SOMMAIRE DU Nº 113

SMF

Mot du Président 3
Rapport moral 5

HOMMAGE À ADRIEN DOUADY

La thèse d'Adrien Douady sur l'espace modulaire des sous-espaces compacts, *C. Houzel* 25
Adrien Douady et les espaces analytiques banachiques, *J.-P. Demailly, S. Kosarew, B. Malgrange* 35
C'était Douady, *J.-M. Arnaudies* 39
Souvenirs d'Adrien du temps de ma thèse, *J. Hubbard* 40
Baby Mandelbrot sets, Renormalization and MLC, *M. Lyubich* 45
Adrien Douady et la dynamique des polynômes complexes, *X. Buff* 51
Un oncle bienveillant, *J.-C. Yoccoz* 57
Un bout de chemin avec Adrien, *M. Zinsmeister* 59
Pas de science sans passion, *B. Branner, C.L Petersen* 60
Quelques souvenirs d'Adrien, *P. Haïssinsky* 63
Mémoire d'Adrien, *P. Sentenac* 64
Souvenirs d'Adrien, *Tan Lei* 66
C'est ton heure pour un café ? *F. Tisseyre* 69
Adrien ou la liberté du poète, *R. Douady* 72
Au commencement étaient les mathématiques... *R. Douady* 82

ENSEIGNEMENT

Formation mathématique des ingénieurs 91
Quatrième colloque MFI, *N. Barbot, P. Struillou* 93
Masters de mathématiques, *J. Boxall* 98

HISTOIRE

Des thèses récentes en histoire des mathématiques, *J.-L. Chabert* 103

DOCUMENTS

Autour des premiers travaux de Laurent Schwartz sur les distributions, *C. Schwartz* 113

INFORMATIONS

Prix Ruth Lyttle Satter 2007 119
MATHRICE, réseau des informaticiens des laboratoires de mathématiques, *V. Louvet* 120
Compte-rendu des 2 dernières sessions du Comité national, CNRS, *F. Planchon* 124
Lancement de « Zoom sur les métiers des mathématiques », *A. Boisseau, V. Slovacek-Chauveau* 129

LIVRES 133

Éditorial

C'est avec une certaine naïveté que j'ai pris, il y a cinq ans, la responsabilité de la Gazette. Convaincue que notre communauté, assez restreinte, pouvait entendre des points de vue discordants, j'ai préféré l'ouverture à la censure, au risque de recevoir les manifestations du courroux de ceux qui n'étaient pas d'accord !

Le comité de rédaction de la Gazette s'est un peu modifié et rajeuni ; je suis sure que la Gazette n'en deviendra que meilleure.

Concernant ce dernier numéro, je tiens à remercier Xavier Buff qui a fait un travail éditorial et rédactionnel remarquable pour rendre hommage à Adrien Douady récemment disparu.

— Colette Anné

SMF

Mot du Président

Au moment où je deviens le nouveau président de notre société, je souhaite partager avec vous quelques perspectives pour le futur, telles que je les ai proposées à notre conseil d'administration lors de la présentation de ma candidature. Notre société est au service de l'ensemble de la communauté mathématique française ; nous devons toujours essayer d'améliorer l'aide qu'elle apporte à cette communauté, et lancer de nouvelles activités si cela s'avère pertinent.

Activité éditoriale

Le secteur édition de la SMF est actuellement en pleine croissance, ce dont nous pouvons nous réjouir. Cette croissance, qui devrait se poursuivre dans les années à venir, nécessite des restructurations et une professionnalisation accrue. Nous pourrions aussi diversifier notre offre, aujourd'hui fortement centrée autour de la recherche de pointe. Dans le même esprit, il est sans doute nécessaire de mener une réflexion pour rendre la *Gazette* encore plus attractive pour l'ensemble de la communauté mathématique.

CIRM

Son développement se poursuit, avec l'extension de la bibliothèque, permise par le réaménagement de l'ancienne salle de conférence. L'existence concomitante du nouvel amphithéâtre et de la salle de conférence de l'annexe est une opportunité à saisir pour diversifier les activités qui ont lieu au CIRM.

Jeunes chercheurs

Nous devons essayer d'accueillir les jeunes chercheurs au CIRM, aux meilleurs conditions financières pour eux. Nous pouvons aussi réfléchir à l'organisation de congrès spécialement conçus pour faire connaître à l'ensemble de la communauté les travaux des doctorants. Même si nous devons œuvrer pour conserver le plus grand nombre possible de postes d'enseignants et de chercheurs en mathématiques, une proportion importante de docteurs devra trouver du travail en dehors de ces carrières traditionnelles. Il est très important que nous arrivions à faciliter leur insertion professionnelle, notamment en multipliant les échanges entre la recherche mathématique et les technologies. Nous devons arriver à valoriser au mieux l'expérience acquise durant un doctorat de mathématiques.

Grand public

À notre niveau, nous pouvons lutter contre la désaffection des études scientifiques en multipliant les initiatives vers les lycéens, afin de leur faire découvrir des aspects moins scolaires, plus ludiques, de notre domaine. Il faudrait notamment développer nos actions en province. Un dossier très important dans l'année qui vient sera l'organisation d'une suite au congrès « Maths à venir » d'il y a vingt ans. Il sera court et nous lui nous donnerons le maximum d'éclairage médiatique ; il permettra une réflexion au sein de notre communauté sur l'avenir de notre profession ; il donnera un coup de projecteur sur le développement de notre discipline ces dernières années et la multiplication de ses interactions avec d'autres domaines des sciences, et vers les applications.

Cet accroissement de nos activités ne sera possible qu'au prix d'une restructuration de l'équipe de direction. J'ai proposé que la commission enseignement, dont les activités sont appelées à croître et à se diversifier, se structure en quatre sous-commissions s'occupant respectivement de l'enseignement avant le baccalauréat, du niveau L, du niveau M et des écoles d'ingénieurs. Un vice président s'occupera des correspondants et des adhésions. L'ensemble des activités grand public seront aussi coordonnées par un vice-président.

Ce ne sont que quelques propositions, des pistes de travail, améliorables sans aucun doute. Nous devons tous réfléchir à ce que nous pouvons faire pour la SMF, et donc pour notre communauté. Mon action s'inscrira bien sûr dans la continuité de celle de Marie-Françoise Roy, qui œuvra avec une énergie débordante pour le développement de la SMF, et à qui je veux rendre ici hommage. Nous continuerons bien sûr à collaborer avec l'ensembles des sociétés savantes en sciences fondamentales, et tout particulièrement avec « Femmes et Mathématiques » dont l'action pour nos collègues mathématiciennes est déterminante.

Je suis conscient du très grand honneur qui m'est fait en devenant président de la Société Mathématique de France, mais aussi de de la difficulté de la tâche et du poids des responsabilités. Je ne pourrai être à la hauteur de ce défi qu'avec l'aide de vous tous.

Le 25 juin 2007
Stéphane Jaffard

Rapport moral

Le début de l'année 2007 a été marqué par une nouvelle importante pour la SMF. *Les Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, précédemment éditées par Gauthier-Villars puis par Elsevier, seront éditées par la Société Mathématique de France à compter de janvier 2008. L'autonomie scientifique du comité de rédaction de la revue par rapport à la SMF sera totale.

La SMF est donc confirmée dans son rôle de premier éditeur français de mathématiques au niveau de la recherche.

C'est une fierté et une responsabilité, dans un contexte exigeant où les habitudes de travail et de communication évoluent très rapidement. Fierté de contribuer à notre niveau au grand mouvement d'auto-organisation de la communauté mathématique pour garantir l'autonomie scientifique et économique de sa production intellectuelle. Responsabilité car nous devons tout à la fois préserver la qualité de notre service aux lecteurs, et aux auteurs, renforcer notre efficacité et notre compétence technique, contribuer à l'invention d'un modèle économique qui permette au secteur des publications académiques de se développer.

Notre rapport moral et financier tente de brosser un rapide tableau d'ensemble des activités de la SMF, qui sont très diversifiées. La vie de la société repose sur l'expertise scientifique et le dynamisme de très nombreux collègues qui ne ménagent ni leur temps ni leur énergie : membres des comités de rédaction et du conseil scientifique, membres du bureau et du conseil d'administration, membres de nos groupes de travail et commissions, correspondants. Près de 200 collègues participent ainsi au bon fonctionnement de la société. La SMF dépend aussi de manière essentielle de l'efficacité, du professionnalisme et de la disponibilité du personnel qu'elle emploie. Que tous et toutes veuillent bien accepter nos remerciements chaleureux.

Le rapport a été préparé par Jean-Paul Allouche directeur des publications, Colette Anné membre du conseil et responsable de la *Gazette*, Alain Bachelot secrétaire du Conseil Scientifique jusqu'en janvier 2007, Jean-Marie Barbaroux vice-président chargé du Pôle de Luminy, Jean-Pierre Borel membre du conseil et responsable de la commission enseignement, Guy Chassé vice-président chargé de l'enseignement, Pascal Chossat membre du conseil et directeur du CIRM[1], Patrick Dehornoy, secrétaire du Conseil Scientifique depuis janvier 2007, Lucia Di Vizio vice-présidente chargée des colloques, Daniel Duverney membre du conseil et représentant de la SMF à « Action Sciences », François Germinet, vice-président chargé du suivi du partenariat BnF[2]-SMF, Marie-Françoise Roy présidente et Lionel Schwartz trésorier.

[1] Centre International de Rencontres Mathématiques
[2] Bibliothèque nationale de France

Affaires générales

Succès et fragilités des mathématiques françaises

La médaille Fields attribuée à Wendelin Werner à Madrid, confirme ce que l'examen de la liste des conférenciers de Madrid mettait en évidence l'an dernier : l'école mathématique française est bien la deuxième du monde. Sans que la presse se fasse l'écho de l'événement au niveau que nous aurions souhaité, le message a été cependant largement diffusé.

Malgré ces succès éclatants et uniques dans la science française, notre fragilité se manifeste à plusieurs niveaux. La communauté mathématique française est vieillissante, avec plus d'un tiers d'enseignant-chercheurs de plus de 56 ans. L'évolution des effectifs étudiants qu'il s'agisse du niveau L ou du niveau M, fait craindre une accentuation des redéploiements. La baisse des effectifs va de pair avec des problèmes de niveau et de motivation. Les besoins accrus en compétences mathématiques dans de nombreuses activités scientifiques et technologiques se traduisent trop souvent par des enseignements de mathématiques pris en charge par des non-mathématiciens de disciplines voisines, plutôt que par un recours aux mathématiciens. Sur le plan du financement de la recherche, les nouvelles modalités « sur projet » ne nous sont pas favorables. Les mathématiciens, qui représentent 6% des effectifs d'enseignant-chercheurs, et dont le niveau est excellent, ne reçoivent par exemple que 2,5% des crédits du « programme blanc » de l'ANR.

Si la politique de création de postes au titre de la recherche qui s'est poursuivie en 2007 a permis de contrebalancer l'effet des redéploiements, la répartition thématique des postes publiés continue à faire apparaître des déséquilibres importants. La proportion des recrutés dans l'enseignement supérieur parmi les qualifiés en 25^{e} section est en-dessous de la moyenne toute disciplines confondues, dans un contexte où la proportion des chercheurs permanents en mathématiques est très faible par rapport aux autres disciplines scientifiques.

Il ne s'agit pas de nous poser en victimes ; nous sommes responsables d'une partie des difficultés que nous rencontrons. Il est de notre devoir de ne pas laisser faire passivement car nous avons la possibilité de réagir et de proposer. Le bureau de la SMF estime qu'il est urgent de relancer la réflexion prospective concernant « l'Avenir des mathématiques » dans l'esprit du colloque de Palaiseau d'il y a vingt ans, et prendra une initiative en ce sens dans les prochaines semaines.

Faire connaître les métiers des mathématiques

La brochure *Zoom sur les métiers des mathématiques*, centrée sur des exemples de parcours individuels de jeunes femmes et hommes ayant suivi un cursus de mathématiques les conduisant à des insertions professionnelles variées est enfin parue. Elle a été diffusée largement dans les établissements scolaires, auprès des adhérents des associations partenaires, ainsi qu'auprès de ceux de l'APMEP. Plusieurs correspondants l'ont demandée pour diffusion auprès des étudiants dans le cadre de journées « Portes ouvertes ».

Ce projet commun SMF/SMAI/femmes et mathématiques/SFdS[3] a été coordonné par Brigitte Lucquin et a été réalisé en partenariat avec l'ONISEP[4]. Le projet

[3] Société Française de Statistiques

[4] Office National d'Information sur les Enseignements et les Professions

a été soutenu (par ordre décroissant de subvention) par le Ministère de l'éducation nationale, la Région Haute Normandie, l'INRIA[5], Rennes Métropole, ILOG, Bertin Technologies, Sofinnova, l'École doctorale de Paris VI, l'INRA[6], Bouygues et IMACS. L'APMEP[7] a pris en charge les coûts de diffusion à ses membres.

La brochure a été très bien accueillie mais la réunion organisée le 28 mars pour la présenter aux lycéens, lycéennes et à la presse a été plutôt décevante (moins de 100 participants).

Communiquer autour des mathématiques

De nombreuses manifestations sont organisées avec le soutien de la SMF, dans le cadre de divers partenariats en direction de publics variés.

Signalons cette année :

– BnF/SMF

Pour la troisième année consécutive, la SMF organise avec la BnF un cycle de quatre conférences annuelles intitulé « Un texte un mathématicien » et qui se déroule dans le grand auditorium de la Bibliothèque nationale de France (site François Mitterrand). De grands mathématiciens d'aujourd'hui viennent évoquer pendant une heure et demie un texte, une lettre, un article d'un mathématicien célèbre, qui les aura marqués voire qui aura joué un rôle important dans leur carrière de chercheur. Martin Andler est le pilote de l'opération qui s'appuie également sur deux partenaires de presse, France Culture et *Tangente* : France Culture où le conférencier enregistre une émission et *Tangente* où une version écrite et grand public de la conférence est publiée.

Cette année, Pierre Cartier est parti de Lagrange et de la publication en 1788 de sa « Mécanique analytique » pour nous faire voyager jusqu'à la mécanique quantique en alternant formulation mathématique et intuition géométrique ; Jean-Yves Chemin est retourné sur les traces de Jean Leray pour faire découvrir au public la naissance des équations aux dérivées partielles et de la mécanique des fluides moderne ; Xavier Viennot s'est entouré d'une conteuse et de deux musiciens pour nous faire partager la découverte d'une lettre oubliée d'Euler à Goldbach où celui-ci introduit les nombres de Catalan un siècle avant leur découvreur. À l'heure où ce rapport est rédigé, Nicole El Karoui n'a pas encore donné sa conférence qui aura pour but de nous initier à « la théorie de la spéculation » inventée par Bachelier en 1900 et qui visera à modéliser le comportement des marchés boursiers à l'aide du mouvement brownien.

Le succès est à chaque fois au rendez-vous, avec environ 250 à 300 personnes dans le grand auditorium, dont une bonne centaine de lycéens issus de toute la région parisienne et pour lesquels nous préparons en amont cette visite avec Animath. En effet, les lycées qui participent à l'opération accueillent un préconférencier, qui prépare les élèves au sujet en question. Ces élèves ont également la possibilité d'effectuer juste avant la conférence une visite du site de la BnF ou de l'exposition temporaire en cours.

---

[5] Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique

[6] Institut National de Recherche Agronomique

[7] Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

– Une dizaine de conférences « Promenades mathématiques » a été coorganisée avec Animath, elles sont annoncées sur une page web dédiée sur notre site.

– Nous préparons avec le CIJM [8] une exposition « Découvertes mathématiques d'aujourd'hui », à la suite de la publication par le *Monde 2* en août 2006 d'un article « L'instant eurêka en mathématiques » qui contenait des portraits photographiques de six mathématiciens et mathématiciennes par Ed Alcock.

– Nous avons tenu un stand au Salon de la culture et des jeux mathématiques (31 mai, 1 et 2 juin 2007) et avons participé à la brochure « *Maths Énigmes Express* » diffusée à cette occasion.

– Deux rencontres « Mathématiciens et Industriels se parlent » ont été organisées par la SMF, la SMAI et le CNRS :
« Aéronautique et espace » le 9 juin 2006 à Toulouse,
« Sécurité informatique » le 22 juin 2007 à Marseille.
Deux autres rencontres dans la même série ont été organisées par la SMAI et le CNRS et ont été soutenues par la SMF :
« Simulation numérique en aéroacoustique » (16 novembre 2006, IHP[9]),
« Mathématiques et environnement » (29 mars 2007, IHP).

Nous travaillons à ce que notre site web devienne, au-delà d'une ressource utile pour nos adhérents et l'ensemble des mathématiciens, une fenêtre sur les mathématiques, utilisable par un public varié : enseignants, journalistes, étudiants... On observe une augmentation de plus de 45 % des pages consultées entre 2004 et 2006. La rubrique « Math. & grand public » a démarré et doit encore s'étoffer.

Participer à la vie mathématique internationale

Si la participation de la SMF à la vie mathématique internationale passe souvent par l'organisation avec d'autres sociétés savantes de colloques ou rencontres, comme expliqué dans le point 4 de ce rapport, d'autres informations sont à signaler.

– En ce qui concerne l'Europe, Mireille Martin-Deschamps, ancienne présidente de la SMF, a été élue au comité exécutif de la SME.

– Le congrès international des mathématiciens de Madrid et la médaille Fields de Wendelin Werner nous ont donné l'occasion d'exprimer le point de vue de la SMF et de la SMAI lors d'un discours prononcé à l'Ambassade de France devant Philippe Etienne, directeur général de la Coopération Internationale et du Développement au MAE (voir *Gazette* numéro 110), à la suite d'un discours de Jean-Michel Bismut vice-président de l'UMI.

– Nous participons au CNFM[10]. Composé de représentants de la SMF, de la SMAI, de l'Académie des Sciences et du CNRS, le CNFM gère les subventions pour la participation aux grands congrès tel ECM[11] et ICM et met en place la C3I[12] qui gère les demandes individuelles de soutien de missions à l'étranger.

– La brochure *Explosion des mathématiques* continue à avoir un grand impact international et a été traduite dans plusieurs langues : après le finnois, l'italien et

[8] Comité International des Jeux Mathématiques
[9] Institut Henri Poincaré
[10] Comité National Français de Mathématiciens
[11] European Congress of Mathematics
[12] Commission des Colloques et Congrès Internationaux

le persan, c'est maintenant le tour de l'hindi et de l'anglais. Des contacts sont en cours pour une traduction en espagnol.

– Sur le plan de la solidarité internationale avec les pays en développement, la SMF soutient activement les activités du CIMPA, dont elle est membre institutionnel, et organise chaque année une souscription au bénéfice de celui-ci.

Travailler à l'unité des mathématiques

Nous avons coorganisé et soutenu financièrement la deuxième journée d'accueil des nouveaux maîtres de conférences et chargés de recherche en mathématiques (26 janvier 2007, IHP, Paris) qui a regroupé environ 150 jeunes collègues.

Nous sommes avec la SMAI, la SFdS, la Guilde des doctorants, l'AFIF[13] et SPECIF[14] les partenaires de l'Opération Postes. Nous participons activement à la définition et à la collecte d'indicateurs permettant de suivre l'évolution des moyens humains et financiers consacrés aux mathématiques.

D'une façon générale, les activités communes avec les autres sociétés savantes représentant les mathématiques que sont la SMAI et la SFdS, sont fréquentes. Nous avons des échanges de correspondants entre nos conseils respectifs, et une réunion de bureau commune tous les ans avec la SMAI.

Nous coopérons avec l'APMEP[15], femmes et mathématiques et l'UPS[16] et les sociétés savantes d'autres disciplines proches (physique, informatique, ...). Nous sommes membres du collectif *Action Sciences* (voir ci-dessous).

Nous sommes actifs au sein d'Animath qui regroupe les associations agissant dans le domaine des mathématiques périscolaires. En plus de notre collaboration pour les « Promenades Mathématiques » et le projet « BnF–SMF », nous nous apprêtons à signer une convention de partenariat avec Animath et l'INRIA ; elle a pour objet d'accroître la diffusion et le rayonnement des mathématiques auprès du jeune public.

Être au service de nos adhérents

Les statistiques sur nos adhérents font apparaître que 38 % d'entre eux ont plus de 60 ans, ce qui signifie que les progrès faits en matière de diminution de la moyenne d'âge des membres sont insuffisants. De même la proportion d'adhérents parmi les professeurs et directeurs de recherche est d'environ 50%, alors qu'elle est de moins de 15% chez les maîtres de conférences.

Cette situation peut et doit être améliorée ; le conseil et le bureau y consacrent leurs efforts.

Signalons quelques évolutions :

– En 2006, la SMF a compté plus de 1980 adhérents. Cette légère augmentation confirme la tendance de l'année précédente, et ne s'explique pas uniquement par les adhésions gratuites de jeunes docteurs.

– Une année d'adhésion gratuite a été offerte à nouveau en 2007 pour les nouveaux docteurs de l'année 2006.

– Le tarif d'adhésion « jeunes » a été porté à 35 ans en 2007.

[13] Association Française d'Informatique Fondamentale
[14] Société des Personnels Enseignants et Chercheurs en Informatique en France
[15] Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
[16] Union des Professeurs de Spéciales

La Gazette

Bulletin interne de la Société, la *Gazette* est un support privilégié d'expression au sein de la communauté mathématique. Elle est envoyée gratuitement à chaque adhérent. Son comité de rédaction a poursuivi le travail sous la direction de Colette Anné. Jean-Christophe Léger la remplacera à l'automne 2007. La composition actuelle du comité de rédaction est la suivante : Zindine Djadli et Hervé Pageot (rubrique mathématiques), Jean-Xavier Rampon (mathématique et informatique), Thanh-Tam Le (mathématique pour ingénieurs), Bertrand Duplantier et Kirone Mallik (mathématique et physique), Frédérique Petit (enseignement), David Aubin en remplacement de Hélène Gispert (histoire des mathématiques), David Harari (livres), Laurent Berger. Le comité de rédaction de la *Gazette* est maître d'œuvre en ce qui concerne la partie éditoriale de la revue.

– Numéros courants : la *Gazette* paraît quatre fois par an et chaque numéro compte environ 100 pages. La saisie est assurée par Claire Ropartz. Les principales rubriques s'organisent en 4 groupes :

(1) Vie de la société, information, carnet, tribune libre ;
(2) Mathématiques (avec parfois les suffixes informatique, biologie, physique) et histoire des mathématiques ;
(3) Enseignement ;
(4) Livres.

– Numéros spéciaux :

2003 : Laurent Schwartz : ré-édition chez Vuibert envisagée

2004 : René Thom : ré-édition chez Vuibert envisagée avec Weil et Leray

2005 : Spécial Physique (lié à l'année mondiale de la physique en 2005)

2006 : À la rencontre du CIRM (lié à l'inauguration du nouvel amphithéâtre et aux 25 ans du CIRM)

2007 : Publication d'enregistrements inédits de Liliane Beaulieu et Henri Cartan [projet].

Officiel des Mathématiques

L'*Officiel des Mathématiques* qui perdait des abonnements depuis plusieurs années et n'était plus suffisamment exhaustif a été profondément modifié. Une nouvelle version électronique interactive mise à jour en temps réel a été mise en place. La contrainte de date limite mensuelle pour les annonces a été supprimée. Une remontée légère du nombre des annonces est observée, mais il faut rester vigilant et continuer à inviter les organisateurs de séminaires et de conférences à penser à les annoncer dans *l'Officiel*. L'abonnement et la diffusion papier de *l'Officiel* ont été arrêtés début 2007.

Information des adhérents

– Le site web de la société évolue en permanence. La mise en ligne des nouveaux numéros de la *Gazette* va être suivie d'un affichage progressif des fascicules de ces dernières années. Une partie interactive internationale est développée en commun avec le CIMPA[17] et sera bientôt mise en ligne.

– Le bulletin électronique mensuel d'information de la SMF est adressé aux adhérents et est archivé sur le site web de la société.

[17] Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées

Identité visuelle

Nous travaillons avec le graphiste Serge Morand sur l'identité visuelle de la SMF, ce qui nous donne l'occasion de réfléchir à nos buts et objectifs et à la cohérence de nos initiatives et de notre discours. Après l'évolution du logo, la définition d'une charte graphique, la réalisation d'une plaquette de présentation et de nouvelles affiches, ce sera le tour des différentes couvertures des revues, puis de la *Gazette*.

Améliorer le fonctionnement de nos instances

Des règles ont été précisées ou définies pour la durée des mandats dans les différents comités.

Le mandat du conseil scientifique est porté de deux à trois ans, et est renouvelable une fois au plus.

La règle générale pour les mandats des membres des comités de rédaction des revues et séries est de six ans non renouvelables.

Pour le comité de la *Gazette* et les autres commissions ou comités, les membres -sauf s'ils y sont de droit- ont des mandats de trois ans renouvelables une fois au plus.

En ce qui concerne l'ensemble des commissions et des comités de rédactions, il est entendu que, lorsqu'un membre en devient responsable, le décompte de temps qui lui reste est remis à zéro ; et, plus généralement, la clause « sauf cas particulier décidé par le conseil » permet de garder plus de souplesse face à des situations exceptionnelles.

Le personnel de la SMF

À Paris, Claire Ropartz, secrétaire générale, assure la coordination et le suivi des activités de la Société et est chargée notamment du site web et de la *Gazette*. Laurent Koelblen aide à définir et met en œuvre les améliorations et extensions du site web. Nizar Marzouki, employé à temps partiel, aide au secrétariat.

Nathalie Christiaën est responsable du secteur de l'édition mathématique. Elle est désormais épaulée par Florent Arnaud, recruté début 2006, qui a pour mission de suivre les mutations technologiques de l'édition scientifique et de maintenir une chaîne d'édition performante. Il assure aussi les tâches de mise au format, de vérification de formats, d'enrichissement (méta-données etc.) de tous les textes publiés.

La comptable de la SMF, Catherine Branger, chargée aussi de la comptabilité du CIRM et de la Maison de la SMF a assuré ses fonctions jusqu'à la fin avril 2007. Elle a souhaité quitter la SMF. Une réflexion est en cours sur l'organisation de la comptabilité.

À Luminy, Christian Munusami, chargé de diffusion, gère la Maison de la SMF et est désormais assisté d'un technicien de diffusion, Hervé Di Mondo. Gilbert Mora jusqu'ici affecté à temps partiel à la Maison de la SMF et au CIRM, reste employé de la SMF mais est désormais affecté au CIRM à temps plein.

Muriel Bonin et Olivia Barbarroux sont employées de la SMF et sont affectées au CIRM.

Michel Demazure conseille le bureau sur les questions d'organisation, de répartition des tâches et de rémunération du personnel.

Publications

État des publications

Les publications de la SMF se portent raisonnablement bien. La vigilance sur la qualité et le flux des articles ou projets d'ouvrages soumis, sur les subventions et sur la diffusion directe et par abonnements, reste toujours de mise. Le retard de certaines parutions, dû à la restructuration de la chaîne de production est maintenant quasiment résorbé.

Faits à signaler pour l'année 2006-2007

– Les *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure* ont quitté Elsevier et seront produites et diffusées par la SMF à compter de janvier 2008. Il ne s'agit bien sûr que de la partie production et diffusion.

– Nos ouvrages sont maintenant sur la base Electre (base consultée en particulier par les libraires pour commander les livres demandés par leurs clients).

– Barrière mobile : les versions électroniques existantes de nos publications sont accessibles gratuitement sur notre site après cinq ans, et sur le site Numdam-Cedram après dix ans.

– Un rapport détaillé sur chaque revue ou collection sera présenté au CA à l'automne.

Perspectives

– Nous avons engagé une vaste réflexion dont le but est d'optimiser la chaîne de production et la qualité des publications tant dans leur forme imprimée que dans leur version électronique. L'activité de publications est fondamentale pour la SMF, la transformation du secteur des publications en une entité plus autonome, genre maison d'édition, est donc absolument exclue.

– Nous continuons nos discussions et consultations avec les autres acteurs du monde des publications académiques, qu'il s'agisse d'acteurs institutionnels ou de sociétés savantes. Ce qui n'exclut pas des contacts avec les éditeurs privés, avec dans tous les cas le souci que ni la SMF ni ses interlocuteurs ne risquent de perdre leur âme ou leur image dans un partenariat éventuel.

Le pôle de Luminy

Le CIRM

Le CIRM, établissement de la SMF, devenu une unité mixte de service entre la SMF et le CNRS en 2000, est soutenu financièrement de manière très importante par le ministère. Une convention le lie par ailleurs à l'université de la Méditerranée. Le but principal du CIRM est d'organiser et de gérer des rencontres internationales mathématiques de haut niveau et d'accueillir des petits groupes de chercheurs pour des séjours, ce qu'il fait avec un succès croissant. En 2006, le CIRM a organisé 50 semaines de rencontres dont 3 sessions de longue durée et hébergé 12 petits groupes de travail. Il a accueilli plus de 2600 visiteurs dont près de la moitié sont venus de l'étranger. De plus, sa bibliothèque joue le rôle d'une bibliothèque régionale de mathématiques.

L'opération « CIRM-2000+x » s'est terminée fin 2006. Le nouvel auditorium ouvert en juin 2006 dans le cadre de cette opération améliore considérablement les conditions de travail des participants aux rencontres, de l'avis unanime. Sa capacité (95 places assises) permet en effet d'accueillir dans de très bonnes conditions des conférences de taille plus importante qu'auparavant. Des colloques de 80 participants ou plus ne sont pas rares.

Cette évolution positive entraîne cependant un accroissement des coûts de fonctionnement et d'entretien qui n'est pas compensé par l'accroissement des recettes des rencontres. Il y a d'une part le coût du nouvel auditorium lui-même, mais aussi le fait que l'hébergement des participants se fait à « flux tendu » ce qui entraîne un besoin de maintenance accru. De plus, aussi bien du côté du personnel CIRM que de celui de la société de restauration Eurest, on note un accroissement certain de la charge de travail.

Un accroissement du budget de fonctionnement du centre ainsi qu'une politique de recrutement dans les services « rencontres » et « maintenance » paraissent inévitables à court terme.

Par une convention signée en juillet 2006 entre le CIRM et le CNRS, le CIRM a récupéré l'ensemble des salles du bâtiment Annexe qui était jusqu'à présent partagé avec la formation permanente du CNRS, cette dernière étant rapatriée vers le GLM (Groupe des Laboratoires de Marseille) de la Délégation Provence. Cette opération a permis d'accroître la capacité de réunion au CIRM, sans toutefois que cela se traduise dans l'immédiat par un accroissement effectif de la fréquentation. Cela permet cependant d'envisager l'extension des activités du CIRM en direction de l'organisation de semestres thématiques avec le soutien des autorités et des laboratoires de la région PACA.

La mise en place d'un programme de cette nature n'est pas immédiate et demande quelques aménagements de ce bâtiment. De plus une étude d'architecte a été demandée pour évaluer les coûts et l'impact de la réhabilitation de la ruine dite « maison du jardinier » en deux studios pour des hébergements de longue durée dans le cadre d'un programme de type « recherche en paire ». D'autre part, un « test » de « mois thématique » sera organisé en juin 2007 avec le soutien de la fédération de recherche en mathématiques de Marseille et les laboratoires de mathématiques de Luminy (visite des professeurs M. Golubitsky, université de Houston, et C. Liverani, université de Rome, sur le thème général des systèmes dynamiques équivariants et leurs applications aux systèmes de régulation génétique et aux réseaux de neurones).

À la suite de la construction du nouvel auditorium, la restructuration (notamment le réaménagement de l'ancien auditorium) et l'agrandissement du bâtiment de la bibliothèque sont à l'ordre du jour. Une subvention de 200 000 euros du Ministère en 2007, des subventions éventuelles des collectivités locales et un prêt de la SMF permettront une réalisation rapide du projet.

La maison de la SMF

À la suite des actions menées les années précédentes en matière de construction, rénovations, accès aux locaux de la cellule de diffusion, et recrutement d'un nouveau personnel SMF, tout est désormais en place pour continuer à intensifier l'activité liée aux services : expédition de commandes (en France et à l'étranger, pour les

membres et non membres de la SMF), suivi et renouvellement des abonnements, publicité, services auprès des congressistes du CIRM.

Diffusion

L'accroissement marqué de l'activité de la maison SMF, passé et à venir, et le besoin d'avoir désormais une présence en continu sur le site, a nécessité le recrutement d'un technicien de diffusion pour seconder Christian Munusami, chargé de diffusion. Hervé Di Mondo, en CDD du 15 mai 2006 à fin juillet 2006, est en CDI depuis le 1er septembre 2006. Sa formation ayant été assurée par Christian Munusami, il est désormais opérationnel sur toutes les tâches qui lui ont été assignées. En outre, il assure de façon autonome le fonctionnement de la maison SMF en cas d'absence du chargé de diffusion. L'ensemble des services de la maison de la SMF est désormais proposé en permanence.

Ce renforcement du personnel a permis de plus à Christian Munusami de gérer très efficacement les problèmes liés aux retards de publications ; d'autre part, dès septembre 2006, l'ensemble des ouvrages de la SMF en stock sur le site a été trié et regroupé dans la salle prévue à cet effet, ce qui en facilite, notamment, la comptabilité.

Services et informations auprès des congressistes du CIRM

L'ouverture du nouvel auditorium du CIRM, proche de la maison SMF, permet un accès immédiat des participants à la maison SMF. Des panneaux signalétiques, mis en place récemment, incitent les participants aux colloques à venir consulter les ouvrages édités par la SMF.

Cette publicité est renforcée par la présence à l'accueil du CIRM, dans la salle de lecture de la bastide et dans la bibliothèque, de nouvelles vitrines où sont exposées toutes les nouvelles publications.

Enfin, en plus de l'accès quotidien à la maison SMF à des horaires fixes, une présence hebdomadaire d'un stand dans le hall de l'auditorium permet depuis peu la présentation et la vente directe des ouvrages de la SMF. Nous souhaitons que ce nouveau service mis en place permette à tous les congressistes du CIRM d'être informés de l'ensemble des publications de la SMF.

Rencontres et colloques

L'activité de la SMF en matière de rencontres scientifiques et de colloques continue à se développer. La politique de décentralisation géographique des rencontres de la SMF se poursuit : cette année la Journée annuelle a lieu à Marseille et les deux prochaines sessions des États de la recherche auront lieu à Metz et à Nice.

Rencontres scientifiques récurrentes de la SMF

La SMF a deux manifestations scientifiques récurrentes.

La Journée scientifique annuelle

La Journée scientifique annuelle 2006 intitulée « Mathématique et vision » et organisée par Bernard Teissier a eu lieu le 23 juin à l'IHP.

La Journée scientifique annuelle 2007 intitulée « Nouvelles méthodes mathématiques en cryptographie », organisée par Gilles Lachaud, a eu lieu le 23 juin au CIRM, à Luminy. Elle a été coordonnée avec la rencontre « Sécurité informatique » organisée par Jacques Wolfmann à l'université de Provence à Marseille le 22 juin 2007, ainsi qu'avec l'Assemblée Générale de la SMF qui s'est tenu au CIRM le 23 juin.

Les États de la recherche.

Les sessions « États de la recherche », ont un comité scientifique spécifique. Il est composé à ce jour d' Albert Cohen, Nathanaël Enriquez, David Harari, Christoph Sorger, Patrice Le Calvez (secrétaire) et Cédric Villani.

Deux sessions ont eu lieu en 2006 :

« Quelques aspects des systèmes dynamiques polynomiaux », organisée par Jean-Yves Briend, Serge Cantat et Charles Favre à l'université Rennes I, avec environ soixante-dix participants ;

« Géométrie conforme et opérateurs géométriques », organisée par Zindine Djadli à l'université de Cergy-Pontoise, avec une cinquantaine de participants.

Deux sont prévues pour 2007 :

« Modèles mathématiques et méthodes numériques pour le transfert radiatif », organisée par Thierry Goudon, à l'université de Nice, du 30 juillet au 3 août ;

« Géométrie non commutative » organisée par Moulay-Tahar Benameur, Nicolas Louvet et Jean-Louis Tu, à l'université de Metz, du 6 au 9 novembre.

Colloques du CIRM

La plus grande partie de l'activité de la SMF en matière d'organisation de colloques et de rencontres scientifiques a lieu dans le cadre du CIRM : voir listes des Rencontres 2006 et 2007 ci-après.

Colloques internationaux

En 2006-2007 la SMF a participé à l'organisation des deux colloques :

• « Mathematics and its Applications (A Joint Meeting of Società Italiana di Matematica Applicata e Industriale, SMAI, SMF, Unione matematica Italiana) » 3-7 juillet 2006, Turin, Italie. Il a rassemblé plus de 300 participants ;

• « Convergences Mathématiques Franco-Maghrébines » (22-24 janvier 2007, Nice). Organisé par l'UNSA[18], l'INRIA et le CIMPA, à l'initiative de la SMF et de la SMAI, parrainé par l'Académie des Sciences, et soutenu par le MAE, il a réuni environ 120 participants autour d'un programme comprenant des exposés scientifiques et des tables rondes. Le comité scientifique de la conférence « Convergences mathématiques franco-maghrébines » s'est réuni les 20 et 21 juin 2007 à Paris à l'invitation de l'Académie des Sciences pour discuter de la suite à donner à cette initiative.

[18] université de Nice Sophia Antipolis.

Nous avons programmé le Premier congrès franco-espagnol de mathématiques (9-13 juillet 2007, Saragosse), un deuxième Colloque franco-canadien (2008, Canada), et un Colloque franco-indien, en Inde fin 2009.

Divers

L'Académie des Sciences, la SMF et l'IHP ont organisé la rencontre « Autour des lauréats des prix de mathématiques de l'Académie des Sciences » (25 janvier 2007, IHP, Paris).

Le Conseil Scientifique de la SMF

Jusqu'en janvier 2006 la composition du conseil a été la suivante : Pascal Auscher, Alain Bachelot (secrétaire), Yann Brenier, Michel Brion, Alice Guionet, Marie-Françoise Roy, Leila Schneps. Depuis, il est composé de Yves Brenier, Patrick Dehornoy (secrétaire), Alice Guionnet, Philippe Michel, Marie-Françoise Roy, Claire Voisin, Jean-Christophe Yoccoz.

Conformément à sa mission, le Conseil a rendu des avis sur :

(1) une proposition de nomination pour le Prix Fermat ;

(2) des nominations aux Comités de Rédaction des publications de la SMF : *Bulletin et Mémoires*, *Cours spécialisés* et *Panoramas et Synthèses* ;

(3) des nominations au comité scientifique de diverses manifestations comme les Sessions des États de la recherche ;

(4) des parrainages ou soutien à des colloques ou publications.

Quelques commentaires sur les points précédents et le fonctionnement du Conseil :

Les propositions pour les comités de rédaction émanent essentiellement des directeurs de ces comités. Cette année les candidatures ont été systématiquement accompagnées d'un curriculum vitae et d'une lettre de motivation. Ainsi le Conseil étant très bien informé a pu délibérer aisément. Tous les choix ont été approuvés à l'unanimité.

Les demandes de nominations à des comités scientifiques où la SMF est partie prenante, sont transmises par Lucia Di Vizio qui est éventuellement sollicitée en cours de débat si des informations complémentaires sont nécessaires. Cette collaboration fonctionne parfaitement.

Il s'avère parfois difficile de se faire une opinion scientifique sur des projets très préliminaires de colloques où on ne dispose que de déclarations d'intentions. Le Conseil souhaite que les projets comportent toujours un descriptif explicite, qui peut être court mais convaincant et des aspects scientifiques.

Dans cette perspective, le Conseil, saisi de quatre demandes de soutien, a apporté son soutien moral à trois d'entre eux : Publication de l'Œuvre de d'Alembert, Colloque « Convergences mathématiques france-maghreb », Congrès franco-indien prévu en 2008.

Toutes les délibérations du Conseil se font par courrier électronique. C'est un procédé souple et agréable. Quand les questions à traiter n'ont pas une réponse immédiate, un dialogue très fructueux s'instaure entre les membres du Conseil. Dans plusieurs cas, l'examen attentif d'une question nous a amenés à faire évoluer

une opinion initiale, et à motiver l'avis de façon nettement plus approfondie. Les réponses finales ont toujours été obtenues par consensus.

Enseignement

La Société Mathématique de France consacre une énergie importante à la réflexion sur l'enseignement de notre discipline. Une partie de nos activités sur la question passe par la commission enseignement animée par Jean-Pierre Borel et regroupant outre son responsable : Pierre Arnoux, Jean-Marc Bonnisseau (SMAI), Guy Chassé, Michel Delord, Daniel Duverney, Frédéric Leroux, Pierre Loidreau, Marie-Jeanne Perrin-Glorian (Association de Recherche sur la Didactique des Mathématiques), Frédérique Petit, Jean-Renaud Pycke, Johan Yebbou, Jacques Wolfmann.

Nos interventions sur l'enseignement sont souvent réalisées en collaboration avec la SMAI. Sur les différents sujets que nous allons évoquer nous souhaiterions avoir l'appui de la collectivité mathématique, nos diverses initiatives n'auront de l'écho que si elle bénéficient de ce soutien.

Le niveau L

Nous avons réalisé une enquête sur le niveau L en mathématiques dans les universités où ce type de cursus est offert aux étudiants. Cette enquête avait été commencée lors du premier semestre de l'année civile 2006 et il en avait été rendu compte partiellement dans le rapport moral 2006. Il avait été noté en particulier que cette enquête laissait apparaître de fortes disparités dans les horaires et les contenus, un éclatement en de multiples modules parfois de quelques heures, l'intervention d'un grand nombre d'enseignants de mathématiques devant chaque étudiant. Il restait à exploiter cette enquête et à l'utiliser afin de prendre des initiatives pour influer sur la situation constatée. Nous avons réuni le 6 octobre 2006 les responsables du L des universités qui avaient répondu au questionnaire. Le constat précédemment décrit était partagé par l'unanimité des présents. La totalité des collègues réellement impliqués dans les enseignements du niveau Licence insistait pour dire que, devant la culture mathématique du bachelier d'aujourd'hui, il était difficile de se fixer des objectifs pour les trois premières années de l'enseignement supérieur, allant au-delà de ceux des DEUG d'il y a quelques années. La commission enseignement a organisé le samedi 13 janvier 2007 à l'IHP, avec la SMAI, une réunion sur le niveau L, intitulée « La licence de Mathématiques existe-t-elle encore ? ». Elle y a présenté les conclusions de l'enquête faite auprès des correspondants SMF sur la licence actuelle. Un débat intéressant, entre divers responsables de licence et des représentants du ministère (DGES) a suivi. L'une des conséquences a été l'organisation d'un petit groupe qui travaille actuellement sur un contenu central commun à toutes les licences de mathématiques (en partie sur le modèle de ce qu'ont fait les physiciens et les informaticiens pour leur propre domaine).

Le niveau M

Une réunion des responsables de masters avait eu lieu, à notre initiative, courant 2006, réunion que nous avions signalée dans le dernier rapport. Il nous a paru nécessaire de refaire le point. La SMF et la SMAI ont convié les responsables de

masters à une réunion « Visibilité et attractivité des masters des mathématiques » le 23 mars 2007. Plus de cinquante responsables de masters étaient présents. Deux représentants d'EduFrance (site Edumath faisant connaître les masters de mathématiques aux étudiants étrangers désireux de se rendre en France) ont présenté leurs actions pour faire connaître les masters à l'étranger. Ils ont discuté avec les participants de la façon d'améliorer la présentation des masters de mathématiques. Ont ensuite été présentés les résultats d'un recensement des masters de mathématiques. Beaucoup ont des difficultés à atteindre une taille critique. Certains participants ont toutefois noté que la baisse d'effectifs très nette lors de la mise en place du M, est désormais stoppée et qu'une remontée s'amorce parfois. Le nombre d'intitulés de ces diplômes presque aussi grand que celui des universités, nuit à la lisibilité des filières. Les responsables de masters doivent donc se concerter. Dans ce sens, à l'occasion de cette réunion, un groupe de travail sur les masters a été mis en place.

La formation mathématique des ingénieurs

L'enseignement de notre discipline dans les écoles d'ingénieurs devient difficile : moindre maîtrise des concepts de base de beaucoup d'élèves issus des classes préparatoires (suite à l'évolution des mathématiques du lycée), réduction d'horaires, enseignement des mathématiques par des spécialistes d'autres disciplines, ... Nous avons des contacts depuis plusieurs années avec la CTI (Commission des Titres d'Ingénieurs) qui partage au moins pour partie nos préoccupations. Un groupe de travail commun CTI-Sociétés savantes de mathématiques travaille sur le sujet. Une première déclaration adoptée en début d'année 2007 portant sur la formation mathématique des élèves issus des classes préparatoires sera publiée prochainement dans la *Gazette*.

La SMF a parrainé le quatrième colloque « Mathématiques et Formation des Ingénieurs » (ENSSAT, Lannion, 2 au 4 mai 2007).

Action Sciences

Les deux représentants SMF (Pierre Arnoux et Daniel Duverney) jouent un rôle très actif dans ce collectif. Le collectif s'est rapidement mis d'accord sur des demandes précises sur la formation des enseignants. Sur le sujet beaucoup plus délicat de la terminale, nous avons pu à l'automne nous entendre avec les physiciens, qui sont d'accord avec nous sur le manque de formation mathématique des lycéens et en constatent les conséquences à tous les niveaux. Après une période de forte tension qui a mis le collectif à l'épreuve, les biologistes ont admis une partie de nos arguments, et le collectif a adopté une motion sur le renouveau de la voie scientifique qui marque un net progrès. Une délégation du collectif a rencontré récemment des représentants de l'inspection générale qui travaille sur les problèmes du bac général et en particulier de la voie S. Il est probable que des changements sont à attendre sous peu, et le fait que le collectif ait pu présenter un accord a certainement renforcé notre position.

Prises de position

Nous avons signé les déclarations unanimes du collectif Action Sciences demandant le rétablissement des prérecrutements des enseignants et un renforcement des mathématiques en section scientifique du lycée. Nous avons émis des inquiétudes

sur l'introduction d'une nouvelle épreuve (« pratique ») au baccalauréat. Le texte de ces prises de position est consultable sur le site web de la Société.

Débats sur l'enseignement au sein des instances de la SMF

Le bureau et le conseil d'administration de la société discutent régulièrement de questions liées à l'enseignement. Nous sollicitons parfois la présence de collègues non membres des instances pour présenter une information sur un point précis. C'est ainsi que nous avons invité à notre conseil :

– le 11 novembre 2006 : Thomas Hausberger (université de Montpellier) nous a présenté l'« option Sciences » : expérience réalisée dans des lycées de l'académie de Montpellier consistant en un enseignement facultatif de 3 heures hebdomadaires en sciences pour les élèves de seconde ;

– le 13 janvier 2007 : Jean Moussa (Inspection Générale de Mathématiques) nous a présenté le projet de nouvelle épreuve de mathématiques au baccalauréat.

Participation à la commission enseignement de la SFP

Nous sommes depuis mars 2007 invités à la commission enseignement de la Société Française de Physique. Cette participation débouchera probablement sur des initiatives communes de nos deux sociétés savantes sur l'enseignement.

CFEM[19] et CIEM[20]

Les représentants de la SMF au bureau de la CFEM sont Jacques Wolfmann et Alain Yger (Vice-Président). La participation de la SMF et de la SMAI à la CFEM s'avère très importante. Cette participation peut et doit se concrétiser au travers en effet des divers chantiers qu'elle coordonne, en particulier :

– la préparation du congrès ICME qui aura lieu au Mexique en 2008 : concernant cette phase préparatoire, une liste des thèmes et groupes de discussion a été proposée par B. Hodgson en avril 2006 ; certains thèmes ou groupes de discussion en appellent évidemment autant à la communauté mathématique (sensibilisée aux questions touchant à l'éducation) qu'à la communauté didactique. Le souhait du bureau de la CFEM va dans le sens d'une plus grande implication de la SMF (suggestion de participants aux thèmes ou groupes de discussion du congrès, de conférenciers) ; pour indication, quelques intitulés des « Topic Study Groups »

Research and development in the teaching and learning of number systems and arithmetic

Research and development in the teaching and learning of algebra

Research and development in the teaching and learning of geometry

Research and development in the teaching and learning of probability

Research and development in the teaching and learning of statistics

Research and development in the teaching and learning of discrete mathematics
Research and development in the teaching and learning of calculus

Research and development in the teaching and learning of advanced mathematical topics

– le lancement d'une étude ICMI consacrée à l'enseignement des statistiques : l'information a été relayée auprès de la SMF.

[19] Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques
[20] Conférence Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques

Rapport financier

Le résultat de l'année 2006 (hors CIRM) est légèrement déficitaire pour un montant de 14 kE.

Grandes masses de l'exécution du budget

Le volume des recettes est stable ; 808 kE en 2006 (pour 810 kE en 2005, 751 kE en 2004, 815 kE en 2003) ; ceci incluant les remboursements de salaires du CIRM.

Le volume des dépenses, 822 kE en 2006, est en augmentation par rapport à l'année précédente (pour 752 kE en 2005, 721 kE en 2004). La différence se trouve en fonctionnement (268 kE en 2006 pour 199 kE en 2005). Pour comparer ce chiffre à celui de l'an dernier il convient d'abord de retirer le « don échanges CIRM », soit 23 kE, qui n'existait pas en 2005. Il est équilibré dans la colonne recettes et ne représente pas une dépense nouvelle, mais est indiqué par souci de clarté. Par ailleurs il faut noter les frais de réparations (27 kE) de la salle de stockage, et enfin l'augmentation des salaires des personnels SMF-CIRM.

Produits d'exploitation

Les recettes représentent en 2006 environ 808 kE (810 kE en 2005) pour 851 prévus.

– (1) Recettes dues aux deux principales revues : en léger repli 345 kE (contre 359 kE en 2005).

– (2) Cotisations, abonnements à la *Gazette* : 110 kE en 2006, en légère augmentation sur 2005 à cause de la *Gazette*.

– (3) Produits financiers : en légère hausse avec 22 kE en 2005, à comparer aux 17 kE constatés en 2005.

– À noter cette année la fin des remboursements MAIF (35 kE) pour le sinistre à la cellule.

Charges d'exploitation

– (1) La masse salariale globale SMF est de 325 kE (remarque : 112 kE de salaires sont payés au CIRM, mais sont remboursés à la SMF par ailleurs ainsi qu'il est dit plus haut). Les chiffres des années précédentes sont : en 2005 316 kE SMF et 82 kE CIRM, en 2004 274 kE et 91 kE, en 2003 273 kE et 91 kE, en 2002 323 kE et 78 kE, en 2001 232 kE et 95 kE.

La SMF a embauché Florent Arnaud après le départ de Marielle Randria, avec une qualification et un salaire supérieurs. À la cellule de Luminy a été embauché Hervé Di Mondo en remplacement de Gilbert Mora. Ce dernier (qui travaillait à 3/5 de temps à la cellule) est à plein temps au CIRM. À noter une augmentation des provisions pour congés payés et RTT.

Il convient d'anticiper pour 2007 et au-delà une augmentation plus forte due aux réorganisations en cours. Ces postes sont appelés à devenir plus importants dans les années à venir.

– (2) Les frais de fabrication, hors composition, sont en baisse : 67 kE en 2006, 82 kE en 2005 (dont 10 kE pour *Documents mathématiques* qui n'apparaissaient pas en 2004), 77 kE en 2004, 87 kE en 2003, 104 kE en 2002.

– (3) Les honoraires (12,6 kE pour le CAC) et assurances (2 kE) sont stables.

– (4) Enfin la maintenance informatique et la maintenance du serveur avec un montant de 3,5 kE en 2006 pour 8kE en 2005 sont en baisse.

Astérisque, Bulletins et Mémoires

Ces revues représentent à elles deux à peu près 75% des résultats (sans évolution notable). On constate qu'*Astérisque* marque le pas, avec un déficit de 27 kE en 2006. Ce déficit est comparable à ceux de 2004 et 2003 (34 kE en 2004 et à 40 kE en 2003) mais supérieur à celui de 2005 (6 kE).

Le déficit du *Bulletin et Mémoires* (30 kE) se poursuit. Il était de 35 kE en 2005, 20 kE en 2004 et de 13 kE en 2003.

Voici l'évolution des recettes (hors subventions, mais tenant compte de la production stockée) depuis 1999 en ce qui concerne ces revues (en kE).

– (1) *Astérisque* : 1999 : 187, 2000 : 189, 2001 : 175, 2002 : 215, 2003 : 183, 2004 : 176, 2005 : 212, 2006 : 200.

– (2) *Bulletin et Mémoires* : 1999 : 101, 2000 : 108, 2001 : 97, 2002 : 121, 2003 : 110, 2004 : 109, 2005 : 102, 2006 : 100.

Autres publications

– (1) *Panoramas et Synthèses* affiche un bénéfice de 3,5 kE en 2006 (7 kE en 2005) confirmant l'équilibre atteint en 2004.

– (2) *Cours spécialisés* affiche un bénéfice de 9 kE cette année (après 10 kE l'an dernier). À noter qu'il n'y a pas eu de dépenses de fabrication.

– (3) *Séminaires et Congrès* affiche un bénéfice de 1 kE cette année (après 2,5 kE en l'an dernier).

– (4) Le déficit de la *Revue d'histoire des mathématiques* baisse de 12 kE en 2005 à 7 kE en 2006.

– (5) *Documents mathématiques* est en déficit de 2 kE cette année avec des recettes en forte chute (15 kE en 2005, 4 en 2006).

– (6) *Bourbaki* est bénéficiaire pour 3 kE.

Globalement les revues régressent un peu en France et progressent à l'étranger.

Budget du CIRM

Le CIRM présente un déficit de 93 kE. L'activité hôtellerie est bénéficiaire pour 68 kE, les frais généraux déficitaires pour 105 kE. Ce qui aboutit à un déficit de 37 kE. De plus une provision a été inscrite en moins du résultat car nous avons des doutes sur l'obtention d'un reliquat de subvention maintenance du Ministère pour l'année 2005 d'un montant de 56 kE. Ce qui donne le chiffre de 93 kE.

Conclusion sur la situation financière

La situation financière est presque à l'équilibre. Il y a une excellente maîtrise des dépenses de fonctionnement (charges d'exploitation hors masse salariale, en particulier frais de production, graphistes) qui sont en recul régulier.

Les salaires sont en augmentation régulière, pour les raisons évoquées plus haut ainsi que celles indiquées dans le précédent rapport.

En ce qui concerne les recettes il y a un effritement léger des cotisations et des publications, bien que ces dernières aient augmenté en volume. Des questions de dates et stocks peuvent jouer pour expliquer cette discordance. Néanmoins les

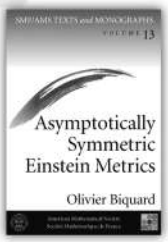
chiffres montrés plus haut indiquent que sur le long terme (8 ans), tenant compte de l'inflation, l'augmentation des rentrées est faible de ce côté. L'arrivée de nouvelles revues devrait relancer ce poste.

Les rentrées des placements sont en augmentation légère. On peut par une politique de placement un peu plus dynamique les augmenter un peu (de l'ordre de 5 kE à 10 kE) sans grands risques.

AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY

SMF/AMS Texts and Monographs

This series, co-published with the Société Mathématique de France (SMF), includes English translations of select books originally published in French by the SMF in series such as the outstanding Cours Spécialisés. Other SMF series represented in this collection include Astérisque, Panoramas et Synthèses, and Mémoires. AMS and SMF members receive AMS member discounts on the titles in this series.



Asymptotically Symmetric Einstein Metrics

Olivier Biquard, *Université Louis Pasteur et CNRS, Strasbourg Cedex, France*

SMF/AMS Texts and Monographs, Volume 13; 2006; 105 pages; Softcover;
ISBN: 978-0-8218-3166-3; List US$39; AMS members US$31; Order code SMFAMS/13

Homotopy Theory of Schemes

Fabien Morel, *Mathematisches Institut der Universität München, Germany*

Translated by James D. Lewis

SMF/AMS Texts and Monographs, Volume 12; 2006; 104 pages; Softcover;
ISBN: 978-0-8218-3164-9; List US$39; AMS members US$31; Order code SMFAMS/12

Complex Tori and Abelian Varieties

Olivier Debarre, *Université Louis Pasteur, Strasbourg, France*

SMF/AMS Texts and Monographs, Volume 11; 2005; 109 pages; Softcover;
ISBN: 978-0-8218-3165-6; List US$39; AMS members US$31; Order code SMFAMS/11

Complex Dynamics and Geometry

Dominique Cerveau, *Université de Rennes, France*, **Étienne Ghys**, *Ecole Normale Supérieure de Lyon, France*, and **Nessim Sibony** and **Jean-Christophe Yoccoz**, *Université de Paris-Sud, Orsay, France*

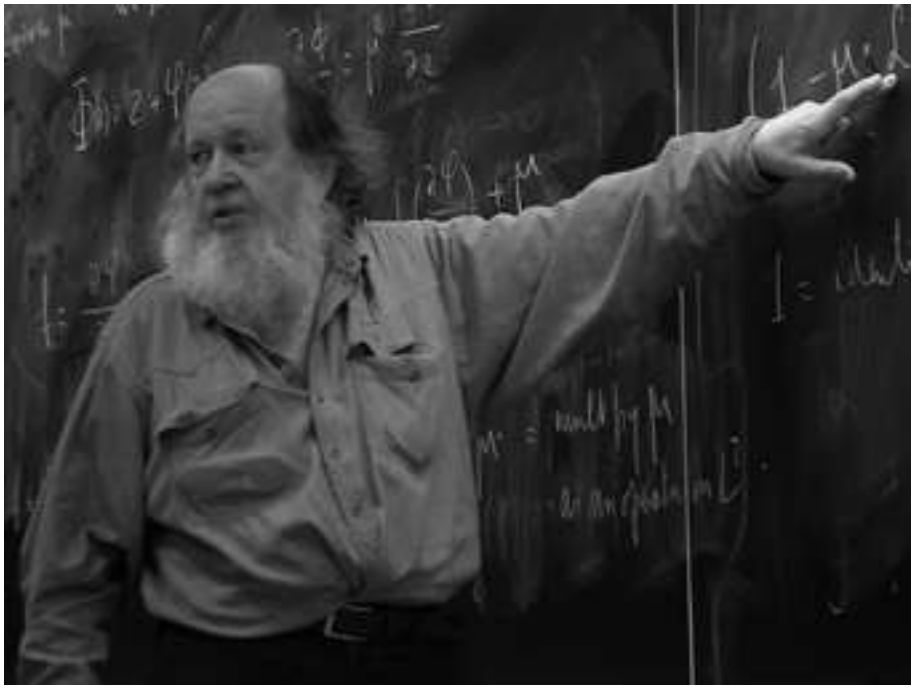
SMF/AMS Texts and Monographs, Volume 10; 2003; 197 pages; Softcover;
ISBN: 978-0-8218-3228-8; List US$59; AMS members US$47; Order code SMFAMS/10

AMS BOOKSTORE

The AMS offers a wide selection of books in a variety of subject areas to celebrate the breadth of mathematics research. **www.ams.org/bookstore**

1-800-321-4AMS (4267), in the U. S. and Canada, or 1-401-455-4000 (worldwide); fax: 1-401-455-4046; email: cust-serv@ams.org. American Mathematical Society, 201 Charles Street, Providence, RI 02904-2294 USA

Visit the AMS booth at **ICIAM**
Zürich, Switzerland



© François Tisseyre/EcoutezVoir

HOMMAGE À ADRIEN DOUADY

La thèse d'Adrien Douady sur l'espace modulaire des sous-espaces compacts d'un espace analytique complexe

Christian Houzel

Dans ce travail, publié en 1966 dans les *Annales de l'Institut Fourier*[1], A. Douady a entrepris de résoudre un problème posé par Grothendieck dans le séminaire Cartan de 1960-61. L'espace analytique complexe X étant donné, il s'agit d'établir que le foncteur contravariant R de la catégorie des espaces analytiques complexes dans la catégorie des ensembles, défini par $R(S) = \{Y \subset S \times X \setminus Y$ propre et plat sur $S\}$ est représentable ; le problème correspondant était résolu en géométrie algébrique.

Si H est l'espace analytique (unique à isomorphisme unique près) représentant R, on a une bijection fonctorielle $R(S) \approx Hom(S, H)$; à l'application identique de H correspond un élément R de $R(H)$, c'est-à-dire un sous-espace analytique de $H \times X$ propre et plat sur H. Pour tout morphisme f d'un espace analytique S dans H, l'élément de $R(S)$ correspondant est l'image inverse de R par $f \times id_X$. Dans le cas où $S = \{s\}$ est réduit à un point (avec le faisceau structural $\mathbb{C}$), $R(S)$ s'identifie à l'ensemble des sous-espaces analytiques compacts de X et $Hom(S, H)$ s'identifie à l'ensemble sous-jacent à H ; on peut donc identifier cet ensemble à celui des sous-espaces analytiques compacts de X, le sous-espace correspondant à un point s de H étant la fibre $R(s)$ de R au-dessus de s. Ainsi R s'interprète comme la famille universelle des sous-espaces analytiques compacts de X .

Un sous-espace de $S \times X$, tel que Y, est défini par l'annulation d'un idéal cohérent $\mathcal{I}_Y$ de $\mathcal{O}_{S\times X}$, $\mathcal{O}_Y$ s'identifiant à $\mathcal{O}_{S\times X}/\mathcal{I}_Y$; plus généralement, on peut considérer, avec Douady, un faisceau analytique cohérent $\mathcal{E}$ sur X et le foncteur

$R_{\mathcal{E}} : S \mapsto \{\mathcal{F}$ analytique cohérent quotient de $\mathcal{E}_S$, plat et à support propre sur $S\}$,

où $\mathcal{E}_S$ désigne bien sûr l'image inverse de $\mathcal{E}$ par la projection $S \times X \to X$. Si ce foncteur est représentable par un espace analytique $H = H(\mathcal{E})$, l'ensemble sous-jacent à H s'identifie à celui des faisceaux cohérents quotients de $\mathcal{E}$ dont le support est compact et on a un faisceau universel $\mathcal{R}(\mathcal{E})$ quotient de $\mathcal{E}_H$, plat et à support propre sur H .

L'espace H s'obtient en recollement des morceaux locaux. Si $\mathcal{F}$ est un faisceau cohérent quotient de $\mathcal{E}$ et à support compact, on considère un recouvrement fini du support de $\mathcal{F}$ par des ouverts de Stein X_i dans X ; pour chaque indice i, $\Gamma(X_i, \mathcal{F})$ est un quotient du $\Gamma(X_i, \mathcal{O}_X)$-module $\Gamma(X_i, \mathcal{E})$. On aimerait définir une structure d'espace analytique sur l'ensemble G_i des quotients de ce type et trouver

[1] (**16**, 1, p. 1-98)

un voisinage du point s de H qui correspond à $\mathcal{F}$ comme le sous-espace du produit ΠG_i défini par une condition de recollement dans les $X_i \cap X_j$. Bien entendu, cette description est très grossière et il faut l'affiner ; Douady a introduit à cet effet des moyens techniques efficaces : les espaces analytiques banachiques, et les cuirasses privilégiées.

Il nous faut des Banach

On doit passer par la géométrie analytique en dimension infinie car les espaces $\Gamma(X_i, \mathcal{E})$ sont de dimension infinie. De plus, ce sont, au mieux, des espaces de Fréchet ; même en définissant convenablement les applications analytiques d'un ouvert d'espace de Fréchet dans un espace de Fréchet, on ne dispose pas de théorème de l'inversion locale, ce qui est un sérieux obstacle à l'édification d'une géométrie analytique fréchétique. C'est ce qui a conduit Douady à remplacer les ouverts X_i par des compacts d'un type particulier, privilégiés, pour pouvoir définir des espaces de sections qui soient des espaces de Banach, et à bâtir une géométrie analytique banachique. Il avait coutume de chantonner *« Il nous faut des Banach, n'en fût-il plus au monde... »* sur un air de *La belle Hélène*.

Si K est un polycylindre de $\mathbb{C}^n$ (c'est-à-dire un produit $K_1 \times K_2 \times \ldots \times K_n$ où chaque K_i est une partie compacte convexe de $\mathbb{C}$) et F un espace de Banach, on note $C(K, F)$ l'espace de Banach des applications continues de K dans F muni de la norme de la convergence uniforme dans K et $B(K, F)$ l'adhérence dans $C(K, F)$ de l'espace des applications analytiques au voisinage de K ; lorsque l'intérieur de K n'est pas vide, $B(K, F)$ est le sous-espace de $C(K, F)$ formé des applications analytiques à l'intérieur de K. Il est facile d'établir que $B(K, F)$ s'identifie au produit tensoriel complété $B(K)\hat{\otimes}_\varepsilon F$, où $B(K) = B(K, \mathbb{C})$; si $K = K' \times K''$, où K' et K'' sont des polycylindres de dimensions inférieures, $B(K) = B(K')\hat{\otimes}_\varepsilon B(K'')$.

Il faut maintenant définir un espace de Banach de sections $B(K, \mathcal{F})$, $\mathcal{F}$ étant un faisceau analytique cohérent au voisinage de K. C'est l'espace qui représente le foncteur contravariant $B_\mathcal{F} : E \mapsto L(E, B(K)) \otimes^L_{O(K)} \mathcal{F}(K)$, si du moins ce foncteur est représentable dans la catégorie des espaces de Banach (il s'agit du produit tensoriel au sens des catégories dérivées), ce qui exige des conditions sur K et $\mathcal{F}$. En particulier les $Tor_q^{O(K)}(L(E, B(K)), \mathcal{F}(K))$ doivent s'annuler pour tout $q \geqslant 1$ et tout espace de Banach E ; c'est le cas lorsque $\mathcal{F} = O^r_{\mathbb{C}^n}$ car $\mathcal{F}(K) = O_{\mathbb{C}^n}(K)^r$ et on a donc $B(K, O^r_{\mathbb{C}^n}) = B(K)^r$.

D'une manière générale, si le foncteur $B_\mathcal{F}$ est représentable, en prenant $E = \mathbb{C}$, on voit que $B(K, \mathcal{F}) \approx B(K) \otimes_{O(K)} \mathcal{F}(K)$ muni d'une norme convenable.

On sait qu'un faisceau analytique cohérent $\mathcal{F}$ au voisinage de K admet une résolution libre finie $\mathcal{L}. \tilde{\to} \mathcal{F}$ au voisinage de K, où chaque $\mathcal{L}_i$ est de la forme $O^{r_i}_{\mathbb{C}^n}$; de plus, on a un quasi-isomorphisme de complexes de $O_{\mathbb{C}^n}(K)$-Modules $\mathcal{L}.(K) \tilde{\to} \mathcal{F}(K)$ (théorèmes A et B de Cartan). Il en résulte que, si $B_\mathcal{F}$ est représentable, pour tout espace de Banach E, on a un quasi-isomorphisme $L(E, B(K, \mathcal{L}.)) \tilde{\to} L(E, B(K, \mathcal{F}))$; cela revient à dire que le complexe d'espaces de Banach $B(K, \mathcal{L}.)$ est direct, acyclique en degrés $\geqslant 1$ et que

$$H_0(B(K, \mathcal{L}.)) \approx B(K, \mathcal{F}). \tag{1}$$

Dans ce contexte, on dit qu'une application linéaire continue entre des espaces de Banach est directe lorsque son noyau et son image sont facteurs directs topologiques ; on dit qu'un complexe est direct lorsque tous ses morphismes de transition sont directs. Ainsi, on peut définir l'espace de Banach $B(K,\mathcal{F})$ si $\mathcal{F}$ admet, au voisinage de K, une résolution libre finie $\mathcal{L}.$ telle que le complexe $B(K,\mathcal{L}.)$ soit direct et acyclique en degrés $\geqslant 1$; on dit alors que le polycylindre Kest $\mathcal{F}$-privilégié et on peut définir $B(K,\mathcal{F})$ par la formule (1). Si Kest $\mathcal{F}$-privilégié, pour toute résolution finie libre $\mathcal{L}.$ de $\mathcal{F}$ au voisinage de K, $B(K,\mathcal{L}.)$ est direct et acyclique en degrés $\geqslant 1$ et on a un isomorphisme (1).

On déduit immédiatement de cette définition que si $0 \to \mathcal{F}' \to \mathcal{F} \to \mathcal{F}'' \to 0$ est une suite exacte de faisceaux analytiques cohérents au voisinage d'un polycylindre K privilégié pour $\mathcal{F}'$ et pour $\mathcal{F}''$, K est aussi privilégié pour $\mathcal{F}$ et la suite

$$0 \to B(K,\mathcal{F}') \to B(K,\mathcal{F}) \to B(K,\mathcal{F}'') \to 0$$

est exacte et directe. Si K est privilégié pour $\mathcal{F}$ et pour $\mathcal{F}''$, il est aussi privilégié pour $\mathcal{F}'$. Soient maintenant $f : \mathcal{F}' \to \mathcal{F}$ et $g : \mathcal{F} \to \mathcal{F}''$ des morphismes de faisceaux analytiques cohérents au voisinage d'un polycylindre K privilégié pour $\mathcal{F}$, $\mathcal{F}'$ et $\mathcal{F}''$; si $g \circ f = 0$ et que la suite $B(K,\mathcal{F}') \to B(K,F) \to B(K,\mathcal{F}'')$ est exacte et directe, alors la suite $\mathcal{F}' \to \mathcal{F} \to \mathcal{F}''$ est exacte sur K. Toute suite exacte directe $B(K,\mathcal{F}') \to B(K,\mathcal{F}) \to B(K,\mathcal{F}'')$ induit sur l'ouvert $\overset{\circ}{K}$ une suite exacte de faisceaux $\mathcal{F}' \to \mathcal{F} \to \mathcal{F}''$.

Soit $K = K' \times K''$, où K' et K'' sont des polycylindres de dimensions inférieures, et soient $\mathcal{F}'$, $\mathcal{F}''$ des faisceaux analytiques cohérents respectivement au voisinage de K' et au voisinage de K'' ; si K'est $\mathcal{F}'$-privilégié et K'' $\mathcal{F}''$-privilégié, alors, en posant $\mathcal{F} = p'^*(\mathcal{F}') \otimes_{O_{C^n}} p''^*(\mathcal{F}'')$ (où p' et p'' sont les deux projections), Kest $\mathcal{F}$-privilégié et $B(K,\mathcal{F}) \approx B(K',\mathcal{F}')\hat{\otimes}_\varepsilon B(K'',\mathcal{F}'')$. Soit x' un point intérieur à K', $\mathcal{F}$ est un faisceau analytique au voisinage de K isomorphe à $i_{x'*}{i_{x'}}^*(\mathcal{F})$, où $i_{x'}$ désigne l'injection $x'' \mapsto (x',x'')$; lorsque K'' est ${i_{x'}}^*(\mathcal{F})$-privilégié on en conclut que K est $\mathcal{F}$-privilégié et que $B(K,\mathcal{F}) \approx B(K'',{i_{x'}}^*(\mathcal{F}))$.

Platitude et privilège

Pour établir l'existence de polycylindres privilégiés, Douady utilise la notion un peu plus forte de voisinage $\mathcal{F}$-privilégié d'un point x. On considère un ouvert U de $\mathbb{C}^n$, un point x de U, un faisceau analytique cohérent $\mathcal{F}$ sur U, et un polycylindre K contenu dans U ; on dit que K est un voisinage $\mathcal{F}$-privilégié de x si c'est un voisinage de x qui est $\mathcal{F}$-privilégié et si de plus l'application naturelle $B(K,\mathcal{F}) \to \mathcal{F}_x$ est injective. Le théorème principal, établi par récurrence sur n, assure que pour tout $x \in U$ et pour toute suite finie $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \ldots, \mathcal{F}_k$ de faisceaux analytiques cohérents sur U, il existe un K qui est un voisinage $\mathcal{F}_i$-privilégié de x pour $i = 1, 2, \ldots, k$. Pour faire le pas de la récurrence, Douady se sert de la propriété de « platitude et privilège » : on suppose que $U = U' \times U''$ et on considère un point $x = (x', x'')$ de U et un faisceau analytique cohérent $\mathcal{F}$ sur U plat sur U' ; alors, si K'' est un voisinage ${i_{x'}}^*(\mathcal{F})$-privilégié de x'', il existe un voisinage V' de x' tel que, pour tout polycylindre $K' \subset V'$, $K' \times K''$ soit un voisinage $\mathcal{F}$-privilégié de x. Comme le remarque Douady, dans le cas où U'' est de dimension 1, l'énoncé de « platitude et privilège » s'interprète comme une forme du théorème de préparation de Weierstrass ; le cas général est donc une sorte d'extension de ce théorème.

La démonstration de cette propriété repose sur la définition de la *grassmannienne* $\mathbf{G}(E)$ d'un espace de Banach E comme la variété analytique banachique représentant le foncteur contravariant Q qui, à une variété analytique banachique V, fait correspondre l'ensemble des fibrés quotients directs du fibré banachique trivial $V \times E$; ainsi $\mathbf{G}(E)$ est l'ensemble des quotients directs de E muni d'une structure de variété banachique. On construit $\mathbf{G}(E)$ localement, en s'intéressant d'abord à la représentation du foncteur Q_G qui, à une variété V associe l'ensemble des quotients de $V \times E$ par un sous-fibré supplémentaire topologique de $V \times G$, où G est un facteur direct de E fixé. Un tel quotient est isomorphe au fibré trivial $V \times G$ et il est donc défini par une famille $(p_s)_{s \in V}$ d'applications linéaires continues de E sur G telles que

$$p_s \circ i = id_G,$$

où i est l'injection naturelle de G dans E ; si (q_s) est une autre famille du même type, on voit que $q_s - p_s$ se factorise à travers E/G, définissant un élément de $L(E/G, G)$. On voit de plus que l'application $s \mapsto q_s - p_s$ de V dans $L(E/G, G)$ ainsi définie est analytique ; il en résulte que Q_G est représenté par un espace affine sous l'espace de Banach $L(E/G, G)$. Si H est un autre facteur direct de E, le foncteur $Q_{G,H} = Q_G \cap Q_H$ est représenté par un ouvert de $L(E/G, G)$ et par un ouvert de $L(E/H, H)$ (éventuellement vides) ; ceci permet le recollement de ces morceaux en une variété analytique banachique $\mathbf{G}(E)$ représentant Q.

On définit ensuite, pour deux espaces de Banach E, E' la variété analytique banachique $\mathbf{S}(E, E')$ qui représente le foncteur qui, à une variété V, associe l'ensemble des morphismes *directs* $V \times E \to V \times E'$ de fibrés vectoriels banachiques au-dessus de V ; à un tel morphisme f, on associe une application analytique de V dans $\mathbf{G}(E) \times L(E, E') \times \mathbf{G}(E')$, qui transforme un point s de V en le triplet $(Coimf_s, f_s, Cokerf_s)$. On voit ainsi que $\mathbf{S}(E, E')$ n'est autre que l'ensemble des (F, h, F') où F et F' sont des quotients directs de E et de E' respectivement et h est une application linéaire continue de E dans E', de coimage F et de conoyau F' ; c'est une sous-variété directe de $\mathbf{G}(E) \times L(E, E') \times \mathbf{G}(E')$. Enfin, à trois espaces de Banach E', E, E'' on associe la variété analytique banachique $\mathbf{S}(E', E, E'') = \mathbf{S}(E', E) \times_{\mathbf{G}(E)} \mathbf{S}(E, E'')$ représentant le foncteur contravariant qui, à une variété banachique V, fait correspondre l'ensemble des suites *exactes* et *directes* de fibrés

$$V \times E' \to V \times E \to V \times E'';$$

c'est une sous-variété directe de $L(E', E) \times L(E, E'')$. On utilise cette variété en prenant pour E', E, E'' trois termes successifs de $B(K'', \mathcal{L}.)$ où $\mathcal{L}.$ est une résolution finie libre de $\mathcal{F}$ au voisinage de $\{x'\} \times K''$.

Espaces analytiques banachiques

Considérons maintenant une algèbre de Banach A et un A-module de Banach E ; on a besoin de définir une structure banachique sur l'ensemble $\mathbf{G}_A(E)$ des A-modules de Banach quotients de E qui sont quotients directs pour la structure sous-jacente d'espaces de Banach. C'est une partie de $\mathbf{G}(E)$, définie au voisinage d'un élément G de la manière suivante : soit F le noyau de $E \to G$ et soit G_0 un supplémentaire topologique de F (F est un sous-A-module de E mais pas G_0). On a donc $E = F \oplus G_0$ et une carte locale de $\mathbf{G}(E)$ au voisinage de G à valeurs

dans $L(F, G_0)$; à une application linéaire continue φ de F dans G_0 correspond le quotient de E par le graphe F_φ de $-\varphi$. On s'intéresse aux φ tels que F_φ soit un sous-A-module de E, c'est-à-dire ceux tels que $a(x - \varphi(x)) \in F_\varphi$ pour tout $a \in A$ et tout $x \in F$. Soit $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix}$ la matrice de la multiplication par a dans $E = F \oplus G_0$; α est la multiplication par a dans F et $\beta : G_0 \to F, \delta : G_0 \to G_0$ sont les composantes de la multiplication par a dans G_0. La condition sur F_φ s'écrit $\delta(\varphi(x)) = \varphi(\alpha(x) - \beta(\varphi(x))$; à φ, on associe donc l'application bilinéaire continue

$$(a, x) \to \delta \circ \varphi(x) - \varphi \circ \alpha(x) + \varphi \circ \beta \circ \varphi(x)$$

de $A \times F$ dans G_0, ou aussi bien l'élément $f(\varphi)$ correspondant de $L(A\hat{\otimes}_\pi F, G_0)$. La partie de $L(F, G_0)$ qui nous intéresse est définie par l'annulation du polynôme

$$f : L(F, G_0) \to L(A\hat{\otimes}_\pi F, G_0) \tag{2}$$

de degré 2.

D'une manière générale, Douady définit les espaces analytiques banachiques comme étant localement définis par l'annulation d'applications analytiques à valeurs dans des espaces de Banach et définies dans des ouverts d'espaces de Banach. Pour définir les morphismes entre de tels espaces, la connaissance d'un faisceau structural, c'est-à-dire des morphismes à valeurs dans $\mathbb{C}$, ne suffit pas ; il faut se donner les morphismes à valeurs dans tous les ouverts d'espaces de Banach, d'où la notion des « espaces fonctés ».

Soit $\mathcal{K}$ la catégorie dont les objets sont les ouverts d'espaces de Banach et les morphismes les applications analytiques ; on en fait un site en prenant comme familles couvrantes les recouvrements ouverts pour la topologie usuelle, d'où un topos $\tilde{\mathcal{K}}$ (la catégorie des faisceaux d'ensembles sur les ouverts d'espaces de Banach). On appelle espace *fonctéé* un espace topologique X muni d'un morphisme géométrique $(\Phi, \Psi) : \tilde{\mathcal{X}} \to \tilde{\mathcal{K}}$, où $\tilde{\mathcal{X}}$ est le topos des faisceaux d'ensembles sur X ; rappelons qu'un tel morphisme est un couple de foncteurs adjoints $\Phi : \tilde{\mathcal{K}} \to \tilde{\mathcal{X}}, \Psi : \tilde{\mathcal{X}} \to \tilde{\mathcal{K}}$ tel que Φ commute aux limites projectives finies. Bien entendu, le morphisme (Φ, Ψ) est entièrement déterminé par Φ et même par la restriction de Φ à la catégorie $\mathcal{K}$ des faisceaux représentables par un ouvert d'espace de Banach ; c'est ainsi que Douady définit les espaces fonctés. Les morphismes d'espaces fonctés sont les morphismes géométriques au-dessus de $\tilde{\mathcal{K}}$. Les ouverts d'espaces de Banach sont naturellement fonctés ; il en résulte que les variétés analytiques banachiques sont fonctées.

Soient U un ouvert d'un espace de Banach E et f une application analytique de U dans un espace de Banach F ; le noyau de la double flèche $(f, 0)$ de U dans F est représentable dans la catégorie des espaces fonctés. L'objet qui le représente est le sous-espace $X = f^{-1}(0)$ de U muni de la structure fonctée ainsi définie : f s'interprète comme une section de $\Phi_U(F)$ et définit donc, pour tout espace de Banach G, un morphisme (linéaire) de $\Phi_U(L(F, G))$ dans $\Phi_U(G)$; le conoyau de ce morphisme a pour support X, et on note $\Phi_X(G)$ sa restriction à X. Chaque section de $\Phi_X(G)$ dans un ouvert V de X définit une application continue de V dans G ; pour tout ouvert W de G, on note $\Phi_X(W)$ le sous-faisceau de $\Phi_X(G)$ dont les sections définissent des applications à valeurs dans W. On vérifie que $\Phi_X(W)$ est fonctoriel en W et l'espace fonctéé X ainsi défini est, par définition, le sous-espace fonctéé fermé de U d'équation $f(x) = 0$.

Un espace analytique banachique est un espace foncté localement isomorphe à un sous-espace foncté fermé d'un ouvert d'espace de Banach. La catégorie des espaces analytiques banachiques possède des limites projectives finies.

L'espace $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ et les faisceaux anaplats

On peut maintenant considérer le sous-espace analytique banachique de $L(F, G_0)$ défini par l'annulation de f (dans (2)) et on vérifie que, F et G_0 variant, ces espaces se recollent en un espace analytique banachique $\mathbf{G}_A(E)$. On s'intéresse en particulier à l'espace $\mathbf{G}_{B(K)}(B(K,\mathcal{E}))$, où $\mathcal{E}$ est un faisceau analytique cohérent au voisinage d'un polycylindre K de $\mathbb{C}^n$ tel que K soit privilégié pour $\mathcal{E}$, et à l'ouvert $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ de cet espace formé des $B(K)$-modules quotients directs de $B(K,\mathcal{E})$ qui admettent une résolution libre finie directe. L'espace $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ possède une propriété universelle approximative analogue à celle des grassmanniennes : à un morphisme $f : S \to \mathbf{G}_K(\mathcal{E})$, on peut associer un faisceau quotient $\mathcal{F} = \gamma_K(f)$ de $\mathcal{E}_S$ sur $S \times \overset{\circ}{K}$ et, inversement, à certains faisceaux quotients $\mathcal{F}$ de $\mathcal{E}_S$ au voisinage de $S \times K$, on peut associer un morphisme $\beta_K(\mathcal{F})$ d'un ouvert S_1 de S dans $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ et cela de manière que $\gamma_K(\beta_K(\mathcal{F}))$ soit égal à la restriction de $\mathcal{F}$ à $S_1 \times \overset{\circ}{K}$.

La construction est assez délicate. On construit $\gamma_K(f)$ localement sur S ; si $s \in S$, il lui correspond un quotient direct $F = f(s)$ de $B(K,\mathcal{E})$ admettant une résolution libre finie directe. Il existe donc une suite exacte et directe

$$0 \to L_p \to L_{p-1} \to \ldots \to L_0 \to B(K,\mathcal{E}) \tag{3}$$

telle que les L_i soient des $B(K)$-modules libres de type fini et que F s'identifie au conoyau de la dernière flèche. Les modules L_i et $B(K,\mathcal{E})$ étant fixés, on définit sans peine l'espace analytique banachique $\mathbf{S} = \mathbf{S}(L_p, \ldots, L_0, B(K,\mathcal{E}))$ des suites finies directes du type (3) et le morphisme $K : \mathbf{S} \to \mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ associant à un point de $\mathbf{S}$ le conoyau de la dernière flèche ; ce morphisme est lisse, c'est-à-dire localement isomorphe à une projection $V \times U \to V$ où U est un ouvert d'espace de Banach. Il en résulte qu'il existe un voisinage V de F dans $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ et une section $\sigma : V \to \mathbf{S}$ de k dans V ; si $S' = f^{-1}(V)$, on dispose donc d'un relèvement $g = \sigma \circ f_{|S'} : S' \to \mathbf{S}$ de $f_{|S'}$. Chaque point de $\mathbf{S}$ définit une suite exacte $0 \to \mathcal{L}_p \to \mathcal{L}_{p-1} \to \ldots \to \mathcal{L}_0 \to \mathcal{E}_{\overset{\circ}{I}K}$, où les $\mathcal{L}_i$ sont des $O_{\overset{\circ}{K}}$-Modules libres de type fini indépendants du point considéré ; on en déduit une suite exacte $0 \to \mathcal{L}_{p,\mathbf{S}}, \to \mathcal{L}_{p-1,\mathbf{S}} \to \ldots \to \mathcal{L}_{0,S} \to \mathcal{E}_{S\times\overset{\circ}{K}}$, dont l'image inverse par g donne $0 \to \mathcal{L}_{p,S'} \to \mathcal{L}_{p-1,S'} \to \ldots \to \mathcal{L}_{0,S'} \to \mathcal{E}_{S'\times\overset{\circ}{K}}$. La restriction de $\gamma_K(f)$ à $S' \times \overset{\circ}{K}$ est le conoyau de $\mathcal{L}_{0,S'} \to \mathcal{E}_{S'\times\overset{\circ}{K}}$; on vérifie que les faisceaux ainsi définis se recollent en un faisceau $\gamma(f)$ sur $S \times \overset{\circ}{K}$.

Par définition, le faisceau $\gamma_K(f) = \mathcal{F}$ ainsi obtenu est un $O_{S\times\overset{\circ}{K}}$-Module admettant localement des résolutions libres finies $\mathcal{L}.\tilde{\to}\mathcal{F}$ telles que, pour $s \in S$, ${i_s}^*(\mathcal{L}.)\tilde{\to}{i_s}^*(\mathcal{F})$, où i_s désigne l'injection $x \mapsto (s,x)$ de $\overset{\circ}{K}$ dans $S \times \overset{\circ}{K}$. Douady dit qu'un tel faisceau est *S-anaplat* ; lorsque S est de dimension finie, cela signifie simplement que $\mathcal{F}$ est cohérent et plat sur S. La notion de faisceau anaplat est stable par changement de la base S. Soient $f : \mathcal{F}' \to \mathcal{F}$ et $g : \mathcal{F} \to \mathcal{F}''$ des morphismes de faisceaux S-anaplats sur $S \times U$ tels que $g \circ f = 0$; si, pour un

$s \in S$, la suite ${i_s}^*(\mathcal{F}') \to {i_s}^*(\mathcal{F}) \to {i_s}^*(\mathcal{F}'')$ est exacte en un point x de U, alors $\mathcal{F}' \to \mathcal{F} \to \mathcal{F}''$ est exacte au voisinage de (s,x). Soit $0 \to \mathcal{F}' \to \mathcal{F} \to \mathcal{F}'' \to 0$ une suite exacte de $O_{S\times U} - Modules$; si $\mathcal{F}'$ (resp. $\mathcal{F}$) et $\mathcal{F}''$ sont S-anaplats, il en est de même de $\mathcal{F}$ (resp. $\mathcal{F}'$) ; si $\mathcal{F}'$ et $\mathcal{F}$ sont S-anaplats, pour que $\mathcal{F}''$ le soit, il faut et il suffit que ${i_s}^*(\mathcal{F}') \to {i_s}^*(\mathcal{F})$ soit injectif pour tout point s de S. Lorsque $U = U' \times U''$ et que $\mathcal{F}'$, $\mathcal{F}''$ sont des faisceaux S-anaplats, respectivement sur $S \times U'$ et sur $S \times U''$, le faisceau $p'^*(\mathcal{F}') \otimes_{O_{S\times U}} p''^*(\mathcal{F}'')$ est S-anaplat. On étend facilement la notion de faisceau S-anaplat au cas d'un produit $S \times X$ où X est un espace analytique de dimension finie : il suffit d'utiliser des cartes locales de X.

Considérons maintenant un espace analytique banachique S, un ouvert U de $\mathbb{C}^n$ muni d'un faisceau analytique cohérent $\mathcal{E}$, un polycylindre $\mathcal{E}$-privilégié K contenu dans U et un faisceau $\mathcal{F}$ sur $S \times U$, quotient de $\mathcal{E}_S$ et S-anaplat ; soit S_1 l'ouvert des points s de S tels que K soit $i_s^*(F)$-privilégié. Si $s \in S_1$, il existe une résolution libre finie $\mathcal{L}.$ du noyau $\mathcal{F}^\vee$ de $E_S \to \mathcal{F}$ au voisinage de $\{s\} \times K$; cela résulte d'une forme relative du théorème A au-dessus de S au voisinage de $\{s\} \times K$ que Douady a établie. Une telle résolution définit un complexe $B(K, \mathcal{L}.)$ de fibrés banachiques au voisinage de s et acyclique en degrés $\geqslant 1$. Si on change de résolution, on définit un complexe quasi-isomorphe, et il en résulte que les $H_0(B(K, \mathcal{L}.))$ se recollent en un fibré banachique localement trivial $B(K, \mathcal{F}^\vee)$ sur S_1 ; la fibre de $B(K, \mathcal{F}^\vee)$ au-dessus d'un point s est l'espace de Banach $B(K, i_s^*(\mathcal{F}^\vee))$. Dans un voisinage V de s, la suite exacte directe de fibrés banachiques triviaux $0 \to B(K, \mathcal{L}_p) \to B(K, \mathcal{L}_{p-1}) \to \ldots \to B(K, \mathcal{L}_0) \to B(K, \mathcal{E}_S)$ définit un morphisme à valeurs dans l'espace $\mathbf{S}$ défini comme plus haut, avec $L_i = B(K)^{r_i}$ si $\mathcal{L}_i = O_V^{r_i}$. En composant avec k, on obtient un morphisme de V dans $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$; on vérifie que ces morphismes se recollent en un morphisme $\beta_K(\mathcal{F}) : S_1 \to \mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ possédant la propriété annoncée.

En appliquant ce qui précède au morphisme identique u de $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$, on définit un faisceau quotient $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$-anaplat $\mathcal{R}$ sur $\mathbf{G}_K(\mathcal{E}) \times \overset{o}{K}$ comme la restriction de $\gamma_K(u)$; on l'appelle le quotient « universel » de $\mathcal{E}$ relatif à K. Si $K' \subset \overset{o}{K}$ est un polycylindre $\mathcal{E}$-privilégié, le faisceau $\mathcal{R}$ définit un ouvert $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})_1$ de $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})$ et un morphisme $\beta_{K'}(\mathcal{R})$ de $\mathbf{G}_K(\mathcal{E})_1$ dans $\mathbf{G}_{K'}(\mathcal{E})$. Ce morphisme est compact au sens suivant : localement, on peut l'exprimer dans des cartes locales à valeurs dans des sous-espaces fermés d'ouverts U, U' d'espaces de Banach et le prolonger en une application analytique h de U dans U' dont l'application linéaire tangente est compacte. Cette propriété résulte du fait que les applications de restriction $B(K) \to B(K')$ et $B(K, \mathcal{E}) \to B(K', \mathcal{E})$ sont compactes.

Cuirasses

On appelle *cuirasse* sur un espace analytique X de dimension finie la donnée d'une famille *finie* M de cartes locales $\varphi_i : X_i \to U_i, X_i$ ouvert de X, U_i ouvert de $\mathbb{C}^{n_i}$, φ_i isomorphisme sur un sous-espace fermé ; pour chaque i d'un polycylindre $K_i \subset U_i$ et d'un compact $V_i \subset \varphi_i^{-1}(\overset{o}{K_i})$ et pour tout couple (i,j) d'indices d'une carte locale $X_i \bigcap X_j \to U_{ij} \subset \mathbb{C}^{n_{ij}}$ et d'une famille finie $K_{ij\alpha}$ de polycylindres contenus dans U_{ij} et telle que $V_i \cap V_j \subset \bigcup_\alpha \varphi_{ij}^{-1}(\overset{o}{K}_{ij\alpha}) \subset \varphi_i^{-1}(\overset{o}{K}_i) \cap \varphi_j^{-1}(\overset{o}{K}_j)$; on se donne de plus une partie fermée L de X telle que les $\overset{o}{V}_i$ recouvrent son

complémentaire. Si $\mathcal{F}$ est un faisceau analytique cohérent sur X, on dit que la cuirasse M est $\mathcal{F}$-semi-privilégiée lorsque les polycylindres K_i et $K_{ij\alpha}$ sont tous $\mathcal{F}$-privilégiés ; si de plus le support de $\mathcal{F}$ ne rencontre pas L, on dit que M est $\mathcal{F}$-privilégiée. Soient $\mathcal{E}$ un faisceau cohérent sur X et $\mathcal{F}$ un quotient de $\mathcal{E}$ cohérent et à support compact ; on établit sans peine l'existence d'une cuirasse $\mathcal{E}$-semi-privilégiée et $\mathcal{F}$-privilégiée.

Dans toute la suite, X est un espace analytique séparé de dimension finie, $\mathcal{E}$ est un faisceau cohérent sur X et on considérera seulement des cuirasses sur X $\mathcal{E}$-semi-privilégiées. Soit M une telle cuirasse et $\mathcal{F}$ est un faisceau quotient de $\mathcal{E}_S$ S-anaplat et à support propre sur S ; l'ensemble S_1 des points s de S tels que M soit $i_s^*(F)$-privilégiée est ouvert. À la cuirasse M on associe, pour chaque indice i, un espace analytique banachique $\mathbf{G}_{K_i}(\mathcal{E})$ muni d'un quotient universel R_i de E sur $\mathbf{G}_{K_i}(\mathcal{E}) \times \overset{o}{K_i}$ et pour chaque triplet (i,j,α) un espace analytique banachique $G_{ij\alpha} = \mathbf{G}_{K_{ij\alpha}}(\mathcal{E})$. On note G_i l'ouvert de $\mathbf{G}(\mathcal{E})$ formé des points s tels que le support de $i_{s*}(\mathcal{R}_i)$ ne rencontre pas $L \cap V_i$ et que chaque $K_{ij\alpha}$ soit $i_s^*(\mathcal{R}_i)$-privilégié, et ${\rho_{ij\alpha}}'$ la restriction à G_i du morphisme $\beta_{K_{ij\alpha}}(\mathcal{R}_i)$; on pose encore ${\rho_{ij\alpha}}'' = {\rho_{ji\alpha}}'$. Ceci permet de définir deux morphismes ρ' et ρ'' de $\prod_i G_i$ dans $\prod_{i,j,\alpha} G_{i,j,\alpha}$; le noyau de la double flèche (ρ', ρ'') est un espace analytique banachique Θ. L'espace Θ est muni d'un faisceau quotient $\tilde{\mathcal{R}}$ de $\mathcal{E}_\Theta$, obtenu en recollant les $(p_i \times id_{\overset{o}{K_i}})^*(\mathcal{R}_i)$; il est Θ-anaplat et son support est fermé dans $\Theta \times \overline{X - L}$, donc propre sur Θ.

Reprenons l'espace S et le faisceau quotient S-anaplat $\mathcal{F}$ de $\mathcal{E}_S$, à support propre sur S ; pour tout indice i et tout $s \in S_1$, le polycylindre K_i est $i_s^*(\mathcal{F})$-privilégié et on a donc un morphisme $\beta(\mathcal{F}) : S_1 \to G_i$. On en déduit un morphisme $\beta_M(\mathcal{F}) : S_1 \to \Pi G_i$; on vérifie sans peine que $\rho' o \beta_M(\mathcal{F}) = \rho'' o \beta_M(\mathcal{F})$ et il en résulte que $\beta_M(\mathcal{F})$ peut être considéré comme un morphisme de S_1 dans Θ. On établit alors facilement que l'image inverse de $\tilde{\mathcal{R}}$ par le morphisme $\beta_M(\mathcal{F}) \times id_X$ est la restriction de $\mathcal{F}$ à $S_1 \times X$.

Une cure d'amaigrissement

En appliquant ce qui précède à $S = \Theta$, on définit un ouvert Θ_1 de Θ et un morphisme $\theta = \beta_M(\tilde{\mathcal{R}})$ de Θ_1 dans Θ. Il est clair que, pour tout espace analytique banachique S et tout quotient S-anaplat $\mathcal{F}$ de $\mathcal{E}_S$, à support propre sur S, on a $\theta \circ \beta_M(\mathcal{F}) = \beta_M(\mathcal{F})$; en particulier, on a $\theta \circ \theta = \theta$. On note $H_M(\mathcal{E})$ le noyau de la double flèche (i, θ), où i est l'injection canonique de Θ_1 dans Θ. Si j est l'injection canonique de $H_M(\mathcal{E})$ dans Θ, on note $\mathcal{R}$ l'image inverse de $\tilde{\mathcal{R}}$ par $j \times id_X$; c'est un faisceau quotient de $\mathcal{E}_{H_M(\mathcal{E})}$ qui est $H_M(\mathcal{E})$-anaplat et tel que M soit $i_h^*(\mathcal{R})$-privilégiée pour tout $h \in H_M(\mathcal{E})$. Soient S un espace analytique banachique et $\mathcal{F}$ un faisceau quotient de $\mathcal{E}_S$, S-anaplat ; si on suppose que, pour tout $s \in S$, la cuirasse M est $i_s^*(\mathcal{F})$-privilégiée, $\beta_M(\mathcal{F})$ définit un morphisme f de S dans $H_M(\mathcal{E})$ tel que $\mathcal{F} = (f \times id_X)^*(\mathcal{R})$. L'espace $H_M(\mathcal{E})$ représente le foncteur R_M qui, à chaque espace analytique banachique S, associe l'ensemble des quotients S-anaplats $\mathcal{F}$ de $\mathcal{E}_S$ tels que la cuirasse M soit $i_s^*(\mathcal{F})$-privilégiée pour tout $s \in S$ et le faisceau $\mathcal{R}$ mérite le nom de quotient universel de $\mathcal{E}$ relatif à M.

Comme Θ, $H_M(\mathcal{E})$ est un sous-espace analytique de ΠG_i et il est donc séparé. Montrons qu'il est de dimension finie. Pour toute cuirasse M', l'ensemble des points

h de $H_M(\mathcal{E})$ tels que M' soit $i_h^*(\mathcal{R})$-privilégiée est un ouvert $U_{M'}$ de $H_M(\mathcal{E})$; on vérifie que les $U_{M'}$ pour lesquels la cuirasse M' est construite avec les mêmes cartes locales φ_i que M et des polycylindres $K_i' \subset \overset{\circ}{K}_i$ pour tout i forment un recouvrement de $H_M(\mathcal{E})$, et il suffit donc d'établir que les $U_{M'}$ sont de dimension finie. Or $\beta_{M'}(\mathcal{R})$ définit un morphisme de $U_{M'}$ dans $H_{M'}(\mathcal{E})$ et ce morphisme est *compact* puisqu'il en est ainsi des $\beta_{K_i'}(\mathcal{R}_i)$ d'après ce qu'on a vu plus haut. L'ouvert $U_{M'}$ représente le foncteur $R_{M,M'}$ qui, à chaque espace analytique banachique S associe l'ensemble des faisceaux quotients $\mathcal{F}$ de $\mathcal{F}_S$ qui sont S-anaplats et tels que, pour tout $s \in S$, les cuirasses M et M' soient $i_s{}^*(\mathcal{F})$-privilégiées ; il en est de même de l'ouvert U_M de $H_{M'}(\mathcal{E})$ formé des points h tels que M soit $i_h{}^*(\mathcal{R}')$-privilégiée, où $\mathcal{R}'$ désigne le quotient universel de $\mathcal{E}$ relatif à M'. Il en résulte que $\beta_{M'}(\mathcal{R})$ définit un isomorphisme de $U_{M'}$ sur U_M et on en déduit que $U_{M'}$ est de dimension finie.

On se ramène en effet à établir qu'un espace analytique banachique U dont le morphisme identique est compact est de dimension finie. En prenant une carte locale au voisinage d'un point s de U, on peut supposer que U est un sous-espace fermé d'un ouvert V d'un espace de Banach E . L'application id_U se prolonge en une application g de V dans lui-même ; comme l'application linéaire $\lambda : E \to E$ tangente à g en s est compacte, $id_E - \lambda$ est un morphisme direct dont le noyau et le conoyau sont de dimension finie. Soit E' l'image de $id_E - \lambda$ et soit p la projection de E sur E' parallèlement au noyau ; au voisinage de s, on peut identifier U au sous-espace fermé de V défini par l'équation $p(x - g(x)) = 0$. Comme $p \circ (id_E - g) : V \to E'$ est une submersion directe, V est, au voisinage de s, isomorphe au produit d'un ouvert de E' par un ouvert de dimension finie et il en résulte que U est de dimension finie. Ainsi, en rétrécissant la cuirasse M, on a fait subir à l'espace Θ « une cure d'amaigrissement », comme disait Douady, pour le ramener à un espace de dimension finie $H_M(\mathcal{E})$.

On vient de voir que, si M et M' sont deux cuirasses, le foncteur $R_{M,M'}$ est représenté par un ouvert de $H_M(\mathcal{E})$ et par un ouvert de $H_{M'}(\mathcal{E})$; cela permet de recoller les $H_M(\mathcal{E})$ en un espace analytique $H(\mathcal{E})$ de dimension finie qui représente le foncteur

$$R : S \mapsto \{\mathcal{F} \text{ quotient } S\text{-anaplat de } \mathcal{E}_S \text{ à support propre sur } S\}.$$

L'espace $H(\mathcal{E})$ est muni d'un faisceau $\mathcal{R}$ quotient de $\mathcal{E}_{H(\mathcal{E})}$, cohérent sur $H(\mathcal{E}) \times X$, plat et à support propre sur $H(\mathcal{E})$; pour tout espace analytique banachique S et tout faisceau $\mathcal{F}$ quotient de $\mathcal{E}_S$, S-anaplat et à support propre sur S, il existe un unique morphisme f de S dans $H(\mathcal{E})$ tel que $\mathcal{F} = (f \times id_X)^*(\mathcal{R})$. Remarquons que si $A \subset H(\mathcal{E})$ est un ensemble fini, il existe une cuirasse M $i_s^*(\mathcal{R})$-privilégiée pour tout $s \in A$ et il en résulte que $A \subset H_M(\mathcal{E})$; on voit donc que $H(\mathcal{E})$ est séparé.

Espaces de morphismes

Comme application de la construction précédente, Douady propose celle de l'espace analytique $Mor(X, Y)$ d'un espace analytique compact X dans un espace analytique Y (X et Y de dimension finie et séparés). Il représente le foncteur $M : S \mapsto \{u : S \times X \to Y\}$, c'est-à-dire qu'il est muni d'un morphisme universel $m : Mor(X, Y) \times X \to Y$ tel que, pour tout morphisme $u : S \times X \to Y$ (où S est

un espace analytique), il existe un unique morphisme $f : S \to Mor(X, Y)$ vérifiant $u = m \circ (f \times id_X)$.

Il suffit de considérer l'espace H des sous-espaces analytiques compacts de $X \times Y$, avec le sous-espace universel $R \subset H \times X \times Y$ (propre et plat sur H) et de prendre pour $Mor(X, Y)$ l'ensemble des points s de H tels que $R(s) \subset X \times Y$ soit le graphe d'un morphisme de X dans Y ; on démontre que cet ensemble est ouvert dans H et l'intersection de R avec $Mor(X, Y) \times X \times Y$ est le graphe du morphisme universel m .

Si X et X' sont compacts, il y a un morphisme de composition $Mor(X, X') \times Mor(X', Y) \to Mor(X, Y)$. On l'obtient en partant du morphisme canonique $m : Mor(X, X') \times X \to X'$ et en le multipliant par $Mor(X', Y)$, d'où $m \times id : Mor(X, X') \times Mor(X', Y) \times X \to Mor(X', Y) \times X'$; il suffit de composer ce morphisme avec $m' : Mor(X', Y) \times X' \to Y$ pour obtenir un morphisme

$$Mor(X, X') \times Mor(X', Y) \times X \to Y$$

qui définit le morphisme de composition cherché.

Douady démontre que, lorsque X est réduit, la topologie de $Mor(X, Y)$ est celle de la convergence compacte. Il en résulte que si A est une partie finie de X, deux applications analytiques de X dans Y qui coïncident en tous les points de A et qui sont suffisamment voisines au sens de la convergence compacte sont égales. Douady tire encore de la construction de l'espace des morphismes que si X est un espace analytique compact, l'ensemble des automorphismes de X est un ouvert de $Mor(X, X)$ et que la composition des automorphismes en fait un groupe de Lie complexe.

J'espère avoir montré, à propos de ce travail, avec quelle audace Adrien Douady se lançait à l'aventure pour résoudre des problèmes exigeant de l'imagination et la mise en œuvre d'outils techniques difficiles à manipuler. Quelques années plus tard, il a employé les mêmes techniques pour résoudre « Le problème des modules locaux pour les espaces $\mathbb{C}$-analytiques compacts[2] ». Il s'agit de construire une déformation « verselle » d'un espace analytique compact donné et Douady y utilise des 2-cuirasses car la construction s'apparente au calcul d'un H^1 (tandis que celle de sa thèse ressemble à la construction d'un H^0). D'autre part, il localise l'espace de Banach $B(K)$ sur le polycylindre K pour y définir une structure annelée ; sur un produit $S \times K$, où S est analytique banachique, il y a une structure fonctée, dont Douady considère les sous-espaces fonctés fermés. Enfin, il doit se servir d'une variante relative de l'espace des morphismes, au-dessus d'un espace analytique banachique.

[2] *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 4e série, t. 7, fasc. 4, 1974, p. 569-602

Adrien Douady et les espaces analytiques banachiques

Jean-Pierre Demailly, Siegmund Kosarew, Bernard Malgrange[1]

Les premiers travaux d'Adrien Douady remontent au tout début des années 1960 ; ils révèlent d'emblée une grande étendue de préoccupations mathématiques : topologie différentielle [D1], [D6], théorie de Galois [D3], analyse fonctionnelle [D2], [D4]... Ils vont se focaliser ensuite pendant une quinzaine d'années sur la théorie des espaces analytiques banachiques, pour aboutir assez vite à la célèbre thèse [D7] menée sous la direction de Henri Cartan, et publiée aux *Annales de l'Institut Fourier* en 1966.

Nous ne pouvons pas résister au plaisir de citer les trois premières phrases introductives du mémoire de thèse, qui permettent de bien situer l'humour mathématique très particulier de Douady :

« *Soit X un espace analytique complexe.*

Le but de ce travail est de munir son auteur du grade de docteur ès-sciences mathématiques et l'ensemble $H(X)$ des sous-espaces analytiques compacts de X d'une structure d'espace analytique.

Pour formuler de façon plus précise le second problème, on a besoin de la notion de famille analytique de sous-espaces compacts de X. »

La petite histoire[2] dit que la dernière phrase avait été initialement libellée « *Pour formuler de façon plus précise ce problème...* » et que c'est la seule correction qui ait été demandée expressément par Henri Cartan !

Dans ce travail, Douady met à la disposition de la communauté le concept nouveau d'espace analytique banachique, et développe à cette occasion d'autres notions importantes, comme celle des polycylindres privilégiés[3], afin de montrer l'existence d'un espace des modules qui porte aujourd'hui son nom. Le résultat spectaculaire de Douady est la réponse affirmative à une conjecture de A. Grothendieck, énoncée quelques années auparavant au Séminaire H. Cartan, concernant l'existence d'un espace analogue au schéma de Hilbert, mais valable dans le cadre plus général de la géométrie analytique.

L'un des aspects remarquables de la théorie développée par Douady est le recours à l'analyse de dimension infinie pour aboutir *in fine* à des résultats qui ne concernent que la dimension finie. Le style de rédaction de la thèse – inspiré certainement en partie par celui de N. Bourbaki – est d'une clarté et d'une précision exemplaires, qui rendent ce texte très accessible, même pour les chercheurs souhaitant découvrir le sujet. Dans d'autres travaux connexes, Douady développe le concept de voisinages privilégiés et ses implications en géométrie analytique (platitude, images directes...), notamment dans [D8], puis dans [D9] en collaboration avec Jacques Frisch et André Hirschowitz.

[1] Université de Grenoble I, Institut Fourier, 38400 Saint-Martin d'Hères.

[2] Le troisième auteur a eu le privilège d'être le témoin direct du travail de thèse d'Adrien Douady, et d'en suivre de près quelques unes des étapes !

[3] Notion déjà présente en 1944 dans les travaux de H. Cartan sur les idéaux de fonctions holomorphes, même si la terminologie de polycylindres privilégiés utilisée aujourd'hui a été introduite plus tard.

Un autre problème encore plus difficile, posé également par A. Grothendieck au Séminaire Cartan, est celui de l'existence d'un espace de modules local pour un espace complexe compact donné. Grâce à l'analyse de l'opérateur de Cauchy-Riemann et à la théorie de la déformation de Kodaira-Spencer, Kuranishi en avait donné une solution en 1962 pour les variétés compactes lisses [17]. Dès 1964, Douady obtient une autre preuve du résultat de Kuranishi, qu'il présente au séminaire Bourbaki dans [D5] ; il s'y appuie pour la première fois sur la théorie des espaces analytiques banachiques qui constituera l'essence de sa thèse. Près de dix ans plus tard, le cas général de l'espace des modules local d'un espace analytique compact quelconque est enfin résolu par Douady lui-même, qui publie la solution complète [D12] dans les Annales de l'École Normale Supérieure en 1974. À cette époque le problème était devenu l'objet d'une vive concurrence, avec notamment des travaux indépendants de H. Grauert ([10], publié aussi en 1974), V. Palamodov ([19], 1976) et O. Forster/K. Knorr ([8], 1979), aboutissant au même résultat et utilisant (sauf celui de Forster/Knorr) les espaces analytiques banachiques de Douady. Ces espaces avaient déjà permis à I.F. Donin [5] de montrer en 1972 – avec une démonstration d'une simplicité frappante – l'existence d'un espace de modules local pour les singularités isolées, un problème dont une solution « formelle » avait été établie un peu avant par A. Kas et M. Schlessinger [13].

L'impact des idées de Douady, via le passage audacieux par la dimension infinie, se poursuit tout au long des années 1970 et au-delà. Il s'agit en général de démontrer l'existence d'espaces de modules pour les objets naturels les plus fondamentaux de la géométrie analytique. On peut ainsi mentionner l'existence d'espaces de modules locaux pour les applications holomorphes propres, ou pour les variétés complexes strictement pseudoconvexes (pour ce contexte plus général, on pourra consulter le livre de J. Bingener/S. Kosarew [2] et les travaux de V. Palamodov [19], [20]). Les idées de Douady en théorie de la déformation ont même trouvé une incarnation axiomatique très systématique dans le livre de H. Stieber [23] publié en 1988.

Dans des directions voisines (que Douady lui-même n'a pas explorées directement, mais qu'il a suivies de près[4]), un fort courant d'intérêt a été la recherche de preuves banachiques simples et convaincantes du théorème des images directes de Grauert [9] – là encore un énoncé proposé initialement par A. Grothendieck : *les images directes d'un faisceau analytique cohérent par un morphisme analytique propre sont elles-mêmes des faisceaux cohérents*. Une telle preuve a été obtenue par Knorr[5] en 1969 ([15], [16]), puis par Forster/Knorr [6], [7] et Kiehl/Verdier [14] en exploitant la théorie des espaces nucléaires de Grothendieck, et au moyen d'une vaste généralisation des idées de L. Schwartz [22] sur les perturbations compactes des opérateurs continus ; le principe de base en est en quelque sorte une version relative du théorème de Montel sur les familles normales de fonctions holomorphes, dont le cas absolu est le théorème fondamental de Cartan-Serre [4] sur la finitude de la cohomologie des faisceaux cohérents sur les espaces analytiques compacts. Dans son séminaire commun avec J.-L. Verdier à l'École Normale Supérieure en

[4] C'est dans un cours de 3e cycle de Douady donné à Paris en 1977/78 que le premier auteur a appris beaucoup des faits qui suivent.

[5] Le deuxième auteur a été introduit aux travaux de Douady sur la vive recommandation de K. Knorr, alors qu'il était étudiant en 4e année à l'Université de Regensburg...

1971/72, Douady participera à la rédaction d'une série d'exposés plus didactiques [D10] publiés dans Astérisque, destinés à expliquer toutes ces théories aux non spécialistes. À peu près à la même époque, Ch. Houzel [12] obtient une autre preuve reposant sur la considération des complexes d'espaces bornologiques, et finalement R. Levy parvient en 1985 à mettre au point une version paramétrique du théorème de perturbation de Schwartz qui aboutit à une nouvelle démonstration encore plus simple [18].

Beaucoup d'autres travaux ultérieurs feront un usage essentiel de l'analyse complexe de dimension infinie, suivant une philosophie à laquelle Douady a grandement contribué. Ainsi D. Barlet [1] démontre en 1974 l'existence d'un espace analytique réduit des cycles compacts d'un espace analytique complexe de dimension finie, au moyen de techniques de recollement pour les espaces (de dimension infinie) de fonctions holomorphes à valeurs dans des puissances symétriques ad hoc. Plus récemment, l'introduction des courbes pseudo-holomorphes par Gromov [11], la théorie des invariants de Gromov-Witten et de la cohomologie quantique pour les variétés symplectiques (voir par exemple [21]) ont confirmé l'importance cruciale des techniques banachiques pour la construction des espaces de modules et l'étude de la topologie différentielle des variétés – au moins dans le versant analytique de ces théories.

Dans l'intervalle, Adrien Douady s'était tourné vers la conquête d'autres univers mathématiques, ceux des systèmes dynamiques holomorphes et de la géométrie fractale...

Travaux cités d'Adrien Douady
Références

[D1] Séminaire Cartan 1961/62, exposé N° 1 : *Variétés à bord anguleux et voisinages tubulaires* ; exposé N° 2 : *Théorèmes d'isotopie et de recollement* ; exposé N° 3 : *Arrondissement des arêtes.*

[D2] avec Jacques Dixmier : *Champs continus d'espaces hilbertiens et de C^*-algèbres*, Bull. Soc. Math. France **91** (1963) 227–284

[D3] *Détermination d'un groupe de Galois*, C. R. Acad. Sci. Paris **258** (1964) 5305–5308.

[D4] *Espace des sous-modules d'un module de Banach*, C. R. Acad. Sci. Paris **258** (1964) 5783–5785.

[D5] *Le problème des modules pour les variétés analytiques complexes, d'après M. Kuranishi*, exposé N° 277 au séminaire Bourbaki de Décembre 1964.

[D6] avec Michel Lazard : *Espaces fibrés en algèbres de Lie et en groupes*, Invent. Math. **1** (1966) 133–151.

[D7] *Le problème des modules pour les sous-espaces analytiques compacts d'un espace analytique donné*, Ann. Inst. Fourier **16** (1966) 1–95.

[D8] *Flatness and privilege*, Enseignement Math. **14** (1968) 47–74.

[D9] avec Jacques Frisch et André Hirschowitz : *Recouvrements privilégiés*, Ann. Inst. Fourier **22** (1972) 59–96.

[D10] *Le théorème des images directes de Grauert (d'après Kiehl-Verdier)*, Séminaire Bourbaki, 24^e année (1971/1972), Exp. N° 404, p. 73–87, Lecture Notes in Math., Vol. 317, Springer, Berlin, 1973.

[D11] *Quelques problèmes de modules*, Séminaire de Géométrie Analytique de l'école Normale Supérieure de Paris, 1971-1972, p. 49–62, Astérisque N° 16, Soc. Math. France, Paris, 1974.

[D12] *Le problème des modules locaux pour les espaces C-analytiques compacts*, Ann. Sci. école Norm. Sup. **7** (1974) 569–602.

Autres références

[1] D. Barlet, *Espace analytique réduit des cycles analytiques complexes compacts d'un espace analytique complexe de dimension finie*, Sém. François Norguet 1974-1975, Fonctions de plusieurs variables complexes, II, p. 1-158. Lecture Notes in Math., Vol. 482, Springer, Berlin, 1975.

[2] J. Bingener, S. Kosarew, *Lokale Modulräume in der analytischen Geometrie*, Aspekte der Mathematik D2, D3, Vieweg Verlag, Braunschweig 1987.

[3] H. Cartan, *Thèse de Douady*, Exposé N° 296 au séminaire Bourbaki de Novembre 1965.

[4] H. Cartan, J.-P. Serre, *Un théorème de finitude concernant les variétés analytiques compactes*, C. R. Acad. Sc. **237** (1953) 128–130.

[5] I. F. Donin, *Complete families of deformations of germs of complex spaces*, Mat. Sbornik (N.S.) **89** (131) (1972), 390–399. [English translation, Math. USSR-Sbornik **18** (1972), 397–406].

[6] O. Forster, K. Knorr, *Ein Beweis des Grauertschen Bildgarbensatzes nach Ideen von B. Malgrange*, Manuscripta Math. **5** (1971), 19–44.

[7] O. Forster, K. Knorr, *Relativ-analytische Räume und die Kohärenz von Bildgarben*, Invent. Math. **16** (1972), 113–160.

[8] O. Forster, K. Knorr, *Konstruktion verseller Familien kompakter komplexer Räume*, Lecture Notes in Mathematics 705, Springer, Berlin, 1979. vii+141 p.

[9] H. Grauert, *Ein Theorem der analytischen Garbentheorie und die Modulräume komplexer Strukturen*, Publ. Math. I.H.E.S. **5** (1960) 233–292.

[10] H. Grauert, *Der Satz von Kuranishi für kompakte komplexe Räume*, Invent. Math. **25** (1974), 107–142.

[11] M. Gromov, *Pseudo holomorphic curves in symplectic manifolds*, Invent. Math. **82** (1985) 307–347.

[12] Ch. Houzel, *Espaces analytiques relatifs et théorème de finitude*, Math. Annalen **205** (1973) 13–54.

[13] A. Kas et M. Schlessinger, *On the versal deformation of a complex space with an isolated singularity*, Math. Ann. **196** (1972), 23–29.

[14] R. Kiehl, J.-L. Verdier, *Ein einfacher Beweis des Kohärenzsatzes von Grauert*, Math. Ann. **195** (1971) 24–50.

[15] K. Knorr, *Le théorème de projection de Grauert*, Séminaire sur les Espaces Analytiques, Bucarest, 1969, p. 17–24, Editura Acad. R.S.R., Bucarest.

[16] K. Knorr, *Der Grauertsche Projektionssatz*, Invent. Math. **12** (1971), 118–172.

[17] M. Kuranishi, *On the locally complete families of complex analytic structures*, Ann. of Math. **75** (1962) 536–577.

[18] R. Levy, *A new proof of the Grauert direct image theorem*, Proc. Amer. Math. Soc. **99** (1987) 535–542.

[19] V. P. Palamodov, *Deformations of complex spaces*, Uspekhi Mat. Nauk **31** (1976), N° 3 (189), 129–194. [English translation : Russian Math. Surveys **31** (1976), N° 3, 129–197].

[20] V. P. Palamodov, *The tangent complex of an analytic space*, Trudy Sem. Petrovsk. **4** (1978), 173–226.

[21] Y. Ruan and G. Tian, *A mathematical theory of quantum cohomology*, J. Differential Geom. **42** (1995) 259–368.

[22] L. Schwartz, *Homomorphismes et applications complètement continues*, C. R. Acad. Sc. **236** (1953) 2472–2473.

[23] H. Stieber, *Existenz semiuniverseller Deformationen in der komplexen Analysis*, Aspects of Mathematics, D5, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1988, xxviii+179.

C'était Douady

Jean-Marie Arnaudies

S'il fallait définir Adrien Douady en le minimum de mots, je dirais bien sûr qu'il était homme d'intelligence, mais que chez lui ce qui primait c'était l'homme de cœur.

Car jamais il ne s'est laissé enivrer par son intelligence, jamais ceux qui l'ont connu n'ont senti en lui, si peu que ce soit, le plus infime soupçon d'orgueil, ou de fausse modestie, ou de complexe de supériorité. Quiconque avait affaire à lui se sentait respecté, au sens noble du mot. Avec lui, on pouvait parler simplement, librement, sans l'ombre d'une arrière-pensée, comme entre camarades d'études embarqués dans le même bateau. Car au fond de lui, il était resté un étudiant simple et curieux de tout, insatiablement.

Pour qui connaissait son parcours, on devinait que jamais, jamais, il n'oubliait ces années de travail obscur et acharné, j'allais dire ces années de galère, à l'École, quand il était notre caïman, qu'il mûrissait son chef-d'œuvre en silence, et que ce que nous savions le plus de lui, c'est qu'il collectionnait patiemment les contre-exemples remarquables....

Et l'exposé de ce chef-d'œuvre par H. Cartan, au séminaire Bourbaki dans l'amphi Hermite, fut un grand moment. Henri Cartan, pris de court par la richesse exubérante de toutes les idées qu'il avait à nous raconter, malgré la grande fin d'après-midi qu'il avait bloquée, se voyait obligé d'aller de plus en plus vite, et à la fin toutes ces idées se bousculaient au tableau à la vitesse de la lumière. Ce qui fit exploser Jean Dieudonné, qui tonna, que dis-je, qui tonitrua sévèrement, du haut de l'amphi, dans un silence impressionnant : *« mais enfin, Henri, ce n'est pas sérieux, il y a là-dedans tout un tas de grandes idées nouvelles, et tu prétends nous montrer ça en deux heures ? C'est se moquer du monde, il fallait prévoir plusieurs séances ! »*

J'ai eu affaire à A. Douady assez souvent au cours de ma carrière, chaque fois pour des questions mathématiques. Je pouvais l'appeler n'importe quand, chez lui, il répondait avec la même gentillesse, et quasiment toujours, me dépannait en quelques mots, comme une fois où il m'a tiré une mauvaise épine du pied par un « essaye Baire ! ». Il ne voulait jamais qu'on le cite. Par cette générosité, il était l'égal du grand Henri Poincaré, qui était bien connu pour donner à ses étudiants ses idées sans contrepartie, motivé qu'il était par le seul amour de la Science. Et vraiment, comme Poincaré, Adrien Douady « était au-dessus de ça ».

À mon retour à Jussieu en 1990, j'ai voulu recommander aux étudiants le tome 2 des « Théories Galoisiennes » paru chez Cedic-Nathan (repris par Belin un peu plus tard) en 1978, écrit en étroite collaboration par A. Douady et son épouse Régine, laquelle partageait avec lui la passion de faire comprendre et s'était particulièrement investie dans ce projet. Il n'était pas à la bibliothèque de mathématiques. À force de fouiner, j'ai fini par en trouver quelques exemplaires moisis qui avaient pris l'eau dans un recoin de la bibliothèque de l'IREM de Jussieu, en haut d'une étagère où tout s'était abîmé par suite de dégât des eaux. Révolté par ce scandale (dont je m'étais ouvert à quelques poids lourds de Jussieu), j'ai appris, de l'éditeur repreneur

de Cedic, que les derniers exemplaires encore en stock allaient être pilonnés. J'ai pu en faire acheter quelques-uns en urgence, et je pris contact avec A. Douady pour lui suggérer de récrire ce livre lumineux. Il avait d'autres chats à fouetter, mais l'idée lui sembla utile. Ce fut pour moi une grande joie qu'elle ait fait son chemin pour aboutir à la nouvelle édition vraiment parfaite parue aux éditions Cassini. Bien que ce livre ne témoigne que d'une faible partie de l'œuvre créatrice d'Adrien Douady, il est d'une richesse inestimable, fourmille d'idées originales, bref c'est un livre qui contribue à diffuser la Science, à la faire aimer et à élever l'esprit. Je voudrais terminer ces quelques mots en disant aux auteurs merci d'avoir pris le temps de cette réécriture. Merci à tous deux, et au revoir à A. Douady, au paradis du Monde des Idées de Platon, où je suis sûr de le retrouver quand mon tour sera venu.

Souvenirs d'Adrien du temps de ma thèse

John Hubbard

Adrien Douady est mort jeudi 2 novembre 2006. Le magnifique mariage du rouge des roches de l'Esterel et du bleu de la Méditerranée ont toujours été pour lui l'objet d'un amour profond. Il voulait faire partager cette splendeur à trois de mes étudiants : plein de joie il les a entraînés dans ses endroits favoris. À un moment il a plongé dans la houle. Apparemment il a fait un infarctus au contact de l'eau froide. Ramené au rivage il était mort.

Sa famille bien sûr, toute la communauté mathématique, d'innombrables autres dont la vie a été touchée par sa générosité, sa sagesse, la philosophie de sa vie, sa gentillesse et son immense savoir, tous ceux-ci portent le deuil de cette disparition. Elle laisse dans nos cœurs et dans nos vies un vide, un gouffre immense et douloureux. Un monde sans Adrien est difficile à concevoir.

J'ai une citation d'Adrien qui m'apporte un peu de réconfort. Elle est tirée de l'introduction à l'article « Le problème des modules locaux pour les espaces $\mathbb{C}$-analytiques compacts[1] », Adrien y dit, parlant de la construction de l'espace en question :

> *« Dans le problème considéré ici, il n'y a rien de fixé à quoi se raccrocher, et on est tout désemparé pour partir. À la fin de juillet 1973, John-Hamal Hubbard m'a convaincu que cette difficulté est d'ordre psychologique plus que mathématique : il s'agit de la peur du vide, la même qui vous accroche au rocher quand on veut faire un plongeon de 6m dans l'Esterel. Il suffit de se lancer. Naturellement, il vaut mieux savoir nager à l'arrivée, mais les outils nécessaires se trouvaient déjà... »*

Je me souviens très bien de l'événement cité. J'étais à l'époque tout nouveau docteur ; Régine, Adrien et moi sommes partis faire un grand tour en canoë dans l'Esterel. Nous plongions des rochers, sans crainte lorsqu'il s'agissait de plonger de trois, quatre ou même cinq mètres, mais nous étions bien plus hésitants quand il s'agissait de six ou sept mètres. Un jour pour la première fois de sa vie (que je sache la dernière aussi), Adrien a fait un saut de l'ange (superbe dans mon souvenir) d'un rocher d'au moins six mètres.

[1] *Ann. Scient. ÉNS*, Paris, 1974.

Adrien a tiré de cet exploit comme une saute d'adrénaline mathématique ; des obstructions psychologiques à un programme de recherche qu'il poursuivait depuis longtemps se sont évaporées, et en deux semaines nous avons établi l'existence d'un espace de modules « versel » pour un espace analytique compact quelconque. Le fait que je puisse dire « nous » est un exemple de sa générosité.

À la lumière de cette anecdote, on voit que pour rien au monde Adrien n'aurait voulu prendre le chemin prudent : le risque physique était pour lui un ingrédient du risque intellectuel, et celui-ci formait l'objet de sa vie. S'il avait pu choisir sa mort, il aurait choisi la sienne.

Quelques dates

L'usage veut que l'on esquisse dans une telle notice nécrologique le parcours mathématique du défunt. Je l'ai rencontré en 1969, Il a dirigé ma thèse en 1973, et nous avons eu depuis ce moment une collaboration étroite. Je suis donc tout désigné pour remplir cette tâche.

D'abord un bref Curriculum Vitae. Né en 1935, il a fait ses études secondaires au lycée Lakanal à Sceaux et ses classes préparatoires au lycée Saint-Louis à Paris. Admis à l'École Normale Supérieure en 1954, il en est devenu plus tard *Caïman*. Il a participé de façon constante aux séminaires Cartan 1958-1964 et aux séminaires Bourbaki où il a fait de très nombreux exposés.

Il a épousé Régine Choucroun en 1959, et ils ont trois enfants : Raphaël né en 1959, Diane en 1961 et César en 1963.

Adrien a soutenu sa thèse sous la direction de Henri Cartan en 1966. Il a été professeur à Nice de 1965 à 1970, professeur en activité puis émérite à l'université Paris-Sud jusqu'en 2006. Il a fait de nombreuses visites à des universités étrangères : Princeton en 57-58, Berkeley en 68, Harvard en 75, Cornell en 79 et bien d'autres encore.

Tout ceci décrit une carrière glorieuse, mais ne dit rien de son contenu.

Adrien a eu deux grands sujets de recherche : la géométrie analytique complexe et la dynamique holomorphe. Il a aussi fait une quantité de contributions aux travaux d'autres : il est remercié pour sa contribution, souvent la démonstration du lemme clé, dans un grand nombre de publications.

La géométrie analytique complexe

Je pense que ce thème remonte à 1960, au séminaire de Cartan voué cette année-là aux espaces de modules en géométrie analytique. Grothendieck a fait l'essentiel des exposés. Adrien m'a décrit le dépit de Cartan lorsque Grothendieck a commencé son premier exposé disant *« Dans cet exposé et dans les suivants j'exposerai... »*, et que Cartan a senti son séminaire lui échapper. Grothendieck a en effet donné dix exposés consécutifs, où en particulier il a fait une construction de l'espace de Teichmüller vu de son point de vue, par propriété universelle ; ce travail est encore trop peu connu. Dans les exposés précédant ceux de Grothendieck, Adrien a présenté l'espace des modules pour les surfaces de Hopf.

Les problèmes de modules étaient un sujet d'une grande actualité dans les années 1960. Kodaira et Spencer ont posé les bases formelles du sujet en 1958 et Adrien a dû en entendre parler pendant son séjour à Princeton. Grothendieck a construit

vers 1960 le « schéma de Hilbert », l'analogue de « l'espace de Douady » en géométrie algébrique. Ce genre de problème était donc dans l'air à l'époque, mais les problèmes qu'on rencontre en géométrie analytique sont autrement difficiles, plus « analytiques » justement, qu'en géométrie algébrique. Il a fallu créer tout un outillage technique, les *espaces fonctés,* pour approcher le problème. La thèse d'Adrien a surmonté des montagnes de difficultés, construisant d'abord un espace analytique Banachique qui est ensemblistement le bon, puis en lui faisant subir une « cure d'amaigrissement » inspirée du théorème de perturbation de Riesz, qui remplace son faisceau structural Banachique par celui d'un honnête espace analytique de dimension finie. La technologie inventée à cette occasion est infiniment impressionnante (encore bien plus impressionnante pour un jeune doctorant comme je l'étais à l'époque).

Un épisode de cette période a eu un effet déterminant dans ma carrière. C'était après un séminaire Bourbaki, probablement celui où Adrien a exposé les travaux de Frisch et Guenot (exposé 366, novembre 1969). Je lui ai dit, en descendant la rue Gay-Lussac, que je ne comprenais rien aux espaces de cohomologie de Kodaira-Spencer. Nous sommes entrés au café du Luxembourg, et Adrien m'a expliqué (crayon mâchouillé et petits morceaux de papier à l'appui) deux approches à ces espaces :

– d'abord le point de vue des structures presque complexes : l'espace tangent à l'espace des structures presque complexes sur une variété est l'espace des formes de type $(0,1)$ à valeurs dans le fibré tangent, la condition d'intégrabilité s'écrit

$$\theta \mapsto \overline{\partial}\theta - [\theta \wedge \theta];$$

sa dérivée est évidemment $\dot{\theta} \mapsto \overline{\partial}\dot{\theta}$ et ceci mène à la description à la Dolbeault de ces espaces de cohomologie. En passant, il m'a expliqué comment comprendre une structure presque complexe comme un sous-fibré du complexifié du fibré tangent, et pourquoi le théorème de Frobenius implique alors que l'intégrabilité formelle implique l'intégrabilité dans le cas d'une structure presque complexe analytique réelle.

– ensuite le point de vue des déformations d'atlas : on recouvre la variété X par des ouverts U_i recollés par des applications de changement de cartes $\varphi_{i,j}$. Si on a une famille X_t, disons paramétrée par t au voisinage de t_0, on peut utiliser les mêmes ouverts U_i et des applications de recollement

$$\varphi_{i,j}(t) = \varphi_{i,j}(t_0) + (t - t_0)\xi_{i,j} + o(t - t_0)$$

et les $\xi_{i,j}$ forment une 1-cochaine de Čech à valeur dans le faisceau des champs de vecteurs. Quand on dérive la condition de recollement $\varphi_{i,k} = \varphi_{i,j} \circ \varphi_{j,k}$, on voit que les $\xi_{i,j}$ forment un cocycle, et on trouve la description de Čech des espaces de Kodaira-Spencer.

Ce fut un exposé superbe ; il faut dire (je ne le savais pas à l'époque) que tous les sujets décrits ci-dessus étaient alors au centre des activités mathématiques d'Adrien. L'approche Dolbeaultique avait été le sujet de son exposé sur le théorème de Kuranishi (Séminaire Bourbaki 277, décembre 1964) et l'approche Čechiste était justement le sujet de sa thèse. D'ailleurs, la théorie des déformations a toujours été centrale dans sa conception des mathématiques : ce n'est pas par hasard que dans

son étude des systèmes dynamiques ce sont toujours la *déformation des systèmes* et la *géométrie des espaces de modules* qui sont au centre de ses préoccupations.

C'est à peine croyable qu'une telle masse d'informations ait été communiquée en ce qui ne doit guère avoir dépassé une heure ; depuis j'ai souvent passé un semestre et plus à expliquer les mêmes choses. Sur tous les sujets, Adrien a su trouver des mots qui me parlaient avec une clarté éblouissante. C'est un des grands privilèges de ma vie d'avoir eu cette communication d'une facilité extraordinaire avec un tel génie.

Je voudrais pouvoir dire que sur le champ j'ai décidé de faire mon doctorat avec Adrien comme directeur ; je n'ai pas le souvenir d'un choix aussi net. J'étais à l'époque plus ou moins officiellement étudiant de Verdier en géométrie algébrique. Verdier m'avait d'ailleurs proposé un sujet : la géométrie algébrique réelle et les variétés de Nash. Mais il manquait un outil essentiel pour qu'une théorie telle que je l'imaginais soit élaborée : il fallait que les espaces de cohomologie des faisceaux de Nash soient de dimension finie. C'est encore Adrien qui a vu qu'il n'en est rien. Au cours d'un dîner chez Poenaru (un magnifique cassoulet de Millen Poenaru) je lui ai présenté le problème, et il a construit dans la nuit un contre-exemple. J'ai rédigé le contre-exemple, qui est paru à Topology, sous mon nom seul, mais il faut dire que c'était après un ultimatum : soit Adrien lisait l'article, soit je le publiais sous mon nom. Il ne l'a pas lu ; à l'époque je pensais que c'était de la paresse ; maintenant je pense qu'il voulait m'aider, et en effet l'article m'a bien aidé : je lui dois un poste d'assistant *professor* à Harvard.

Je me souviens bien de l'origine de ma thèse : Raynaud donnait un cours sur l'espace de modules des courbes. C'était sans doute un cours magnifique, mais trop algébrique à mon goût, et j'ai voulu voir ce que savaient faire les analystes. Bien péniblement, j'ai appris les rudiments de la théorie de Teichmüller, et j'ai fait quelques exposés dans le contexte du cours de Raynaud. Adrien était dans l'auditoire ; comme l'espace de Teichmüller est de Stein et contractile, il m'a demandé si la courbe universelle avait des sections analytiques. Ceci devait se passer au printemps de 1971, et dans une école d'été à Helsinki j'ai appris de Earle le théorème de Royden sur la métrique de Kobayashi de l'espace de Teichmüller. C'est ce résultat qui a débloqué la thèse, mais Adrien me l'a faite réécrire 10 fois (c'était l'époque des machines à écrire manuelles, quel travail !). Il faut dire que je m'étais plus ou moins installé chez lui, et il était bien placé pour corriger jusque dans le détail, et pour contribuer aux parties importantes.

Depuis la thèse, en 1973, nous collaborons, et tout d'abord sur l'article cité au début de cette notice. Dans cet article, Adrien (et moi comme auteur nettement second) a résolu le problème des modules qu'il se posait depuis bien des années, laissant le sujet à peu près terminé.

Les années 1973-1981

Je suis parti comme *assistant professor* à Harvard, où j'ai rencontré entre autres Howie Masur, *assistant professor* comme moi. Il venait de démontrer que l'espace de Teichmüller n'avait pas de courbure négative (contrairement à un article publié par Kravetz), et au cours de ses conférences a mentionné que les formes de Jenkins-Strebel étaient probablement denses ; Adrien et moi l'avons démontré pendant

sa visite à Harvard en 1975, je crois. Je suis venu à Paris pour l'année 1976-77, nous avons travaillé sur toutes sortes de choses, surtout sur les équations de Korteweg-de Vries, les systèmes de dimension infinie totalement intégrables et le scattering inverse, sans trouver de résultats vraiment marquants : les Russes autour de Gelfand, Sinai et Fadeev semblaient avoir toujours un tour d'avance sur nous.

La dynamique holomorphe

Un événement de cette année-là a eu des conséquences importantes (que nous n'avions pas vraiment entrevues à l'époque) : pendant un enseignement de DEUG à Orsay, j'ai parlé de la méthode de Newton, et l'ai même programmée sur les calculettes programmables de l'époque (César Douady était infiniment plus expert que moi dans leur utilisation et m'a bien aidé). Cela a été de fait le début de notre collaboration sur la dynamique holomorphe ; mais il a fallu attendre la merveilleuse année 1981-82 pour voir tomber la pluie de résultats. J'ai raconté cette année dans la préface au livre de Tan Lei[2] et je ne répéterai pas l'histoire ici.

Je vais m'en tenir là : beaucoup d'autres ont contribué à la dynamique holomorphe, et je leur laisse la parole.

Mais je vois Adrien, à l'ENS, aux Arcs, chez moi à Ithaca, à Berkeley, toujours plein d'énergie et d'idées, toujours chantant *« Régine, Régine »* . Dans mon esprit, et sans doute dans celui de bien d'autres, il est toujours présent.

[2] The Mandelbrot Set, Theme and Variations, *London Math. Soc. Lecture Note series* 274.

Baby Mandelbrot sets, Renormalization and MLC

Mikhail Lyubich

To memory of Adrien Douady

1. Preface

In the end of 1970's the dynamical systems theory witnessed two great events: discovery of the Universality phenomenon and discovery of the Mandelbrot set. At first glance, they had little to do with each other. It was the remarkable paper by Douady and Hubbard "On the dynamics of polynomial-like maps" [DH3] that linked these two events tightly and penetrated deeply into their nature.

The Universality phenomenon discovered by Feigenbaum and independently by Coullet and Tresser is concerned with rigidity of the dynamical and parameter objects of various dynamical systems, and associated self-similarity of these objects. The underlying mathematical mechanism comes from hyperbolicity of the renormalization operator that relates behavior of the system in different scales. This Renormalization Conjecture became a central theme in dynamical systems for several decades.

A striking feature of the Mandelbrot set M is presence of "babies" inside of itself which are visually indistinguishable of the set M itself (see Figure 1). To explain this self-similarity phenomenon, Douady and Hubbard defined a *complex* renormalization operator. This operator first allowed them to account for all babies in M, and then grew up into a key tool of the Renormalization theory, for complex as well as for real systems.

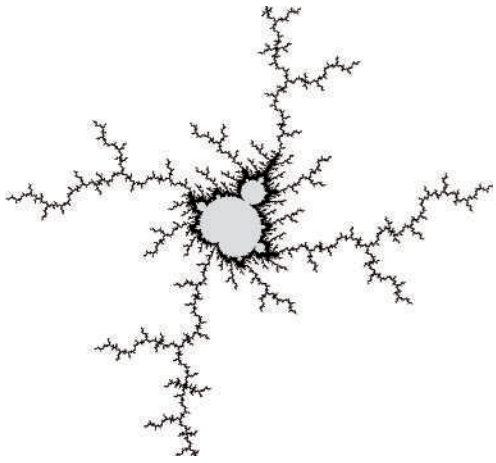


FIGURE 1. A baby Mandelbrot set.

2. Quadratic-like maps and complex renormalization

The renormalization theory requires a big enlargement of the one-parameter family of quadratic polynomials $P_c : z \mapsto z^2 + c$ to an infinite-dimensional space $\mathcal{Q}$ of quadratic-like maps.

Let $U \Subset U'$ be two topological disks in the complex plane. A degree two holomorphic branched covering $f : U \to U'$ is called a *quadratic-like map*. We normalize quadratic-like maps to put their critical points at the origin. The *filled Julia set* of f is defined as the set of non-escaping points,

$$K(f) = \{z : \ f^n z \in U, \ n = 0, 1, \ldots\},$$

and the *Julia set* $J(f)$ is defined as the boundary of $K(f)$. These sets are either connected or Cantor depending on whether the critical point of f is non-escaping or otherwise.

For instance, any quadratic polynomial can be restricted to a quadratic-like map. In fact, according to the Straightening Theorem [DH3], these restrictions represent all possible topological types of quadratic-like maps. Even better, let us say that two quadratic-like maps are *hybrid equivalent* if they are topologically conjugate by a quasiconformal map which is conformal a.e. on the filled Julia set. Then *any quadratic-like map f is hybrid equivalent to some (restricted) quadratic-polynomial $P_c : z \mapsto z^2 + \chi(f)$, and in the case of connected Julia set, this polynomial is unique.* This leads to the following picture: the connectedness locus $\mathcal{C}$ (of quadratic-like maps with connected Julia set) is decomposed into hybrid classes $\mathcal{H}_c$ each of which meets the quadratic family at a single point c of the Mandelbrot set (such that $c = \chi(f)$ for $f \in \mathcal{H}_c$).

Now we can define the complex renormalization. Assume there exists a natural number $p \geqslant 2$ and a topological disk $V \ni 0$ such that $g = f^p$ maps V onto its image V' as a quadratic-like map with connected Julia set J', and such that the "little Julia sets" $f^k(J')$, $k = 0, 1, \ldots, p-1$, are "almost disjoint"[1]. Then the map f is called *renormalizable* with period p, and the quadratic-like map $g : V \to V'$ (considered up to rescaling) is called the *(complex) renormalization Rf* of f. If the little Julia sets are actually disjoint then the renormalization is called *primitive*, otherwise it is called *satellite*.

There is some combinatorial data attached to this renormalization picture: the period p of the renormalization and the "position" of the little Julia sets on the sphere[2].

It turns out that renormalizable parameters $c \in M$ with a given combinatorics form exactly one baby Mandelbrot copy ("M-copy"). Moreover, if the renormalization is satellite then this copy is attached to some hyperbolic component of int M (being born in a bifurcation that "creates" an attracting periodic orbit of period p out of an attracting periodic orbit of a smaller period p/n). Otherwise, the copy is born in a saddle-node bifurcation. Such a primitive copy has a distinguished cusp c where f_c has a parabolic periodic orbit of period p with multiplier 1.

---

[1] "Almost disjointness" can be defined as the property that $J' \smallsetminus f^k(J')$ is connected for any $1 \leqslant k \leqslant p-1$, compare [Mc1, §7.3].

[2] This can be defined as the homotopy class of f rel to the little Julia sets collapsed to the points.

Thus, to any quadratic map f we can associate a canonical sequence of periods $p_1 < p_2 < \dots$ for which f is renormalizable. Depending on whether the sequence is empty, finite, or infinite, the map f is called respectively *non-renormalizable*, *at most finitely renormalizable*, or *infinitely renormalizable*.

Let us now pass to the theory of quadratic-like families which links renormalization to the baby M-copies.

3. Quadratic-like families and baby Mandelbrot sets

Let us consider a holomorphic family

$$\mathbf{f} = \{f_\lambda : U_\lambda \to U'_\lambda\}, \quad \lambda \in \Lambda,$$

of quadratic-like maps over a smooth Jordan disk Λ. For such a family we can define a *Mandelbrot-like* set $M_{\mathbf{f}}$ of parameters $\lambda \in \Lambda$ for which the Julia set $J(f_\lambda)$ is connected. It turns out that if the family $\mathbf{f}$ possesses nice topological properties then the set $M_{\mathbf{f}}$ is canonically homeomorphic to the standard Mandelbrot set M. (In this sense, the Mandelbrot set presents a topologically universal bifurcation diagram for quadratic-like maps!) The canonical homeomorphism $M_{\mathbf{f}} \to M$ is given by the straightening $\lambda \mapsto \chi(f_\lambda)$ (and is also called straightening and is denoted by χ).

Here are assumptions that make our family nice:

– The disks U_λ and U'_λ move holomorphically over Λ;

– The family is *proper* in the sense that $f_\lambda(0) \in \partial U'_\lambda$ for $\lambda \in \partial\Lambda$;

– The family is *unfolded* in the sense that the critical value $\lambda \mapsto f_\lambda(0)$ winds once around the critical point 0 as λ goes once around $\partial\Lambda$.

Theorem 3.1. *Under the above assumptions on the family* $\mathbf{f}$*, there exists a homeomorphism* χ *from* Λ *onto a neighborhood of* M *that coincides with the canonical straightening* $M_{\mathbf{f}} \to M$ *on the Mandelbrot-like set. This homeomorphism is conformal on* int M *and quasiconformal on* $\Lambda \smallsetminus M$*.*

Outline of the proof. The proof of this fundamental result comprises four basic steps:

Step 1: Looking from the outside. In the very first work by Douady and Hubbard on holomorphic dynamics [DH1], they constructed an explicit uniformization of the complement of the Mandelbrot set by a "conformal position" of the critical value c. A similar (quasiconformal) uniformization can be constructed for any Mandelbrot-like family in question. This gives a natural correspondence between the complements of $M_{\mathbf{f}}$ and M.

Step 2: Looking from the inside. Theoretically, there are two types of components of int M: *hyperbolic* components (for which the polynomial f_c has an attracting cycle) and *queer* components (others: one of the central conjectures of the field is that these in fact do not exist).

By another early result by Douady and Hubbard [DH1], any hyperbolic component of int M is uniformized by the multiplier of the attracting periodic point. On the other hand, by the work of Mañé-Sad-Sullivan [MSS], queer components can be uniformized by the one-parameter family of invariant conformal structures on the Julia set with constant dilatation. These results are still valid for quadratic-like families under consideration, and they imply that the straightening is a conformal isomorphism on each component of int $M_{\mathbf{f}}$.

Step 3: Continuity. The above insights from outside and inside match continuously on the boundary of M. It is shown by a simple argument making use of compactness of the space of K-quasiconformal maps and quasiconformal rigidity of parameters on ∂M. However, a similar result fails for higher degree polynomials. As Douady famously put it, "only by miracle, it is true in the quadratic case".

Step 4: Topological Argument Principle. What is left is to show that the map χ is one-to-one. It is done by showing that the fibers of this map are discrete (using the theory of holomorphic motions), that the map is "topologically holomorphic" (in the sense that it has positive degree at any point), and applying the Topological Argument Principle (using that the family is unfolded).

Now, let H be a primitive hyperbolic component of M with period $p > 1$. Then one can find a domain $\Lambda \supset H$ and topological disks $U'_\lambda \ni U_\lambda \ni 0$ such that the renormalizations $f_\lambda^p : U_\lambda \to U'_\lambda$ form a proper unfolded quadratic-like family $\mathbf{f}$ (see [D]). According to Theorem 3.1, the Mandelbrot-like set $M_{\mathbf{f}} \subset \Lambda$ is canonically homeomorphic to M. This is the desired primitive Mandelbrot copy.

In the satellite case, the situation is more subtle, as there is no proper quadratic-like family that produces the satellite copy M'. However, there is an almost proper family: the only place where properness is lost is the root of M' (where M' is attached to some hyperbolic component). One can adjust the above argument to deal with such a family as well.

3.1. MLC Conjecture

Besides many wonderful results, Douady and Hubbard contributed to holomorphic dynamics a great conjecture widely known under the name MLC ("Mandelbrot set is Locally Connected"). There are several good reasons that make this conjecture so prominent:

– If it is true then there is an explicit topological model for the Mandelbrot set. Namely, let us consider the Riemann mapping $\varphi : \mathbb{C} \setminus \bar{\mathbb{D}} \to \mathbb{C} \setminus M$. If the Mandelbrot set is locally connected then by the classical Carathéodory Theorem, it extends continuously to the unit circle $\mathbb{T}$. So the boundary of M becomes the quotient of $\mathbb{T}$ by a certain equivalence relation (that can be nicely visualized by means of a Thurston's geodesic lamination of the unit disk [Th]). Remarkably, this equivalence relation can be explicitly described: Douady and Hubbard, Orsay Notes [DH2].

– It was also shown in [DH2] that MLC would imply another central conjecture in the field: that hyperbolic maps are dense in the quadratic family.

– The MLC can be formulated as a Rigidity Conjecture: *two combinatorially equivalent*[3] *non-hyperbolic quadratic polynomials P_c and $P_{c'}$ must coincide.* This conjecture is a dynamics counterpart of Thurston's Ending Lamination Conjecture (ELC) in hyperbolic three-dimensional geometry, which in turn is a deep extension of the classical Mostow Rigidity Theorem. The ELC has been recently proved completing a ten-years long effort by Yair Minsky with several collaborators (see [BCM] for the final shot). But MLC still resists.

[3] Two quadratic polynomials are "combinatorially equivalent" if the landing property of rational external rays (which always land at some points of the Julia set, even in the non-locally connected case) defines the same equivalence relation on the rational circle $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$.

A deep breakthrough in the MLC Conjecture was made in the late 80's - early 90's by J.-C. Yoccoz:

Theorem 3.2 (see [H, M]). *If a a quadratic map P_c, $c \in M$, is not infinitely renormalizable then the Mandelbrot set is locally connected at c.*

This result reduces the MLC to infinitely renormalizable parameters, and thus (surprisingly) embeds it into the Renormalization Theory. A class of locally connected infinitely renormalizable parameters was described in [L1]. It led, in particular, to a proof of the real counterpart of the MLC with an implication that hyperbolic parameters are dense in the real quadratic family.

The MLC Conjecture shed a beautiful new light on the field of holomorphic dynamics and influenced its mainstream development for the past two decades. For recent advances in this problem see Kahn [K] and Kahn-Lyubich [KL].

3.2. Proof of the Renormalization Conjecture

The complex renormalization (with a given combinatorics) can be viewed as an operator R acting in the space $\mathcal{Q}$ of quadratic-like maps. Then the Feigenbaum-Coullet-Tresser Renormalization Conjecture (adapted to this setting) asserted that R has a unique fixed point $f_* \in \mathcal{Q}$, and it is hyperbolic with a one-dimensional unstable direction (see Figure 2).

Importance of the Douady-Hubbard theory of quadratic-like maps for the Renormalization theory was articulated by Dennis Sullivan in his address to the Berkeley ICM-1986 [S1]. Here Sullivan laid down a program of constructing the renormalization fixed point f_* by the methods of Teichmüller theory. In this framework, the hybrid class of f_* gets nicely interpreted as the stable manifold of the renormalization operator R at f_*. This program was realized in [S2, S3]. Another approach to the construction (but still within the quadratic-like framework) was then suggested by C. McMullen [Mc2]. It was also proved in this work that the renormalization operator is strongly contracting on the hybrid class of f_*. Finally, hyperbolicity of

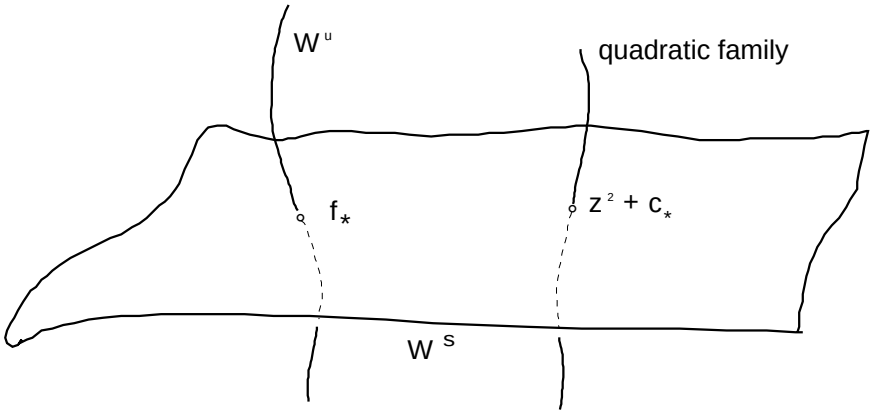


FIGURE 2. Renormalization fixed point.

R at f_* (in the space of quadratic-like maps) was established in [L2]. A good part

of [L2] is concerned with endowing the space of quadratic-like maps (or rather, "quadratic-like germs") with a complex analytic structure that turns hybrid classes into codimension-one analytic manifolds, thus enhancing the picture described in [DH3] with a precise analytic content. Among other consequences of this structure is the fact that all primitive M-copies are quasiconformally equivalent to the whole Mandelbrot set.

We see that the Douady-Hubbard theory of quadratic-like maps played a prominent role in the progress made in several central themes in holomorphic and one-dimensional dynamics. By now it has become a classical background that young researchers in holomorphic dynamics learn in the graduate school along with the principles of hyperbolic metric and the Measurable Riemann Mapping Theorem

4. References

[BCM] J. Brook, R. Canary and Y. Minsky. The classification of Kleinian surface groups II: The Ending Lamination Conjecture, Preprint 2003.

[D] A. Douady. Chirurgie sur les applications holomorphes. In: *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* (Berkeley 1986), 724-738.

[DH1] Douady and Hubbard. Itération des polynômes quadratiques. *C.R. de l'Académie des Sciences*, t. 294, ser. 1, 123-126.

[DH2] Douady and Hubbard. Etude dynamiques des polynômes complexes. Publications Math. d'Orsay, 84-02 (1984) and 85-04 (1985).

[DH3] Douady and Hubbard. On the dynamics of polynomial-like maps. *Ann. Sci. Éc. Norm. Sup.*, v. 18 (1985), 287-344.

[H] J. H. Hubbard, Local connectivity of Julia sets and bifurcation loci: three theorems of J.-C. Yoccoz. In: "Topological Methods in Modern Mathematics" (Proceedings of Symposium in honor of John Milnor's 60th birthday), Publish or Perish, 1993, 467-511.

[K] J. Kahn. *A priori bounds* for some infinitely renormalizable maps, I. Bounded combinatorics. Preprint IMS Stony Brook, 2006, # 5.

[KL] J. Kahn and M. Lyubich, *A priori bounds* for some infinitely renormalizable maps, II. Decorations. Preprint IMS Stony Brook, 2006, # 6.

[L1] M. Lyubich, Dynamics of quadratic polynomials. I, II. Acta Math. 178 (1997), no. 2, 185-247, 247-297.

[L2] M. Lyubich. Feigenbaum-Coullet-Tresser Universality and Milnor's Hairiness Conjecture. *Annals of Math.*, v. 149 (1999), 319-420.

[MSS] R. Mañé, P. Sad, and D. Sullivan. On the dynamics of rational maps, *Ann. scient. Ec. Norm. Sup.*, **16** (1983), 193-217.

[Mc1] C. McMullen. Complex dynamics and renormalization. *Annals of Math. Studies*, Princeton, 1994, # 135.

[Mc2] C. McMullen. Renormalization and 3-manifolds which fiber over the circle. *Annals of Math. Studies, Princeton*, 1996, # 142.

[M] J. Milnor. Local connectivity of Julia sets: Expository lectures. In: "The Mandelbrot set: theme and variations". *London Math. Soc. Lecture Notes* (2000), v. 274 (ed. Tan Lei), p. 67-116.

[S1] D. Sullivan. Quasiconformal homeomorphisms in dynamics, topology, and geometry. In: Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Berkeley 1986), 1216–1228.

[S2] D. Sullivan. Bounds, quadratic differentials, and renormalization conjectures. AMS Centennial Publications, v. 2: Mathematics into Twenty-first Century (1992).

[S3] D. Sullivan. Linking the universalities of Milnor-Thurston, Feigenbaum and Ahlfors-Bers. In: "Topological Methods in Modern Mathematics", (Proceedings of Symposium in honor of John Milnor's 60th Birthday), Publish or Perish, 1993, 543-564.

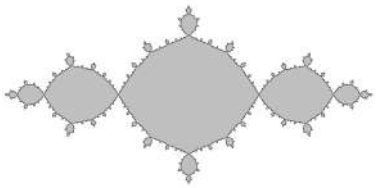
[Th] W. Thurston. On the combinatorics and dynamics of iterated rational maps. Preprint 1982.

Adrien Douady et la dynamique des polynômes complexes

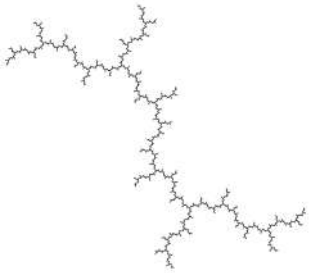
Xavier Buff

Adrien. Je t'ai rencontré dans le film *Douady Adrien, mathématicien*. J'ai tout de suite été marqué par ta personnalité. C'est pour cela que j'ai voulu faire une thèse avec toi quelques années plus tard. Tu étais un mathématicien hors du commun.

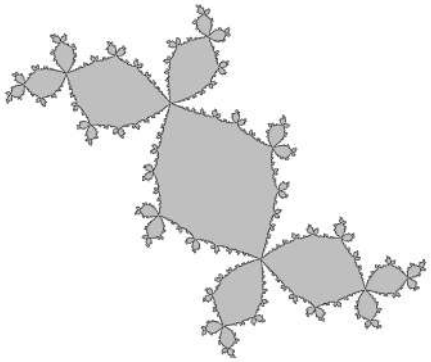
Tu définissais alors ton travail comme *l'étude dynamique des nombres complexes*. Il s'agit, entre autres choses, d'étudier les suites (z_n) de nombres complexes, définies par une récurrence de la forme $z_{n+1} = P(z_n)$ avec $P : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ un polynôme. *L'ensemble de Julia rempli* $K(P)$ est l'ensemble des points $z_0 \in \mathbb{C}$ tels que la suite (z_n) soit bornée. C'est un compact de $\mathbb{C}$. *L'ensemble de Julia* $J(P)$ est le bord de $K(P)$. Ce sont Fatou et Julia qui ont étudié les premiers ces ensembles au début du 20e siècle. Avec Hubbard, tu as su leur donner une nouvelle vie au début des années 80, quand on a pu les visualiser au moyen d'ordinateurs.



$K(z^2 - 1)$



$K(z^2 + i)$



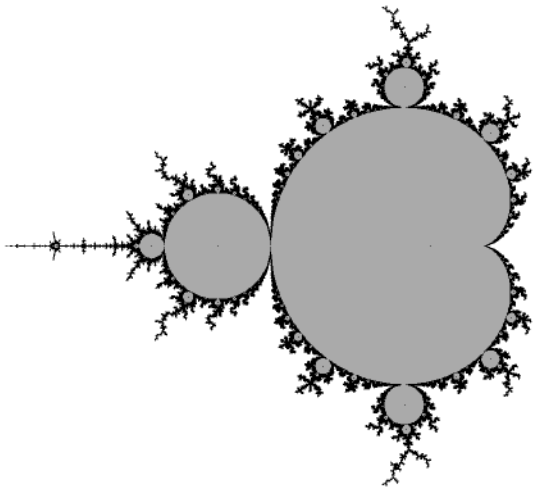
Le lapin de Douady[1]

Je me rappelle ta première question alors que je t'abordais pour t'exprimer mon souhait de travailler sur les systèmes dynamiques : « Aimes-tu les nombres complexes ? ». Sans aucun doute, tu les aimais, ces nombres complexes. C'était début

[1] Tous les dessins de ce texte ont été tracés par Arnaud Chéritat

juillet. Tu m'as dit de lire les « Notes d'Orsay » avant de te revoir en septembre. Il faut certainement plus de deux mois pour s'attaquer à ce texte fondateur. Avec Hubbard, vous formulez la conjecture MLC : « l'ensemble de Mandelbrot est Localement Connexe ». Par un subtil mélange de combinatoire, topologie, géométrie et analyse, vous montrez comment elle implique la densité des polynômes quadratiques hyperboliques.

L'ensemble de Mandelbrot est l'ensemble M des paramètres $c \in \mathbb{C}$ pour lesquels l'ensemble de Julia rempli $K(z^2+c)$, ou de manière équivalente l'ensemble de Julia $J(z^2+c)$, est connexe. Le polynôme quadratique $P_c(z) = z^2+c$ a un point critique en $z = 0$. On sait depuis Fatou et Julia que lorsque c n'est pas dans l'ensemble de Mandelbrot, $K(P_c) = J(P_c)$ est un ensemble de Cantor (un compact non vide sans point isolé dont toutes les composantes connexes sont réduites à un point). On sait d'autre part que $c \in M$ si, et seulement si, le point critique $z = 0$ appartient à l'ensemble de Julia $K(P_c)$. C'est ce qui permet de représenter l'ensemble de Mandelbrot par ordinateur.



L'ensemble de Mandelbrot

Avec Hubbard, vous montrez que l'ensemble de Mandelbrot est connexe. Pour cela, vous explicitez la représentation conforme $\Phi_M : \mathbb{C} \setminus M \to \mathbb{C} \setminus \overline{\mathbb{D}}$ (avec $\mathbb{D}$ le disque unité). Si l'ensemble de Mandelbrot est localement connexe, alors l'application Φ_M^{-1} se prolonge continûment en une application $\gamma_M : \partial\mathbb{D} \to \partial M$. Vous montrez que dans ce cas, on peut donner une description combinatoire de l'ensemble de Mandelbrot.

La conséquence principale de cette description combinatoire (conditionnée à MLC) est la validation de la conjecture d'hyperbolicité de Fatou : lorsque c est dans l'intérieur de M, l'orbite du point critique $z = 0$ est attirée par un cycle

attractif :

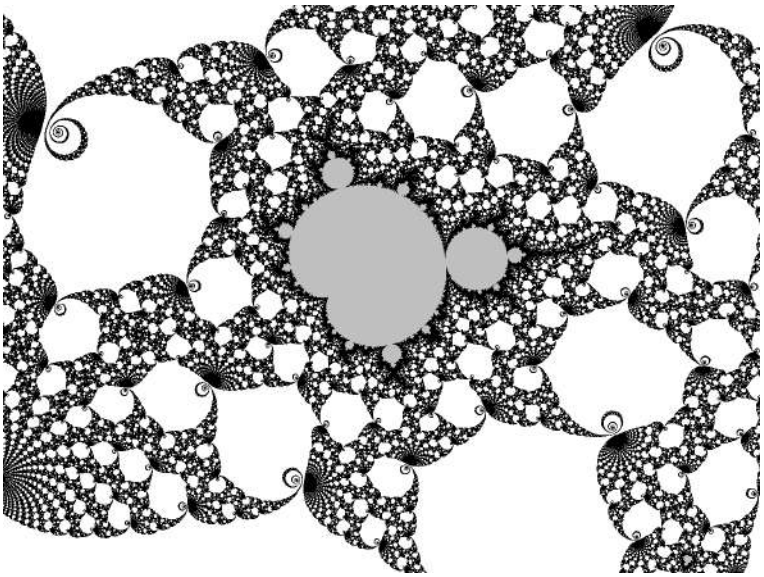
$$\alpha_0 \overset{P_c}{\mapsto} \alpha_1 \overset{P_c}{\mapsto} \cdots \overset{P_c}{\mapsto} \alpha_n = \alpha_0 \quad \text{avec} \quad \left|(P_c^{\circ n})'(\alpha_0)\right| < 1.$$

Dans ce cas, $z = 0$ appartient à l'intérieur de $K(P_c)$, et $J(P_c)$ est de mesure de Lebesgue nulle. Votre conjecture résiste encore aujourd'hui, bien que de nombreux mathématiciens s'y soient attaqués.

Je suis revenu te voir en septembre, puis j'ai suivi ton cours de DEA à Orsay. C'est lors de l'élaboration de mon mémoire que j'ai eu mes premiers échanges mathématiques avec toi. Tu as toujours été disponible pour réfléchir aux questions que je te posais. Tu étais gourmand de problèmes qui occuperaient tes insomnies. Tu revenais généralement le lendemain avec la réponse. Un des premiers enseignements que j'ai reçu, c'est qu'une partie du travail du mathématicien consiste à bien formuler les questions. Dans le cas contraire, la sanction était immédiate : tu t'endormais pendant que je me débattais péniblement au tableau. Par la suite, j'ai compris qu'il fallait aussi choisir soigneusement l'heure à laquelle on posait la question. Le début d'après-midi était un moment bien mal choisi, la sieste digestive ayant tendance à l'emporter. Il valait mieux lui préférer le retour d'Orsay en RER, où il t'arrivait d'esquisser des démonstrations avec un crayon mâchouillé sur un bout de papier que tu extirpais de ta sacoche en cuir. Mieux encore, il suffisait de te poser les questions par courrier électronique vers 01h00 du matin. La réponse arrivait généralement au milieu de la nuit, vers 03h00 ou 04h00. Ces échanges me manquent.

On trouve des joyaux dans les notes d'Orsay. Par exemple, on y découvre les balbutiements de la théorie de *l'implosion parabolique*. C'est cette théorie qui t'a permis de montrer que les ensembles $K(P_c)$ et $J(P_c)$ ne dépendent pas continûment du paramètre c au voisinage des points $c_0 \in \partial M$ pour lesquels P_c possède un point périodique parabolique, c'est-à-dire un point z pour lequel il existe un entier $n \geqslant 1$ avec $P_{c_0}^n(z) = z$ et $(P_{c_0}^n)'(z) = 1$. C'est cette théorie qui a permis à Shishikura de montrer que le bord de l'ensemble de Mandelbrot est de dimension de Hausdorff 2. C'est encore cette théorie qui nous a permis, à Chéritat et moi, de montrer qu'il existe des paramètres c pour lesquels la mesure de Lebesgue de $J(P_c)$ est non nulle (j'y reviendrai plus loin).

Le théorème de non-errance de Sullivan affirme que toute composante connexe U de l'intérieur d'un ensemble de Julia rempli $K(P)$ est prépériodique : il existe $n_2 > n_1 \geqslant 0$ tels que $P^{\circ n_2}(U) = P^{\circ n_1}(U)$. La démonstration de Sullivan est basée sur des outils que tu connaissais bien, en particulier le théorème de Bojarski-Morrey-Ahlfors-Bers qui affirme que tout champ d'ellipses infinitésimales qui est mesurable sur $\mathbb{C}$, peut être redressé sur un champ de cercles par un homéomorphisme quasiconforme du plan complexe. C'est probablement cette démonstration de Sullivan qui vous a inspirés, toi et Hubbard, pour développer les techniques de chirurgie quasiconforme : comment reconstruire l'ensemble de Julia d'un polynôme en découpant et recollant d'autres ensembles de Julia. Avec l'implosion parabolique, je pense que c'est un des deux axes qui t'ont le plus passionné dans la dynamique des polynômes complexes. En particulier, je me souviens combien tu prenais plaisir à me raconter la théorie des applications à allure polynômiale. Elle permet d'expliquer la présence de petites copies de l'ensemble de Mandelbrot au voisinage de tout point du bord de l'ensemble de Mandelbrot.



Une copie de l'ensemble de Mandelbrot dans lui-même.

Tu aimais raconter. Tu aimais écouter. Tu aimais que les gens se parlent. Pour toi, les mathématiques étaient faites d'échanges. Tu as su réunir autour de toi, personnage central, une famille mathématique qui s'est agrandie bien au delà de tes étudiants. Ainsi, ton projet pour montrer l'existence d'ensembles de Julia quadratiques d'aire non nulle a pu être finalisé.

Sans aucun doute, tu étais passé maître dans l'art du contre-exemple. Dès le début des années 90, tu as ébauché le plan d'attaque suivant. Tu as proposé de travailler dans la famille des polynômes quadratiques $Q_\alpha(z) = e^{i2\pi\alpha}z + z^2$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$. Tu as deviné que l'on pourrait trouver une suite (α_n) convergeant vers α en sorte que

- $K(Q_{\alpha_n})$ soit d'intérieur non vide, et donc de mesure de Lebesgue non nulle,
- $K(Q_\alpha)$ soit d'intérieur vide, en particulier $J(Q_\alpha) = K(Q_\alpha)$,
- $\mathrm{Leb}\big(K(Q_{\alpha_{n+1}})\big) \geqslant (1-\varepsilon_n)\cdot \mathrm{Leb}\big(K(Q_{\alpha_n})\big)$ avec $\prod(1-\varepsilon_n) > 0$.

Tu savais que l'on aurait automatiquement $\limsup_{n\to+\infty} K(Q_{\alpha_n}) \subset K(Q_\alpha)$ et donc :

$$\mathrm{Leb}\big(J(Q_\alpha)\big) = \mathrm{Leb}\big(K(Q_\alpha)\big) \geqslant \prod(1-\varepsilon_n)\cdot \mathrm{Leb}\big(K(Q_{\alpha_0})\big) > 0.$$

Pour construire la suite (α_n), tu as proposé de procéder par perturbations successives. Plus précisément, si l'on utilise la notation :

$$[a_0, a_1, a_2, \cdots] = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \ddots}},$$

tu as pressenti que l'on pourrait trouver α sous la forme

$$\alpha = [\underbrace{1,\ldots,1}_{k_1}, M_1, \underbrace{1,\ldots,1}_{k_2}, M_2, \underbrace{1,\ldots,1}_{k_3}, M_3, \ldots],$$

où (k_n) et (M_n) sont des suites qui croissent suffisamment vite.

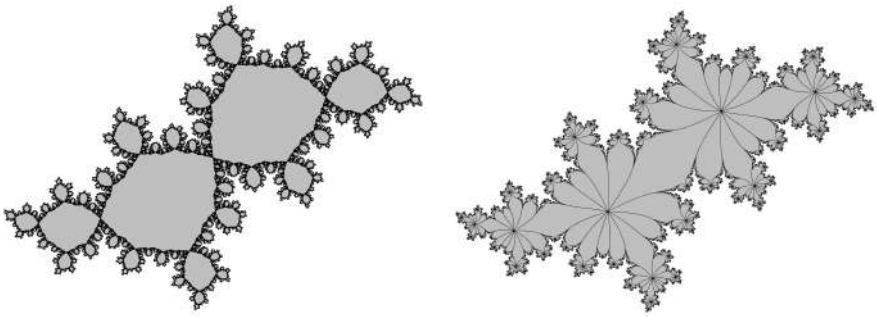
Nous sommes plusieurs de tes étudiants à avoir planché sur ce problème. Jellouli d'abord a étudié ce qui se passe lorsque l'on passe de

$$\alpha_n = [\underbrace{1,\dots,1}_{k_1}, M_1, \dots, M_{n-1}, \underbrace{1,\dots,1}_{k_n}, M_n, \underbrace{1,1,1,\dots}_{\infty}]$$

à

$$\alpha'_n = [\underbrace{1,\dots,1}_{k_1}, M_1, \dots, M_{n-1}, \underbrace{1,\dots,1}_{k_n}, M_n, \underbrace{1,\dots,1}_{k_{n+1}}].$$

Ces résultats ont été complétés par Chéritat qui a montré que lorsque $k_{n+1} \to +\infty$, la mesure de Lebesgue de $K(P_{\alpha'_n})$ tend vers la mesure de Lebesgue de $K(P_{\alpha_n})$.



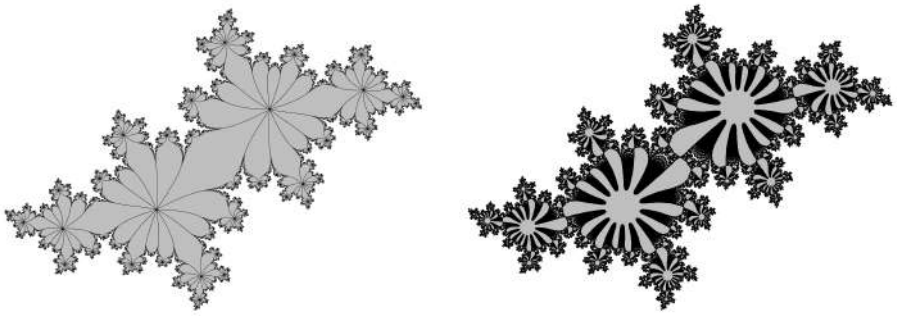
Il ne restait plus qu'à comprendre ce qui se passe lorsque l'on passe de

$$\alpha'_n = [\underbrace{1,\dots,1}_{k_1}, M_1, \dots, M_n, \underbrace{1,\dots,1}_{k_{n+1}}]$$

à

$$\alpha_{n+1} = [\underbrace{1,\dots,1}_{k_1}, M_1, \dots, M_n, \underbrace{1,\dots,1}_{k_{n+1}}, M_{n+1}, \underbrace{1,1,1,\dots}_{\infty}].$$

On pourrait penser que lorsque $M_{n+1} \to +\infty$, la mesure de Lebesgue de $K(P_{\alpha_{n+1}})$ tend vers la mesure de Lebesgue de $K(P_{\alpha'_n})$. Chéritat a montré que cela n'était pas vrai, mais a conjecturé, expérience numérique à l'appui, que la perte de mesure serait d'autant plus faible que k_{n+1} serait grand.

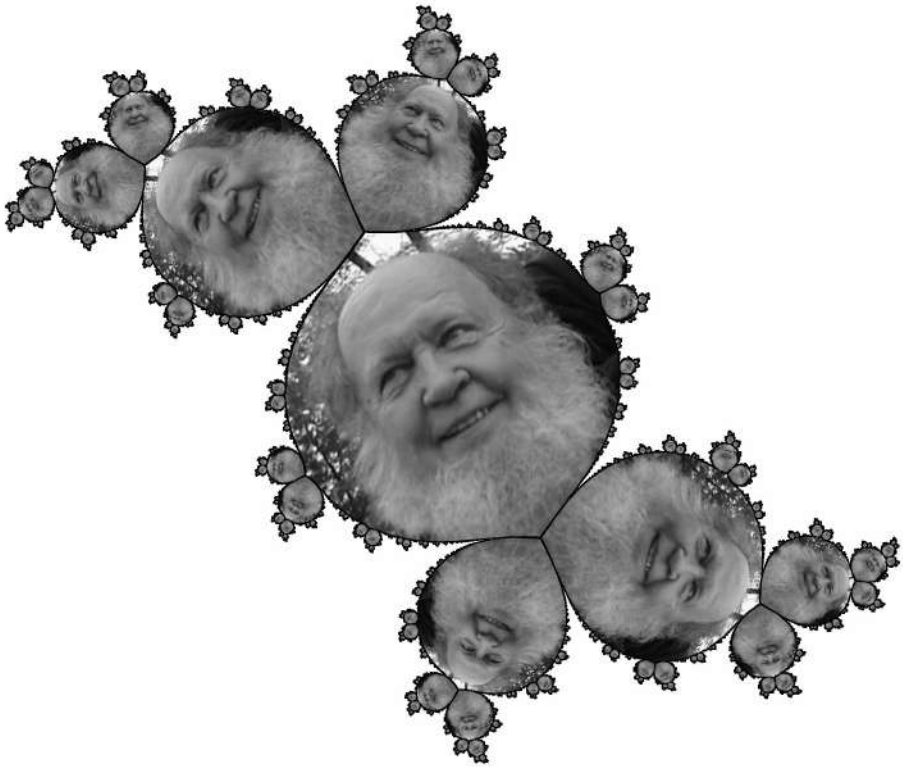


Je me souviens très bien que tu te promenais à Odense lors d'un congrès, montrant les images de Chéritat et racontant qu'il n'y avait plus de doute : il existait

des ensembles de Julia quadratiques de mesure de Lebesgue non nulle. Tu étais convaincu que Chéritat obtiendrait la preuve, que ce n'était qu'une question de temps. Nos discussions avec Yampolsky et Yoccoz, les travaux de McMullen, d'Inou et Shishikura, nous ont permis d'aboutir, un an avant que tu ne nous quittes.

Cette dernière année, nous avons eu de nombreux échanges pour peaufiner la démonstration. J'étais très fier de voir avec quel intérêt tu as lu ce que nous avons écrit, toi qui d'habitude préférais te faire expliquer les choses de vive voix.

Adrien, tu nous manques.



Un oncle bienveillant

Jean-Christophe Yoccoz

En novembre 2000 s'éteignait Michel Herman, qui fut pour moi un père attentif, parfois inquiet. Six ans plus tard, presque jour pour jour, c'est un oncle bienveillant que je perds avec Adrien Douady. Sa personnalité hors du commun laisse une empreinte indélébile sur ceux qui ont eu la chance de l'approcher.

Nos chemins se sont croisés pour la première fois, je crois, lors du fameux séminaire sur les travaux de Thurston organisé à la fin des années 1970 à Orsay par A. Fathi, F. Laudenbach et V. Poenaru. Jeune élève à l'École Normale, ne sachant encore trop dans quelle direction m'engager, j'assistais silencieux et émerveillé depuis les dernières rangées de la salle aux joutes oratoires enflammées qui opposaient F. Laudenbach, D. Sullivan, L. Siebenmann, V. Poenaru, A. Fathi, J. Hubbard et bien sûr Adrien. La passion qui animait les participants offrait un contraste saisissant avec l'austérité de la plupart des cours magistraux que j'avais suivis jusque là. Cette passion, pour les mathématiques et pour la vie, habitait Adrien en permanence.

À vrai dire, si le souvenir d'Adrien lors de ces séminaires est encore très vivace dans ma mémoire, je doute qu'il m'ait même remarqué à cette époque ; les arguments échangés me passaient complètement au-dessus de la tête et je n'osais pas intervenir. C'est seulement plusieurs années plus tard que j'ai été amené à discuter directement avec lui. Fin 1984, chargé de recherches au Centre de Mathématiques de l'École Polytechnique, je m'apprêtais à soutenir ma thèse d'État. Michel Herman m'a suggéré qu'Adrien serait un excellent président de jury. Je lui ai donc envoyé le texte, mais ceux qui ont connu Adrien devinent déjà la suite : plutôt que de lire un long mémoire, Adrien préférait toujours entendre son auteur lui en raconter de vive voix le contenu. Ces longues séances avec Adrien m'ont bien sûr beaucoup aidé à clarifier mes idées. Après la soutenance, et un premier pot « normal » au Centre de Mathématiques, le jury, moi-même et une partie de l'assistance ont été invités à poursuivre la fête chez Adrien et Régine. Mais, en raison des nombreuses *caipirinhas* confectionnées par Jacob Palis, le souvenir de cette longue soirée est assez confus !

Ceux qui n'ont rencontré Adrien qu'une fois ou deux ont sans doute l'impression d'un personnage un peu bourru. Mais il cachait sous une apparence un peu rugueuse des trésors de diplomatie ; j'ai été amené à en profiter un peu plus tard.

La deuxième partie du 16^{e} problème de Hilbert demande une borne pour le nombre de cycles limite d'un champ de vecteurs polynomial du plan, en fonction du degré. Une question plus simple est de montrer qu'un tel champ a un nombre fini de cycles limite. Dulac avait cru le faire en 1920, mais Il'yashenko avait observé dans les années 60 que sa preuve était incorrecte. Au début de 1986 étaient annoncées deux preuves indépendantes du résultat de Dulac, l'une par Il'yashenko et l'autre par Ecalle-Martinet-Moussu-Ramis. Pressenti pour en parler au Séminaire Bourbaki, j'avais imprudemment accepté (à vrai dire, mon souvenir ici est flou, peut-être mon imprudence m'a-t-elle même poussé à proposer ce sujet pour le Séminaire Bourbaki). Hélas, il n'existait pas alors de texte complet de

la preuve, mais seulement deux notes aux CRAS du quatuor français. Au cours des conversations avec les auteurs, je n'ai pas été suffisamment convaincu que la stratégie proposée dans les notes puisse être complètement validée ; par contre, une stratégie alternative proposée par Ecalle s'est dégagée, qui m'a semblé plus à même d'aboutir à une démonstration rigoureuse. C'est cette deuxième stratégie que j'ai présentée, dans un cas simple, lors de mon exposé oral et écrit. Mais je voulais le faire à ma manière, ce qu'Ecalle, tel un peintre protégeant l'intégrité de sa production artistique, ne voulait admettre. Les relations se sont tendues dans les semaines précédant l'exposé. C'est ici qu'Adrien a fait merveille, discutant avec l'un et l'autre, parvenant à un compromis acceptable et permettant à l'exposé de se tenir dans des circonstances quelque peu apaisées.

Viennent ensuite les années où j'ai été professeur à Orsay, celles où j'ai été le plus proche d'Adrien.

Mes travaux sur la linéarisation des germes de difféomorphismes holomorphes précèdent mon arrivée à Orsay, mais je n'avais pas assisté au séminaire Douady-Hubbard sur la dynamique des polynômes quadratiques qui a eu une si grande influence sur les développements ultérieurs de la dynamique holomorphe. C'est en arrivant à Orsay que j'ai découvert les notes de ce séminaire et que j'ai embrassé pour plusieurs années ce délicieux mélange de combinatoire, topologie, géométrie et analyse. S'il était en général impossible de le solliciter pour la moindre corvée administrative, Adrien était en revanche toujours disponible pour discuter de mathématiques, démontrer un lemme, fournir un contre-exemple subtil, démontrant en ces occasions une imagination hors du commun. Il avait poussé l'art de dormir en séminaire vers des sommets inexplorés, sortant brusquement d'un sommeil apparemment profond au moment critique pour poser la question qui tue. Plutôt que de lire la démonstration d'un résultat dans un article, il préférait toujours s'en faire raconter les idées essentielles, ou, mieux encore, reconstituer lui-même l'écheveau de la preuve. En plus d'une occasion, cette volonté de comprendre par soi-même lui permit de défricher un terrain mathématique nouveau ; c'est le cas par exemple du papier avec C. Earle sur le barycentre conforme.

Depuis une dizaine d'années, nous nous voyions moins souvent, ma dynamique était devenue moins holomorphe et j'avais quitté Orsay pour le Collège de France. Nous nous retrouvions cependant pour accompagner les travaux de ses élèves Xavier Buff et Arnaud Chéritat sur les disques de Siegel et les ensembles de Julia des polynômes quadratiques. J'imagine quelle joie a été la sienne de voir s'accomplir le programme qu'il avait tracé au début des années 90 pour la construction d'ensembles de Julia de mesure positive. Il est probablement, là-haut, en train d'expliquer les subtilités de l'implosion parabolique à quelque créature ailée.

Un bout de chemin avec Adrien

Michel Zinsmeister

Trois cents millions de papillons...

C'est comme étudiant de licence que j'ai connu Adrien Douady. Je venais d'arriver à Paris et ignorais à peu près tout des mathématiques. C'est lui qui assurait le C2 cette année-là à Orsay (75/76). Si je me souviens si bien de son cours après toutes ces années, ce n'est pas parce qu'il venait pieds nus dans l'amphi, mais à cause de la façon si singulière qu'il avait de faire des mathématiques. Inutile de dire que je n'avais jamais vu cela. Avec lui j'ai compris ce que veut dire comprendre. Pour lui quelque chose était compris quand cela se mettait à aller de soi, à couler de source : il comprenait avec son corps. Il n'aimait pas par exemple la preuve originelle du théorème d'Ahlfors-Bers qu'il trouvait trop compliquée et il n'a eu de cesse d'en trouver une bien plus simple. Il m'a raconté comment un jour il a répondu à un mathématicien (suédois) qui lui demandait ce qu'il pensait de son exposé, qu'il l'avait trouvé ardu. « *Thank you !* » lui avait répondu l'illustre mathématicien, visiblement ravi. Adrien m'a alors fait, avec son air malicieux : tu te rends compte, il a pris ça pour un compliment !

Je retrouvais Adrien 20 ans plus tard. J'avais scientifiquement dérivé vers les systèmes dynamiques et avais été invité au séminaire d'Orsay. J'y présentai des expériences numériques (faites avec O. Bodart) sur la dimension de Hausdorff des ensembles de Julia et signalai des anomalies dans ces calculs que l'on ne savait pas expliquer. « *Viens me voir après l'exposé, je crois savoir ce qui se passe* », m'a dit Adrien. L'anomalie était due au phénomène d'implosion parabolique qui est une de ses grandes découvertes (et dont les prolongements ont récemment débouché sur la mesure positive).

Il s'en est suivi, en trio avec Pierrette Sentenac, dix ans de pur bonheur scientifique. Je retrouvais, et cette fois au plus près, l'enchantement provoqué par sa manière d'aborder les maths. Un mélange d'intuitions fulgurantes et d'absolue rigueur, de simplicité totale dans l'expression et d'élégance raffinée. Il avait une patience infinie avec les élèves un peu lents que nous étions, et on a fini par comprendre l'implosion parabolique « avec notre corps ».

Mais mes souvenirs d'Adrien ne sont pas que mathématiques. Je me souviens des colloques que nous avons co-organisés, Seillac (1995), Luminy (1998), IHP (2003). Sa générosité et sa joie de vivre imprimaient sa marque à ces événements qui devenaient chaleureux et bon-enfant, ce qui ne faisait d'ailleurs qu'augmenter leurs retombées scientifiques.

Les souvenirs sont aussi musicaux : je me souviens des concerts organisés chez les Douady et notamment de ce pianiste russe qui y a donné une magnifique interprétation de la sonate D960 de Schubert. Nous partagions une même passion pour ce compositeur et étions en particulier d'accord pour préférer parmi ses quatuors le 13^{e}, « Rosamunde ». Il a aussi chanté le« *Winterreise* » en Laponie sous le soleil de minuit. Il adorait également Offenbach : je me souviens de cette soirée à Yaoundé où pendant le repas et à la lumière des bougies à cause d'une de ces pannes

d'électricité récurrentes il nous a chanté un acte entier de « *La Belle Hélène* ». Je me souviens du séminaire COOL et des fou-rires avec Pierrette quand il nous racontait des anecdotes de sa carrière : il se moquait de manière hilarante des« *herr professor doktor* », des mandarins, et de la pompe universitaire en général. Dans les moments de doute ou de déprime je trouvais toujours un réconfort auprès de lui : il savait se détacher des petites mesquineries politiciennes qui envahissent le monde universitaire. Il était libre et joyeux et donc fort.

...sont arrivés à Chatillon

Pas de science sans passion

Bodil Branner, Carsten Lunde Petersen

Adrien was a polyhistor, a scientist, and a professor with all that it entails. He had a deep knowledge of literature, classical music, languages, and the natural sciences in general. He formulated the above aphorism in Danish where it reads "Ingen videnskab uden lidenskab" – a pun with a profound meaning. Adrien has marked us all through his passion, creativity, mathematical thinking, generosity, and joy of life. He stimulated and encouraged us in so many different ways. He taught us that mathematics can be discussed everywhere, the favorite café, the park, the train, the plane, even the sauna, and the beach. Adrien liked to share everything that was important to him. Be open and collaborate was the message he conveyed and practiced himself to such a great extent. He stood out in the mathematical landscape, but he was fantastic at making space for others and he appreciated everyone's contributions. Within his last year he expressed repeatedly that he believed less and less in the importance of the individual. This is a strong statement, when it is viewed in the light of the huge role he played himself and how much he appreciated every single individual. But it fits perfectly well with the atmosphere he created.

We are a group in Denmark who had the fortune of belonging to Adrien's extensive international family of mathematicians. Adrien's Danish connection started in June 1983 when he, together with John H. Hubbard, participated in a workshop, Chaos arranged by Predrag Cvitanovic at the Niels Bohr Institute in Copenhagen. The poster of the workshop was illustrated by the filled Julia set, known as Douady's rabbit. Bodil met Douady and Hubbard at this workshop, and they easily convinced her that iterations of cubic polynomials were better treated when studied over the complex field than over the real (as she was then doing). Bodil was invited to Paris a week later to learn more about holomorphic dynamics and to stay in the home of Adrien and Regine. This became the first of many later visits and the beginning of a lifelong friendship.

Adrien liked to travel and to lecture around the world. He was always eager to spread the latest developments within holomorphic dynamics and to share open questions. When physical distance was too great for a personal meeting, he liked to communicate ideas and answer questions through e-mails. As an example, he wrote to Bodil in the spring of 1986 that Yoccoz had observed that the combinatorial

structure in the 1/2-limb of the Mandelbrot set M was similar to the combinatorial structure of a particular subset of the parameter space of cubic polynomials that she and Hubbard had just described. How could this be understood? The answer came through the development of a surgery technique relating the dynamics of the relevant quadratic polynomials to that of certain cubic polynomials. The surgery technique was further developed also to cover the more difficult case to embed the 1/2-limb of M into the 1/3-limb of M with the immediate corollary that the main vein in the 1/3-limb is a topological arc, being the image of the line segment on the real axis included in the 1/2-limb. This example also illustrates the early motto of Adrien: we plough in the dynamical planes and harvest in the parameter spaces.

Later on, students were added to the mathematical family. Firstly Carsten, who was invited to Paris in the spring of 1989 to stay with Adrien and Regine while working on his master thesis and to participate in one of the yearly "holomorphic days" arranged by Adrien at *École Normale Supérieure* in *rue d'Ulm*. As always, such a mathematical event was extended by a lot of extra activities, such as a climbing trip to the forest of Fontainebleau, a sauna party in the suburbs of Paris, and shopping and singing in rue Mouffetard. The contrast from rural Århus to the metropolis of Paris under the guidance of Adrien was dramatic.

In 1990-1991 Carsten returned as a Ph.D. student with his family to Paris along with two other students of Bodil's: Dan Sørensen and Pia Willumsen who studied under the DEA program at Orsay. Again, Adrien and Regine opened their home for them all. Adrien (himself a master of many languages) believed in the principle that one should learn a language through its most outstanding literature. He arranged weekly evenings with literature for them all in order to share with them his love for particular French poems and the French language and at the same time for himself to learn Danish and together with them re-create the poems in Danish. During the day mathematics was the main concern, in the evening literature. Besides mathematical papers the activities resulted in the Preprint "Fra Poincaré til Baudelaire", in French with re-creations in Danish. The opening citation by Henri Poincaré (Bruxelles, 1909) reads:

"La liberté est pour la science ce que l'air est pour l'animal ; privée de liberté, elle meurt d'asphyxie comme un oiseau privé d'oxygène. Et cette liberté doit être sans limite...[1]*"*

Adrien appreciated freedom, freedom for himself, freedom for everybody, and he understood the importance of freedom as prerequisite for creativity.

Adrien taught himself Danish from *"Babettes Gæstebud"* (Babette's Feast by Karen Blixen), which he could recite from one end to the other in Danish. Among Hans Christian Andersen's fairy-tales, his favorite was *"Prinsessen på ærten"* (The Princess and the Pea), just to mention part of his repertoire. He had a wonderful ability to judge the qualities of a language and he mastered writing poetry and playing with words in the many different languages he knew, among them Danish. *"Ingen videnskab uden lidenskab"* cited in the opening is an example of this.

We have all returned to Paris for shorter or longer stays as often as our jobs allowed us. Dan and Pia returned for a two year period (1995-97) as Post. Doc. and Ph.D. student respectively. During this period Dan collaborated with Adrien and François Tisseyre to produce the film *"La Dynamique du Lapin"* and the

[1] Allocution pour le 75^{e} anniversaire de l'Université Libre de Bruxelles, 21 novembre 1909. NdlR.

exhibition *"Un monde fractal"*. Later Carsten had again a longer stay in Paris, including the trimester program on Holomorphic Dynamics organized by Adrien and Hans Henrik Rugh in the fall of 2003 at Institut Henri Poincaré. During the trimester program, Adrien resumed very successfully his French poetry classes for the participants.

Adrien appreciated mathematical gatherings. He was a keen participator and a skilled organizer. For many years he organized the holomorphic days in Paris, and conferences at CIRM in Luminy. He was also the driving force behind the establishment of the NATO advanced study institute, entitled "Real and Complex Dynamics" that took place in 1993 in Denmark. For two weeks more than 100 participants, of which about two thirds were Ph.D.-students and Post. Docs., stayed together in ideal surroundings in Hillerød, listening to 15 main speakers, combined with numerous talks by other participants and lots of informal discussions and networking. It is quite fair to state that a whole new generation of holomorphic dynamists grew out of that summer school. As part of the social program Adrien took the initiative to organize a Méchoui on the Midsummer evening.

Adrien was also active in the organization of the scientific and the social program at the Bodil Fest, marking both the 10^{th} anniversary of the Hillerød summer school and the 60^{th} birthday of Bodil. After that event we have continued to hold yearly workshops on Holomorphic Dynamics at the same place, Søminestationen in Holbæk, modelled over the holomorphic days in Paris. Adrien was always the first to sign up for participation.

Adrien had the fortune of being active to the very end. And we had the fortune of taking part in his fabulous being to the very end.

Quelques souvenirs d'Adrien

Peter Haïssinsky

Lorsque Xavier Buff m'a contacté pour me proposer de rendre hommage à Adrien Douady, j'ai bien sûr été touché par son attention, mais je me suis surtout senti très embarrassé. Que pourrais-je écrire ? Comment formuler mes sentiments à son égard ? Puis, des souvenirs photographiques me sont revenus. Dans ces quelques lignes, j'aimerais en partager quelques-uns qui m'ont influencé – et m'influencent encore – dans mes modestes travaux mathématiques.

Adrien Douady est connu pour son érudition et sa façon très personnelle de comprendre les mathématiques. Il avait souvent une démonstration originale, élégante et claire de résultats réputés difficiles. Cela s'est vérifié jusque dans ses derniers travaux. Je lui ai toujours porté beaucoup d'admiration et j'ai souvent eu peur de l'ennuyer avec des trivialités. Je crois qu'il ne s'intéressait pas à ce qu'il savait faire, ce qui le plongeait parfois dans une somnolence, voire dans un sommeil profond ! En revanche, il était très enthousiaste et infatigable dès qu'il était intéressé.

La première fois que j'ai vu Adrien enseigner, c'était un cours d'analyse de Fourier de licence qu'il donnait dans le *grand amphi de maths* auquel des amis m'avait convié pour me « montrer le personnage ». Bien que de taille modeste, il occupait toute la scène, avec ses bottes et sa chemise de bûcheron largement ouverte sur sa poitrine couverte par sa barbe fournie. Il expliquait que le produit de convolution de deux fonctions était un barycentre qui consistait à prendre des moyennes, comme lorsque l'on superpose des photos un peu floues qui finissent par donner une image nette. Deux ans plus tard, je suivais son cours de DEA. Il était très à l'aise, et pouvait improviser sur n'importe quel sujet : il remplissait toutes nos lacunes en allant toujours à l'essentiel. Son enseignement était passionnant et il savait – quand il le voulait – expliquer n'importe quoi à n'importe qui.

Mes deux souvenirs suivants sont similaires : unité de lieu – ils se sont déroulés au domicile de Régine et d'Adrien, dans leur bureau, au tableau blanc ; unité de temps – pendant la préparation de mon doctorat ; unité dans notre discussion aussi – je cherchais à résoudre des problèmes d'estimations de normes dans des espaces de Sobolev la première fois, et de modules d'anneaux donnés par des déformations de la structure complexe la seconde. Je revois Adrien réfléchir et illustrer ses propos au tableau avec des modèles et des figures très simples qui rendaient les estimations miraculeusement explicites. Ces discussions ont eu une forte influence sur mon travail.

En poste depuis peu à Marseille, Adrien était venu présenter son film sur la dynamique du lapin dans le cadre de la fête de la science à la Vieille Charité. Ce court-métrage était de loin le plus sérieux parmi ceux qui étaient montrés, qui tiraient plus sur le côté anecdotique voire comique. L'assistance – non scientifique – fit un accueil plus que réservé au film pendant sa projection : on pouvait entendre des gros soupirs, et aussi des plaintes lorsque l'on entendait la voix d'Adrien reprendre *« on double l'angle, on prend le carré de la distance, et on rajoute c... »* ; en intervenant ensuite et en répondant aux questions d'abord timides de l'auditoire, Adrien a su le retourner pour entendre la salle crier en cœur *« LE LAPIN »* à chaque occasion qui se présentait !

Élève d'Adrien, nos relations ne se bornaient pas à se voir uniquement au labo ou à des conférences : les lieux de rencontres pouvaient être aussi bien chez lui, au café, dans le RER, *etc.* De ces rencontres, il me reste de nombreux souvenirs plus personnels. Mais mon meilleur souvenir serait de savoir que je partage une partie de son héritage, aussi petite soit elle.

Mémoire d'Adrien

Pierrette Sentenac

Un semestre par année universitaire j'ai enseigné avec Adrien, et cela a duré plus de vingt-cinq ans ! Dès les premières réunions d'enseignement hebdomadaires j'ai compris qu'il avait une façon très personnelle, peut-être unique, de faire des mathématiques, de parler Mathématique. Il se pliait à nos exigences d'assistant : écrire un résumé après chaque cours, suggérer des thèmes d'exercices ou de problèmes, avec deux solutions au moins si nous trouvions le sujet difficile.

La réunion se terminait à la cantine du plateau après une héroïque montée en 2CV, ou au café du Guichet. Il y avait toujours des questions sur des sujets variés et toujours avec bonne humeur il donnait une vraie réponse sans renvoyer à une quelconque référence livresque ; « *Adrien, je n'ai pas compris ce que tu as dit au sujet de...* » et Adrien, inlassablement, de répondre en donnant un autre éclairage, un autre point de vue ! S'il s'agissait plutôt de pédagogie, il nous renvoyait vers Régine. Puis, sans transition, il chantonnait du Boby Lapointe. Il ne savait pas s'ennuyer : avant une réunion, dans la queue à la cantine ou à table, il meublait un silence en attaquant « *Le mot et la chose* » du saint abbé de Lattaignant, ou nous régalait d'un grand passage des Djinns en se balançant au rythme du poème... mais souvent, je l'entendais fredonner une petite phrase musicale, combien attendrissante, « *Régine, Régine...* »

Un jour, il est arrivé avec une grande feuille de papier sur laquelle il avait dessiné des courbes en bleu, rouge et noir ; « *Regardez, (silence de notre part) c'est la réponse à une question d'un chimiste du campus, bien mise en évidence par le tracé approximatif des orbites d'un champ de vecteurs dans le plan* ». Ce fut un déclic pour moi. L'étude qualitative des équations différentielles m'a enthousiasmée et je n'ai plus quitté Adrien pour enseigner ce savoir-faire bien trop absent de nos programmes. Un langage imagé est apparu : les barrières, les zones pièges, les entonnoirs, etc. Tous ces objets se visualisent mais exigent des lemmes, des propositions (pas toujours faciles à démontrer) pour en déduire des propriétés des solutions et tracer un portrait qualitatif des orbites. Quel outil précieux pour apprendre à faire des mathématiques et quel plaisir !

On est dans les années 79-80, dans la salle du thé. Adrien parle à qui veut bien l'écouter de l'itération des polynômes complexes de degré deux. Les questions qui se posent s'énoncent simplement mais les réponses ne sont pas toujours évidentes. Ce sera le début d'une aventure mathématique pour de nombreux thésards, chercheurs seniors, et mathématiciens renommés. C'est ainsi qu'en douceur, Adrien crée une équipe internationale de Dynamique Holomorphe.

Il vient à Orsay deux à trois fois par semaine, les yeux plus pétillants que jamais. Il raconte une fois, deux fois, n fois la petite ou la grande avancée qu'il a faite pendant ses réflexions nocturnes entre trois heures et quatre heures du matin. Il écoute ceux qui ont une « petite chose » à dire, rectifie, suggère. Quand il reprend le métro vers Paris, il est serein, il a échangé des idées, il n'a pas gaspillé son temps.

Avec l'informatique, les objets abstraits mathématiques sont visualisés et nommés. Le Mathématicien poète à la barbe fleurie fait apparaître, pour notre plus grand plaisir, lapins, choux-fleurs, papillons, et autres bébés Mandelbrot (dont certains naissent dans des choux-fleurs). Avec la collaboration d'étudiants devenus programmeurs et le talent de François Tisseyre (atelier *ÉcoutezVoir*), les dessins s'animent pour devenir vidéos, CD, et films. L'exposition « Un monde fractal », ludique et pédagogique, a fait le tour du monde. Transmettre son savoir était sa priorité. Il l'a remarquablement fait, à sa manière qui est unique.

J'ai encore égaré mes lunettes mais cette fois Adrien n'est plus là pour sortir de son sac une de ses paires-dépannage qu'il achetait sur le marché de Draguignan. Il me manque beaucoup.

J'écoute :
Tout fuit,
Tout passe ;
L'espace
Efface
Le bruit.

Les Djinns,
Victor Hugo

Souvenirs d'Adrien

Tan Lei

J'ai rencontré Adrien Douady pour la première fois en septembre 1983, quand je débarquais de Chine pour faire des études de troisième cycle à Orsay. J'assistais au cours de DEA d'Adrien. Il y racontait la théorie de l'itération des polynômes quadratiques, fraîchement développée par lui-même et Hubbard.

À l'époque je n'étais nullement consciente de sa qualité mathématique exceptionnelle et de sa personnalité si peu ordinaire, ni que cette rencontre allait marquer à jamais ma vie.

Pendant les premières séances de son cours, aussi bien son français que ses maths me semblaient comme un brouillard total. Je me souviens que la première fois que je lui ai adressé la parole c'était pour lui demander s'il n'y avait pas un livre de support pour son cours, et qu'il m'a répondu que justement l'objectif du cours était de rédiger un livre (qui est devenu par la suite les fameuses « notes d'Orsay »). J'étais désespérée.

Rétrospectivement, j'aurais pu très facilement me perdre à ce moment-là, sans jamais pouvoir m'en sortir. Cela continuait jusqu'au jour où Adrien m'a donné comme devoir de classifier les arbres de Hubbard jusqu'à un certain ordre. Il a dû se donner beaucoup de mal pour me faire comprendre, après de nombreuses discussions en privé, la règle combinatoire de ces arbres. Quand finalement j'ai pu compléter ce devoir, tout en trouvant quelques arbres inconnus pour Adrien, il en était ravi. Et pour moi, c'était comme si un rayon de soleil avait réussi à percer le brouillard et qu'enfin le ciel bleu commençait à se dégager.

Après un stage de DEA avec Adrien (sur la ressemblance entre l'ensemble de Mandelbrot et l'ensemble de Julia au point de Misiurewicz), il a accepté de m'encadrer pour une thèse. J'étais devenue officiellement une de ses étudiants, sans toujours me rendre compte de la chance inouïe que j'avais de l'avoir comme directeur, d'être embarquée dans un champ de recherches en plein essor, et d'être introduite dans une famille mathématique dont beaucoup de membres constituent, à ce jour, une grande partie de mon cercle d'amis.

Au fil des années, je le vois réunir un grand nombre de mathématiciens autour de lui, de chercheurs débutants aux plus que confirmés, des femmes et des hommes, des gens de toutes sortes de cultures et de toutes sortes de personnalités, ce qui a conduit à un développement ultra rapide de la théorie. Je me rends compte petit à petit que cette capacité de rassembler des gens, de les faire travailler ensemble, de les garder unis, est plus qu'exceptionnelle, et que ceci est dû non seulement à ses qualités extraordinaires en tant que mathématicien, mais aussi très largement à sa plus que grande générosité : très souvent il se contente de laisser ses idées se propager et laisser les autres les développer. Ainsi on voit partout son empreinte, son esprit, entre les lignes de textes que nous rédigeons. Dans une discussion, dès qu'il aperçoit une nouvelle idée, aussi petite soit elle, présentée par un jeune aussi débutant que moi-même à l'époque, il se montre enchanté. Cela nous encourage énormément à avancer.

Adrien m'a non seulement appris à faire des maths, mais également à rédiger proprement un texte scientifique. Une fois il trouvait qu'un brouillon que je lui

présentais était mal écrit, avec des notations très confuses. Sans être d'accord avec lui je lui ai répondu que c'était pourtant parfaitement clair dans ma tête. Là il me dit : mais on lit ce que tu écris et non ce qu'il y a dans ta tête ! C'était comme une révélation. Depuis ce jour, chaque fois que je me vois refaire la même erreur, ou que je croise un texte mathématique avec une erreur similaire, je pense à cette phrase d'Adrien.

Il s'est aussi chargé de m'expliquer le code de fonctionnement de cette société (ou plutôt SON code de fonctionnement). À la préparation de la soutenance de ma thèse, il m'a expliqué à plusieurs reprises qu'il fallait préparer un pot bien élaboré. Il m'a dit que de toute façon les gens ne se souviendront que du pot s'il est bien fait. Le jour venu (c'était le jour de ses 52 ans), toujours très inquiet, il a dû d'abord faire une inspection minutieuse de la table du pot, avant de donner le feu vert pour la soutenance.

Dix-neuf ans plus tard, au moment où j'ai appris l'accident tragique d'Adrien, j'ai eu un coup de téléphone de Xavier Buff (également un ancien élève d'Adrien). La soutenance de son habilitation était prévue pour 4 jours plus tard. Il m'a appris qu'il avait subi la même pression que moi et qu'il avait déjà préparé un pot spécial sous la commande d'Adrien. J'ai eu vraiment beaucoup de peine en entendant cela.

Finalement j'ai pu assister à cette soutenance, dont la qualité mathématique aussi bien que celle du pot étaient exactement comme ce qu'Adrien aurait souhaité. Les membres du jury ainsi que beaucoup d'autres personnes dans la salle étaient tous ses amis de longue date. Il aurait pu sans doute bien s'amuser ce jour-là.

Il nous a appris, à moi et à beaucoup d'autres, à faire des maths, chacun selon sa capacité, mais avec dignité, avec générosité, avec honnêteté, et avec joie, beaucoup de joie. Très largement grâce à lui, les nombreuses conférences du domaine ont toujours une ambiance chaleureuse et amicale, presque comme une colonie de vacances. Cette bonne humeur constante qu'il a est très contagieuse pour ceux autour de lui. Etre dans une salle de séminaire avec lui c'est une source infinie de gaieté, de rire, de partage. Par exemple il aime inventer des jeux de mots pour des objets mathématiques : le tour de valse (d'implosion parabolique), le lapin (un fractal quadratique), le non-accouplement d'un lapin avec un anti-lapin, le champ de carottes, la trompe d'éléphant, etc. Dans une des journées holomorphes qu'il organisait à l'IHP, je devais raconter un petit résultat en commun avec Shishikura, auquel Adrien a donné comme titre : non-accouplement donnant naissance à une sphère. Il a mis l'affiche partout à l'IHP et expliquait à tous ceux qui voulaient l'entendre le sens mathématique (et religieux) du titre. À une autre occasion, juste avant un exposé (celui de Milnor je crois), un monsieur habillé en toge académique est tout à coup apparu devant nous et commença à annoncer l'exposé avec un anglais fort accentué. Ça nous a pris plusieurs secondes avant de réaliser que c'était Adrien sous ce costume. L'ambiance de la salle fut électrique.

D'ailleurs il aimait beaucoup faire des maths en dormant, surtout pendant des exposés. Mais il nous impressionnait chaque fois avec sa rapidité, dès son réveil, de se rattraper, puis d'aller tout de suite bien au delà du matériel présenté. Pendant une conférence à Hangzhou (Chine), un jeune étudiant chinois roupillait un peu entre deux exposés. Tout d'un coup Adrien s'est approché de lui et lui a crié d'une voix fort grave : ce n'est pas maintenant qu'il faut dormir ! Sans avoir compris ce

qu'Adrien voulait dire, et avec tout son respect pour ce professeur renommé, le jeune étudiant a dû se sentir très coupable.

Un jour, lors de l'un de mes passages à Paris de Warwick, Régine et Adrien m'ont accueillie chez eux comme d'habitude. Pendant la soirée, je discutais avec Adrien sur un article qu'il était en train d'écrire pour un volume que j'éditais. Tard dans la soirée, on était bloqué par un détail dont la solution ne venait pas. Finalement Adrien m'a dit : toi tu vas dormir avec mon article et moi je vais dormir avec ma femme, on verra ce que ça donne. Il était visiblement très content de cette comparaison. Le lendemain matin, on est parvenu chacun à une solution, sauf que la mienne était beaucoup plus restrictive et que la sienne apportait une vision bien plus profonde du problème concerné.

À l'occasion de la conférence à Hangzhou, Peter Haissinsky, Adrien et moi-même avons fait le voyage ensemble vers Shanghai. Dès l'enregistrement des bagages, Adrien s'est accroché à un problème que je lui avais adressé. Tout en poussant le chariot vide vers la douane, et malgré tout le bazar autour, il sortit son bloc et son bout de crayon tout mordu, et commença à y réfléchir. En arrivant à la douane, il avais déjà eu une idée de comment s'y prendre. Puis, il y a réfléchi sans relâche (et même sans dormir) tout au long du voyage. Chaque fois qu'il débloqua un obstacle, il donna comme nom au résultat l'endroit au-dessus duquel se trouvait l'avion. Ainsi on a eu droit au théorème de Copenhague, de Mongolie etc., et qu'en arrivant à Shanghai, le problème était entièrement résolu. C'était la première fois que j'assistais de si près au processus de sa recherche d'une solution. Et j'ai compris que son génie ne venait pas seulement de sa clairvoyance, mais aussi de sa façon de se laisser complètement imprégner par le problème, et ce jusqu'au bout de la résolution.

Lorsqu'il a eu ses 70 ans, un cadeau magnifique lui est tombé du ciel : la dernière étape de son programme pour trouver des ensembles de Julia de mesure positive est enfin achevée, et ce par ses propres étudiants Buff et Chéritat. Ce programme datait des années 1990 et au début Adrien était à peu près la seule personne à y croire. Mais Chéritat dans sa thèse a fait un progrès décisif et a convaincu tout le monde que ce programme allait marcher. Durant les années suivantes, Buff et Chéritat se sont associés et ont démontré plusieurs résultats importants autour. Pourtant la mesure tardait à se montrer positive. Je voyais Adrien leur donner des pressions à chaque occasion possible, et attendre impatiemment l'arrivée du grand jour. Finalement en combinant un nouveau résultat d'Inou-Shishikura avec un ancien résultat de McMullen, Buff et Chéritat ont réussi à éliminer le dernier obstacle et ont marqué un joli point final au programme d'Adrien.

Soutenus fortement par le laboratoire de Cergy (entre autres), nous avons sauté sur cette occasion pour fêter les 70 ans d'Adrien, sous forme d'une mini conférence à Cergy, en mai 2006. Nombre d'experts mondiaux se sont présentés (et ce malgré notre notice très tardive). Pratiquement tous les thèmes autour de son programme ont été évoqués. Et Adrien a accepté sans se plaindre (peut-être même avec plaisir, tel qu'on le connaît), la lourde tache de présenter à la fois l'exposé inaugural ainsi que l'exposé clôtural. Ensemble nous avons passé trois jours inoubliables.

Buff et Chéritat ont été par la suite médaillés par l'académie des sciences. J'ai eu la chance d'assister à la cérémonie de remise de médaille, et j'ai vu Adrien présenter

ses deux élèves comme ses « *poulains* ». Je n'avais jamais vu Adrien aussi fier que ce jour-là. Ça s'est passé trois semaines avant sa mort.

Durant ces dernières années nous organisions ensemble un petit séminaire hebdomadaire à l'IHP qu' Adrien a surnommé COOL (Cergy-Orsay-Orléans-Lille), qui continue à fonctionner après la mort d'Adrien. Cela fut un grand luxe et un confort extrême d'avoir Adrien sous la main pour apporter une réponse à toutes les questions qu'on se pose. Rien que pour cela il nous manque cruellement, sans même parler de toute la chaleur humaine qu'il représente.

La dernière fois qu'on s'est vu était le 23 octobre 2006 au séminaire COOL. Lorsque l'exposé fut terminé, Adrien dormait encore (ce qui est plutôt rare). Par une connivence collective, nous avons éclaté d'un applaudissement fort réveillant. Se levant de sursaut, il se mit a rigoler avec nous tous, comme un bon vieil enfant.

Ses sourires restent à jamais gravés dans ma mémoire...

C'est ton heure pour un café ?

François Tisseyre[1]

Nous avons connu Adrien Douady il y a plus de vingt ans grâce à Jean-Pierre Bourguignon, alors en pleine préparation du mémorable colloque *Mathématiques A Venir*. L'atelier *ÉcoutezVoir*, une petite structure de création audiovisuelle fondée avec quelques amis, participait à l'opération. Notre contribution était un film court destiné à montrer la présence des mathématiques dans la société, la nature et les aspects variés du métier de mathématicien. Premiers contacts plutôt stupéfiants avec Adrien, à l'École Normale, de la cantine au grenier, où il coiffe une formidable visière en carton ondulé – contre-jour oblige. Premiers échanges, timides, où son incroyable disponibilité intellectuelle nous frappe d'emblée. Le film s'intitule « Y a-t-il un mathématicien dans la salle ? ». À côté de l'élève, du professeur, de l'ingénieur, Adrien y représente l'une des figures du chercheur.

À l'atelier *ÉcoutezVoir*, sa silhouette devient bientôt familière. Souvent chaussé de bottes, toujours roulant son caddie, une chanson aux lèvres : on ne peut pas le manquer lorsqu'il arrive dans nos parages, à un jet de pierre de la rue Mouffetard. Il sait la fenêtre ouverte, se signale (« *C'est ton heure pour un café ?* »), entre, s'installe. On fait un café – tasse jaune, pas la verte. Chez nous, rendez-vous permanent au grand tableau blanc qui occupe un mur. C'est là qu'avec force détails Adrien dessine et explique inlassablement des figures qui deviendront au fil des mois, à côté des photographies, de nouvelles images familières de l'atelier, imprégnant peu à peu nos esprits d'une nouvelle sensibilité, sinon de connaissances : le doublement de l'angle, le Lapin, la Basilique, le Chou-fleur, l'implosion parabolique, et bien d'autres. La langue entre les dents, j'apprends à les dessiner à mon tour, commence à deviner puis comprendre un peu ce qu'elles représentent.

Souvent, Adrien vient accompagné : collègues venu(e)s d'un peu partout, autres scientifiques, musicien(ne)s. On achète un poulet rôti, quelques avocats (« *C'est*

[1] Atelier *ÉcoutezVoir*

moi qui choisis mon avocat »), et on continue de discuter ou de travailler. L'atelier est ouvert, le café n'est pas loin, et ce va et vient informel devient vite un de nos rituels. Adrien me demande parfois ce que nous faisons à *ÉcoutezVoir*, et de quoi nous vivons. Pas des films de mathématiques, en tout cas, si peu prisés des médias ! Mais dès le début de l'atelier, en 1976, à côté du domaine culturel où nous évoluons habituellement, nous nous sommes pris au jeu de la popularisation des sciences par l'audiovisuel. Sciences de l'ingénieur, mathématiques : avec Jean-Pierre Bourguignon, Yves Bamberger, Jean-Michel Kantor, Ivar Ekeland, Jacques Neveu, et bien d'autres, nous essayons de comprendre et de faire apprécier des notions souvent belles et passionnantes, mais peu partagées. Douady est entré dans la danse, il la mène souvent et nous éclaire tous azimuts, avec une ouverture d'esprit et une curiosité sidérantes. En 1991, pour les besoins de « Pixel et Grain d'Argent », un spectacle sur l'image et la science que nous réalisons à Arles, il raconte au micro comment il va et vient, la nuit, se met en condition de créer, ou de trouver des contre-exemples, et quels espaces imaginaires il fréquente. Sous la voûte étoilée, une sorte de tendresse enveloppe le public du Théâtre Antique, alors que sur l'écran se développent les belles images animées de John Hubbard et Omer Smith.

Au cours des années la communauté des mathématiciens nous est peu à peu devenue familière. Adrien nous y fait entrer de plain-pied. En 1992, dans l'indifférence quasi-générale des médias, se déroule à la Sorbonne l'historique Premier Congrès Européen de Mathématiques. Nous décidons de le filmer. Adrien invite chez lui, pour nous permettre de les interviewer, quinze mathématiciens qu'il attrape en plein congrès, au gré de ses visites. Régine nous accueille, nous aide à élaborer nos questions (certains thèmes lui tiennent à cœur, tel le changement de cadre). C'est dans ces circonstances amicales que nous faisons connaissance avec des scientifiques de premier plan, tous heureux d'être un moment chez les Douady, à deux pas du congrès. Il en sortira un documentaire et une série d'interviews, sous le titre « Mathématiques, mon village ».

Une discussion revient souvent : c'est bien beau de faire des films sur les mathématiques ou les mathématiciens, portrait ou sociologie, mathématiques à peine effleurées. Mais on tourne autour du pot ! Pourquoi pas aussi des films de mathématiques ? Avec ses belles images fractales, la Dynamique Holomorphe s'y prête bien. Adrien sort de sa manche une série de 10 sujets. Le premier sera « La dynamique du Lapin », une étude d'un ensemble de Julia. Les esquisses se bousculent sur le grand tableau, deviennent scénario, puis story-board détaillé. Adrien recrute Dan Sørensen, thésard en mathématiques, excellent informaticien, du courage à revendre. Dan va transformer en images et animations les séquences proposées par Adrien, au prix d'innombrables lignes de code. Mois après mois, image par image, 25 images par secondes, le Lapin fait peu à peu son apparition.

Un moment mémorable : l'enregistrement du commentaire, réalisé par un beau week-end de printemps. Adrien regarde les séquences d'images que désormais il connaît par cœur, se laisse porter par leur rythme, puis se lance, improvise avec ses mots propres. Parfois il s'arrête, euh, le regard s'évade, les images filent sur l'écran. On reprend. On est dans une bulle, il y a de la magie dans l'air. « La Dynamique du Lapin » porte la profonde empreinte d'Adrien. La rigueur s'y marie avec la fantaisie, et la fluidité de l'exposé fait oublier la technicité du propos. Il

aura fallu plus de quatre années d'efforts parfois ruineux pour parvenir au terme de ce projet, pensé comme une forme audiovisuelle de publication. Avec le soutien du CNRS, un nouveau scénario est lancé : « Papillons par millions », sur le phénomène de l'implosion parabolique. Des esquisses en seront présentées sous diverses formes, avec le concours d'Arnaud Chéritat pour la création de nouvelles images. À ce jour, le film est resté en chantier.

Dès 1996, les logiciels développés par Dan Sørensen ont permis la création d'une exposition, *« Un monde fractal »*, dont Adrien assure la direction scientifique. Elle fera le tour du monde pendant sept ans. Adrien accompagne l'exposition, donne des conférences au Royaume-Uni, au Canada, en Suède, en Finlande, au Sénégal, en Turquie, en Inde,... en France, devant des publics qui s'étendent des lycéens aux chercheurs les plus spécialisés de sa discipline.

C'est ainsi que je découvre peu à peu la galaxie des mathématiciens qui travaillent dans l'orbite d'Adrien Douady : plusieurs générations, nations confondues, qui aiment se retrouver à toutes les occasions possibles pour faire avancer leur sujet au cours de séminaires, colloques, anniversaires, semestre à l'Institut Henri Poincaré, et bien sûr au café de la rue Mouffetard. J'aime rencontrer cette belle famille mathématique, et suis heureux d'en être un proche sans être mathématicien. J'y trouve toujours cette atmosphère si particulière qu'Adrien seul sait créer, faite de rigueur extrême et de convivialité, où Baudelaire et Boby Lapointe côtoient la Dynamique Holomorphe et la grande musique.

Parmi les nombreux sujets que Régine et Adrien ont en partage, et partagent généreusement avec les autres, la musique occupe une place exceptionnelle. Dans la maison Douady, les mathématiciens sont chez eux, les musiciens aussi. Ils viennent travailler, préparer un concert, un récital, qu'ils présentent parfois en avant-première, dans une ambiance chaleureuse, devant un public de privilégiés. C'est ainsi que j'ai fait peu à peu connaissance avec la grande famille Douady, à qui je dédie, avec toute mon affection, ces fragments de notre intense et amical compagnonnage.

© François Tisseyre/EcoutezVoir

Adrien ou la liberté du poète

Raphaël Douady[1]

« Non l'avrei giammai creduto ! » « Je n'y aurais jamais cru ! » [2]

C'est probablement ça. Cette marque du génie, qui se joue des frontières, pour qui l'inconnu est un terrain familier, y compris l'au-delà. Juste ce petit détail que, de là-bas (-haut ?), on ne revient pas, mais revient-on vraiment indemne des autres explorations que l'on a pu faire ?

Il m'est extrêmement difficile de parler ici de mon père, non par excès de pudeur, mais pour une triple raison : d'une part ma position n'est pas idéale pour cet exercice, d'autre part, on ne résume pas une forte personnalité en quelques lignes, et surtout, lorsqu'une personne est un tel « bloc » uni, sa personne même fait écran à sa propre histoire et à celle des circonstances qui l'ont façonné. C'est sur ce dernier point que je voudrais essayer de soulever un peu un coin du voile[3].

Tout d'abord, ce qui semble chez lui original n'est, pour moi, qu'une manière oubliée de vrai scientifique, passionné par son sujet et bien au-delà de toute mesquinerie intellectuelle. Cette figure que l'on a souvent rapprochée de celle de Soljenitsyne (la barbe, le grand front...), mais qui me rappelle plutôt celle de certains philosophes grecs, comme Diogène ou Aristophane (le rire espiègle), fait oublier que le vrai mathématicien ne cherche pas la liberté, il l'a ! Sur la fameuse question de Shakespeare, on peut affirmer que le mathématicien, tout à son abstraction, « est ». Au point que, tel un Sartoris[4], il a le droit de défier la Grande Faucheuse, pour de toute façon finir par en être le jouet...

Si la société bourgeoise posait un interdit, une réprobation, il n'y avait pas de recherche de la transgression, mais un certain goût à la provocation, comme pour se faire un miroir de la face qu'elle voulait cacher. Les Mathématiques devaient imposer le respect aux Conventions. Se promener pieds nus, porter une chemise jaune, col ouvert, le jour de sa réception à l'Académie de Sciences, etc. Son passage au congrès de Moscou en 1966 sera resté dans les mémoires lorsque, dans ce pays où chaque pas était surveillé, il s'est présenté sans chaussures pour sa conférence plénière à l'Académie des Sciences. Ou encore en 1958, le jour où de Gaulle prend le pouvoir, il défile dans les rues de la capitale avec, sur un chariot à roulette, un squelette de mégathérium (un ancêtre de girafe) coiffé d'un képi... Il avait le sens de l'absurde.

Je me suis souvent demandé comment il a pu se trouver tant de scientifiques chez nous. Ce n'est pas si fréquent. Il y a bien quelques exemples de familles célèbres (Bach, Bruegel, et chez les mathématiciens : Bernoulli, Cartan, Artin, etc.), mais on connaît surtout beaucoup d'histoires où le souhait par un mathématicien de se

[1] Je remercie Jean-Marie Arnaudiès, Bernard Besnier et Michel Siros pour leur aide dans la rédaction de ce texte et leurs remarques fructueuses.

[2] Don Giovanni, acte II, scène XIX, rencontre de Don Giovanni avec l'Homme de Marbre.

[3] Je n'aborderai pas le contenu de son travail mathématique, ni ses relations avec les autres mathématiciens, car cela fait l'objet d'autres témoignages.

[4] Famille récurrente des œuvres de Faulkner dont aucun des hommes n'est mort dans son lit.

transmettre à sa descendance a tourné court, ou mal. On peut chercher dans la méthode, mais on n'y trouvera qu'une réponse partielle. Je ne suis pas certain que ce soit le fait même du « génie » que de vouloir imposer sa transmission, ni d'y échouer. La difficulté, voire la souffrance du « génie » est déjà dans son rapport avec lui-même ou avec son art, c'est-à-dire dans la réalisation et dans la transmission à la communauté scientifique, indépendamment de son insertion dans son milieu familial. De notre côté, nous avions à la maison un mathématicien accompli, reconnu, avec un style original qui ne s'accordait pas beaucoup avec les conventions – c'est le moins que l'on puisse dire ! –. Comme le disait ma grand-mère, il avait, délibérément, réussi ce paradoxe d'être un personnage – et un savant personnage – sans être à proprement parler un « Monsieur ». Il affichait volontiers une certaine nonchalance, donnant parfois une impression de « je-m'en-foutisme » qui n'était pas pour lui déplaire. Mais tout ceci n'était que « l'image », la réalité étant tout autre : une disponibilité permanente, une vivacité intellectuelle scientifique de toute heure (il somnolait souvent, mais se réveillait dans la seconde sur n'importe quelle question d'ordre scientifique, une espèce de réflexe assez unique en son genre), et puis surtout cette impression de « puits de science » qui m'a été rapportée par tous ceux qui l'ont côtoyé en dehors du monde scientifique, bien au-delà des mathématiques, en particulier en physique et en zoologie.

Il aimait tellement les mathématiques, et les sciences en général, qu'il avait su créer une atmosphère, un univers scientifique dans lequel nous baignions tous. La maison, où l'on entendait principalement de la musique classique, était toujours ouverte. Il recevait et aimait les mathématiciens du monde entier, car c'était son élément, les Américains pour leur côté positif et leur absence d'a priori, les Italiens et les Brésiliens, latins et fêtards (s'il ne parlait pas bien leur langue, il avait une répugnance profonde à leur parler anglais et avait inventé un jargon, « l'italoportugnol », que personne ne comprenait mais ce n'était pas grave...), et surtout les Russes et autres Européens de l'Est, non seulement pour leur classe de mathématiciens ou leur courage face aux persécutions, mais par complicité entière avec leur caractère parfaitement désordonné (du chaos – ou du bordel – la lumière...). Les nombreux camarades qui me rendaient visite avaient tous la même remarque « c'est spécial chez toi », sans réussir à mettre de mot. Il y régnait une odeur de liberté très particulière, nabokovienne et proustienne à la fois. Pas une liberté militante, forcée parce qu'on voulait « essayer la liberté », mais, comme je l'ai dit plus haut, une liberté naturelle, simplement parce qu'elle était nécessaire pour faire des mathématiques, et que c'est cela qui était indispensable. Cette liberté-là, on ne s'en départit pas, car c'est une liberté vraie, instinctive.

Divers musiciens, dont certains de renommée internationale, venaient en toute simplicité chez mes parents s'exercer, avec leur instrument ou sur leur magnifique piano Bösendorfer. Régulièrement, ils organisaient des petits concerts privés où famille et amis s'entassaient autour du trio ou du quatuor. Cela se terminait immanquablement par un énorme gigot à la provençale préparé par ses soins, accompagné d'autres spécialités méditerranéennes dont ma mère a le secret.

« Essayer la liberté » est le thème de ceux qui se libèrent ou croient le faire, ou croient surtout qu'il faut imposer à tout le monde une manière à peu près unique de s'affranchir de liens, ou d'aliénations, pensés comme communs, donc imposés comme communs. Cela suppose qu'on a en effet été soumis à quelque chose qu'à

tort ou à raison on a ressenti comme opprimant. Or tel n'était pas le cas de mon père, même si cela peut en surprendre certains. Né à La Tronche, près de Grenoble dans un des sanatoriums créés par son père, médecin phtisiologue réputé[5], d'une mère artiste peintre[6], intellectuelle, dont la classe aristocratique n'avait d'égal que la douceur et la patience, il était décrit comme un enfant plutôt calme, assez émotif mais doué de fortes capacités de concentration, marqué, comme tous ceux de sa génération, par la guerre, qu'il avait passée relativement à l'abri en Corrèze avec ses frères et sœurs, ainsi que son cousin Michel Piccoli (relativement seulement, car la laiterie de mon grand-oncle, située sur la ligne de démarcation, était un repaire de résistants, et les intrusions des SS monnaie courante). Au lycée, son attention en cours dépendait complètement de la qualité de l'enseignement dispensé : il pouvait être le plus attentif des élèves lorsque le sujet le passionnait comme préparer des coups pendables à un professeur ennuyeux ou incompétent[7]. Mais déjà à cette époque, la facilité déconcertante et innée en mathématiques était là. Malgré son côté original, il imposait le respect à tout le corps enseignant par son intelligence et ses connaissances – ses interventions, fréquentes et souvent intempestives, étaient célèbres, car il ne tolérait aucune imprécision ou approximation de la part du pédagogue qui avait en lui, dans sa salle de classe, un juge implacable. Les contraintes, les injustices, ce n'est pas chez ses parents qu'il les a d'abord rencontrées, mais dans l'histoire du pays, sans doute dans la période qui va jusqu'au début des années 1950. Difficile de dire de quand date son anarchisme profond et son aversion viscérale pour tout ce qui porte uniforme, mais ils n'étaient marqués d'aucune aigreur, d'aucun ressentiment, son plus grand plaisir étant de tourner un militaire en ridicule. Rebelle, gaulois et jouisseur, il cherchait plutôt à exercer sa liberté comme une « franchise » : une liberté, ou un statut, qu'on n'a plus à conquérir, mais qu'on n'admet pas de voir contester (d'où chez lui un certain entêtement à faire parfois des choses absurdes, peut-être parce qu'on avait trop sollicité de lui le contraire, fût-il raisonnable), un franc parler – la *« parrhesia »* – qui le rapprochait des cyniques grecs plus que le fait d'aller pieds nus, et le refus absolu de juger qui que ce soit – d'où son goût pour les chansons de Brassens et de Vian, ou encore pour le *« Bréviaire du carabin »* . Ce qu'il y avait de totalement absent dans son comportement, c'est la tentation d'imposer sa volonté. Au fond, on peut être libre, sans affirmer *que* l'on veut. S'il s'était accommodé des Institutions, en premier lieu l'ÉNS et l'Université, c'est précisément à cause de leur pouvoir de défendre un espace de totale liberté.

Amateur de « clins d'œil » à la Doisneau, il lui tenait à cœur de faire visiter « son » Paris à tous les mathématiciens – et mathématiciennes – étranger(ère)s qui découvraient la capitale : pas celui des musées et des monuments, mais celui des ruelles, des marchés et des orgues de barbarie. Puis il leur apprenait le français

[5] Mon grand-père Daniel Douady avait été directeur de la santé sous Mendès-France, puis membre de l'Académie de Médecine. Inventeur de l'hygiène scolaire, on lui doit l'éradication de la tuberculose en France.

[6] Elle avait étudié avec Roger Bissière et Georges Braque mais avait interrompu sa carrière à la naissance de ses enfants.

[7] On raconte qu'un de ses professeurs, découvrant quelques années après, le jour de la rentrée, qu'on lui avait collé un troisième Douady (un de mes oncles), l'avait mis dehors avant même d'avoir fait sa connaissance.

sur les paroles de Boby Lapointe et les contrepèteries, il faut le reconnaître, avec une certaine efficacité.

Mon père vivait dans un univers mathématique et scientifique, qu'il savait faire partager. On faisait déborder le lavabo ? C'était l'occasion d'observer l'écoulement du fluide. L'heure de se coucher ? Non, celle de regarder les étoiles. Notre enfance a été rythmée par des promenades dans les forêts de Corrèze, d'où nous ramenions batraciens et reptiles en tout genre (parmi les vipères conservées dans du formol à la maison de Chaunac, plusieurs d'entre elles ont été capturées par son grand-père[8], les autres ayant été cueillies dans leur sommeil par mon père et moi, à l'aide d'une bêche et d'une fourche, une technique qu'il avait héritée de son grand-père), des balades à vélo, où nous sillonnions la France – surtout la moitié sud – parfois à deux, parfois en famille ou avec des amis, dormant sous la tente ou dans un champ à la belle étoile, jamais à l'hôtel. Les parfums se mêlent à une connaissance intime du pays, de la météo, qu'il a vraisemblablement acquise dans son enfance passée entre le Massif Central et surtout la Provence[9], d'où il tirait la source de son énergie profonde. On regardait les nuages, et on en profitait pour comprendre leur thermodynamique. Plus rarement, il prenait un crayon pour faire un croquis aux lignes épurées. Dans ces moments, on retrouvait un peu de sa mère peintre, qui avait longtemps fréquenté les naturalistes de l'école de Fontainebleau.

Pour ce qui est des mathématiques, rien n'était dans la norme non plus : plusieurs feuilles de papier millimétré grand format étaient scotchées entre elles pour faire des représentations graphiques de fonctions et pour que l'on se rende compte physiquement de leur ordre de croissance. Toujours sur les ordres de grandeur, il avait par exemple coutume de dire qu'une gaussienne est une « distribution à support compact ». Une remarque que je conserve en permanence à l'esprit lorsque je fais des mathématiques financières...

D'une manière générale, il avait une véritable « culture de la curiosité » avec un art extraordinaire de la réceptivité au questionnement incessant des enfants. Une réceptivité structurante, car si l'imagination est l'ingrédient principal de la créativité, elle devient facilement du « n'importe quoi » si elle n'est pas structurée, c'est-à-dire reliée à une réflexion logique et mise en perspective par rapport au champ des connaissances acquises. Si j'ai souvent entendu des collègues américains employer à mon propos l'expression « connect the dots » pour dire que je percevais les liens non évidents entre les concepts variés des mathématiques et de l'économie, je sais à qui je dois cette capacité, qui n'est en fait qu'une espèce de déformation intellectuelle qui recherche, quel que soit le problème posé, tous ses aspects possibles et ses liens avec des situations similaires. Je ne m'étonne pas non plus que le fil conducteur des travaux de ma mère en didactique soit ses fameux « changements de cadres » et la « dialectique outil-objet ». Ce sont des méthodes qu'il pratiquait en permanence, et pas seulement avec ses enfants.

Un mot sur son engagement – profond et plein – avec Bourbaki. Il peut paraître paradoxal que cet homme, ayant une vision particulièrement ouverte des mathématiques, soit, par ailleurs, si bien en accord avec une démarche dont on

[8] Rémy Perrier, biologiste à qui l'on doit la première *« Faune de France »* classée selon la logique de Darwin.

[9] Mes grands-parents avaient une maison à Cavalaire où a été rédigé l'essentiel du livre *« Théories galoisiennes »* . Mes arrière-grands-parents Douady, d'origine solognote, s'étaient quant à eux installés à Manosque.

a souvent raillé l'ostracisme (surtout à l'étranger). C'est encore là le trait du très grand mathématicien, dont l'essence est la « démarche d'abstraction ». Là où certains voient, dans l'œuvre de Bourbaki, un roc figé, fermé aux disciplines nouvelles, mon père – je ne crois pas le trahir – y voyait l'aboutissement de cette démarche qui, selon lui, n'a de sens que si on la pousse à l'extrême, sans pour autant jamais oublier ce qui l'a engendrée, c'est-à-dire les questions initiales, la plupart du temps inspirées du monde réel. Il ne s'agissait pas de se gargariser de jargon ou de s'amuser à naviguer dans les concepts abstraits gratuits, mais de faire vivre ce lien essentiel et à double sens entre le concret et l'abstrait.

1974 et les premières calculettes HP programmables (49 pas de programme, pas un de plus), je suis en première. Mon père me fait noircir à la main des listings d'ordinateur avec la séquence des bifurcations par dédoublement des orbites périodiques du polynôme $\lambda x(1-x)$, puis calculer le rapport de convergence géométrique des valeurs correspondantes du paramètre, le fameux « rapport de renormalisation » 4,6692... un an avant sa publication par Feigenbaum et Coulet-Arneodo-Tresser. C'était mon tout premier contact avec l'analyse. Un peu plus tard, Hubbard dessine sur son tableau (un grand tableau en verre, peinture spéciale « craie », installé dans son bureau) le fractal représentant les bassins d'attraction de la méthode de Newton pour un polynôme complexe de degré 3. Ce tableau était l'outil de travail quotidien de mon père, et le fractal en occupait les trois quarts, mais il y est resté plusieurs années.

Je me souviens aussi de la visite que nous a faite Guelfand en 1976 (il était invité à parler au Séminaire Bourbaki et avait été autorisé à s'y rendre, un fait exceptionnel pour un soviétique à l'époque). Je venais de passer mon bac. Au déjeuner, Guelfand nous montre une médaille dont on l'avait décoré. Dans ma vanité de jeunesse, je montre deux médailles que je venais de recevoir (une pour le Concours Général et l'autre pour les Olympiades Internationales de Mathématiques). Guelfand me pose alors une question non triviale pour mon âge (le nombre de paramètres nécessaires pour définir la position relative de deux plans dans $\mathbb{R}^4$). Puis il travaille tout l'après-midi avec mon père et revient vers 18h voir où j'en étais. Je lui fais part de mon intuition, sans être capable de fournir le moindre raisonnement, et Guelfand me répond « je n'ai qu'une médaille mais je connais la réponse ». Ces mots qui m'ont marqué, j'aurais pu les entendre de la bouche de mon père, car c'était là tout son esprit : à la fois pousser vers le challenge, tout en nous ramenant à la modestie face à l'ampleur de la tâche (il aimait dire que notre savoir est un infiniment petit par rapport à notre ignorance). Ce qui montre au passage combien l'originalité de son personnage était bien plus familière aux Russes qu'aux Français. Guelfand encore, dont il m'a fait lire le livre *« Anneaux normés commutatifs »* (une de ces perles des éditions Mir à 3F) dès mon entrée à l'ÉNS, une rupture de taille part rapport à la « taupe », et probablement encore aujourd'hui un des livres les plus difficiles qu'il m'ait été donné de lire. Quelques années plus tard, mon frère César, alors en première, avait les deux gros tomes du « Feynman » entre les mains et s'interrogeait sur les figures d'interférence des électrons...

Son enseignement, aussi, était à nul autre pareil. Dans ses cours, que j'ai eu l'occasion de suivre lorsque j'étais élève à l'ÉNS, ce qui lui importait par-dessus tout était de faire passer l'intuition – surtout l'intuition géométrique – et il employait pour cela un langage extrêmement imagé, que l'on retrouve d'ailleurs dans ses

publications. Ceux pour qui les mathématiques ne sont qu'une suite d'applications d'une mécanique calculatoire avaient du mal à suivre, mais ceux-là n'étaient pas la cible de sa pédagogie ou, pour être plus précis, ils ne faisaient pas partie de son univers. À eux de faire l'effort d'y accéder. Il ne concevait pas l'acte d'enseigner sans la transmission d'une intuition, et pas seulement d'un savoir. Par contre, et c'est à cela qu'on distingue le grand pédagogue, il savait mieux que tout autre transmettre l'art de traduire l'intuition en langage mathématique rigoureux.

On ne comptait pas ses lubies. Il avait installé dans son bureau une « conque » : une grosse sphère en plâtre avec un haut-parleur unique[10] qu'il avait récupérée avec son ami Michel Siros dans un des studios de l'ancien ORTF et que nous avions peinte sur ses indications comme un globe terrestre, mais aux couleurs de la géologie des sols. Il conduisait un vieux fourgon Peugeot (plus tard suivi par un Renault non moins ancestral), dans lequel il avait construit des bancs-coffres très inconfortables et qu'on utilisait pour aller varapper à Fontainebleau ou pour des voyages plus longs. Une salle de bain, juste assez grande pour une baignoire, était attenante à son bureau. Elle était surmontée d'une mezzanine, assez dangereuse car il ne supportait pas l'idée d'y construire une barrière. Dans tous ses lieux de travail, il y avait un lit ou un canapé pour s'allonger, car le cerveau est mieux irrigué en position horizontale. À Sceaux, nous nous sommes fait cambrioler 6 fois car il ne s'était jamais résigné à installer des serrures dignes de ce nom, et il aimait trop les grandes portes vitrées en verre fin de 4 mm. Lorsqu'il arrivait, le visiteur faisait immédiatement connaissance avec l'établi qui trônait dans l'entrée – mon père se détendait l'esprit avec la menuiserie qu'il pratiquait en quasi professionnel. Il y avait encore la « feuille jaune » qu'il conservait depuis un bon demi-siècle dans son portefeuille, sur laquelle il consignait soigneusement tous les « fil de fer en cuivre » et autres « escalier qui descend au réfectoire et remonte au XIII^{e} siècle ». Et puis que dire des nombreux objets d'art hétéroclites, ramenés des quatre coins de la planète, mais tous frappés d'une beauté brute, authentique (un « tar » iranien ramené du congrès d'Erevan de 1965, une « tête du Bénin », masque africain déniché à Niamey, une « kessera », grand plateau à couscous algérien, les tentures iraniennes, les hamacs mexicains, etc.) ? La plus belle pièce étant sans doute une édition presque originale (datant du XVIII^{e}) de l'Encyclopédie de Diderot, soigneusement rangée dans son bureau, dans une étagère qu'il avait construite lui-même sur mesure, et qu'il consultait souvent.

Il aimait particulièrement les grands espaces scandinaves, et tout spécialement la Finlande, dont il appréciait la douceur et avait appris la langue. De retour d'un voyage en 1967, il avait installé dans le jardin de notre maison de Nice – puis plus tard à Sceaux – un sauna, qui lui procurait ces moments de détente si nécessaires. Il avait aussi acheté plusieurs canoës (l'antique modèle canadien en bois, suivi d'une version plus moderne en fibre de verre). Lorsque nous étions à Cavalaire, son plus grand plaisir était, vers 18h, la balade rituelle dans le « calme du soir » des eaux de la Méditerranée. La danseuse étoile du Kirov Alla Ossipenka, un temps partenaire de Noureev, et qui avait séjourné chez mes parents dans les années 1990 pour raisons professionnelles, m'avait fait part de sa surprise de rencontrer, à Paris, un être – un Français de surcroît – ayant un tel amour de l'absolu.

[10] Il était resté réfractaire à la stéréophonie.

Il vénérait deux œuvres : « *Les fleurs du mal* » de Baudelaire et « *Don Giovanni* » de Mozart et Da Ponte. Mais là, je pense qu'il s'agit de quelque chose de beaucoup plus profond, de faustien. D'un côté l'être fondamentalement gentil et généreux, fidèle en amitié, incapable de comprendre la jalousie et tous les sentiments troubles. De l'autre côté, la partie sombre : il subissait, sans jamais le montrer mais de manière implacable, les affres du créateur, le contact permanent du soufre, l'impossibilité de ne pas réfléchir, le flot continuel des idées nouvelles. Il trouvait probablement chez Baudelaire et Mozart des « frères de damnation », qui avaient su exprimer – et avec quelle force ! – la seule chose qu'il n'a jamais réussi à dire.

Sa connaissance profonde de l'ancien testament n'était aussi en rien due au hasard. Son esprit abstrait y cherchait, du moins en avais-je l'impression, une sorte « d'axiomatique de l'humain » et de tout ce que nous avons d'inaccessible à la raison. Comme l'idéal de « vérité » était une chimère en dehors des mathématiques, il faisait passer la pilule en jouant avec l'absurde, à la manière des surréalistes ou plus encore – ce qui correspondait mieux à son style – de Lewis Carroll, dont il récitait par cœur « *The Annotated Snark* » . Le personnage du « *bellman* » , entier et consciencieux, même lorsque le sens de sa tâche lui échappe complètement, mais animé d'un grand cœur et d'émotions intenses, était de ceux qui lui plaisaient particulièrement.

Lorsqu'il rédigeait un texte mathématique, cet anarchiste profond, ce gourmand de la vie, était capable de se mettre à la torture pour que sa rédaction soit la plus élégante, la plus esthétique – une exigence qu'il partageait avec ses collègues de Bourbaki – dans le plus pur esprit du « *Jeu des perles de verre* » [11]. Janus ayant d'un côté le visage de Pantagruel, de l'autre, celui d'Orphée, pour finir avec la gravité du Dr Faustus[12]. De même, derrière l'image d'Epinal de la « science infuse » se cachait un homme qui lisait et réfléchissait constamment, dont la culture scientifique colossale – dépassant très largement le cadre mathématique, comme je l'ai dit – s'était patiemment construite brique après brique au fil des lectures. Quand on lui posait une question, lui qu'on voyait peu avec un livre à la main, répondait très souvent en se contentant d'aller chercher un ouvrage dans sa bibliothèque, qu'il nous tendait en pointant une page bien précise qu'il avait déjà repérée. Plus tôt, en classe de « math spé », alors qu'il était cloué pendant plusieurs mois à l'hôpital à la suite d'une péritonite sévère, il y avait lu tout ce que Bourbaki avait à l'époque publié (ce qui lui a réussi, puisque, s'étant présenté « en touriste », il a été reçu second[13] au concours d'entrée à l'ÉNS). En fait il donnait l'impression de connaître dans le détail, presque mot à mot, chacune de ses lectures, incapable qu'il était de « lire en diagonale ».

Il a été souvent dit que l'instinct de propriété est un des plus profonds et des plus innés de l'homme – puisqu'il est antérieur à l'humanité même. Une des seules forces qui semble capable de l'éliminer totalement est le « génie créateur », lorsque celui-ci est accompagné d'un amour total et désintéressé d'un art ou d'une science – ou plutôt, devrais-je dire, de l'Art *et* de la Science, que je ne peux pas concevoir totalement séparés chez un homme animé d'une véritable puissance créatrice. Au

[11] Hermann Hesse.

[12] Roman-essai de Thomas Mann sur Arnold Schönberg.

[13] Second du concours scientifique, mais en fait major des mathématiciens.

génie, il faut ajouter le talent, sans quoi il est malheureux, déjà pour lui-même et, pour ainsi dire, n'est pas en accord avec l'artisanat qui est sa discipline : et ceci vaut aussi bien pour la science que pour l'art. Chez mon père le talent confinait à la facilité et, pour donner une note pittoresque, il était associé à deux rituels : l'insomnie de 3h du matin et la baignoire suivie du canapé (l'irrigation du cerveau...). Disons quelque chose sur les effets sociaux du talent, lorsqu'il est vraiment exceptionnel et qu'il est facilement communiqué. Non seulement il permet au savant de trouver les solutions aux problèmes qu'il se pose (avoir l'intuition géométrique, y compris pour la distribution de ces problèmes, la spatialisation des démarches que l'on accomplit, jusqu'à l'évidence de la solution), mais il lui permet de comprendre les démarches des autres, d'avoir une « empathie de géomètre » avec eux, et de trouver dans la discussion une forme d'apaisement ou de sérénité. Ce qui rendait d'ailleurs à mon père les congrès mathématiques de véritables endroits de plaisir[14], voire d'harmonie intérieure. D'une manière générale, il était toujours plus à l'aise, disons « dans son élément » ou « en accord avec lui-même », avec ses pairs dans les hauts lieux scientifiques – le plus souvent à l'étranger – que dans un quelconque microcosme. Comme disait Baudelaire de l'albatros : *« Ses ailes de géant l'empêchent de marcher »* .

Il est vrai que pour cela il faut quelque chose de plus – peut-être faut-il l'appeler « amour » (au sens de *« philia »* [15]) – qui consiste à transmettre ou à donner. Là encore, c'est une question qui me dépasse, mais j'en ai manifestement bénéficié, et je n'ai pas été le seul ! Je dois dire que, dans beaucoup de cas, mon père m'est apparu, après coup, comme ayant en toutes circonstances « donné » de manière aveugle et indiscriminée, alors qu'il se rendait bien compte des différences du terrain réceptif de l'interlocuteur, et donc de la fructification éventuelle. Il y a derrière ceci cette énigme que l'amour naît soit d'une pulsion (et alors il s'attache à quelqu'un en fonction des espérances, même s'il risque de se tromper) soit d'une culpabilité (de retenir pour soi, d'avoir été privilégié) et dans ce cas il se surajoute comme une sorte d'excès à la fonction pédagogique. Mon père a certainement été mû par l'un et l'autre motif et j'ai l'impression que, là non plus, il ne pouvait résister car il demeurait travaillé par une sorte de tournure de sensibilité janséniste qu'il aurait héritée de sa mère (bien qu'il ait reçu une éducation parfaitement laïque), qui fait que, si l'on peut avoir foi en l'excellence de son talent et de sa science, on n'est jamais assuré que ce que l'on fait soit moralement justifié. Cela donne évidemment une limite à l'engagement politique, mais en revanche, donne une sorte de générosité par inversion des motifs de la noblesse, à savoir, qu'on n'a pas le droit de retenir pour soi les dons que l'on a reçus, justement parce qu'on les a reçus. Alors que, conversant avec un mathématicien qui avait longtemps travaillé avec mon père, je lui faisais part de mes regrets qu'on ne connaisse plus cette manière « à l'ancienne » de faire des mathématiques, c'est-à-dire sans mesquinerie, sans se préoccuper, lors de la moindre conversation scientifique, si l'on n'est pas en train de divulguer une idée que notre interlocuteur risque de publier avant nous, etc., celui-ci, plus âgé que moi, me répondit que cette élégance n'était pas une

[14] Au congrès international de Nice, en 1970, il trouva le moyen d'inviter chez nous la quasi-totalité des participants – plusieurs centaines de personnes – pour une fête mémorable.

[15] « *La philia*, quel que soit l'équivalent français adopté, c'est la réserve de chaleur humaine, d'affectivité, d'élan et de générosité (au-delà de la froide impartialité et de la stricte justice ou de l'équité) qui nourrit et stimule le compagnonnage humain au sein de la Cité. » (J.-J. Chevalier)

manière « à l'ancienne » mais plutôt une manière « Douady » de faire des maths. J'en fus choqué, car je ne pouvais me résoudre au fait qu'il n'existe pas de havre exempt d'égoïsme chez les scientifiques d'un certain niveau. Mais la réaction de ce mathématicien traduisait avec une grande justesse ce caractère si particulier de mon père qui, j'en ai eu de nombreux témoignages, a aidé mathématiquement un nombre incalculable de gens, mais avait d'instinct une profonde aversion au fait de « laisser l'étiquette sur le cadeau » et refusait presque systématiquement tous remerciements.

Parlant de l'engagement politique, il était fondamentalement de gauche, mais marqué par « l'élitisme républicain » cher à Jules Ferry : il respectait profondément les institutions comme l'ÉNS car leur concours d'entrée donne la même chance à tous les talents, d'où qu'ils viennent[16]. Il n'a jamais vraiment pris une part active à l'administration de l'Université, toujours ce « jansénisme » paralysant (encore qu'il avait fini par accepter sa nomination au conseil d'administration de l'IHP, projet que sa mort aura interrompu). Cependant, ses actions politiques ont toutes été mues par un élan de cœur non réfléchi, comme par exemple au Congrès de Vancouver en 1978, lorsqu'il fait distribuer à tout le monde des badges *« Free Chtcharanski and Massera »* , histoire de mettre sur le même plan Brejnev et les pantins dictateurs d'Amérique latine (en l'occurrence l'Uruguayen Bordaberry) – il avait, comme Einstein, une sainte horreur des militaires et des dictatures, quelles qu'elles soient –. Sur son enthousiasme, ces badges étaient devenus le signe distinctif des participants au Congrès. On pourrait citer ainsi un millier de petites actions qui montraient sa noblesse de cœur et ses élans profonds, comme ses « coups de gueule » en commission de spécialiste pour défendre tel ou tel candidat qu'il considérait comme brillant, ou son soutien inconditionnel à l'action de Laurent Schwartz *« Pour la Qualité de la Science »* qui s'opposait au corporatisme syndical dans la recherche, ou encore l'assistance aux sinistrés du séisme d'Orléansville en 1954 et les examens qu'il faisait passer à la prison de Fresnes. Cela n'était pas sans générer quelques paradoxes, comme sa défense permanente des Juifs (l'histoire de notre famille est intimement liée à la Résistance[17]) en même temps que son engagement contre la guerre d'Algérie lors de la fameuse manifestation de Charonne[18]... Si l'on y réfléchit, on y entend toujours la défense de la petite voix contre le bruit des bottes.

Finalement, sa mort aura été à son image : bête comme celle d'un poète...

Ci-dessous, une note humoristique de sa petite-fille Laïna, un humour qu'elle partageait avec son grand-père. Elle répond à la question que je lui ai posée : *« Comment parlerais-tu de ton grand-père et du fait qu'il a eu des enfants scientifiques ? »*

« Chez les Douady, même les lapins sont matheux !

C'est quoi le sujet au juste ? Parler de lui ou de ses enfants et de son rôle par rapport à eux ? On pourrait commencer comme ça : cherchez Douady dans

[16] Une chance dont a profité mon arrière-grand-père Jules Douady, fils de cafetier qui, en devenant normalien, a fait une brillante carrière d'angliciste et permis à son fils de devenir un médecin réputé.
[17] Les sanatoriums de mon grand-père abritaient de nombreux juifs et résistants, en particulier du réseau Vercors, et son beau-frère Paul Dottin dirigeait tout le réseau Sud-ouest de la Résistance.
[18] Manifestation du 8 février 1962, peu avant les accords d'Evian, à l'appel de tous les partis de gauche contre le terrorisme de l'OAS, qui s'était terminée par une violente répression de la police.

l'annuaire des anciens élèves de l'École Normale Supérieure, il y en a bien autant que des Martin, mais eux sont tous de la même famille. Consultez de plus près : que des mâles ! Que sont devenues les filles Douady ? Mais je n'ai pas très bien compris s'il s'agissait de replacer Adrien dans sa famille (ce qui pourrait être très intéressant) ou encore une fois de plus de parler de son grand génie mathématique universel. Il faut un peu lever les tabous, ne pas parler des accidents de parcours ou de son côté gaulois certes, mais un peu replacer Adrien dans son contexte (quoique comment penser Adrien sans ses yeux rivés sur la poitrine des femmes ?), et dépasser les clichés (il se promenait pieds nus dans le quartier latin, il portait des chemises de couleur flashy, etc.). Bien sûr donner une image qui conviendra à la bienséance, ne pas détruire le mythe, le pauvre, il va se faire enfermer dans un portrait chinois : mon premier est une barbe, mon deuxième la mathématique, mon troisième est pieds nus et mon tout est dans son bain ? »

Laïna Adlerberg-Douady

Au commencement étaient les mathématiques...

Régine Douady

« Homme libre, toujours tu chériras la mer !
La mer est ton miroir ; tu contemples ton âme
Dans le déroulement infini de sa lame,
Et ton esprit n'est pas un gouffre moins amer. »
Baudelaire, Les fleurs du mal

Estérel : du mistral la veille, une eau refroidie, des vagues, du courant, un plongeon fatal.

Non. Pas lui, un enfant de la Méditerranée qui connaissait tout du mistral, savait étudier le mouvement des vagues avant d'y plonger, contourner les écueils. Un enfant, non de la haute mer, mais de celle où vagues et rochers s'affrontent dans un ballet incessant. Il aimait être en prise directe avec la nature dans ses contrastes : le rocher dur, rugueux où il fallait bien connaître son corps et bien poser ses pieds pour tenir en équilibre, et l'eau calme, vaste endroit où l'on pouvait pénétrer n'importe où. Plonger était une passion qui le menait jusqu'au défi, vers un grand théorème (1973), mais aussi l'a piégé. Une eau plus froide qu'attendue, et voilà un infarctus vieux d'un an qui a sans doute récidivé, dans l'eau. Outre le plaisir physique, Adrien y trouvait une façon d'établir un lien entre des mondes différents, de confronter des sensations. Le contact, il l'étudiait, le soignait pour en faire une beauté, une jouissance. Avant chaque plongeon, une petite balade sur le rocher lui permettait d'étudier la mer, de tester son envie d'y aller, de choisir le moment et l'endroit. Il cherchait alors un point sous l'eau qu'il voulait atteindre, le fixait et se lançait. Je me souviens à Ubatuba près de Sao Paulo, il y avait une crique ouverte sur le large, bordée sur les côtés de hautes falaises. Un double système de vagues provoquait périodiquement un mur d'eau vertical de plus de 4m. Le grand jeu des locaux était de plonger à la racine des vagues, de se laisser rouler dans le déferlement et déposer au fond de la plage à plus de 100m. Adrien bien sûr ne pouvait résister à cette expérience. Danger ! criait Silvia. Un long moment d'observation comme à son habitude et Adrien plongea, une fois, deux fois, pas trois. Ce fut un moment fort de sa vie qu'il racontait avec beaucoup d'émotion, qui lui restait vif en mémoire. Il distinguait la peur qu'il s'entraînait à repousser toujours plus loin, du danger qu'il regardait en face. Il évaluait le risque, puis décidait. Il avait besoin d'affronter l'obstacle, de défier l'inconnu, c'était pour lui le nerf de la recherche, le sel de la vie.

J'ai dû affronter la dure réalité, l'hôpital de Fréjus. Il était là, paisible, le teint coloré, la peau souple. Il semblait sourire, il était beau, il aimantait mon regard. La fascination le disputait à la révolte, à l'implacable, à la détresse. Le temps passe et je reconstruis mes souvenirs.

Au commencement étaient les mathématiques, la trame de sa vie sur laquelle se sont tissés des liens qui frappent par leur diversité, leur complexité, leur force, leur couleur.

Sur les bancs de la fac., certains jeunes normaliens peu enclins à suivre les cours proposaient des sous-colles aux étudiants qui leur apportaient l'information. Le cours de topologie de Choquet innovant à l'époque avait de quoi étonner, Brelot très myope écrivait le nez collé au tableau en effaçant de la main gauche au fur et à mesure ce qu'il venait d'écrire de la main droite. La proposition normalienne était intéressante.

Dès les premières rencontres à Ulm, je me suis aperçue que les livres de maths n'encombraient guère Adrien, plutôt un gros électrophone, des disques, une bible en hébreu. Une question le fascinait, celle de l'existence du monde. A côté des maths, nous en parlions. Il me traduisait quelques phrases de la genèse et du *shir hashirim* (le Cantique des Cantiques). Bien plus tard, il écrivait à ce propos : « *je voudrais expliciter quelques questions qui ne quittent jamais mon esprit. Ce ne sont pas des questions auxquelles on a envie de chercher une réponse, mais plutôt elles m'emplissent d'un émerveillement qui n'arrive pas à se blaser.*

– *Comment se fait-il qu'il y a quelque chose plutôt que rien ? Les physiciens se sont acharnés à écrire les lois de l'univers. Mais toutes les équations ont une solution triviale : celle d'un espace-temps vide sans la moindre particule de matière ni trace d'énergie. En relativité générale, on a mieux : un espace-temps qui serait lui-même l'ensemble vide (les équations sont locales !). Le vide de la théorie quantique des champs est beaucoup moins vide, il est peuplé par des possibilités qu'une paire électron-antiélectron se crée et s'annihile aussitôt sans qu'on n'en sache rien, et les calculs comportent des sommes intégrant des tas de possibilités d'histoires silencieuses de ce type, classifiées par les diagrammes de Feymann. Mais aucun de ces vides ne décrit l'univers qui existe, qui est plein de tables, de crayons, de planètes et de galaxies.*

– *Comment se fait-il qu'il y a une conscience qui puisse s'apercevoir que le monde existe ? Pourrait-on dire que le monde existe s'il n'y avait aucune conscience pour s'en apercevoir ? (Aïe, je suis piégé par la forme de la question : il n'y aurait pas de on pour dire...)* »

Ces questions l'ont amené à lire Maïmonide qui, au XII^{e} siècle dans le Guide des égarés, se préoccupait déjà de la question de « l'éternité ou de la nouveauté du monde », à progresser dans la lecture de la genèse et du *shir hashirim* dans le texte, dans cet hébreu où les subtilités de la langue, grammaire et vocabulaire, sont matière à exégèse. Il en avait appris assez pour lire et réfléchir, et m'enseigner les plus belles choses que j'aie jamais connues sur le sujet moi la juive. Ainsi tenait-il à honorer Rosh Hashanah, pour lui « *fête de la création, célébration du début du temps, anniversaire si l'on veut du Big Bang, hommage à l'existence du monde* ».

Connaître l'Autre était constitutif d'Adrien. Une nécessité pour lui : entrer dans la culture de l'autre, aborder sa langue, là où tout être puise une partie de son identité. En pays étranger, il apprenait des bribes de langue dans les cafés avec les serveurs, quitte à débarrasser les tables pour amadouer le patron mécontent. Avec ses étudiants étrangers, il avait à cœur de leur apprendre le français. Dès qu'ils en savaient quelques mots, il organisait des séances poésies, les incitait à traduire des poèmes de Baudelaire, Victor Hugo et autres chansons. Dans l'échange, Adrien apprenait la langue de l'autre. Des étudiants danois se sont réunis une fois par semaine chez nous. Il en est sorti une brochure bilingue. Adrien voulait aussi connaître les habitudes de vie. Quand il arrivait dans un endroit nouveau, si riche

qu'il pût être de monuments ou de musées, il se promenait d'abord au hasard des rues, dans les marchés, là où il rencontrait des gens dans leur vie ordinaire. Mais l'émotion artistique n'était jamais loin : une sculpture, une peinture, un poème, une musique... Tout cela entrait en résonance avec son monde. Il attaquait un problème tel un sculpteur un bloc de pierre. Ses démonstrations, il les voulait simples et élégantes, une façon de rechercher le sens profond de ce qui était en jeu. Il travaillait ses rédactions comme un musicien ses phrases musicales, jusqu'à trouver la sonorité qui s'imposait à lui. Le vocabulaire technique qu'il inventait témoignait de son humour. Dans tout ce qu'il vivait, tout son être vibrait.

Adrien était un personnage complexe chez qui vies mathématique, culturelle, sociale, familiale, vie de couple, vie personnelle interagissaient, s'influençaient mutuellement. Son attrait pour les langues étrangères captait une part de son temps comme son répertoire de chant, chansons, poèmes. Ce sont tout de même les maths qui l'occupaient essentiellement, la nuit dans ses insomnies ou dans ses rêves, le jour dans ses activités. Il vivait son aventure mathématique « *en explorateur, en prise directe avec les maths et pas à travers la pensée de quelqu'un d'autre qui est passé avant* » dit-il dans le film *Douady Adrien mathématicien*. Elles ont charpenté toutes les faces de sa vie, ont été son langage privilégié de communication, une source d'émotions intenses impliquant intimement le corps et l'esprit. Elles ont longtemps eu la priorité. Cependant, au fil du temps, surtout dans la dernière décade, la famille a souvent pris le pas dans ses préoccupations, dans l'organisation de son temps, sans occulter bien sûr les mathématiques. C'était l'époque de *l'implosion parabolique*, des *bébés mandelbrot dans les choux-fleurs*, du plan d'étude qu'il a vu aboutir avec les travaux de Buff et Chéritat sur la *mesure positive*. Un vivier de questions était une nécessité vitale pour lui. Cela lui avait manqué pendant les neuf mois de service militaire en Allemagne. Trois enfants et des aides bienveillantes lui avaient permis d'effectuer les six autres mois à Paris.

À ce moment-là, son travail de thèse était en plein développement et il avait besoin d'échanger ses idées. Adrien n'a jamais pu faire de maths en milieu fermé. Dès 1959 il a participé activement au séminaire Cartan, au séminaire Bourbaki dont il est devenu l'un des membres. En 1964-65, J. Leray l'a accueilli au Collège de France pour exposer dans son séminaire l'état de sa thèse. Il la soutenait en février 1966. De son année 1957-1958 à Princeton, il avait gardé des contacts étroits avec Aldo Andreotti. Il aimait beaucoup discuter avec lui de maths, de menuiserie, de musique... Andreotti l'invitait régulièrement à Pise, à l'École Normale. Adrien l'avait convaincu d'y faire installer une baignoire avec de l'eau bien chaude : un ingrédient indispensable pour fabriquer des contre-exemples, une de ses spécialités à laquelle il accordait un grand prix. C'était pour lui un moyen de comprendre et faire comprendre, de trier le bon grain de l'ivraie, de repérer et tirer parti des impasses, de faire des maths et bien au-delà. Les promenades pisanes et les escapades florentines où je l'ai souvent accompagné, étaient des moments de bonheur. Aldo était un être très chaleureux. Dans son immense bureau à Pise, une partie était occupée par un grand établi avec un bel outillage de menuisier sculpteur. Sa femme était chanteuse, le piano n'était pas loin. Tout cela créait une belle harmonie dans laquelle Adrien se sentait comme un poisson dans l'eau. Ses échanges avec lui ont marqué sa préparation de thèse plus que ceux avec Grauert, lequel peu convaincu par ses méthodes lui avait tranquillement déclaré qu'il n'aboutirait à rien avec des espaces

de dimension infinie. Adrien poursuivit son chemin. Il était soutenu par ses visites régulières à Cartan, toujours fructueuses qu'il ait eu du nouveau à raconter ou non, par ses discussions avec Malgrange. Adrien, être éminemment social, vivait les maths dans l'échange. Ce pouvait être en discussion au cours d'un repas, autour d'un café, en salle de séminaire... Il aimait aussi exposer au tableau à quelqu'un. L'écoute active lui permettait de réduire les zones d'ombre. Il s'appuyait sur les notes prises pour rédiger à son tour. Ce mode de travail s'est perpétué tout au long de sa carrière, pour sa thèse avec des camarades surtout L. Illusie, ensuite avec des interlocuteurs très divers. Il m'avait sous la main quand il avait besoin d'une oreille attentive, d'une plume, d'un calcul, cela nous plaisait. Le courrier électronique lui a permis d'étendre largement sa zone d'échanges.

En 1965 la faculté des sciences de Nice a été créée, J. Dieudonné nommé doyen nous avait recrutés. Il voulait un enseignement et une recherche de qualité. Dès le début, les matheux tous enthousiastes ont conjugué leurs efforts pour lancer le bateau. Dieudonné n'a pas été déçu. Adrien voulait développer une recherche active en géométrie analytique complexe. En cinq ans, entre le DEA et le séminaire, un corpus important fut exposé. Plusieurs articles et thèses ont été produits. En 1965-66, à l'incitation de L. Schwartz, Adrien a assuré à l'X un cours dans le domaine, cours qu'il a redonné ensuite à Berkeley et ailleurs.

Nous habitions dans le haut de Nice non loin de la fac. une grande maison à laquelle on accédait par un grand jardin. Nous déjeunions tous les jours dehors. La rue appartenait aux enfants. Le soir avec eux, nous observions les évolutions de la lune et des étoiles sur le Mont Boron. La maison était ouverte. Le congrès ICM qui a eu lieu à Nice en 1970 a été l'occasion de joyeuses fêtes avec fameux méchouis dans le jardin où Adrien était un gai luron. Avec les copains, nous allions en promenade en bord de mer ou dans les sentiers de ce merveilleux Esterel, mais aussi dans les montagnes de l'arrière-pays, au baou de Saint-Janet ou dans la Vallée des Merveilles. L'hiver nous faisions du ski sur pistes ou des randonnées à peaux de phoque. Adrien aimait les sensations franches : le très chaud, le très froid, par exemple prendre des bains à 42° ou 43°, plonger dans un ruisseau enneigé. Le contraste l'avait séduit dans la pratique des saunas finlandais : se chauffer dans une cabine sèche à plus de 80°, une louche d'eau sur le poêle pour s'en faire chasser et plonger dans l'eau très froide d'un lac proche. De Finlande lors d'un congrès en 1967 nous avions importé à Nice une cabine. Quand nous sortions du sauna, nous plongions dans une piscine située dans le jardin. C'était l'occasion de fêtes. Adrien aimait rire et faire rire.

En dépit de ce paradis terrestre, Adrien a préféré revenir en région parisienne. Orsay l'a accueilli en octobre 1970. Les enfants ont exprimé des regrets pendant un bon moment. Ma vie professionnelle a pris un tournant. Je n'ai pas regretté, Adrien non plus. Un peu plus tard a débuté entre lui et John H. Hubbard une collaboration qui s'est révélée riche et fructueuse en géométrie C-analytique puis surtout en dynamique holomorphe. Leur travail s'est développé au sein d'un réseau international très actif qui a intégré de plus en plus de chercheurs jeunes et confirmés. Il s'en est suivi une moisson impressionnante de nouveaux résultats. Tout actif qu'il était dans ce réseau, Adrien s'est ensuite engagé avec F. Tisseyre dans la vulgarisation mathématique, un vrai défi.

Pendant les années 70, nous avons habité à Sceaux dans une grande maison avec à l'entrée un petit jardin où l'on pouvait griller le mouton, et à l'arrière une cour qui a très bien accueilli le sauna. Adrien y avait aussi scellé la table ronde en mélèze qu'il avait construite à Nice en assemblant plusieurs poutres selon une structure de type toit encadrant un pilier central en marbre. La vie y était très festive au retour de Fontainebleau : sauna, bonne chère, on chantait, on dansait. Les jeux scéniques d'Adrien quand il chantait des morceaux de *Don Juan, de La Belle Hélène, le général à vendre, le vin de l'assassin* pour lequel il avait inventé une musique, du *Boby Lapointe*... ou quand il récitait les *Djinns* pouvaient laisser rêveurs bien des professionnels du théâtre. Il arrivait que des questions mathématiques fusent, au besoin le tableau n'était pas loin.

Occupés certes par nos nouveaux univers, nous avons tout de même trouvé l'énergie, le temps et surtout le plaisir d'écrire à deux *Algèbre et Théories galoisiennes*. Jeunes étudiants, nous avions déjà éprouvé ce plaisir en rédigeant le cours Choquet sur les espaces vectoriels normés, cours que nous avions ensuite distribué. Comprendre, écrire des maths avec Adrien, était passionnant surtout quand le sujet présentait de réelles difficultés. C'était un profond plaisir partagé. Dans les cas très tendus, cela s'apparentait à l'excitation ressentie lorsque nous dévalions à ski du sommet d'une montagne après moult efforts à peaux de phoque ou au plaisir de glisser sur l'eau en canoë par beau temps et mer calme après avoir affronté des vagues hostiles frôlant le drame. Adrien connaissait bien la théorie de Galois. Cependant, au moment d'écrire le livre prévu, le sujet ne faisait partie ni de ses préoccupations de recherche, ni de son enseignement. Il n'était pas algébriste mais analyste, sensible au "pas tout à fait vrai, à quelle erreur près". Toutefois, mettre en regard la théorie des revêtements et la théorie de Galois, géométrie et algèbre pour aborder de façon intéressante les Surfaces de Riemann, elles m'intéressaient à l'époque, était un beau projet. Nous l'avons réalisé ensemble. Il est clair que le plan du livre est le sien, que la connaissance mathématique repose sur lui. Pourtant le travail n'a pas manqué avant que le livre ne fût remis à l'éditeur : choix de présentation, sélection, mise en ordre, clarification, explicitation plus ou moins développée, choix de ce qui va dans le texte et ce qui va en exercices... travail qui a souvent interagi avec le projet initial et a conduit à le reprendre. Sans oublier l'exigence de qualité dans la rédaction qui peut amener à remettre "vingt fois sur le métier". Nous avons partagé ce travail. Sans cette collaboration, le livre n'aurait tout simplement pas existé. Plus qu'un livre de maths, il est une longue histoire d'amour entre nous. Nous avons passé des moments exaltants à l'enfanter et à le revisiter récemment quand nous étions tous deux à la retraite.

Les voyages tenaient une grande place dans la vie d'Adrien. Son sac de couchage sous le bras, il se sentait vagabond. Adolescent déjà, plus tard seul, à deux ou en famille avec les enfants, il parcourait la France à vélo. Un 3 vitesses à pneus demi-ballon faisait son bonheur. En vélo, il se promenait, il appréciait le paysage, les parfums, les bruits, il s'imprégnait de la géographie et de la géologie des lieux. Il ne manquait pas d'en repérer les changements à la faveur de la végétation rencontrée. Il partageait ses impressions avec ceux qui l'entouraient. Souvent, il dessinait. Les enfants ont gardé de vifs souvenirs de ces balades où l'on observait beaucoup. Il avait hérité de son grand-père Rémy Perrier une curiosité pour la zoologie, un goût aigu pour l'observation. Il connaissait particulièrement bien les coléoptères et les

serpents. Jeune, il élevait des couleuvres, ensemble nous allions dans les ruisseaux chercher les braves couleuvres vipérines, à ne pas confondre avec les vipères. Il aimait parcourir le monde, rencontrer de nouvelles cultures, de nouveaux modes de vie. Le voyage en stop répondait à ses aspirations. Dans sa vie d'adulte de plus en plus avancée, il prenait le train ou l'avion certes. Il réussissait tout de même à se ménager des moments en stop et à déjouer les plans des gentils étudiants commis pour l'accueillir et même à leur faire découvrir des aspects de leur ville qu'ils ne connaissaient pas ! Il a, entre autres, traversé en stop plusieurs fois les États-Unis de part en part. Il m'avait incitée à faire de même une année où je le rejoignais à Berkeley « sinon tu ne comprendras rien à l'atmosphère ici ». J'ai effectivement traversé les États-Unis de New York à Denver en stop, terminé en train. Nous avons passé ensuite un mois et demi merveilleux et plein de surprises à parcourir en stop la Californie et le Mexique d'Ouest en Est jusqu'au Yucatan, en dormant dans un hamac à la belle étoile. Nous étions très heureux quand nous pouvions faire coïncider nos voyages professionnels. Ainsi en a-t-il été plusieurs années avec le Brésil et dans bien d'autres pays, en France même. Souvent nos activités interagissaient. Il intervenait dans des colloques de didactique, j'animais en certains endroits l'exposition itinérante *Un monde fractal*.

Adrien avait un profond besoin de liberté. Il faisait sienne la pensée de Poincaré : « *la liberté est pour la Science ce que l'air est pour l'animal ; privée de liberté, elle meurt d'asphyxie comme un oiseau privé d'oxygène. Et cette liberté doit être sans limite [...]* ». Les dernières pensées, App.III. A qui lui proposait de lire ses papiers mais de les maintenir confidentiels jusqu'à publication, il les rendait sans les lire en disant « *je suis patient, je peux attendre* ». Il préférait parler librement de ce qui l'intéressait à qui il voulait. Il partageait très généreusement ses idées, sans aucun calcul de propriété ou de course à la priorité. Et tant pis si sa liste de publications ou de thèses dirigées sous son nom était courte eu égard à son influence dans la communauté scientifique, celle qui comptait pour lui. Il était exigeant sur le plan scientifique, sans complaisance. Mais il apportait largement son soutien avec constance et grand cœur. Il était insensible aux pressions de l'Institution. En revanche, il s'imposait volontiers les contraintes qu'il choisissait, il respectait ses engagements, les nombreux rapports à faire par exemple. Il était loyal. Toutefois, dans le privé, tout en répondant de bon gré à la demande, il se tenait loin des soucis matériels, des paperasses, les petits lutins devaient s'en débrouiller. Il appréciait que la maison soit accueillante à tous vents, à tous moments, et aurait souffert qu'il n'en fût pas ainsi. Par chance, c'était ma culture méditerranéenne.

Adrien était bon et tolérant, sincère et fidèle dans ses relations humaines. Il lui arrivait de pratiquer un moment le silence, jamais le mensonge, un manque de courage. Il fallait dépasser l'obstacle et sortir plus fort. Il donnait de lui avec gentillesse et simplicité chaque fois qu'il repérait un besoin, une attente. Il ne méprisait personne. Pour lui, chacun avait une place et quelque chose à dire qu'il respectait et dont il avait à apprendre. Il aimait les gens, chacun en particulier, dans leur diversité. Il trouvait à chaque fois le chemin naturel du dialogue. « *Il y a mille façons d'aimer* » disait-il. Je cite une lettre reçue récemment : « *je ne peux pas oublier sa générosité, son attention, sa sensibilité envers une personne complètement perdue, parachutée dans un monde meilleur mais si différent de tout ce qu'elle avait connu auparavant... Il se comportait avec une simplicité qui mettait*

n'importe qui à l'aise... Il était curieux, ouvert, toujours prêt à écouter... Ton bien-aimé Adrien sera toujours présent dans le cœur de bien d'entre nous[1]. ». Il ne se mettait jamais en colère même si quelque chose le heurtait, ou parfois par écrit en prenant soin de ne rien casser. Il réagissait plutôt avec humour ou ironie. Il croquait des dessins humoristiques. Mais il lui arrivait aussi de s'enfermer dans sa bulle avec une grande tristesse. Il fallait alors des trésors d'affection pour l'en sortir. Il avait en fait un profond besoin de chaleur familiale (au début il voulait 6 enfants), de soutien, de confiance et d'amour sans faille sur lesquels il pouvait compter en toutes circonstances, toutes choses que sa sphère proche avait le bonheur de pouvoir lui offrir. Il y puisait une bonne part de l'énergie indispensable à l'être humain et à l'homme libre qu'il était. Tout cela évoluait en symbiose avec les maths, charpente de notre vie. En dynamique holomorphe. Adrien m'avait proposé de suivre son cours de DEA à Orsay puis à l'ÉNS et de prendre des notes. Elles ont nourri un très chaleureux dialogue oral et écrit à la maison. En longeant l'Estérel en canoë près des rochers, nous avons mesuré avec une corde (50m graduée de 5 en 5, et 10m de 1 en 1) le coefficient d'irrégularité d'un bout de côte. Les mesures prolongeaient celles faites sur une carte d'état-major et confirmaient le caractère fractal de la côte, entre 1,16 et 1,17 pour sa dimension. L'été 1984, je devais préparer une seconde thèse de maths. Il m'a suggéré la démonstration du théorème de Thurston donnant une caractérisation topologique des fractions rationnelles complexes. Il venait d'y travailler, beaucoup, avec Hubbard lors d'un séjour à l'Institut Mittag-Leffler. Défi relevé.

L'essor professionnel que nous connaissions chacun de notre côté a perturbé les équilibres de notre vie. Les liens que nous avions tissés ont fait ressortir les piliers et lignes de force sur lesquels nous en avons construit de nouveaux. La richesse intérieure d'Adrien s'est révélée dans toute son ampleur, ce que j'étais pour lui aussi. Nous avons passé des années d'une densité incroyable, qui nous ont passionnés. La retraite nous a apporté un bien-être, une sérénité, une complicité pleine d'émotion en crescendo jusqu'à l'arrêt brutal. Une note se prolonge...

Nous étions tous deux fervents de musique depuis notre enfance. Je me souviens d'un concert au théâtre des Champs-Élysées où des places sur la scène étaient réservées aux étudiants. Nous avons ainsi entendu le concerto n° 20 de Mozart à 4m de Clara Haskil, un souvenir inoubliable. Adrien travaillait en musique le jour comme la nuit. Il disait « *la musique occupe une moitié de mon cerveau et me libère l'autre pour réfléchir* ». Il aimait le violoncelle, les sons graves, « *ils font vibrer mes abdominaux* ». Nous devons à Diane d'avoir un très beau piano. Une situation favorable et le bouche à oreille nous ont permis d'offrir à de nombreux musiciens un lieu de travail de qualité. Adrien, dont l'ordinateur était proche de la salle de musique, aimait entendre leur travail exigeant dans leur recherche d'expression. Il se sentait en harmonie avec eux. Il s'est installé chez nous une tradition de concerts de musique de chambre. C'est la musique que nous préférions, celle que nous connaissions bien, celle qui demande effort et concentration pour l'écouter, qui prend à la tête et aux tripes, une musique aux structures riches où les compositeurs expriment le meilleur d'eux-mêmes. Des musiciens de talent venaient y préparer leurs programmes et le présenter à un petit public. Nous avons découvert dans cette proximité des sonorités, des œuvres que nous croyions connaître par cœur et

[1] Sorana

qui prenaient là un relief particulier, retenant plus encore notre souffle. Je pense à des sonates pour violoncelle seul de Bach, à notre madeleine le quintette pour clarinette de Mozart ou à son quatuor K421, aux 13e-17e quatuors de Beethoven, au très sensuel deuxième quatuor de Borodine ou au quintette pour 2 violoncelles de Schubert et à bien d'autres connues ou moins connues de nous. Les concerts et après-concerts – le gigot d'Adrien, les spécialités de Régine – de la rue M. Le Prince sont devenus célèbres. La maison était largement ouverte et les soirées conviviales variées. De nombreux pots de thèse ou soirées d'après colloques s'y sont déroulés. Il n'était pas rare qu'un simple repas réunisse 6 ou 7 nationalités différentes autour de la table. À la rue Mouffetard, le samedi matin Adrien rejoignait autour d'un café un groupe d'habitués, un philosophe, un physicien, un biologiste... Le dimanche matin, sans oublier le café, il était plutôt un personnage de théâtre de rue qui chantait autour de Christian l'accordéoniste. Adrien tenait à ses rites. Il aimait la vie, il aimait la croquer à pleines dents en toutes situations sans se sentir frustré, ni censuré.

Il était très près de ses enfants, quand il n'était pas en voyage. Ils apprenaient beaucoup de choses avec lui. Ils discutaient maths aussi. Diane toute jeune avait demandé en cadeau d'anniversaire à son papa un problème. Adrien a très vite perçu le mathématicien chez Raphaël, il discutait avec lui comme avec un collègue et il l'a formé dès la classe de première à l'écriture style Cartan. César passionné de calculatrice en terminale a programmé la méthode de Newton et un peu plus tard (à Ulm) dessiné des disques pincés. Adultes, la communication s'est prolongée en échanges.

Il avait été bon père, il a été meilleur grand-père encore. Les petits, il les emmenait au marché, leur inventait des histoires pour leur apprendre à lire ou des dessins à compléter par symétrie ? Il jouait aux échecs avec Alex et Pâris. Camille et Maud avaient inventé un jeu : elles choisissaient un mot et grand-père devait réciter un poème ou chanter une chanson sur le thème. Il avait entamé une relation de sagesse avec Laïna, un dialogue mathématique prometteur avec Gaspard. Aux Arcs, il faisait avec eux de la menuiserie, du jardinage sans manquer d'observer les petites bêtes. Le soir et même la nuit, il leur apprenait à regarder le ciel. Il avait appris à nager aux trois enfants, il a appris à presque tous les petits-enfants. Il était heureux de ses huit petits-enfants et se rendait disponible autant qu'il le pouvait. Je lui disais « *tu es un bon grand-père* », il me répondait « *je suis surtout un bon mari* », et nous devenions deux ados pleins de tendresse.

Ses autres activités n'étaient en rien diminuées. Adrien a toujours peu dormi. Au besoin, il compensait par une sieste ou un petit somme en séminaire. Dans le calme de la nuit et le murmure d'une musique classique, ses insomnies étaient des moments de concentration, où il faisait vivre tout un monde intérieur peuplé de pensées, de créatures les plus diverses. Le courrier électronique avait haché ses nuits, mais entre deux coupures, il retrouvait le calme réparateur, un moment privilégié pour nous.

Voir la curiosité et la réflexion se développer chez les jeunes l'intéressait. En illustrant de son expérience personnelle et de sa pratique scientifique, sociale et collective, en exposant ce qu'il jugeait important pour comprendre et se forger une connaissance vivante des mathématiques, il en a influencé la didactique. Il était un enseignant très apprécié de ses étudiants.

Être aimant et aimé comme il est rare, il est parti comme il a toujours vécu, vivant pleinement en beauté jusqu'au dernier instant. Ses enfants et petits-enfants biologiques ou mathématiques, et dont il était si fier, sont nombreux à prendre le relais dans la chaîne ininterrompue de la vie.

Mon bien-aimé s'en est allé. Ses ailes de géant planent au-dessus de nous.

Le lapin de Douady

L'énoncé était clair, l'hypothèse fort solide :
En grimpant la falaise sous le pied naît le vide.
Seul avec son passé, on regarde derrière soi
Le chemin parcouru fait bien peur quelquefois...
La rue d'Ulm, Gay-Lussac, et l'École Normale
Le Faisceau Algébrique, l'Équation Intégrale
Et aussi cette clé qu'est l'Axiome du Choix
Bonne à ouvrir les portes qui mènent à l'exploit
Le moment ou jamais de le mettre à profit.
Relisons l'énoncé, méditons ce qu'il dit :
Avancer ou rester ? C'est ainsi le dilemme
Mais avant de poursuivre il faut user d'un lemme
Qui veut qu'en pareil cas, on laisse faire le Sort
C'est la voix indiquée par Abel et Cantor.
Contemplant l'horizon et son calme azuré
Tu te sens confiant, tu avances rassuré...

Le destin a voulu que tu sautes, vieil ami
Dans cette eau, qui t'avait si souvent accueilli
En son sein doux et chaud comme le ventre d'une mère
À te faire oublier les soucis de la Terre.
Mais cette fois le clin d'œil était fait pour trahir
La confiance lointaine qu'elle avait su ravir
Tu n'as pu résister à l'attrait de la Mort.
Que faire quand au combat, l'adversaire est plus fort ?
Les copains ont appris le dimanche sur le tard
Que tu avais posé le Lapin à Mouffetard.
C'est ainsi qu'elle aime bien nous surprendre cette garce
À gâcher toute une fête pour une très mauvaise farce.

Bahram Amin
Un physicien, ami de la Mouff.

ENSEIGNEMENT

Formation mathématique des ingénieurs

Préoccupée par la place des mathématiques dans les formations d'ingénieurs, la Société Mathématique de France a patronné plusieurs fois des colloques sur ce thème. Elle a pris des contacts avec la CTI (Commission des Titres d'Ingénieur, instance qui autorise un établissement à délivrer le titre d'ingénieur) il y a déjà plusieurs années. La Gazette avait publié, dans son numéro 97 (juillet 2003), un compte rendu d'une première rencontre entre la CTI et les deux sociétés savantes de mathématiques. Une nouvelle rencontre a eu lieu en juillet 2005 qui a décidé, sur proposition de la Présidente de la CTI à ce moment, la mise en place d'un groupe de travail commun CTI-Sociétés savantes de mathématiques. Ce groupe a commencé à travailler en 2005. Il a adopté, à l'unanimité, en janvier 2007, le texte suivant. Les inquiétudes que cette prise de position reflète, qui sont largement partagées par les mathématiciens intervenant dans les écoles d'ingénieurs, trouvent aujourd'hui un écho y compris dans les directions de certaines écoles comme en témoigne un récent rapport du « concours commun Mines-Ponts[1] ».

Guy Chassé,
Vice président de la SMF, chargé de l'enseignement

La formation en mathématiques des ingénieurs issus des classes préparatoires

Il y a maintenant dix ans que les nouveaux programmes de classes préparatoires aux grandes écoles sont entrés en vigueur. Comme toute réforme, ses effets ont mis quelques années à être ressentis mais le temps a suffisamment passé pour que nous puissions maintenant évaluer certaines des évolutions qu'elle a engendrées. Nous nous intéresserons ici principalement aux mathématiques, à la fois sur leur enseignement et sur les capacités acquises dans ce domaine par les élèves ingénieurs en Grandes Écoles.

Comme le dit le Comité d'Études sur les Formations d'Ingénieurs (CEFI) : « *Le développement rapide de l'outil informatique a modifié la notion même d'objet technologique ; il est indéniable que la simulation numérique prend une place grandissante, et que l'accent se déplace de plus en plus du faisable vers l'optimal. En outre, il existe incontestablement des besoins industriels en ingénieurs ayant un très haut niveau de connaissances dans les techniques mathématiques de modélisation et d'optimisation.* » Au regard de cette assertion, la Société Mathématique de

[1] Voir site `http://skohorod.enst.fr:8080/~spip/`.

France (SMF), la Société de Mathématiques Appliquées & Industrielles (SMAI) et la Commission des Titres d'Ingénieur (CTI) mènent une réflexion commune sur l'adéquation de la formation mathématique de nos ingénieurs avec les besoins recensés par le CEFI.

L'enseignement des mathématiques dans le secondaire puis dans le supérieur a fortement évolué en raison de la réforme pédagogique des lycées, entrée en vigueur en 1995. Au niveau du secondaire, cette réforme s'est traduite notamment par l'instauration de la filière S en remplacement des filières C, D et E. Les classes préparatoires aux grandes écoles et les premiers cycles des écoles d'ingénieurs à préparation intégrée ont vu leurs programmes aussi modifiés pour tenir compte des nouvelles aptitudes des étudiants. Nous avons maintenant assez de recul pour analyser les évolutions et dresser le bilan de ces changements.

Sans vouloir préjuger des conclusions futures de la réflexion commune SMF-SMAI-CTI, plusieurs points déjà apparus méritent d'être, d'ores et déjà, mentionnés.

La diminution significative du nombre d'heures obligatoires d'enseignement des mathématiques constitue la différence essentielle entre les anciens (C, D, et E) et le nouveau (S) cursus. Les principales innovations en classes préparatoires scientifiques (hors BCPST[2]), qui sont la filière historique et de référence de formation de nos ingénieurs, furent l'introduction de la discipline « Sciences de l'ingénieur » et de l'informatique dans certaines filières, la création de la filière PSI (Physique et Sciences de l'Ingénieur) et les TIPE (Travaux d'Initiative Personnelle Encadrés). Par ailleurs, les trois filières furent voulues comme réellement distinctes avec chacune deux disciplines dominantes et l'impossibilité théorique ou pratique de changer de filière en cours de scolarité, y compris lors du passage de première en deuxième année. Parallèlement, les heures dévolues aux enseignements de mathématiques et de physique diminuèrent d'environ 20% dans toutes les filières et les programmes de ces deux disciplines furent sensiblement allégés mais pas suffisamment puisque devant les difficultés des étudiants, il fallut les réduire une nouvelle fois en 2005.

La conséquence inéluctable de ces allégements de programmes est une baisse du niveau des connaissances assimilées et des capacités de raisonnement des élèves-ingénieurs, qui va de pair avec une moindre maîtrise des techniques de calcul. Or dans toutes les disciplines enseignées en école d'ingénieurs, la masse de connaissances qu'il serait souhaitable que nos diplômés possèdent, ne cesse de s'accroître. Comme l'on ne peut pas parler raisonnablement des derniers développements scientifiques sans solides connaissances de base, le grand écart auquel les formateurs en écoles d'ingénieurs doivent se livrer devient abyssal. Il est en particulier impossible, faute de temps, de former les étudiants aux raisonnements abstraits après le premier cycle du supérieur. On constate hélas que l'intérêt même d'une réflexion théorique, préalable absolu à toute modélisation, n'est plus perçu ; il est fréquemment contesté par certains de nos étudiants. Sans doute, une raison de cette défiance est-elle la peur qu'engendre la méconnaissance de cette façon de procéder. Pour certains de nos étudiants, les mathématiques ne sont plus qu'une série de recettes sans lien les unes les autres et de ce fait perdent tout intérêt. Corrélativement, l'enseignement des sciences physiques et de l'informatique devient une tâche ardue.

[2] Biologie, Chimie, Physique et Sciences de la Terre.

Les pédagogues ont depuis longtemps hiérarchisé les différents niveaux d'apprentissage. D'une façon simplifiée, on en distingue quatre. Le niveau élémentaire consiste à connaître par cœur des résultats. Au niveau suivant, on est capable d'appliquer des méthodes, on possède un savoir-faire. Vient ensuite la phase d'appropriation dans laquelle, on sait choisir parmi plusieurs approches que l'on maîtrise, la plus pertinente. Vient enfin la phase d'extension où l'on est capable d'étendre les résultats existants.

L'épreuve de TIPE, par exemple, est destinée à vérifier la capacité des étudiants à atteindre le niveau d'appropriation dans un domaine restreint de leur choix. Des études ont montré que la mobilité des ingénieurs s'accroît dans les premières années de leur carrière puisque la durée moyenne d'une fonction n'atteint pas deux ans. Par ailleurs, la responsabilité de l'ingénieur, vis-à-vis de l'entreprise mais aussi de la société, s'accroît chaque jour, renforçant la nécessité d'une formation à la rigueur et à l'esprit critique. La meilleure façon de préparer nos ingénieurs à ces défis est de les amener à un niveau d'appropriation des disciplines de base, telles que les mathématiques et les sciences physiques. Cela est devenu impossible.

Quatrième colloque MFI

Nelly Barbot, Patrice Struillou[1]

Les 2, 3 et 4 mai 2007 le quatrième colloque *Mathématiques et Formation des Ingénieurs (MFI)* s'est tenu à l'ENSSAT (École Nationale Supérieure des Sciences Appliquées et de Technologie), école d'ingénieurs de l'université Rennes I située à Lannion (Côtes d'Armor). Il s'agissait de réunir les collègues intéressés par l'enseignement des mathématiques dans les écoles d'ingénieurs. Ce colloque faisait suite aux 3 premiers organisés par Guy Chassé (École des Mines de Nantes) et Nicole Burger (Polytech' Nantes). On peut considérer que ce but a été atteint puisque 60 participants étaient présents, soit à la totalité du colloque, soit à certaines journées. De plus, on peut se réjouir de la diversité des provenances des collègues : enseignants-chercheurs ou enseignants en école d'ingénieurs, à l'IUT ou à l'université, et professeurs en classe préparatoire. Quelques collègues spécialistes d'autres disciplines (physique, électronique, informatique) mais concernés par les mathématiques étaient également présents.

Ce colloque a obtenu le patronage de la SMF et de la SMAI, et il a bénéficié de l'aide précieuse et des contacts de Marie-Françoise Roy et de Guy Chassé. Il a pu être organisé grâce au soutien financier de l'ENSSAT, de la Communauté d'agglomérations de Lannion-Trégor, de l'Association pour l'Animation Scientifique du Trégor (APAST), de l'université Rennes I et du Conseil Général des Côtes d'Armor.

Voici un court résumé des conférences. Les documents complets des conférenciers (transparents ou autres) sont presque tous disponibles à l'adresse suivante, hébergée par le site de l'ENSSAT : `http://www.enssat.fr/visiteur/`

[1] ENSSAT, université Rennes I

recherche/colloquesEtSeminaires/mfi2007/ (à partir de cette page, suivre le lien Compte-Rendu).

Jean-Pierre Bourguignon, directeur de l'IHÉS, a ouvert le colloque le 2 mai en fin d'après-midi, avec une conférence ouverte au grand public et co-organisée par l'APAST. Il nous a dressé, de façon très attrayante, un panorama fort complet des besoins actuels en mathématiques dans l'industrie, appuyant sa présentation sur l'évolution historique de la discipline. Les exemples choisis étaient souvent non traditionnels : Jean-Pierre Bourguignon a ainsi souligné que les mathématiques se nichent désormais très souvent là où on ne les attend pas forcément. L'ingénieur doit être capable d'assimiler rapidement de nouveaux concepts mathématiques, car, au cours de sa carrière, il verra plusieurs fois se produire des *courts-circuits* scientifiques et technologiques. Or les mathématiques utiles lors de ces changements brutaux sont non prévisibles. Le public, de tout âge et de provenance variée, se composait d'enseignants, de chercheurs, d'ingénieurs ou techniciens des entreprises de télécommunications de Lannion, d'étudiants de l'ENSSAT ou de l'IUT, et de quelques élèves de Terminale S. La presse locale s'est fait l'écho de cet événement, en s'étonnant de l'engouement suscité par une conférence sur un tel thème (la salle était pleine), et constatant que les mathématiques, une fois remises dans leur contexte culturel, perdaient leur légendaire sécheresse.

Les 3 et 4 mai, dans les locaux de l'ENSSAT, le colloque s'adressait à un public *a priori* plus spécialisé, mais il restait ouvert à tous, et en particulier aux étudiants de l'ENSSAT. Ces derniers sont venus en nombre si on tient compte de leurs contraintes d'emploi du temps.

Marie-Françoise Roy, professeur à l'université Rennes I et présidente de la SMF, est intervenue sur *Géométrie algébrique réelle et robotique*. Il n'y avait pas dans la salle que des spécialistes de géométrie algébrique, on s'en doute, mais l'exposé, très pédagogique, s'adressait aussi au plus grand nombre, les difficultés étant introduites de façon graduelle. En particulier la motivation première des roboticiens qui font appel à son équipe a été particulièrement bien mise en évidence. Il s'agit notamment de définir l'ensemble des positions admissibles de l'espace lors du déplacement d'un robot, ce qui conduit à considérer les solutions réelles d'équations et d'inéquations algébriques. Les étudiants de l'ENSSAT responsables de la conception du robot destiné à participer à la coupe de robotique ont assisté avec enthousiasme à sa présentation, et ont d'ailleurs proposé le lendemain une démonstration de leur robot aux participants intéressés par le sujet.

Nicole El Karoui, professeur à l'École Polytechnique, a présenté les enjeux actuels en *Mathématiques et Finances*, dissipant au passage quelques malentendus sur le but de l'introduction des mathématiques dans le monde controversé de la finance. Là aussi, il ne s'agissait pas seulement d'exposer le calcul stochastique d'Itô et la formule de Black et Scholes, mais aussi de mettre en évidence la problématique posée par l'introduction des options et autres produits dérivés en finance, et les solutions que tentent d'apporter les mathématiques. L'une des idées à retenir est que l'on cherche à réaliser une gestion *dynamique* du risque, ce qui se traduit en pratique par un grand nombre de transactions de couverture, et qu'il convient de bien distinguer ces transactions des autres, purement spéculatives.

Frédéric Cao, de la société *DxO Labs*, nous a parlé des possibilités actuelles que certaines *mathématiques appliquées* permettent en traitement des *photographies*

numériques. Son exposé a été illustré de nombreuses photographies spectaculaires, et on a pu se rendre compte que les mathématiques impliquées dans ce traitement sont finalement bien éloignées des méthodes traditionnelles de traitement de l'image. En effet, les capacités mémoire d'équipements par définition portables n'autorisent pas la mise en œuvre de ces méthodes. Par exemple il n'est pas question d'espérer utiliser classiquement de l'analyse de Fourier, il convient de travailler directement sur les noyaux de convolution caractéristiques du traitement à apporter.

Marie-Aline Péry, professeur en classe de mathématiques spéciales et vice-présidente de l'UPS, a passé en revue le programme des *classes préparatoires aux Grandes Écoles Scientifiques*. Elle a insisté sur les évolutions actuelles et les difficultés d'enseigner un programme qui reste très chargé au vu du nombre d'heures qui lui sont allouées. L'un des principes des programmes de 1995, légèrement allégés en 2004, est l'instauration d'une première période consacrée à des outils nécessaires à la physique (nombres complexes notamment). Le temps consacré à cette période de transition n'est pas perdu, puisque l'on peut par la suite illustrer de nombreuses notions (les groupes, par exemple) à partir de ces quelques éléments. Ont été évoquées également les possibilités pédagogiques offertes par l'utilisation raisonnée de l'outil informatique. Un petit débat a suivi, portant sur les TIPE, ou plutôt sur la perception qu'en ont certains élèves de spéciales et la difficulté à préparer correctement cette épreuve si l'on choisit un TIPE de mathématiques.

Le 4 mai au matin, Pierre Loidreau, de l'ENSTA, a réussi à présenter, en un peu plus d'une heure mais avec un très bon niveau de détails, l'histoire, les enjeux et les perspectives de la *cryptographie*, montrant comment elle est passée d'un stade quasi-artisanal à une discipline scientifique autonome à l'affût de résultats nouveaux en théorie des nombres. La révolution de la cryptographie à clé publique, et son omniprésence dans nos vies (cartes bancaires, signatures numériques, problème d'authentification, de non-répudiation...), justifient à elles seules le maintien (le retour ?) dans les cursus des classes préparatoires et des écoles d'ingénieurs de solides notions d'algèbre générale et d'arithmétique à côté des incontournables enseignements d'algèbre linéaire et d'analyse. Par exemple, des progrès récents font la part belle aux courbes elliptiques.

La cryptographie était à l'honneur, puisque l'après-midi Dimitri Petritis, professeur à l'université Rennes I, nous a parlé d'*information, communication, calcul et cryptographie quantiques*. Après une brève introduction aux postulats de la mécanique quantique, il a expliqué pourquoi la possible construction d'un ordinateur quantique présente un danger pour le chiffrement de l'information (sous l'hypothèse d'existence d'une telle machine, on peut mettre en œuvre un algorithme de factorisation tournant en temps $\mathcal{O}(n^3)$, où n est le nombre de chiffres de l'entier à factoriser). Dans un second temps, Dimitri Pétritis a présenté une solution au problème de distribution de la clé de chiffrage par un algorithme quantique (le protocole BB84, qui est disponible à un stade pré-industriel). Cette conférence s'est terminée par une brève présentation de l'entreprise *SmartQuantum* de Lannion, représentée par un ingénieur ENSSAT, qui propose un produit issu de ces principes.

Manuel Samuelidès, professeur à Sup Aéro et représentant la SMAI à ce colloque, nous a proposé un exposé intitulé *Du modèle, de la preuve et du calcul : pédagogies*

des mathématiques en école d'ingénieurs. Il a brièvement rappelé les spécificités du modèle français de formation des ingénieurs et son succès à l'étranger. Au delà de ce succès qui s'appuie sur une formation mathématique solide dans le cycle préparatoire, il a développé l'idée que les mathématiques peuvent être un outil autonome de formation de l'ingénieur, et pas seulement un moyen de sélection ou un langage pour la physique. Il n'est pas contradictoire, dans cette optique, d'introduire et d'illustrer les concepts par des exemples d'ingénierie. Pour arriver à ce but, la pédagogie par projets est une possibilité intéressante que l'on peut mettre en œuvre avec des élèves suffisamment entraînés et/ou motivés. Un passage en revue des enseignements de mathématiques souhaitables en école d'ingénieurs a conclu la conférence. Parmi ces cours, celui d'optimisation apparaît incontournable, mais le problème est de donner du sens à un tel cours : toute la difficulté est d'articuler le passage de la dimension infinie, l'optimisation étant d'abord présentée dans le cadre abstrait de l'analyse fonctionnelle, à la mise en œuvre numérique en dimension finie, à des fins d'ingénierie.

Les mathématiciens qui enseignent en école d'ingénieurs sont parfois un peu isolés de leur communauté, et ce type de colloque espère provoquer des rencontres fructueuses entre les différents acteurs de la formation mathématique des ingénieurs. Pour cela une place (encore trop petite sans doute) a été réservée à des ateliers et une table ronde a été animée par des représentants de la CTI, de la SMF et de la SMAI.

Deux ateliers ont ainsi fonctionné en parallèle. L'un d'eux, animé par Manuel Samuelidès, s'est proposé de rassembler des collègues des classes préparatoires et des écoles d'ingénieurs, prolongeant ainsi la discussion entamée à la suite de la conférence de Marie-Aline Péry. Il a été débattu de la place de l'informatique dans les classes préparatoires, des TIPE, de l'adéquation avec les programmes des écoles d'ingénieurs, et de la méconnaissance qu'ont les élèves des classes préparatoires des écoles auxquelles ils postulent. L'autre atelier était animé par Jacques Béranger, Directeur Honoraire du GET et représentant de la CTI, et s'intéressait à l'intégration des élèves d'IUT dans les écoles d'ingénieurs et aux difficultés posées par l'absence de réelle formation mathématique de ces élèves, alors même que l'apport de ces étudiants est devenu inévitable, tant pour la nécessaire diversification des profils d'ingénieurs qu'en raison des besoins croissants de l'industrie. Continuer à accueillir ce public sans renoncer à lui dispenser la formation scientifique nécessaire à son évolution professionnelle (lors des courts-circuits technologiques décrits par Jean-Pierre Bourguignon) est l'un des défis qu'il convient de relever.

Le colloque s'est terminé par la table ronde CTI-SMF-SMAI. La Commission des Titres d'Ingénieurs était représentée par Jacques Béranger, la SMF par Marie-Françoise Roy et Guy Chassé, la SMAI par Manuel Samuelidès. Alain Maruani, professeur à l'ENST et représentant l'ENPC à ce colloque, et Patrice Struillou, enseignant à l'ENSSAT, complétaient cette petite équipe chargée dans un premier temps de délivrer un court compte-rendu de l'avancée du groupe de travail commun CTI-SMF-SMAI qui se réunit régulièrement à l'Institut Henri Poincaré. Des travaux récents de ce groupe s'appuient sur des constats inquiétants, et quelques pistes ont été proposées dans ce cadre par Alain Maruani et Laurent Decreusefond (de l'ENST), à la suite de l'observation de l'évolution des candidats aux Concours Commun Mines-Ponts et des difficultés en mathématiques que rencontrent dans les

grandes écoles les élèves issus des filière PC et PSI. Ces propositions, approuvées par l'ensemble des directeurs des écoles du concours commun, incluent des observations sur les programmes des classes préparatoires. Dans une autre direction, le groupe travaille avec la CTI, avec le but de redéfinir le statut des mathématiques dans les formations d'ingénieurs. Jacques Béranger a noté que, dans le document *Référence et Orientations* de la CTI, les mathématiques apparaissent dans l'une des *quatre composantes essentielles d'une formation d'ingénieur*, à savoir *les sciences de base ou socle commun des connaissances, garantes de la rigueur d'analyse et du pouvoir d'adaptation à long terme aux exigences évolutives des métiers*. Il semble clair que notre discipline fait partie, au premier chef, de celles qui sont visées par cette formule flatteuse. On pourrait toutefois espérer une formulation plus explicite, et c'est l'un des objectifs du groupe que de parvenir, sinon à une uniformisation, au moins à une clarification des objectifs en terme de mathématiques pour l'ingénieur. La CTI n'est d'ailleurs *a priori* pas opposée à la définition, en concertation avec les enseignants, d'un programme minimal commun à toutes les formations d'ingénieur, comme cela a déjà été fait pour l'anglais, mais est-ce vraiment souhaitable ? Et est-ce possible si l'on considère la diversité des parcours d'ingénieur ?

Au nom de la SMF, Marie-Françoise Roy s'est réjouie de la tenue de ce colloque qui a mis en évidence l'unité des mathématiques et les nombreux domaines de recherche qui sont désormais au contact des applications. Pour la SMF, il convient de réfléchir globalement à la formation de tous les « métiers des mathématiques » : les futurs enseignants ont besoin de connaître la diversité des applications de notre discipline, les futurs ingénieurs ont besoin d'être informés de tous les domaines des mathématiques concernés par les applications. Ils ont aussi besoin, au cours de leurs études, d'être en contact avec la recherche. Quant aux futurs chercheurs et enseignants-chercheurs ils doivent être formés dans un esprit d'ouverture et de dialogue.

Pour conclure cette table ronde, Manuel Samuelidès s'est exprimé au nom de la SMAI. Pour les mathématiciens exerçant en école d'ingénieurs, il s'agit d'abord de définir ce qu'il est souhaitable de développer en matière de recherche. Ces chercheurs ont tout intérêt à participer activement, avec les industriels, à la définition de problèmes relevant des mathématiques après modélisation. Cela nécessite bien sûr de collaborer avec des non-mathématiciens. Grâce au recul qu'elles permettent, les mathématiques ont d'ailleurs vocation à faciliter le transfert interdisciplinaire.

Les rigueurs de l'horaire n'ont malheureusement pas permis au débat d'avoir l'ampleur qu'il méritait. Néanmoins, et de manière très générale, les organisateurs sont très satisfaits de l'implication des collègues, venus souvent de fort loin, et ils remercient chaleureusement tous les conférenciers et les animateurs du colloque. Il est prévu un cinquième colloque MFI dans deux ou trois ans.

Les auteurs de ce C.R. remercient Guy Chassé, Alain Maruani, Marie-Françoise Roy et Manuel Samuelidès pour leur relecture attentive et leurs suggestions avisées.
Pour toute demande ou précision, s'adresser à patrice.struillou@enssat.fr

Compte rendu de la réunion « Visibilité et attractivité des masters de mathématiques »

John Boxall

Une réunion sur les thèmes de la visibilité et de l'attractivité des masters de mathématiques était organisée par la SMF et la SMAI à l'Institut Henri Poincaré le 23 mars dernier. Cette réunion fait suite à celle qui a eu lieu le 17 mars 2006 à Grenoble[1], qui était limitée aux établissements de la « première vague » de renouvellement des plans quadriennaux.

Ce texte[2] représente une synthèse des interventions qui ont eu lieu lors de la réunion, qui a bénéficié de la participation d'une cinquantaine de responsables.

Accueil et introduction par Marie-Françoise Roy, présidente de la SMF

Le point de départ de cette deuxième réunion est la mise en place du réseau de candidature en ligne EduMaths pour les étudiants étrangers. Nos masters ont besoin d'améliorer leur visibilité et leur attractivité à l'étranger, et en France aussi. En ce qui concerne les effectifs, la baisse très forte constatée ces dernières années semble partiellement enrayée, voire même remplacée par une hausse dans certaines universités.

Présentation du réseau EduMaths par Catherine Vinay, responsable de CampusFrance

Le réseau EduMaths est organisé par le groupement d'intérêt public CampusFrance (connu sous le nom d'EduFrance jusqu'en mars 2007). La création de ce réseau fait suite à celle de réseaux semblables concernant plusieurs autres disciplines : EduDroit, EduArt, EduEcoGestion, EduHumanités. La mission de CampusFrance est de valoriser l'enseignement français à l'étranger, et de l'aider à faire concurrence à l'enseignement supérieur dans d'autres pays développés, notamment au niveau du master. Un point important est que les autres pays développés font des offres aux candidats à la fin de l'hiver ou au début du printemps, c'est-à-dire bien avant la période de recrutement usuelle en France.

Environ 35 établissements et plus d'une centaine de masters de mathématiques participent au réseau EduMaths. Les autres réseaux concernent entre 20 et 60 établissements selon les disciplines.

Tout au long du processus d'orientation et de constitution du dossier, l'étudiant est accompagné par les équipes de CampusFrance : il a à sa disposition les responsables des 82 espaces répartis dans le monde et les équipes EDU et informatique de CampusFrance à Paris.

---

[1] Voir la *Gazette* n° 109 (2006), 107–110.

[2] Remerciements : je tiens à remercier Pierre Arnoux, Pascal Auscher, Arnaud Durand, Edwige Godlewski, Frank Pacard et Marie-Françoise Roy pour leurs remarques qui m'ont permis d'améliorer ce texte.

À l'issue de la première campagne de recrutement d'EduMaths, 14 dossiers sont arrivés à CampusFrance, ce qui est relativement faible par rapport aux autres réseaux.

Quelques réflexions sur les raisons d'un manque de succès par Frank Pacard, responsable d'EduMaths

Le réseau EduMaths était ouvert depuis le début octobre jusqu'au 31 mars, et force est de constater qu'il n'a pas obtenu le succès escompté. Plusieurs facteurs peuvent expliquer ce manque de succès.

La concurrence

Les meilleurs étudiants sont courtisés par de nombreux pays, notamment les pays anglo-saxons. De plus, les grandes écoles françaises font elles aussi de la concurrence au réseau EduMaths en organisant des concours pour recruter des étudiants étrangers. Enfin, le système universitaire français n'est pas en mesure d'offrir des conditions matérielles et de logement de la même qualité que celles offertes par les universités anglo-saxonnes.

Le manque de lisibilité du système français et la diffusion de l'information

Pour un étudiant étranger, la signification du vocabulaire utilisé dans les descriptions des masters est peu éclairante. Quelle est la signification précise d'une mention, d'une spécialité ou d'un parcours ? Les liens entre les années M1 et M2 ne sont pas toujours clairement expliqués. Les descriptions des cours sont souvent trop brèves ; certains cours figurant dans les plaquettes n'ont pas lieu tous les ans. Un effort sur la description des débouchés des masters serait le bienvenu.

Il est difficile de s'orienter dans la multitude des offres de bourses de thèses (bourses de leurs pays, bourses des ambassades de France, allocations universitaires, bourses CIFRE,...) et le choix de type de bourse à demander n'est pas toujours simple. En outre, le calendrier d'attribution des bourses devrait être avancé afin de permettre aux bénéficiaires de mieux préparer leur séjour en France.

Un effort pourrait également être envisagé sur le plan de la diffusion de l'information. L'un des objectifs d'EduMaths est de réunir, au sein d'un même site, l'ensemble des offres de master. Mais encore faut-il que l'existence de ce site soit plus largement connue, à la fois en France et à l'étranger.

La barrière de la langue et le niveau des étudiants

À l'exception des pays où l'enseignement supérieur est traditionnellement dispensé en français, notre langue est peu connue des étudiants étrangers.

Enfin il faut, dans quelques cas, constater une certaine inadéquation entre le niveau réel des étudiants et le niveau fixé par les équivalences entre diplômes.

Remarques sur les effectifs des masters de mathématiques par Pierre Arnoux

Cette intervention repose sur les chiffres recueillis sur le site du ministère `http://www.etudiant.gouv.fr` par Farid Mokrane. Ils ont été remis en forme par Marie-Françoise Roy. Ces chiffres ne concernent que l'année M2.

Nombre de masters

En 2005–2006, il y avait 154 spécialités de master deuxième année mathématiques recensées en France, dont :

– 81 masters recherche,
– 66 masters professionnels,
– 6 masters sans qualification,
– 1 DEA.

Nombre d'étudiants

Il y avait en 2005–2006 :

– 2394 étudiants de master deuxième année en mathématiques, soit une moyenne de 15 par master, dont :
– 1015 dans les 81 masters recherche (soit en moyenne 12 par master),
– 1112 dans les 66 masters professionnels (soit en moyenne 17 par master),
– 264 dans 6 masters sans qualification (soit en moyenne 44 par master).

Effectif par master

À nouveau, il s'agit de l'année 2005–2006.

– 40 masters entre 1 et 5 étudiants (30 recherche, 7 professionnels, 3 autres),
– 31 masters entre 6 et 10 étudiants (16 recherche, 15 professionnels),
– 32 masters entre 11 et 15 étudiants (12 recherche, 18 professionnels, 1 autre),
– 21 masters entre 16 et 25 étudiants (10 recherche, 11 professionnels),
– 28 masters entre 26 et 107 étudiants (11 recherche, 14 professionnels, 3 autres).

Répartition géographique

Les points suivants sont à remarquer.

– 861 (36%) étudiants en région parisienne,
– 208 (9%) étudiants à Toulouse,
– tous les autres centres accueillent au plus 100 étudiants.

Ces chiffres suggèrent qu'il y a de fortes variations d'une année à l'autre.

Quelques points de réflexion et base de données

Dans l'avenir, il faut poursuivre la réflexion sur quelques points, dont :

– le problème des masters à petit effectif ;
– relation entre la formation des ingénieurs et les masters ;
– développement de cours dont l'intérêt va au-delà des seuls étudiants de master ;
– développement des formations en alternance et de l'apprentissage ;
– simplification des appellations des mentions et des spécialités.

Enfin, il serait utile de disposer de plus de données : nombre d'inscrits et nombre de diplômes délivrés pendant les années récentes, origine et devenir des étudiants.

Discussion avec les participants et questions diverses, modérées par Jean-Marc Bonnisseau

La suite de la réunion était consacrée à une discussion avec les participants et aux questions diverses. Le texte qui suit reprend également quelques observations envoyées par courriel par des responsables de master qui n'ont pas pu se rendre à la réunion.

Discussion et questions diverses

Selon l'information provenant de CampusFrance, l'extension du réseau Edu-Maths à l'année M1 ne peut être envisagée dans l'immédiat faute de moyens. Toutefois, plusieurs intervenants insistent qu'il serait plus cohérent de prendre en charge les deux années du master.

Un intervenant remarque que les chiffres ministériels concernant le nombre d'inscrits doivent être traités avec circonspection. Par exemple, les élèves des écoles d'ingénieur suivant toute ou partie d'un master à travers différentes conventions ne sont pas forcément pris en compte.

D'autres intervenants rappellent que les masters à petits effectifs font souvent partie d'un ensemble de masters cohabilités.

Plusieurs intervenants font état de l'effet du passage au LMD sur leur master. Suivant les cas il est évalué comme positif, ou comme problématique.

L'articulation entre le master et les préparations au CAPES et à l'agrégation est souvent évoquée. En effet, un bon nombre de titulaires du M1 s'orientent vers ces préparations, sans participer au M2. Certaines universités encouragent une double inscription entre le master et la préparation aux concours de l'enseignement, la préparation au concours donnant même quelques crédits ECTS, mais certaines l'interdisent.

Plusieurs intervenants soulignent que l'existence d'une page web bien présentée permet d'attirer des étudiants extérieurs vers un master. Toutefois une meilleure cohérence entre les informations données entre les uns et les autres permettrait aux étudiants de mieux s'orienter.

Le projet de nouveau décret concernant le diplôme du master et la notion de grade de master

Plusieurs intervenants rappellent l'existence de ce projet. Selon les informations fournies par Pascal Auscher après la réunion, on trouve parmi les points les plus importants de ce projet :

– la suppression de la distinction entre les masters professionnels et recherche ;

– l'introduction d'éléments professionnalisants (projet professionnel, langues vivantes, connaissances du monde économique...) dans l'ensemble des masters ;

– faire du master une formation à quatre semestres avec passage automatique en deuxième année dans la même spécialité et une sélection à l'entrée du M1.

Par contre, le projet n'envisage pas d'imposer des restrictions sur l'appellation des spécialités.

Le problème de la relation entre les masters et la formation des ingénieurs est également soulevé. Dans ce cadre, il serait utile de préciser la distinction entre le grade de master et le diplôme de master. Selon les informations de Pascal Auscher, le grade de master est obtenu pour certains diplômes reconnus par l'état, par

exemple : diplôme d'ingénieur, diplôme d'école de commerce visé par le ministère ainsi que le diplôme de master lui-même. En ce qui concerne l'accès au doctorat, l'article 14 de l'arrêté du 7 août 2006 (publié dans le JO du 24 août 2006) précise que « pour être inscrit en doctorat, le candidat doit être titulaire d'un diplôme national de master ou d'un autre diplôme conférant le grade de master, à l'issue d'un parcours de formation établissant son aptitude à la recherche ».

Constitution d'un groupe de réflexion sur les masters

Il a été décidé de créer un groupe de réflexion sur les masters, organisé par la SMF et la SMAI. Ce groupe est constitué des personnalités suivantes :

Pierre Arnoux (Marseille), Eric Bonnetier (UJF), John Boxall (Caen), Antoine Chambert-Loir (Rennes I), Bernard Coupet (Marseille), Arnaud Durand (Paris VII), Laure Elie (Paris VII), Edwige Godlewski (Paris VI), Olivier Gues (Marseille), Anis Matoussi (Le Mans), Véronique Maume (Bourgogne), Marie-Françoise Roy (Rennes I).

Annexe : charte du master en sciences et technologies de la CDUS

Adoptée le 15 mars 2007 par la Conférence des Doyens et Directeurs d'UFR Scientifiques.

CDUS

CHARTE DU MASTER
EN SCIENCES ET TECHNOLOGIES.

Le diplôme de master, est obtenu après l'obtention de 120 crédits européens, à la suite de la licence en formation initiale, ou dans le cadre d'un dispositif de type VAE. Tout master doit s'appuyer sur la recherche, c'est-à-dire sur une «démarche recherche». Il doit permettre d'une part une insertion professionnelle immédiate et d'autre part une poursuite d'études en doctorat. Ces deux objectifs nécessitent un certain nombre de compétences communes, qui seront utiles quel que soit le choix de continuation fait par l'étudiant.
Pour répondre à cet objectif le master doit mettre l'étudiant au contact du monde professionnel concerné, le faire bénéficier d'une connaissance de l'entreprise et de la démarche recherche.
Le master en sciences et technologies, ou en sciences et technologies-santé, doit satisfaire aux conditions suivantes:

1. Être construit en quatre semestres intégrés.
2. Avoir un appui sur les laboratoires de recherche.
3. Contenir un dispositif d'orientation à l'entrée du master (Ainsi, après accord préalable avant l'entrée dans le master, et sous réserve de réussite aux unités d'enseignement des deux premiers semestres, la poursuite d'étude sera de plein droit au sein d'une même mention avec une éventuelle orientation dans une spécialité, ou un parcours, décidée par le responsable du diplôme, après avis de l'équipe pédagogique.)
4. Contenir une préparation à la vie professionnelle (PVP) pour tous les étudiants (au moins 18 crédits ECTS pour la PVP sur l'ensemble du master).
5. Contenir un stage long (au moins quatre mois) pour environ 30 ECTS.
6. Contenir, autant que faire se peut, un autre stage. (les conditions 5 et 6 permettent ainsi de faire un stage en laboratoire de recherche et un autre stage en entreprise).
7. Intégrer l'intervention de professionnels pour au moins 25% dans les parcours à finalité d'insertion professionnelle immédiate. Ces parcours doivent contenir une sensibilisation aux problématiques de la recherche.
8. Avoir un conseil de perfectionnement.
9. Assurer le suivi de l'insertion des étudiants.

Charte adoptée le jeudi 15 mars 2007par l'assemblée générale de la CDUS

Contact: Gilles RABY, Président de la CDUS,
Directeur de l'Unité de Formation et de Recherche en Sciences Fondamentales et Appliquées de l'Université de Poitiers.
40 avenue du Recteur Pineau- 86022 POITIERS Cedex-
tél: (33) 05 49 45 35 55/ fax: (33) 05 49 45 36 00, e-mail: gilles.raby@univ-poitiers.fr
http://www.cdus.asso.fr

HISTOIRE

Des thèses récentes en histoire des mathématiques : Maclaurin, Bézout, et Jordan

Jean-Luc Chabert

Deux thèses soutenues récemment s'attachent à décrire à la fois la vie et l'œuvre de deux mathématiciens : Maclaurin et Bézout. Ces études biographiques, dont je souhaite rendre compte ici, sont les bienvenues dans la mesure où il n'existait un tel travail globalisant ni pour l'un, ni pour l'autre. Ma présentation sera plus une juxtaposition qu'une comparaison. En effet, les deux hommes ne se sont pas connus : Bézout avait seize ans à la mort de Maclaurin (et Maclaurin trente-deux à la naissance de Bézout). Leur domaine de prédilection n'est pas le même : Maclaurin, grand défenseur de Newton et du calcul des fluxions est avant tout analyste, tandis que Bézout doit sa notoriété à ses travaux en algèbre. Les éléments d'information qui suivent sont extraits pour l'essentiel du contenu de ces deux thèses. J'en ai tiré ce qui m'intéressait le plus, ce n'est pas nécessairement le plus pertinent. La lecture de ces deux biographies scientifiques, comme sans doute de toute autre biographie scientifique, met en évidence tout d'abord l'importance de la consultation d'archives de tous ordres. Et aussi, la difficulté de décryptage de certains mémoires originaux, parce que la terminologie change, et surtout parce que, sans nos outils actuels, les choses s'avèrent parfois très difficiles à formuler et à démontrer. Cela est particulièrement flagrant pour les travaux de Bézout sur l'élimination. Enfin, ces biographies montrent tout l'intérêt de replacer ces travaux dans le contexte de la vie sociale, scientifique et personnelle et de repérer comment ces savants se sont impliqués dans leur siècle.

Une biographie intellectuelle de Maclaurin

La thèse consacrée à Maclaurin, soutenue par Olivier Bruneau, en octobre 2005 à l'université de Nantes, sous la direction d'Evelyne Barbin, porte le titre : *Pour une biographie intellectuelle de Colin Maclaurin (1698-1746) : ou l'obstination mathématicienne d'un newtonien.* Elle est présentée comme « thèse de doctorat en Epistémologie, Histoire des Sciences et des Techniques ». Il existe des travaux variés consacrés à la vie sociale et politique de Maclaurin (cf. Judith Grabiner) ou à son ouvrage majeur, le *Traité des Fluxions*, et aussi des biographies plus ou moins développées, comme la thèse de philosophie d'Erik Sageng soutenue en 1989. Mais il n'existe pas de travail biographique qui prenne en compte toutes les œuvres scientifiques, dont le *Traité d'algèbre* et surtout les œuvres de jeunesse que sont les travaux de géométrie : *Geometrica Organica* et *De Linearum Geometricarum Proprietatibus Generalibus Tractatus*.

Pour ceux qui ne l'auraient pas deviné, Maclaurin est écossais, la lecture de cette thèse le confirme. L'auteur est donc allé consulter les archives d'Aberdeen, Glasgow et Edimbourg. Il en a retiré l'impression d'une évolution, mais aussi d'une cohérence, dans la vie et l'œuvre de Maclaurin, notant une sorte de correspondance entre stades mathématiques et implications dans la vie écossaise. Il repère trois périodes : jeunesse, maturité et apogée, qu'il réfère à la position de Maclaurin vis-à-vis de son maître à penser, Isaac Newton : lecture, commentaires, autonomie, ainsi qu'à ses écrits mathématiques : géométrie, puis algèbre, enfin synthèse avec le *Traité des Fluxions*.

La jeunesse et la géométrie

Maclaurin naît en 1698 dans une famille de pasteurs. Orphelin très jeune, il entre à 11 ans à l'université de Glasgow où il a pour professeur Robert Simson. À 15 ans, il obtient le grade de Master of Arts en soutenant un travail intitulé *De Gravitate, aliisque viribus Naturalibus* dont le but est d'utiliser la théorie newtonienne de la gravitation universelle, qu'il a étudié dans les *Principia* de Newton, à l'appui de l'existence d'un être supérieur protecteur des hommes : elle empêche la Terre de se désagréger et le Système solaire de se disloquer. Maclaurin souhaite utiliser les mathématiques dans le cadre de la philosophie morale, notamment pour étudier les forces qui poussent l'esprit au bien. Après avoir eu un temps l'ambition de devenir pasteur, il pose sa candidature et est nommé à une chaire de mathématiques au Marishal College d'Aberdeen. Il a 19 ans.

En 1718 et 1719, deux articles de Maclaurin paraissent dans les *Philosophical Transactions* dont le contenu est repris dans la *Geometrica Organica* publiée en 1720 avec l'imprimatur de Newton. Maclaurin devient membre de la *Royal Society of London* en novembre 1719. Les deux articles s'intéressent à la génération de courbes : dans le premier article, par la méthode des podaires (selon la terminologie introduite au 19^{e} siècle) : lieu des projections d'un point fixe sur les tangentes à une courbe donnée ; dans le second, en généralisant une construction de Newton à partir de coniques, Maclaurin décrit une façon d'engendrer des courbes de degrés de plus en plus grands à l'aide d'angles de mesures fixées dont les sommets se déplacent sur des droites fixées et dont les côtés sont communs deux à deux.

De la *Geometrica Organica*, évoquons l'énoncé du « théorème de Bézout » : après avoir montré, par élimination, qu'une courbe algébrique de degré n coupe une conique en au plus $2n$ points et étendu sa preuve au cas d'une cubique, Maclaurin énonce le « théorème de Bézout » pour des courbes de degrés quelconques tout en admettant ne pouvoir en donner une démonstration générale. Il note à ce propos ce que l'on connaît comme le « paradoxe de Cramer » (car repris par Cramer en 1750 dans son *Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques*) : une courbe algébrique de degré $n = 3$ est déterminée par la donnée de ses $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)-1 = 9$ coefficients, donc par le fait de passer par 9 points donnés et, par suite, deux courbes algébriques distinctes de degré $n = 3$ ne peuvent se couper en $n^2 = 9$ points.

Un autre ouvrage de Maclaurin relatif à la géométrie, le *De Linearum Geometricarum* est publié de façon posthume et il est difficile d'en préciser la date d'écriture. Maclaurin s'y situe dans la lignée de l'*Enumeratio* de Newton en étudiant certaines propriétés générales des lignes courbes. Il donne notamment une construction du cercle osculateur à une courbe algébrique quelconque à l'aide de constructions

géométriques particulièrement subtiles et utilisant la notion de moyenne harmonique inspirée par les travaux de De la Hire. Un siècle plus tard, Chasles appréciera cet essai de Maclaurin « d'une élégance et d'une précision remarquables ». Poncelet, pour sa part, déclarera s'être servi des travaux de Maclaurin pour échafauder sa géométrie dans son *Traité des propriétés projectives des figures* de 1822.

Fin 1721, on propose à Maclaurin d'être le tuteur et compagnon de voyage d'un fils de famille dans son tour d'Europe. Bien que n'ayant pu obtenir de son université d'être libéré de sa charge pendant quelques années, il part en mai 1722 (les cours à l'université sont dispensés entre octobre et avril) et effectue un tour de France jusqu'à la fin 1724. Le catholicisme qu'il y découvre l'étonne, notamment le fait que « Dieu puisse être enfermé dans des boîtes ». Pendant son séjour en France, Maclaurin écrit, en français, un mémoire sur les lois du choc de corps parfaitement durs, mémoire qui reçoit en 1724 le prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

Après une absence de près de trois ans, Maclaurin réussit à récupérer son poste à Aberdeen. Mais, finalement, grâce à l'appui de Newton, il obtient pour l'automne 1725 un poste de professeur adjoint à l'université d'Edimbourg. Il va devenir l'assistant de James Gregory qui a des problèmes de santé. Maclaurin va devoir assurer six heures de cours par jour et cela lui laissera peu de disponibilités pour ses travaux de recherche.

L'algèbre ou la maturité

Cette seconde période de la vie de Maclaurin qui débute en 1725 est largement consacrée à l'enseignement. Il s'effectue sur 3 années et couvre mathématiques pures et mathématiques mixtes, y compris la géographie, la navigation, les fortifications, la balistique, l'optique, l'astronomie, la philosophie expérimentale. L'algèbre en constitue une part importante et Maclaurin s'est probablement attelé à l'écriture de son *Traité d'algèbre* dès son arrivée à Edimbourg, mais son Traité n'est publié que deux ans après sa mort. Il sera l'objet de nombreuses rééditions au cours du 18^{e} siècle et constituera une référence pour l'enseignement de l'algèbre en Grande-Bretagne. C'est a priori un commentaire de l'*Arithmetica Universalis* de Newton, en fait il contient des preuves et des résultats nouveaux. Maclaurin souhaite donner des bases solides à l'algèbre, comme celles de la géométrie. Il pense que l'algèbre est un outil puissant, une arithmétique universelle justement, dans la recherche de résultats nouveaux, cependant que la géométrie permet d'avoir des démonstrations d'une plus grande beauté. Les deux premières parties du Traité ne concernent que l'algèbre. La dernière met en relation géométrie et algèbre, notamment courbes et équations. On y trouve – et ce n'est pas dans l'*Arithmetica universalis* – les « formules de Cramer » pour deux, puis trois équations, une explication pour écrire les formules dans le cas de quatre équations, ce qui permet d'imaginer le passage au cran supérieur.

Au fil du temps, Maclaurin est de plus en plus impliqué dans la vie scientifique britannique. En 1727, à la mort de Newton, il est choisi pour rédiger un ouvrage dédié au grand public sur les principes de la philosophie naturelle de Newton, autrement dit, pour faire un éloge de Newton : *The Account of Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries*. Commencé en 1731, l'ouvrage est lui aussi édité deux ans après la mort de Maclaurin. C'est l'occasion pour Maclaurin de réaffirmer ce qu'il soutenait dès ses débuts : la science doit être au service de la religion, toutefois la

religion ne doit pas apparaître dans le processus de recherche en science. Autrement dit, c'est grâce à une science dégagée de toute métaphysique que l'existence de Dieu peut être établie avec certitude. Et, la reine des sciences, les mathématiques, est garante de la validité de cette recherche.

Maclaurin assure beaucoup d'heures de cours, il gagne beaucoup d'argent, mais doit en reverser une grande part à Gregory. Aussi, déploie-t-il beaucoup d'efforts pour essayer d'avoir d'autres sources de revenus sans y parvenir malgré les appuis contactés. En 1733, à 35 ans, Maclaurin se marie. Il s'agit pour Olivier Bruneau de la fin de la période de maturité, à moins que ce ne soit le début de la période qu'il qualifie d'apogée...

L'apogée et le *Traité des Fluxions*

Parmi ses tentatives infructueuses pour accroître ses revenus, Maclaurin essaie d'obtenir un poste à l'Excise, organisme d'état chargé des taxes. Afin d'appuyer sa démarche, il va étudier les barriques sur les quais du port de Glasgow et dépose en 1735 un *Mémoire sur la mesure des barriques* de mélasse. Ce faisant, il est fidèle à ses idées sur l'importance des mathématiques appliquées et le devoir pour les savants d'y jouer leur rôle d'expert. Le mémoire présente une méthode pour créer des tables de calcul de volume. Dans la partie théorique, il met en œuvre la méthode des fluxions et, nouveauté, évalue les erreurs commises. Dans la partie pratique, il donne une méthode pour corriger les anciennes tables et rendre la taxation plus juste.

S'impliquant de plus en plus dans la vie intellectuelle et sociale, Maclaurin organise, à l'occasion de l'éclipse du soleil de février 1737, une série d'observations en Écosse. À la suite de quoi, il propose la création d'une société savante à Edimbourg, société qui est créée en juin 1737. Il se bat ensuite avec ténacité pour promouvoir la construction d'un observatoire, de nombreuses personnes soutiennent le projet, mais il se heurte à l'inertie municipale.

Le Traité des Fluxions est écrit en réponse aux critiques de l'évêque et philosophe irlandais George Berkeley qui, notamment dans l'*Analyste* paru en 1734, attaque vivement les fluxions et les infiniment petits. Berkeley ne critique pas les nombreux résultats obtenus par leur intermédiaire, mais la validité des preuves. Pour lui, si les fluxions existent, elles doivent appartenir à l'algèbre ou à la géométrie. Or, elles ne peuvent appartenir à l'algèbre puisqu'il n'y a pas de grandeurs non nulles plus petites que toute quantité finie, et, elles ne peuvent appartenir à la géométrie puisqu'on ne peut y concevoir de quantités évanescentes. Il critique le manque de rigueur des démonstrations faites à l'aide de la théorie des fluxions comme lorsque Newton dans son *Tractatus de Quadratura Curvarum* (1704) calcule la fluxion (dérivée) de x^n à partir du développement

$$(x+o)^n - x^n = n\,o\,x^{n-1} + n(n-1)/2\,o^2\,x^{n-2} + \cdots$$

divisant par l'accroissement o, puis faisant s'évanouir o. Berkeley n'accepte pas le changement d'hypothèse dans le cours de la preuve. Il établit un parallèle avec la religion : si certains mathématiciens émettent des réserves sur la véracité de la foi car trop obscure, Berkeley juge la méthode des fluxions plus obscure encore : « ... celui qui peut digérer une seconde ou une troisième fluxion ... n'a nulle raison, à mon avis, de faire le délicat sur une question quelconque de théologie. »

Dès la parution de l'*Analyste*, de nombreux mathématiciens britanniques réagissent. Se déclarant une fois de plus à la fois croyant et mathématicien, Maclaurin décide d'écrire un ouvrage où les fondements de la méthode des fluxions seraient clairement mis en évidence. Le Traité des Fluxions commencé dès 1734 paraît en 1742 seulement. C'est que Maclaurin dispose de peu de temps pour ses recherches compte tenu de la lourdeur de son enseignement et de ses implications dans la vie scientifique d'Edimbourg, c'est aussi que son projet prend de l'ampleur au fil du temps. Maclaurin affirme que toutes les démonstrations peuvent être obtenues par une double réduction à l'absurde à l'instar des méthodes archimédiennes : l'égalité $a = b$ résulte de la réfutation des deux autres possibilités $a < b$ et $a > b$. C'est ce qu'il met en œuvre dans le premier tome, pratiquant la géométrie d'Archimède, révisée par Newton et Galilée, une géométrie de mouvement, où la génération des figures s'opère de façon cinématique avec un écoulement uniforme du temps (comme pour la spirale d'Archimède). Afin d'éviter l'introduction de notions infinitésimales pour définir la vitesse à un moment précis, la vitesse instantanée, Maclaurin considère le mouvement continué uniformément pendant un temps donné et parcourant un espace donné, la vitesse est alors le rapport de cet espace parcouru par intervalle de temps (rapport de deux quantités finies). En revanche, dans le tome deux, les fondements et le traitement des fluxions sont envisagés de manière purement algébrique ce qui permet d'aller plus loin : preuves plus faciles, plus rapides et plus générales. On y trouve notamment la « formule de Taylor-Maclaurin », déjà donnée par Taylor en 1715. On y trouve aussi, à propos de la méthode inverse des fluxions ou calcul des fluentes (aires sous les courbes), la « formule d'Euler-Maclaurin » sous la forme :

$$A = S + \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{12} + \frac{\delta}{720} - \frac{\zeta}{3240} + \&c,$$

où (avec nos notations) A désigne l'aire sous la courbe $y = f(x)$ pour $a \leqslant x \leqslant b$, S l'aire obtenue par approximation par des rectangles, $\alpha = f(b) - f(a)$, $\beta = f'(b) - f'(a)$, $\delta = f^{(3)}(b) - f^{(3)}(a)$, $\zeta = f^{(5)}(b) - f^{(5)}(a)$, ... Cette formule est obtenue de façon indépendante par Euler en 1732 (et publiée en 1738).

Maclaurin est alors un homme de confiance pour les pouvoirs en place, ses avis scientifiques sont considérés comme sûrs. C'est aussi du coup un homme proche du pouvoir et qui sait utiliser ses relations pour faire aboutir un projet. Ainsi, lorsque l'Église d'Écosse élabore un projet de rente viagère en faveur des orphelins et veuves de pasteurs, Maclaurin est sollicité à la fois pour corriger le projet (prise en compte des tables de mortalité établies par Halley) et pour servir de caution scientifique.

Au cours de l'été 1745, les partisans de Charles-Edouard Stuart s'organisent pour renverser la couronne de Hanovre et se dirigent vers Edimbourg, capitale traditionnelle des Stuart. Maclaurin participe à la défense de la ville, qui capitule dès l'arrivée des insurgés à la mi-septembre. Maclaurin se réfugie à York, revient à Edimbourg en novembre, tombe malade et meurt en juin 1746. Dans les années qui suivent sa mort, plusieurs de ses ouvrages sont édités ou traduits en français.

Bézout au siècle des lumières

La thèse consacrée à Bézout, soutenue par Liliane Alfonsi, en décembre 2005 à l'université Paris VI, sous la direction de Christian Gilain, a pour titre : *Etienne*

Bézout (1730-1783) : mathématicien, académicien et professeur au siècle des Lumières. Elle est présentée comme thèse de doctorat en mathématiques. Ce travail était particulièrement nécessaire puisque jusque-là, il n'existait aucune biographie de Bézout. Les éléments qui constituent cette biographie peuvent être classés en gros dans trois catégories : les éléments proprement biographiques, les activités d'enseignement avec notamment les manuels, et enfin, les travaux du savant. Bien sûr, ces différents éléments sont étroitement mêlés et s'enrichissent les uns les autres. Nous allons suivre l'ordre chronologique, mais dans un découpage qui correspond grosso modo à des périodes pour lesquelles c'est l'une des trois catégories précédentes qui imprime sa marque à la période.

Les vingt-cinq premières années, celles de la jeunesse et de l'éducation de Bézout se passent à Nemours, puis à Paris. J'ai été très intéressé par l'important travail de recherches dans les archives notariales, paroissiales et départementales. Ce travail sur les archives permet aussi bien de rectifier des erreurs biographiques que de connaître un peu de la vie à Nemours ou de l'enseignement dans les « collèges » à cette époque. J'ai enfin eu une réponse claire à la question de savoir si le nom de Bézout devait s'écrire avec un accent : dans les registres paroissiaux, on trouve le plus souvent *Bezou* ; avant 1765, les Bézout signent *Bezout* ; à partir de 1765, Étienne Bézout signe *Bézout* et c'est ce qui apparaît aussi sur les textes imprimés après 1770. Peu après la mort de son père en 1750, Étienne part à Paris où il obtient la maîtrise es arts en 1753. Il peut alors donner des cours de mathématiques. Il se marie peu après.

Académicien à vingt-huit ans

La période 1756-1762, est celle des premiers mémoires de Bézout et de son entrée à l'Académie. En 1756, Bézout rédige un mémoire *Sur quelques problèmes de dynamiques*. Bien qu'ayant reçu un avis très favorable, ce mémoire n'est pas publié et on n'en trouve pas de traces. Liliane Alfonsi formule l'hypothèse que cette non-publication soit liée à la collaboration de Bézout à la deuxième édition du *Traité de Dynamique* de d'Alembert dans la mesure où les additions proviennent pour une bonne part de ce mémoire. On voit là le début de liens importants qui se nouent entre d'Alembert et Bézout. En 1757 et 1758, il présente deux mémoires relatifs à l'intégration et, en mars 1758, à vingt-huit ans, Bézout devient académicien : il est nommé « adjoint mécanicien » et le lecteur commence à entrevoir l'étonnant travail d'un académicien.

De 1762 à 1765, Bézout aborde enfin ses travaux algébriques qui tous sont consacrés aux équations, soit la résolution algébrique des équations à une inconnue, soit l'élimination des inconnues – sauf une – dans un système d'équations à plusieurs inconnues.

Premiers travaux sur les équations

Bézout présente deux mémoires en 1762 et 1765. Le premier mémoire interprète une équation algébrique générale de degré n en x comme le résultat de l'élimination de y dans le système formé de $y^n + h = 0$ et $y = \frac{x+a}{x+b}$. Par substitution de y, puis identification des coefficients des équations en x, il obtient des équations qui, dans le cas du degré 3, aboutissent à une solution et dans le cas général, sous réserve que les coefficients de l'équation donnée vérifient certaines conditions, aboutissent

à une solution somme de $n-1$ racines n-ièmes. Bézout ne cite pas la méthode de Tschirnhaus de 1683 très proche mais qu'il ne semble pas connaître.

Le deuxième mémoire interprète cette fois l'équation générale de degré n en x comme le résultat de l'élimination de y dans le système formé de $y^n - 1 = 0$ et $ay^{n-1} + by^{n-2} + cy^{n-3} + \cdots + x = 0$. L'élimination de y fournit une équation en x de degré n dont l'identification avec l'équation donnée donne $n-1$ équations à $n-1$ inconnues $a, b, c, \ldots$. Ces équations conduisent en général à une équation de degré $n!$ que, selon Bézout, on devrait pouvoir ramener à une équation de degré $(n-1)!$. La méthode est à comparer avec celle proposée en 1764 par Euler qui invite à chercher les solutions sous la forme $x = \sqrt[n]{\nu} + b\sqrt[n]{\nu^2} + \cdots + o\sqrt[n]{\nu^{n-1}}$ et pense que cela doit conduire à une équation en ν de degré $n-1$. Bien sûr, ils butent tous deux sur le degré 5. Les méthodes d'Euler et Bézout vont être étudiées attentivement par leurs successeurs.

Bézout présente en 1764 un mémoire de cinquante pages sur l'élimination dans les systèmes d'équations à plusieurs inconnues. Limitons-nous ici au cas de deux équations à 2 inconnues. Bézout les considère comme des équations en x de degrés respectifs n et n' dont les coefficients sont des polynômes en y. Il multiplie chaque équation par des polynômes à coefficients indéterminés de degrés respectifs $n'-1$ et $n-1$ et considère la somme. L'annulation de tous les coefficients de toutes les puissances de x dans cette somme conduit à un système linéaire homogène en les coefficients indéterminés introduits. Pour que ceux-ci puissent ne pas être tous nuls, il est nécessaire et suffisant que le « déterminant » du système soit nul, l'égalité à zéro de ce polynôme en y est l'équation résultante cherchée. La résultante est obtenue par annulation du déterminant que nous appelons maintenant résultant. Dans le cas où les degrés totaux des équations données ne dépassent pas n et n' respectivement, le degré de la résultante est majoré par nn'. On voit poindre le nombre maximal de points d'intersection de deux courbes planes. La méthode de Bézout est à la fois semblable et différente de celle d'Euler. Avec son utilisation particulière des coefficients indéterminés, Bézout est le premier à prouver que sa méthode aboutit toujours à une équation résultante polynomiale. Sachant qu'il existe une résultante dont on connaît le degré, Bézout peut proposer, dans le cas où $n = n'$, une autre méthode, entièrement nouvelle. La résultante s'obtient alors en annulant un déterminant d'ordre n (au lieu de $n+n'$ comme pour le résultant), déterminant baptisé *Bezoutiant* par Sylvester en 1853.

Bézout professeur et examinateur

À partir de 1764, les activités pédagogiques de Bézout sont inséparables de ses ouvrages d'enseignement. En 1764, Bézout est nommé examinateur dans les Écoles d'officiers de la Marine, puis en 1768 dans les Écoles d'Artillerie. On voit le rôle des relations et des amitiés dans ces nominations en tant qu'examinateur tout comme pour les nominations à l'Académie. On voit aussi l'influence de Bézout dans l'importance donnée aux mathématiques pour la sélection des officiers malgré les conditions difficiles liées aux périodes de guerre. Ces nominations conduisent Bézout à rédiger des cours pour la Marine d'abord (six volumes de 1764 à 1769), pour l'Artillerie ensuite (quatre volumes de 1770 à 1772). Bézout n'hésite pas à introduire dans ses ouvrages ses travaux les plus récents. On y trouve notamment ses travaux sur l'élimination et il y apporte même des améliorations par rapport à

son mémoire de 1764. Ces ouvrages auront un grand succès et une grande influence sur l'enseignement des mathématiques.

À partir de 1773, la fermeture de l'école d'Artillerie lui permet de ne se déplacer que trois mois par an, au lieu de 6, pour assurer ses tâches d'examinateur et de professeur. Il va pouvoir reprendre une activité importante à l'Académie et se consacrer à nouveau à ses travaux de recherche. C'est une période de maturité et de consécration professionnelle qui commence. La description des multiples activités de Bézout nous apprend une foules de choses passionnantes, que je n'ai pu détailler, sur les luttes d'influence dans les allées du pouvoir, l'enseignement dans les écoles d'officiers et tout simplement l'enseignement des mathématiques en France.

La théorie algébrique des équations

La *Théorie algébrique des équations*, l'œuvre principale de Bézout, est un ouvrage de près de 500 pages publié en 1779. Son mémoire sur l'élimination était peu satisfaisant dès que l'on considérait plus de deux équations. Il y revient et ce qui nous intéresse le plus se trouve dans les trente-quatre premières pages du traité. Il y résout le problème qui l'empêchait de dépasser le cas de deux équations : trouver un majorant du degré de la résultante, permettant alors de majorer le degré des polynômes multiplicateurs en vue de former la résultante. Il obtient ce majorant dans le cas de n équations complètes à n inconnues (« équation complète » signifie qu'aucun coefficient n'est nul). À cet effet, il étudie le nombre de coefficients restant indéterminés après des substitutions successives et, pour cela, utilise de façon particulièrement subtile la notion de différences finies successives d'une fonction. Il obtient alors comme majorant du degré le produit des degrés des équations données. On voit que l'on a là le « théorème de Bézout » sur le nombre de points d'intersection. D'ailleurs, Bézout lui-même évoque le nombre maximum de points d'intersection de 3 surfaces dans l'espace. Bien sûr, il manque chez Bézout quelques subtilités pour envisager tous les cas de figures et traiter de l'égalité dans la formule.

La réception de l'ouvrage fut très favorable, notamment de la part de Lagrange et Laplace. Cependant, c'est l'abbé Bossut qui fut élu pensionnaire géomètre de l'Académie en 1779, et non Bézout. Celui-ci meurt en 1783, la même année qu'Euler et d'Alembert.

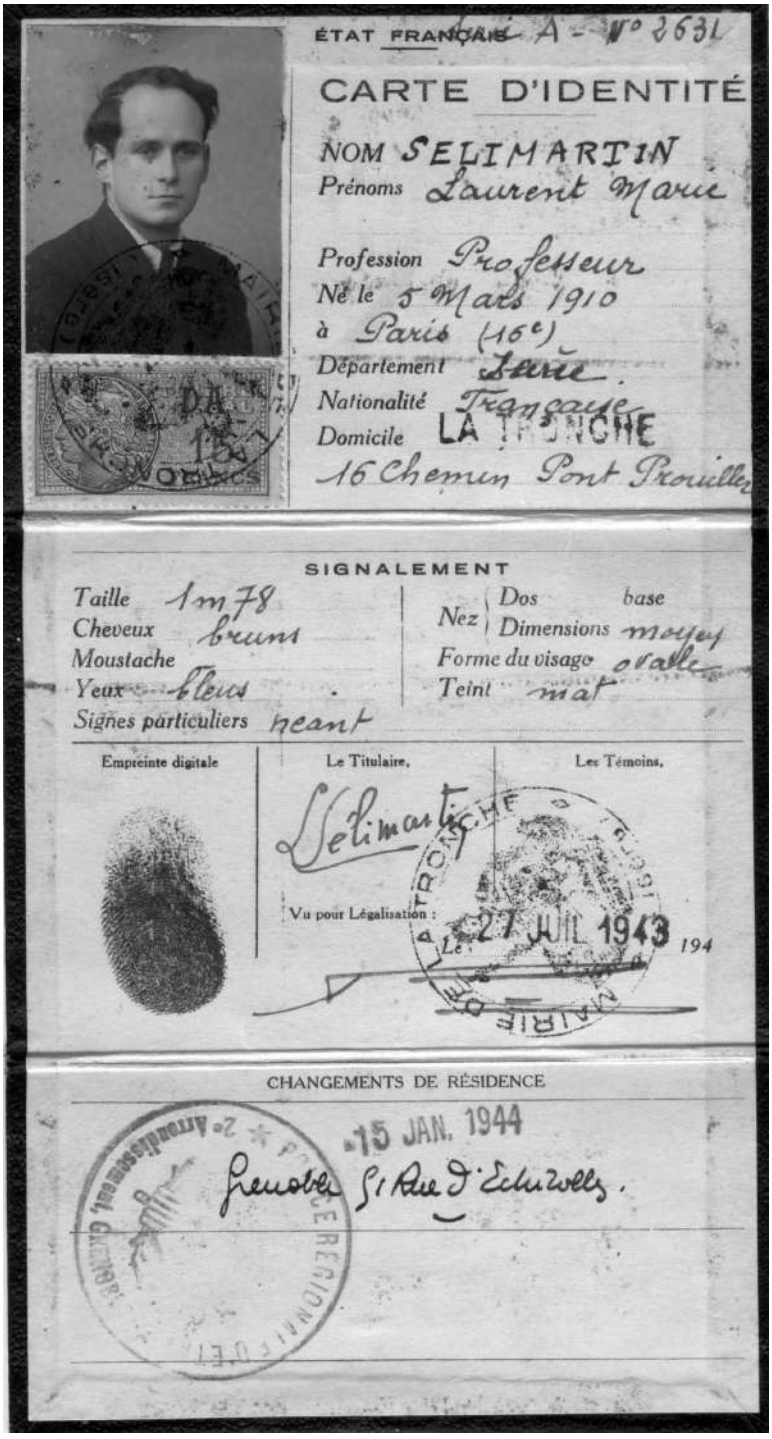
L'histoire du théorème de Jordan

J'aurais pu céder à la tentation d'évoquer une troisième thèse autour de Jordan cette fois. En effet, dans cette même période, en mars 2006, Frédéric Brechenmacher a soutenu, à l'École des Hautes Études en Sciences Sociales, sous la direction de Jean Dhombres, une thèse intitulée : *Histoire du théorème de Jordan de la décomposition matricielle (1870-1930). Formes de représentations et méthodes de décompositions.* Elle est présentée comme thèse de doctorat en Histoire. Ce n'est donc pas une biographie de Jordan, mais l'histoire du « théorème de Jordan ». Je ne résiste cependant pas au plaisir de donner une description/citation de la méthode adoptée.

Pour cerner la complexité historique du théorème, la méthodologie de l'auteur de la thèse repose sur l'établissement de réseaux de textes. Ainsi, un premier corpus de textes regroupe tous les textes faisant référence à un théorème de Jordan, puis

ce corpus est complété par un« épuisement systématique des références bibliographiques ». Enfin, « l'analyse des références bibliographiques des textes du corpus général conduit à distinguer des réseaux cohérents de textes, essentiellement distincts les uns des autres et ne correspondant pas globalement à des théories. Des graphes permettent de représenter les liens entretenus par les différents textes d'un même réseau et la manière dont s'articulent les réseaux eux-mêmes, ils montrent notamment l'existence de points de convergence, de nœuds, dans l'entremêlement des références bibliographiques... »

A priori, la méthode choisie ne permet pas de remonter le temps et impose de commencer l'histoire en 1870, date de parution du *Traité des substitutions* de Jordan dans lequel est établi un théorème de réduction des substitutions linéaires. L'auteur est ainsi conduit à proposer une périodisation allant de 1870 à 1930 découpée en trois temps : de 1870 à 1880, beaucoup de publications font référence au théorème ; de 1880 à 1907, les références sont rares tandis que des théorèmes établis dans des contextes différents, par Weyr en 1890, ou Autonne en 1905, seront ultérieurement considérés comme équivalents ; enfin de 1907 à 1930, le théorème de Jordan « joue un rôle essentiel dans l'élaboration d'une nouvelle organisation théorique. » Comment ? C'est à la thèse elle-même qu'il convient de se reporter !



© Archives privées de la famille Schwartz

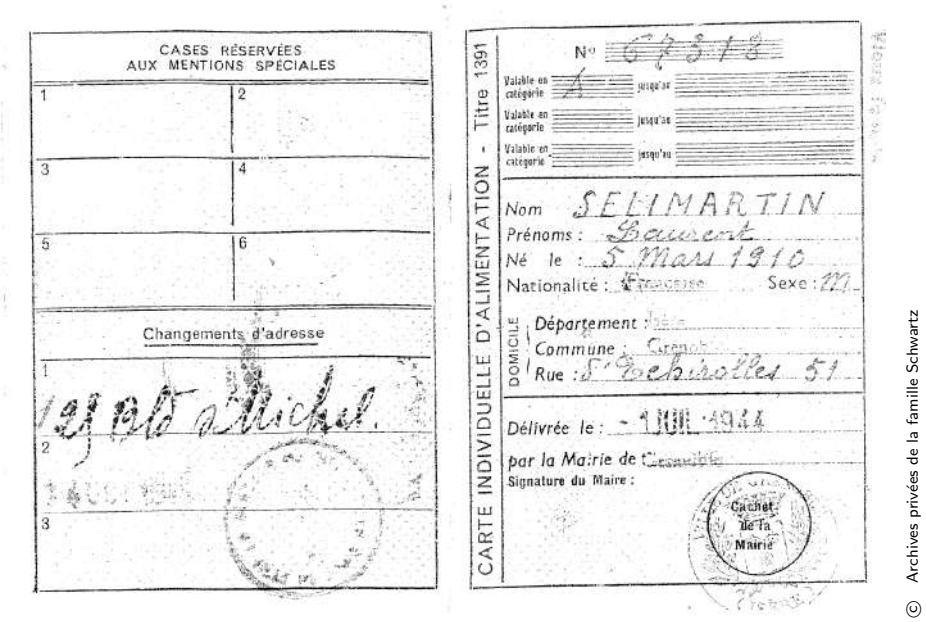
Carte d'identité de Laurent Schwartz en 1944

DOCUMENTS

Autour des premiers travaux de Laurent Schwartz[1] sur les distributions

Claudine Schwartz

« L'invention des distributions eut lieu à Paris, en novembre 1944, alors que j'avais encore des papiers d'identité et des cartes d'alimentation au nom illégal de Sélimartin[2] »



© Archives privées de la famille Schwartz

Une carte d'alimentation prévue pour être utilisable de mars 1944 à juin 1946

Trois ans plus tard, en octobre 1947, ayant repris son identité légale, Laurent Schwartz[3] est invité au Danemark et en Suède. De Copenhague, le 28 octobre, il écrit à Marie-Hélène, sa femme, à propos des distributions :

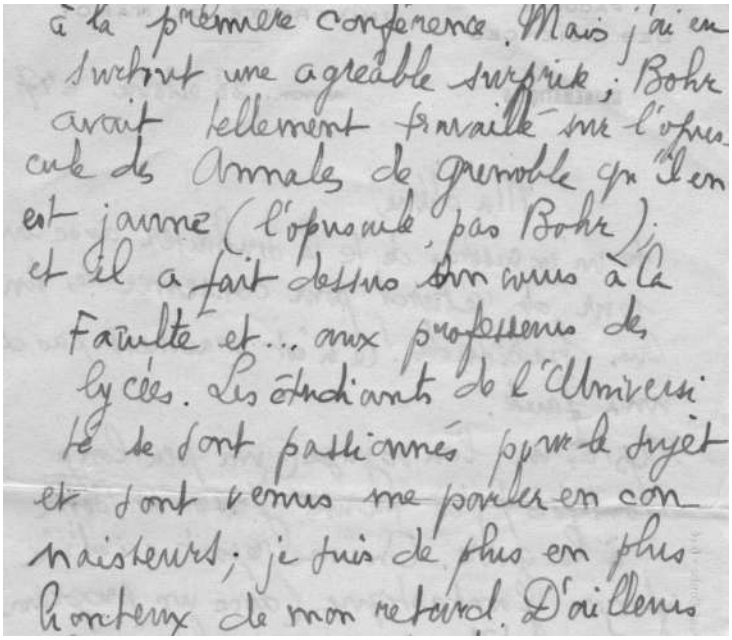
---

1 Laurent Schwartz nous a quitté il y a cinq ans, le 4 juillet 2002.

2 In « Un mathématicien aux prises avec le siècle », p. 223, par Laurent Schwartz, éditions Odile Jacob, 1997

3 Ses prénoms étaient Laurent, Moise et non Laurent, Marie ; sa date de naissance est le 5 mars 1915 et non le 5 mars 1910.

« J'ai eu une agréable surprise. Bohr avait tellement travaillé sur l'opuscule des annales de Grenoble[4] qu'il en est jaune (l'opuscule, pas Bohr) et il a fait dessus son cours à la Faculté et... aux professeurs des lycées. Les étudiants de l'université se sont passionnés pour le sujet et son venus me parler en connaisseurs ; je suis de plus en plus honteux de mon retard. »



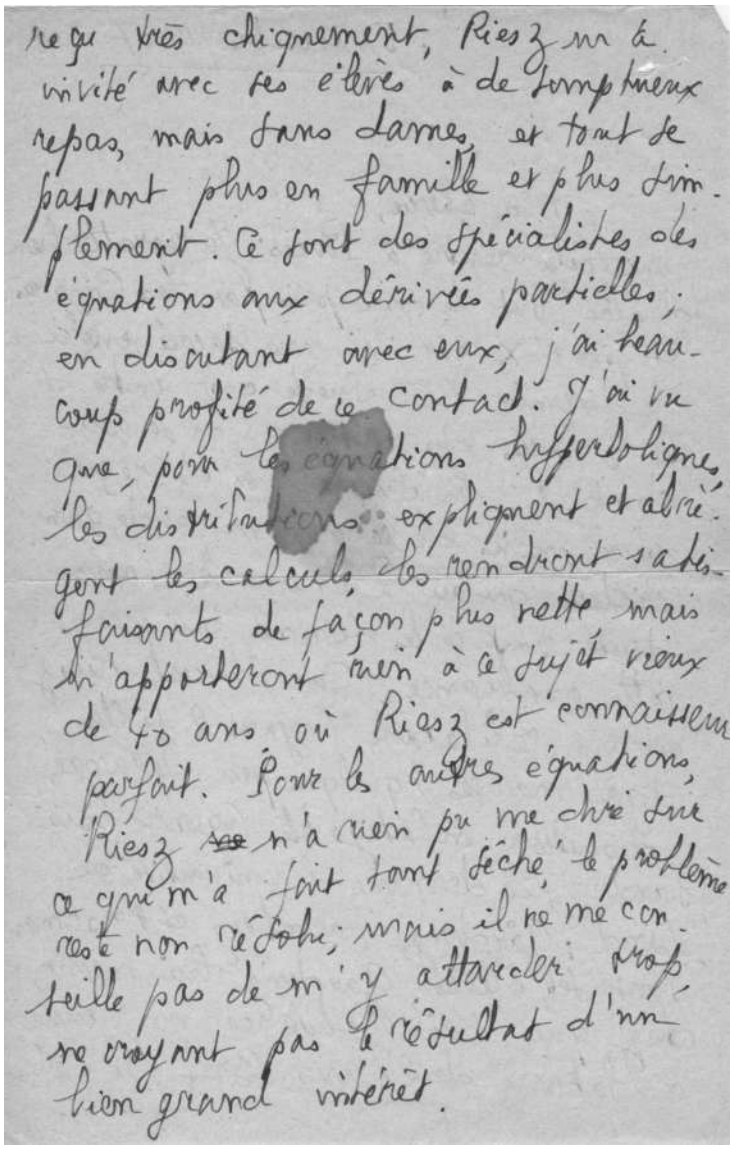
© Archives privées de la famille Schwartz

De retour en France, il reste quelque temps à Paris, écrit régulièrement à Marie-Hélène, restée à Nancy avec leurs enfants[5]. Un extrait d'une lettre qu'il lui a adressée, le 5 novembre 1947, est reproduit dans les pages suivantes. Les distributions ont finalement connu... un certain succès. Et c'est précisément Bohr[6] qui, en août 1950, a remis à Laurent Schwartz la médaille fields.

[4] Il s'agit sans doute de l'article publié en 1945 aux *Annales de l'université de Grenoble*, tome 21, p. 57-74 (voir `http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=AUG&sl=0`).

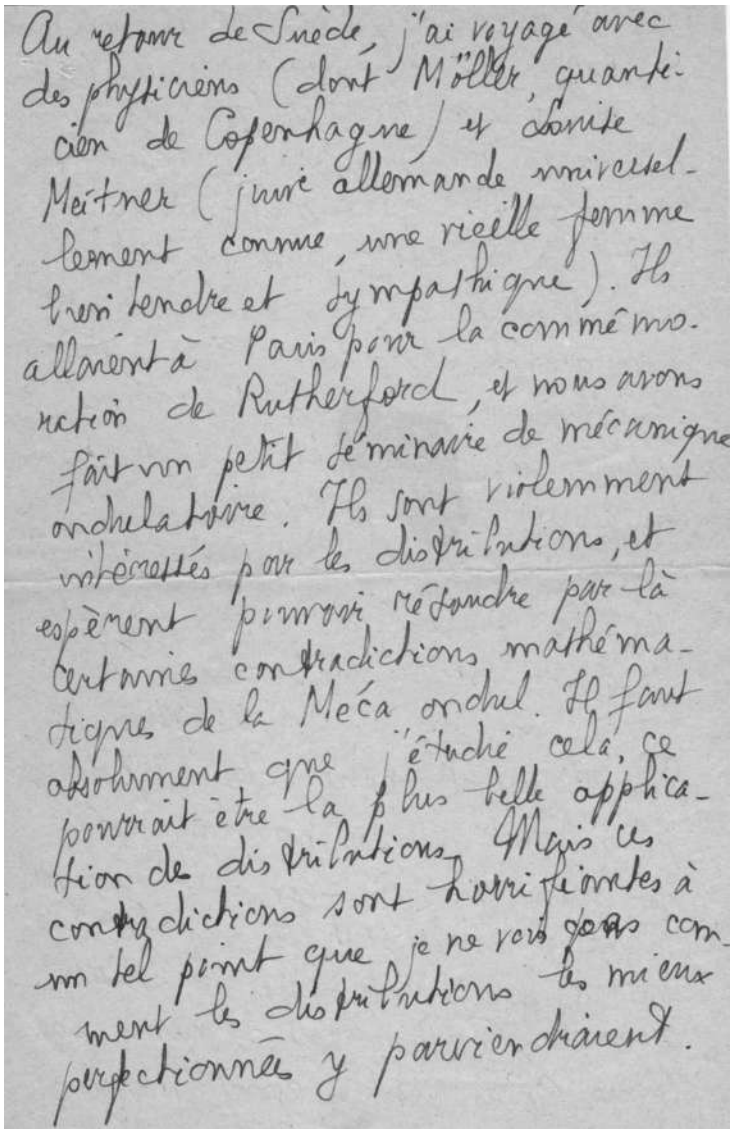
[5] Mon frère Marc André avait 4 ans, j'avais 3 mois.

[6] Harald Bohr, professeur à l'Université de Copenhague.



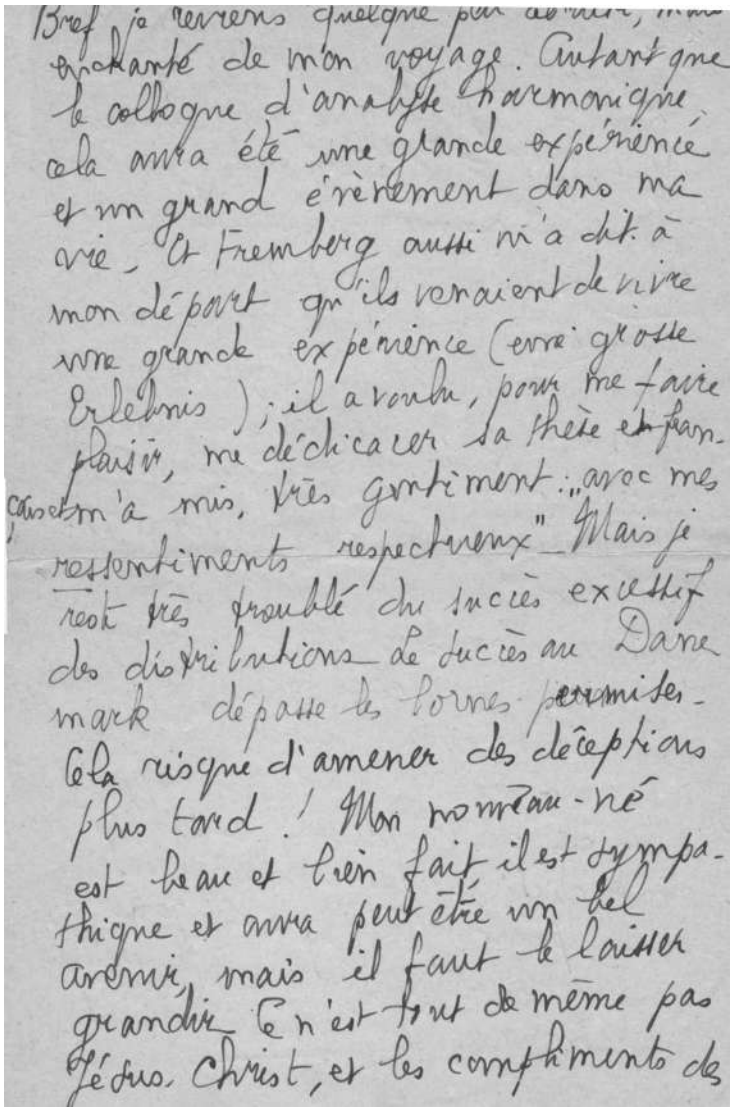
reçu très chignement, Riesz m'a
invité avec ses élèves à de copieux
repas, mais sans dames, et tout de
passant plus en famille et plus dim-
plement. Ce sont des spécialistes des
équations aux dérivées partielles.
en discutant avec eux, j'ai beau-
coup profité de ce contact. J'ai vu
que, pour les équations hyperboliques,
les distributions expliquent et abré-
gent les calculs, les rendent satis-
faisants de façon plus nette mais
n'apporteront rien à ce sujet vieux
de 40 ans où Riesz est connaisseur
parfait. Pour les autres équations,
Riesz ~~ne~~ n'a rien pu me dire sur
ce qui m'a fait tant sécher, le problème
reste non résolu; mais il ne me con-
vient pas de m'y attarder trop,
ne croyant pas le résultat d'un
bien grand intérêt.

© Archives privées de la famille Schwartz



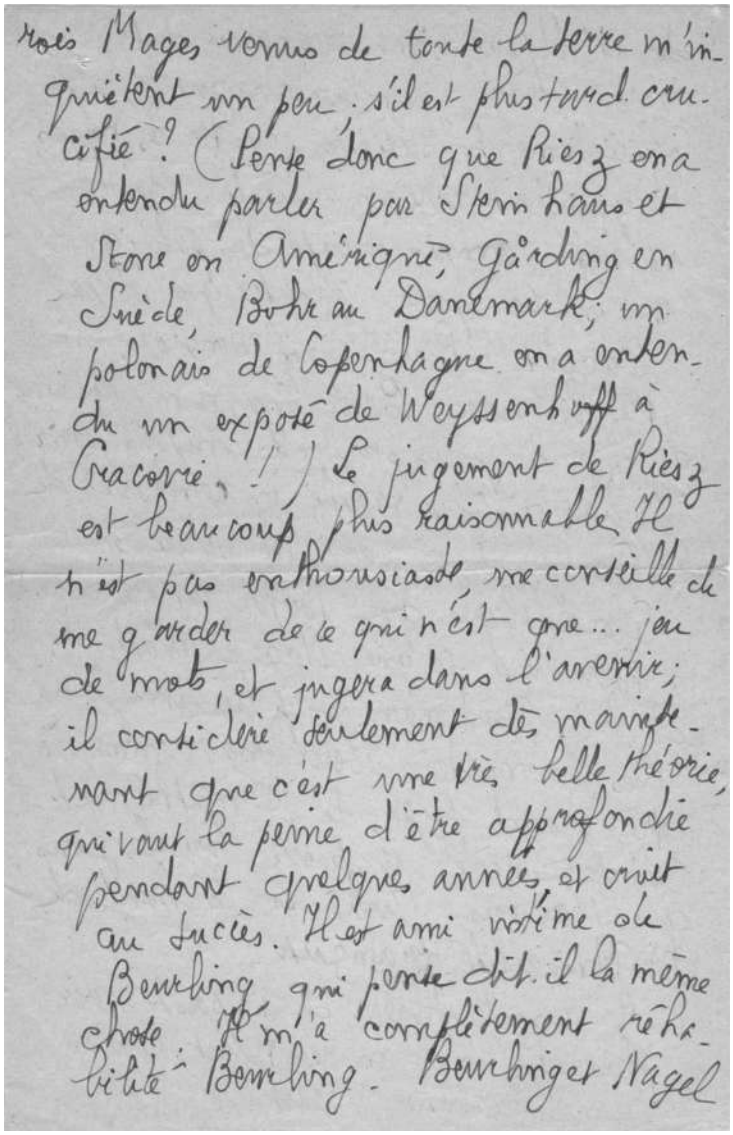
Au retour de Suède, j'ai voyagé avec des physiciens (dont Möller, quantitien de Copenhague) et dont Meitner (juive allemande universellement connue, une vieille femme très tendre et sympathique). Ils allaient à Paris pour la commémoration de Rutherford, et nous avons fait un petit séminaire de mécanique ondulatoire. Ils sont violemment intéressés par les distributions, et espèrent pouvoir résoudre par là certaines contradictions mathématiques de la Méca ondul. Il faut absolument que j'étudie cela, ce pourrait être la plus belle application de distributions. Mais les contradictions sont horrifiantes à un tel point que je ne vois pas comment les distributions les mieux perfectionnées y parviendraient.

© Archives privées de la famille Schwartz



Bref je reviens quelque peu abasourdi, mais enchanté de mon voyage. Autant que le colloque d'analyse harmonique, cela aura été une grande expérience et un grand événement dans ma vie. Et Fremberg aussi m'a dit à mon départ qu'ils voyaient de vivre une grande expérience (erre grosse Erlebnis); il a voulu, pour me faire plaisir, me dédicacer sa thèse en français, m'a mis, très gentiment: „avec mes ressentiments respectueux" Mais je reste très troublé du succès excessif des distributions. Le succès au Danemark dépasse les bornes permises. Cela risque d'amener des déceptions plus tard! Mon nouveau-né est beau et bien fait il est sympathique et aura peut être un bel avenir, mais il faut le laisser grandir. Ce n'est tout de même pas Jésus Christ, et les compliments de

© Archives privées de la famille Schwartz



trois Mages venus de toute la terre m'inquiètent un peu : s'il est plus tard crucifié ? (Perte donc que Riesz on a entendu parler par Steinhaus et Stone en Amérique, Gårding en Suède, Bohr au Danemark, un polonais de Copenhague on a entendu un exposé de Weyssenhoff à Cracovie !) Le jugement de Riesz est beaucoup plus raisonnable. Il n'est pas enthousiaste, me conseille de me garder de ce qui n'est que... jeu de mots, et jugera dans l'avenir ; il considère seulement des mariages que c'est une très belle théorie, qui vaut la peine d'être approfondie pendant quelques années, et croit au succès. Il est ami intime de Beurling qui pense dit-il la même chose. Il m'a complètement réhabilité à Beurling. Beurling et Nagel

© Archives privées de la famille Schwartz

INFORMATIONS

Prix Ruth Lyttle Satter 2007

Claire Voisin, chercheuse du CNRS à l'Institut de mathématiques de Jussieu, a reçu le prix Ruth Lyttle Satter 2007 décerné par l'American Mathematical Society.

Claire Voisin a été choisie pour « ses contributions profondes à la géométrie algébrique, et en particulier pour ses solutions récentes apportées à deux problèmes restés longtemps ouverts ».

L'un de ces problèmes, le problème de Kodaira, était resté ouvert depuis 1950, avant d'être résolu par C. Voisin dans son article : « On the homotopy types of compact Kähler and complex projective manifolds », *Inventiones mathematicae*, 157 (2004), 329-343.

Dans une toute autre direction, elle a résolu, pour une large classe de courbes, un problème connu comme la conjecture de Green, dans les articles :

« Green's canonical syzygy conjecture for generic curves of odd genus », *Compositio Mathematica*, 141 (2005), n° 5, 1163–1190 ;

« Green's generic syzygy conjecture for curves of even genus lying on a K3 surface » *Journal of the European Mathematical Society*, 4 (2002), n° 4, 363–404.

La conjecture de Green a attiré une grande quantité d'efforts de la part des géomètres algébristes depuis 20 ans, avant d'être partiellement résolue par Voisin.

Claire Voisin a déjà reçu en 1992 le prix de la Société Mathématique Européenne, en 1996 le prix Servant, en 2003 le prix Sophie Germain de l'Académie des Sciences de Paris, et en 2006 la médaille d'argent du CNRS.

Le prix Ruth Lyttle Satter a été établi en 1990 ; décerné par l'AMS, il utilise les fonds de la donation de Joan S. Birman à la mémoire de sa sœur Ruth Lyttle Satter. Licenciée en mathématiques, celle-ci rejoint le laboratoire de recherche de AT & T Bell pendant la seconde guerre mondiale. Par la suite elle soutint une thèse en botanique à l'université du Connecticut à Storrs dont elle devint professeur.

Le prix, d'un montant de 1200 $, est décerné tous les deux ans en reconnaissance d'une contribution majeure à la recherche en mathématiques menée par une femme dans les 5 dernières années. Les précédentes récipiendaires furent Dusa McDuff (1991), Lai-Sang Young (1993), Sun-Yung Alice Chang (1995), Ingrid Daubechies (1997), Bernadette Perrin-Riou (1999), Karen E. Smith et Sijue Wu (2001), Abigail Thompson (2003) et Svetlana Jitomirskaya (2005).

Mathrice, réseau des informaticiens des laboratoires de mathématiques

Violaine Louvet[1]

Nous présentons ici MATHRICE, qui regroupe les informaticiens administrateurs système et réseau des laboratoires de mathématiques du CNRS, des universités et des écoles d'ingénieurs françaises. MATHRICE est à la fois un lieu d'échange et d'entraide pour ces informaticiens et un soutien fort à la recherche mathématique par la mise à disposition de l'ensemble de la communauté de multiples services (annuaire, jetons, plate-forme en ligne...). MATHRICE est devenu un maillon indispensable au bon fonctionnement de la recherche dans nombre de laboratoires de mathématiques.

Introduction

Structurellement MATHRICE (`http://www.mathrice.org/`) est un Groupement de Services du CNRS (GDS 2754). C'est un lieu virtuel de communications et d'échanges entre les informaticiens des laboratoires de mathématiques associés au CNRS (essentiellement des ingénieurs et techniciens, mais aussi des enseignants chercheurs faisant fonction d'administrateurs systèmes dans les petites structures notamment). Nous nous proposons de détailler le rôle et le mode de fonctionnement de MATHRICE ainsi que ses apports à la communauté mathématique française.

Contexte : spécificité des mathématiques

Il n'existe pas de spécificité fondamentale de l'informatique pour les mathématiciens. Cependant :

– La mobilité est importante (et elle est fortement encouragée) parmi les mathématiciens. Au cours de sa carrière, la plupart d'entre eux appartiendra successivement à au moins trois laboratoires, sans compter de fréquents séjours de courtes durées en France ou à l'étranger.

– Le laboratoire est une communauté géographique avant d'être un lieu de travail. C'est avant tout un lieu de ressources financières, documentaires et informatiques. C'est aussi un lieu de rencontres scientifiques. Le mathématicien aime travailler au calme, donc souvent chez lui. Il voyage. Il souhaite, où il se trouve et à toute heure, avoir accès à ses outils habituels.

– Le laboratoire de mathématiques comprend très peu de personnels techniques (gestionnaire, informaticien, bibliothécaire). Faute de soutien technique, le mathématicien a souvent à se débrouiller par lui-même ; il est devenu par nécessité un peu « bidouilleur » en informatique, certains en sont d'excellents !

– La bureautique des mathématiciens est très spécifique, elle repose essentiellement sur LaTeX. Le logiciel libre a généralement la faveur du mathématicien. De même, la culture UNIX est importante dans le monde de la recherche mathématique.

[1] Institut Camille Jordan, CNRS & Université Lyon I.

– La mise à disposition d'outils informatiques de calcul est devenue une nécessité pour beaucoup de mathématiciens, même s'ils n'en font pas un usage quotidien.

– Les laboratoires usant du calcul scientifique intensif ont souvent un « ingénieur calcul » qui, parfois, doit aussi assumer les tâches d'administrateur systèmes et réseaux (ASR).

Genèse et fonctionnement du réseau

À l'automne 1999, la Direction Scientifique de l'ex-département SPM (Sciences Physiques et Mathématiques) du CNRS a insufflé une réflexion sur les conditions dans lesquelles les informaticiens exercent leur mission dans les laboratoires de mathématiques. Cette réflexion a conduit à identifier, entre autres, le besoin d'une entraide plus importante entre ces informaticiens, (souvent ITA, mais pas toujours), qui sont très fréquemment seuls au sein de leur laboratoire, et ne bénéficient que très inégalement d'un soutien de leur entourage local. Cette réflexion a conduit, au printemps 2000, à la naissance du groupe « MATHRICE » pour « MATH Réseau Interne de Communications et d'Échanges ». En 2004, ce groupe informel vis-à-vis de la structure administrative du CNRS a été constitué en GDS (Groupement de Service), Joël Marchand en étant désigné directeur.

MATHRICE regroupe à présent la plupart des personnes chargées de l'administration système et réseau (ingénieurs, techniciens et quelques enseignants-chercheurs) d'une cinquantaine de structures de recherche en mathématiques. MATHRICE n'a pas pour vocation de se substituer aux informaticiens des laboratoires, mais leur apporte un soutien et une reconnaissance et propose des outils complémentaires (qui ont un intérêt pour l'ensemble de la communauté) à ce qui est réalisé localement.

Le lieu d'échange privilégié du réseau est la liste de diffusion regroupant l'ensemble des membres du GDS. C'est une sorte de meta-hotline qui traite de toutes les difficultés que peuvent rencontrer ses membres dans le cadre de leur fonction d'ASR, du choix du matériel, des relations avec les fournisseurs et les usagers, de la sécurité informatique, de la configuration des serveurs et des services en passant par toute la problématique des postes utilisateurs.

La préservation du lien social du groupe est assurée par des rencontres bisannuelles. Elles comprennent des exposés (techniques ou informatifs), des présentations de savoir-faire, des débats.

Mathrice au service des mathématiciens

De manière générale, les informaticiens des laboratoires de mathématiques sont aussi mathriciens. Chaque membre de la communauté mathématique française doit donc s'adresser à son correspondant local pour bénéficier des services de MATHRICE.

Annuaire

MATHRICE a conçu et gère l'Annuaire de la Communauté Mathématique Française. Cet annuaire, qui comporte presque 7500 personnes, est la concaténation de multiples annuaires :

– ceux des laboratoires de recherche et départements de mathématiques (84 structures),

– ceux des sociétés savantes de mathématiques (SMF et SMAI et bientôt SFdS),
– les abonnés à MATEXO (portail pédagogique du domaine emath.fr) et les inscrits sur MARS (Opération Postes).

Cet annuaire est consultable sur le web (`http://annuaire.emath.fr/`), et interrogeable par les clients de messagerie (voir `http://annuaire.emath.fr/informations.php`) pour la complétion automatique d'adresse électronique.

Si votre laboratoire n'est pas encore intégré dans cet annuaire, n'hésitez pas à prendre contact avec les gestionnaires de l'annuaire par mail à `ldap@math.cnrs.fr`. Si vos coordonnées sont erronées ou incomplètes, prenez contact avec l'interlocuteur annuaire de votre structure (`http://annuaire.emath.fr/organismes.php`).

Jetons logiciels

La plupart des laboratoires n'use que très ponctuellement, mais de manière essentielle des logiciels de calcul (formel et numérique). Le coût de ces logiciels est élevé et souvent prohibitif en regard des moyens financiers des laboratoires (les petits en particulier) qui n'en feront qu'un usage erratique. Aussi MATHRICE a proposé la mise à disposition de jetons logiciels (financés par le GDS, avec une modeste participation des plus gros consommateurs) accessibles nationalement pour quelques logiciels scientifiques (Matlab et Mathematica) via Renater, avec exécution locale dans les laboratoires. Il est difficile d'évaluer l'économie financière réalisée par les laboratoires usant de ces jetons, mais il ne s'agit pas là de l'objectif premier : celui-ci est en effet de permettre à tous les laboratoires de mathématiques associés au CNRS d'avoir accès à ces logiciels. Il est évident que les laboratoires qui font un usage intensif de Matlab ont (et devront garder) leurs propres jetons. Pour en savoir plus sur ce service, contacter votre administrateur système.

Plateforme en Ligne Mathrice

Les membres de MATHRICE ont mené une réflexion commune autour d'un projet de mise en œuvre d'un bureau virtuel spécifique qui offrirait au chercheur une panoplie de services disponibles à distance équivalents à ceux qu'il utilise dans son laboratoire. De cette réflexion est né le projet de la Plate-forme en Ligne MATHRICE (la PLM) qui est donc une tentative de fournir le plus grand dénominateur commun de services déjà à disposition sur différents sites.

Les services proposés sont les suivants :

– l'accès à certaines revues électroniques et bases bibliographiques. Actuellement vous pouvez consulter les sites Web de MathSciNet (MathsReviews), ZentralBlatt et Springer (accord national négocié par le RNBM, Réseau National des Bibliothèques de Mathématiques, `http://www.rnbm.org/` qui est également un GDS du CNRS),
– une messagerie complète, avec une adresse email du type Prenom.Nom@math.cnrs.fr, un webmail ainsi que la possibilité d'envoyer des messages depuis n'importe où sur Internet,
– des accès distants interactifs vers des systèmes Linux et Windows,
– l'hébergement et le transfert de fichiers (disque Internet),
– l'hébergement d'espaces de travail collaboratifs avec gestion de versions (logiciel « subversion »).

Tous ces services sont accessibles directement par le web sous la forme d'un bureau virtuel.

Tout membre de la communauté mathématique française peut utiliser ces services. Pour cela, il suffit de contacter votre administrateur système (`http://math.cnrs.fr/plm/gestionnaires.php`) qui vous ouvrira un compte et vous renseignera sur l'utilisation de la plate-forme.

Toutes les informations utiles sont accessibles à `http://math.cnrs.fr/plm/`.

Le Groupe Calcul

Au sein de MATHRICE mais bien au-delà du métier d'ASR, le Groupe Calcul veut être un réseau métier pour la communauté du calcul (essentiellement numérique). Il est animé par Thierry Dumont et Violaine Louvet[2]. Il rassemble aujourd'hui un public assez large et hétérogène à l'image des acteurs français du calcul :

- différents métiers (ingénieurs, chercheurs, doctorants ...),
- différentes disciplines (physique, biologie, chimie, mathématiques ...),
- des établissements de la recherche publique et privée, des entreprises ...

Il a sa propre liste de diffusion (calcul@math.cnrs.fr, environ 500 abonnés). L'abonnement à cette liste se fait simplement par l'envoi d'un mail avec comme sujet « subscribe » à `calcul-request@math.cnrs.fr`.

La pérennisation des informations échangées sur la liste de diffusion, ainsi que la capitalisation et la centralisation d'un certain nombre de données se fait par l'intermédiaire d'un site Web collaboratif (`http://calcul.math.cnrs.fr/`) qui prend la forme d'un espace de publications modéré dans lequel les membres du groupe peuvent proposer des articles. Ce site a été réalisé en collaboration avec l'ORAP (ORAP : promouvoir le calcul haute performance, `http://www.irisa.fr/orap/`). Il a également l'ambition de recenser l'ensemble des ressources utiles pour le calcul hautes performances. Un des objectifs du groupe est aussi de mettre en contact des personnes ayant des intérêts scientifiques communs. Dans ce cadre, plusieurs journées de formation ont été organisées à Lyon et à Paris. Le Groupe Calcul est initiateur et partenaire du projet CIEL (Codes Informatiques En Ligne, `http://ciel.ccsd.cnrs.fr/`), système de publication en ligne de logiciels. Il est important de mentionner qu'il s'agit là d'une initiative originale et novatrice qui, si elle prend de l'essor, sera fort utile à toute la communauté scientifique du calcul. Ces initiatives ont trouvé écho dans la contribution du Conseil Scientifique du Département MPPU au plan stratégique du CNRS (novembre 2006).

Conclusion

Le fonctionnement de MATHRICE est basé sur l'autonomie, le partage de compétences, la subsidiarité et la mutualisation. Ces caractéristiques en font un réel soutien aux informaticiens des structures de recherche en mathématiques. Le dynamisme de MATHRICE, au service de la communauté mathématique française, est le résultat d'implications fortes d'un nombre restreint de mathriciens (avec le soutien de l'ensemble du groupe). Comme reconnaissance de leur travail au sein de MATHRICE, deux mathriciens, Joël Marchand (Observatoire de Paris, ex-Jussieu) et Philippe Depouilly (Bordeaux) ont reçu en 2001 et 2005 le Cristal du CNRS.

[2] Tous deux travaillent à l'Institut Camille Jordan de l'université Lyon I, UMR CNRS 5208.

Compte-rendu des 2 dernières sessions du Comité national, CNRS

Fabrice Planchon

Comité national - Section 01 - session d'automne 2006

La session se déroule en présence de l'ensemble des membres du Comité national, à l'exception de F. Nier, Y. Baraud et G. Laumon, excusés. Sont également présents C. Peskine, directeur scientifique adjoint, et J.-M. Gambaudo, chargé de mission au département MPPU.

Résumé de l'intervention de Michel Lannoo, directeur du département MPPU,

Concernant le concours, on note que le nombre de postes ouverts est globalement stables, avec une légère augmentation en mathématiques par rapport à l'année précédente. Le ratio CR1/CR2 des mathématiques est très loin de la norme du CNRS, qui est de l'ordre d'un tiers. D'un point de vue budgétaire, l'augmentation est inférieure à 1%. Le département MPPU est concerné par 5 RTRA[1] dont bien sûr celui de mathématiques. Il est important à cet égard que la politique de développement des centres de province ne soit pas remise en cause par une éventuelle concentration des budgets en région parisienne. La politique de la nouvelle direction a redonné aux départements scientifiques une certaine autonomie dans la conduite de projets scientifiques, il reste à voir comment les restructurations faites vont affecter le fonctionnement à long terme.

Intervention de Pascal Auscher pour la MSTP

Une présentation de l'évolution vers l'AERES et des principales modifications que cela entraîne en terme de procédures d'évaluation nous a été faite. Compte-tenu des évolutions en cours, le mode de fonctionnement définitif de l'AERES n'est pas arrêté.

Intervention de Jean-Luc Sauvageot, membre du Conseil scientifique de département (MPPU)

Le CSD, mis en place il y a 4 ans (mi-élu, mi-nommé (12+12)), a été renouvelé à l'automne. Il s'agit d'une structure rattachée au Comité national mais également au département scientifique (DS). Il est chargé d'assister le DS à élaborer sa stratégie. Il s'appuie éventuellement pour cela sur les sections (notamment au travers des récents rapports de prospective). Il est également amené à voter sur toutes les décisions relatives aux unités. En pratique, il effectue un examen approfondi d'un dossier d'unité lorsqu'il y a désaccord entre la ou les sections concernées et le DS.

La section a rédigé deux rapports, l'un de conjoncture, destiné au conseil scientifique et l'autre de prospective, destiné à la direction générale. Ces deux documents sont disponibles sur le site `http://cn.math.cnrs.fr`. Une version remaniée sera

[1] Réseaux thématiques de recherche avancée. Celui de mathématiques est la fondation « Sciences Mathématiques de Paris ».

ultérieurement publiée dans les revues des sociétés savantes (les deux textes comportant des recouvrements non négligeables).

GDRs

Création des GDR « Géométrie, dynamique et représentations des groupes » (Dir. B. Rémy), GDR « Géométrie algébrique et géométrie complexe » (Dir. O. Debarre), GDR « Modélisation mathématique en biologie et en médecine » (Dir. E. Grenier), GDR « Statistique et santé » (Dir. M. Lavielle) : avis favorable.

Renouvellement GDR2251 « Théorie des nombres » : avis favorable.

Unités

Création UMI (unité mixte internationale) PIMS (Vancouver, Canada) : avis favorable.

Création fédération CMAP - CMLS (Polytechnique) : avis favorable

Renouvellement de l'Institut Camille Jordan (Lyon I) : avis favorable.

Avis favorable à tous les changements de directeurs présentés.

Chercheurs

Avis favorables :

– aux affectations des nouveaux entrants,
– aux titularisations des entrants 2005,
– aux reconstitutions de carrière présentées.

Demandes de détachement/renouvellement de détachement/mise en disponibilité : avis favorable aux demandes présentées. La section attire l'attention sur le fait que les détachements n'ont pas vocation à être renouvelés sans limite de durée, en particulier à l'étranger.

La section a voté deux insuffisances professionnelles à la majorité qualifiée.

Colloques et écoles thématiques

Le Comité national déplore une nouvelle fois auprès du DS les changements de procédure et la difficulté engendrée (complète hétérogénéité des demandes, sans parler de la non-transmission de certaines de ces demandes). Il serait souhaitable du point de vue de l'évaluation de revenir à une procédure d'appel d'offre séparée des demandes globales de moyens. Compte-tenu de ce contexte, il n'apparaît pas possible de publier les recommandations effectuées, la liste étant incomplète. La section suggère aux organisateurs des colloques désireux d'informations de s'adresser au DS.

Médaille

La section a proposé Nicolas Bergeron pour la médaille de bronze (proposition entérinée ensuite par le DS).

Promotions

La section a établi les classements suivants :

– DR2-DR1
  (1) L. Cohen
  (2) P. Gauduchon
  (3) C. Bonatti
– DR1-DRCE1
  (1) C. Soulé
  (2) F. Murat
– DRCE1-DRCE2
  (1) J.-Y. Girard
  (2) J.-L. Loday
  (3) O. Talagrand

Suite à l'interclassement du DS, la direction générale a promu les 3 classés DR2-DR1 et les premiers respectifs des classements DRCE.

Comité national - section 01 - section de printemps 2007

Présents : Sabbah, Franjou, Fougères, Ghys, Bourles, Trouvé, Planchon, Beffara, André, Laurent, Esteban, Baraud, Nier, Laumon, Sorger, Comets, Flavigny. Excusés : Montchanin, Colin, Welschinger, Cellier.

Assistaient à tout ou partie de la session : C. Peskine et J.-M. Gambaudo pour le département scientifique, et P. Auscher (MSTP/AERES), invité pour l'évaluation des unités.

Intervention de Michel Lannoo, directeur scientifique du département MPPU

Les dotations de base sont finalement similaires à l'année précédente. On note néanmoins une augmentation de l'ordre de 2% en mathématiques (effet Fields ?). L'effort est surtout mis sur les équipements mi-lourds et les crédits d'intervention, la notion de dotation récurrente semblant passer de moins en moins bien. Les 5 RTRA du département MPPU grèvent le budget, même si ce n'est pas directement apparent pour les mathématiques.

Il s'ensuit une discussion sur la questions des financements (récurrents/sur projet, etc.). Il importe que le département scientifique (donc, le DSA) ait la possibilité de financer des projets vraiment innovants (ou en tout cas avec une plus grande prise de risque que l'ANR). Les GDRs peuvent également jouer un rôle mais il faudrait revoir leur dotation à la hausse.

Intervention de J.-Y. Chemin, directeur de la fondation « Sciences mathématiques de Paris » (le RTRA)

J.-Y. Chemin nous a fait une présentation générale de la fondation, de son organisation et de ses objectifs.

Discussion générale de politique scientifique avec C. Peskine, J.-M. Gambaudo et P. Auscher

F. Planchon fait un bref résumé des discussions de la CPCN[2] avec le directeur général. La nouvelle loi organique de finances donne plus de liberté à la direction du CNRS, qui obtient son budget globalement et peut donc en disposer à son gré (avec des limitations sur les pourcentages respectifs attribués aux salaires et au reste). Par exemple, le CNRS est désormais libre de choisir le nombre de DRCE (dans la limite fixée par le décret ad-hoc, mais à l'heure actuelle on est très en deçà, beaucoup plus qu'à l'université). Cependant ces réajustements se font à moyens constants, donc si un ré-équilibrage se fait pour les promotions (DR1, DRCE), ce sera quelque part au détriment des postes créés à l'entrée. En ce qui concerne les CRs, Le CNRS va sans doute demander au ministère la création d'une classe exceptionnelle, ainsi peut-être que la suppression de la durée incompressible de 4 ans au grade de CR2.

Pascal Auscher présente un bilan de la MSTP sur les 4 dernières vagues : les mathématiques sont la discipline la plus structurée (par exemple, on compte 71 équipes contre 350 pour la biologie), cela facilite le bon fonctionnement du système. Concernant les financements, en soutien de base, sur 4 ans, il y a eu environ 9 à 10% d'augmentation d'une vague à la suivante. Cependant, la tendance semble aller vers le financement par projet au détriment des financements récurrents (CNRS et université). À l'heure actuelle, Grenoble, Lyon I et Bordeaux I sont pilotes pour un financement global de l'université, charge à elle de répartir entre les laboratoires. Il convient de suivre ces expériences de près. Enfin, sur la mise en place de l'AERES : tout est prêt mais le ministère n'engage pas les changements pour le moment.

Unités

– Créations

UMR modélisation du génome (Dir. Pantarotti, Marseille Saint-Charles) : avis défavorable. Ce projet (bon scientifiquement) n'est pas, en l'état actuel, assez avancé.

UMR IRI (Dir. Blossey, Lille) : il s'agit d'un institut interdisciplinaire où les mathématiques ont naturellement leur place. Il convient de poursuivre et développer les contacts avec les équipes compétentes au laboratoire Paul Painlevé. Avis favorable.

FR N (Dir. Lamare, La Rochelle) : avis défavorable. La section recommande aux porteurs du projet de prendre contact avec le DS.

– Renouvellement

FRUMAM : la fédération joue pleinement son rôle et doit continuer, notamment en direction du CIRM. Avis favorable.

IML : avis favorable.

CPT : avis favorable.

Clermont-Ferrand : avis favorable.

Besançon : avis favorable.

IRMAR Rennes : avis favorable.

Nantes : avis favorable.

LATP (Marseille) : avis favorable.

[2] Conférence des Présidents du Comité National

Angers : avis favorable.

Fédération pays de Loire : avis favorable.

Orléans : avis favorable

Tours : avis favorable.

Fédération Denis Poisson : avis favorable.

Caen : avis favorable.

Poitiers : avis favorable.

Amiens : avis favorable.

XLIM (Limoges) : avis favorable au renouvellement d'XLIM, défavorable à l'intégration de CeReS.

Génie des procédés (Marseille) : avis favorable. Il serait souhaitable que les liens avec les laboratoires de mathématiques marseillais soient plus développés.

Brest : avis favorable.

Laboratoire Dieudonné (Nice) : avis favorable.

INLN (Nice) : avis favorable.

FR 2800 W. Döblin (Nice) : avis favorable.

À l'occasion de l'évaluation des structures niçoises, C. Chardonnay, directeur scientifique adjoint pour la physique théorique, a fait une courte intervention sur les rapports mathématiques-physique théorique, dans le contexte niçois et au-delà.

Reims : avis favorable.

UMR 8118 physiologie cérébrale : avis favorable.

GREYC : pas de rapport fourni, avis différé.

CIRM : avis favorable. Le CIRM gagnerait à donner des responsabilités scientifiques accrues à son directeur.

UMI Chili : évaluation reportée (rapport non demandé).

UMI Pauli (Vienne) : avis favorable.

La section souhaite que les UMI soient évaluées de la même façon que les autres unités (donc par un comité d'évaluation).

Les demandes de changements de directeurs ont reçu un avis favorable.

Chercheurs

La section a évalué l'ensemble des chercheurs des unités en renouvellement, ainsi que ceux des unités à mi-parcours. Elle constate quelques cas isolés pour lesquels aucun rapport d'activité ne lui est parvenu : ces cas ont été différés à la session d'automne 2007, dans l'attente d'un rapport (rappelons que ce rapport, transmis tous les deux ans, est l'une des rares obligations statutaires. Son format est libre et il ne doit pas être confondu avec la fiche CRAC à remplir annuellement). Par ailleurs, la section a voté une insuffisance professionnelle, à la majorité qualifiée.

Concours

Un compte-rendu sera disponible ultérieurement, une fois le concours terminé (il est rappelé que dans la première phase, la section se constitue en jury d'admissibilité, et que les jurys d'admission ont lieu fin juin/début juillet, au niveau du département MPPU pour les CRs et au niveau de la direction générale pour les DRs).

Lancement de « Zoom sur les métiers des mathématiques »

28 mars 2007

Annick Boisseau, Véronique Slovacek-Chauveau

Le projet d'une brochure sur les métiers des mathématiques remonte à l'été 2003. Le document paru en janvier 2007, a été coordonné par Brigitte Lucquin de la SMAI et réalisé par la SMF, la SMAI, la SFdS et l'association *femmes et mathématiques*, en partenariat avec l'ONISEP.

Les sociétés savantes de mathématiques et l'association *femmes et mathématiques* le diffusent largement. L'ONISEP le distribue dans les établissements secondaires publics et les CIO, les universités et les SUIO, dans ses délégations régionales. L'APMEP s'est associée à la diffusion et a envoyé un exemplaire à chacun-e de ses adhérent-e-s.

Afin de mieux faire connaître cette brochure, les quatre associations ont décidé d'une demi-journée pour un lancement officiel, le mercredi 28 mars de 14h à 16h 30 à l'École Nationale de Chimie, Physique et Biologie, 11 rue Pirandello à Paris (XIII). L'organisation de cette manifestation, intitulée « Les métiers des maths : c'est l'avenir ! », a été confiée à l'association *femmes et mathématiques*.

Les métiers des mathématiques : c'est l'avenir !

La manifestation est animée par la journaliste Amélie Castan, auteure d'un dossier sur les métiers des mathématiques intitulé « Les matheux ont l'embarras du choix » dans le journal *Phosphore*[1], et débute par les interventions de quatre jeunes, dont trois ont témoigné pour la brochure :

– Thomas Helie, chargé de recherche en acoustique musicale, Centre national de la recherche scientifique (CNRS) et Institut de recherche et coordination acoustique/musique (IRCAM)

– Sara Oueslati, ingénieure recherche et développement, France Télécom, division Recherche R&D

– Yannick Lefebvre, ingénieur chercheur en risques industriels, EDF, Recherche et Développement

– Florence Sourget, chercheuse spécialisée en sûreté de fonctionnement et fiabilité, SNCF

À tour de rôle, elles et ils présentent leur activité professionnelle actuelle dans ses différents aspects et le parcours qui les y a mené-es : études, stages, rencontres, mais aussi volonté, plaisir, doutes, changements d'orientation.

Ces interventions sont de grande qualité, avec un discours clair et efficace, basé sur de nombreux exemples concrets.

Thomas Hélie a présenté son métier de chercheur CNRS à l'Institut de Recherche Coordination Acoustique Musique (IRCAM) sur la modélisation physique des instruments de musique. Les enjeux de cette thématique concernent la compréhension

[1] n° 305 novembre 2006.

du fonctionnement des instruments, la réalité virtuelle (simuler sur ordinateur le son et le jeu d'un instrument –existant ou non– à partir d'interfaces électroniques de pilotage), la lutherie assistée par ordinateur (prévision ou optimisation de forme géométrique ou de matériau pour obtenir des comportements ciblés), la capture des gestes d'interprétation musicale par procédé d'inversion (construire les commandes et les paramètres de pilotage du modèle qui vont générer un son cible donné, typiquement, le solo d'un interprète enregistré sur un CD). Les mathématiques utilisées dans ce domaine sont essentiellement les équations différentielles, les équations aux dérivées partielles, l'analyse numérique, les outils d'automatique et de traitement de signal. Thomas Hélie a souligné que pour obtenir des modèles et sons qui sonnent naturels et non pas synthétiques, les objets mathématiques à traiter pouvaient devenir assez complexes. Aussi, dans son métier, le chercheur est amené à publier des résultats appliqués ou plus abstraits, à collaborer avec des chercheurs et ingénieurs de plusieurs disciplines et à encadrer des stagiaires et doctorants.

Sara Oueslati a présenté son métier d'Expert Recherche en Réseaux de Télécommunications au sein de la R&D de France Télécom. Dans son domaine, les mathématiques (théorie des files d'attente, processus stochastiques) servent à modéliser l'écoulement du trafic dans les réseaux (par exemple, Internet) afin de prédire leurs performances. La modélisation des réseaux permet de répondre à deux questions clés pour un opérateur de télécommunications : le dimensionnement des réseaux, c'est à dire le calcul des capacités des « tuyaux » et des équipements pour une qualité de service cible (par exemple, assurer des téléchargements rapides, une bonne interactivité pour les conversations téléphoniques et les jeux en réseaux, etc.) et l'édiction de recommandations sur le partage des ressources du réseaux (routage optimal du trafic, priorisation du trafic temps-réel, etc.). Sara Oueslati a également souligné la diversité de ses interlocuteurs (chercheurs, opérationnels, ...) et des activités menées dans le cadre de son métier (publications d'articles, encadrement de jeunes chercheurs, participations à des projets de recherche nationaux et européens, dépôt de brevets, etc.).

Florence Sourget travaille depuis cinq ans à la direction de l'Innovation et de la recherche de la SNCF sur des projets d'analyse des risques et d'optimisation de la maintenance. Elle a décrit son métier à travers l'exemple de la protection de la ligne Méditerranée contre les risques liés aux vents violents. Mettre en œuvre une stratégie de protection adaptée nécessite de caractériser et d'évaluer le risque lié aux vents à l'aide de méthodes statistiques et probabilistes. De manière analogue, les travaux d'optimisation de la maintenance en cours à la SNCF s'appuient sur des outils probabilistes et des analyses statistiques de la durée de vie des pièces. Ils permettent de répondre aux questions suivantes : compte tenu de ce que j'ai pu observer dans le passé, quelle est la probabilité qu'une pièce rompe dans un horizon donné et quel est le temps optimal d'intervention pour maintenir cette pièce ? Son poste à la direction de l'Innovation et la recherche place Florence Sourget à l'interface entre les experts techniques de la SNCF et les équipes académiques spécialisées en fiabilité. Le dialogue entre tous les acteurs est primordial pour converger vers le même objectif.

Les autres personnes ayant accepté de participer à la table ronde :

– Martin Andler, professeur, université de Versailles Saint-Quentin, laboratoire de mathématiques,

– Françoise Boutin, directrice ressources humaines, EDF R&D,
– Michel Ravachol, chef-adjoint du service des études scientifiques, direction de la prospective, DASSAULT Aviation.

Martin Andler cite d'autres domaines dans lesquels les mathématiques sont très utilisées, par exemple : banque, finances, assurances, médecine... et quelques spécialités mathématiques ayant aujourd'hui de nombreuses applications (statistiques, théorie des nombres, calcul scientifique, etc.).

Françoise Boutin affirme qu'EDF embauche massivement (92% en R et D !) des personnes de formation mathématique, essentiellement pour la qualité de leur formation, leur faculté d'abstraction et d'adaptation nécessaires à une carrière sur le long terme au sein de la même entreprise.

Michel Ravachol signale qu'avoir une formation mathématique poussée est la seule manière d'avoir le niveau d'abstraction nécessaire aux constructions aéronautiques.

Le public est composé d'étudiant-es, de collégien-nes, de lycéen-nes, de professeur-es de mathématiques du secondaire, de parents d'élèves venus grâce à la publicité envoyée dans les établissements secondaires, les universités, les fédérations de parents, etc. et de membres de nos différentes associations. On compte aussi plusieurs chargées de mission : une de la mairie de Paris, une du service des Droits des Femmes ; deux représentantes du ministère de l'Éducation nationale ; deux directeurs d'École (non précisées) et une responsable des carrières de l'école Polytechnique.

Au moment de plus grande affluence, il y avait une centaine de personnes dans l'amphithéâtre.

Les principaux messages que nous souhaitions faire passer :

(1) Les études de maths ou à forte composante mathématique permettent d'exercer des métiers variés, souvent mal connus et couvrant des secteurs d'activités particulièrement diversifiés (météorologie, finances, médecine, chimie, fiabilité, transport, ...). Certains sont accessibles dès bac + 2 ou bac + 3, d'autres au niveau bac + 5 ou bac + 8.
(2) Ces métiers se répartissent en deux catégories : ceux utilisant directement les mathématiques, et ceux qui n'en utilisent pas mais nécessitent des compétences et/ou capacités développées dans les formations de mathématiques.
(3) Plusieurs filières d'études possibles : classes préparatoires + école, université, IUT, ou des parcours mixtes (prépa puis université). Elles se concrétisent par une embauche souvent rapide, car il existe des débouchés. De plus, des opportunités seront à saisir dans les années à venir en raison des nombreux départs à la retraite chez les ingénieurs, les enseignants...
(4) Dans les entreprises le travail en équipe se développe de plus en plus, il faut donc que les nouveaux embauchés sachent dialoguer avec les autres membres de l'équipe. Une formation double (maths et physique, maths et économie,...) est très appréciée, ainsi que la maîtrise de langues étrangères.
(5) Très important : ces métiers s'adressent aussi bien aux filles/femmes qu'aux garçons/hommes.

Commentaires recueillis

Auprès des adultes :

La responsable des carrières de l'école Polytechnique a trouvé les témoignages géniaux et voudrait refaire exactement la même manifestation en début d'année à l'X. Deux personnes ont beaucoup reproché aux intervenants de vanter les parcours à bac +8 et de ne jamais parler des débouchés à bac +3. Même type de remarque de la part d'une professeure de mathématiques en lycée, qui par ailleurs déclare avoir beaucoup apprécié la manifestation : « *Votre démonstration manquait cruellement d'exemples de réussite plus modeste. Je me demande s'il en existe. Que peut faire un bon étudiant en mathématiques qui ne désire pas enseigner et qui n'est cependant pas au niveau de la recherche comme les jeunes brillants chercheurs présents à votre tribune ?* » À propos de la date : la fin mars ne semble pas le moment le plus favorable à la présence d'élèves. Il faudrait recommencer à un moment plus propice de l'année scolaire.

Auprès de 15 élèves de Seconde :

Le vocabulaire utilisé par les intervenants était beaucoup trop compliqué et s'adressait aux adultes dans la salle ou au mieux aux Terminales S mais pas à nous. On a bien aimé les sons reconstitués par Thomas. Nous, on voulait avoir des infos sur les études pas sur les métiers ! C'est beaucoup trop loin de nous. Il y avait surtout des adultes dans la salle donc ce n'était pas pour nous. D'ailleurs ce sont les seuls à avoir posé des questions. Même eux se sont permis de partir avant la fin donc nous aussi. Seule question posée par une jeune : une étudiante de Master 1 en MASS à Paris I demande s'il est préférable ou non de faire une thèse avant de commencer à travailler.

Conclusions

Cette manifestation pourrait être renouvelée prochainement à l'école Polytechnique. D'autres manifestations de ce type sont envisageables à Paris, et pourquoi pas dans des villes de province, si des collègues les organisent en trouvant des intervenants locaux et en faisant de la publicité dans les établissements des alentours. Il faudrait peut-être choisir un moment de l'année plus propice (en début d'année scolaire), les organiser sur le temps scolaire, faire venir des classes entières. Nous souhaitons pouvoir compter sur l'appui des IPR de mathématiques. Pour atteindre les élèves de 3ème ou de 2nde, qui sont ciblés par les concepteurs de la brochure, le discours doit être rendu accessible, sinon il risque de devenir contre productif.

De façon plus large, le « Zoom sur les métiers des mathématiques » suscite beaucoup d'intérêt et se retrouve en ligne sur de nombreux sites : ceux de nos associations et de l'ONISEP bien-sûr, mais aussi ceux de plusieurs académies et universités. Les commentaires sont toujours très élogieux.

LIVRES

Multidimensional Diffusion processes
D.W. Stroock, S.R.S. Varadhan.
Springer, 2006. 338 p.
ISBN : 978-3-540-28998-2. $ 49,95

Nous proposons ici la recension du célèbre ouvrage *Multidimensional Diffusion Processes* de D.W. Stroock et S.R.S. Varadhan, à l'occasion de sa récente réimpression par les éditions Springer. Ce livre est le premier exposé pédagogique de la méthode dite du problème de martingale. Cette méthode s'est avérée avoir de nombreuses applications permettant la définition de processus markoviens à partir de leur générateur, sans passer par la construction directe de leur semi-groupe. Plutôt que de multiplier les exemples, les auteurs désireux de fournir un exposé accessible de leur méthode et des idées générales qui s'y rapportent, ont choisi de traiter en détail le cas des diffusions dans $\mathbb{R}^d$; ce choix est judicieux car les diffusions sont des processus markoviens familiers aux probabilistes pour lesquels deux approches bien balisées existent : la première approche, initiée par N. Kolmogorov et W. Feller, et à laquelle les chapitres 2 et 3 sont consacrés, consiste à construire les probabilités de transition de la diffusion comme solution de l'équation *forward*, qui dans le cas des diffusions se trouve être une équation aux dérivées partielles de type parabolique ; la seconde approche due à Itô utilise le calcul stochastique et permet de représenter les diffusions comme solutions d'une équation différentielle stochastique (les chapitres 4 et 5 y sont consacrés). L'exposé soigneux de ces deux approches place le lecteur en terrain connu et a l'avantage de rendre manifeste la nouveauté de la méthode de construction par problème de martingale, théorie exposée aux chapitres 6 et 7 de l'ouvrage. Les divers problèmes rencontrés par les méthodes classiques Kolmogorov-Feller/Itô ainsi que leurs limitations, permettent de mettre clairement en évidence les avantages de la technique de Stroock et Varadhan. Les principaux résultats sont exposés dans les chapitres 8 à 12 et ils sont confrontés aux résultats obtenus par les deux approches précédentes, à savoir l'unicité du problème de martingale en relation avec l'unicité des équations différentielles stochastiques, l'obtention d'estimées des probabilités de transition des diffusions, le phénomène d'explosion, des théorèmes-limite et approximation des diffusions ainsi qu'une discussion du cas où le problème de martingale ne trouve pas de solution unique.

Plus précisément, rappelons qu'un processus markovien $\mathbf{x} = (x(t), t \geqslant 0)$, défini sur un espace mesurable $(\Omega, \mathcal{F})$ équipé d'une filtration $(\mathcal{F}_t, t \geqslant 0)$ et de lois d'entrée P_y, $y \in \mathbb{R}^d$, est une diffusion si son générateur infinitésimal est donné par

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{d} a^{i,j}(x) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{d} b^i \frac{\partial}{\partial x_i} , \tag{1}$$

où a est en tout point une matrice symétrique, positive et définie (pour simplifier notre résumé, nous rappelons les résultats de l'ouvrage dans le cas des diffusions homogènes en temps, c'est-à-dire des diffusions dont le générateur ne dépend pas du temps). Pour tout $y \in \mathbb{R}^d$ et tout $t > 0$, la loi de la position $x(t)$ de la diffusion à l'instant t admet une densité $z \mapsto p(y,t;z)$ par rapport à la mesure de Lebesgue. Les probabilités de transition $(p(y,t;\cdot), y \in \mathbb{R}^d, t > 0)$ satisfont à l'équation aux dérivées partielles suivante

$$\frac{\partial}{\partial t} p(y,t;\cdot) + Lp(y,t;\cdot) = 0 \,, \tag{2}$$

$$\lim_{t \to 0} p(y,t;\cdot) = \delta_y \,. \tag{3}$$

La première méthode permettant de construire et d'étudier les diffusions, due à Kolmogorv et à Feller, consiste à définir les densités de transition comme solutions de (2-3) ; ces densités satisfont alors à l'équation de Kolmogorov-Chapmann et permettent de construire une famille compatible de lois marginales. Cela permet, par des arguments standards soigneusement rappelés, de définir un processus markovien ; la continuité de la diffusion est obtenue via le théorème de Kolmogorov-Centov dont une version très générale est donnée au théorème 2.1.3. La principale difficulté de cette approche exposée au chapitres 2 et 3, est qu'elle repose sur un résultat technique, non-probabiliste, d'existence des solutions de (2-3) sous des hypothèses de régularité Hölder pour les coefficients a et b ; ce résultat est rappelé sans preuve au théorème 3.2.1 et une extension de ce théorème (due à Oleinik) dans les cas où a est dégénérée, est détaillée à la fin du chapitre 3.

Les chapitres 4 et 5 sont ensuite consacrés à l'approche des diffusions par les équations différentielles stochastiques, approche qui est due à Itô : l'idée consiste à considérer l'accroissement $x(t+h) - x(t)$ d'une diffusion de générateur L défini par (1), comme étant proche en loi, lorsque h est petit, d'une variable gaussienne de moyenne $b(x(t))$ et de matrice de covariance $a(x(t))$, qui peut se représenter informellement comme la somme suivante

$$x(t+h) - x(t) = \sigma(x(t))(\beta(t+h) - \beta(t)) + b(x(t))h \,,$$

où $(\beta(t), t \geqslant 0)$ désigne un mouvement brownien d-dimensionnel et où σ est une racine carrée de la matrice a. Infinitésimalement, cette équation peut se ré-écrire sous la forme suivante :

$$dx(t) = \sigma(x(t))d\beta(t) + b(x(t))dt \,, \tag{4}$$

qui est une équation différentielle stochastique. Bien entendu, les symboles $dx(t)$ et $d\beta(t)$ n'ont pas un sens évident et leur définition fait tout l'objet du calcul stochastique, dont un exposé concis est donné au chapitre 4. Le chapitre 5 traite en détail des résultats essentiels permettant de résoudre l'équation différentielle stochastique (4) : le principal théorème d'existence et d'unicité (théorème 5.1.1) est établi sous des hypothèses Lipschitz sur σ et b ; il repose sur une généralisation stochastique de la technique d'itération de Picard pour les équations différentielles ordinaires. Le principal inconvénient de cette méthode est qu'il existe de nombreuses racines carrées σ de a et que les propriétés de régularité de σ ne se traduisent pas facilement en des conditions sur a : ces problèmes sont brièvement examinés aux sections 5.2 et 5.3.

Les chapitres 6 et 7 concernent le problème de martingale, qui peut se résumer succinctement de la manière suivante : si $\mathbf{x}$ est une diffusion de générateur L, la formule de Dynkin implique que pour toute fonction test φ, c'est-à-dire toute fonction infiniment différentiable à support compact, le processus défini par

$$M_\varphi(t) = \varphi(x(t)) - \int_0^t L\varphi(x(s))ds \ , \tag{5}$$

est une $(\mathcal{F}_t, t \geqslant 0)$-martingale sous toute probabilité P_y, $y \in \mathbb{R}^d$. La méthode dite du problème de martingale consiste à partir de cette propriété et à montrer ensuite qu'elle caractérise les distributions P_y, $y \in \mathbb{R}^d$, de la diffusion de générateur L. Plus précisément le problème de martingale se formule de la manière suivante : on prend $(\Omega, \mathcal{F})$ égal à l'espace canonique des fonctions continues de $[0, \infty)$ dans $\mathbb{R}^d$ muni de la tribu des boréliens correspondant à la topologie de la convergence uniforme sur tout compact.

– *Existence* : on dit que le problème de martingale associé à L admet une solution si pour tout $y \in \mathbb{R}^d$, il existe une loi de probabilité P_y sur l'espace canonique des fonctions continues de $[0, \infty)$ dans $\mathbb{R}^d$ telle que pour toute fonction test φ, le processus $(M_\varphi(t), t \geqslant 0)$ défini par (5) est une martingale sous P_y et si de plus, on a $P_y(x(0) = y) = 1$ (ici $\mathbf{x}$ est le processus canonique, c'est-à-dire la variable aléatoire identité sur l'espace canonique).

– *Unicité* : on dit que le problème de martingale associé à L admet une unique solution si pour chaque $y \in \mathbb{R}^d$, il existe une unique loi de probabilité P_y satisfaisant aux propriétés précédentes.

Le principal résultat peut s'énoncer comme suit : supposons que a et b sont mesurables bornés et que pour tout $R > 0$, le coefficient a satisfait aux conditions suivantes :

$$\inf_{|x| \leqslant R} \inf_{\substack{\theta \in \mathbb{R}^d \\ |\theta|=1}} \langle \theta, a(x).\theta \rangle \ > 0 \quad \text{et} \quad \lim_{\delta \to 0} \sup_{\substack{|x^1|,|x^2| \leqslant R \\ |x^1 - x^2| < \delta}} ||a(x^1) - a(x^2)|| = 0 \ . \tag{6}$$

Sous ces hypothèses, le problème de martingale admet une unique solution et les lois P_y, $y \in \mathbb{R}^d$, sont les lois d'un processus de markov fortement fellerien. Ce résultat est à comparer avec les hypothèses plus restrictives de l'approche analytique développée aux chapitres 2 et 3. Le résultat d'existence est prouvé au chapitre 6 ainsi qu'une série de lemmes techniques permettant de réduire le problème d'unicité qui est la principale difficulté de la preuve, preuve à laquelle est consacré le chapitre 7. Le résultat d'existence est énoncé au théorème 7.2.1. Un schéma de la preuve est donné au début du chapitre 7 (cette preuve repose en partie sur des estimées de type L^p de certains opérateurs qui sont prouvées dans l'appendice).

Comme déjà mentionné, les chapitres suivants examinent les différents résultats et propriétés des diffusions qu'il est possible de déduire par la technique du problème de martingale, et ce au regard des deux autres théories existantes : dans cet esprit, le chapitre 8 expose et compare soigneusement la notion d'unicité du problème de martingale et la notion d'unicité de la solution d'une équation différentielle stochastique développée par Watanabé et Yamada, notion qui est liée à la mesurabilité de la solution $\mathbf{x}$ de (4) par rapport au mouvement brownien β ainsi qu'au choix de la racine carrée σ de a. Le chapitre 9 tire parti de l'approche probabiliste et de la définition des diffusions via le problème de martingale, pour obtenir des estimées

des solutions des équations paraboliques associées à L, et plus particulièrement des probabilités de transition de la diffusion. Bien que ces estimées aient été obtenues par des méthodes analytiques, l'exposé des auteurs constitue une preuve accessible aux probabilistes. Au chapitre 10, les auteurs illustrent la souplesse de la méthode du problème de martingales, en montrant de quelle manière on peut traiter le cas des diffusions à coefficients non-bornés et d'aborder le problème de l'explosion (c'est-à-dire le cas des diffusions qui ne sont pas définies sur l'ensemble de temps $[0, \infty)$ tout entier mais qui peuvent exploser en temps fini). Ils comparent notamment les résultats obtenus par la méthode des équations différentielles stochastiques et traitent le cas unidimensionnel en détail. Le chapitre 11 illustre comment le problème de martingale permet d'obtenir des résultats d'invariance pour les diffusions, c'est-à-dire des théorèmes-limite, analogues au théorème de Donsker pour le mouvement brownien, montrant non seulement la convergence de processus discrets vers une diffusion, mais aussi la convergence de suites de diffusions vers une diffusion limite. Le dernier chapitre examine le cas où le problème de martingale ne trouve pas de solution unique : dans la formulation même du problème, on voit que les liens entre les différentes probabilités solutions ne sont pas clairs et il n'est alors pas forcément simple de voir qu'elles peuvent se « recoller » de manière à être la loi d'un processus markovien. L'objet du chapitre 12 est d'exposer une méthode due à Krylov qui permet de sélectionner une famille de solutions P_y, $y \in \mathbb{R}^d$, correspondant à une dynamique markovienne. Mentionnons la louable intention des auteurs de fournir un exposé précis et auto-contenu de leur théorie en donnant au chapitre 1 un exposé concis des outils fondamentaux de la théorie des processus. Ces résultats, bien que standards, sont redémontrés de manière originale (voir en particulier la preuve de l'existence d'une version régulière de lois conditionnelles sur les espaces polonais (théorème 1.1.6), la preuve du théorème d'extension de Tulcea (théorème 1.1.9) et des résultats de tension et de convergence fonctionnelle, adaptés aux techniques de martingale, tels que le théorème 1.4.6, utilisé au chapitre 11).

Il n'est plus nécessaire d'insister sur la clarté de cet ouvrage de référence, ni sur le grand intérêt qu'il a suscité. Contentons-nous de dire qu'il continue à être une excellente introduction à tout étudiant en thèse désireux de se familiariser avec les multiples aspects et la richesse de la théorie des diffusions d'un point de vue probabiliste. Il est également une référence très utile aux chercheurs voulant puiser à la source les idées fondamentales liées au problème de martingale qui, bien que développées dans ce livre sur un exemple précis, laissent entrevoir leur grande souplesse et leurs possibilités d'adaptation à des contextes très variés.

Thomas Duquesne,
Université Paris-Sud

Les Mathématiques dans la cité
Marie-José Durand-Richard
Presses universitaires de Vincennes (Culture et société), 2006. 169 p.
ISBN : 0-521-54036-4. 20€

Qu'un livre traitant de mathématiques paraisse dans une collection ayant pour titre « Culture et Société » est un événement suffisamment rare pour qu'il soit apprécié. Une raison en est très certainement son ambition que le titre ne traduit qu'en partie. Il s'agit en effet d'un recueil de sept textes, écrits par des historiens des mathématiques ou des techniques, qui explore les « différents niveaux d'implication des mathématiques dans les affaires du monde » de la Renaissance aux années 1980. La réflexion qui nous est présentée, initialement menée dans le cadre du séminaire « Sciences, légitimités, médiations » de l'équipe d'histoire des sciences de Paris 8, s'appuie ainsi sur des études précises de cas – les ingénieurs de la Renaissance, l'école mécanico-mathématique russe des années 1810-1830, l'œuvre non académique d'Edouard Lucas en théorie des nombres dans les années 1870-1890, le passage des calculateurs électroniques à l'ordinateur dans l'immédiat après guerre et, enfin, le cas de l'IHÉS et des recherches qui y sont poursuivies dans les années 1960 et 1970. Une introduction et une conclusion conséquentes invitent dans le même temps à resituer les enjeux historiques et épistémologiques de cette thématique sur le long terme. Marie-José Durand-Richard ouvre le livre par cette fameuse question « Les maths, à quoi ça sert ? », pour aussitôt préciser que ce n'est pas d'abord de l'utilité des mathématiques dont il va être question, mais de leurs conditions de production et de légitimation. La diversité des exemples traités dans l'ouvrage, les perspectives et références historiques plus larges encore que M.-J. Durand-Richard développe dans son introduction, montrent à quel point le projet de « mathesis universalis » se décline et se légitime différemment en fonction des contextes, en fonction des milieux, comment les mathématiques d'un temps – leurs contenus, leurs légitimations – sont transmises et réinterprétées différemment à une époque suivante, tant les contours même d'une démarche rationnelle, les types d'audace inventive, les motivations, sont liés au groupe des acteurs, producteurs de ces savoirs...

Le premier chapitre (Pascal Brioist et Alexandre Bruneau) expose comment, au XVI^{e} siècle, en Italie et en France, la profession d'ingénieurs fortificateurs se constitue sur la base des mathématiques, se distinguant ainsi de celle des maçons et artilleurs et acquérant un statut social supérieur de par leur capacité d'abstraction et leur connaissance de la géométrie d'Euclide. Dans son introduction Marie-José Durand-Richard indique que cet usage de la géométrie, voisinant avec la pratique des instruments de mesure et de visée, n'a pas peu contribué à introduire des éléments de quantification absents des Éléments d'Euclide mais bien présents dans la relecture qu'en proposèrent des auteurs, eux-mêmes ingénieurs-mathématiciens, comme Simon Stevin de Bruges au début du XVII^{e} siècle. Le second chapitre (Irina et Dmitri Gouzevitch) met également en scène des ingénieurs, acteurs qui, à la lecture de ce livre et de sa problématique, apparaissent incontournables dans l'histoire des mathématiques mais qui en sont généralement un point aveugle. Le cadre est ici la Russie du début du XIX^{e} siècle, Saint Petersbourg et l'Institut des ingénieurs

des voies de communication des années 1810 aux années 1830, lieu d'institutionnalisation d'une école de mécanique rationnelle et appliquée dont Ostrogradsky prit la direction dans les années 1830. Le but de ce chapitre est de ré-examiner la difficulté qu'ont eue les historiens des mathématiques et des sciences à qualifier cette école dite d'Ostrogradsky, considérée de façon parfois contradictoire comme la première école mathématique russe - Ostrogradsky étant présenté avant tout, avec son théorème, comme élève de Cauchy à Paris dans les années 1820 -, ou comme une école scientifique technique, une école de mécaniciens-analystes, une école d'ingénieurs, l'école russe de mécanique appliquée, etc. Nœud de cette contradiction historiographique, pour les auteurs, les débuts de cette école, avant Ostrogradsky, où sous la direction de Betancourt, ingénieur espagnol formé entre autres en France, Baird, ingénieur et entrepreneur privé écossais installé en Russie, et Bazaine, polytechnicien français, se développe à Saint Pétersbourg un cercle international aux compétences et formations théoriques et pratiques diverses – mais identifiables – dont « les travaux communs, qui portent à la fois sur la construction et la théorie des écluses à bassins d'épargne comme sur le mouvement des bateaux à vapeur, nourriront des rapprochements essentiels entre géométrie descriptive, mécanique analytique et mécanique appliquée ». C'est à un milieu qui n'est toujours pas un milieu mathématique académique habituel que s'intéresse Anne-Marie Décaillot dans le troisième chapitre. Production des savoirs mathématiques, légitimation, ces questions se posent d'une façon tout à fait originale dans le cadre de l'Association française pour l'avancement des sciences (AFAS), association créée en 1872 par des scientifiques, des industriels et des banquiers pour participer au redressement de la France aux lendemains de la défaite française contre la Prusse avec pour devise « Par la science, pour la patrie ». Le nombre et le type d'acteurs – mathématiciens professionnels, ingénieurs, amateurs – qui débordent largement le cercle académique, les intérêts influencés tout à la fois par les intervenants et les publics, sont à l'origine de la production de savoirs originaux comme ceux d'Edouard Lucas en théorie des nombres, sur la « géométrie des tissus » – rebaptisés « géométrie des quinconces » dans le *Bulletin de la Société mathématique de France* – où il fait appel aux nombres premiers et obtient une classification des satins mettant en jeu des résultats de Fermat et Gauss. On y trouve également des travaux portant sur la réalisation d'instruments mathématiques, avec Lucas, pour tester la primalité de grands nombres, mais d'autres aussi dont Tchebychev et Torres y Quevedo avec une machine pour résoudre les équations algébriques. Ainsi, comme le fait remarquer l'introduction, la théorie des nombres s'est aussi développée, dès le XIX^{e} siècle, dans d'autres contextes que celui des mathématiques pures et s'est trouvée investie par des préoccupations concrètes.

Le chapitre suivant (Girolamo Ramunni) concerne l'après seconde guerre mondiale et la rupture provoquée dans le domaine du calcul par cet instrument scientifique de type nouveau qu'est l'ordinateur avec l'enregistrement du programme. L'ordinateur est né des collaborations étroites que la guerre a provoquées entre mathématiciens, ingénieurs électroniciens, logiciens, physiciens dans de nombreux domaines, en Angleterre comme aux États-Unis. Ces spécialistes ont mis en commun leurs diverses compétences pour analyser l'organisation logique et les fonctions des grands calculateurs. La notion de calcul en a été transformée, devenant pour les mathématiciens, les logiciens « une expérience que l'on peut rapprocher de

l'expérimentation en laboratoire ». S'acquiert ainsi, dans ce domaine du calcul, une connaissance tacite, un savoir faire qui n'est plus seulement du ressort de la logique mais de l'empirisme. Le calcul est pensé dans un compromis entre les limites du matériel et du logiciel de la machine, les exigences de précision et la prise en compte du temps d'exécution. Von Neumann, Turing ont largement participé à ces ruptures conceptuelles qui, en France, ont été délibérément écartées par Louis Couffignal, père du projet de « machine universelle » porté par le CNRS. Expert en machines d'aide au calcul, sa culture est radicalement différente de celle des anglo-saxons. Il veut rester dans le cadre des calculateurs électroniques et de la mécanisation – son cadre de référence est l'automatisation du traitement des chèques postaux – et refuse le recours à la mémoire qu'il ne considère que comme un organe de stockage de données et non comme la possibilité de donner de la souplesse à la machine en les enregistrant avec instructions. C'est à cette volonté de ne considérer le calcul que d'un point de vue strictement théorique, à cette incapacité de prendre en compte les questions techniques posées par l'électronique que l'auteur attribue l'échec du projet français.

Dans le dernier chapitre, David Aubin s'intéresse à un lieu très particulier de production scientifique, l'Institut des hautes études scientifiques, institution privée de recherche fondamentale, cadre dans lequel apparaissent « de nouveaux aspects des conditions socio-culturelles » du travail du mathématicien qui vont favoriser l'élaboration de cadres théoriques nouveaux comme la théorie des catastrophes et le chaos déterministe. L'auteur poursuit deux propos, liés l'un à l'autre, et c'est tout l'intérêt de la thématique de ce livre. Il montre en premier lieu en quoi ces théories mathématiques, celles de René Thom ou David Ruelle par exemple, et leurs modèles qualitatifs se trouvent, y compris pour leurs auteurs, « entre mathématiques pures, qui s'ajustent au monde comme par miracle, et mathématiques appliquées qui permettent le calcul », constituant une troisième voie pour une légitimation épistémologique, certes, mais également, pour certains, politique. Il examine, en second lieu, les arguments avec lesquels le directeur L. Motchane promeut l'utilisation de ces recherches fondamentales, y compris les plus abstraites comme celles de Grothendieck, auprès de ses interlocuteurs du monde industriel, aussi bien du côté nationalisé que privé ou militaire. On y retrouve la promotion de cette troisième voie, l'IHÉS étant présenté comme le lieu où pourraient se former des « interprètes » de ces théories mathématiques les plus générales à des champs d'applicabilité particuliers, interprètes dont le monde industriel pourra avoir besoin entre les savants de l'IHÉS et leurs ingénieurs.

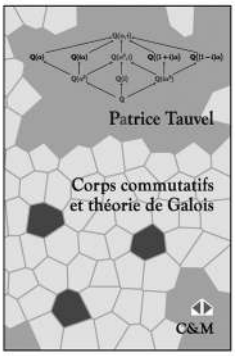
C'est justement autour de cette dichotomie pur versus appliqué, fondamental versus finalisé, qu'Amy Dahan construit la conclusion de cet ouvrage. Investissant à son tour le long terme, elle montre que cette césure, qui n'est ni univoque ni universelle, ni constante, a été à chaque fois construite comme argument de légitimation et d'autorité par des communautés scientifiques. On peut dater l'apparition d'une telle opposition des débuts de l'École polytechnique et de la place respective de la théorie et des applications, cette opposition se précisant en France avec le positivisme, alors que, parallèlement, se construit en Allemagne un discours sur la science pure cultivée dans des séminaires universitaires, hors du monde social. La science désintéressée – et les mathématiques placées à la première place – devient alors, au cours du XIX^{e} siècle, porteuse de valeurs intellectuelles et morales

qui donnent un nouveau statut à « l'homme de science ». Amy Dahan examine plus particulièrement les cinquante dernières années, avec, au sortir de la guerre, le renouveau du débat pur versus appliqué durant les années 1950-1970, particulièrement en France et aux États-Unis, faisant remarquer que cette dichotomie est invisible en revanche en Union soviétique. Elle note, enfin, le revirement dans les années 1980, avec le colloque de 1987 « Mathématiques à venir » où, la notion de modèle remplaçant celle de structure, l'autorité des mathématiques va s'en trouver déplacée.

Cette lecture, stimulante pour une historienne des mathématiques, devrait l'être tout autant pour des mathématiciens. Loin de prôner un relativisme désabusé quant à la validité de toute connaissance scientifique ou mathématique, l'ouvrage s'intéresse de très près aux contenus mathématiques. Les auteurs, tout en étant attentifs à des théories ou résultats mathématiques particuliers, souvent aux marges des sentiers battus de l'histoire des mathématiques, s'attachent à examiner les conditions intellectuelles, sociales, institutionnelles qui contribuent à leur élaboration et de leur légitimation dans leur temps. Ajoutons, pour terminer, que les articles proposent de riches bibliographies qui devraient permettre à celui qui le souhaite de continuer, par lui-même, cette réflexion sur les mathématiques et leurs enjeux, hier mais aussi aujourd'hui.

Hélène Gispert
Université Paris-Sud

C&M Calvage & Mounet



Patrice Tauvel
Corps commutatifs et théorie de Galois

... In view of the many outstanding features that this masterly textbook on fields and Galois theory has to offer, above all with regard to its methodological originality and elegance, mathematical abundance and topicality, didactical skill, and user-friendly lucidity, it must be seen as both a highly valuable complement and a welcome alternative to the vast textbook literature in this fundamental area of modern abstract algebra.

Werner Kleinert
Humboldt University (Berlin)

Mathématiques en devenir
www.calvage-et-mounet.fr

En librairie, depuis mars 2007.
(Publicité)