mais qu'il suffit de s'assurer qu'ils se comportent de la même manière quant à l'égalité ou l'inégalité ? Si oui, pourquoi n'en fait-il pas état dans les commentaires aux définitions V. 5 et 6 ? Campanus ne disant rien à ce propos, on ne peut, de nouveau, que spéculer.

6. CONCLUSION

Les manuscrits les plus anciens contenant les *Éléments* d'Euclide dans la version de Campanus ainsi que l'édition renaissante de cette même version ont la leçon « *similes* » dans la définition de la proportionnalité non continue. On trouve cette même leçon dans la plupart des manuscrits de la version de Robert de Chester, dans ceux de la traduction d'Adélard de Bath, dans au moins un manuscrit de la version de Jean de Tinemue, mais on trouve « *simul* » dans le seul manuscrit que l'on possède de la traduction de Hermann de Carinthie. Si H. Busard a choisi la leçon « *similes* » dans son édition de la traduction d'Adélard et corrigé « *simul* » en « *similes* » dans l'édition de Hermann de Carinthie, il propose la leçon « *simul* » dans ses éditions de Jean de Tinemue, de Robert de Chester et de Campanus. Or il me semble que c'est bien la leçon « *similes* » qu'il faut retenir dans ces éditions. En effet, si l'on retient la leçon « *simul* », on ne peut pas comprendre pourquoi Campanus explique longuement en quel sens on doit entendre la similitude de la manière d'être des équimultiples entre eux dans la définition de la proportionnalité continue et dans celle de la proportionnalité non continue. C'est d'ailleurs cette explication qui conduit Campanus à proposer une définition de la proportionnalité des quantités à

29 « *Per conversionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptam si g addit super l, h addit super m et k super n, et si minuit, minuit et si equat, equat* » [Busard 2005, p. 187, l. 874-876].

l'aide de la proportionnalité de leurs équimultiples ; la circularité de cette définition le laisse alors perplexe. Enfin, cette similitude des équimultiples est aussi présente dans les rappels de la définition de la proportionnalité non continue que l'on trouve dans les démonstrations de certaines propositions, avec l'utilisation de l'adverbe « *similiter* ».

À la suite de John Murdoch [Murdoch 1963, p. 251-261], [Murdoch 1968, p. 79], peut-on alors parler d'une incompréhension de la théorie de la proportionnalité par les médiévaux et notamment par Campanus ? Il est un fait qu'au vu des définitions du Livre V qu'il a reçues de Robert de Chester, Campanus pouvait rencontrer des difficultés pour appréhender le rôle exact joué par les équimultiples dans la définition de la proportionnalité, même s'il pouvait en avoir une meilleure idée grâce à certaines démonstrations. Et les difficultés rencontrées ne s'arrêtent pas seulement à la question de la similitude des équimultiples dans les définitions de la proportionnalité que j'ai longuement analysées ici. J'ai passé sous silence un autre problème, tout aussi crucial, mais qui n'était pas au cœur de mon propos : il s'agit de l'absence, dans la définition latine de la proportionnalité non continue, de la mention que la condition demandée dans la définition doit être remplie par tous les équimultiples, quels qu'ils soient [30]. Certes, il est bien question de tous les équimultiples dans la définition de la proportionnalité continue et dans le commentaire qui la suit, mais le rappeler à propos de la proportionnalité non continue n'aurait pas été inutile ; il n'est pas certain qu'un lecteur pressé ait compris que là aussi il était nécessaire que la condition énoncée sur les équimultiples doit être remplie par tous, ce qui est un point fondamental de la théorie de la proportionnalité [31]. Enfin, on a relevé l'absence, chez Campanus et dans tout un ensemble de traductions du XII^e^ siècle, de la définition V. 4 du grec, selon laquelle deux grandeurs ont un rapport si la plus petite peut surpasser la plus grande en étant multipliée comme il convient. Cette définition est particulièrement importante puisqu'elle énonce la condition que doivent remplir deux grandeurs pour qu'elles soient susceptibles d'avoir entre elles un rapport ; elle exclut par exemple qu'une ligne infinie puisse avoir un rapport à une ligne finie. Son absence aurait donc pu être lourde de conséquence. Toutefois la propriété est rappelée dans la démonstration de la proposition X. 1 [Busard 2005, p.

30 Dans la définition grecque, il est dit « quelle que soit la multiplication ».

31 On peut noter aussi que dans la démonstration de la proposition V. 4 ou de la proposition V. 7, le texte grec signale que les équimultiples sont pris « au hasard » (voir plus haut l'extrait de la démonstration de la proposition V. 4 dans la version grecque) et que cette mention n'est pas dans le texte de Campanus.

306, l. 25–26] et Campanus en fait un bon usage quand il explique que l'angle de contingence (entre la circonférence d'un cercle et la tangente en un de ses points) et n'importe quel angle aigu n'ont pas entre eux de rapport car l'angle de contingence, multiplié autant de fois que l'on veut, ne peut pas surpasser un angle rectiligne [Busard 2005, p. 307]. À la suite de Campanus, cet exemple est bien connu des médiévaux.

Ainsi, les fondements de la théorie de la proportionnalité sont bien malmenés dans les traductions des *Éléments* d'Euclide de la tradition adélardienne et dans la version de Campanus, ce qui ne devait pas aider les médiévaux dans leur compréhension de la théorie de la proportionnalité. C'est d'ailleurs l'aveu que fait Campanus dans le long commentaire qui suit la dernière définition du Livre V, dans lequel il revient sur les définitions de la proportionnalité. Il remarque alors que les principes de ce livre sont difficiles [Busard 2005, p. 173, l. 448]. Il note en particulier que l'on comprend très facilement que si deux quantités sont égales, elles ont un même rapport relativement à une troisième. Or la démonstration de cette proposition, fondée sur la définition de la proportionnalité qui introduit les équimultiples, est plus complexe que la compréhension immédiate qu'on peut avoir de la propriété [Busard 2005, p. 173-175, l. 450-469]. Il explique alors que si le Livre V n'avait concerné que les rapports rationnels, Euclide aurait pu définir l'égalité des rapports par l'égalité de leurs dénominations [32]. Du fait que le Livre V concerne aussi les rapports irrationnels, Euclide a été obligé d'introduire les équimultiples [Busard 2005, p. 174-175, l. 488-510]. Il revient alors sur les définitions V. 5 et 6 en insistant de nouveau sur la similitude des rapports entre les équimultiples [Busard 2005, p. 175, l. 519-538]. Campanus avait donc bien noté que la complexité de la théorie de la proportionnalité du Livre V était due aux problèmes posés par les rapports irrationnels. On sent que cette complexité le gêne, pas à cause de la circularité induite dans les définitions de la proportionnalité continue et non continue qu'il a reçues, mais parce que la nécessité d'en passer par les équimultiples pour appréhender la

32 La dénomination d'un rapport est un nombre associé à un rapport qui exprime comment l'un des termes se rapporte à l'autre. Par exemple, la dénomination du rapport de 3 à 2 est le nombre $1+\frac{1}{2}$ [Rommevaux 1999, p. 104-106].

notion, somme toute assez intuitive, de la proportionnalité n'est pas immédiate [33]. Mais il ne propose pas de théorie alternative, comme d'autres ont pu le faire avant lui [34].

7. REMERCIEMENTS

Je remercie Alain Bernard pour ses remarques qui m'ont permis d'enrichir la petite note initialement proposée.

BIBLIOGRAPHIE

Busard (Hubert L. L.)

[1968] *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?)*, Leiden : E. J. Brill, 1968.

[1983] *The First Latin Translation of Euclid's Elements commonly ascribed to Adelard of Bath*, Toronto : Pontifical Institute of Medieval Studies, 1983.

[1983b] *The Latin Translation of the Arabic Version of Euclid's Elements commonly ascribed to Gerard of Cremona*, Leiden : New Rhine Publishers, 1983b.

[2001] *Johannes de Tinemue's Redaction of Euclid's Elements, the so-called Adelard III Version*, 2 vol., Stuttgart : Franz Steiner Verlag, 2001.

[2005] *Campanus of Novara and Euclid's Elements*, 2 vol., Stuttgart : Franz Steiner Verlag, 2005.

Busard (Hubert L. L.) & Folkerts (Menso)

[1992] *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements, the so-called Adelard II version. Vol. I, II*, Science Networks. Historical Studies, vol. 8, Basel : Birkhäuser, 1992.

Clagett (Marshall)

[1953] The medieval Latin translations from the Arabic of the Elements of Euclid, with special emphasis on the versions of Adelard of Bath, *Isis*, 44 (1953), p. 16–42.

33 Nombreux sont les commentateurs à avoir du mal à comprendre le rôle joué par les équimultiples dans la théorie de la proportionnalité, aussi bien dans le monde latin que dans le monde arabe [Rommevaux 2005, chap. IV, p. 77 et *sqq*].

34 Quelques-unes de ces tentatives sont évoquées dans [Rommevaux 2005, p. 78-79]. Campanus connaît par exemple le *Traité sur les rapports et les proportions* d'Aḥmad ibn Yūsuf (xe siècle) traduit par Gérard Crémone au (xiie siècle). Mais il critique les principes sur les lequels Aḥmad fonde sa théorie alternative car il y décèle un raisonnement circulaire.

EUCLIDE D'ALEXANDRIE
[1994] *Les Éléments. Vol. II :* Livres V à IX, traduction et commentaires de Bernard Vitrac, Bibliothèque d'histoire des sciences, Paris : Presses Universitaires de France, 1994.

FINÉ (Oronce)
[1536] *In sex priores libros geometricorum Elementorum Euclidis*, Parisiis, apud S. Colinaeum, 1536.

FOLKERTS (Menso)
[1989] Euclid in medieval Europe, dans Stevens (W. M.), éd., *Questio : De rerum natura, II*, 1989, p. 1–63.

MURDOCH (John E.)
[1963] The medieval language of proportions : Elements of the interaction with Greek foundations and the development of new mathematical techniques, dans Crombie (Alistair Cameron), éd., *Scientific Change*, Heinemann, 1963, p. 237–271.
[1968] The medieval Euclid : salient aspects of the translations of the Elements by Adelard of Bath and Campanus of Novara, *Revue de synthèse*, III (1968), p. 67–94.

NUÑEZ (Pedro)
[1546] *De erratis Orontii Finaei regii mathematicarum lutetiae professoris*, Coïmbra : Ex officina Ioannis Barrerii et Ioanni Aluari, 1546.

ROMMEVAUX (Sabine)
[1999] La proportionnalité numérique dans le Livre VII des *Éléments* de Campanus, *Rev. Histoire Math.*, 5 (1999), p. 83–126.
[2001] Rationalité, exprimabilité : une relecture médiévale du Livre X des *Éléments* d'Euclide, *Rev. Histoire Math.*, 7 (2001), p. 91–119.
[2005] *Clavius : une clé pour Euclide au XVIe siècle*, coll. Mathesis, Paris : Vrin, 2005.

ROMMEVAUX (Sabine), DJEBBAR (A.) & VITRAC (B.)
[2001] Remarques sur l'histoire du texte des *Éléments* d'Euclide, *Arch. Hist. Exact Sci.*, 55 (2001), p. 221–295.