

SOMMAIRE

Editorial par <i>M. Hindry</i>	2
--	---

DOSSIERS

Brève histoire de l'Agrégation des Mathématiques, <i>A. Chervel</i>	03
Liste des lauréats de l'Agrégation <i>1ère Partie</i>	09

MATHÉMATIQUES

Ma collaboration avec Julia Robinson, <i>Y. Mattiassevitch</i>	27
L'influence française sur la recherche	
des mathématiques finlandaises, <i>O. Lehto</i>	45
Hommage à Jürgen Moser, <i>E. J. Zehnder</i>	57

INFORMATIONS

Commission des colloques et congrès internationaux 1993	67
3ème Université d'été de Bordeaux	70
Annonce du Prix Fermat 1995	71
Le CNU de la 26ème section (mars)	72
Le CNU de la 26ème section (juin)	74
Analyse des recrutements 1993	77

LIVRES

Livres Reçus,	89
Comptes Rendus,	90

DATE LIMITE

de soumission des articles, pour parution
dans le n° 60 **15 avril 1994**
dans le n° 61 **15 juin 1994**

Cette 59ème Gazette est, nous l'espérons, la dernière à paraître avec retard; la prochaine devrait vous parvenir dans un mois environ.

A l'heure de l'élargissement de la construction européenne, il nous est agréable d'offrir à nos lecteurs des textes de provenance russe, finlandaise et suisse, et de leur rappeler qu'une partie de la Gazette est aussi une auberge espagnole.

Marc Hindry

— BREVE HISTOIRE DE L'AGRÉGATION DE MATHÉMATIQUES —

André CHERVEL

Service d'histoire de l'éducation

Le comité de rédaction de la gazette s'est proposé de présenter une brève histoire de l'agrégation de Mathématiques depuis sa création. Ce dossier sera publié dans deux numéros consécutifs, celui-ci étant consacré à une présentation historique de l'agrégation, suivie d'une liste nominative des agrégés de 1821 à 1950. Ces informations nous ont été proposées par André Chervel, Chercheur au Service d'histoire de l'éducation à l'Institut National de Recherche Pédagogique et auteur d'un récent ouvrage "Histoire de l'agrégation" (INRP et éditions Kimé, 1993). Nous ajoutons dans ce numéro le texte de l'épreuve de Mathématiques spéciales au concours de l'agrégation de Mathématiques de 1895. La résolution de ce problème par René Baire sera publiée dans le numéro suivant.

Jacques CAMUS

L'agrégation de mathématiques tire son origine de l'agrégation de philosophie créée en 1766 dans l'Université de Paris. L'enseignement secondaire de l'époque¹, donné dans des collèges dépendant des universités (c'est le cas pour les dix collèges de Paris), ou dans des établissements soumis aux congrégations (oratoriens, bénédictins, doctrinaires; les jésuites ont été expulsés après 1762) comporte essentiellement les six années d'études classiques qui culminent avec la rhétorique (la classe de première) où, sauf rares exceptions, les sciences ne sont pas enseignées. L'enseignement de la philosophie est réservé aux élèves qui souhaitent poursuivre des études supérieures, et à ceux qui se destinent à la prêtrise. Il est organisé sur deux années. Ce que nous appelons aujourd'hui la philosophie (logique, métaphysique, morale) est enseigné au cours de la première année. La seconde, est tout entière consacrée à la physique et aux mathématiques. C'est le même professeur qui enseigne dans les deux classes. Les mathématiques scolaires sont donc à l'époque une branche de la philosophie scolaire : c'est seulement sous la Révolution et au début du XIXe siècle qu'apparaît la figure nouvelle du professeur de mathématiques².

La création des trois agrégations de 1766 (philosophie, lettres, grammaire)

¹ Le terme "secondaire" est ici commode, mais anachronique : il ne sera utilisé, pour l'organisation de l'instruction publique, qu'au siècle suivant, en forte opposition avec l'enseignement "primaire", dont il sera alors rigoureusement distingué, ce qui n'est pas le cas sous l'Ancien Régime.

² Cf. Bruno Belhoste, Histoire de l'éducation, n°41, janvier 1989, pp. 3-45.

résulte d'un coup de force opéré par les milieux parlementaires avec la complicité des éléments novateurs de l'Université de Paris : il s'agit à la fois de régler le grave problème du recrutement des maîtres consécutif à l'expulsion des jésuites, et de rendre à l'enseignement public une crédibilité que la lente décadence des moeurs universitaires avait largement compromise.

La structure des concours d'agrégation d'Ancien Régime, très sensiblement différente de la nôtre sur certains points, se perpétuera, par-delà la longue parenthèse révolutionnaire (elle dure trente ans pour le concours d'agrégation) jusqu'au milieu du XIX^e siècle, date à laquelle s'installe le système actuel opposant un écrit et un oral.³ Le concours de philosophie est organisé de la manière suivante :

— première épreuve : “composer deux dissertations en langue latine; l'une, sur un sujet, soit de logique, soit de métaphysique, soit de morale; l'autre, sur la physique et les mathématiques”;

— deuxième épreuve : “faire et soutenir une thèse publique sur toute la philosophie. Ladite thèse sera soutenue en deux actes de deux heures chacun, l'un sur la logique, métaphysique et morale, et l'autre sur la physique et les mathématiques”.

— troisième épreuve : “une leçon publique d'une heure (...) Dans lesdites leçons chacun des aspirants expliqueront (sic) pendant la première demi-heure le sujet qui leur aura été assigné. Pendant la seconde demi-heure, ils interrogeront deux de leurs concurrents qui seront en tour de leur répondre, suivant la liste qui en sera faite par les juges du concours; lesdits concurrents, réciproquement, leur pourront faire toutes les questions qu'il jugeront à propos sur la matière de la leçon”⁴.

On sait peu de chose sur les sujets d'écrit, sauf pour la première session, celle de 1766, où la deuxième dissertation des candidats en philosophie porte sur la gravitation universelle⁵. L'écrit a lieu avant l'oral, mais le principe de l'admissibilité n'existe pas. Les deux épreuves orales opposent le candidat à d'autres intervenants, qui sont soit d'autres candidats du même concours, soit des agrégés reçus aux concours précédents. Le jury, composé de six membres et présidé par le recteur de l'université, se contente de compter les points et d'arbitrer. Le concours est ouvert tous les ans, sauf si le nombre des agrégés déjà reçus dans le même ordre de concours est suffisant pour les besoins du service. Les registres de procès-verbaux qui ont été conservés⁶ s'interrompent brusquement pendant les épreuves de 1791, qui est sans doute

³ Le système de l'admissibilité est introduit en 1843 à l'agrégation de mathématiques, après avoir fait ses preuves en grammaire et en lettres. Au régime des trois épreuves, compositions, exercice ou thèse, leçon, qui reste en vigueur jusqu'en 1851, Fortoul substitue en 1853, après un an d'interruption des concours, le régime moderne des épreuves préparatoires (l'écrit) et des épreuves définitives (l'oral).

⁴ Lettres patentes du 10 août 1766.

⁵ *Utrum universalis et mutua sit omnium et singulorum corporum gravitatio?* (La loi de la gravitation est-elle universelle, et s'applique-t-elle à tous les corps dans leurs relations mutuelles?)

⁶ Aux Archives de la Sorbonne.

la dernière année du concours d'Ancien Régime.

C'est en 1821, et dans un contexte bien différent, que le concours d'agrégation est à nouveau organisé. Comme en 1766, c'est un concours interne, réservé aux membres de l'enseignement public, ainsi qu'aux élèves de l'Ecole normale, créée en 1809. Comme en 1766, il y a trois concours, mais la philosophie a laissé la place aux sciences⁷, c'est-à-dire la physique et les mathématiques. Pour le reste, les protocoles d'épreuves reproduisent à peu près ceux de l'Ancien Régime : "il y a trois sortes d'épreuves, la composition (en fait deux compositions), l'exercice public⁸, la leçon". Très peu de candidats au concours des sciences pendant les premières années. Quatre inscrits seulement en 1821, dont trois seront reçus, face aux vingt-quatre candidats en lettres (dix-neuf reçus) et aux quarante et un candidats en grammaire (vingt-six reçus). Dès le début, le jury des sciences se signale par une particularité dans le système de notation. Alors que le principe généralement appliqué dans les concours est, à l'époque, d'attribuer aux candidats un rang, et non une note, dans chaque épreuve, et de procéder ensuite par addition des rangs, les scientifiques décident, non sans quelque solennité, d'affecter à chaque épreuve de chaque candidat un "numéro de mérite" qui servira de base au calcul. Ce numéro de mérite est ce que nous appelons aujourd'hui la note chiffrée, laquelle ne se généralisera dans les autres concours d'agrégation qu'au cours de la seconde moitié du XIXe siècle.

C'est le philosophe Victor Cousin qui, au cours de son bref passage au ministère en 1840, va dissocier les agrégations de mathématiques et de physique. Fortoul reviendra en 1853 à une agrégation unique pour les sciences (comme d'ailleurs pour les lettres); mais, peu après, son successeur Rouland installera définitivement l'agrégation des sciences mathématiques⁹. Depuis cette date, le concours de l'agrégation des mathématiques a lieu tous les ans, sauf pendant les années de guerre (1870, 1915-1918, 1940). Il y aura en revanche deux concours, un concours normal et un concours spécial, en 1919 et en 1945.

Les concours de l'agrégation fondés en 1821 avaient vocation à fournir des "agrégés", c'est-à-dire des suppléants pour les professeurs de l'"enseignement secondaire classique". Comme le même règlement de 1821 stipulait que l'on ne pouvait désormais choisir les professeurs qu'à l'intérieur de la catégorie des agrégés, l'agrégation ne tarde pas à devenir le concours de recrutement des professeurs. Ce modèle de concours fortement centralisé et étroitement dépendant des pouvoirs publics ne pouvait manquer de jouer un rôle important dans un système éducatif où les problèmes du "monopole"

⁷ L'agrégation de philosophie est d'ailleurs réorganisée, sans les épreuves scientifiques, en 1825. Les candidats doivent cependant être munis non seulement de la licence ès lettres, mais également du baccalauréat ès sciences.

⁸ L'exercice est également appelé la thèse ou l'argumentation.

⁹ Décret du 17 juillet 1858.

éducatif, de l'instruction "publique", puis de l'enseignement "laïque", n'ont cessé au cours de l'époque contemporaine d'opposer un ministère rigoureusement structuré à toutes les forces de dispersion, de particularisme, d'autonomie et de pluralisme. Se présente-t-il un risque de développement autonome du système des facultés ? le ministère, en l'occurrence Victor Cousin, réagit immédiatement en créant des concours d'agrégation de l'enseignement supérieur (1840). Un concours pour l'agrégation aux chaires de mathématiques des facultés des sciences semble avoir été organisé une ou deux fois.

Le problème se pose également pour le primaire, à partir de Jules Ferry, qui évoque la possibilité d'une agrégation pour les écoles normales ; le projet n'aura pas de suite. Mais deux autres formes d'enseignement secondaire naissent dans la seconde moitié du XIX^e siècle ; et toutes deux auront leur agrégation propre.

L'enseignement secondaire spécial, créé par Victor Duruy en 1863, est l'amorce de l'enseignement moderne. Ses ambitions sont plus modestes que celles de l'enseignement classique qui le considérera longtemps avec quelque mépris ; mais, au risque de galvauder un titre prestigieux, Duruy impose en 1866 trois concours d'agrégation de l'enseignement spécial, dont un concours "pour les sciences mathématiques appliquées". Le poids de l'enseignement secondaire classique est tel, à l'époque, que ce nouvel enseignement de sciences appliquées ne parviendra pas à se mettre en place. L'agrégation de mathématiques de l'enseignement spécial devient alors une sous-agrégation de mathématiques, et attire à elle peu à peu les candidats qui ne parviennent pas à franchir la barrière du concours de l'enseignement secondaire classique. Cette concurrence déloyale, qui permet d'obtenir à moindres frais le titre d'agrégé, est vivement dénoncée ; et les concours de l'enseignement spécial, qui est devenu entre temps l'enseignement moderne, disparaissent en 1894.

La création de l'enseignement secondaire des jeunes filles en 1882¹⁰ entraîne immédiatement elle aussi celle de concours d'agrégation propres à cette nouvelle institution. Dans un premier temps, il y a un concours pour "l'ordre des lettres" et un autre pour "l'ordre des sciences" (1884). Le succès rencontré par l'enseignement féminin, et surtout les ambitions croissantes des jeunes filles, qui sont de plus en plus nombreuses à se présenter aux épreuves du baccalauréat, obligent rapidement le ministère à diversifier les concours d'agrégation féminins : car le baccalauréat est resté très "masculin", avec des épreuves de latin, dont l'enseignement n'est pas prévu dans les premiers programmes des lycées et collèges féminins. A partir de 1895, il y aura quatre concours, lettres, histoire, mathématiques, sciences physiques et naturelles. Comme pour les autres disciplines, l'agrégation féminine des mathématiques

¹⁰ Les jeunes filles, faut-il le rappeler, n'ont, au XIX^e siècle, pas accès aux établissements de l'enseignement secondaire classique. Il n'y a pour elles, avant cette date, aucun établissement d'enseignement secondaire public.

qui apparaît cette année-là ne fusionnera définitivement avec le concours masculin qu'au cours des années 1970.

La dualité des concours d'agrégation, masculins et féminins, pendant la majeure partie du XXe siècle ne laisse pas de poser de nombreux problèmes. Certes, les établissements secondaires qui accueillaient leurs lauréats ont très longtemps été distingués : ce n'est que dans les années 1950 qu'on a commencé à construire des lycées "mixtes". Mais dès le lendemain de la Première Guerre mondiale était publiquement reconnue la vocation de l'enseignement secondaire féminin à préparer ses élèves au baccalauréat, qui n'a jamais, lui, distingué les garçons et les filles. On pouvait donc s'attendre à ce que les professeurs, hommes ou femmes, chargés de la préparation de cet examen, reçoivent eux-mêmes une formation identique, et soient sélectionnés suivant les mêmes concours. Le retard qu'a connu l'unification des concours s'explique par des causes diverses.

La première d'entre elles relève de l'histoire des mentalités. Au XIXe siècle, et longtemps encore au XXe, on estime couramment, et les meilleurs esprits ne font pas exception, que les femmes sont par nature hors d'état de se hisser au même niveau de culture ou de rationalité scientifique que les hommes. C'est parce qu'il est profondément convaincu de l'infériorité féminine dans ces domaines que le plus grand linguiste français de l'époque, Michel Bréal, s'oppose de tout son poids et de tout son prestige à la création des agrégations féminines, lors des débats du Conseil supérieur de l'Instruction publique, en 1883 : on sait qu'il n'aura pas gain de cause. On reconnaît aux femmes un incontestable talent pour les langues, et dès 1883 elles sont autorisées à se présenter aux agrégations d'anglais et d'allemand. Pour le reste, on met au point à leur intention des concours réputés moins difficiles et moins spécialisés. Ainsi, les candidates à l'agrégation des sciences ont-elles à leur programme, de 1884 à 1894, une "composition littéraire" ; et, à partir de 1895, l'agrégation féminine de mathématiques comporte une épreuve, libellée "composition sur un sujet de morale et d'éducation", totalement inconnue de l'agrégation masculine, et qui ne sera supprimée qu'en 1938.

C'est en se glissant à l'intérieur des concours masculins que les jeunes filles créeront la surprise en parvenant à s'y imposer, et montreront ainsi qu'elles ne sont pas incapables de rivaliser à armes égales avec les hommes, si on leur en donne les moyens. L'événement se produit en 1885 à l'agrégation masculine de mathématiques, où Mlle Bortnicker réussit à se classer seconde. Mais c'est surtout au lendemain de la Première Guerre mondiale que se pose le problème de celles qu'on appelle alors les "agrégées masculines", c'est-à-dire les jeunes filles qui préfèrent faire leurs preuves au concours masculin, plus prestigieux que le concours féminin. Les hommes, pénalisés par les longues années de guerre, ont alors pris sur les femmes un retard important, et se voient parfois distancés, par exemple en 1920 où deux jeunes filles se

classent première et troisième dans le concours masculin. On interdit donc pendant quelques années aux femmes de se présenter aux concours masculins s'il y a un concours féminin correspondant.

La deuxième raison qui rend compte du retard mis à l'unification des concours, c'est la différence réelle de niveau des deux enseignements secondaires, les aptitudes de leurs élèves n'étant plus en cause ici. Si l'on fait abstraction de périodes particulières comme les années qui suivent la victoire de 1918, le niveau général de l'enseignement secondaire des garçons est longtemps supérieur à celui des jeunes filles, au moins dans les disciplines classiques, où s'impose encore une tradition plusieurs fois séculaire. Ajoutons, pour les disciplines scientifiques, la préparation des concours des grandes écoles, restés purement masculins jusque dans la seconde moitié du XXe siècle. L'agrégation masculine des mathématiques doit sélectionner des maîtres pour les classes préparatoires. L'agrégation féminine n'a pas ce genre d'obligation, et elle restera de ce fait longtemps en situation d'infériorité. L'inspecteur général Marijon, qui préside le jury de l'agrégation féminine, n'entretient, dans ses rapports, aucune illusion sur ce point : "A en juger par nos meilleures candidates, nous sommes loin encore du temps où les titres d'agrégée des lycées de jeunes filles et d'agrégé des lycées de garçons auront la même valeur" (1923); "Mettre l'agrégation des jeunes filles au niveau actuel de l'agrégation de mathématiques des jeunes gens ne peut être qu'une oeuvre de longue haleine dont la réalisation, en admettant qu'elle soit possible, doit être tentée avec beaucoup de prudence" (1926).

Reste que l'unification des niveaux entre l'enseignement secondaire masculin et féminin, et l'identification complète des deux concours de mathématiques sont largement antérieures aux années 1970. Il faut donc faire appel à un troisième facteur pour comprendre la lenteur de l'évolution. C'est l'accroissement rapide du nombre des candidats après la Seconde Guerre mondiale qui explique la prolongation du régime des concours séparés. Les effectifs de candidats à l'agrégation de mathématiques croissent lentement au cours du XIXe siècle pour atteindre la centaine en 1885. C'est ensuite la stagnation, et il faut attendre les années 1930 pour assister à une nouvelle croissance des effectifs : 200 en 1937, 500 en 1965, etc. Pour l'agrégation féminine, on en est à la cinquantaine en 1925, une centaine dix ans plus tard, près de 300 en 1965. On voit que les seuils de croissance se situent d'une part vers 1930, d'autre part au cours des années 1950. Confrontés à ce nouveau problème et accablés sous le nombre, les jurys retardent autant qu'ils le peuvent l'unification des deux recrutements.

Pendant des générations, en effet, les jurys de concours n'avaient comporté qu'une demi-douzaine de membres constituant une petite équipe cohérente autour d'un président qui participait à la correction de l'écrit et "présidait" effectivement les séances de l'oral. Il a suffi de dix ou vingt ans pour passer à un régime très nettement différent, où des commissions se répartissent aussi bien les copies que les interrogations orales, et où le

président n'est plus qu'un organisateur et un gestionnaire, qui ne préside plus que les conseils d'examineurs, où l'on ne discute plus, au demeurant, que des seuils d'admissibilité et d'admission. Le jury de concours est alors devenu une petite et même une moyenne entreprise saisonnière. C'est le maintien de la double agrégation, masculine et féminine, qui a permis de prolonger aussi tard que possible l'ancien jury. On a même vu en 1952 tel concours, il s'agit de l'agrégation de l'anglais, qui n'avait jamais séparé les jeunes gens et les jeunes filles, confier à deux jurys différents les deux groupes de candidats pour éviter, ou seulement retarder, les mesures qui se sont avérées peu après inéluctables¹¹.

LISTE DES LAURÉATS DE L'AGRÉGATION

Liste des lauréats aux concours d'agrégation de mathématiques et de sciences entre 1821 et 1950.

- 1821** Sciences Paris : Chenou, Binet, Camus.
1822 Sciences Paris : Sonnet.
1823 Sciences Paris : Caresme, Sarrus.
1824 Sciences Paris : Bary.
1825 Sciences Paris : Blanchet (Pierre-Henri), Planche.
1826 Sciences Grenoble : Roustan (Roch); Sciences Paris : Menjaud, Duhamel, Loupot.
1827 Sciences Paris : Meissas, Guibert, Artur, Desdouits.
1828 Sciences Paris : Finck, Lefèvre, Deloche, Blanchet.
1829 Sciences Paris : Dupré, Bouchet, Delorme, Bayan, Valat.
1830 Sciences : Guiot, Morren, Masson, Gascheau, Mermet, Borgnet, Amiot, Percin.
1831 Sciences : Pinaud, Pollet, Deguin, Lassassaigne, Bissey.
1832 Sciences : Janson-Durville, Person, Bigourdan, Courtois, Coince.
1833 Sciences : Quet (Jean-Antoine), Martin (Pierre), Billet (Félix), David (Claude), Petit (Simon), Bourdonnay-Duclésio (Pierre), Denoue (François), Villemereux (Joseph).
1834 Sciences : Desains, Abria, Liouville, Chevalier, Chevet, Drot.
1835 Sciences : Faurie, Laroque, Henriot, Bach, Molins, Trouessart.
1836 Sciences : Hervé de la Provostaye (Joseph), Vieille (Jules), Vasse (Augustin), Perrey (Alexis), Legal (Fulgence), Hauser (Simon), Duranthon (Jean), Vasse (François).

¹¹ Toutes les données du présent texte sont extraites de mon Histoire de l'agrégation (Paris, INRP et éditions Kimé, 1993).

1837 Sciences : Rollier, Mondot, Schmidt, Vasnier, Gisclard, Commaret, Munier.

1838 Sciences : Fournier-Vannson, Pagès, Leboucher, Garcet, Blin, Blavette, Feugère.

1839 Sciences : Lecaplain, Desains, Orcel, Arreiter, Lionnet, Macari, Arrondeau.

1840 Sciences : Puiseux, Toussaint, Hébert, Girault, Houdemont, Haillecourt, Fabre.

1841 Mathématiques : Bertrand, Briot, Embry, Planavergne, Thiébaud.

1842 Mathématiques : Bouquet, Suchet, Amiot, Waille, Bayan.

1843 Mathématiques : Frenet, Lemonnier, Desboves, Crosson, Périnot, Eudes.

1844 Mathématiques : de Beaumont, Mourgues, Leroyer, Gouabin, Cournuéjols, Paignon.

1845 Mathématiques : Alliot, Vincent, Jubé, Bourget, Bernard.

1846 Mathématiques : Catalan, Dieu, Fontès, Leyritz, Grillet, Sornin, Aoust (abbé), Davau.

1847 Mathématiques : Lorenti, Ventejol, Berger, Chevilliet, Rispail, Aubin, Houel, Bouché, Guillon.

1848 Mathématiques : Joubert, Lartail, Diguët, Russet, Simon, Alquier, Lespialt, Vannier.

1849 Mathématiques : Lenglier, Ricart, Forestier, Gazailhan, Touraille, Turquan, Petitjean, Kremp, Donoux.

1850 Mathématiques : Guiraudet, Soulas, Valson, Deladéréère, Plane, Toussaint, Grenier.

1851 Mathématiques : Mathet, Mauduit, Moncourt, Dupain, Tombeck, Stoffel.

1853 Sciences : Lomon (Nicolas), Viollette (Charles), Laurens (Charles), Nimier (édouard), Caron (Charles), Brion (Charles), Pernet (Pierre), Maridort (Pierre), Feuvrier (Marcel), Labresson (Jean-Baptiste).

1854 Sciences : Maurat (Jules), Lévy (édouard), Marquet (Louis), Roger (Jean), Serré-Guino (Auguste), Pécout (Léonard), Rivierre (Jean), Lechevalier (Léon).

1855 Sciences : Alluard, Bos, Broye, Courcière, Gomieu, Humblot, Lagrandval, Masure, Pernelle, Renard, Tissot, Vacquant.

1856 Sciences : Picart (Alphonse), Fernet (Jacques), Terquem (Alfred), Brun (Jean), Offret (Tugduald), Rataboul (Pierre), Lecomte (Georges), Nouel (Ernest), Voigt (Auguste), Burat (émile), Léger (Simon), Delamain (Antoine), Chapelle (Joseph), Saint-Loup, Séjourné (Jean).

1857 Sciences : Bezodis (Alexandre), Cave (Charles), Colas (Louis), Lefebvre (Eugène), Girardet (Louis), Solier (Jean), Weill (Alexandre), Sirodot (Simon), Valatour (Claude), Tréhand (Claude).

1858 Mathématiques : Sirguy (Paul), Ribout (Jean-Baptiste), Bernès (Pierre), Dellac (Jean-Pierre), Souillart (Cyrille), Bailliar (Jules).

1859 Mathématiques : Pruvost (Jules), Meray (Auguste), Launay, Painvin (Louis), Durrande (Antoine), Bertauld (Pierre), Reynaud (Jean-Baptiste), Poncin (Jean), Courcelles (Charles), Sirguy (Claude).

1860 Mathématiques : Ziégel (Samuel), Stouff (Pierre), Lafont (Jean-Marie), Garlin (Soulandre), Vitasse (Joseph), Prolongeau (Joseph), Laigle (Alphonse).

1861 Mathématiques : Gautier (Paul), Combescure (Jean), Asquer (étienne), Vintejoux (François), Caqué (Joseph), Dupuy (Léon), Viant (Joseph), Burat-Dubois (Marcel), Gibol (Charles), Taratte (Emile), Bonnel (Louis), Nicolas (Jean), Lombard (Charles), Arnoux (André), Boissée (Pierre).

1862 Mathématiques : Duhaut (Jean) Stéphan, Harant (Numa), Loosen (Joseph), Allegret (Alexandre), Rousselin (Anthime), Barbier (Emile), Patry (Auguste), Françoise (Emile), Duhamel (Alexandre).

1863 Mathématiques : Larocque (Louis), André (Désiré), Maitrot (Arthur), Raymond, Tarbouriech (Ernest), Ribot (Alexandre), Pujet (Alphonse).

1864 Mathématiques : Darboux (Jean), Lucas (François), Rouquet (Pierre), Thevenet (Antoine), Porchon (Paul), Poujade (Antoine), Gruet (Louis), Humbert (Edmond), Amoureux (Charles).

1865 Mathématiques : Roche (Arthur), de Saint-Germain (Albert), Dubois (Gustave), Moret-Blanc (Claude), Millet (Luc).

1866 Mathématiques : Tisserand, Fraissinhes (Jean), de Campou, Géraud (Jean), Amigues, Legoux. Spécial : Gérardin (Charles), Fitremann (Emile), Harivel (Pierre), de L'Hôpital (Alphonse), Doucet (Théophile), Rigolage (Jules).

1867 Mathématiques : Didon, Bourdeaux, Maillard, Combette (Eugène), Jarrige. Spécial Mathématiques : Heurtel, Viry.

1868 Mathématiques : Guillot (Louis), Brisse (Charles), Gautheron (Ernest), Monniot (Gaston), Noguès. Spécial Mathématiques : Lenglet (Léopold), Even (Prosper), Besse (Léonard), Julia (Jules), Souliez (Jean).

1869 Mathématiques : Tannery (Jules), Elliot (Victor), Baillaud (Edouard), Niewenglowski (Boleslas), Bonnet (Gustave), Durieux (Denis), Bouvart (Alexandre). Spécial Mathématiques : Pouillot (Jules), Sarret (Jean), Geoffroy (Léon), Girod (Jean), Gabillot (Cyrille), Bains (Charles), Bion (Léon), Imbert (Alexandre), Mondiet (Jean), Lieurre (Jules).

1871 Mathématiques : Piéron (Nicolas), Pallez (Jean), Collet (Jean), Bodemer (Georges), Sauvage (Paul), Gohierre de Longchamps (Gaston),

de Batz de Tranquelléon (Charles). Spécial Mathématiques : Goffard (Nicolas), Lagrée (Charles), Grapin, Boudin (Arthur), Lehnebach (Louis), Klein (Pierre), Morel (Auguste).

1872 Mathématiques : Fochier (Jules), Crétin (Justin), Lauvernay (Eugène), Macé (Eugène), Dessenon (Ernest), Pein (Prosper), Rebière (Alphonse). Spécial Mathématiques : Gouilly (Jean), Lebon (Désiré), Combe (Jules), Canonville (Thomy), Dutreilh (Théophile), Jacquemin (Edmond).

1873 Mathématiques : Charve (Léon), Astor (Auguste), Walecki (Félix), Lefèvre (Jules), Pichenot (Louis), Desmons (Louis), Richard (Alexandre), Raby (Désiré), Barbelenet (Simon), Crosnier (Désiré). Spécial Mathématiques : Thabourin (Jean), Oriot (Auguste), Maumejan (Guillaume).

1874 Mathématiques : Pellet, Hubert, Mathieu, Mony, Doucet, Parpaite, Caron, Fiot, Rousset. Spécial Mathématiques : Gille, Beaudet, Lalbie, Jurisch.

1875 Mathématiques : Brunet (Jean), Marchand (Ernest), Tartinville (Arthur), Tertereau (Stanislas), Symanski (Félix), Darboux (Jean), Floquet (Achille), Fontené (Georges). Spécial Mathématiques : Terrier (Léonce), Durand, Combe (Henri), Jourdan (Mathieu), Palmade (Guillaume), Lacroix (Geoffrey).

1876 Mathématiques : Appell (Paul), Riquier (Charles), Piquet (Virgile), Lévy (Lucien), Marchal (Jean), Vollot (Jules), Ducatel (Alphonse), Dautheville (Barthélemy), Contet (Charles). Spécial Mathématiques : Delorme (Amand), Thuet (Irénee), Borgne (Cyr), Joffroy (Jean), Sance (François).

1877 Mathématiques : Picard, Lacour, Ferras, Sauvage, Bresard, Jamet, Hervieux. Spécial Mathématiques : Bézineau (Pierre), Thiriet (Jean), Commolet (Jean).

1878 Mathématiques : Constantin (Gabriel), Thiard (Jean), Jablonski (Edouard), Brisset (Louis), Kalb (François), Demartres (Gustave), Genouille (Albert), Puiseux (Pierre), Bricet (Emile), Guigon (Ernest). Spécial Mathématiques : Pech (Jean), Crémel (Nicolas), Bougueret (Ambroise), Marmier (Charles), Gueneau (Jean), Coqblin (Ernest), Morienne (Jules), Brulard (Jean).

1879 Mathématiques : Goursat (Edouard), Cator (Joseph), Tournois (Alfred), Antomari (Xavier), Gourier (Georges), Weill (Isaac), Mantrand (Joseph), Brocard (Georges). Spécial Mathématiques : Wernert (Jacques), Jouanneau (Ernest), Durand (Augustin), Clément (Rodolphe), Dautrelle (Pierre), Ripet (Martial), Charpentier (Louis).

1880 Mathématiques : Duport (Léon), Gaches (Jules), Delens (Paul), Brunel (Georges), Bloch (Salomon), Baudot (Pierre), Dunan (Louis), Blutel (Adrien), Mangeot (François), Grec (Paul), Barrère (Alexandre), Balezo (Paul), Letrait. (Arthur), Boncenne (Ernest), Capin (Paul), Breitling (Charles), Esparcel (Joseph). Spécial Mathématiques : Roubaudi (Joseph),

Dumoulié (Jean), Brion (Aimé), Chanal (Joseph), Villemain (Charles), Lecoq (Jules).

1881 Mathématiques : Bordeaux, Humbert, Jehl, Millaud, Lefèvre, Eisenmenger, Weill, Barbarin, Périer, Bloume, Lignières, Bournique, Chadu. Spécial Mathématiques : Girault, Lesage, Juret, Lemoine, Dauzat, Chatel, Bréville.

1882 Mathématiques : Bussaud, Guesdon, Lesgourges, Carvallo, Charvet, Deshons, Fabry, Macquin, Koenigs. Spécial Mathématiques : Vallée, Poussart, Launoy, Rousselet, Carême, Tranchard, Bernard, Lasne.

1883 Mathématiques : Papelier, Raffy, Guichard, Griess, Pautonnier (abbé), Rossignol, Charruits, Boidart, Rebuffel, Gérard, Gesnot. Spécial Mathématiques : Huray, Descamps, Monnet, Lamperrière, Bourraguet, Larget-Piet, Baudoin, Regnault. Sciences (jeunes filles) : Aron (Mathilde), Génin (Zénaïde), Caen (Alice), Lacharrière (Marie), Sériès (Alix), Appy (Emma).

1884 Mathématiques : Andoyer (Emile), Paraf (Amédée), Vogt (Henri), Blutel (Emile), Goulin (Louis), Girod (Joseph), Haure (Jean), Nicole (Jacques), Combe (Jules), Gautheron (Philippe), Bioche (Charles), Dorlet (Charles). Spécial Mathématiques : Desportes (Eugène), Caude (Achille), Feulpin (François), Dumez (Emile), Boudet (Paul), Bruyat (Aimé), Louis (Jean), Callé (Gustave), Riegel (Xavier). Sciences (jeunes filles) : Mourgues (Marie), Bayard (Henriette), Trézaune (Mathilde).

1885 Mathématiques : Stouff (Antoine), Mlle Bortnicker, Legé (Auguste), Goulard (Guillaume), Spinnler (Henri), Cahen (Eugène), Dimbarre, Poirier (Constans), Jacquin (François), Lanaspèze, Huard (Auguste), Sautreaux (Clesté). Spécial Mathématiques : Dubreuille (Octave), Font (Nicolas), Gouron (Adolphe), Thièblemont (Jules), Lapeyre (Jean), Pellet (Antoine), Molinie (Eugène), Goutière (Charles), Lebrun (Arthur), Aymard (Pierre). Sciences (jeunes filles) : Porte (Camille), Küss (Lucie), Hugoud (Marie), Rouillier (Louise), Vasselon (Marguerite), Porteau (Louise), Duret (Marguerite).

1886 Mathématiques : Riemann (Jules), Cosserat (Eugène), Fouché (Joseph), Giraud (Paul), Cor (Nicolas), Padé (Henri), Lelievre (Charles), Adam (Paul), Painlevé (Paul), Vincent (Paul), Lamic (Paul), Liégeois (Alfred), Adam (Henri). Spécial Mathématiques : Manon (Albert), Naud (André), Ballue (Léon), Lemaire (Henri), Fossier (André), Pouthier (Etienne), Maurin (Jean), Guillet (Edouard), Chartier (Pierre), Lamiral (Henri), Chaudey (Jean), Doré (Septime), Cordeau (Alexandre). Sciences (jeunes filles) : Bernard (Julia), Michotte (Jeanne), Melet (Marie), Delêtre (Isabelle), Thouvenin (Marie), Toussaint (Hortense), Renard (Marie), Bertrand.

1887 Mathématiques : Vessiot (Ernest), Hadamard (Jacques), de Tanneberg (Wladimir), Régis (Louis), Simonin (Louis), Delarue (Charles), Petot (Albert), Richard (Jules), Chabon (Jean), Dorlet (Jean), Renaux (Joseph), Puzin (Pierre), Martin (Paul). Spécial Mathématiques : Escalmel (André), Vacquant (Jean), Henry (Nicolas), Pierrot (Jean), Hugon (Charles), Sauvage

(Pierre), Cagnoli (Fernand), Cathelat (Claude), Falquès (Quentin), Mirguet (Charles), Thunin (Emile). Sciences (jeunes filles) : Delaprez (Juliette), Martin (Berthe), Venot (Marie), Verdeilhan (Charlotte), Sirguy (Anna), Colonna (Caroline), Bock (Marie), Bonenfant (Marie).

1888 Mathématiques : Bourlet (Charles), Lamaire (Napoléon), Picart (Théophile), Guitton (Gustave), Chevalier (Félix), Mosnat (Etienne), Mirman (Léon), Hugues (Marius), Esquirol (Jules), Pillon (Rémy), Ferval (Sylvestre), Grévy (Auguste), Daste (Jean), Lefrançois (Charles). Spécial Mathématiques : Ségonzac (Paul), Neveu (Henri), Giraud (Hector), Humbert (Paul), Thiébault (Joseph), Monsallut (Jean), Charbonnier (Paul). Sciences (jeunes filles) : Bussard (Berthe), Lhuillier (Marie-Louise), Allégret (Amélie), Dreuilhe (Adrienne), Frémont (Augustine), Saurou (Anne), Picot (Marie), Pasquier (Esther), Fourcade (Marie), Mauduit (Cécile).

1889 Mathématiques : Le Roux (Jean), Combet (Etienne), Levavasseur (Raymond), Bourgeois (Albert), Cels (Jean), Delassus (Etienne), Jacquet (Pierre), Cousin (Pierre), Bourgonnier (Alfred), Schlessier (Eugène), Soudée (Paul), Dauvin (Paul), Collin (Etienne). Spécial Mathématiques : Robin (Louis), Jouvent (Noël), Dubois (Louis), Brigodiot (Victor), Garde (Jules), Mouchel (Charles), Izarn (Antoine), Fitte (Lucien). Sciences (jeunes filles) : Cotton (Marie), Mme Serrière (née Henry, Fanny), Mlles Lépine (Julie), Bouvard (Louise), Mangin (Marie), Prouhet (Marie), Grosjean (Pauline), Saint-Auber (Berthe).

1890 Mathématiques : Naud (André), Bernheim (Alexandre), Mérieux (Henri), Onde (François), Kéraval (Edouard), Feugey (Julien), Chanzy (Lucien), Bernard (Gustave), Corot (Louis), Maluski (Alexandre), Bourget (Henri), Puig (Pierre). Spécial Mathématiques : Collardeau (Georges), Grémillot (Louis), Boutillier (Antoine), Verrier (Pierre), Roptin (Pierre). Sciences (jeunes filles) : Sales (Marie), Fritscher (Henriette), Wable (Louise), Dreyfus (Mathilde), Sébastien (Madeleine), Revert (Amélie), Dieudonné (Marie).

1891 Mathématiques : Cartan (Elie), Tresse (Arthur), Vintéjoux (Jean), Boulanger (Auguste), Bourbon (Hippolyte), Lebel (Jean), Lhébrard (Jean), Féraud (Adrien), Roche (Louis), Garin (Louis), Cotton (Emile), Claude (Emile), Humbert (Eugène). Spécial Mathématiques : Veyssière (Jean), Prudhomme (Louis), Dumont (Louis), Robin (Louis). Sciences (jeunes filles) : Duporge (Amélie), Dubois (Hélène), Bouffaron (Marie), Damisch (Caroline), Coustols (Angèle), Culot (Elise).

1892 Mathématiques : Borel (Félix), Lefebvre (Irénée), Rougier (Camille), Tourrès (Léon), Paoli (Jean), Thybault (Alexandre), Dufour (Georges), Colin (Edmond), Sanson (Hippolyte), Leau (Léopold), Abelin (Armann). (liste supplémentaire) Aubry (Nicolas). Spécial Mathématiques : Dupeyrat (Pierre), Lemoine (Eugène), Porchet (Paul), Linger (Alcide), Barès (Barthélemy), Boulonier (Eugène), Lebrun (Camille). Sciences (jeunes filles) :

Mme Collet (née Guinet, Rosalie), Mlles Amieux (Anne), Duros (Jeanne), Bérillon (Yvonne), Boué (Marie), Eisenmenger (Emma).

1893 Mathématiques : Mathieu (Henri), Binet (Ernest), Meyer (Maxime), Bourdier (Gabriel), Sibuet (Marcel), Pradet (François), Grumel (Jean), Dumont (Louis), Beudon (Jules), Arnould (Alfred), Bondieu (Louis), Millot (Louis), Verdier (Ernest). Spécial Mathématiques : Lefranc (Fernand), Martinaud (Jules), Mascaret (Jean), Sartre (Jean), Philippe (Pierre), Broca (Jean), Molles (Michel), Violette (Louis), Claisse (Augustin), Laley (François) & Raffalli (Joseph). Sciences (jeunes filles) : Meyer (Adèle), Renaud (Jeanne), Hallard (Eugénie), Poirot (Maria), Langard (Louise), Marsat (Marie).

1894 Mathématiques : Marotte (Francisque), Lapointe (Gaston), Commissaire (Hippolyte), Durand (André), Bocquet (Jules), Richard (Ernest), Pagès (Augustin), Zarembo (Stanislas), Loewenstein-Jordan (Stanislas), Chalory (Joseph), Marcoz (Joseph). Sciences (jeunes filles) : Picot (Marie), Faurens (Jeanne), Guinet (Alice), de Montille (Marie), Vessiot (Marthe), Le Boeuf (Marie), Préjean (Alice).

1895 Mathématiques : Perrin (Gabriel), Mineur (Paul), Baire (René), Marijon (Abel), Le Roy (Edouard), Lagrange (Paul), Cotton (Eugène), Lemaire (Edmond), Lattès (Samuel), Dulac (Henri), Mouthon (Gabriel), Rouyer (Léon), Radix (Auguste), Patou (Louis) Mathématique (jeunes filles) : Cahen (Rose), Vidal (Laure), Mehl (Louise), Bonnain (Marie).

1896 Mathématiques : Deroide (Henri), Husson (Albert), Vieillefond (Jean), Rigollet (Paul), Pluchery (Jean), Martineau (Joseph), Mathieu (Jacques), Lequintric (Pierre), Fouyé (Edouard), Rival (Laurent), Vignes (Eugène), Casabonne (Jean). Mathématique (jeunes filles) : Mme Curie née Sklodowska (Marie), Mlles Ducos (Marie), Mourgues (Eva) & Plicque (Madeleine).

1897 Mathématiques : Beghin (Henri), Montel (Antoine), Lebesgue (Henri), Lemaire (Henri), Baurens (Joseph), Weill (Emile), Lacaze (Hippolyte). Mathématique (jeunes filles) : Castella (Baptistine), Weill (Jeanne), Rozet (Thérèse), Porte (Marie).

1898 Mathématiques : Labrousse (Jean), Esclangon (Ernest), Bérard (Henri), Leconte (Théodore), Almérás (Camille), Roche (Louis), Michel (Charles), Volluet (Aristophane). Mathématique (jeunes filles) : Albert (Germaine), Busque (Françoise).

1899 Mathématiques : Clairin (Jean), Dauzats (François), Chollet (Pierre), Rocquemont (François), Genty (Emile), Rech (Charles), Guillet (Frédéric), Laureaux (Albert). Mathématique (jeunes filles) : Dubois (Juliette), Belval (Marthe).

1900 Mathématiques : Dubesset (Fernand), Albo (Achille), Julien (Marinus), Herlemont (Fénelon), Camman (Pierre), Serrier (Alexandre), Sauner (Charles), Fages (Paul). Mathématiques (jeunes filles) : Marin (Léonide), Dubois (Marguerite).

1901 Mathématiques : Desouches (Marcel), Fatou (Pierre), Maroger (Alphonse), Reveille (Jean), Roig (Sébastien), Foulon (Georges), Le Diouron (Yves), Roubau (Louis), Rousseau (Georges), Mesuret (Jean) Mathématiques (jeunes filles) : Janoty (Jeanne), Detchebarne (Marie).

1902 Mathématiques : Zoretti (Ludovic), Villat (Henri), Lery (Georges), Renaud (Jules), Caussé (Albert), Turmel (Paul), Méric (Baptiste), Génin (Ulysse), Huriez (Louis), Fraisse (Jean), Lhermitte (Jules), Sueur (Constant). Mathématiques (jeunes filles) : Rogez (Adèle), Bertrand (Laure), Blanguies (Lucie).

1903 Mathématiques : Sauvage (Ernest), Milhaud (Georges), Merlin (Jean), Courriades (Auguste), Fréchet (René), Vasseur (Joseph), Lévy (Albert), Pradel (Claude), Picardmorot (Eugène), Loye (Marius), Muxart (André), Galbrun (Henri). Mathématiques (jeunes filles) : Caron (Anna), Woirion (Jeanne).

1904 Mathématiques : Gambier (Bertrand), Rivoire (Pierre), Fauvernier (Georges), Traynard (Claude), Bruneau (Alexandre), Chatry (Louis), Martin (Eugène), Carrus (Sauveur), Rousier (Jean-Baptiste), Cambefort (Georges), Gros (Constant), Double-Olagner (Ernest), Dreyfus (Léon), Obriot (Gabriel) Mathématiques (jeunes filles) : Cartan (Annette), Dottain (Marie), Filon (Charlotte).

1905 Mathématiques : Denjoy (Armand), de Lapierre (Henri), Guerby (Jean), Chazy (Jean), Houdinière (Albert), Carette (Pierre), Divan (Fernand), Lambert (Armand), Fouché (Théophile), Rebeix (Maxime), Meinrath (Charles), Fort (Jean), Masson (Adolphe), Girard (Henri). Mathématiques (jeunes filles) : Debas (Marie), Duchaussoy (Madeleine), Dargent (Jeanne) & Grosjean (Jeanne).

1906 Mathématiques : Haag (Jules), Garnier (Edmond), Braud (Henri), Saint-Laguë (Jean), Caignon (Eugène), Marchal (Henri), Danelle (Paul), Ouvet (Edmond), Ladet (Armand), Janis (Adrien), Sizaire (Emile), Cahen (Armand) & Lechenet (Emile), Rebière (Auguste). Mathématiques (jeunes filles) : Bulan (Caroline), Delsart (Jeanne), Guillot (Anna), Mme Carissan (née Brun, Marie), Mlle Raymond (Marie).

1907 Mathématiques : Blondel (Lucien), Gau (Paul), Pouget (Edouard), Delcourt (Paul), Gosse (Pierre), Klein (Henri), Framboise (Emile), Coissard (Joseph), Thiébaud (Charles), Paillard (Louis), Ilivici (Ghidale), Prizac (Louis), Cordonnier (Jules), Mortagne (Gaston). Mathématiques (jeunes filles) : Lauzanne (Suzanne), Lefèvre (Alix), Mignon (Marie), Ullmann (Adèle), de Curel (Mathilde).

1908 Mathématiques : Valiron (Georges), Châtelet (Albert), Troussel (Jacques), Hennequin (Aimé), Marty (Joseph), Portalier (Alexandre), Anzenberger (Emile), Giret (Marcel), Defourneaux (Alexis), Got (Louis), Nourry (Eugène), Ranson (Henri), Forgeron (Lucien). Mathématiques (jeunes

filles) : Chandon (Edmée), Stieljès (Edith), Laurent (Eugénie), Meyer (Henriette), Fliess (Marie).

1909 Mathématiques : Andrieu (Martial), Gevrey (Maurice), Darmois (Georges), Michel (Louis), Dumarqué (Auguste), Soula (Jacques), Laurence (Jean), Viple (Paul), Caillet (Victor), Wotting (Marc), Brachet (François) & Fleuchot (Eugène), Decerf (Anatole), Catella (Abel). Mathématiques (jeunes filles) : Fontaine (Claire), Marty (Joséphine), Desroche (Jeanne), Schuster (Marie), Dajean (Rose)

1910 Mathématiques : Robert (Paul), Thiry (René), Turrière (Emile), Cerf (Georges), Cotty (Gaston), Sauvigny (Lucien), Favre (Pierre), Pélissier (Gabriel), Janet (Maurice), Lafore (Martial), Gateaux (René), Humbert (Camille), Franceschini (Joseph), Gaillard (Henri), Delmas (Emile), Carron (Jean-Baptiste). Mathématiques (jeunes filles) : Collet (Paul), Sandier (Juliette), Bertrand (Marthe), Graff (Marie), Bouvier (Clarice).

1911 Mathématiques : Chenevier (Pierre), Perès (Joseph), Giraud (Georges), Dedron (Marcel), Weber (Louis), Gonthiez (Georges), Levaxelaire (Georges), Dodier (Henri), Douchez (Jules), Sanselme (Marcel), Coulon (Jean), Rieurnau (Roger), Sire (Jules), Ménard (René), Nifenecker (Ferdinand), L'Hostis (Alexis), Gay (Albert), Guadet (Julien). Mathématiques (jeunes filles) : Souchon (Madeleine), Poncey (Jeanne), Collot (Hélène), Bèzes (Marguerite), Emin (Anna)

1912 Mathématiques : Tissier (Auguste), Flavien (Charles), Bouligand (Georges), Antoine (Louis), Langlamet (Pierre), Politzer (Marcel), Marchand (Paul) & Momal (Auguste), Gaudiot (Paul), Parmentier (Gaston), Doncker (Henri), Blum (Michel), Lafosse (Félix), Bresse (Charles), Lagorsse (Gabriel), Dubouis (Claude), Legrand (Raphaël), Ballongue (Alfred) Mathématiques (jeunes filles) : Barbier (Jeanne), Villieras (Germaine), Mouren (Marie), Frelin (Marguerite)

1913 Mathématiques : Deltheil (Robert) & Picardat (Maurice), Leroy (Florentin), Vimeux (Georges), Pugibet (Charles), Eyraud (Adolphe), Poumier (Jean), Bouilloud (Joseph), Piglowski (Jean), Martin (Michel), Durand (Charles) & Lebailly (Gustave), Marty (Marcel), Bertrand (Georges) & Lafosse (René) & Monpeurt (Georges) & Neollier (Louis). Mathématiques (jeunes filles) : Demoré (Madeleine), Dionot (Marceline), Gressin (Léonie).

1914 Mathématiques : Antoni (Camille), Barbier (Georges), Bernard (Emile), Berthiot (Henri), Coti (Lucien), Deffayet (Charles), Desforge (Julien), Dontot (René), Gallot (Fernand), Gusse (François), Israël (Julien), Julia (Gaston), Lambert (Paul), Magron (Paul), Marcantoni (Simon), Marcus (Osée), Marie (Alphonse), Martin (Jean-Baptiste), Mentré (Paul), Mercier (Léon), Morel (Hubert), Mourret (Jean), Sourd (Jules), Tanière (Lucien), Trouillas (Clément), Vanneufville (Roger), Varchon (Joseph), Vian (Henri), Vidil (Roger). Mathématiques (jeunes filles) : Velut (Germaine), Bernard (Claire), Joly (Jeanne).

1915 Mathématiques (jeunes filles) : Capdeville (Marie), Lefranc (Marie).

1916 Mathématiques (jeunes filles) : Canaby, Pousse, Mme Nadal née Baudeuf.

1917 Mathématiques (jeunes filles) : Tertois, Roux, Delattre, Martin, Taverne.

1918 Mathématiques (jeunes filles) : Verrieux, Küss, Cohen. **1919** (Concours normal) Mathématiques : Léger, Collet, Leroux, Lancelot; (mutilés) Vaultot, Pons, Mahé; (anciens admissibles) Finot, Garnon. Mathématiques (jeunes filles) : Maurin, Mme Castel (née de Guéraldi), Mlle Caroni.

1919 (Concours spécial) Mathématiques : Flamant, Morel, Benoît, Sartre, Prulhière, Delbouis, Métral & Schmidt, Lecomte, Delens, Millet, Roy, Vuillard, Mahuet, Galetti; (mutilés) Perrachon; (anciens admissibles) Dumas & Raymond.

1920 Mathématiques : Mlle Chaumont (Madeleine), M. Rousseau (Alfred), Mlle Parize (Georgette), M. Rabatel (André), Someyre (Auguste); (anciens admissibles) Angelloz-Pessey (Joseph), Perfetti (François), Bayle (Maurice), Quénameur (Tancrede); (concours spécial) Ninin (Gaston), Jacques (Raymond), Rambaud (Alexandre), Saporte (Jean), Balmain (Henri), Darves-Bonoz (Roger), Jardillier (Charles), Duchemin (Eugène), Desbats (Jean), Bazerque (Félix) & Labrunie (Louis), Degeorge (Henri), Ellies (Jean), Francillon (Armand), Delcourt (émile), Chanier (Jean), Durupt (Paul), Génin (Henri), de Sarrau (Jehan), Bellocq (Daniel) & Bernard (Jean), Benoît-Gonin (Jules) & Cazes (Antoine) & Mirante-Péré (Jean-François), Dubois (Georges); (mutilés et réformés) Ferrieu (Roger), Gary-Bobo (Alider), Pasqualini (Célestin); (anciens admissibles) Deperrois (Georges), Meyer (Georges), Estève (Raymond), Ranson (Eugène), Costabel (Armand) & Davy (Paul) & Mirabel (Gaston) & Texier (Gabriel). Mathématiques (jeunes filles) : Guitel (Geneviève), Chastanet (Anne), Colas (Germaine), Pannetier (Henriette), Hollier (Marthe), Merchier (Gabrielle).

1921 Mathématiques : Mineur (Henri), Dutilheul (Paul), Milloux (Paul), Piétri (Roland), Eybert (Raoul), Petiet (Pierre), Costantini (François), Dumas (Henri), Thovert (Georges); (Alsaciens-Lorrains) Hubschwerlin (édouard); (concours spécial) Lagrange (François), Bouffard (Jean), Perrichet (André), Picardat (René), Jacquemart (Eugène), Martenot (Lucien), Lalande (Jean), Bizos (René), Blaquièrre (Victor), Tutenuit (René), Dassonville (émile) & Vincensini (Paul); (anciens admissibles) Mitault (Henri) & Perrier (Paul), Singier (Gaston), Dufaut (Joseph). Mathématiques (jeunes filles) : Vaille (Suzanne), Arnould (Marie-Louise), Pommier (Emma), Castagni (Marguerite) & Lacape (Simone), Dodero (Jeanne), Dumay (Amélie), Lacroix (Marguerite)

1922 Mathématiques : Chazel (Maurice), Légaut (Marcel), Deschamps (François), Bennezon (Jean), Chattelun (Lucien), Vany (Pierre), Couderc (Paul), Féraud (Lucien), Pellat (Pierre), Long (Louis); (concours spécial)

Bernard (Antoine), Convers (Camille), Prévot (Albert), Gonneau (Pierre), Bessot (Paul), Amsler (Jean), Valiron (René), Desfont (Sylvain), Chanel (Georges), Seguin (Pierre), Berlande (Auguste), Beisson (Marcel), Carrère (Gaston); (anciens admissibles) Bellivier (André), Naucelle (Louis), Reynaud (Georges), Villebrun (Léon). Mathématiques (jeunes filles) : Prat (Germaine), Mme Rambaud (née Berge, Danielle), Mlle Astier (Denise), Mme Chazottes (née Wieme, Léonie), Mlles Renvoisé (Renée), Viollet (Hélène), Dietz (Madeleine), Desroche (Germaine).

1923 Mathématiques : Cagnat & Thiberge, Bastien, Guyou, Finas, Robert (Pierre), Thorez, Renard, Faucheux & Verrière, Franch, Raffaelli, L'Hévéder; (concours spécial) Marion, Cholez, Louvet, Termat, Rémondin, Venencie; (anciens admissibles) Morguet, Sencheisen. Mathématiques (jeunes filles) : Félix, Mabelly, Cadillon, Cazelles & Goupil, Latuner, Mme Dreyfus, Mlles Jouzeau & Raffin.

1924 Mathématiques : Dubourdieu, Petrus, Guérard des Lauriers, Favard & Nicolas, éluecque, Vasseur, Mazet, Berbiere, Le Jeannic, Ada, Wolfender, Toussaint, Busser, Delefosse,, Balliccioni, Barthelet & Delloué & Fiquemont; (concours spécial) Bréchet, Réault, Barbier & Rossignol; (anciens admissibles) Carreau; (Alsaciens-Lorrains) Billmann. Mathématiques (jeunes filles) : Burg, Jacquemard, Lafourcade, Boivin, Mme Denoyelle, Mlles Alzieu, Mazard, Mme Thiédot.

1925 Mathématiques : Weill, Barbotte, Aunis, Delsarte, Pelletier, Dollon, Rivet, Itard, Fontaine, Albert & Courrier, Multon, Caire, Cahn & Lemoine, Briant, Labérenne & Papillon; (concours spécial) Clermont, Denimal; (anciens admissibles) Herme, Froyer. Mathématiques (jeunes filles) : Perroon, Bouchon, Momal, Delatre, Leroy, Mme Nicolas, Mlles Grégoire, Fénart, Laurent, Fossaert

1926 Mathématiques : Dubreuil, Carton, Pinty, Coulomb, de Caumont, Piedvache, Grenier, Moxavon, Blanc, Vidal, Barrué, Deby, émanuély, Authier, Honnorat, Boutin & Renaud & Robba; (Alsaciens-Lorrains) Thissié, Rauch. Mathématiques (jeunes filles) : François, Robert, Noël, Bordron (Madeleine), Barnier (Marie-Louise), Legrand, Brey, Goukowski (Nina)

1927 Mathématiques : Dieudonné (Jean), Maillard (Roland), Brelot (Marcel), Poncin (Henri), de Possel-Deydier (René), Keromen (Joseph), Badiou (Raymond), Schirmer (Pierre), Marvillet (Henri), Mlle Curie (Germaine), MM. Ehresmann (Charles), Chaux (Georges), Chazal (Maurice), Lerat (Gaston), Decap (Roger), Reboul (Roger), Collinet (Michel), Couffignal (Pierre), Debauges (Paul). Mathématiques (jeunes filles) : Delale (Lucie), Mme Rives (née Félix, Félicie), Mlles Budon (Jeanne), Veisson (Simone), Choffel (Berthe), Chemin (Yvonne), Boulanger (Antoinette), Lévy (Fanny)

1928 Mathématiques : Herbrand (Jean), Hocquenghem (Alexis), Brille (Jean), Boos (Pierre), Bourion (Georges), Latour (Paul), Hébert (Yves),

Fauré (Joseph), Mazé (Emile), Noat (Alexandre) & Philippe (Adrien), Saint-Jean (Marcel), Andréani (Jacques) & Samuel (Esra), Bertheau (Henri), Ruscher (Rodolphe), Neumeister (Robert), Mendes (Isaac). Mathématiques (jeunes filles) : Bourgin (Marie), Pillevesse (Suzanne), Affre (Suzanne) & Arnaud (Marguerite) & George (Isabelle), Busch (Simone) & Hartenberger (Renée), Michel (Marie-Louise).

1929 Mathématiques : Meynieux (Robert), Leray (Jean), Chevalley (Claude) & Mlle Jacotin (Marie), MM. Brisac (Robert), Boullenger (Henri), Adler (dit Bresse, André), Cochin (Louis), Frémin (Edmond), Thonon (Paul), Etienne (Octave), Grèze (Jean), Laborde (Maxime) & Lefrançois (André), Chauvin (André), Sizaire (André), Miellou (Edmond), Evrard (Paul), Godard (Pierre), Huisman (André). Mathématiques (jeunes filles) : Allary (Paule), Raynal (Nelly), Costes (Emilienne), Waroux (Marie), Canton (Lina), Fourneau (Elisabeth), Blanchard (Suzanne), Crist (Germaine), Brusset (Emmanuelle).

1930 Mathématiques : Théron (Pierre), Brun (Jules), Durix (Marcel), Gerbaud (Philippe), Cossard (Edouard), Devisme (Jacques), Jacob (André), Durrande (Joseph), Fouché (André), Poix (Robert), Jullien (Marcel), Renauld (Ernest), Laforêt (René) & Piedvache (Charles), Péjourt (Bernard), Francis (Jean) & Oneto (Jean), Choné (Robert), Boullemier (Léon). Mathématiques (jeunes filles) : Esvan (Louise) & Masson (Louise), Sarda (Marie), Campenon (Yvonne) & Roussin (Madeleine), Degueurce (Louise), Denand (Marcelle), Escourrou (Jeanne).

1931 Mathématiques : Marty (Frédéric), Monbureau (André), Magnier (André), Gounon (André), Pailloux (Henri), Ostenc (Emile), Pognand (Maurice), Bruce (Robert), Bosq (Marceau), Lefebvre (Roger), Massiet (André), Favielle (René), Favard (Aimé) & Pochard (Henri), Marchal (René), Andreu (Louis) & Desbouillons (Roger), Cohen-Bacrie (Raoul) & Ducloux (Paul). Mathématiques (jeunes filles) : Leconte (Suzanne), Berçot (Denise), Marx (Suzanne), Grisostomi (Marie), Devisme (Odette), Mme Cervoni (Eva), Mlles Morel (Rose), Perroud (Blanche).

1932 Mathématiques : Pisot (Charles), Gouyon (René), Lemaesquier (Pierre), Commeau (Joanny), Anglade (Ernest), Ville (Jean), Durand (Simon), Barrège (Roger), Zettwoog (Roland), Charlier de Chily (Victor), Bertrand (Paul), Chalet (Henri), Canapale (Roger), Angeletti (Yves), Bay (Albert), Decuyper (Marcel) & d'Orgeval-Dubouchet (Bernard), Buquet (Armand), Chabauty (Claude), Bretagnolle (Roger) & Jaguin (Arsène). Mathématiques (jeunes filles) : Aubouy (Gabrielle), Serres (Pierrette), Fauveau (Berthe) & Fournié (Francine), Thévenon (Suzanne), Masson (Madeleine), Beauvallet (Antoinette), Duret (Paule), Durrieu (Lucienne).

1933 Mathématiques : Roger (Frédéric), Bassat (Victor), Capelle (Jean), Bousquet (Edmond), Coutard (Jean), Benneton (Gaston), Mlle Gouard (Christiane), MM. Heilbronn (Georges), Liotier (Henri), Dugué (Daniel), Mouton (Fernand), Chauvineau (Jean), Lauchard (Paul), Fribourg (Jean),

Gircourt (André), Pauc (Christian), Michel (Georges), Minois (Serge), Repellin (Elie), Cabuzel (Serge) & Fauvernier (Georges), Halphen (Etienne); (candidat étranger) Fatémi. Mathématiques (jeunes filles) : Monthélie (Suzanne), Cridlig (Zoé) & Mme Pochard (née Tourtel, Marcelle), Mlles Muot (Cécile), Delaroche (Louise) & Girardin (Adèle) & Protin (Simone).

1934 Mathématiques : Kuntzmann (Jean), Lerallut (Henri), Eger (Max), Coissard (Maurice), Lebossé (Camille), Stouff (Bertrand), Castagner (René), Fortet (Robert), Ninet (Jean), Challeat (Pierre), Barathieu (Paul) & Crozes (Yves) & Mette (André), Lelong (Pierre), Cusset (Roger) & Deschamps (Georges) & Escorne (Albéric), Collin (Jules) & Hemery (Corentin) & Lenfle (Aristide). Mathématiques (jeunes filles) : Roussel (Claire) & Mme Saint-Guily (Elvire), Mlles Hillion (Louise), Couturier (Marcelle), Lacroix (Marguerite), Charbonnier (Hélène), Clavier (Mireille) & Pourrut (Jeanne).

1935 Mathématiques : Delange (Hubert), Malécot (Gustave), Smétana (Paul), Chambrial (André) & Guilbaud (Georges), Plomion (Georges), Cattelain (Fernand) & Lemaître (Pierre), Gallissot (François), Rozoy (François), Jallaguiet (Charles), Aubineau (Yves) & Costabel (Pierre), Prévost (Georges), Marty (Rémi) & Rousseau (Paul), Dussol (Georges), Mayot (Marcel), Giraud (Georges). Mathématiques (jeunes filles) : Brulard (Jacqueline), Traon (Elise), Bousquet (Marie-Louise), Mme Roger (née Chevet, Hélène), Mlles Tarnus (Suzanne), Colin (Huguette), Fournery (Suzanne).

1936 Mathématiques : Chevalier (Pierre) & Dufresnoy (Jacques), Lichnérowicz (Léon), Legras (Jean), Colmez (Jean), Lévy (Jacques), Argou (Jean), Crouzet (Pierre), Rousseau (Jean), Boutron (Armand) & Hoang, Rostolland (Emile) & Roubine (Elie), Marec (Ernest), Chêtelet (François) & Chenon (René), Charlier de Chily, Lobry (Marcel) & Pharabod (Paul), Faverge (Jean), Moncamp (Raymond) & Schaeffer (Henri) & Thomas (René); Le nom de Hoang, classé à titre colonial "10e bis", n'apparaît pas dans l'arrêté. Mathématiques (jeunes filles) : Champetier (Jeanne), Lhuillier (Marguerite), Cazajus (Adrienne), Denel (Renée), Charpentier (Marie), Vasseur (Suzanne), Daurelle (Germaine), Torrelli (Marie-Thérèse), Lecoq (Arlette) & Plenneau (Lucienne).

1937 Mathématiques : Choquet (Gustave), Schwartz (Laurent), Bouzitat (Jean), Bleas (Roger), Crenn (Robert), Queysanne (Michel), Lentin (André), Revuz (André), Galvani (Octave) & Pham, Lachaud (Roland), Marrot (Raymond), Bodiou (Georges), Lamenardie (Jean), Bouix (Maurice), Deleau (Marcel), Beaurin (Jean), Euzen (Henri), Ruff (Paul), Salanskis (Hija), Ruguet (André), Chevet (Jean) & Espenel (Georges), Cochet (Prosper) & Monjallon (Albert) & Siros (Jacques); Le nom de Pham est rayé dans l'arrêté. Mathématiques (jeunes filles) : Mme Chattelun (née Martin, Marcelle), Mlles Masson (Madeleine), Amiot (Edmée), Mme Revuz (née Chazottes, Germaine), Mlle Warot (Louise), Mme Sandrieux (née Morel, Marguerite), Mlles Régis (Madeleine), Valabrègue (Odette), Capelle (Noëlle).

1938 Mathématiques : Gauthier (Luc), Khantine (Pierre) & Martin (Pierre), Riche (Julien), Semah (Lucien), Nataf (André), Maillot (Louis), Euvrard (Maurice), Balibar (Jean) & Campbell (Robert), Mercier (René), Aubry (Pierre), Zinger (Wolf), Lespinaud (Victor), Casanova (Gaston) & Guelfi (François), Serruques (Jean), Couchet (Gérard), Deny (Jacques) & Millier (Fernand) & Teboul (Marcel), Moliné (René), Bocquet (Cyprien) & Braud (Jean) & Briquet (André), Lamarque (Georges) & Samuel (Julien), Pasquier (Firmin), Feldbau (Jacques) & Sauvan (Roger), Brousseau (Francis) & Martin (Henri), Hermant (Jean) & Messenger (Jacques). **Mathématiques (jeunes filles)** : Piolle (Mireille), Lavelle (Marie-Jeanne), Weil (Denise), Pigeon (Pierrette), Roger (Marie-Jeanne), Thiennot (Suzanne), Mme Guédès (née Girault, Camille), Mlles Kuntzmann (Marie-Jeanne), Mahut (Mauricette), Bédon (Anne-Marie), Mauras (Marthe), Viguier (Yvonne).

1939 Mathématiques : Apery (Roger) & Mlle Ferrand (Marie), MM. Tinland (Jean), Arbault (Jean), Momet (Pierre), Le Squin (Jean), Thionet (Pierre), Courtois (Jacques), Selosse (Pierre), Mlle Rothschild (Colette), MM. Lesieur (Léonce), Kromm (Martin), Signoret (Jean-Pierre), Vachin (Charles), Chevallier (Jean), Chapgier-Laboissière (Henri), Henaff (Alain), Ninot (André), Brousse (Pierre) & David (Marcel), Nuss (Jean), Fajadet (Jean), Huron (Roger), Méric (Pierre), Lussiaa-Berdou (Pierre), Jullien (Jean) & Monge (Maurice), Klein (Joseph), Demoulin (Henri), Guilbert (Pierre) & Rocher (Pierre) & Vincensini (François); (classement spécial) Viatte (Charles), Lebuffe (Auguste), Guitton (Robert). **Mathématiques (jeunes filles)** : Davoult (Yvonne), Chenneville (Jeanne), Bertrand (Geneviève), Caunésil (Geneviève), Métayer (Jeanne), Ricordel (Denise), Clocher (Jacqueline), Aguillon (Hélène), Vayssac (Paule), Mme Beauvillain (Jeanne) & Mlle Royer (Elise).

1940 Mathématiques (jeunes filles) : Cartan (Hélène), Couquerque (Suzanne), Vors (Marie), Herzog (Jeanne), Gourdet (Alice), Miquel (Marguerite), Mas (Marguerite), Mme Jurgensen, Mlles Viple (Simone), Weill (Odette), Massimi (Marie), Geais (Anne-Marie).

1941 Mathématiques : Durup (Edgar), Châtelet (Jean), Ramis (Edmond), Gasiglia (Paul), Rivaud (Jacques), Vivien (Fernand), Pham (Tin Quat), Mme Dubois (née Blaise, Violette), MM. Leclair (Adolphe) & Taton (André), Pennaneac'h (Francis), Marchand (Henri), Blanc (Henri) & Pernet (Roger), Girard (Robert) & Jacquemont (Gaston); (classement spécial) Walusinski (Gilbert), Beulaygue (Marius), Coquet (Pierre), Grandhomme (François). **Mathématiques (jeunes filles)** : Gey (France), Boulay (Gilberte), Audemard (Andrée), Lescot (Christiane), Calus (Janine) & Pinatel (Charlotte), Vileneuve (Alice), Gugnion (Henriette), Machicot (Marie-Thérèse), Tessereau (Christiane).

1942 Mathématiques : Hervé (Michel), Lefort (Guy), Belgodère (Paul), Delachet (André) & Écalle (Robert), Rey (Jean), Pariselle (Maurice), Germain (Paul) & Plaindoux (Gilbert), Drivas (Georges), Lafaurie (Rémy), Llensa (Georges). **Mathématiques (jeunes filles)** : Mme Chennevier-Dontot

(Andrée), Mlles Lanne (Jeanne), Raibaud (Andrée), Lepape (Marie-Madeleine), Rouquès (Germaine), Mme Amsler (née Chipart, Elisabeth) & Mlle Sérafino (Eveline), Mlles Javelle (Raymonde), Vendeur (Colette), Etienne (Suzanne) & Mme Le Gaudu (née Varlet).

1943 Mathématiques : Brillouet, Koszul, Soucasse, Godement, Benmérah, Clerc, Pépin, Juin, Dequatre & Bontemps & Paintandre, Onimus, Chazelas, Vialles, Gitton. Mathématiques (jeunes filles) : Bleuzen (Paule), Aïtoff (Marie), Thévenin (Marguerite), Mandrou (Elise), Pierson (Marguerite), Doussain (Jeanne), Escande (Madeleine), Bouloin (Marie-Joséphine) & Chaumont (Gilberte).

1944 Mathématiques : Dixmier (Jacques), Flory (Georges), Samuel (Pierre; classement spécial), Guaydier (Pierre; classement spécial), Martin (Yves), Moreau (Jean), Thiry (Yves), Casal (Pierre) & Tortrat (Albert), Lorrain (Jean), Tines (Albert), Roussel (Paul; classement spécial), Damblans (Jean) & Vallée (Michel), Château (Georges), Chauvin (André), Breton (Jean), Burgade (René), Penciolelli (François; classement spécial). Mathématiques (jeunes filles) : Haouy (Renée), Libermann (Paulette), Huet (Andrée), Clément (Lucie), Bock (Paulette), Bass (Geneviève), Malaise (Yvette), Dupuy (Madeleine), Sanouillet (Augustine), Sérafino (Henriette), Pinault (Marie), Camous (Renée), Quantin (Antoinette), Faux (Marguerite), Ancel (Geneviève), Gouère (Marie-Madeleine), Ulmo (Jeanine).

1945 (Concours normal) Mathématiques : Deheuvelds, Bonteloup (concours spécial), Pelletier & Kadosch, Troué, Gachet (concours spécial) & Olive, Nordon (concours spécial), Duma & Lemaire & Leroy, Espitallier, Carol (concours spécial) & Marchand, Michaud & Saint-Guily (concours spécial), Simon, Arnould & Raffin, Bouchat & Méallars & Sénécat (concours spécial), Gourvès, Langumier (sp). Mathématiques (jeunes filles) : Dufont, Mathieu, Baillette, Mercier-Brohard (concours spécial), Feuilleux, Poirmeur, Cartailhac, Janson, Gaiffe, Reynier, Ferrero & Pidoux, Bourdon & Tardy. **1945** (Session spéciale de décembre) Mathématiques : Debreu, Souriau, Chigot, Baglin, Riss, Trou, Brunel, Girard, Boiteux, Pallu de la Barrière, Zamanski, Marceil, Naud.

1946 Mathématiques : Berrard, Néron, Croisot, Pechmajou, Duvert, Parreau, Schmiedt, Fourès, Thom, Daignères, Mirgaux, Boclé, Malliavin, Falcou, Donnart, Bouez, Guelfucci; (concours spécial) Combes, Cabannes, Mauguin, Glaeser, Delassus, Demonget, Lefranc, Chouchan, Girault, Bellier, Berchon, Guillope. Mathématiques (jeunes filles) : Bruhat, Bodin-Hullin, Fontanel, Talbot, Guitonneau, Glass, Germain, Olivier, Bigeon, Colas, Lignée, Coche, Strauss, Orain, Barthès, Grangeon, Berthet, Receveur & Morlet-Villers & Vigny.

1947 Mathématiques : Pfeifer, Lazard, Boughon, Dolbeaux, Sauser, Neyret, Streiff, Vibes, Dautrevaux, Pallarès, Manus, Giroud, Charles, Monestier, Aubert, Classer, Legrand, Lefebvre, Souilla, Sturer, Causse & Chaliier;

(concours spécial) Frenkel, Refreu, Bérard, Benheim, Binet, Bouvier, Surault, Imbert. Mathématiques (jeunes filles) : Ranson & Sec-Bidstein, Véran, Leroy, Labrunie, Morand, Marquet, Vidal, Lapointe & Martin, Desormières, Dequoy, Chambran & Garcin, Lecointe, Puget, Cheneau & Favre, Mouffard, Montjotin & Pizette, Serullaz ; (concours spécial) Mme Zamanski-Hervé.

1948 Mathématiques : Serre, Roseau, Peronny, Jeangirard, Nahon, Clodic, Poitou, Descombes, Richard, Faugerolle, Amar, Brocard, Depaix & Sauvadet, Marcout, Poisson, Marty, Bresle, Lacombe, Leylaverigne, Simonin, Leguervenef, Vannier, Destang & Duclos, Iss, Jaffard, Martin, Taille, Barbance & Leboutet, Courtial, Proulle, Zakovitch ; (concours spécial) Ehrhart, Lévy-Bruhl. Mathématiques (jeunes filles) : Enjalbert, Carbonatto, Lissacq, Thauvin, Jardon, Couty, Guyard, Méténier, Michel, Zamanski, Le Gal, Convers, Thibault, Dumont, Donzel, Vivier, Ferré, Lefèvre, Aillaud, Dacier, Spanjaard.

1949 Mathématiques : Crestey & Kahane, Génauys, Dubos, Vautard, Bourion, Lalaguë, Logeay, Kastler, Delpla, Limbourg, Gastinel, Herz, Jobert, Ferrieu, Mercier, Paty, Loywyck, Talagrand, Christol & Guerber. Mathématiques (jeunes filles) : Barral, Lecointre, Chambron, Holfeld, Estival & Vian, Retsch & Bieillescazes, Grelot, Vollaie, Teissier, Gohier, Prévot, Petiot, Bérard.

1950 Mathématiques : Lions, Laurent, Chabert, Blanchard, Fouques, Cerf, Godefroy, Aragnol, Bernard, Roumieu, Malatian, Pougnet, Portier, Ardon, Donedu, Abadie, Lagrange, Lenoir, Lannou, Malgrange, Gillet, Courty & Noyer, Guérindon, Crubellier, Falgas, Avignant, Ferré & Lecomte. Mathématiques (jeunes filles) : Comte, Giraudot, Novaro, Loquineau, Tison, Bocquet & Denis, Montet, Dupuy, Rivayrol, Chiffre, Grandsard, Haegel, Lombard.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1895.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

On donne un ellipsoïde E qui, rapporté à ses plans principaux, a pour équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

et une sphère de rayon r et de centre $A(x_0, y_0, z_0)$.

On considère les quadriques S qui sont tangentes à tous les plans tangents communs à la sphère et à l'ellipsoïde E ; du point A on abaisse une normale AP sur l'une des quadriques S et au pied P de cette normale on mène le plan tangent Π à cette quadrique.

1° Prouver que le plan Π est le plan polaire du point A par rapport à une surface H_p , homofocale à l'ellipsoïde E , représentée par l'équation

$$H_p = \frac{x^2}{a^2-p} + \frac{y^2}{b^2-p} + \frac{z^2}{c^2-p} - 1 = 0$$

2° Prouver que le plan Π est le plan polaire du point A par rapport à l'une des quadriques S ; prouver qu'il est aussi un plan principal pour une autre de ces quadriques. Les réciproques de ces propositions sont-elles vraies?

3° Par tout point M de l'espace il passe trois plans Π polaires du point A par rapport à trois quadriques H_λ, H_μ, H_ν du système homofocal. Exprimer les coordonnées du point M en fonctions des paramètres λ, μ, ν .

Déduire des expressions ainsi obtenues le lieu des points M pour lesquels les trois plans Π sont rectangulaires.

4° Trouver ce que deviennent les expressions des coordonnées du point M , soit quand ce point est sur la développable enveloppée par le plan Π , soit quand il se trouve sur l'arête de rebroussement de cette développable. En conclure le degré de la développable et la nature de son arête de rebroussement.

5° Tout plan Π coupe la développable suivant la génératrice de contact et suivant une conique. De quelle espèce est cette conique? En connaît-on des tangentes remarquables?

6° Trouver le lieu des foyers de ces diverses coniques.

Schur Algebras and Representation Theory

S. MARTIN

The only comprehensive and up-to-date treatment of Schur algebras and their quantum analogues. Suitable for researchers in algebra.

£30.00 net HB 0 521 41591 8 248 pp. 1994
Cambridge Tracts in Mathematics 112

Now in paperback

Some Random Series of Functions

Second Edition

J-P. KAHANE

'Kahane's book is more like a ramble through fine countryside. At every mile one is rewarded with a singing waterfall or an old farmhouse, and at virtually every step with a new wayside flower.'

Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society

£19.95 net PB 0 521 45602 9 316 pp. 1993
Cambridge Studies in Advanced Mathematics 5

Now in paperback

The Banach-Tarski Paradox

STAN WAGON

The Banach-Tarski paradox is examined in relationship to measure and group theory, geometry and logic.

'... this beautiful book is written with care and is certainly worth reading.' *Mathematical Reviews*

'... a readable and stimulating book.'

American Scientist

£15.95 net PB 0 521 45704 1 253 pp. 1993

Now in paperback

Numbers and Functions

Steps into Analysis

R. P. BURN

The novel approach to rigorous analysis offered here is designed to enable students to grow in confidence and skill and thus overcome their traditional difficulties.

£14.95 net PB 0 521 45773 4 352 pp. 1993

Two-dimensional Homotopy and Combinatorial Group Theory

Edited by C. HOG-ANGELONI, W. METZLER and A. J. SIERADSKI

The latest algebraic results and their applications to 3- and 4-dimensional manifolds are dealt with. The geometric nature of the subject is illustrated to the full by over 100 diagrams. No other book covers all these topics.

£25.00 PB 0 521 44700 3 424 pp. 1993
London Mathematical Society Lecture Note Series 197

Now in paperback

Local Representation Theory

Modular Representations as an Introduction to the Local Representation Theory of Finite Groups

J. L. ALPERIN

'... a beautifully written book. Anyone wishing to learn the fundamental facts of Brauer's theory of blocks cannot do better than to begin his study with this text.'

Bulletin of the London Mathematical Society

£14.95 net PB 0 521 44926 X 192 pp. 1993
Cambridge Studies in Advanced Mathematics 11

Now in paperback

Algebraic Graph Theory

Second Edition

N. BIGGS

In this substantial revision of his excellent book Professor Biggs has taken the opportunity to clarify and update the text, whilst leaving the structure unchanged. This will be essential reading for all combinatorialists.

£14.95 net PB 0 521 45897 8 210 pp. 1994
Cambridge Mathematical Library

The Algebraic Characterization of Geometric 4-Manifolds

J. A. HILLMAN

This book covers the characterization of closed 4-manifolds in terms of familiar invariants such as, Euler characteristic, fundamental group, and Stiefel-Whitney classes.

£19.95 PB 0 521 46778 0 180 pp. 1994
London Mathematical Society Lecture Note Series 198

For further information write to Giulia Williams at the address below
or email us on science@cup.cam.ac.uk.

Please call 0223 325970 to order any Cambridge book on your credit card.



CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

The Edinburgh Building, Cambridge CB2 2RU, UK.

YOURI MATIASSEVITCH¹

Institut de Mathématiques Steklov & Université de St. Pétersbourg²

Traduit de l'Anglais³ par François Gaillard et Denis Richard

Le nom de Julia Robinson ne peut pas être séparé du dixième problème de Hilbert. C'est l'un des 23 problèmes posés par David Hilbert en 1900. Dans cette fameuse adresse [4], le paragraphe réservé au dixième problème est si court qu'on peut le citer ici dans son intégralité (*):

10. Entscheidung der Lösbarkeit einer diophantischen Gleichung.

Eine diophantische Gleichung mit irgendwelchen Unbekannten und mit ganzen rationalen Zahlkoeffizienten sei vorgelegt : *man soll ein Verfahren angeben, nach welchen sich mittels einer endlichen Anzahl von Operationen entscheiden läßt, ob die Gleichung in ganzen rationalen Zahlen lösbar ist.*

Le dixième problème est le seul des 23 qui soit (dans la terminologie actuelle) un *problème de décision*, c'est-à-dire un problème qui se décompose en une infinité de problèmes particuliers qui demandent une réponse par OUI ou NON. Le coeur du problème de la décision est la recherche

¹ Note de traduction française sur la transcription des caractères cyrilliques. Le présent texte adopte parfois une transcription particulière, afin de permettre une meilleure prononciation.

² Youri Matiassevitch est diplômé de l'Université d'Etat de Léninegrad, et a effectué ses travaux de thèse à l'Institut Steklov de Mathématiques, branche de Léninegrad. Son nom est devenu mondialement connu en 1970, quand il a franchi la dernière étape qui manquait à la "solution négative" du dixième problème de Hilbert. Il a reçu pour cela le grade de Docteur ès Sciences en 1973, et l'Académie des Sciences de l'URSS lui a attribué, en 1980, le Prix de Mathématiques A.A. Markov (senior). Il est actuellement, à Saint Pétersbourg, chercheur à l'Institut Steklov et professeur à l'Université. Son domaine habituel de recherche est la logique et la théorie des nombres. Il est invité dans de nombreuses Universités et prononce des conférences en Anglais et même en Français. Il a fait quatre séjours en France, sur invitation, au Congrès de Nice en 1970, à Orsay en 1983 et en 1992, au LLAIC1 de Clermont-Ferrand en 1992 et 1993. Il vient de publier un livre en Russe sur le dixième problème de Hilbert "Diessiatia Problema Guilberta", Editions Nauka, Moscou. La traduction anglaise est parue aux MIT Press, et la traduction française paraîtra aux Editions Masson.

³ Traduction de l'article intitulé "Yuri Matijasevich, My collaboration with Julia Robinson", paru dans la revue américaine *The Mathematical Intelligencer* (Springer, New York), vol.14, no.4, 1992, pp.38-45; voir les corrections vol.15, no.1, 1993, p.75. Cette revue est éditée par Springer-Verlag New York, Publishers, 175 Fifth Avenue, New York, New York 10010, USA. Cette traduction a été complétée et revue par l'Auteur.

(*) Note de traduction française (NDT). 10. Détermination de la possibilité de résoudre une équation diophantienne. On donne une équation diophantienne avec un nombre quelconque d'inconnues et avec des coefficients numériques rationnels entiers : *on indiquera un procédé pour déterminer en un nombre fini d'opérations si l'équation est résoluble en nombres entiers rationnels.*

d'une méthode unique capable de fournir une réponse à tous ces problèmes particuliers. Depuis l'époque de Diophante, les théoriciens des nombres ont trouvé des solutions à un grand nombre d'équations diophantiennes, et ont établi aussi la non-résolubilité(**) d'un grand nombre d'autres équations. Malheureusement, pour différentes classes d'équations, et même pour différentes équations particulières, il a été nécessaire d'inventer des méthodes spécifiques et différentes. Ce que demande Hilbert, c'est une méthode *universelle* pour décider de la résolubilité des équations diophantiennes.

Un problème de décision peut être résolu dans un sens positif ou négatif, en découvrant un algorithme approprié, ou en montrant qu'il n'en existe aucun. Dans sa conférence [4], Hilbert a prévu la possibilité de solutions négatives pour certains problèmes mathématiques, mais c'est seulement trente ans plus tard que A. Church, A. Turing, E. Post et d'autres logiciens ont donné, pour un algorithme, une définition générale mathématique nécessaire pour montrer qu'un certain problème de décision est insoluble.

Je dois commencer l'histoire de ma collaboration avec Julia Robinson en parlant de la façon dont je me suis engagé dans l'étude du dixième problème de Hilbert. J'en ai eu connaissance pour la première fois à la fin de 1965, lorsque j'étais étudiant de seconde année ["sophomore"(*)] au département de Mathématiques et de Mécanique de l'Université d'Etat de Léninegrad. A cette époque, je venais d'obtenir mes premiers résultats concernant les systèmes canoniques de Post, et j'ai demandé à mon patron scientifique Serguei Maslov (voir [3]) ce que je devais faire ensuite. Il m'a répondu : "Essayez de démontrer la non-résolubilité algorithmique des équations diophantiennes. Ce problème est connu comme dixième problème de Hilbert, mais cela n'a pas d'importance pour vous." – "Mais je n'ai jamais étudié aucune preuve de non-résolubilité d'un problème de décision." – "Cela non plus n'a pas d'importance. De nos jours, on démontre habituellement une non-résolubilité par réduction d'un problème, dont la non-résolubilité est déjà connue, au problème dont on doit établir la non-résolubilité, et, comme cela, vous en savez assez sur la technique de la réduction." – "Que dois-je lire avant de commencer ?" – "Eh bien, il y a des articles de mathématiciens américains sur le dixième problème de Hilbert, mais vous n'avez pas besoin de les étudier." – "Pourquoi pas ?" – "Les Américains n'ont pas réussi, de sorte que leur approche est très probablement inadaptée."

Maslov n'était pas le seul à sous-estimer le rôle des travaux antérieurs sur le dixième problème de Hilbert. L'un de ces articles était de Martin Davis, Hilary Putnam, et Julia Robinson [2], et le rapporteur de cet article affirmait,

(**) NDT. Dans la version anglaise de cet article, l'Auteur utilise le terme *insolvability*, et, quand on lui fait la remarque que ce terme introduit une nuance de Chimie, il trouve cela plutôt intéressant, car il a écrit un article qui met en relation équations chimiques et équations booléennes. Nous avons quand même préféré "non-résolubilité" à "insolvability".

(*) NDT. Terme que l'Auteur a repris de l'argot étudiant américain.

dans les *Mathematical Reviews* (**):

These results are superficially related to Hilbert's tenth Problem on (ordinary, i.e. non exponential) Diophantine equations. The proof of the author's results, though very elegant, does not use recondite facts in the theory of numbers nor in the theory of r.e. [recursively enumerable] sets, and so it is likely that the present result is not closely connected with Hilbert's tenth Problem. Also it is not altogether plausible that all (ordinary) Diophantine problems are uniformly reducible to those in a fixed number of variables of fixed degree, which would be the case if all r.e. sets were Diophantine (***).

Le scepticisme du compte-rendu provient de ce que les auteurs de [2] avaient considéré, non pas des équations diophantiennes ordinaires (c'est-à-dire des équations de la forme

$$P(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0, \quad (1)$$

où P est un polynôme à coefficients entiers), mais une classe plus large de ce qu'on appelle des *équations diophantiennes exponentielles*. Ce sont des équations de la forme

$$E_1(x_1, x_2, \dots, x_m) = E_2(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (2)$$

où E_1 et E_2 sont des expressions construites à partir de $x_1, x_2, \dots, x_m$, et de nombres naturels par addition, multiplication et exponentiation. (Contrairement à la formulation que Hilbert a donnée du problème, nous supposons que toutes les variables parcourent les nombres naturels, mais ceci est une modification technique mineure.)

À côté des équations particulières, on peut aussi considérer des familles paramétriques d'équations, soit diophantiennes, soit exponentielles diophantiennes. Une telle fa-mil-le

$$Q(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_m) = 0 \quad (3)$$

détermine une relation entre les *paramètres* $a_1, \dots, a_n$, qui tient si, et seulement si l'équation a une solution en les variables restantes, appelées *inconnues*. Des relations qui peuvent être définies de cette façon sont appelées *diophantiennes* ou *diophantiennes exponentielles*, selon l'équation utilisée. De même, un ensemble $\mathfrak{M}$ de n — uples de nombres naturels est dit (exponentiel) diophantien si la relation "appartenir à $\mathfrak{M}$ "

(**) NDT. Ces résultats ne se rapportent que de façon superficielle au dixième problème de Hilbert sur les équations diophantiennes (ordinaires, c'est-à-dire non-exponentielles). La démonstration des résultats des auteurs, quoique très élégante, n'utilise pas de faits profonds de la théorie des nombres, ni de théorie des ensembles r.e. (récurivement énumérables), et il est également probable que le présent résultat n'est pas intimement lié au dixième problème de Hilbert. Aussi, n'est-il pas entièrement plausible que tous les problèmes diophantiens (ordinaires) soient uniformément réductibles à ces derniers, lorsque le nombre de variables et le degré sont fixés, ce qui serait le cas si tous les ensembles r.e. étaient diophantiens(***)).

(***) NDT. Et pour l'éventuel lecteur peu familier de la récursivité, c'est le cas...

est (exponentielle) diophantienne. On dit également qu'une fonction est (exponentielle) diophantienne si son graphe l'est.

Donc, en 1965, je n'avais même pas rencontré le nom de Julia Robinson. Au lieu de me suggérer d'étudier d'abord les travaux de cette pionnière, Maslov me proposa de tenter de prouver la non-résolubilité de ce qu'on appelle des *équations de mots* (ou encore des *équations dans un semi-groupe libre*), parce qu'elles peuvent se ramener à des équations diophantiennes. Aujourd'hui, on sait que cette approche était erronée, car, en 1977, Gennadii Makanin a trouvé une procédure de décision pour des équations de mots. J'ai commencé mes recherches sur le dixième problème de Hilbert, en montrant qu'une classe plus large d'équations de mots, avec des conditions supplémentaires sur les longueurs des mots, est aussi réductible à des équations diophantiennes. En 1968, j'ai publié trois notes sur ce sujet.

J'ai échoué dans la preuve de non-résolubilité de telles extensions des équations de mots (c'est encore un problème ouvert); j'ai alors procédé à la lecture des "articles de quelques mathématiciens américains" sur la dixième problème de Hilbert. (Serguei Adjan avait inspiré et édité des traductions russes des plus importants articles sur ce sujet; ils ont été publiés en un seul volume de *Matematika*, revue réservée à des traductions.) Après l'article de Davis, Putnam et Robinson mentionné plus haut, et pour terminer la résolution du dixième problème de Hilbert dans le sens négatif, il restait à montrer que l'exponentiation est diophantienne, c'est-à-dire à trouver une équation diophantienne particulière

$$A(a, b, c, x_1, \dots, x_m) = 0 \quad (4)$$

qui, pour des valeurs données des paramètres a , b , et c , possède une solution en $x_1, \dots, x_m$ si, et seulement si $a = b^c$. À l'aide d'une telle équation, on peut facilement transformer une équation diophantienne exponentielle quelconque en une équation diophantienne équivalente en ajoutant des inconnues.

En fait, ce même problème avait été attaqué par Julia Robinson au début des années 50. Selon "The autobiography of Julia Robinson", article écrit par sa soeur Constance Reid [11], l'intérêt de Julia Robinson avait été éveillé par son professeur, Alfred Tarski, qui pour cette question soupçonnait précisément que l'ensemble de toutes les puissances de 2 n'est *pas* diophantien. Julia Robinson trouva pourtant une condition suffisante pour l'existence d'une représentation diophantienne (4) de l'exponentiation; à savoir que, pour construire une telle représentation A , il est suffisant d'avoir une équation

$$B(a, b, x_1, \dots, x_m) = 0 \quad (5)$$

qui définit une relation $J(a, b)$ ayant les propriétés suivantes :

pour a et b quelconques, $J(a, b)$ implique que $a < b^b$;

pour k quelconque, il existe a et b tels que $J(a, b)$ et $a > b^k$.

Une relation J avec ces deux propriétés est appelée par Julia Robinson *une relation à croissance exponentielle*; aujourd'hui, de telles relations sont connues comme étant les *prédicats de Julia Robinson*.

Ma première impression sur la notion de croissance exponentielle fut de penser "cette notion n'est pas naturelle", mais j'ai vite compris l'importance de son rôle dans le dixième problème de Hilbert. J'ai décidé d'organiser un séminaire sur le dixième problème de Hilbert. La première rencontre, où j'ai donné un exposé de synthèse des résultats connus, accueillit cinq logiciens et cinq théoriciens des nombres, mais ensuite le nombre des participants a décliné de façon exponentielle, et bientôt je suis resté seul.

Je passais presque tous mes moments libres à essayer de trouver une relation diophantienne de croissance exponentielle. Il n'y a pas de mal à ce qu'un étudiant de deuxième année de l'Université ["sophomore"(*)] essaie d'attaquer un problème célèbre, mais cela devenait ridicule lorsque je me mis à prolonger mes tentatives pendant des années en vain. Un professeur commença à se moquer de moi. À chacune de nos rencontres, il disait : "Avez-vous démontré la non-résolubilité du dixième problème de Hilbert? Pas encore? Mais alors vous ne serez jamais diplômé à l'Université!".

J'ai quand même été diplômé en 1969. Ma thèse était constituée de mes deux travaux précédents sur les systèmes canoniques de Post, car je n'avais rien fait de mieux entre temps. Cette année-là, je devins thésard à l'Institut Steklov de Mathématiques de l'Académie des Sciences de l'URSS, branche de Léninegrad (LOMI : Leningradskoïe Otdelenie Matematicheskogo Instituta). Naturellement, le sujet de mon travail ne pouvait plus être le dixième problème de Hilbert.

Un jour d'automne en 1969, un de mes collègues me dit : "Cours à la bibliothèque. Dans le dernier numéro des *Proceedings of the American Mathematical Society*, il y a un nouvel article de Julia Robinson!" Mais j'étais fermement décidé à laisser de côté le dixième problème de Hilbert. Je me suis dit : "C'est une bonne chose que Julia Robinson continue à travailler sur ce problème, mais je ne peux pas y perdre mon temps davantage." Et je n'ai pas couru à la bibliothèque.

Quelque part dans les cieux mathématiques, il doit bien y avoir un Dieu ou une Déesse des Mathématiques qui n'aurait pas permis que je manque la lecture du nouvel article [15] de Julia Robinson. À cause de mes publications antérieures sur le sujet, j'en étais considéré comme un spécialiste, et ainsi l'article me fut envoyé pour en rendre compte à *Referativnyi Journal Matematika*, l'homologue soviétique de *Mathematical Reviews*. Ainsi, j'ai été obligé de lire l'article de Julia Robinson, et, le 11 décembre, je l'ai présenté au séminaire de Logique du LOMI.

Je fus à nouveau captivé par le dixième problème de Hilbert. J'avais vu tout de suite que Julia Robinson venant d'avoir une idée toute fraîche et

(*) Voir note précédente de la traduction française

merveilleusement nouvelle. C'était en rapport avec la forme particulière de l'équation de Pell

$$x^2 - (a^2 - 1)y^2 = 1 \quad (6)$$

Les solutions $\langle \chi_0, \psi_0 \rangle, \langle \chi_1, \psi_1 \rangle, \dots, \langle \chi_n, \psi_n \rangle, \dots$ de cette équation rangées en ordre croissant satisfont aux relations de récurrence

$$\begin{aligned} \chi_{n+1} &= 2a\chi_n - \chi_{n-1}, \\ \psi_{n+1} &= 2a\psi_n - \psi_{n-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Il est facile de voir que, pour tout n , les suites $\chi_0, \chi_1, \dots, \psi_0, \psi_1, \dots$ sont purement périodiques modulo m , et donc aussi leurs combinaisons linéaires. De plus, il est facile de montrer par induction que la période de la suite

$$\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n, \dots \pmod{a-1} \quad (8)$$

est

$$0, 1, 2, \dots, a-2, \quad (9)$$

tandis que la période de la suite

$$\chi_0 - (a-2)\psi_0, \chi_1 - (a-2)\psi_1, \dots, \chi_n - (a-2)\psi_n \dots \pmod{4a-5} \quad (10)$$

commence par

$$2^0, 2^1, 2^2, \dots \quad (11)$$

La nouvelle idée majeure de Julia Robinson consistait à synchroniser les deux suites en imposant une condition $G(a)$ qui garantirait que

$$\begin{aligned} &\text{la longueur de la période de (8) soit un multiple} \\ &\text{de la longueur de la période de (10).} \end{aligned} \quad (12)$$

Si une telle condition est diophantienne et si elle est valable pour une infinité de valeurs de a , alors on peut facilement montrer que la relation $a = 2^c$ est diophantienne. Julia Robinson, pourtant, était incapable de trouver un tel G , et, même aujourd'hui, nous n'avons pas de méthode directe pour trouver une telle condition G .

J'ai beaucoup apprécié l'idée de synchronisation, et j'ai tenté de l'appliquer à une situation légèrement différente. Lorsque, en 1966, j'avais débuté mes recherches sur le dixième problème de Hilbert, j'avais commencé par utiliser les nombres de Fibonacci, et j'avais découvert (par moi-même) l'équation

$$x^2 - xy - y^2 = \pm 1 \quad (13)$$

qui joue un rôle semblable à celui de la précédente équation de Pell : à savoir que les nombres de Fibonacci ϕ_n et, eux seulement, sont solutions de (13). Les propriétés arithmétiques de suites ψ_n et ϕ_n sont très semblables. En particulier, la suite

$$0, 1, 3, 8, 21, \dots \quad (14)$$

des nombres de Fibonacci avec indices pairs satisfait à la relation de récurrence

$$\phi_{n+1} = 3\phi_n - \phi_{n-1} \quad (15)$$

semblable à (7). Cette suite croît comme $[(3 + \sqrt{5})/2]^n$ et peut être utilisée à la place de (11) pour construire une relation à croissance exponentielle. Le rôle de (10) peut être joué par la suite

$$\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n, \dots \pmod{a - -3} \quad (16)$$

car elle débute comme (14). De plus, pour des valeurs particulières de a , la période peut être déterminée explicitement, à savoir que, si on a

$$a = \psi_{2k} + \psi_{2k+2} \quad (17)$$

alors la période de (16) est exactement

$$0, 1, 3, \dots, \psi_{2k}, -\psi_{2k}, \dots, -3, -1. \quad (18)$$

La structure simple de cette période paraissait très prometteuse.

J'ai réfléchi intensément dans cette direction, jusque dans la nuit de veille du Nouvel An de 1970, et j'ai ainsi contribué aux histoires sur les mathématiciens distraits lorsque j'ai quitté la maison de mon oncle le jour du Nouvel An en prenant son manteau. Le matin du 3 janvier, j'ai cru avoir trouvé un polynôme B comme dans (5), mais, en fin de journée, j'ai trouvé une faute à mon travail. Cependant, le lendemain matin, je suis parvenu à réparer la construction.

Qu'y avait-il à faire ensuite? Lorsque j'étais étudiant, j'avais fait un jour une expérience désagréable en proclamant avoir démontré la non-résolubilité du dixième problème de Hilbert et en trouvant une erreur durant mon exposé. Je n'ai pas voulu me remettre dans un tel embarras, d'autant plus que quelque chose, dans ma nouvelle démonstration, me paraissait assez suspect. J'ai pensé au début que je n'avais fait qu'appliquer l'idée de Julia Robinson à une situation légèrement différente; cependant, dans sa construction, un rôle essentiel était joué par une équation particulière qui impliquait qu'une variable était exponentiellement plus grande qu'une autre. Ma preuve supposée n'avait pas du tout besoin d'utiliser une telle équation, et c'est ce qui était étrange. Plus tard, j'ai réalisé que ma construction était duale de celle de Julia Robinson. En fait, j'avais trouvé une condition diophantienne $H(a)$ qui impliquait que

$$\begin{aligned} &\text{la longueur de la période de (16) est un multiple} \\ &\quad \text{de la longueur de la période de (8).} \end{aligned} \quad (19)$$

Cette condition H , pourtant, ne pouvait pas jouer le rôle de la condition G de Julia Robinson, qui résultait d'une construction essentiellement différente.

Je rédigeai une démonstration détaillée sans trouver une seule erreur, et je demandai à Serguei Maslov et à Vladimir Lifshits de la vérifier, mais de n'en parler à personne. J'avais projeté de passer les vacances d'hiver avec ma

fiancée dans un camp de ski, et j'ai donc quitté Léninegrad avant de connaître le verdict de Maslov et de Lifshits. J'ai fait du ski pendant une quinzaine, en simplifiant la démonstration, et en écrivant l'article (6). J'ai tenté de marquer l'impact de l'article de Julia Robinson sur mon travail par le mot russe assez poétique *naveyat* (*), qui semble ne pas avoir de contrepartie directe en anglais, et le plus récent traducteur anglais utilise habituellement "suggested".

De retour à Léninegrad, je reçus confirmation du fait que ma preuve était correcte, et j'ai dit que ce n'était plus secret. Plusieurs autres mathématiciens testèrent aussi la démonstration, y compris D.K. Faddeev et A.A. Markov, tous deux réputés pour leur capacité à découvrir les erreurs.

Le 29 janvier 1970, au LOMI, j'ai donné mon premier exposé public de la solution du dixième problème de Hilbert. Parmi mes auditeurs se trouvait Grigorii Tseitin, qui peu après a participé à un congrès à Novosibirsk. Il emporta une copie de mon manuscrit, et me demanda la permission de présenter la démonstration à Novosibirsk. (C'est probablement à cause de cette conférence que la traduction anglaise de [6] m'attribue par erreur comme adresse la branche de Sibérie [de l'Institut Steklov] au lieu de la branche de Léninegrad (**)). Parmi les auditeurs de la conférence de Tseitin à Novosibirsk, il y avait John McCarthy. Dans "The autobiography" [11], Julia Robinson rappelle que, à son retour aux Etats Unis, McCarthy lui envoya les notes qu'il avait prises à la conférence. C'est de cette façon que Julia Robinson a entendu parler de mon exemple de relation diophantienne à croissance exponentielle. Plus tard, sur ma demande, elle m'a envoyé une copie des notes de McCarthy. Ces notes ne se composaient que de quelques équations et de lemmes principaux, et je crois que seule une personne comme Julia, qui avait déjà passé beaucoup de temps à des idées similaires, pouvait reconstruire la démonstration entière à partir de telles notes comme elle l'a fait.

En réalité, Julia elle-même a été très près d'achever la preuve de la non-résolubilité du dixième problème de Hilbert. La question qui se pose parfois est de savoir *pourquoi elle ne l'a pas fait* (cette question est ainsi posée dans [11]). En réalité, divers auteurs (voir les références en [7]) ont montré que les ψ peuvent être utilisés au lieu des ϕ pour construire une relation diophantienne à croissance exponentielle. Mon passage de (12) à (19) a redistribué la difficulté dans toute la construction. Le passage d'une H diophantienne à une relation diophantienne de croissance exponentielle ne se fait pas en ligne directe comme le chemin du G de Julia Robinson l'aurait été. D'autre part, il s'est avéré que construire une relation H est plus facile que construire une relation G . Dans [6], j'ai utilisé dans ce but un lemme

(*) NDT. En Français, on traduirait le verbe *naveyat* par les expressions "créer un souffle, faire un appel d'air, inspirer".

(**) NDT. En fait, il n'existait pas, en 1970, de branche de Sibérie de l'Institut Steklov; aujourd'hui, il y a un Institut de Mathématiques à Novosibirsk, indépendant de l'I.S.

établissant que

$$\phi_n^2 \mid \phi_m \Rightarrow \phi_n \mid m. \quad (20)$$

Il n'est pas difficile de montrer cette propriété remarquable des nombres de Fibonacci *après* qu'on l'a énoncée, mais il semble que ce fait remarquable n'ait pas été découvert avant 1969. Ma preuve originale de (20) était fondée sur un théorème démontré par le mathématicien soviétique Nikolai Vorob'ev en 1942, mais publié seulement dans la troisième édition augmentée de son livre populaire [18]. (Ainsi le traducteur de mon article [6] a fait une erreur de traduction en changeant dans les références l'année de la publication de [18] de 1969 à 1964, année de la deuxième édition.) J'ai étudié la nouvelle édition du livre de Vorob'ev dans l'été de 1969, et ce théorème a attiré mon attention tout de suite. Je n'en ai pas déduit (20) à cette époque, mais après avoir lu l'article [15] de Julia Robinson, j'ai immédiatement perçu que le théorème de Vorob'ev pouvait être très utile. Julia Robinson n'a pas vu la troisième édition de [18] jusqu'à ce qu'elle en ait reçu de moi une copie en 1970. Qui peut dire ce qui serait arrivé si Vorob'ev avait inclus ce théorème dans la première édition de ce livre? Peut-être le dixième problème de Hilbert aurait été prouvé "non résoluble" une décade plus tôt!

La définition diophantienne des relations à croissance exponentielle dans [6] avait 14 inconnues. Plus tard, j'ai été capable de ramener le nombre des inconnues à 5. En octobre 1970, Julia m'a envoyé par lettre une autre définition ne contenant elle aussi que 5 inconnues. Ayant examiné cette construction, j'ai réalisé qu'elle avait utilisé une méthode différente pour réduire le nombre des inconnues, et nous avons pu combiner nos idées pour avoir une définition n'ayant que 3 inconnues!

Ceci a été le début de notre collaboration. Elle a été conduite presque entièrement par correspondance. A cette époque il n'y avait nulle part de courrier électronique, et il fallait trois semaines à une lettre pour traverser l'océan. Une de mes lettres a été perdue par la Poste, et j'ai eu à réécrire 11 pages (je ne pouvais pas utiliser de machine à photocopier). D'autre part, cette situation a ses avantages : actuellement j'ai le plaisir de relire une collection de lettres écrites de la main de Julia. Des citations de ces lettres sont incorporées dans cet article.

Un des corollaires de la solution négative du dixième problème de Hilbert (peu plausible pour le rapporteur des *Mathematical Reviews*) est qu'il existe une constante N telle que, étant donnée une équation diophantienne avec un nombre quelconque de paramètres et à un nombre quelconque d'inconnues, on peut effectivement transformer cette équation en une autre avec les mêmes paramètres, mais n'ayant que N inconnues, telle que les deux équations soient résolubles ou non résolubles pour les mêmes valeurs des paramètres. Dans mon exposé au Congrès International des Mathématiciens en 1970 à Nice, j'ai signalé que ce N pourrait être égal à 200. Cette estimation était très grossière. Julia et son mari, Raphael, se proposèrent d'obtenir une valeur plus faible de N , et, dans la lettre mentionnée ci-dessus, Julia écrivait

qu'elle avait obtenu $N = 35$. Notre nouvelle construction commune d'une relation diophantienne à croissance exponentielle avec 3 inconnues (au lieu de 5) a automatiquement réduit N à 33. Julia fit le commentaire suivant : "Je considère que cela relève du domaine de la pratique de la théorie des nombres, depuis que Davenport a écrit un article sur les formes cubiques à 33 variables."

Julia m'envoya une preuve détaillée de cette réduction, et ceci devint la base de la suite de nos travaux. Nous échangeâmes lettres et idées et, peu à peu, nous avons réduit la valeur de N . En février 1971, j'ai envoyé une nouvelle amélioration, qui réduisait N à 26, et j'ai noté que nous pouvions maintenant écrire des équations en caractères latins sans indices pour les inconnues. Julia a appelé cela "passer le mur de l'«alphabet»."

En août 1971, au IV Congrès International de Logique, Méthodologie et Philosophie des Sciences à Bucarest, j'ai fait un rapport sur notre résultat le plus récent : *Une équation diophantienne quelconque peut être réduite à une équation à seulement 14 inconnues* [7]. Durant ce Congrès, Julia et moi, nous sommes rencontrés pour la première fois. Après le Congrès, j'ai eu le plaisir de rencontrer Julia et Raphael à Léninegrad, ma ville natale.

"Quant il n'y a que 14 variables, on doit être capable de connaître chaque variable individuellement, et la raison pour laquelle elle est là," m'a écrit un jour Julia. Cependant, en mars 1972, le nombre minimum d'inconnues est remonté jusqu'à 15 sans qu'on s'y attende, lorsque Julia a trouvé une erreur dans le décompte que j'avais fait du nombre des variables! J'aimerais donner aux lecteurs une idée de quelques-unes des techniques de réduction du nombre des inconnues, et expliquer la nature de mon erreur. En fait, nous construisions, non une équation unique, mais un système d'équations à un petit nombre d'inconnues. (En clair, un système $A = B = \dots = D = 0$ peut être condensé en une seule équation $A^2 + B^2 + \dots + D^2 = 0$). Certaines des équations utilisées dans notre réduction étaient des équations de Pell :

$$\begin{aligned} x_1^2 - d_1 y_1^2 &= 1, \\ x_2^2 - d_2 y_2^2 &= 1. \end{aligned} \tag{21}$$

On peut remplacer ces deux équations diophantiennes par une seule :

$$\Pi \left(x \pm \sqrt{(1 + d_1 y_1^2)} \pm (1 + d_1 y_1^2) \sqrt{(1 + d_2 y_2^2)} \right) = 0, \tag{22}$$

où le produit porte sur les quatre choix des signes $\pm$. Dans les autres équations, on substitue $\sqrt{(1 + d_1 y_1^2)}$ à x_1 , $\sqrt{(1 + d_2 y_2^2)}$ à x_2 , et on élimine les racines carrées en élevant au carré. On ramène le nombre total d'inconnues à une seule en introduisant x et en éliminant x_1 et x_2 . C'est dans le décompte des variables, introduites et éliminées, que j'avais commis mon erreur.

La situation était plutôt embarrassante pour nous parce que le résultat avait été rendu public. J'ai tenté de sauver le résultat annoncé mais, sans idée nouvelle, je fus incapable de réduire le nombre des inconnues à 14.

Je reçus bientôt une nouvelle lettre de Julia. Elle essayait de me consoler : "Je pense que les fautes de raisonnement sont bien pires que les fautes d'arithmétique, qui ne sont que des bêtises." Mais, ce qui est plus important, c'est qu'elle se remanifestait avec de nouvelles idées : elle s'était arrangée pour ramener le nombre des inconnues à 14, sauvant ainsi la situation.

Nous avons discuté un certain temps du meilleur endroit où publier notre article commun. J'ai suggéré la revue soviétique *Izvestiya*(*). La pensée d'avoir un article publié en Russe attirait Julia. (On avait publié en URSS son article [16], mais en Anglais quoi qu'en disent les *Mathematical Reviews*.) D'autre part, elle voulait attirer l'attention des spécialistes de théorie des nombres sur les résultats essentiels de théorie des nombres obtenus par les logiciens, elle suggéra donc les *Acta Arithmetica*. Finalement, nous avons décidé que nous avions assez de matériel pour plusieurs articles, et que nous allions publier notre premier article commun en Russe dans les *Izvestiya*, et notre deuxième quelque part en Anglais.

Nous avons trouvé que sortir un article en étant chacun dans une moitié du monde est une rude épreuve. Julia m'a écrit par la suite : "Il me semble que nous avons eu de petits ennuis dans une collaboration mathématique tournant sur une période de quatre semaines, mais il est complètement impossible d'espérer rédiger de cette façon. En effet au moment où vous pouvez répondre à une question, elle n'est déjà plus pertinente." Nous avons décidé qu'un de nous écrirait le manuscrit en entier, et que ce manuscrit pourrait être critiqué par l'autre. Puisque que le premier article devait être en Russe, j'ai écrit la première rédaction (plus de 60 pages tapées à la machine), et je l'ai envoyée à Julia, au cours de l'automne 1972. Naturellement, elle a trouvé des fautes de frappe, mais, au total, elle l'a approuvé. Il ne faut cependant pas que le lecteur cherche dans la littérature une référence à cet article, car le manuscrit n'a jamais été publié! En mai 1973, j'ai trouvé "une faute de raisonnement."

La faute consistait à utiliser l'implication incorrecte(*) suivante :

$$a \equiv b \pmod{q} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \pmod{q}. \quad (23)$$

L'édifice entier s'écroulait. J'en ai informé Julia, qui me fit la réponse suivante (**):

(*) NDT. Il s'agit de la revue scientifique *Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Seriya matematicheskaya*; traduction anglaise : *Mathematics of the USSR, Izvestiya* (le nom commun *izvestiya* signifie "les informations").

(*) NDT. Cette implication est correcte si $c!$ et q n'ont pas de diviseur commun (sinon elle peut être fausse).

(**) J'ai été complètement abasourdi par votre lettre du 11 mai. J'aurais voulu ramper sous un rocher et me cacher de moi-même! D'une manière ou d'une autre je n'avais jamais mis en doute qu'on ait

$\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} \pmod{a-b}$. D'habitude, j'en sais assez pour ne pas diviser par zéro(***). J'avais mentionné (affirmé même) [cette congruence] plusieurs fois devant Ra-pha-el, et il n'avait

I was completely flabbergasted by your letter of May 11. I wanted to crawl under a rock and hide from myself! Somehow I had never questioned that

$$\binom{a}{c} \equiv \binom{b}{c} \pmod{a-b}.$$

I usually know enough not to divide by zero (***). I had even mentioned (asserted) it to Raphael several times, and he had not objected. He said he would have said "No" if I had asked if it were true. I guess I would have myself if I had asked!

Antérieurement, nous avons trouvé une situation analogue, et en 1971 Julia m'avait écrit : "Presque toutes les fautes mathématiques proviennent de ce qu'on n'écrit pas les démonstrations, et en particulier de ce qu'on fait des changements après que la preuve a été rédigée." Mais cette fois, ce n'était pas le cas. La faute était là depuis le début, et ne fut, ni détectée par un mathématicien (moi-même) écrivant une preuve détaillée, ni par un autre mathématicien (Julia) la lisant avec soin.

Par bonheur, cette fois, j'ai pu réparer la démonstration sur le champ. Julia m'a écrit : "Je suis très contente que vous m'ayez envoyé une façon de contourner l'erreur, en même temps que l'annonce de l'erreur elle-même." Cependant le manuscrit devait être complètement réécrit.

En 1973, l'éminent mathématicien soviétique A.A. Markov célébrait son soixante-dixième anniversaire. Ses collègues du Centre de Calcul de l'Académie des Sciences de l'URSS ont décidé de publier un recueil d'articles en son honneur. J'ai été invité à contribuer à ce recueil. J'ai suggéré de publier un article commun avec Julia Robinson, et les éditeurs ont accepté. A cause du délai très court, nous n'avions pas le temps de discuter du manuscrit. Je n'ai pu que demander à Julia de m'autoriser à écrire l'article, et à l'envoyer aux éditeurs sans son approbation. Plus tard j'ajouterais ses suggestions aux épreuves d'imprimerie. Elle y a consenti.

C'est ainsi qu'est apparue notre première publication commune [9], et elle était en Russe. C'était un sous-produit de nos recherches principales sur la réduction du nombre d'inconnues dans les équations diophantiennes. Le premier théorème établissait qu'étant donnée une équation diophantienne paramétrique (3), on peut, dans le cas $n = 1$, trouver de façon effective des polynômes à coefficients entiers $P_1, D_1, Q_1, \dots, P_k, D_k, Q_k$ tels que la relation diophantienne définie par (3) soit aussi définie par la formule

$$\exists x \exists y \bigwedge_{i=1}^k \exists z [P_i(a_1, x, y) < D_i(a_1, x, y)z < Q_i(a_1, x, y)]. \quad (24)$$

pas fait d'objection. Si j'avais posé la question de savoir si elle était vraie, il dit qu'il aurait répondu "Non". J'imagine que j'aurais moi-même répondu la même chose si j'avais posé la question!

(***) NDT. L'Auteur compare le rejet de l'implication au rejet d'une division par zéro : l'implication peut être fausse si $c!$ est divisible par q , donc si $c!$ est zéro modulo q (or $c!$ est un diviseur dans l'implication).

Même si k est un nombre fixé particulièrement grand, chaque inégalité n'implique que trois inconnues.

Le deuxième théorème établit que nous pouvons ainsi trouver des polynômes F et W tels que la même relation soit définie par la formule

$$\exists x \exists y \forall z [z \leq F(a_1, x, y) \Rightarrow W(a_1, x, y, z) > 0]. \quad (25)$$

Donc cette formule n'a que 3 quantificateurs, dont seul le troisième est un quantificateur universel (borné). De telles représentations sont intimement liées aux équations, puisque le principal résultat technique de [2] consiste en une méthode d'élimination d'un seul quantificateur borné au prix de l'introduction de nouveaux quantificateurs existentiels, en s'autorisant à faire figurer l'exponentiation dans la formule purement existentielle finale.

Une des exigences de Julia concernant cet article était que son nom soit écrit sans abréviation. Elle avait de bonnes raisons pour cela. J'ai traduit en Russe l'un des articles fondamentaux de John A. Robinson [12] sur la démonstration automatique des théorèmes. Quand la traduction est parue en 1970 dans un recueil d'articles importants sur ce sujet, les lecteurs soviétiques voyaient le nom de **Дж. Робинсон** [Dj. Robinson] comme auteur de l'article traduit par **Ю. Матиясевич** [You. Matiassevitch], et le nom de **М. Дэвис** [M. Davis] pour l'auteur de l'autre article fondamental sur la démonstration automatique des théorèmes. Dans l'esprit de beaucoup, ces trois noms étaient associés à la solution récente du dixième problème de Hilbert, aussi un certain nombre de gens eurent-ils l'idée que c'était Julia Robinson qui avait inventé le principe de la résolution, outil essentiel de [12]. Pour ajouter à la confusion, John Robinson remerciait dans son article George Robinson, nom dont la traduction russe donne également **Дж. Робинсон** [Dj. Robinson]. (*).

Lorsque j'étais étudiant, j'ai fait un jour "une erreur d'un autre ordre" : je n'avais pas identifié J. Robinson, auteur d'un théorème en théorie des jeux, avec J. Robinson, auteur d'importantes recherches sur le dixième problème de Hilbert. (En fait, l'article notable [13] de Julia a été sa seule publication en théorie des jeux.)

La requête de Julia fut agréée par les éditeurs, et, en conséquence, notre article commun [9] est la seule publication russe où *mon* nom est donné sans abréviation.

Ce court article était un sous-produit de notre principale recherche commune, qui attendait toujours d'être publiée. Comme nous avions décidé par avance que notre deuxième publication serait en Anglais, Julia écrivit le nouvel article sur la réduction du nombre des inconnues. Maintenant nous étions capables d'éliminer une variable de plus, et nous avions donc une

(*) NDT. La traduction russe du prénom anglais "George" reflète la prononciation : si la personne est russe, son prénom est Guéorguii, en abrégé **Г** [Gué], sinon on écrit en abrégé **Дж** [Dj]. De même, le prénom anglais "Julia" peut donner **Ю** [You] ou (de nouveau) **Дж** [Dj]. Enfin, le prénom anglais "John" peut donner **Жан** ou, encore, **Дж**.

“bonne douzaine” d’inconnues, c’est-à-dire treize à la douzaine (**).

Le deuxième article [10] a été publié dans les *Acta Arithmetica*. Ce choix se fondait sur une bonne raison, car le volume entier était dédié à la mémoire de l’éminent mathématicien soviétique You.V. Linnik, que nous avons tous deux connu personnellement. Je lui ai été présenté après avoir démontré que le dixième problème de Hilbert n’est pas résoluble. Quelqu’un avait raconté à Linnik les dernières nouvelles en commençant par un des corollaires : “Matiassevitch sait construire un polynôme à coefficients entiers tel que l’ensemble de toutes les valeurs entières strictement positives, prises par ce polynôme pour des valeurs entières positives des variables, est exactement l’ensemble de tous les nombres premiers.” “C’est merveilleux”, répondit Linnik. “Très probablement nous allons bientôt apprendre une quantité de choses nouvelles sur les nombres premiers.” On lui expliqua alors que le résultat essentiel est en fait beaucoup plus général : on peut construire un tel polynôme pour n’importe quel ensemble récursivement dénombrable, c’est-à-dire pour tout ensemble dont les éléments peuvent être listés par un algorithme dans un ordre quelconque. “C’est lamentable”, dit Linnik. “Très probablement nous n’allons rien apprendre de nouveau sur les nombres premiers.”

Il y avait quelque intérêt à ce que cet article paraisse, parce qu’il contenait la démonstration d’un résultat annoncé depuis longtemps, rendant ainsi cette démonstration accessible enfin à d’autres chercheurs, d’ailleurs de nombreuses copies étaient en circulation. Nous avions épuisé nos idées, mais il y avait une chance que quelqu’un, posant un regard neuf sur le sujet, puisse améliorer notre résultat. “Bien sûr il est possible que quelqu’un fasse une percée décisive, et que notre article soit supplanté”, écrivait Julia, “mais il faut estimer que ce serait bon pour les mathématiques!” Raphael, d’un autre côté, pensait que les 13 inconnues resteraient le meilleur résultat pour des décades. En fait, le record est tombé juste avant que paraisse cet article.

La “nouvelle idée” recherchée se révéla, comme il arrive souvent, en être une ancienne qui avait été oubliée. Dans le cas présent, c’était le beau résultat suivant de E.E. Kummer : *la plus grande puissance d’un nombre premier p qui divise le coefficient binomial $\binom{a+b}{a}$ est p^c , où c est le nombre de retenues nécessaires pour effectuer l’addition de a et b en base p .* Cet ancien résultat a été redécouvert et redémontré nombre de fois, et j’ai été heureux de l’apprendre dans le compte-rendu de l’article référencé [17] du *Referativnyi Journal Matematika*. Le théorème de Kummer se révélait être un outil extrêmement puissant pour construire des équations diophantiennes ayant des propriétés particulières. (Un jour, Julia l’a qualifié de “mine d’or.”) Il serait trop technique d’en exposer toutes les applications, mais on peut en donner une ici.

(**) NDT. Le texte anglais porte “a baker’s dozen”, mais on dirait en Russe “une douzaine du diable” (чёртова дюжина).

Soit p un nombre premier fixé, et soit f une application de $\{0, 1, \dots, p-1\}$ dans elle-même telle que $f(0) = 0$. Une telle fonction f engendre une fonction F définie par

$$F(\overline{a_n a_{n-1} \dots a_0}) = \overline{f(a_n) f(a_{n-1}) \dots f(a_0)}, \quad (26)$$

où $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_0}$ est le nombre écrit $a_n a_{n-1} \dots a_0$ en base p . On peut alors facilement démontrer que F est une fonction exponentielle diophantienne. En effet, $b = F(a)$ si, et seulement si il existe des nombres naturels

$$c_0, \dots, c_{p-1}, d_0, \dots, d_{p-1}, k, s, u, w_0, \dots, w_{p-1}, v_0, \dots, v_{p-1}$$

tels que

$$a = 0 \quad *d_0 + 1 \quad *d_1 + \dots + (p-1) \quad *d_{p-1}, \quad (27)$$

$$b = f(0)*d_0 + f(1)*d_1 + \dots + f(p-1) *d_{p-1}, \quad (28)$$

$$s = \quad d_0 + \quad d_1 + \dots + \quad d_{p-1}, \quad (29)$$

$$s = (p^{k+1} - 1)/(p - 1), \quad (30)$$

$$u = 2^{s+1}, \quad (31)$$

$$(u+1)^s = w_i u^{d_i+1} + c_i u^{d_i} + v_i, \quad (32)$$

$$v_i < u^{d_i}, \quad (33)$$

$$c_i < u, \quad (34)$$

$$p \mid c_i'. \quad (35)$$

Ce système a une solution avec

$$d_i = \sum_{l=1}^k \delta_i(a_l) p^l, \quad (36)$$

où δ_i est la fonction-delta $\delta_i(i) = 1$, sinon $\delta_i(j) = 0$.

Dans cette solution, on a

$$w_i = \sum_{k=d_i+1}^s \binom{s}{k} u^k, \quad (37)$$

$$c_i = \binom{s}{d_i}, \quad (38)$$

$$v_i = \sum_{k=0}^{d_i-1} \binom{s}{k} u^k. \quad (39)$$

En fait, pour toute valeur donnée de k , cette solution est unique.

Le théorème de Kummer sert de pont entre la théorie des nombres et la logique, car il permet de travailler avec des nombres en les considérant comme des suites de longueur indéfinie, se composant de symboles d'un alphabet fini. L'application du théorème de Kummer à la réduction du nombre des inconnues a eu pour résultat une percée réelle, et, d'un seul coup, ce nombre est passé de 13 à 9. J'ai rédigé un canevas de la nouvelle construction, et je l'ai envoyé à Julia. Quand nous nous sommes rencontrés pour la deuxième fois à London, Ontario, pendant le V Congrès International

de Logique, Méthodologie et Philosophie des Sciences, elle me confirma que la démonstration était correcte. J'ai alors osé présenter sans démonstration le résultat dans ma conférence [8]. Nous espérions être capables de le publier en annexe à notre article [10] dans les *Acta Arithmetica*, mais il se trouva qu'il était trop tard.

En 1974, l'American Mathematical Society a organisé un Symposium sur "Mathematical Developments Arising from Hilbert's Problem" à DeKalb, Illinois. J'ai été invité à parler sur le dixième problème, mais ma participation au Congrès n'a pas reçu l'approbation nécessaire de mon pays, alors Julia assumait le rôle de conférencier sur le problème; elle suggéra cependant que l'article pour les *Proceedings* du congrès soit écrit en commun par Martin Davis et nous deux. Nous eûmes de nouveau un problème avec le délai de remise des articles. Ainsi nous avons tout d'abord décidé par téléphone quel sujet chacun de nous couvrirait. Naturellement, Julia et Martin avaient beaucoup plus de contacts entre eux qu'avec moi. Le difficile travail final pour réunir nos trois contributions en un exposé cohérent [1] fut réalisé par Martin. Je crois que cet article s'est révélé être un de ceux sur lequel Julia a longuement réfléchi : il s'agit d'une introduction non technique à de nombreux résultats que des logiciens ont obtenu en lien intime avec le dixième problème de Hilbert.

La rédaction de l'article pour les *Proceedings* m'avait empêché d'écrire l'autre article sur la démonstration de la nouvelle réduction à 9 inconnues (honnêtement, c'était à mon tour de rédiger). Malheureusement, Julia a refusé fermement d'être coauteur. Elle écrivit : "Je ne veux pas être coauteur de l'article sur les 9 inconnues. J'ai dit à tout le monde que cette avancée vous est due, et en fait je me sentirais très mal de lui donner mon nom. Si j'avais pu apporter ma contribution, il aurait été différent."

Je suis sûr cependant que, sans la contribution de Julia à [10], et sans son inspiration, je n'aurais jamais ramené N à 9. Je n'étais pas disposé de moi-même à publier cette preuve, et ainsi le résultat annoncé en [8] est resté longtemps sans démonstration imprimée. Finalement, James P. Jones, de l'Université de Calgary, passant un semestre à Berkeley où vivent Julia et Raphael, a étudié la structure de ma preuve et le commentaire qu'en a fait Julia, et, en [5], il a rendu la démonstration abordable pour tout le monde.

Il y a une photo qui accompagne l'article dont vous lisez la traduction française. (*) Cette photo a été prise à Calgary à la fin de 1982, quand j'ai passé trois mois au Canada en collaborant avec James dans le cadre de ma participation à un programme d'échange scientifique entre l'Institut Steklov de Mathématiques et la Queen's University de Kingston, Ontario. A cette époque, Julia était beaucoup trop occupée par ses nouvelles fonctions de Présidente de l'American Mathematical Society, et n'était pas très active en

(*) NDT. La photo n'est pas reproduite ici pour des raisons techniques. Elle se trouve à la première page de cet article du Mathematical Intelligencer dont la référence figure au début de la présente traduction.

recherche mathématique, mais elle passa à Calgary en allant à un congrès pour l'American Mathematical Society. Martin vint aussi à Calgary pour quelques jours.

Je conclus ces souvenirs par une autre citation des lettres de Julia, que j'approuve totalement : "Au fond, je suis très heureuse de ce que, travaillant en commun (séparés par des milliers de miles), nous ayons pu faire plus de progrès qu'en travaillant chacun de notre côté."

Je remercie Raphael Robinson, Constance Reid et Martin Davis de m'avoir aidé à préparer l'édition de ce texte.

Références.

1. Martin Davis, Yuri Matijasevich and Julia Robinson, Hilbert's tenth problem. Diophantine equations : positive aspects of a negative solution, *Proc. Symp. Pure Math.* 28 (1976), 323–378.
2. Martin Davis, Hilary Putnam and Julia Robinson, The decision problem for exponential Diophantine equations, *Ann. Math.* (2) 74 (1961), 425–436.
3. G.V. Davydof, Yu.V. Matijasevich, G.E. Mints, V.P. Orevkov, A.O. Slisenko, A.V. Sochilina et N.A. Shanin, "Serguei Your'evich Maslov" (obituary), *Russian Math. Surveys* 39(2) (1984), 133–135.

Traduction anglaise de *Uspekhi Mat. Nauk* 39(236) (1984), 129–130].

4. David Hilbert, Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker Kongress zu Paris 1900, *Nachr. K. Ges. Wiss., Göttingen, Math.-Phys.Kl.* (1900), 253–297.

Voir aussi *Arch. Math. Phys.* (1901) 44–63, 213–237.

Voir aussi David Hilbert, *Gesammelte Abhandlungen*, Berlin : Springer, vol. 3 (1935), 310. Reprint New York : Chelsea (1965).

Traduction française avec corrections et additions : *Compte rendu du Deuxième Congrès International des Mathématiciens tenu à Paris du 6 au 12 août 1900*, Gauthier-Villars, 1902, pp.58–114. Réédition : Editions Gabay, Paris 1992.

Traduction anglaise : *Bull. Amer. Math. Soc.* (1901–1902) 437–479 (p.458). Réédition : *Mathematical Developments arising from Hilbert problems*, Proceedings of symposia in pure mathematics, vol.28, American Mathematical Society, Browder Ed., 1976, pp.1–34.

Ce dernier ouvrage fait le point (en 1976) sur les problèmes de Hilbert.

5. James P. Jones, Universal diophantine equation, *J. Symbolic Logic* 47 (1982), 549–571.
6. Yuri Matijasevich, Diophantovost' perechislimych mnozhestv *Doklady Akademii Nauk SSSR* 191 (2) (1970), 279–282.

Traduction anglaise dans *Soviet Math. Doklady* 11(2)(1970), 354–357; voir les corrections dans 11(6) (1970), vi.

7. Yuri Matijasevich, On recursive unsolvability of Hilbert's tenth problem, *Proceedings of Fourth International Congress on Logic, Methodology and Philosophy of Science, Bucharest, 1971*, Amsterdam : North Holland (1973), 89–110.
8. Yuri Matijasevich, Some purely mathematical results inspired by mathematical logic, *Proceedings of Fifth International Congress, on Logic, Methodology and Philosophy of Science, London, Ontario, 1975*, Dordrecht : Reidel (1977), 121–127.
9. Yuri Matijasevich, Julia Robinson, Dva universalnykh trëkhvantornykh predstavlenia perechislimyykh mnozhestv. *Teoriya algoritmov i mat logika*, Vytchislitelnyi Tsentral Akademii Nauk SSSR (1974), 112–123.
10. Yuri Matijasevich and Julia Robinson, Reduction of an arbitrary Diophantine equation to one in 13 unknowns, *Acta Arith.* 27 (1975), 521–553.
11. Constance Reid, The autobiography of Julia Robinson, *College Math. J.* 17 (1986), 3–21.
12. John A. Robinson, A machine-oriented logic based on the resolution principle, *J. Assoc. Comput. Mach.* 12 (1965), 23–41.
Traduction russe dans *Kibernet. Sbornik* 7 (1970), 194–218.
13. Julia Robinson, An iterative method of solving a game, *Ann. Math.* (2) 54 (1951), 296–301.
14. Julia Robinson, Existential definability in arithmetic, *Trans. Amer. Math. Soc.* 72 (1952), 437–449.
15. Julia Robinson, Unsolvability of Diophantine problems, *Proc. Amer. Math. Soc.* 22 (1969), 534–538.
16. Julia Robinson, Axioms for number theoretic functions, *Selected Questions of Algebra and Logic (Collection Dedicated in the Memory of A.I. Mal'cev)*, Novosibirsk : Nauka (1973), 253–263. Voir aussi *Math. Rev.* 48 (1974) # 8224.
17. D. Singmaster, Notes on binomial coefficients, *J. London Math. Soc.* 8 (1974), 545–548.
Voir aussi *Referativnyi Zhurnal Matematika* (1975) 3A143.
18. N.N. Vorob'ev, *Fibonacci Numbers*, 2nd. ed., Moscow : Nauka, 1964; 3rd ed., 1969.

Traduction française : N. Vorobiev, *Caractères de divisibilité Suite de Fibonacci*, Editions Mir. Moscou (1973), p.145 et suiv.

Les traducteurs présentent leurs plus vifs remerciements aux Editions Springer pour avoir accepté que cette traduction française soit publiée sans frais supplémentaires.

L'INFLUENCE FRANÇAISE

SUR LA RECHERCHE MATHÉMATIQUE FINLANDAISE

OLLI LEHTO

Traduction A. Douady

La France a eu une influence étonnamment forte sur les mathématiques finlandaises. On peut dire que l'essentiel de la recherche mathématique actuelle en Finlande a ses racines à Paris au tournant du siècle. Des contacts mathématiques préliminaires ont une histoire plus ancienne.

1. La naissance de la recherche universitaire en Finlande.

L'activité académique sur le sol finlandais a commencé en 1640 avec la fondation de l'université de Turku, alors capitale du pays. Le début est modeste avec dix professeurs seulement, mais l'une des chaires est pour les mathématiques. Pendant longtemps il n'y a pas de recherche mathématique digne de ce nom; c'est à peine si l'on ressent en Finlande l'impulsion de l'âge d'or des mathématiques. Au XVIII^{ème} siècle, l'écart avec le niveau international se rétrécit progressivement. L'université produit un mathématicien de classe internationale : Anders Lexell, ami et collaborateur d'Euler. Il est invité à l'académie impériale des sciences à Saint-Petersbourg et ne retourne pas en Finlande, où la recherche mathématique ne démarre pas réellement avant le milieu du siècle. On assiste alors à un essor marqué des mathématiques.

Aux environs de 1850, le temps est mûr pour la recherche universitaire. Au début du XIX^{ème} siècle, des évènements importants se produisent dans les universités européennes en général et en particulier à l'unique université de Finlande. De nos jours il semble bien acquis que, outre l'enseignement, les universités ont pour mission la recherche et que l'interaction entre la recherche et l'enseignement est ce qui distingue les universités des autres établissements d'enseignement. On attend des universités que, loin de se cantonner dans le savoir ancien, elles rassemblent des connaissances nouvelles, en créent elles-mêmes par un engagement actif dans la recherche et interagissent avec la société en engendrant des idées neuves et en exprimant une critique impartiale. Cette idéologie ne s'introduit pas dans les universités avant le siècle dernier. On en accorde en général le mérite à Wilhelm de Humboldt, qui formula cette doctrine explicitement et vigoureusement à l'Université de Berlin récemment fondée dans les années 1810. On dit que, après ses défaites militaires devant la France, la Prusse avait canalisé son

énergie vers le monde du savoir. Les idées Humboldtienues se répandirent rapidement sur le continent.

Des changements politiques fondamentaux eurent lieu à cette époque en Finlande. La Russie avait conquis la Finlande en 1809 et en avait fait un Grand Duché autonome de son empire, mettant ainsi un terme à une alliance de 700 ans avec la Suède. Comme conséquence, l'université prit une grande importance. Bien qu'elle ait toujours eu un caractère national, ce n'avait jamais été après tout qu'une des universités du royaume de Suède, souvent à l'ombre de Uppsala. Maintenant, c'était devenu définitivement l'Université de Finlande, le centre d'une identité et d'une culture nationales qui s'affirmaient rapidement, et elle fut chargée de la tâche exigeante de former les fonctionnaires pour le pays autonome. Bien que surveillée de près par Saint-Petersbourg, l'université tira parti de l'intention politique du conquérant de pacifier ce coin de la Russie et de couper l'herbe sous le pied de toute idée de revanche suédoise. Il était donc opportun de convaincre les finlandais d'oublier leur passé et de profiter des avantages d'appartenir à un empire glorieux. Un pas concret dans cette direction fut de doubler les fonds de l'université à peine deux ans après la conquête russe. Des ressources matérielles notablement plus importantes et une conscience croissante de sa signification nationale stimulèrent fortement le développement positif de l'université.

Quand l'université s'est déplacée de Turku vers la nouvelle capitale Helsinki en 1828, de nouveaux statuts lui furent donnés, qui prenaient en compte les idées de Humboldt. Une des tâches assignées à l'université était de "promouvoir la recherche libre". Cette formulation est restée inchangée depuis; la loi actuelle de 1922 qui régit l'Université d'Helsinki commence par les mêmes mots. Afin d'accentuer davantage l'importance de la recherche, la société finlandaise des sciences, notre première académie pluridisciplinaire, fut fondée en 1838. Vers 1850, le curriculum de l'université fut modernisé en exigeant plus de profondeur et moins d'étendue pour la maîtrise; le doctorat tel qu'il existe de nos jours fut introduit et le latin cessa d'être la langue d'enseignement. Il fut remplacé par le suédois, qui continua à être la langue des gens cultivés en Finlande jusqu'à la fin du siècle, où le finnois commença à gagner progressivement du terrain. Dans l'ensemble, pendant la seconde moitié du XIX^{ème} siècle, l'université d'Helsinki a atteint un bon niveau européen.

2. Premiers contacts avec les mathématiciens français.

Au siècle dernier, il n'y avait qu'une université en Finlande, et une unique chaire de mathématiques. L'activité mathématique reposait donc sur une seule personne. Le premier professeur de mathématiques après que l'université se soit déplacée à Helsinki, Nathanaël af Schulten, n'a pas laissé

de traces durables dans les mathématiques finlandaises. Il mérite cependant d'être mentionné ici car afin de se qualifier pour l'emploi de professeur, il entreprit à ses frais un voyage à Paris en 1824. Ce n'était pas un voyage facile : on pouvait atteindre Stockholm en bateau sans grande difficulté, mais le voyage de Stockholm à Paris prit à Af Schulten 33 jours. Il alla d'abord à Gothenbourg en diligence et il dût attendre là plusieurs jours un bateau qui puisse l'emmener à Londres, et ainsi de suite. On a fait des progrès depuis, en dépit des embouteillages entre l'aéroport Charles de Gaulle et le centre de Paris. Af Schulten passa six mois à Paris où, grâce à ses lettres de recommandation, des portes du monde scientifique s'ouvrirent à lui. Il rencontra Laplace, Poisson, Fourier, Lacroix et beaucoup d'autres et fut admis aux séances restreintes de l'académie des sciences. Il soumit à l'académie un article sur la mécanique et plus tard un autre sur l'optique ; aucun ne fut publié. Il y avait peut-être de bonnes raisons pour ignorer les articles de Af Schulten, mais il est bon de rappeler qu'à la même époque, un autre jeune mathématicien d'Europe du nord suscita peu d'attention : Niels Henrik Abel.

L'impact français sur les mathématiques finlandaises commença vraiment avec le successeur de Af Schulten, Lorenz Lindelöf, qui fut nommé professeur à Helsinki en 1857. Nous ne savons pas si Af Schulten avait pavé la route vers la France pour Lindelöf mais en tous cas ce dernier passa six étés consécutifs (de 1858 à 1863) et l'année académique 1859-60 à Paris. Les voyages étaient devenus plus faciles : il y avait des liaisons par bateaux à vapeur entre Helsinki et l'Allemagne du Nord (pendant les mois où la mer Baltique n'était pas gelée) et l'Europe centrale était reliée par des chemins de fer. A Paris Lindelöf rencontra de nombreux mathématiciens dont Hermite. Au Collège de France il assista aux cours de Liouville qu'il admirait. Mais pour qu'un Finnois pénètre vraiment les cercles des mathématiciens français de premier plan, il fallut attendre une génération de plus : la venue du fils Ernst Lindelöf à Paris.

Le principal contact de Lorenz Lindelöf à Paris est l'abbé Moigno, un prêtre catholique qui s'était aussi consacré aux mathématiques et aux sciences naturelles. Il s'intéressa particulièrement à Lindelöf, lui facilita la vie pratique et lui promit sa coopération scientifique. En particulier il encouragea la publication des notes de Lindelöf sur le calcul des variations. Cette monographie de 350 pages, "Leçon de Calcul des Variations" fut éditée en 1861 par Mallet-Bachelier, imprimeur-libraire du Bureau des Longitudes, de l'Ecole Impériale Polytechnique ; la page de titre mentionne également "Imprimé aux frais de l'Université de Helsingfors (Finlande)". C'est le premier ouvrage d'un mathématicien finlandais à être reconnu internationalement. Il fut abondamment utilisé dans les universités européennes pendant un certain temps et fut aussi traduit en russe. Un an après sa parution, l'Abbé Moigno eut la joie d'écrire à Lindelöf : "Votre livre a eu véritablement un succès inespéré, M. Mallet-Bachelier m'a annoncé

il y a quelques jours qu'il en avait vendu, ces deux derniers mois, 354 exemplaires; c'est beaucoup, c'est énorme".

Pendant son séjour à Paris, Lindelöf atteint un haut degré de perfection dans la langue française. En Finlande on le louait et le blâmait d'être très français. Son style présentait les caractéristiques françaises : clarté, précision, absence de digressions inutiles, mais aussi une certaine froideur et une distance au lecteur. Les mêmes mérites et défauts marquaient son enseignement. On a dit que la perfection formelle de Lindelöf avait un effet aliénant, comme la façon critique qu'il avait de diriger ses étudiants. Il n'eut que peu d'élèves dans son propre domaine. Je pense que les traits positifs du style français de Lorenz Lindelöf ont eu un effet de longue durée sur la production mathématique finlandaise. Son fils Ernst et plus tard Rolf Nevanlinna accordèrent une grande importance au soin apporté à la rédaction. Pour eux le manque de précision ou de clarté était impardonnable, équivalent à l'obscurité de la pensée. Ils transmirent cela à leurs étudiants qui furent nombreux.

Lorenz Lindelöf ne fut mathématicien à temps complet que durant une courte période. En 1869 il fut élu recteur de l'université pour trois ans et après cela il fit une carrière politique remarquable. Après lui, un jeune suédois, Gösta Mittag-Leffler, fut nommé Professeur de mathématiques. Mittag-Leffler, disciple du légendaire Karl Weierstrass, était orienté vers Berlin. Sa contribution permanente aux mathématiques finlandaise a été d'y amener l'analyse complexe et d'y faire naître l'intérêt pour cette branche. Ceci devait avoir de profondes conséquences sur le développement des relations franco-finlandaises.

Après avoir été nommé à l'Université de Stockholm nouvellement fondée, Mittag-Leffler retourna en Suède. A Helsinki, ce fut Edvard Rudolf Neovius, cousin d'Ernst Lindelöf et oncle de Rolf Nevanlinna qui lui succède. Pour notre sujet on peut sauter Neovius car il eut peu de relations avec les mathématiciens français. Il avait étudié à Zürich, à l'E.T.H., où il fut fortement inspiré par le jeune H.A.Schwarz. Plus tard ils se lièrent d'amitié, Neovius séjournant à Zürich, puis à Göttingen et Schwarz en Finlande. L'intérêt pour la recherche en analyse complexe n'était peut-être pas très grand en Finlande mais néanmoins vivant.

3. Ernst Lindelöf.

Pendant 30 ans Paris ne joua pas un grand rôle dans les mathématiques en Finlande. Un nouveau développement dans les années 1890 mena à une influence française décisive. Le lien était Ernst Lindelöf, la nouvelle étoile montante en Finlande qui, jeune docteur, fit deux visites d'un an à Paris en 1893 et 1898. A l'époque des visites de Lindelöf, Paris était le grand centre

des mathématiques dans le monde. *Primus inter pares* était Poincaré, dont les contributions aux mathématiques pures, à la physique théorique et à la philosophie devaient être si fécondes. Outre Poincaré, des mathématiciens remarquables étaient en activité comme Emile Picard, Jacques Hadamard et Paul Painlevé, qui étaient un peu plus âgés que Lindelöf, et Emile Borel et Henri Lebesgue qui avaient le même âge. Borel fut le plus important pour Lindelöf. Ils devinrent amis pour la vie. On peut lire dans une série de lettres de Borel à Lindelöf un ton personnel, chaleureux et plein d'estime.

Le jeune Lindelöf se concentra bientôt sur l'analyse complexe. Son intérêt était vaste et il devint un expert sur l'oeuvre de Cauchy, après une étude méticuleuse de la volumineuse production de Cauchy (dont quelques 700 notes). Dès 1903 Borel projeta une série de monographies sur la théorie des fonctions, il écrivit à Lindelöf : "J'ai tout de suite pensé à vous, et je serai très heureux que vous soyez le premier étranger à collaborer à notre collection". Borel refusa les thèmes des fonctions entières et applications conformes que Lindelöf avait proposés et suggéra à la place la théorie des résidus "pour faire revivre cette admirable invention de Cauchy" comme il écrivit. Il en résulta le merveilleux petit livre "Calcul des résidus" de Lindelöf qui parut en 1905. La formule des résidus de Cauchy fut gravée sur la médaille dédiée à la mémoire de Lindelöf, après sa mort en 1946. En 1900, la chaire de Helsinki était vacante et Lindelöf était un excellent candidat. Il hésita entre présenter son travail sur les fonctions automorphes et celui sur les fonctions entières (analytiques dans tout le plan complexe) et choisit ce dernier. La théorie, développée par les mathématiciens français à la fin du XIX^{ème} siècle était devenue centrale en analyse complexe. Ce choix fut donc naturel pour Lindelöf qui connaissait extrêmement bien ce sujet grâce notamment à ses contacts directs avec tous les mathématiciens français qui faisaient progresser la théorie. Parmi eux son ami Borel était le plus avancé.

Les fonctions entières les plus simples sont les polynômes complexes : les points importants de la théorie générale peuvent aisément être établis. Un polynôme s'exprime simplement, connaissant ses zéros, et, s'il est de degré n , il prend chaque valeur complexe n fois et croît à l'infini comme la puissance n -ème de la variable. Dans la théorie des fonctions entières, il s'agit de trouver les analogues de ces résultats. Les deux points de départ sont la formule de Weierstrass (1876) qui exprime une fonction entière à partir de ses zéros et le fameux théorème de Picard (1879) affirmant qu'une fonction non constante ne peut omettre qu'une valeur au plus.

Une fonction entière qui ne s'annule pas peut avoir une croissance arbitrairement rapide; l'étude des relations entre la densité des zéros et la croissance maximale du module pose donc plus de problèmes que pour les polynômes. Des progrès partiels sont cependant réalisés par Poincaré en 1883 et par Hadamard, dix ans plus tard. Le pas décisif est l'oeuvre de Borel. Tout d'abord il définit l'ordre d'une fonction entière, une mesure appropriée

de la croissance du module et découvre que, plutôt que de s'intéresser seulement aux zéros, on devrait étudier plus généralement les a -points, c'est-à-dire les points où la fonction prend une valeur arbitraire donnée a . Imitant la définition de l'ordre, il introduit une expression pour mesurer la croissance du nombre de a -points et remarque que, en vertu du théorème de Hadamard, sa limite supérieure ne dépasse jamais l'ordre. Mais la véritable bombe est sa démonstration que cette limite supérieure est en fait égale à l'ordre pour tout a , avec éventuellement une unique exception. Ce résultat de Borel recouvre les théorèmes de Poincaré et Hadamard et constitue une amélioration frappante du théorème de Picard pour les fonctions d'ordre fini.

Pendant les deux premières décades de notre siècle, le théorème de Borel va dominer la théorie des fonctions entières. Georges Valiron, l'un des successeurs les plus actifs et féconds de Borel s'exprime ainsi au Congrès International des Mathématiciens à Strasbourg en 1920 : "C'est à cette proposition que se rattachent plus ou moins directement tous les travaux ultérieurs sur les fonctions entières". Lindelöf rejoint le groupe remarquable des mathématiciens français travaillant sur les fonctions entières et donne, dans son vaste traité "Mémoire sur la théorie des fonctions entières de genre fini", publié en 1902, un exposé complet de la théorie, simplifiant nombre de démonstrations et ajoutant des résultats de son cru. La signification historique de ce travail de Lindelöf est l'introduction en Finlande de la théorie de la distribution des valeurs de fonctions analytiques. Ce domaine devait devenir l'une des contributions finlandaises les plus importantes dans les mathématiques. Le "mémoire" est caractéristique des publications de recherche de Lindelöf — presque toutes en français : écrit dans un style modeste, soigneux et lucide, n'insistant pas sur les contributions propres de l'auteur. Dans sa monographie de 1903 exposant la théorie des fonctions entières Borel adopta la présentation de Lindelöf : "M. Lindelöf a retrouvé, par une voie plus directe, la plupart de ces résultats".

En 1903, Lindelöf fut nommé Professeur de Mathématiques à l'université d'Helsinki. A partir du début du siècle, la recherche mathématique se développe sérieusement en Finlande. Outre Lindelöf, Hjalmar Mellin travaille sur les fonctions gamma et séries hypergéométriques et devient célèbre pour ses formules de transformation; K. F. Sundman étudie le problème des trois corps, il est invité à Paris pour présenter sa solution à l'académie des sciences. Pendant la première guerre mondiale le groupe s'accrut encore, les étudiants de Lindelöf devenant plus mûrs. Mais durant plus de trois décades, Lindelöf est le leader incontesté de la communauté mathématique finlandaise, entouré de l'estime et de l'affection de ses pairs. A partir de 1910, Lindelöf commença à reporter de plus en plus son activité de la recherche vers l'enseignement. la période de la première guerre mondiale est en quelque sorte paradoxale. les conditions extérieures sont défavorables, la Finlande est pratiquement isolée de l'Europe continentale, cependant les mathématiques prospèrent, de nouveaux talents naissent à un rythme jamais

atteint en Finlande. Ce développement est entièrement dans les mains de Lindelöf. Parmi les étudiants qui soutinrent leur thèse à cette époque, Félix Iversen, P. J. Myrberg, Frithiof et Rolf Nevanlinna acquirent une renommée internationale en analyse complexe, d'autres gagnèrent une reconnaissance nationale. A quelques exceptions près, tous leurs travaux portent des traces visibles de la théorie des fonctions française.

4. La théorie de Nevanlinna

Une deuxième édition des "Leçons sur les fonctions entières" de Borel parut en 1921. Dans la préface, Borel motivait la réimpression par la remarque que les fondements de la théorie des fonctions entières n'avaient pas changé depuis la parution de la première édition basée sur les cours donnés à la fin du siècle précédent. Une théorie mise à jour était présentée dans le chapitre supplémentaire "Progrès de la théorie des fonctions entières depuis 1900", écrit par Valiron. La bibliographie de ce chapitre, couvrant la période 1900—1920, montre que la théorie n'était pas exclusivement entre les mains des mathématiciens français. Il semble que le contributeur étranger le plus actif ait été Lindelöf. Très tôt, la question fut posée de savoir si la théorie des fonctions entières de Picard—Poincaré—Hadamard—Borel pouvait s'étendre aux fonctions méromorphes, c'est-à-dire qui peuvent avoir des pôles. Le théorème de Picard s'étend immédiatement : une fonction méromorphe sur le plan complexe omettant trois valeurs est constante. Par contre, comme une fonction méromorphe peut prendre la valeur ∞ , le problème fondamental d'étudier les relations entre le module maximum et la fonction qui compte la densité des a -points perd son sens.

Borel avait fait une tentative de surmonter cette difficulté en représentant une fonction méromorphe comme quotient de deux fonctions entières. Ce procédé a des inconvénients évidents, et les développements ultérieurs ont montré qu'il ne fournit pas un point de départ approprié pour construire une théorie générale des fonctions méromorphes. Cependant, le monde mathématique devait s'apercevoir qu'une belle théorie existait pour ces fonctions, contenant comme cas particulier la théorie ancienne des fonctions entières sous une forme améliorée. Cette théorie fut développée par Rolf Nevanlinna.

Nevanlinna avait 26 ans quand son intérêt se concentra sur les problèmes de distribution des valeurs. Sur ce point il fut stimulé et soutenu par son professeur Lindelöf, ce que Nevanlinna a toujours reconnu sans réserve. Il est vraisemblable que Lindelöf a aussi contribué à l'intérêt de Nevanlinna pour les méthodes de théorie du potentiel qui furent une des clés de son succès. Alors que Lindelöf s'était intéressé à la théorie des distributions des valeurs des fonctions entières à Paris, et qu'il avait ensuite apporté ses connaissances françaises en Finlande, ce ne fut qu'en 1926 que Nevanlinna visita Paris pour

la première fois, après qu'il eût plus ou moins achevé sa théorie. Cependant l'oeuvre de Nevanlinna fut profondément influencée par l'école française de théorie des fonctions, indirectement à travers Lindelöf et par les écrits de Borel, Valiron et autres.

L'outil de base que Nevanlinna utilisa systématiquement fut la grande formule classique de Poisson et la forme perfectionnée que Jensen en avait donné en 1899. Dans sa thèse en 1913, Valiron avait insisté sur l'importance de cette formule pour des problèmes de distributions des valeurs. En utilisant les fonctions comptant les zéros et les pôles, Valiron avait réécrit la formule sous une forme qui a dû aider Nevanlinna à en tirer ses étonnantes conséquences.

L'article de Nevanlinna "Untersuchungen über den Picardschen Satz" de novembre 1923 constitue une véritable percée. Il y introduit et utilise systématiquement pour la première fois deux de ses concepts principaux : la fonction de proximité et la fonction de comptage. La seconde s'obtient à partir de la fonction de comptage brute de Borel par intégration — Valiron était tombé dessus dans sa version de la formule Poincaré—Jensen, mais il ne s'était pas rendu compte de son importance. Nevanlinna parvient à réécrire la formule de Poisson—Jensen sous une forme symétrique, en termes des fonctions de proximité et de comptage de la fonction méromorphe donnée f et de la fonction $1/f$. C'est à ce moment que la théorie de Nevanlinna prend spectaculairement naissance.

Il fallut encore quelques mois à Nevanlinna pour se rendre compte du plein sens de son équation. La conclusion finale fut tirée dans la note aux comptes—rendus de l'académie des sciences de juillet 1924. Le théorème que Nevanlinna appela plus tard le premier théorème principal dit que l'affinité totale d'une fonction méromorphe vers chaque valeur a est constante, indépendante de a . Si f prend une valeur moins souvent que la moyenne, il y a toujours une compensation : la fonction approche une telle valeur plus fortement que la moyenne. L'affinité totale est appelée la fonction caractéristique ; elle joue un rôle décisif dans la théorie des fonctions méromorphes. Le premier théorème principal de Nevanlinna pose la question de la taille relative des deux composantes, la fonction de proximité et la fonction de comptage, dont la somme constitue la caractéristique. Nevanlinna donne une réponse sous la forme d'une inégalité qu'il appela le second théorème principal.

Alors que le problème qui mène au second théorème principal se formule naturellement quand on dispose du premier, Nevanlinna découvrit en fait ces deux théorèmes en même temps. Ils furent annoncés pour la première fois dans la même note aux Comptes—Rendus de juillet 1924. La raison de cela est que, au début de ses recherches, Nevanlinna n'était pas pressé de s'occuper des fonctions méromorphes. Il se concentra

surtout sur des questions provenant des théorèmes de Borel. Son article de 1923 qui constituait une percée s'intéressait principalement à la croissance des fonctions analytiques régulières. Pour ces fonctions, l'article contenait une version préliminaire du second théorème principal qui était déjà une amélioration remarquable du théorème de Borel. L'idée fondamentale de la démonstration, de comparer la croissance d'une fonction à celle de sa dérivée, remonte à Borel. En 1925 Nevanlinna présenta une vue d'ensemble de sa théorie dans les *Acta Mathematica*, avec les deux théorèmes principaux en position centrale. L'utilisation de la fonction caractéristique à la place du logarithme du module maximum permettait à Nevanlinna d'établir pour les fonctions méromorphes pratiquement toute la théorie des fonctions entières. Les résultats sur les fonctions entières étaient ainsi présentés comme des cas particuliers de théorèmes plus généraux, souvent sous une forme plus forte ou avec des hypothèses plus faibles que dans la théorie ancienne.

Avant que cet article de survol ait paru, Littlewood dans une lettre et Collingwood dans une note aux *Comptes—Rendus* de novembre 1924 attirèrent son attention sur une observation importante. Ils observèrent que la démonstration du deuxième théorème principal restait valable dans le cas d'un nombre arbitraire de valeurs, et pas seulement pour le cas de ces trois valeurs considéré par Nevanlinna. Cela incita Nevanlinna à écrire un appendice à son article aux *Acta Mathematica*. Sous cette forme plus générale, le deuxième théorème principal permettait à la théorie de la distribution des valeurs de dépasser largement son domaine classique. Pour une fonction méromorphe, Nevanlinna introduisit son défaut par rapport à une valeur a , un nombre compris entre 1 et 0. Un défaut strictement positif indique une valeur prise avec une fréquence exceptionnellement basse, une valeur complètement omise donne le défaut 1. Nevanlinna déduisit du second théorème principal une amélioration puissante des théorèmes de Picard et Borel : que la somme des défauts ne dépasse jamais deux.

Dans l'été 1926 Nevanlinna séjourna à Paris comme boursier Rockefeller. Il raconte que grâce à Lindelöf, qui était bien introduit à Paris, il fut reçu chaleureusement. En particulier il mentionne Jacques Hadamard et Paul Montel. Mais bien sûr Nevanlinna était aussi connu pour lui-même. Il fut invité à une réunion de l'académie, où Picard le présenta. Après la réunion il fut accueilli par Borel, qui lui demanda d'écrire une monographie pour sa collection. Nevanlinna fut heureux d'accepter cette offre et le livre "Le théorème de Picard—Borel et la théorie des fonctions méromorphes" parut dans la "collection de Borel" en 1929. Cette même année, Nevanlinna était de nouveau à Paris et il resta près de la moitié de l'année en France. Cependant il semble que ces séjours en France n'apportèrent pas à Nevanlinna de contacts mathématiques importants, sans parler de coopération, avec ses collègues français.

Vers la fin de 1920, la théorie de la distributions des valeurs, telle

quelle émanait de l'Ecole française, était dans une large mesure achevée. Une analyse plus approfondie du second théorème principal amena à une recherche de propriétés des fonctions méromorphes d'une façon nouvelle, se rattachant par leur nature à la topologie et à la géométrie différentielle. En 1931, Nevanlinna déclara que le but ultime de la théorie des fonctions méromorphes était une connaissance plus approfondie de leurs surfaces de Riemann. Ce n'était plus la mode de Paris. Les contacts internationaux de Nevanlinna, et avec lui de ses étudiants, se tournèrent donc vers l'Allemagne et vers la Suisse.

A la fin des années 1920, il y eut un bel épisode mathématique Franco—Finnois. En 1907 Arnaud Denjoy, alors âgé de 21 ans, avait formulé une conjecture sur le nombre de valeurs asymptotiques d'une fonction entière d'ordre fini donné. Malgré de nombreux efforts, le problème resta ouvert pendant deux décades. En 1928, il fut résolu par Lars Ahlfors, étudiant de Lindelöf et Nevanlinna, alors âgé de 21 ans. Ce résultat le rendit instantanément célèbre et une bourse Rockefeller lui permit de passer quelques temps à Paris. Par la suite Ahlfors produisit un travail fécond, d'abord en théorie de la distribution des valeurs, puis dans de nombreux autres domaines de l'analyse complexe, mais sans influence française notable.

5. Le développement des mathématiques en Finlande

En Finlande, le nombre de gens faisant de la recherche mathématique a augmenté, lentement mais sûrement. L'Institut Polytechnique d'Helsinki a été élevé au rang d'Université et a reçu une chaire de Mathématiques. Le premier professeur à l'Université de Technologie fut Mellin, à qui P. J. Myrberg succéda en 1926.

A la suggestion de Lindelöf, Myrberg choisit la théorie des fonctions automorphes comme domaine particulier. Pendant toute sa vie il fut un grand admirateur de Poincaré. De même que Lindelöf avait parcouru patiemment toute l'oeuvre de Cauchy, Myrberg pénétra les travaux mathématiques de Poincaré avec zèle et ténacité. Déjà sa thèse de doctorat en 1916 s'occupait des séries θ de Poincaré. Outre Poincaré, Myrberg fut aussi fortement influencé par d'autres mathématiciens français, bien qu'il ne fit qu'une courte visite universitaire à Paris, à l'invitation de Gaston Julia pour donner une série de conférences "sur la théorie des fonctions automorphes"; elles furent publiées dans les annales de l'école normale supérieure.

Sur ces vieux jours, Myrberg travailla principalement sur la théorie de l'utilisation, utilisant les idées et les résultats de Fatou et Julia. Ignoré dans une grande mesure à l'époque, ce travail fut reconnu de façon posthume lorsque la théorie de l'itération, grâce aux ordinateurs, devint hautement populaire.

En 1926, Rolf Nevanlinna fut nommé à la deuxième chaire de Mathématiques nouvellement créée à l'Université d'Helsinki. Lorsque Lindelöf prit sa retraite en 1938, Myrberg, qui s'était trouvé en compétition avec Nevanlinna en 1926, fut invité au poste vacant. Avec Lindelöf, Nevanlinna, Myrberg et Ahlfors, Helsinki était devenu l'un des centres mondiaux de la théorie des fonctions complexes. La très forte tradition créée par l'école de théorie des fonctions d'Helsinki a eu un effet à long terme, bientôt nécessaire pour résister aux difficultés qui devaient se présenter.

Après la guerre, le bastion mathématique finlandais vola en éclats. Lindelöf démissionna de la présidence de la société mathématique finlandaise en 1944 et mourut deux ans plus tard. Ahlfors en premier, puis Nevanlinna quittèrent la Finlande. En outre, les conditions extérieures étaient difficiles, l'économie du pays traînait des pieds après la longue guerre, et la guérison était retardée par le paiement de lourdes réparations de guerre à l'Union Soviétique et le besoin urgent de réinstaller la population de la Carélie qui avait été cédée. Pendant plusieurs années, la monnaie finlandaise ne fut pas convertible, ce qui rendait les contacts scientifiques internationaux dépendants de l'autre partie en jeu. Dans cette situation les relations mathématiques finlandaises commencèrent à inclure l'Amérique plus qu'avant. Les Etats-Unis devenaient une super—puissance en mathématiques et avaient, pour les normes européennes d'après—guerre, d'amples ressources. En Europe, ce fut la Suisse, grâce au poste de professeur que Nevanlinna occupait à Zürich, qui fut notre meilleure fenêtre sur les activités mathématiques internationales.

Bien sûr, la France était si forte en mathématiques qu'elle ne pouvait tomber dans l'oubli en Finlande. On discutait beaucoup du Bourbakisme, on exprima des opinions pour et contre. Nevanlinna, qui passait ses vacances en Finlande et dominait toujours dans une large mesure la scène mathématique, représentait une vue plutôt critique. A partir des années cinquante, je peux porter témoignage personnellement de l'influence française sur les mathématiques finlandaises, étant devenu enseignant à l'Université d'Helsinki en 1951. Je me rappelle l'ardeur avec laquelle un groupe de jeunes mathématiciens qui se réunissait le soir essayait de se familiariser avec la théorie des distributions de Laurent Schwartz, médaille Fields en 1950. Dans la fin des années cinquante, je travaillais avec mon collègue K. I. Virtanen sur une classe de fonctions méromorphes. Les idées sous—jacentes provenaient de deux mathématiciens, Montel et Marty, tous deux français. Pour nos fonctions, nous suggérâmes le nom "normal", prenant ce mot à la notion de "famille normale" de Montel.

En 1957, les conditions s'étaient tellement améliorées qu'on décida d'organiser un colloque de fonctions analytiques à Helsinki, la première conférence mathématique internationale à avoir lieu en Finlande. La participation était sur invitation personnelle, l'assistance fut bonne et la part

française particulièrement importante. A cette occasion j'eus l'expérience inoubliable d'entrer en correspondance avec le grand Hadamard, qui a mes yeux représentait l'histoire ancienne. Il finit par refuser de venir, mais Denjoy et Montel furent présents. Ils étaient, je crois, les plus visibles des participants, en partie à cause de l'intérêt que la presse finlandaise montra pour ces vieillards. Quand une jeune femme reporter les interviewant leur demanda ce qu'était une fonction, Montel lui prit la main et lui dit : "Mademoiselle, quand je prends votre main, ma température monte. C'est une fonction".

Dans les années soixante et soixante—dix l'éducation supérieure se répandit vigoureusement en Finlande, et avec ce développement le nombre de personnes impliquées dans la recherche mathématique s'accrut considérablement. La recherche s'étendit à d'autres domaines mathématiques que l'Analyse complexe. En même temps un véritable réseau de contacts internationaux commença à se développer; on était bien loin de l'époque où ils reposaient sur quelques individus. Pour les mathématiciens finlandais aujourd'hui, l'importance relative de l'Europe s'accroît, avec la France en bonne position. Le développement est bien sûr renforcé par les objectifs politiques d'intégration européenne.

Au milieu de ce développement extraordinaire, l'analyse complexe et les domaines reliés constituent toujours le noyau et la part la plus importante de la recherche mathématique finlandaise. On peut discerner clairement une continuité, commençant avec la théorie des distributions des valeurs de fonctions entières et méromorphes, allant vers les surfaces de Riemann, se dirigeant de là vers les applications quasi—conformes et à travers elles vers de nombreuses directions nouvelles. Le véritable point de départ de cette chaîne fut sans aucun doute inspiré par les résultats de l'école mathématique française. On peut dire, avec quelque justification, que les fondations sur lesquelles repose la masse de la recherche mathématique finlandaise de nos jours furent posées à Helsinki et à Paris. Un beau défi pour les relations mathématiques futures entre la Finlande et la France!

Références

G. ELFVING, History of Mathematics in Finland 1828—1918, Soc. Sci. Fenn., Helsinki 1981.

O. LEHTO, On the Birth of the Nevanlinna Theory, commentationes in memoriam Rolf Nevanlinna, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. I. Math. 7 : pp 5—23, Helsinki 1982.

HOMMAGE À JÜRGEN MOSER

EDUARD J. ZEHNDER¹

ETH Zürich

traduit de l'allemand par Bernhard Keller et Marc Chaperon.

JÜRGEN Moser est né le 4 juillet 1928 à Königsberg, aujourd'hui Kaliningrad. Il y fréquenta le "Wilhelmsgymnasium" (lycée Guillaume le Grand), qui compte aussi David Hilbert parmi ses anciens élèves. Son enfance et sa jeunesse furent assombris par le régime Nazi et la seconde guerre mondiale. En 1947, il quitta la zone d'occupation orientale pour faire des études de mathématiques à Göttingen sous la direction de F. Rellich. Le retour de C.L. Siegel à Göttingen en 1950 fut décisif pour son développement mathématique ultérieur. Les mathématiques vigoureuses de Siegel, son extrême exigence et son style l'impressionnèrent profondément. Boursier Fullbright, il visita en 1953 pour la première fois la New York University. Après un bref retour à Göttingen, pendant lequel il fut l'assistant de Siegel, il s'installa en 1955 aux États-Unis. C'est à ce moment que commença son association longue et fructueuse avec le Courant Institute, interrompue seulement par un séjour au MIT de 1957 à 1960. L'atmosphère stimulante du Courant Institute exerça une forte influence sur lui et sur son activité de mathématicien. Cette période vit naître nombre de travaux importants. En 1980, il s'établit à l'École Polytechnique Fédérale de Zürich (ETH Zürich), dont il dirige l'Institut de Recherche Mathématique.

De 1983 à 1986, Moser fut Président de l'Union Mathématique Internationale. En 1969, il a été décoré de la médaille Craig Watson de l'Académie Nationale des Sciences des États-Unis; en 1968, il a reçu de l'AMS le prix George D. Birkhoff en Mathématiques Appliquées; en 1984, il a donné la "conférence J. von Neumann" de la SIAM (à Seattle); la médaille L.E.J. Brouwer (Groningen) lui a été décernée en 1984 pour ses apports spectaculaires à l'analyse et à la mécanique classique.

Jürgen Moser a fait des contributions fondamentales à l'analyse, qui ont transformé et fait avancer de façon essentielle ce domaine ancien des mathématiques. Il a non seulement obtenu des résultats profonds, mais aussi découvert des phénomènes inattendus et, ce qui s'avère être d'une importance particulière pour l'évolution des mathématiques, développé des techniques nouvelles qui sont maintenant utilisées dans de nombreux domaines des mathématiques.

L'œuvre de Moser couvre un large éventail de problèmes. Son extraordinaire vue d'ensemble des mathématiques va apparaître dans le choix que

¹ Texte développé de l'allocution prononcée à Berlin le 14 septembre 1992 lors d'une réunion de la Deutsche Mathematiker-Vereinigung au cours de laquelle la médaille Georg Cantor fut attribuée à J. Moser

nous avons effectué parmi ses travaux; ceux-ci montrent entre autres que, pour lui, la séparation entre mathématiques pures et appliquées n'existe pas.

1. Systèmes dynamiques et itération de Nash-Moser

Au cours des siècles, les problèmes de la mécanique céleste ont donné lieu à de nombreux développements mathématiques. Beaucoup de mathématiciens, de Laplace et Lagrange à Poincaré, G. Birkhoff et Siegel, relevèrent le défi de ce difficile problème de stabilité. Il s'agit d'un système d'équations différentielles ordinaires décrivant un mouvement sans friction dont les oscillations ne peuvent donc jamais décroître, ce qui donne lieu à des phénomènes de résonance compliqués que les mathématiciens appellent "problèmes de petits dénominateurs". Au congrès international de 1954 à Amsterdam, N. Kolmogorov avait fait sensation en annonçant la solution de ce problème. Mais ce n'est qu'en 1962 que Moser réussit une percée spectaculaire avec son célèbre théorème du twist [1], qui résout les difficultés liées aux petits dénominateurs dans le cas le plus simple. Il considère une application $u : A \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie sur un anneau circulaire $A : a < x^2 + y^2 < b$, préservant la mesure de Lebesgue et proche d'une application twist intégrable :

$$u : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \cos a(r^2) & -\sin a(r^2) \\ \sin a(r^2) & \cos a(r^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \text{perturbation},$$

$r^2 = x^2 + y^2$. De telles applications apparaissent dans le problème restreint des trois corps et avaient déjà été étudiées par Birkhoff. L'application non-perturbée est supposée non linéaire : $a' > 0$; elle laisse invariant tout cercle $r = \text{constante}$ et lui fait subir une rotation dont le nombre de rotation $a(r^2) = \alpha$, par hypothèse, augmente avec le rayon du cercle. Moser montre que, sous l'effet d'une perturbation, le cercle correspondant à α persiste sous la forme d'une courbe invariante $C : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^2$ proche du cercle et telle que la restriction de u à C soit encore une rotation d'angle α , c'est-à-dire une solution de l'équation non linéaire

$$u \circ C(\vartheta) = C(\vartheta + \alpha), \vartheta \in S^1 ;$$

cet énoncé vaut si l'on suppose premièrement, que u est assez lisse, deuxièmement, que la perturbation ainsi qu'un nombre suffisant de ses dérivées sont petites et, troisièmement, que l'angle α est diophantien (et, répétons-le, que le problème non-perturbé est non linéaire). Il s'agit d'un résultat analytique d'une grande subtilité, car aucune de ces hypothèses n'est superflue : les cercles de Liouville peuvent être détruits par de petites perturbations lisses, et de grandes perturbations peuvent supprimer toutes les courbes invariantes. Si l'on fait varier α , on obtient un ensemble de Cantor de courbes invariantes, c'est-à-dire un ensemble avec "beaucoup de trous" mais dont la mesure est positive. Ceci contraste par exemple avec le cas des homéomorphismes du disque préservant les aires qui, comme l'ont montré

Oxtoby et Ulam, sont en général ergodiques : dans le cas différentiable, contrairement à ce qu'avaient conjecturé des physiciens comme Fermi, on ne peut pas atteindre l'ergodicité au moyen de petites perturbations. En appliquant le théorème du twist, Moser montre qu'en particulier un point fixe elliptique d'un difféomorphisme local non linéaire du plan préservant la mesure est topologiquement stable, résultat qui joue un rôle central non seulement en mécanique céleste mais aussi dans la théorie des accélérateurs de particules. Cette question avait déjà été étudiée par Birkhoff, mais il avait abouti à la conclusion contraire. Peu après ce succès dans le cas particulier du plan, Moser réussit dans [2], [3] à construire des tores invariants pour la classe de systèmes hamiltoniens qui, comme le système solaire, se trouvent à proximité d'un système intégrable. Ainsi, Moser a posé les fondements de la théorie de la stabilité des systèmes hamiltoniens, sur lesquels s'appuient un grand nombre de travaux profonds accomplis ensuite par lui-même et par d'autres mathématiciens.

C'est surtout la méthode de démonstration qui s'avère révolutionnaire et féconde pour les développements ultérieurs. Elle consiste en une procédure d'itération constructive dans une famille d'espaces linéaires. À chaque étape, on résout un problème linéaire en perdant de la différentiabilité à cause des petits dénominateurs, de sorte que les solutions doivent constamment être lissées. Ici, les effets accumulés des lissages sont contrebalancés par la rapidité de convergence de la procédure. Les opérateurs de lissage avaient été introduits par J. Nash dans le cadre d'une procédure d'itération tout à fait différente qu'il avait utilisée pour résoudre le problème du plongement isométrique. Ainsi s'explique que l'on parle des "techniques de Nash-Moser". On peut d'ailleurs résoudre le problème géométrique de Nash par des méthodes standard simples d'équations aux dérivées partielles grâce à une formulation adéquate de la fonctionnelle, comme l'a montré récemment M. Günther.

Les techniques d'itération de Moser forment aujourd'hui un arsenal indispensable, extrêmement efficace et flexible, qui donne des résultats même dans des cas où toutes les autres méthodes échouent. On les applique à des problèmes analytiques non linéaires subtils où la solution du problème linéarisé ne possède que des propriétés très faibles qui admettent cependant des estimations quantitatives. Ces techniques ont été placées dans un cadre abstrait sous plusieurs formes, comme les "théorèmes de fonctions implicites difficiles" de R. Hamilton et L. Hörmander². Par exemple, S. Klainerman a utilisé ces méthodes dans sa première démonstration de l'existence de solutions globales d'équations des ondes non linéaires en dimension supérieure pour contrôler la perte de décroissance des solutions de l'équation linéarisée. Les techniques de Moser ont inspiré la démonstration par T. Spencer et J. Fröhlich de l'existence de ce que l'on appelle "localisation d'Anderson" en physique des solides. Récemment, elles ont permis à S. Kuksin et J. Pöschel

² N. d. T. : citons aussi F. Sergeraert... et E. Zehnder.

de développer la théorie des perturbations de systèmes intégrables réalistes en dimension infinie, comme l'équation de Korteweg-de Vries.

De façon simultanée et indépendante, V. Arnold a résolu le problème des petits dénominateurs dans le cadre analytique, où le lissage n'est pas nécessaire; ainsi s'explique l'abréviation "théorie de KAM", théorie qui fait partie des réalisations majeures de ce siècle. Elle nous a donné une idée entièrement nouvelle de la stabilité des systèmes hamiltoniens proches des systèmes intégrables. Un ensemble de Cantor de mesure positive de l'espace des phases est formé de solutions stables, mais dans tous les trous apparaissent des phénomènes génériquement hyperboliques, instables et chaotiques, de sorte qu'il est par essence impossible de séparer les processus stables et instables.

2. Théorie de la régularité des EDP elliptiques et paraboliques

Dans [4] et [5], Moser développe une théorie d'itération inédite, devenue classique depuis, qui de nouveau exploite une procédure de convergence rapide. En se servant de cette méthode, Moser a pu donner une nouvelle démonstration pour le 19^e problème de Hilbert en dimension n , résolu peu avant par DeGiorgi et J. Nash. Cependant, plus importante encore est une "inégalité (dite) de Harnack" pour les solutions d'équations elliptiques à coefficients mesurables, qu'on ferait mieux d'appeler "inégalité de Moser", et qui est devenue tout à fait indispensable, y compris dans le traitement de systèmes elliptiques comme celui qui donne les applications harmoniques entre variétés riemanniennes. Cette inégalité affirme qu'une solution u d'une équation aux dérivées partielles elliptique

$$\sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x)u_{x_j})_{x_i} = 0$$

qui est positive dans une boule B_{2r} de rayon $2r$ vérifie

$$\max_{B_r} u \leq C \min_{B_r} u ;$$

ici, la constante C ne dépend que des bornes des valeurs propres de la matrice symétrique a_{ij} . Le point essentiel pour la théorie de la régularité est que cette estimation ne demande aucune hypothèse de différentiabilité ou de continuité sur les coefficients a_{ij} .

La monographie de Gilbarg-Trudinger (tome 224 des Grundlehren) fournit des renseignements sur quelques aspects choisis. Plus tard, Moser réussit dans [10] à obtenir des résultats semblables pour les équations paraboliques. Une partie essentielle de la théorie moderne des équations paraboliques non linéaires se fonde sur ces travaux. Comme celles que mentionne la section 1, ces publications font partie des "résultats du siècle".

3. Analyse complexe

Un problème ancien consiste à savoir si une hypersurface réelle analytique (de codimension réelle 1) dans un espace complexe $\mathbb{C}^n$ peut être envoyée par une application biholomorphe de $\mathbb{C}^n$ sur une autre hypersurface du même type. Il a été étudié par Poincaré en 1907 et par E. Cartan. Il s'agit du problème local. Dans le cas $n = 1$, il est bien connu que tout germe de courbe analytique admet une application conforme sur tout autre germe. Ce n'est plus le cas pour $n = 2$: Poincaré a montré que deux hypersurfaces réelles dans $\mathbb{C}^2$ ne sont pas en général équivalentes par des applications biholomorphes. S'inspirant de l'approche par Poincaré du problème de l'équivalence des systèmes dynamiques au moyen des formes normales, Moser, dans un travail commun avec S.S. Chern [8], construit une forme normale locale pour l'équivalence biholomorphe, forme normale qui préserve tous les invariants et qui s'appelle la forme de Moser. En suivant les idées de H. Cartan, Moser et Chern obtiennent en outre dans [8] les mêmes invariants pour les structures de Cauchy-Riemann abstraites, bien que l'identification ne soit pas simple. Cette forme normale permet aussi d'exhiber une famille extrêmement intéressante de courbes ("chaînes") sur la surface, qui jouent vis-à-vis de la structure complexe le rôle des géodésiques d'une structure riemannienne. Plus tard, en 1977, C. Fefferman a obtenu ces courbes de manière très originale à partir d'un principe variationnel et les a interprétées de façon géométrique. Ces phénomènes sont décrits dans le livre de H. Jacobowitz : *An introduction to CR-structures*, Math. Surveys and Monographs 32, AMS 1990.

Dans l'exemple d'une hypersurface strictement pseudoconvexe de $\mathbb{C}^2$ la forme normale de Moser s'écrit par rapport aux variables complexes $z = x + iy$ et $w = u + iv$

$$v = z\bar{z} + c_{24}z^2\bar{z}^4 + c_{42}z^4\bar{z}^2 + \sum_{j+k \geq 7} c_{jk}z^j\bar{z}^k$$

avec $\min\{j, k\} \geq 2$. Il est évident que cette surface est osculatrice à la quadrique $v = z\bar{z} = x^2 + y^2$ jusqu'à l'ordre cinq, et ce non seulement en un point mais le long de l'axe des u , qui est un exemple d'une "chaîne". Pour $\mathbb{C}^n$, avec $n \geq 3$, la forme normale est de nature plus compliquée.

Pour des codimensions supérieures les questions d'équivalence analogues sont encore ouvertes. Moser et Webster traitent dans [15] le cas spécial de la codimension réelle 2 dans $\mathbb{C}^2$. Il s'avère qu'en un point où l'espace tangent est complexe, il existe une solution complète, c'est-à-dire une forme normale qui contient tous les invariants biholomorphes. La démonstration se fonde sur des idées provenant de la théorie des systèmes dynamiques, et en particulier sur un résultat antérieur de Moser concernant la forme normale d'une application analytique réelle en un point hyperbolique.

4. Géométrie différentielle

Toute métrique ds^2 sur la sphère S^2 a une courbure de Gauss K qui, d'après la formule de Gauss-Bonnet, vérifie $\int_{S^2} K dA = 4\pi$. Dans [6], Moser traite la question inverse de caractériser, parmi les fonctions différentiables sur S^2 , les courbures des métriques riemanniennes conformes à la métrique standard. Il montre que, au sein des fonctions $K(\xi)$, $\xi \in S^2$, avec $K(\xi) = K(-\xi)$, ces courbures sont caractérisées par la condition $\max K(\xi) > 0$. La démonstration se fonde sur les méthodes directes du calcul des variations, que Moser applique à la fonctionnelle

$$\mathcal{F}(v) := \log \left[\frac{1}{2\pi} \int K e^{2v} dA \right] - \frac{1}{4\pi} \int |\nabla v|^2 dA - \frac{1}{2\pi} \int v dA.$$

L'outil essentiel est une variante optimale d'une inégalité intégrale de Trudinger, démontrée par Moser dans [7]. Le fait surprenant que l'égalité puisse être réalisée dans cette inégalité n'a été établi qu'en 1986 par L. Carleson et S.A. Chang. Depuis, on a appris que des estimations précises comme celle de Moser sont la clef des problèmes variationnels dits "critiques".

5. Réseaux électriques

A l'époque où l'on avait l'intention d'utiliser la diode d'Esaki comme élément de base d'un ordinateur sont apparus des problèmes de stabilité de grands réseaux non linéaires possédant beaucoup de points d'équilibre. En particulier, on cherchait des conditions permettant d'éviter des oscillations et des attracteurs étranges, et garantissant que les solutions se stabilisent aussi vite que possible. Dans son travail [12] avec R.K. Brayton, Moser a écrit les équations des réseaux non linéaires sous la forme

$$L_n \frac{di_n}{dt} = \frac{\partial P}{\partial i_n}, \quad C_m \frac{dv_m}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial v_m},$$

$n = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, M$, au moyen d'une fonction potentiel $P = P(i, v)$ (appelée "content"), où i_n désigne l'intensité, v_m la tension, L_n l'inductivité et C_m la capacité. On peut interpréter cette équation comme celle des trajectoires d'un champ de gradient par rapport à la métrique indéfinie

$$\sum_n L_n (di_n)^2 - \sum_m C_m (dv_m)^2,$$

ce qui a permis à Moser de démontrer des critères de stabilité précis en construisant des fonctions de Lyapounov. Cette théorie des réseaux, qui a fait son chemin dans les manuels d'électricité pour ingénieurs, a été développée plus tard sous forme globale par S. Smale sur les variétés.

6. Formes-volume et structures symplectiques

Si l'on considère deux variétés compactes difféomorphes M et N munies de formes-volume α et β , on peut chercher les conditions sous lesquelles il existe un difféomorphisme de l'une sur l'autre qui en plus préserve le volume : $\phi^*\beta = \alpha$. Evidemment, la condition

$$\int_M \alpha = \int_N \beta$$

est nécessaire. A la suite d'un pari avec R. Palais, Moser a montré dans [17] que cette condition suffit, de sorte que le volume total s'avère être l'unique invariant. Pour la démonstration, Moser a inventé une méthode simple et efficace, qui est devenue très populaire et qui, sous le nom de "méthode de déformation de Moser" est appliquée souvent en topologie différentielle et en géométrie symplectique. L'originalité de la méthode réside en ce que l'on procède en cherchant une équation différentielle dont la solution aura comme valeur pour $t = 1$ l'application globale cherchée³. La même idée a permis à Moser de montrer que deux formes symplectiques sont équivalentes si l'on peut déformer l'une en l'autre sans quitter les formes symplectiques à périodes fixées. La classification des structures symplectiques est encore ouverte.

Dans le cas des variétés de dimension 2, une forme symplectique est bien sûr une forme-volume, de sorte que les variétés compactes symplectiques de dimension 2 sont classifiées par le volume et la caractéristique d'Euler-Poincaré. Si l'on se pose le problème analogue pour les formes symplectiques en dimension supérieure, on est confronté à une question de nature tout à fait différente et ce n'est que récemment que les magnifiques découvertes de M. Gromov, de H. Hofer et de leurs collaborateurs⁴ ont fourni des invariants symplectiques nouveaux, surprenants et mystérieux qui font apparaître la géométrie symplectique sous un jour différent.

7. Théorie spectrale pour les équations de Schrödinger

La nature du spectre d'un opérateur de Schrödinger

$$L = -\frac{d^2}{dx^2} + V(x) \text{ dans } L^2(\mathbb{R})$$

à potentiel quasi-périodique est encore inconnue. Ici, contrairement au cas périodique, où le spectre est purement continu, des valeurs propres peuvent apparaître et même former un sous-ensemble dense d'un intervalle, comme T. Spencer vient de le montrer. Le spectre peut aussi former un ensemble de Cantor. Les lacunes qui apparaissent dans le spectre présentent un intérêt

³ N. d. T. : l'idée de la *méthode du chemin* apparaît dans des travaux antérieurs de Thom et de Samuel, ce qui n'enlève rien au génie de Moser.

⁴ N. d. T. : citons au moins I. Ekeland... et, de nouveau, E. Zehnder.

particulier. Inspiré par les systèmes dynamiques, Moser étudie ce problème au moyen d'un "nombre de rotation". En gros, si ϕ est une solution complexe de l'équation $L\phi = \lambda\phi$ pour un réel λ , alors la limite

$$-\frac{\arg \phi(x, \lambda)}{x} \rightarrow \alpha(\lambda)$$

quand $x \rightarrow \infty$ existe et définit le nombre de rotation α . A l'aide des valeurs du nombre de rotation, Moser réussit à caractériser les lacunes par certains entiers, procédure qui aujourd'hui porte le nom de "gap labeling". Ces recherches ont également été poursuivies par d'autres mathématiciens. Moser établit aussi un rapport étroit avec les systèmes intégrables de dimension infinie en montrant que le nombre de rotation, considéré comme fonctionnelle du potentiel V , engendre les intégrales premières de l'équation de Korteweg-de Vries. Ces questions sont bien sûr liées à la théorie spectrale inverse qui, réciproquement, se propose de déterminer le potentiel lorsque le spectre est donné. Un cas particulièrement intéressant où le spectre n'a qu'un nombre fini de lacunes (finite gap potential) a été étudié en détail par Novikov en 1979. Des potentiels périodiques apparaissent aussi dans ce cas, phénomène qui est interprété de manière entièrement différente dans les Lezioni Fermiane [16] de Moser à l'aide d'un système hamiltonien intégrable sur la sphère. Moser avait déjà enrichi le domaine des systèmes intégrables en en donnant d'importants exemples [9]. En particulier, il avait montré qu'un étrange système de Calogero, décrivant l'interaction de n particules, est intégrable⁵ et peut donc être "intégré" complètement. Cette démonstration a eu une forte influence sur ce sous-domaine des systèmes dynamiques, lié en retour à la géométrie algébrique.

8. Théorie d'Aubry-Mather et feuilletages

Le mécanisme de la perte de stabilité par perturbations fortes n'a pas encore été élucidé. Les applications twist qui ne se trouvent pas au voisinage d'applications intégrables ne sont pas accessibles à la théorie de KAM. Il y a dix ans, Aubry et Mather ont développé indépendamment l'un de l'autre une théorie intéressante qui fournit, comme substitut des courbes invariantes, des ensembles fermés invariants pour tout nombre de rotation. Cette théorie se fonde sur une application judicieuse de méthodes variationnelles dans des situations singulières. Moser a montré dans [13] que ces méthodes peuvent s'étendre aux EDP non linéaires à coefficients périodiques. Elles montrent, pour certaines EDP qui sont les équations d'Euler d'un principe variationnel, l'existence de solutions quasi-périodiques. Ces solutions peuvent ou bien s'assembler en un feuilletage du tore par des feuilles de codimension 1, ou bien former ce qu'on appelle une lamination. Par la suite, V. Bangert a fait des contributions essentielles à cette théorie. Il faut s'imaginer que sur un

⁵ N. d. T. : ce résultat généralise un théorème établi par Jacobi pour $n = 3$.

tore muni d'une métrique riemannienne on recherche des surfaces minimales de codimension 1 qui recouvrent une partie dense du tore. Les feuilles sont des variétés minimales globales pour le principe variationnel (ce qui a déjà été étudié en détail par Giusti et Giacinta). On peut considérer l'EDP non linéaire

$$\Delta u = f(x, u), \quad \Delta = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}$$

comme un exemple simple de cette théorie. Ici, f est une fonction différentiable des $n + 1$ variables $x_1, \dots, x_n$ et u . La théorie garantit l'existence de solutions de la forme

$$u(x) = \langle \alpha, x \rangle + p(x, \langle \alpha, x \rangle)$$

où p est une fonction périodique de ses $n + 1$ arguments et $\alpha \in \mathbb{R}^n$. Si l'on se limite à des systèmes voisins de systèmes où les variables indépendantes x n'interviennent pas dans f (cas intégrable), une extension de la théorie de KAM [14] fournit un feuilletage différentiable lorsque, de plus, on impose au vecteur de rotation de la solution des conditions diophantiennes convenables. Avec ce résultat, Moser a réussi une extension véritable de la théorie de KAM des équations différentielles ordinaires aux équations aux dérivées partielles.

Ceci nous amène à des questions de géométrie considérées par M. Gro-mov. Aujourd'hui, les surfaces minimales dans un espace hyperbolique présentent un intérêt particulier. Des premiers résultats significatifs ont été obtenus par U. Lang, qui a réussi à démontrer l'existence de surfaces minimales globales de codimension 1 ayant un comportement prescrit à l'infini. Pourtant, on se trouve encore au début de l'étude de ces problèmes.

Nous n'avons pu décrire ici que quelques aspects de l'œuvre mathématique variée qu'a produite J. Moser à ce jour. Cependant, J. Moser enrichit les mathématiques non seulement par ses travaux mais aussi par sa personnalité, son intégrité et sa modestie. Nous nous réjouissons de l'attribution de la médaille Georg Cantor à J. Moser, choix qui honore aussi cette récompense.

Références

- [1] On invariant curves of area-preserving mappings on an annulus, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen (1962), 1-20.
- [2] A rapidly convergent iteration method and nonlinear differential equations. Part I : Annali Scuola Norm. Sup. Pisa 20 (1966), 265-315. Part II : loc. cit. 20 (1966), 499-535.
- [3] Convergent Series Expansions for Quasi-periodic Motions. Math. Ann. 169 (1967), 136-176.

- [4] A new proof of DiGiorgi's theorem concerning the regularity problem for elliptic differential equations. *Comm. Pure Appl. Math.* 13 (1960), 457-468.
- [5] On Harnack's inequality for elliptic differential equations. *Comm. Pure Appl. Math.* 14 (1961), 577-591.
- [6] On a nonlinear problem in differential geometry. *Proc. Symp. Univ. Bahia, Aug. 1971*, in : Peixoto, *Dynamical Systems*, Acad. Press (1973), 273-280.
- [7] A sharp form of an inequality by N. Trudinger. *Indiana Univ. Math. J.* 20 (1971), 1077-1092.
- [8] (avec S.S. Chern) Real hypersurfaces in complex manifolds. *Acta Math.* 133 (1974), 219-271.
- [9] Three integrable Hamiltonian systems connected with iso-spectral deformations. *Advances in Math.* 16 (1975), 197-220.
- [10] On pointwise estimates for parabolic differential equations. *Comm. Pure Appl. Math.* 24 (1971), 727-740.
- [11] (avec R. Johnson) The rotation number for almost periodic potentials. *Comm. Math. Phys.* 84 (1982), 727-740.
- [12] (avec R.K. Brayton) A theory of nonlinear networks. *Quarterly of Appl. Math.* 22 (1964), Part I : 1-33, Part II : 81-104.
- [13] Minimal solutions of Variational Problems on a Torus. *Ann. Inst. H. Poincaré : Anal. nonlin.* 3 (1986), 229-272.
- [14] A Stability Theorem for Minimal Foliations on a Torus. *Ergodic Theory and Dynamical Systems* 8 (1988), 251-281.
- [15] (avec S. Webster) Normal forms for real surfaces in $\mathbb{C}^2$ near complex tangents and hyperbolic surface transformations. *Acta Math.* 150 (1983), 255-296.
- [16] Integrable Hamiltonian systems and spectral theory. *Fermi Lectures*, Pisa 1981. *Lezioni Fermiane*, Acad. dei Lincei, Pisa 1981.
- [17] On the Volume Elements on a Manifold. *Transactions of the AMS*, 120, 2 (1965), 286-294.

INFORMATIONS

COMISSION DES COLLOQUES ET CONGRÈS INTERNATIONAUX

Compte-rendu d'activité pour 1993

Nous publions ci-dessous la liste des subventions accordées par la C.C.C.I. durant l'année 1993. Rappelons (Cf gazettes numéro 51 et 58) que ces subventions sont destinées à aider des mathématiciens français à participer à des congrès internationaux. Les demandes sont à adresser : **C.C.C.I. c/o Mme Gallardo, Mathématiques, E.N.S. de Lyon, 46 Allée d'Italie, 69364 Lyon cedex 07.**

Congrès International des Mathématiciens à Zürich, 3 au 11 août 1994

Les mathématiciens français désireux de participer au Congrès de Zürich pourront solliciter une subvention auprès de la C.C.C.I.

Les demandes, qui doivent parvenir à l'adresse ci-dessus avant le 31 janvier 1994*, devront comporter une lettre de motivation, un curriculum vitae, une liste de publications à jour et une ébauche de plan de financement (utiliser l'adresse électronique ccci@umpa.ens-lyon.fr de préférence). Une réponse leur sera donnée courant avril 1994.

Mais avant toute chose, il doivent s'inscrire auprès des organisateurs du Congrès à l'adresse suivante : **ICM 94, International Congress of Mathematicians, ETH Zentrum, CH-8092 Zürich, Suisse.**

Subventions accordées par la C.C.C.I. en 1993

H. Airault, Amiens, Probabilités, Cornell, U.S.A., 11-7/20-7 3000

F. Alouges, Cachan, SIAM, Philadelphie, USA, 12-7/16-7 2500

A.M. Aubert, ENS Ulm, International Conf. Group Theory Rep. Theory and related topics, Spetses, Grèce, 12-7/23-7 2500

V. Baladi, ENS Lyon, Systèmes Dynamiques, IMPA, Rio, Brésil, 2-8/15-8 4000

M. Benyounes, Brest, Workshop on Differential Geometric Methods in Mechanics, Madrid, Espagne, 9-8/14-8 1500

H. Berestycki, Paris 6, Free Boundary Problems, Tolède, Espagne, 21-6/26-6 1500

P. Berard, Grenoble, Workshop in Spectral Geometry, M.S.R.I., Berkeley, U.S.A., 8-11/10-11 2000

* (NRD : Hélas!)

- A. Berthomieu**, *ATER, Orsay, Workshop in Spectral Geometry, M.S.R.I., Berkeley, U.S.A., 8-11/10-11 1500*
- M.F. Bidaut-Veron**, *Tours, Mathematical Advances in Continuum Mechanics, Stanford, U.S.A., 1-8/8-8 3500*
- O. Biquard**, *Polytechnique, Geometry and Mathematical Physics, M.S.R.I., Berkeley, U.S.A., janvier 1994 2500*
- D. Boivin**, *Brest, Spatial Disorder and Phase Transitions, Cambridge, Grande-Bretagne, 4-7/16-7 1000*
- A. Bonami**, *Orléans, Harmonic Analysis and Operator Theory, Caracas, Venezuela, 3-1-94/8-1-94 3000*
- C.M. Brauner**, *Bordeaux, Free Boundary Problems, Tolède, Espagne, 21-6/26-6 1500*
- J. Brossard**, *Grenoble, Probabilités, Cornell, U.S.A., 11-7/20-7 250 0*
- C. Bruneau**, *Bordeaux, International Symposium on Computational Fluid Dynamics, Sendai, Japon, 31-8/3-9 5000*
- M. Chaleyat-Maurel**, *Paris 1, Probabilités, Ascona, Suisse, 7-6/12-6 1000*
- M. Chaperon**, *Paris 7, International Geometry Colloquium, Moscou, Russie, 10-5/14-5 2000*
- G. David**, *Orsay, Harmonic Analysis and Operator Theory, Caracas, Venezuela, 3-1-94/8-1-94 3000*
- P. Debes**, *Versailles, Recent Developments in the Inverse Galois Problem, Seattle, USA, 17-7/23-7 3500*
- P. Degond**, *Cachan, Equadiff 8, Bratislava, Tchécoslovaquie, 24-8/28-8 2000*
- J. Depauw**, *AMN, Brest, Symposium on the dynamics of Z^n actions, Warwick, Grande-Bretagne, 20-9/24-9 1000*
- J.M. Derrien**, *AM, Tours, Ergodic Theory and Harmonic Analysis, Alexandrie, Egypte, 24-5/28-5 2000*
- Y. Derriennic**, *Brest, Ergodic Theory and Harmonic Analysis, Alexandrie, Egypte, 24-5/28-5 2500*
- J.M. Deshouillers**, *Bordeaux, Extreme Value Theory and its Applications, Gaithersburg, Maryland USA, 1-5/8-5 2500*
- M. Emery**, *Strasbourg, Workshop in honour of Kolmogorov, St Petersburg, Russie, 23-3/5-4 2000*
- P. Eymard**, *Nancy, AMS Summer Research Conference on Hypergroups, Seattle, USA, 31-7/6-8 2500*
- S. Fang**, *Paris 6, Probabilités, Cornell, U.S.A., 11-7/20-7 2500*
- H. Faure**, *Marseille, International Conference on Finite Fields, Las Vegas, USA, 17-8/21-8 2000*

- X. Fernique**, *Strasbourg, Workshop in honour of Kolmogorov St, Petersburg, Russie, 23-3/5-4 2000*
- H. Frankowska**, *Paris 9, Differential Inclusions, Banach Center, Varsovie, Pologne, 17-5/29-5 1000*
- P. Gauduchon**, *Polytechnique, Geometry and Mathematical Physics, M.S.R.I., Berkeley, U.S.A., janvier 1994 2500*
- D. Guegan**, *Paris 13, Time Series Analysis, Padoue, Italie, 6-9/10-9 1000*
- J. Hagendorf**, *Orsay, Kolloquium über Kombinatorik Braunschweig, R.F.A., 17-11/18-11-92 1000*
- B. Heinkel**, *Strasbourg, Conférence Internationale de Probabilités et Statistiques, Vilnius, Lithuanie, 28-6/3-7 2000*
- O. Hijazi**, *Nantes, Workshop on Spectral Geometry, M.S.R.I., Berkeley, U.S.A., 8-11/10-11 3500*
- M. Irigoyen**, *Paris 2, "From Newton to Chaos", Cortina d'Ampezzo, Italie, 27-7/3-8 1500*
- J.P. Labesse**, *ENS Ulm, Infinite Dimensional Geometry, St François, Guadeloupe, 30-5/13-6 2500*
- M. Ledoux**, *Toulouse, International Symposium on Probability and Applications, Bloomington, U.S.A., 18-3/21-3 3000*
- Y. Le Jan**, *Paris 6, International Conference on Dirichlet Forms and Stochastic Processes, Beijing, Chine, 25-10/31-10 5000*
- D. Lehmann**, *Montpellier, Geometric Study of Foliations, Tokyo, Japon, 15-11/19-11 5000*
- M. Lejeune Jalabert**, *Grenoble, International Geometrical Colloquium, Moscou, Russie, 10-5/14-5 2000*
- B. Malgrange**, *Grenoble, Banach Center, Varsovie, Pologne, 26-9/13-10 2000*
- M. Margen stern**, *Paris 11, Lattices, Ordered Sets and Universal Algebra, Szeged, Hongrie, 23-8/27-8 1500*
- G. Masbaum**, *Paris 7, Topology and Geometry Conference, Gokova, Turquie, 24-5/29-7 2000*
- M. Mignotte**, *Strasbourg, Diophantine Geometry, M.S.R.I., Berkeley, U.S.A., 29-3/2-4 3500*
- Nguyen Quang Do**, *Besançon, Workshop on K-theory and Arithmetic Fields Institute, Waterloo, Canada, 28-2/4-3-94 3000*
- Nguyen Thanh Van**, *Toulouse, Théorie du Potentiel Complexe, Montréal, Canada, 26-7/6-8 2000*
- A. Polombo**, *Tours, Geometry and Mathematical Physics, M.S.R.I., Berkeley, U.S.A., janvier 1994 2500*

- S. Paycha**, *Strasbourg, Conférence Internationale de Probabilités et Statistiques, Vilnius, Lithuanie, 28-6/3-7 2000*
- R. Perez-Marco**, *Orsay, Systèmes Dynamiques, IMPA, Rio, Brésil, 2-8/15-8 4000*
- H. Pesce**, *Grenoble, Summer Research Conference on Spectral Geometry, Seattle, USA, 17-7/23-7 3500*
- M. Postel**, *Paris 6, International Conference on Wave Propagation, Delaware, U.S.A., 7-6/10-6 3000*
- M. Pouzet**, *Lyon 1, Lattices, Ordered Sets and Universal Algebra, Szeged, Hongrie, 23-8/27-8 1500*
- L. Quivy**, *Paris 13, S.I.A.M. 1993, Philadelphia, U.S.A., 12-7/16-7 2500*
- O. Rey**, *Polytechnique, Curvature Equations in Conformal Geometry, Seattle, U.S.A., 10-7/16-7 2000*
- D. Robert**, *Nantes, Differential Equations and Mathematical Physics, Birmingham Al., U.S.A., 13-3-94/17-3-94 3000*
- F. Russo**, *Marseille, Analyse Stochastique, Cornell, USA, 11-7/30-7 2500*
- L. Saloff-Coste**, *Paris 6, Randomness of Computation, Edimbourg, GB, 26-6/30-6 1500*
- J.C. Sikorav**, *Toulouse, Geometries in Interaction, Tel Aviv, Israel, 15-12/23-12 2000*
- A. Szpirglas**, *Paris 13, International Geometry Colloquium, Moscou, Russie, 10-5/14-5 2000*
- Tan Lei**, *ENS Lyon, Real and Complex Dynamical Systems, Hillerød, Danemark, 20-6/3-7 1500*
- G. Tenenbaum**, *Nancy, Colloquium on Number Theory, Lillafüred, Hongrie, 21-6/26-6 1500*
- M. Vaquie**, *ENS Ulm, International Geometrical Colloquium, Moscou, Russie, 10-5/14-5 2000*
- L. Veron**, *Tours, Problèmes aux Limites, Donetsk, Ukraine, 24-5/29-5 2000*
- C. Viterbo**, *Orsay, Méthodes variationnelles, AMS, Vancouver, Canada, 16-8/21-8 3500*
- M. Zaidenberg**, *Grenoble, Intern. Workshop on Affine Algebraic Geometry, Haifa, Israel, 8-12/14-12 2000*

3ème UNIVERSITÉ D'ÉTÉ DE BORDEAUX

10 - 29 juillet 1994

L'Université Mathématique d'été s'adresse aux lycéens passionnés par les mathématiques. Très largement inspirée de "Hampshire College Summer Studies in Mathematics" un programme similaire américain existant depuis 1971, elle vise à développer l'esprit de création des jeunes, et à les initier à la recherche en mathématiques sous la tutelle de professionnels.

La réussite des expériences menées en 1991 à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace à Toulouse et en 1992 à l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers à Bordeaux, conduit à étendre le programme de cet été avec l'accueil d'une cinquantaine d'étudiants.

Pour tout renseignement concernant l'Université Mathématique d'Eté (Association loi 1901 à but non lucratif), une copie vidéo (FR3), ou un dossier d'inscription pour l'UME 1994, contacter :

Daniel Loeb (tél : 56 31 48 26), l'Association Université Mathématique d'Eté, LABRI, Université de Bordeaux I, 351 cours de la libération, 33405 Talence Cedex.

ANNONCE DU PRIX FERMAT 1995

Le Prix Fermat de Recherche en Mathématiques récompensera les travaux de recherche de mathématiciens dans des domaines où les contributions de Pierre de Fermat ont été déterminantes :

- Enoncés de principes variationnels
- Fondements du calcul des probabilités et de la géométrie analytique
- Théorie des nombres

A l'intérieur de ces domaines, l'esprit est de récompenser plutôt des résultats de recherche qui sont accessibles aux plus grand nombre de mathématiciens professionnels.

D'un montant de 100 000 FF, attribués par Matra Marconi Space, le Prix Fermat est décerné tous les deux ans à Toulouse ; la quatrième édition aura lieu au Printemps 1995.

Le Prix Fermat Junior de Mathématiques récompensera la contribution d'un étudiant des Lycées ou Universités Françaises et Européennes dans des domaines qui figurent aux programmes des enseignements aux niveaux Bac à Bac + 3 ("undergraduate"), c'est-à-dire essentiellement : classes préparatoires aux Grandes Ecoles, DEUG et licences des Universités.

La contribution d'un lauréat pourra prendre la forme suivante :

- nouvelle démonstration ou démonstration particulièrement courte et élégante d'un résultat de Mathématiques figurant aux programmes de Mathématiques des formations des niveaux visés ci-dessus
- point de vue original ou synthétique sur un ensemble de résultats de Mathématiques acquis au cours de la scolarité
- nouveau résultat pouvant avoir un intérêt ou une retombée directe dans l'enseignement des Mathématiques.

D'un montant de 10 000 FF, attribués par Matra Marconi Space, le Prix Fermat Junior est décerné tous les deux ans à Toulouse ; la quatrième édition aura lieu au Printemps 1995.

Le règlement du Prix, les modalités de dépôts de candidature, sont disponibles dès le 1er trimestre 1994, auprès de : *Prix Fermat de Recherche en Mathématiques, Service des Relations Publiques, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex.*

COMPTE RENDU DE LA SESSION DU CNU DE MARS 1993 (26ème SECTION)

Bilan de la session d'inscription sur les listes de qualification

J.C. Nedelec – Président

C. Coccozza – Vice-Présidente

La commission 2 s'est réunie les 17, 18 et 19 mars 1993, pour examiner les candidatures aux listes de qualification aux fonctions de professeur et maître de conférences. Comme un certain nombre d'entre vous s'en sont aperçus, il a été fait un large appel à des rapporteurs extérieurs à la commission. Nous en profitons pour les remercier de leur participation à ce travail collectif.

1- Les critères d'inscription

Pour la liste des maîtres de conférences, le CNU a adopté la politique suivante :

- thèse très récente (1992 ou 1993) dont la qualité est jugée suffisante,
- thèse plus ancienne (antérieure à 1992) assortie d'au moins une publication récente dans une revue avec comité de lecture.

Pour la liste des professeurs :

- a. habilitation (ou thèse d'Etat) récente ayant donné lieu à au moins 4 ou 5 publications dans des revues internationales et des communications à des congrès,

b. pour les thèses d'Etat (ou habilitations) anciennes, le candidat devait faire preuve d'une activité de publications continue ou substantielle au cours des dernières années,

c. les candidats étrangers n'ont pas besoin d'être habilités en France mais, quand il existe dans le pays d'origine des diplômes de même nature, leur obtention était vivement souhaitée.

2- Adéquation à la 26e section

Elle a fait l'objet de nombreuses discussions. Les critères qui ont été déterminants dans l'appréciation de l'adéquation sont :

- la formation initiale en mathématiques du candidat,
- l'existence de publications répondant aux exigences de rigueur mathématique,
- la reconnaissance effective par la communauté concernée de l'intérêt de l'application.

Pour les professeurs, nous avons tenté d'évaluer l'aptitude du candidat à enseigner aux étudiants de licence et maîtrise de mathématiques.

3- Quelques statistiques

Pour la liste de qualification maîtres de conférences, il y avait 403 candidats. 211 ont été qualifiés 192 ont été refusés pour les motifs suivants :

- 45 parce que le dossier manquait,
- 10 n'avaient pas soutenu leur thèse,
- 68 ne relevaient pas de la 26e section,
- 69 dossiers ont été jugés scientifiquement insuffisants.

91 candidatures étaient communes aux 25e et 26e sections :

- 28 candidats ont été qualifiés dans les deux sections.
- 6 ont été qualifiés seulement dans la 25e section, 18 seulement dans la 26e section.
- 39 candidats n'ont été qualifiés dans aucune des deux sections.

Pour la liste de qualification professeurs, il y avait 120 candidats. 61 ont été qualifiés. Les 59 dossiers refusés l'ont été pour les motifs suivants :

- 6 dossiers manquaient,
- 22 ne relevaient pas de la 26e section,
- 31 ont été jugés scientifiquement insuffisants.

28 candidatures de professeur étaient communes aux 25e et 26e sections :

- 10 candidats ont été qualifiés dans les deux sections,

— 1 a été qualifié seulement dans la 25e section, 9 seulement dans la 26e section (parmi ces 9 candidats, 5 dossiers ne sont pas parvenus en 25e section),

— 8 candidats n'ont été qualifiés dans aucune des deux sections (parmi ces 8 candidats, 3 dossiers ne sont pas arrivés).

14 candidatures de professeur étaient communes aux 26 et 27e sections :

— 1 candidature a été qualifiée dans les deux sections,

— 2 candidats ont été qualifiés seulement dans la 26e section (1 dossier non parvenu en 27e section), 2 seulement dans la 27e section.

— 9 candidats n'ont été qualifiés dans aucune des deux sections.

COMPTE RENDU DE LA SESSION DU CNU DE JUIN 1993 (26ème SECTION)

Bilan de la session d'inscription sur les listes de qualification

la commission 1 de la 26ème section du CNU a tenu une session "gestion des carrières" en juin 1993. Cela consiste essentiellement à décider de l'avancement au choix des maîtres de conférences et professeurs, et également à traiter des reconstitutions de carrière et des semestres sabbatiques. Le point de l'ordre du jour concernant les semestres sabbatiques ne nous a pas pris beaucoup de temps : il n'y avait aucun candidat (la section disposait de 6 semestres, ce qui est très peu ; il est d'autant plus ridicule de les perdre ...)

En ce qui concerne l'avancement, rappelons une nouvelle fois qu'il y a trois voies distinctes (on ne peut être candidat que dans une voie) :

Voie 1 : réservée aux enseignants qui ne sont pas dans un "petit établissement" (i.e. moins de 50 enseignants-chercheurs ou moins de 30 professeurs), elle comporte une phase locale décidée dans chaque établissement, puis une phase nationale décidée par le CNU (il y a globalement autant de possibilités d'avancement pour chaque phase : en ce qui concerne la première phase, le contingent est attribué aux universités, ce qui entraîne des distorsions selon les disciplines).

Voie 2 : réservée aux enseignants des petits établissements, ou aux présidents ou directeurs d'établissement ayant renoncé à la voie 1. Elle ne comporte pas de phase locale, et donc le contingent d'avancement que gère le CNU est (proportionnellement) double de celui de la voie 1.

Voie 3 : réservée aux enseignants-chercheurs bénéficiant d'un contrat "pédagogique" ou "administratif". Cette voie ne comporte pas de phase locale, le contingent d'avancement est attribué au groupe (sections 25+26+27), et la décision est prise par le groupe (i.e. la réunion des bureaux des 3 sections

concernées).

MAÎTRES DE CONFÉRENCE AVANCEMENT A LA PREMIERE CLASSE

Voie 1 : il y a eu 17 promotions locales, et le CNU avait un contingent de 15 promotions (sur 15 candidats déclarés). Les promus étaient au 3^{ème} échelon et présentaient un dossier recherche assez conséquent (4-5 publications de "bon niveau"...), et en général témoignaient d'un minimum de participation à la vie administrative de leur laboratoire. Exceptionnellement, une promotion a été accordée à un 1^{er} échelon avec dossier très brillant.

Promotions locales : Adda P. (Nancy-2), Amirat Y. (Lyon-), Barranger C. ep. Golliard (Paris-6), Bettan P. ep. Nivat (Paris-13), Biard L. (Grenoble-1), Bouche T. (Grenoble-1), Brada A. (Tours), Bruyant F. (Reims), El Badia A. (Nice), Giran N, ep. Pellerin (Aix-Marseille 3), Guessab A. (Pau), Horvath C. (Perpignan), Klotkowski A. (Paris-13), Laurent H. ep. Rios (Montpellier-2), Sofonea M. (clermont-2), Stahl A, ep. Nouri (Nice), Vieu P, (Toulouse-3).

Promotions CNU : Aimar M.T. (Aix-Marseille 1), Amrouche C. (Compiègne), Bacro J.N. (Paris-5), Bertrand P. (Paris-9), Benbourhim M.N. (Toulouse 3), Boussouira F. ep. Alabau (Bordeaux 1), Briane M.. (Paris-12), Darwich A. (Angers), Florchinger P. (Metz), Kahane S. (Paris-10), Maingot S. (Paris-6), Michaux B. (Grenoble 1), Pascal F. (Paris-11), Salaun M. (CNAM Paris), Tricot L. (CNAM Paris).

Voie 2 : contingent de 3 postes (sur 7 candidats déclarés)

Promotions CNU : Benkhaldoun F. (INSA Rouen), Cherif A.A. (IUFM Nice), Moussaoui M. (ENS Lyon)

Voie 3 : il y avait 19 postes attribués au groupe, et 5 ont été donnés à des candidats relevant de la 26^{ème} section.

Promotions : Auffret C, (Toulon), Ben Barka B. (Besançon), Gonzalez P.L. (CNAM Paris), Grau D. (Pau (IUT)), Huynh K.T. (Toulouse 3)

MAÎTRES DE CONFÉRENCE AVANCEMENT A LA HORS-CLASSE

Voie 1 : il y a eu 5 promotions locales, et le CNU avait à répartir 2 promotions parmi 96 dossiers (la raison avancée par le ministère pour expliquer cette proportion ridicule de 2/96 est que la hors-classe est arrivée en "régime de croisière", les possibilités de promotion étant strictement gagées sur les départs, en retraite ou par promotion comme professeur).

Promotions locales : Berruyer J. (Saint-Etienne), Butery A. (Paris-9), Laurent R. (Paris-11), Montillet C. ep. Grossetête (Amiens), Scouarnec C. (Toulouse-3)

Promotions CNU : Barra R. (Poitiers), Schneider F. (Paris-9)

voie 2 : Pas de poste !!

Voie 3 : Il y avait 6 postes attribués au groupe, et 2 ont été affectés à des candidats de la 26ème section.

Promotions : Degerine S. (Grenoble IUT B). Sonntag Y. (Aix-Marseille1).

PROFESSEURS AVANCEMENT A LA PREMIERE CLASSE

Voie 1 : Il y a eu 9 promotions locales, et la section disposait de 13 postes. Les critères de la section ont été fortement basés sur le dossier recherche, dans la mesure où les critères d'implication dans la vie administrative locale sont largement pris en compte dans les avancements locaux. Une majorité de "jeunes" candidats ont été promus.

Promotions locales : Baras P. (Chambéry), Bastiani A. ep. Ehresmann (Amiens), Collombier D. (Pau), Duc Jacquet M. (Grenoble 2), Ferran M.C. ep. Péliissier (Toulon), Golse F. (Paris-7), Hanen A. (Paris-10), morel P. (Bordeaux-1), Sonrier M.T. ep. Lacroix (Besançon).

Promotions CNU : Airault H. (Picardie (St Quentin)), Barles G. (Tours), Brenier Y. (Paris-6), Cattiaux P. (Paris-10), Florens J.P. (Toulouse 1), Frank L. (Reims), Gerard P. (Paris-11), Kozlov S. (Aix-Marseille 1), Ledoux M. (Toulouse 3), Merle F. (Cergy), Monjardet B. (Paris-5), morel J.M. (Paris-9), Picard D. (Paris-7).

Voie 2 : Il y avait en principe 3 postes, mais après négociations en groupe un poste supplémentaire nous a été attribué.

Promotions : Gauthier J.P. (INSA Rouen), Harel M. (IUFM Limoges), Helein F. (ENS Cachan), Pajor A. (Marne la Vallée).

Voie 3 : Sur 9 postes pour le groupe, 2 ont été affectés à la section.

Promotions : Berlinet A. (Montpellier IUT), Draux A. (INSA Rouen).

PROFESSEURS AVANCEMENT A LA CLASSE EXCEPTIONNELLE

Voie 1 : Pour le 1er échelon, il y a eu 2 promus locaux, et nous disposions de 3 postes. Après la constitution d'une liste d'une quinzaine de collègues qui devraient tous être promus, des votes difficiles ont permis de dégager la liste ci-dessous.

Pour la 2ème échelon, il y a également eu 2 promus locaux, et 3 postes pour le CNU. Compte tenu du faible nombre de candidats potentiels, cette promotion s'apparente à une promotion à l'ancienneté.

Promotions locales : CE1 : Gallouet T. (Chambéry), Hammad P. (Aix-Marseille-3). — CE2 : Caussin H. (Toulouse-3), Kernevez J.P. (Compiègne).

Promotions CNU : CE1 : Attouch H. (Montpellier 2), Berestycki H. (Paris-6), Pardoux E. (Aix-Marseille 1). — CE2 : Glowinski R (Paris-6), Letac G. (Toulouse 3), Lions P.L. (Paris 9).

Voie 2 :

Promotions : *CE1 : Serre D. (ENS Lyon).* — *CE2 : Aucune promotion.*

voie 3 : *il y avait 2 postes en CE1 et 1 poste en CE2 pour le groupe. Aucun de ces postes n'a été attribué à la 26ème section (les 3 postes ont été attribués à des présidents ou vice-présidents d'université).*

QUELQUES CONCLUSIONS :

1) *on ne répètera jamais assez qu'il est stupide de perdre des semestres sabbatiques.*

2) *Les promotions locales (voie 1) semblent plutôt favoriser la section 26 pour les MC, et nettement les défavoriser pour les professeurs.*

3) *Le passage en hors-classe des MC est devenu très difficile, et cela sans doute pour assez longtemps.*

4) *La voie 3 pose un problème quant aux critères d'avancement : si pour les hors-classe des MC et les classes exceptionnelles des professeurs les critères sont à peu près les mêmes que pour les autres voies (parce que les rapports promotions/promouvables sont ridiculement faibles), il est significativement plus facile d'être promu en 1ère classe MC ou professeur dans cette voie dans la mesure où le rapport promotions/promouvables est bien plus élevé que dans les autres voies. Or la section a estimé qu'il n'y avait pas lieu d'utiliser des critères radicalement différents pour la voie 3, et qu'en particulier le fait d'avoir un contrat pédagogique ne justifiait pas à lui seul l'avancement : cela explique que le nombre de promotions en voie 3 pour la section est plus faible que ce à quoi nous avions "arithmétiquement" droit.*

_____ ANALYSE DES RECRUTEMENTS 1993 _____

(25ème et 26ème sections du CNU et bilan sur 3 ans)

Document de la DRED établi par C. Basdevant en février 1994

Voici pour la troisième année consécutive une analyse détaillée des recrutements de professeurs et maîtres de conférences de mathématiques. La vague de recrutements de professeurs et de maîtres de conférences de 1993 est la deuxième faite avec les procédures mises en place en 1992 : introduction de la liste de qualification nationale et procédure locale de recrutement d'une part, partage de l'ancienne 23ème section du CNU en deux sections 25ème (Mathématiques) et 26ème sections (Mathématiques appliquées et applications des mathématiques) d'autre part. L'analyse des résultats des concours de recrutements qui est présentée ci-dessous a été faite à partir de documents fournis par la D.G.A. complétés par des renseignements obtenus directement

auprès des établissements (en particulier en ce qui concerne les mutations ou l'origine des professeurs nommés). Ces recrutements sont comparés à ceux de 1991 (faits selon l'ancienne procédure) et ceux de 1992.

Remarques générales – Professeurs

- 60% des recrutements de professeurs sont une véritable jouvence (recrutement extérieurs, grande mobilité et mutations). Seulement 20% des postes parus sont utilisés pour des promotions sur place de maîtres de conférences.
- L'âge moyen du recrutement est en légère baisse depuis deux ans ; 40 ans à la date de nomination.
- Le pourcentage de promotions de MCF parmi les recrutements à légèrement baissé il est de 58%.
- Comme l'an passé le pourcentage de recrutés venant de l'étranger est élevé ; environ 30%
- Les recrutements venant du CNRS qui avaient fléchis en 1992, sans doute à cause de la mise en place de la procédure de qualification, sont remontés à un niveau (10) comparable au flux d'entrants au CNRS dans la section 01.
- En deux ans on a recruté 16 professeurs en Russie, 8 en Allemagne, 4 en Italie et 4 en Grande Bretagne. Les principales universités dont des maîtres de conférences sont devenus professeurs dans les deux dernières années sont :

<i>Etablissement</i>	<i>MCF nommés professeurs</i>
Paris VI	17 (3 sur place, 5 dans la région, 9 grandes mobilités)
Lille 1	8 (3 sur place, 4 dans la région, 1 grande mobilité)
Paris VII	6 (1 sur place, 2 dans la région, 3 grandes mobilités)
Paris XI	5 (aucun sur place, 3 dans la région, 2 grandes mobilités)
Bordeaux 1	4 (les 4 sur place)
Grenoble 1	4 (2 sur place, 2 dans la région)

Remarques générales – Maîtres de Conférences

- L'âge moyen du recrutement qui avait baissé de presque un an entre 1991 et 1992 est resté cette année stable : 31,2 ans.
- La proportion des femmes recrutées est passée en 2 ans de 20,3% à 26,9%, elles sont en moyenne légèrement plus jeunes que les hommes.
- L'âge moyen du recrutement en Ile de France est toujours nettement inférieur à celui de la province, l'écart est cette année de 3 ans (28,8 ans en Ile de France contre 31,8 ans en province).

Postes de Professeurs – bilan détaillé

Postes parus

<i>année</i>	1991	1992	1993
<i>nombre parus</i>	93	105	111
<i>non pourvus</i>	2	10	10
<i>nombre pourvus</i>	91	95	101
<i>âge moyen pourvus</i>		41,5	40,8

Les postes pourvus se décomposent en mutations et recrutements :

Postes pourvus

<i>mutations</i>	13	113	13
<i>âge moyen mutations</i>		44,5	43,6
<i>recrutements</i>	78	82	88
<i>âge moyen recrutements</i>	41,5	41	40,3

Les recrutements se décomposent en promotions de maîtres de conférences et recrutements extérieurs :

Recrutements

<i>promotions de MCF</i>	49	48	51
<i>âge moyen promotions</i>	43,3	41,2	41,6
<i>recrutements extérieurs</i>	29	34	37
<i>âge moyen extérieurs</i>	38,5	41,7	38,7

Les promotions se partagent entre recrutement local (même établissement), régional (changement d'établissement dans la même région) et "grandes mobilités" (changement de région) :

Promotions de MCF

<i>promotions locales</i>	21	21
<i>âge moyen promotions locales</i>	43,2	41
<i>promotions régionales</i>	12	15
<i>âge moyen promotions régionales</i>	40,3	41
<i>promotions avec grande mobilité</i>	15	15
<i>âge moyen mobilité</i>	39,3	43

Les recrutements extérieurs se décomposent suivant l'origine du candidat (origine scientifique et non pas nationalité) :

Recrutements extérieurs

<i>année</i>	1991	1992	1993
<i>extérieurs venant de France</i>	16	6	12
<i>âge moyen France</i>	35,2	39	37,4
<i>dont CNRS</i>	12	5	10
<i>venant de l'étranger</i>	13	28	25
<i>âge moyen étranger</i>	42,6	41,1	39,3

dont :

<i>Europe</i>	3	10	15
<i>âge moyen Europe</i>	43	38,7	38,7
<i>pays de l'Est</i>	8	10	8
<i>âge moyen Est</i>	43,2	44,7	41,6
<i>autres pays</i>	2	8	2
<i>âge moyen autres pays</i>	33,5	39,8	34,5

La répartition entre hommes et femmes est la suivante :

Hommes / Femmes

<i>recrutements hommes</i>	64	74	75
<i>âge moyen hommes</i>		41,1	39,6
<i>recrutements femmes</i>	14	8	13
<i>âge moyen femmes</i>		40,7	44,5
<i>mutations hommes</i>		12	12
<i>mutations femmes</i>		1	1

Répartition Ile de France / Province

	Ile de France			Province		
	1991	1992	1993	1991	1992	1993
<i>recrutements</i>	14	13	20	64	69	68
<i>âge moyen</i>	35,1	39,1	39,2	42,8	41,4	40,7
<i>mutations</i>	4	7	5	9	6	8
<i>âge moyen</i>		48,4	41,2		40	45,2
<i>Total</i>	18	20	25	73	75	76
<i>âge moyen</i>		42,4	39,6		41,3	41,2

Répartition entre 25° (Mathématiques) et 26° (Mathématiques appliquées) sections

nature du poste	nombre de postes publiés		recrutements		mutations		non pourvus	
	1992	1993	1992	1993	1992	1993	1992	1993
25°	31	26	27	21	3	3	1	2
26°	44	51	29	38	7	8	8	5
25°-26°	30	32 ⁺	26	27 ⁺	3	2	1	3
Total	105	111	82	88	13	13	10	10

Flux Parisiens 1993 (Paris 1 à 13)

départs de Paris vers :

<i>Paris</i>	→	<i>Province</i>	10
	→	<i>Paris</i>	7
	→	<i>Univ Nouv</i>	4
<i>total</i>			21

arrivées à Paris depuis :

<i>mutation</i>	→	<i>Paris</i>	3
<i>extérieurs</i>	→	<i>Paris</i>	7
<i>Paris</i>	→	<i>Paris</i>	7
<i>total</i>			17

Postes Maîtres de Conférences – bilan détaillé

Postes parus

<i>année</i>	1991	1992	1993
<i>nombre parus</i>	123	131	166
<i>non pourvus</i>	3	6	7
<i>nombre pourvus</i>	120	125	159

Les postes pourvus se décomposent en mutations et recrutements :

Postes pourvus

<i>mutations ou détachements</i>	9	6	14
<i>recrutements</i>	111	119	145
<i>âge moyen recrutements</i>	32,2	31,4	31,2

La répartition entre hommes et femmes est la suivante :

Hommes / Femmes

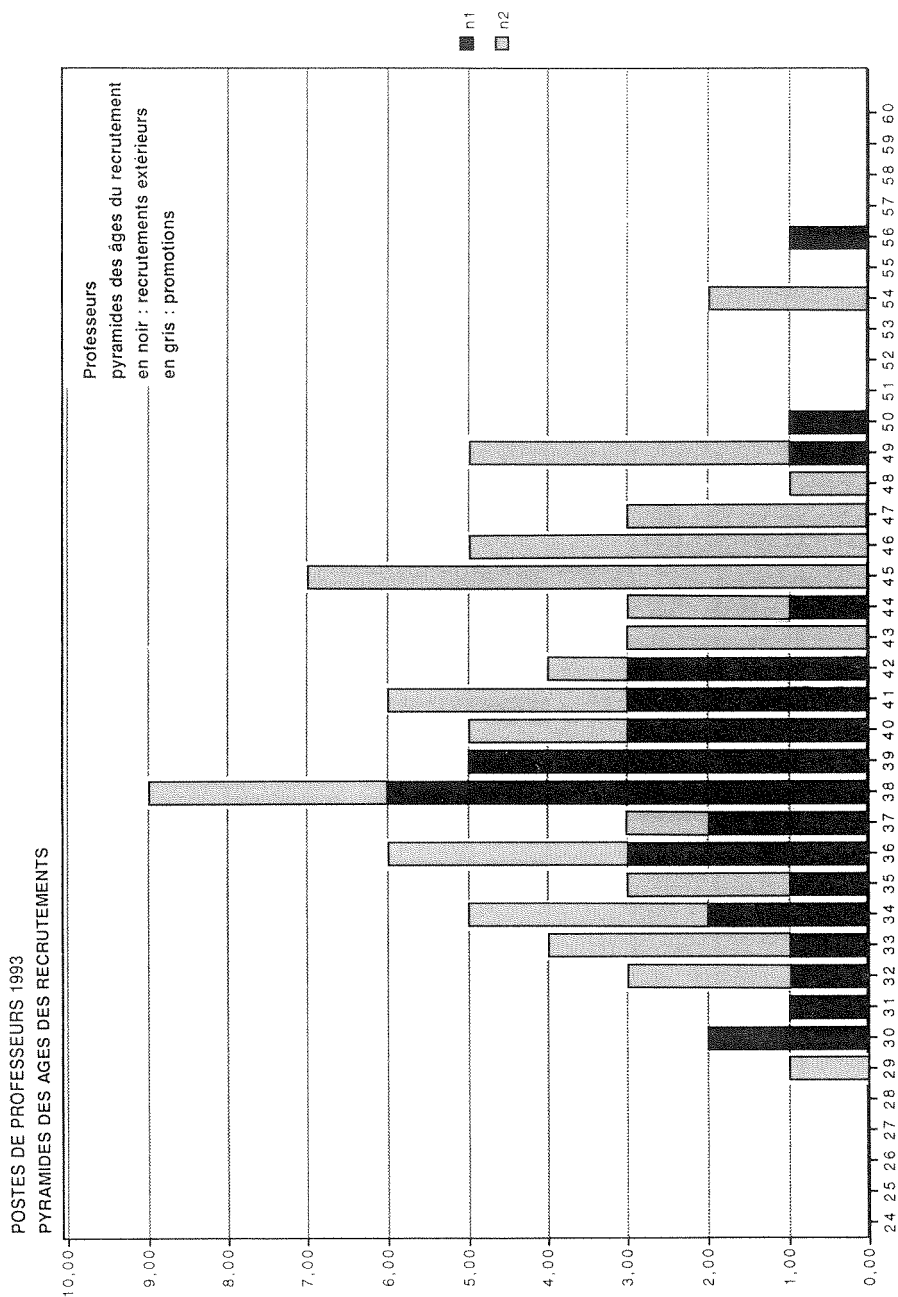
<i>recrutements hommes</i>	90	91	106
<i>âge moyen hommes</i>		31,3	31,4
<i>recrutements femmes</i>	23	28	39
<i>âge moyen femmes</i>		31,6	30,8

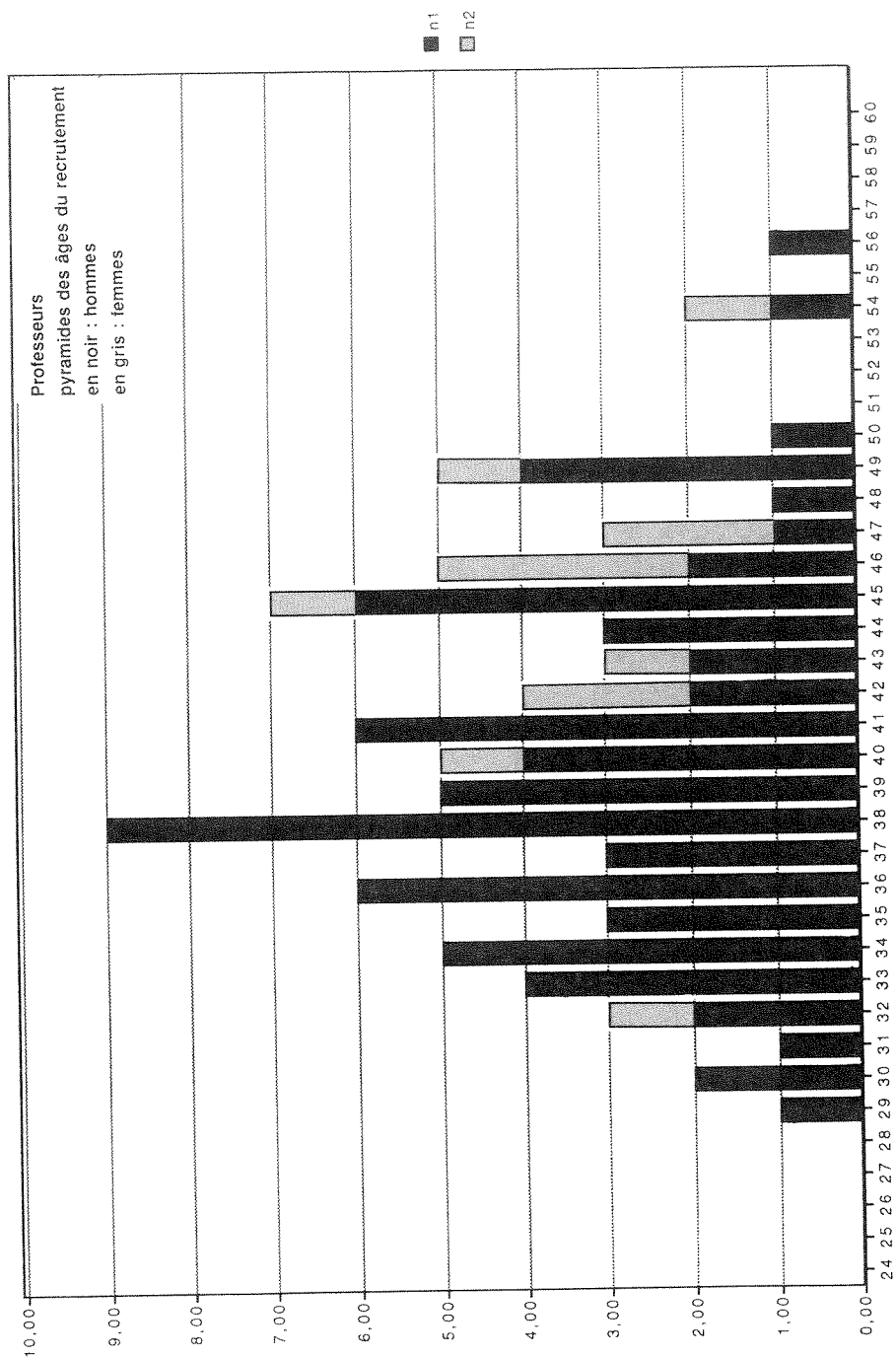
Répartition Ile de France / Province

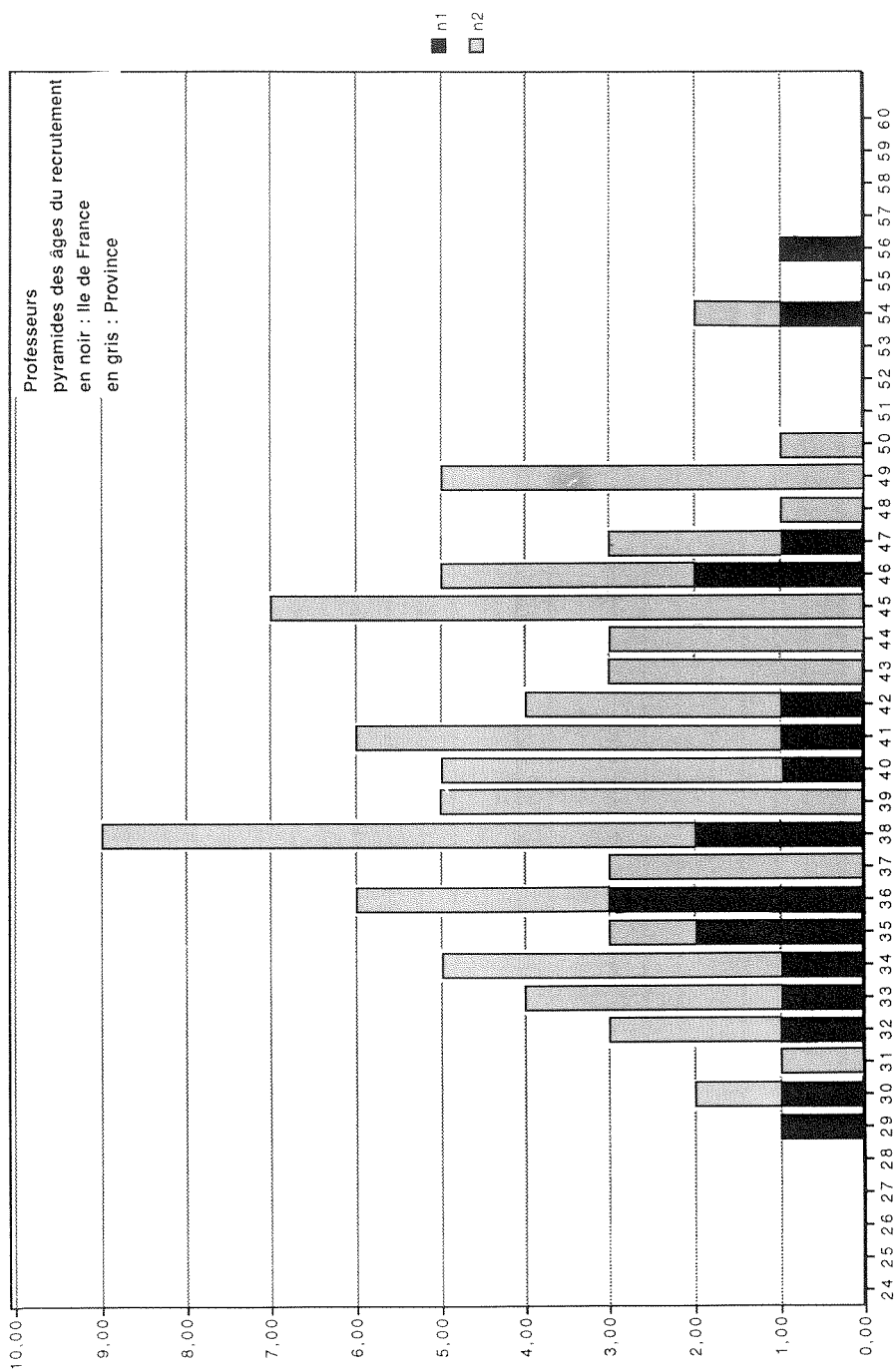
	Ile de France			Province		
	1991	1992	1993	1991	1992	1993
recrutements	30	26	27	84	83	118
âge moyen		28,7	28,8		32,6	31,8
mutations	3	1	3	6	5	11
Total	33	27	30	90	88	128

Répartition entre 25° (Mathématiques) et 26° (Mathématiques appliquées) sections

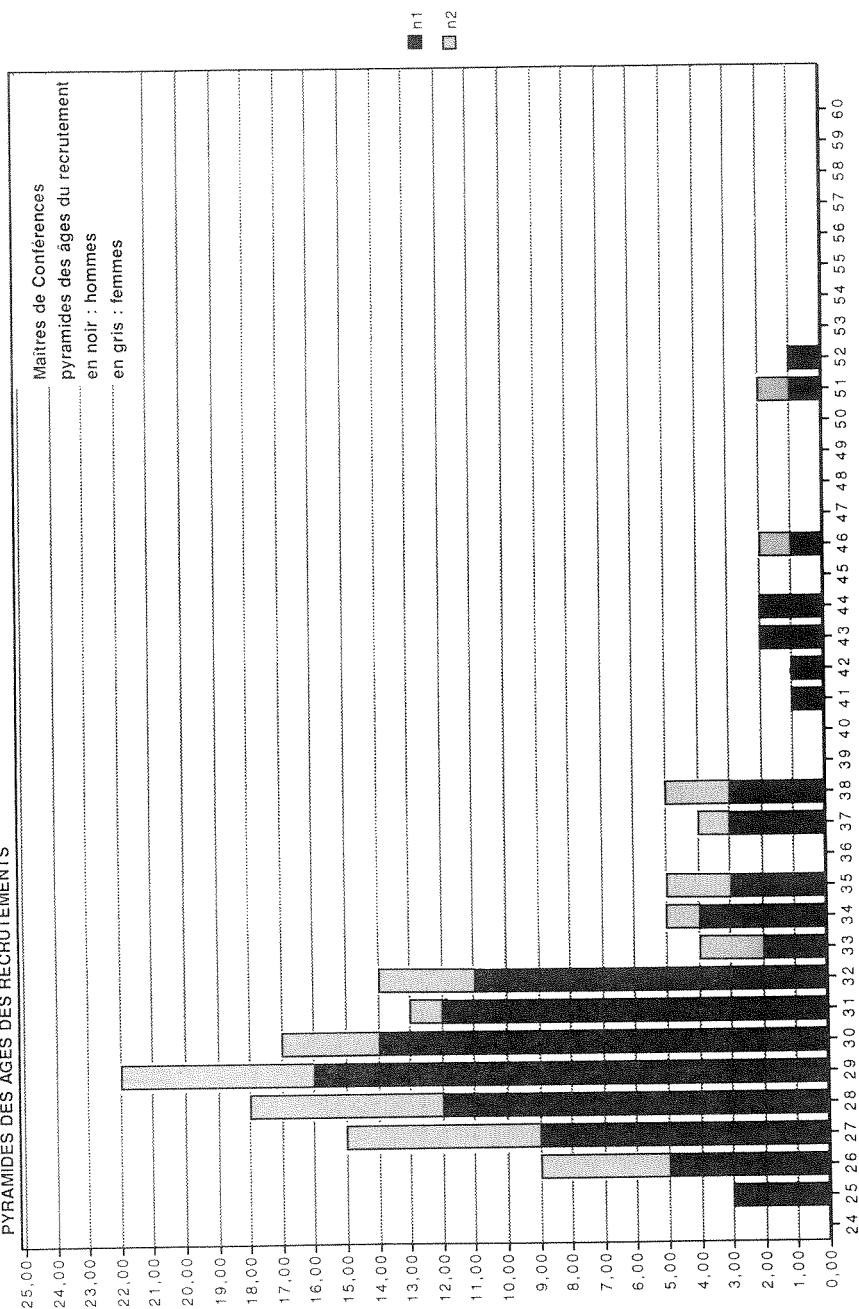
nature du poste	nombre de postes publiés		recrutements		mutations		non pourvus	
	1992	1993	1992	1993	1992	1993	1992	1993
25°	49	44	45	39	1	5	3	0
26°	57	73	50	64	5	3	2	6
25°-26°	25	49†	24	42††	0	6†††	1	1
Total	131	166	119	145	6	14	6	7

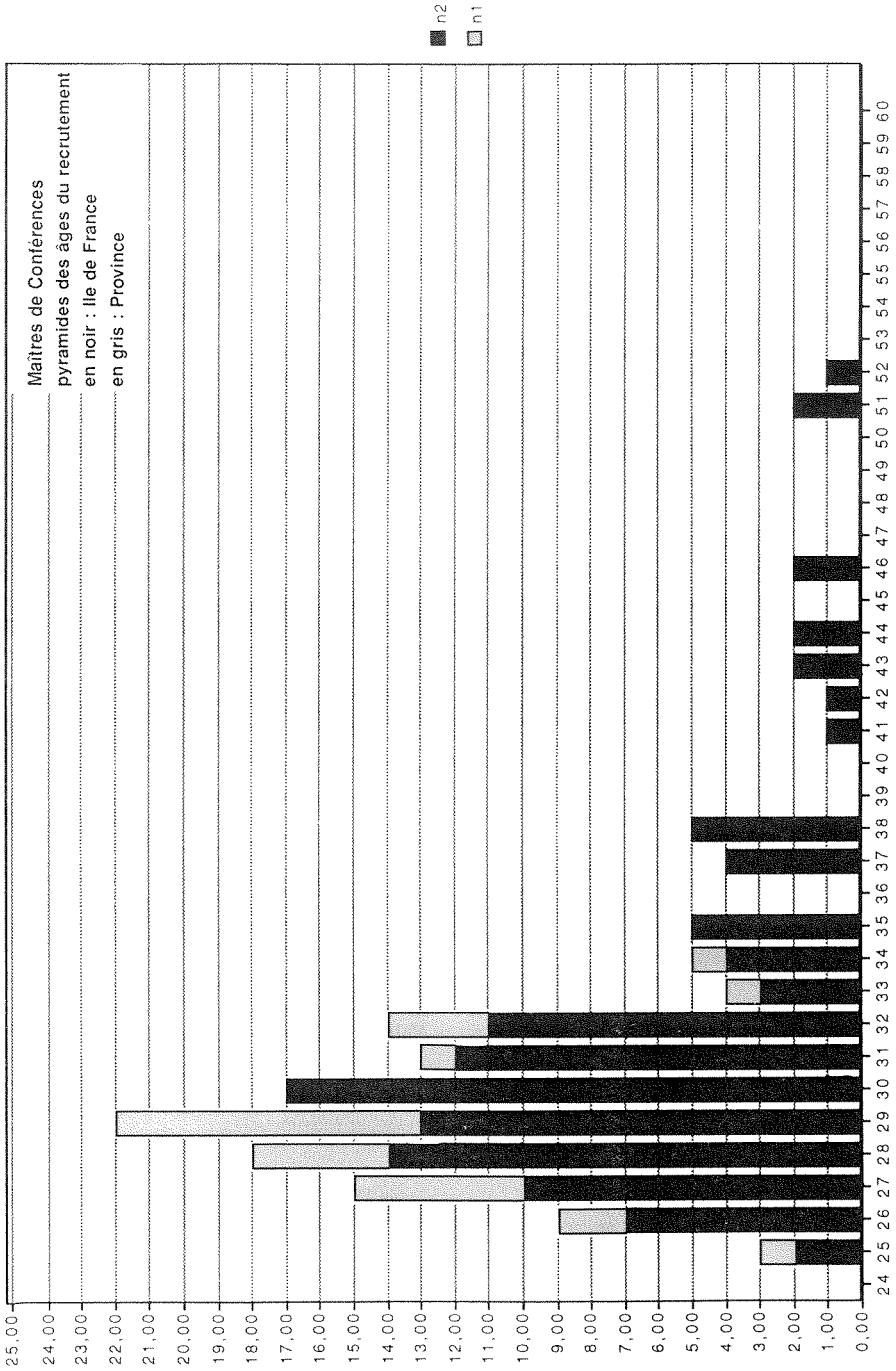






POSTES DE MAÎTRES DE CONFÉRENCES 1993
PYRAMIDES DES ÂGES DES RECRUTEMENTS



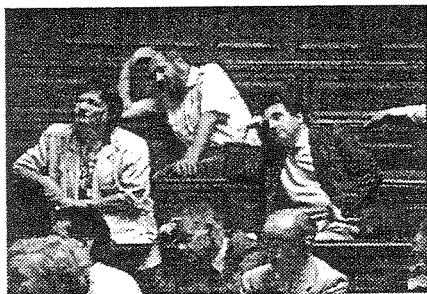




Communiqué de presse - Janvier 1994

Mathématiques mon village

Un film de
Claire Weingarten
et François Tisseyre



Vidéocassette I

"Une semaine au Congrès"

Le premier Congrès Européen de Mathématiques a eu lieu à La Sorbonne à Paris, en juillet 1992. Le film est un portrait de famille du "village" des mathématiciens : géomètres, algébristes, analystes d'Europe et d'ailleurs venus confronter leurs recherches, leurs pratiques et leurs idées.

On note la présence remarquée des mathématiciens des pays de l'Est et la vitalité d'un Congrès Junior à La Villette.

Au fil de la semaine, on se familiarise avec la communauté, et on découvre les moments classiques d'un Congrès scientifique : conférences "grand public", conférences spécialisées, "posters", mais aussi tables rondes, expositions, réceptions officielles...

Quelques participants, interviewés chez le mathématicien Adrien Douady, évoquent leur façon d'appréhender le réel, l'abstrait, le courant des idées scientifiques, la vie quotidienne.

Durée : 26 minutes - Grand public

Vidéocassette II

"En marge du Congrès"

Le film I est complété par de larges extraits d'interviews des mathématiciens M. Karoubi, D. Salamon, M. Vergne, D. Mumford, J. Brette, C. Viterbo, R. Piene, M. Berry, C. Goldstein, J. Ritter, J.C. Yoccoz, H. Cartan, M. Kontsevich, M. Vassiliev, D. Zagier.

Parmi les thèmes abordés : domaine de travail, spécialité, contribution au Congrès; recherche, enseignement, popularisation des mathématiques; communauté scientifique et société.

Durée : 110 minutes - Public spécialisé

Production et édition :

EcoutezVoir

Avec le concours de :

Palais de la Découverte, Ecole Polytechnique, Imagiciel, Congrès Européen de Mathématiques, Société Mathématique de France, Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles.

Contact : Véronique Masini

Association EcoutezVoir - 4 Square Vermenouze - 75005 Paris

Tél : (1) 47 07 25 23 - Fax : (1) 47 07 85 57

L'association EcoutezVoir, créée en 1976, étudie et réalise des projets audiovisuels et multimédia dans les domaines culturels et scientifiques. Les productions (films, expositions, spectacles) sont souvent le fruit d'une signature collective.

LIVRES REÇUS

Géométrie projective

Jean-Claude Sidler

InterEditions

Un cours de niveau licence, Capes ou agrégation, sur la géométrie projective (birapport, dualité, homographies, faisceaux de coniques) agrémenté de nombreux exemples et exercices qui semble bien réaliser le souhait émis dans la préface : "Faire en sorte que les étudiants aiment cette discipline".

Intégrales simples (500 exercices corrigés)

G.Hirsch, J.Rouyer

Courbes en coordonnées paramétriques ou polaires (250 exercices corrigés)

G.Hirsch, G.Eguether

Masson

Deux abondants recueils d'exercices (avec solutions) avec une série de rappels de cours, destinés à l'enseignement de premier cycle (D.E.U.G., I.U.T., Classes préparatoires, écoles d'ingénieurs).

Intégration, analyse de Fourier, probabilités, analyse gaussienne.

P.Malliavin, H.Airault

Masson

Un cours d'analyse de niveau maîtrise centré sur la théorie de la mesure et en abordant les applications les plus importantes : mesure de Lebesgue et mesures de Radon, analyse spectrale

et analyse de Fourier, espaces hilbertiens " L^2 ", espaces de Sobolev, en soulignant les aspects probabilistes (espérance conditionnelle, martingales).

Programmation et édition scientifique, Calcul symbolique et formel pour réfléchir livres II et III

Jacqueline Zizi

Editions du Choix et Edition Archimède, 1993.

Après le livre I qui était une introduction aux systèmes de calcul formel Derive, Maple et Mathematica, l'auteur montre ici comment résoudre des problèmes de mathématiques à l'aide d'un système de calcul formel. Une partie importante est consacrée au traitement de texte Latex. Enfin une réflexion sur la façon d'enseigner les mathématiques à l'aide d'un ordinateur est proposée. Ce livre est principalement destiné aux enseignants des lycées, mais les enseignants du 1er cycle des universités peuvent y trouver matière à renouveler leur enseignement.

Algebra

Israel M. Gelfand, Alexander Shen

Birkhäuser 1993.

Ecrit conjointement par un mathématicien russe très célèbre (et travaillant maintenant aux Etats Unis) ce traité d'algèbre élémentaire expose ce que les étudiants sont censés savoir dans ce domaine en arrivant à l'Université

(ou en Math. sup.).

Squares

A.R. Rajwade

Cambridge University Press, 1993.

Le problème d'écrire un nombre entier comme somme de n carrés a été résolu par Fermat pour $n = 2$ et par Lagrange pour $n = 4$. Il peut s'étendre à d'autres anneaux, notamment les anneaux de polynômes ou de séries formelles. Ce livre fait le point sur l'état du problème dans les différentes structures où il se pose.

Cohen-Macaulay Rings

Winfried Bruns, Jürgen Herzog

Cambridge University Press, 1993.

La notion d'anneau de Cohen-Macaulay est au carrefour de deux importantes directions de recherche actuelles en algèbre commutative. Le développement principal reste la théorie homologique des anneaux commutatifs, mais il y a maintenant des applications surprenantes en combinatoire algébrique. Ce livre de haut niveau fait le point sur ces sujets.

pects de la théorie, en les illustrant par l'exemple de $SL(2, \mathbb{R})$; il rend compte essentiellement des travaux de Harish-Chandra.

L'objectif principal de l'analyse harmonique sur les groupes de Lie est de décomposer l'espace $L^2(G)$, d'un groupe de Lie G , en "somme" de représentations unitaires irréductibles de G (formule de Plancherel) ou, ce qui est équivalent, d'écrire la mesure de Dirac de support l'élément neutre comme une "somme" de caractères de représentations de G (formule d'inversion de Fourier). Cette théorie a des origines diverses, mais elle prend sa source essentiellement dans la théorie classique des séries de Fourier et la théorie des représentations des groupes finis; le mérite revient à Peter et Weyl, par leurs travaux sur les groupes compacts, d'unifier ces deux théories dans les années 20. Puis il a fallu attendre les travaux de Haar sur la mesure qui porte son nom dans les années 30 et les travaux de Von Neumann sur les algèbres d'opérateurs, pour qu'une théorie des représentations des groupes localement compacts non commutatifs soit développée; notamment, a été établie l'existence d'une formule de Plancherel pour une large classe de groupes dits de type I. On s'est alors posé le problème de décrire explicitement cette formule pour les groupes de Lie en termes de leur géométrie.

Dans cette théorie, les groupes semi-simples occupent une place privilégiée de par la finesse des résultats obtenus et la similitude des méthodes utilisées avec celles de la théorie des groupes p -adiques ou finis. Les premiers exemples traités en détail fu-

COMPTES RENDUS

An introduction to harmonic analysis on semisimple Lie groups

V.S. Varadarajan

Cambridge studies in advanced mathematics 16. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.

Ce livre, comme son titre l'indique, se veut une introduction à l'analyse harmonique sur les groupes de Lie semi-simples. L'auteur présente certains as-

rent $SL(n, \mathbb{C})$ (Gelfand et Naimark, 1950) et $SL(2, \mathbb{R})$ (Harish-Chandra, 1952). Les développements qui ont suivi sont l'oeuvre, presque en solitaire, de Harish-Chandra; ils ont abouti à la publication en 1976 de sa formule de Plancherel. Le livre de Varadarajan est un panorama du cheminement de cette théorie. Donnons maintenant quelques détails sur son contenu.

Le premier chapitre est une introduction à l'analyse harmonique non commutative, l'auteur y présente quelques motivations et quelques aspects.

Le deuxième chapitre présente brièvement la théorie des représentations des groupes compacts; les démonstrations sont simplement esquissées. Deux approches à la formule de Plancherel se dégagent alors, que j'appellerai l'approche invariante et l'approche non invariante : la première consiste à ramener, à l'aide de l'intégration sur les orbites, les questions d'analyse harmonique non commutative à des questions d'analyse harmonique commutative sur un tore compact maximal, et la seconde consiste à décomposer toute fonction en somme de coefficients de représentations. Les deux approches utilisent la décomposition spectrale de l'algèbre des opérateurs différentiels bi-invariants sur G , c'est-à-dire invariants par translation à droite et à gauche.

Les chapitres 3, 4 et 5 présentent quelques généralités sur les représentations des groupes localement compacts et leurs caractères, la construction de certaines représentations qui interviennent dans la formule de Plancherel et l'approche infinitésimale de Harish-Chandra pour l'étude des représentations des groupes semi-

simples.

Le chapitre 6 est consacré à la formule de Plancherel des groupes semi-simples complexes et de $SL(2, \mathbb{R})$. Ici c'est le point de vue invariant qui est développé. L'auteur donne une construction de la série discrète de $SL(2, \mathbb{R})$, mais ne dit malheureusement rien sur le cas général; ceci est d'autant plus regrettable que la série discrète des groupes semi-simples est l'une des plus belles parties de la théorie et que la construction proposée ne se généralise pas telle quelle.

Le chapitre 7 donne une esquisse de la démonstration du célèbre théorème de régularité de Harish-Chandra : toute distribution invariante (par automorphismes intérieurs) sur un groupe de Lie semi-simple qui est vecteur propre de l'algèbre des opérateurs différentiels bi-invariants est une fonction localement sommable et analytique sur l'ouvert (dense) des éléments réguliers; c'est le cas par exemple des caractères de représentations.

Le chapitre 8 est peut-être la partie la plus originale de ce livre. Il est consacré à la formule de Plancherel de $SL(2, \mathbb{R})$ par l'approche non invariante; il contient notamment la définition de l'espace de Schwartz et l'étude du développement asymptotique des coefficients. Il est à noter ici que Harish-Chandra lui-même semblait privilégier l'approche invariante jusqu'au milieu des années soixante, puis, vraisemblablement sous l'influence des idées de Langlands, il s'orienta vers l'approche non invariante en développant ce qu'il appelle la philosophie des formes cuspidales.

Présenter une théorie à travers un exemple n'est pas un exercice facile;

certaines constructions particulières à l'exemple ne sont pas éclairantes pour le cas général. Je pense que Varadarajan a réussi dans une large mesure à présenter les idées les plus importantes qui ont contribué au développement de l'analyse harmonique sur les groupes semi-simples. Le livre est agréable à lire. On peut cependant regretter le manque de références précises ou de guide pour la littérature surtout pour les chapitres 6, 7 et 8.

Le livre de Varadarajan n'est pas la première tentative d'introduire cette théorie par des exemples. En 1986, Knapp a publié un excellent livre [K] qui se veut aussi une introduction à la théorie des représentations à travers des exemples. On peut dire, de façon schématique, que le but de Knapp est de présenter la classification des représentations tempérées des groupes semi-simples, c'est-à-dire le support de la mesure de Plancherel, alors que le but de Varadarajan est la description de cette mesure. Il est donc naturel que l'on trouve une grosse partie commune aux deux livres, mais elle est traitée avec des optiques différentes. Je pense qu'ils sont plutôt complémentaires que concurrents. Je signale, pour terminer, la parution en deux volumes d'un livre de Wallach [W] qui présente, de façon détaillée, certains aspects de la théorie des représentations ainsi que la formule de Plancherel.

[K] B.A.W. Knapp, Representation theory of semisimple groups, an overview based on examples, Princeton university Press, Princeton, 1986.

[W] B.N.R. Wallach, Real reductive groups I et II, Academic Press,

Boston, 1988 et 1992.

Abderrazak BOUAZIZ
Université de Poitiers

CRC handbook of Lie group analysis of differential equations. Volume 1 : symmetries, exact solutions and conservation laws.

N.H. Ibragimov (Ed.),
CRC Press, 1994, 429 pages
Prix : £68

Distribué en France par Offilib.

Ce livre a été signalé à mon attention par un prospectus de son éditeur, pour l'instant peu connu chez nous. Son titre indique bien qu'il s'agit d'un manuel de référence, donnant une présentation unifiée des innombrables travaux sur le sujet depuis Sophus Lie. Comme il n'était guère facile jusqu'à présent de se frayer un chemin dans une jungle de publications aux styles très divers, on ne peut que se féliciter de ce projet ambitieux auquel collaborent W.F. Ames, R.L. Anderson, V.A. Dorodnitsyn, E.V. Ferapontov, R.K. Gazizov, N.H. Ibragimov et S.R. Svirshchevskii.

Le premier volume, seul paru à ce jour, se divise en trois parties de longueurs inégales : la première présente rapidement (73 pages) les idées essentielles de la théorie, la deuxième (270 pages) est consacrée à de très nombreux exemples d'application, en général issus de la physique mathématique ; la dernière (55 pages) traite des méthodes numériques. Le reste du volume est occupé par une brève introduction, des index assez bien faits et, bien entendu, une très longue liste de références. Mes compétences limitées

m'ont seulement permis de lire avec soin la première partie et de regarder la deuxième.

Nul lecteur des traités modernes n'ignore que la théorie des groupes et algèbres de Lie est née de questions "assez marginales" sur les équations différentielles, proches des considérations sur les équations algébriques qui avaient suscité la théorie de Galois : il s'agissait par exemple de savoir quand une équation différentielle scalaire $f(x, y, y', \dots, y^{(m)}) = 0$ est "résoluble", par réductions successives de l'ordre. La réponse, dans le cas analytique complexe, est que c'est possible si l'algèbre de Lie de l'équation est résoluble — ladite algèbre de Lie est l'ensemble des champs de vecteurs du plan (x, y) dont le flot envoie graphes de solutions sur graphes de solutions. Si marginales que fussent ces questions, Lie n'a pas jugé indigne de son génie de leur consacrer beaucoup de temps, puisqu'il s'est attaqué avec succès au problème de classifier les équations d'ordre m arbitraire — en classifiant, bien sûr, des algèbres de Lie de champs de vecteurs holomorphes sur $\mathbb{C}^2$.

C'est par cette classification (pour $m \leq 2$, ce qui facilite les choses) qu'Anderson et Ibragimov commencent leur exposé. Le style reste "d'époque", c'est-à-dire qu'il faut réfléchir pour savoir si ce que l'on fait est local ou global, et que certains énoncés ne sont vrais que "génériquement, aux points génériques". Une telle critique pourra paraître dirimante aux enfants de Bourbaki, mais cette manière d'écrire les mathématiques présente l'avantage d'être simple, concise et accessible à un éventail assez large de lecteurs

(l'ouvrage ne s'adresse pas uniquement aux mathématiciens, qui auront peut-être intérêt à lire le traité d'Ibragimov, **Transformation groups applied to mathematical physics**, Reidel, 1983).

Au lieu de faire agir seulement les "transformations ponctuelles" (celles du plan (x, y)), on peut considérer un (pseudo-)groupe en principe plus gros, celui des **transformations de contact** de l'espace $Oxyy' \dots y^{(m)}$ des jets d'ordre m : ce sont les transformations qui préservent la "structure de contact" $dy^{(j)} = y^{(j+1)}dx$. Bien entendu, la notion se généralise au cas où $x \in \mathbb{R}^n$ et $y \in \mathbb{R}^p$, ce qui permet de passer des équations différentielles aux systèmes d'équations aux dérivées partielles. Un des gros succès de Lie a été de classifier en ces termes les équations du premier ordre ($p = m = 1$, n arbitraire) au voisinage des points réguliers du feuilletage caractéristique. Dans ce cas, le "groupe" des transformations de contact de $Oxyy'$ est en effet beaucoup plus gros que le sous-groupe obtenu en relevant les transformations de Oxy , assez gros pour "redresser" toutes les équations.

Lie avait l'intuition que ce miracle ne se produirait pas en général, ce que son élève Bäcklund a confirmé : pour $p > 1$ (resp. $m > 1$), toute transformation de contact d'ordre m s'obtient en relevant une transformation ponctuelle (resp. d'ordre 1); comme les équations aux dérivées partielles, elles, sont de plus en plus compliquées quand m et p augmentent, il n'y a plus assez de transformations de contact pour les classifier.

A la suite de Lie, on peut donc se poser deux types de questions : quelles

sont les équations invariantes (ou équivalentes à des équations plus simples) sous l'action de transformations appartenant à ces "petits" groupes, et quels groupes "plus gros" faire agir? Une réponse tentante à la seconde question, popularisée par A.M. Vinogradov, consiste à passer à la limite $m = +\infty$; on a alors énormément de transformations de contact, mais il faut prendre ses précautions si l'on ne veut pas obtenir des objets fantômes agissant sur un espace fantôme.

A cette théorie encore dans l'œuf, Johnson et Ibragimov ont apporté une contribution intéressante sous la forme des "groupes de Lie-Bäcklund". L'idée est de considérer des champs de vecteurs sur l'espace Oxy à coefficients dans un espace de jets d'ordre fini, que l'on relève en des transformations de contact infinitésimales (formelles) de l'espace des jets d'ordre infini; les groupes formels à un paramètre qu'ils engendrent sont des séries formelles par rapport au paramètre dont chaque coefficient est défini sur un espace de jets d'ordre fini. Dans les bons cas, ces séries convergeront. . .

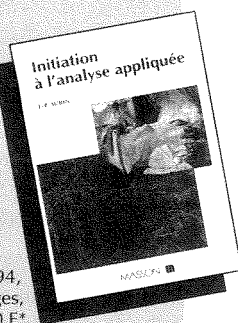
On peut enfin adjoindre à ces transformations encore locales les transformations non locales introduites par

divers auteurs et que je ne puis ici définir en détail. Etant donnée une équation, on peut donc chercher ses symétries ponctuelles (transformations de l'espace Oxy qui la préservent), ses symétries de contact, ses symétries de Lie-Bäcklund et ses symétries non locales. C'est à un inventaire de ce que l'on sait faire en la matière (avec références) qu'est consacrée la deuxième partie du livre; il y fallait beaucoup de courage, et il est évident que ce "catalogue" rendra service aux spécialistes comme aux utilisateurs.

Un mot encore : les auteurs reconnaissent, dans ce premier volume, avoir quelque peu manqué à leur devoir d'exhaustivité en parlant avant tout de ce qui les intéresse, comptant sur leurs lecteurs pour leur suggérer des références à inclure dans les volumes suivants. Je souhaite donc que mes quelques réserves n'empêchent pas ce livre de trouver des lecteurs en France : le sujet le mérite, et il n'est pas certain que la théorie atteigne avant quelques siècles l'état où cette approche "zoologique" paraîtra désuète.

Marc CHAPERON
Université Denis Diderot (Paris 7)

NOUVEAUTÉS



1994,
432 pages,
190 F*

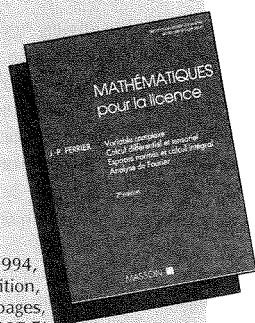
Initiation à l'analyse appliquée

J.-P. AUBIN, *Université Paris-Dauphine*

Ces leçons d'analyse appliquée introduisent et développent les principaux concepts écologiques dans le cadre élémentaire des espaces métriques. Ces méthodes mathématiques, dont certaines ont été conçues par l'auteur, ont de nombreuses applications : pseudo-inverses de matrices (si utiles en statistiques), reconnaissance des formes, réseaux de neurones, morphologie mathématique (un domaine de l'imagerie scientifique), ensembles flous, optimisation...

Pour élèves-ingénieurs, étudiants de licence de mathématiques ou de mathématiques appliquées et étudiants de seconde année des nouveaux « instituts universitaires professionnalisés ».

CONTENU - Exemples d'espaces métriques - Construction d'espaces métriques - Propriétés topologiques des espaces métriques - Applications continues - Optimisation - Pseudo-inverses et équations non linéaires - Analyse multivoque - Équations différentielles - Répertoire des résultats.



1994,
2^e édition,
248 pages,
137 F*

Mathématiques pour la licence Variable complexe - Calcul différentiel et tensoriel Espaces normés et calcul intégral - Analyse de Fourier

J.-P. FERRIER, *Université de Nancy I et à l'INP de Lorraine*

Ce cours de mathématiques traite de matières habituellement enseignées en 3^e année d'université ou en 1^{re} année des écoles d'ingénieurs. Il rassemble ce qui pourrait être un tronc commun à tous les enseignements de ce niveau. Ce souci de polyvalence a conduit à un choix limité et assez classique des matières, et pour ne pas dissimuler le fil directeur de l'exposé, les exercices sont surtout des démonstrations dont les auteurs ont donné l'esquisse. A l'occasion de la nouvelle édition, un appendice de 16 pages sur les distributions tempérées complète le cours.

* Prix public TTC au 01.03.94

Ouvrages en vente en librairie ou à la M.L.S. - B.P. 36 - 41354 Vineuil Cedex

MASSON 

BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE 1994 et son supplément les MÉMOIRES DE LA S.M.F.

(4 fascicules par an auxquels s'ajoutent 4 à 5 suppléments)

Revue éditée par la Société Mathématique de France.

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique.

TOME 122, Fascicule 1

Prix public : 180 FF, Prix membres : 115 FF.

Sommaire :

ARNOUX (P.), MAUDUIT (C.), SHIOKAWA (I.) et TAMURA (J. I.). — *Complexity of sequences defined by billiards in cube.*

DENIS (L.). — *Géométrie et suites récurrentes.*

BEZARD (M.). — *Régularité L^p précisée des moyennes dans les équations de transport.*

BONY (J. M.) et CHEMIN (J. Y.). — *Espaces fonctionnels associés au calcul de Weyl-Hörmander.*

ANDLER (M.). — *Ordre de Bruhat et transfert : le cas réel.*

VIOTTE-DUCHARME (M.M.). — *Rectificatif à l'article "Présentation de certains couples Fischériens de type classique", tome 121.*

Mémoires :

supplément au Tome 122, fasc. 1 – Mémoire n° 56

SÉVENNEC (B.). — *Géométrie des systèmes hyperboliques de lois de conservation.*

(125 pages, prix public : 130 FF ; prix membres SMF : 95 FF)

On étudie les systèmes hyperboliques de lois de conservation en dimension un espace. L'espace des états apparaît naturellement muni d'une structure affine. Les systèmes physiques possèdent des lois de conservation excédentaires, ou "entropies", et on montre que les propriétés d'intégrabilité des champs de directions propres sont liées à l'existence de ces entropies. La dégénérescence linéaire et la présence d'une entropie non dégénérée sont deux caractéristiques des systèmes d'origine physique. On montre qu'elles entraînent une propriété de "rigidité" du feuilletage de contact associé au champ linéairement dégénéré, qui est explicitée sur un certain nombre d'exemples. L'étude asymptotique de la stabilité des oscillations permises par la dégénérescence linéaire conduit à la notion d'hyperbolicité globale, que l'on étudie dans le cadre de la géométrie transverse du feuilletage de contact, et pour laquelle des critères généraux sont dégagés, tel le "non-enlacement" de ce feuilletage.

ABONNEMENT 1994

Prix public Europe : 910 FF Hors Europe : 960 FF

Prix Membres Europe : 480 FF Hors Europe : 530 FF

DISTRIBUTION

Maison de la S.M.F., Case 916 – Luminy, 13288 Marseille Cedex 09

Gauthier-Villars, CDR, 11 rue Gossin, 92543 Montrouge Cedex

Offilib, 48 rue Gay-Lussac, 75240 Paris Cedex 05