SOMMAIRE

DATE LIMITE

de soumission des articles, pour parution

dans le n° 58

30 novembre 1993

LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
CHANGE D'ADRESSE

INSTITUT HENRI POINCARÉ
11 RUE PIERRE & MARIE CURIE
75231 PARIS CEDEX 05
Fax : 40 46 90 96
Tél. Secrétariat Général : 44 27 67 96
Tél. Secrétariat d'Astérisque et du Bulletin : 44 27 67 99
Tél. Secrétariat de l'Officiel et de la Gazette : 44 27 67 97

DOSSIERS

LES TABLES RONDES DU PREMIER CONGRES EUROPEEN DE MATHEMATIQUE

F. MIGNOT

Le Congrès Européen de Mathématiques a été l'occasion d'une réflexion sur la place des Mathématiques. De très nombreux collègues ont contribué à cette réflexion, avant le Congrès par des échanges de courrier, pendant le Congrès, lors des Tables Rondes, et depuis par l'élaboration des Actes. Nous publions ci dessous une synthèse de ce travail qui s'est poursuivi sur plus de deux ans. Ce texte fait partie des Conclusions établies à la demande du Ministère de l'Enseignement Supérieur.

Du 6 au 10 juillet 1992 le premier Congrès Européen de Mathématiques (C.E.M.) a réuni à Paris quelques 1300 mathématiciens venus de toute l'Europe, mais aussi d'Amérique ou du Japon. Conscients de la nécessité d'échanges tant à l'intérieur de la discipline qu'avec le monde qui l'entoure, les organisateurs avaient souhaité donner à ce Congrès une structure originale réunissant des Conférences de Mathématiques et des Tables Rondes portant sur les liens, à l'heure de l'ouverture européenne, entre les mathématiques et les autres sciences et courants de pensée qui traversent notre société.

On a donc pu assister à une cinquantaine de conférences, et un effort tout particulier avait été demandé aux orateurs pour que celles ci soient accessibles à un très large public de mathématiciens, voire à un public plus vaste, au lieu d'être l'occasion d'exposer, comme cela se fait souvent, des résultats récents et pointus, dont l'intérêt n'aurait été perçu que par les spécialistes du domaine. Sur ces domaines spécialisés, vingt cinq Colloques Satellites ont été organisés juste avant ou juste après le C.E.M. et ont contribué à ces échanges spécifiques d'importance capitale pour la progression de nos recherches.

Le Congrès a été l'occasion de seize Tables Rondes (T.R.), qui ont permis un débat sur la position des mathématiques face aux autres sciences, leur place dans le système éducatif et politique européen, leur image auprès des mathématiciens et des non-mathématiciens. Fondées souvent sur un très important travail de recueil de données en France et dans toute l'Europe, ces T.R. ont débouché sur des analyses et des recommandations portant sur la politique scientifique pour les mathématiques. [On trouvera en Annexe la liste des T.R. et les coordonnées de leurs responsables]. Le Ministère de la Recherche et de l'Espace a souhaité faire de ce volet du C.E.M. l'un de ses Grands Colloques de Prospective, et l'a soutenu à ce titre.

Le présent rapport rassemble de façon synthétique les textes élaborés par les responsables de chaque T.R., et qui seront publiés par ailleurs. Il est structuré de la façon suivante :

I — Le développement mathématique contemporain

II — Les mathématiques dans leur environnement scientifique

III — Les mathématiques dans leur environnement humain et matériel

IU — La formation aux mathématiques.

1. LE DEVELOPPEMENT MATHEMATIQUE CONTEMPORAIN.

Il est d'abord évident que les problèmes internes aux mathématiques sont essentiellement des problèmes d'échanges scientifiques, de communication de résultats, et que, plus que dans les T.R., ils ont été abordés lors des Conférences. Celles-ci ont montré, s'il en était besoin, à quel point la recherche en mathématiques est vivante, et l'on aurait pu conseiller à plusieurs jeunes dubitatifs sur ce point, comme on a pu en rencontrer lors de la T.R. Mathématiques et grand public (A), d'aller assister à une ou deux de ces Conférences pour y voir naître des mathématiques nouvelles.

Notons que sur dix Conférences plénières, le Comité Scientifique international avait sélectionné trois Français, Pierre Louis Lions, Alain Sol Sznitman et Michèle Vergne), tandis que six Conférences "en parallèle" étaient, elles aussi, faites par des Français. Ces exposés ont couvert un spectre extrêmement large des mathématiques, de la théorie de la démonstration ou la topologie, à la modélisation de la vision ou de l'épidémie du Sida, en passant par la théorie des groupes ou l'analyse des équations aux dérivées partielles.

Car il est ressorti de l'ensemble du CEM que les mathématiques jouent un rôle complexe dans la culture humaine : elles ont d'abord une vie autonome, un résultat étant justifié et apprécié à la mesure de sa généralité, de l'intérêt, voire la difficulté de sa démonstration, et des prolongements que l'on peut en attendre. Mais en même temps elles servent de support à bien d'autres disciplines (physique, biologie, sciences de l'homme, ...), de langage de communication entre ces sciences, étant même, pour certains, la pierre de touche du caractère scientifique d'une discipline.

Depuis une vingtaine d'années, le centre de gravité des mathématiques s'est considérablement déplacé de ce que l'on appelle traditionnellement les "mathématiques pures" vers les "mathématiques appliquées". Cette évolution relève d'abord d'une évolution des mentalités, tout spécialement en France. L'après guerre s'est caractérisée dans notre pays par l'apogée de l'Ecole Bourbaki, symbole de la mathématique autosuffisante (self-contained), et si la France s'est montrée particulièrement brillante dans ce domaine, la réalité des choses et l'évolution, tant en France qu'aux USA ou en URSS, ont vite montré le risque de stérilisation dû à un isolement excessif. (Le pendant de cette évolution dans le domaine de l'enseignement est constitué de ce que l'on a — fort mal — dénommé les "mathématiques modernes", et l'on sait le retour en arrière qui s'est effectué à leur sujet).

Il convient à l'évidence de développer aujourd'hui les interactions des mathématiques, et en particulier les branches de la discipline les plus à même d'interagir avec les autres sciences. Mais il demeure essentiel de favoriser fortement le "noyau dur", pour lequel, répétons le, notre pays s'est montré particulièrement doué, et se montre encore aujourd'hui aux toutes premières places de la compétition internationale : par exemple, au récent Congrès International de Mathématiques, qui s'est tenu à Kyoto, il y avait dix huit conférenciers français, ce qui représente le plus fort taux de conférenciers rapporté à la population du pays.

Cette nécessaire progression "en tandem" des mathématiques pures et des mathématiques appliquées est sans doute la première leçon à tirer de l'ensemble des exposés du Congrès : une bonne école de mathématiques pures ne peut se construire qu'épaulée par une excellente école de mathématiques appliquées.

Notons que l'on constate simultanément une intégration toujours plus grande entre les différents domaines des mathématiques; par exemple, des résultats de probabilités trouvent aujourd'hui de façon inattendue, des applications en théorie des nombres, dans les systèmes dynamiques, en analyse fonctionnelle, etc . . . Plus surprenante encore est sans doute l'application de la géométrie algébrique au codage. A un niveau de complexité infiniment supérieur, il faut s'attendre à ce que se reproduise un phénomène analogue à l'emploi quotidien en physique "élémentaire" de nombres si irréels qu'on les baptisa "nombres imaginaires" (appellation remplacée aujourd'hui par celle de nombres complexes).

Le nouvel équilibre des disciplines au sein même des mathématiques découle aussi de l'extraordinaire développement des ordinateurs : les mathématiques appliquées (Analyse numérique, Statistique, ...) d'abord, mais toutes les branches aujourd'hui font un emploi croissant de puissance de calcul. Cela renforce les liens avec l'informatique, considérée comme une discipline désormais autonome; bien plus, un grand nombre de résultats font usage de l'informatique : en théorie des nombres, la recherche de grands nombres premiers (baptisés des "Titanics"), en topologie la démonstration du théorème des 4 couleurs (4 couleurs suffisent pour colorier n'importe quelle carte, sans que deux pays voisins soient de la même couleur) utilisent des algorithmes très performants et demandent des heures de temps calcul, de sorte qu'aucun être humain ne pourrait vérifier "à la main" l'exactitude du résultat. De plus en plus de résultats théoriques sont sous-tendus par une "aide à l'intuition" possible grâce à l'informatique, c'est par exemple le cas en géométrie où l'on visualise des surfaces avant d'en montrer les propriétés.

Ce phénomène s'amplifie encore par le développement du calcul formel, qui demande à l'ordinateur de manipuler des expressions littérales telles (a + b)2 = a2 + 2ab + b2. On parvient ainsi à factoriser des polynomes, à inverser des matrices non numériques, etc ... et cette révolution des mathématiques sera sans doute d'ampleur comparable à celle due à l'usage d'ordinateurs numériques, qui ont libéré l'esprit du mathématicien des techniques du calcul numérique pour lui permettre de se concentrer sur les méthodes. On trouve là un bel exemple de mathématiques dont l'usage par tous va se développer, mais qui demande pour cela un important travail de mathématiques théoriques.

PHILOSOPHIE

Partie des questions "Quels sont les objectifs de la philosophie des mathématiques? Quelle est sa portée pour chacune des deux disciplines? ", la TR Philosophie des mathématiques : Pourquoi? Comment? (F) s'est aussi interrogée sur la démarche du mathématicien, essayant d'en rendre compte par divers types d'analyse et de montrer comment on peut retrouver, sinon surprendre le "geste" de la création mathématique. Elle a mis l'accent sur les modalités visuelle et dynamique de l'imagination inventive, qui n'est pas bornée aux possibilités combinatoires ou conceptuelles, tout en montrant comment une partie considérable des mathématiques modernes consiste à traduire certaines propriétés de structures en propriétés d'autres structures ou à convertir en techniques locales des principes généraux obtenus par une étude formelle des langages des théories.

Ce dernier point lui a donné l'occasion de réfléchir sur la mutation de la logique, autrefois perçue comme fondatrice du travail du mathématicien et extérieure à lui, aujourd'hui promue à un rôle heuristique ou instrumental qui la met sur le même pied que n'importe quelle autre branche des mathématiques. Bien qu'antérieure au développement de l'informatique, cette mutation a été exacerbée par elle, dédoublant la logique en une "logique pure", analyse de théorie, et une "logique appliquée", par exemple par les informaticiens.

L'attention prêtée à l'informatique l'a conduite à proposer de mesurer la "difficulté" des mathématiques par une notion combinant la complexité computationnelle et la complexité conceptuelle, élevant ainsi le débat au dessus de la question usuelle concernant l'objectivité des mathématiques.

Enfin, s'appuyant sur les réactions de mathématiciens présents, elle a conclu que ceux ci ont besoin de philosophie, au moins pour interpréter leur propre expérience.

HISTOIRE

Certes, on peut, comme l'a fait la TR Europe mathématique, mythe ou réalité historique ? (E) se demander si, à l'heure des échanges intercontinentaux, parler d'une Europe mathématique n'était pas une sorte de provocation anachronique. La réflexion de cette T.R. peut aider à situer correctement ce débat.

Ne doutons pas d'abord qu'une meilleure compréhension de notre passé de mathématicien est profondément liée à une meilleure compréhension de notre passé dans son ensemble : le développement des mathématiques est assujetti à la société toute entière, en particulier à son économie, à son éducation, à sa culture.

L'Europe mathématique, vue comme une donnée naturelle, l'héritage des seuls Grecs revivifié aux 16e et 17e siècles, est certainement un mythe. Les mathématiques arabes, d'autres sans doute, ont joué un rôle crucial dans l'élaboration des mathématiques en Occident ; le souci politique de minimiser ces apports, le mépris croissant envers les mathématiques pratiques, en particulier commerciales, l'émergence de nouveaux types sociaux de mathématiciens à la Renaissance, tous ces facteurs entremêlés ont contribué à une réécriture progressive de l'histoire de l'algèbre comme une création purement européenne : les Grecs, Diophante par exemple, en auraient été les vrais théoriciens, les mathématiciens arabes étant responsables d'un avilissement au profit des applications. Une telle vision sous-estime l'apport créateur important de mathématiciens comme Al Kwarizmi ou Omar Khayyam, mais elle repose aussi sur une hiérarchisation stricte des mathématiques, au seul profit de la théorie.

L'exercice mathématique, les prédilections et les développements sont constamment liés à des valeurs et à des choix économiques, sociaux, religieux, institutionnels. Les victoires militaires de Bonaparte ont joué un rôle important dans le succès de l'Ecole Polytechnique comme modèle dans de très nombreux pays du monde ; ce modèle a du s'adapter aux conditions locales, il a favorisé le développement d'écoles de géométrie descriptive, fondement à l'époque de la formation des ingénieurs, mais que nous ne considérons plus maintenant comme un domaine essentiel ; il a aussi servi à travers les réseaux de journaux pour les candidats aux concours, d'important facteur d'harmonisation en mathématiques.

Le "centre", lieu géographique d'excellence ou domaine intellectuel de pointe, les périphéries, dans leur ombre, fluctuent en fait constamment et la survie d'écoles florissantes ne se fait qu'au prix d'efforts conscients. Les missionnaires jésuites au 17e siècle en Chine ont dédaigné la tradition locale qui nous apparaît maintenant riche de procédures de calcul totalement inconnues des mathématiciens européens de l'époque. Nous réévaluons aujourd'hui les travaux d'un Boussinescq, méconnu au 19ème siècle, mais dont les travaux s'appliquent maintenant à l'équation des solitons. Evaluer les facteurs décisifs à un moment donné et les modalités de ces transformations est d'ailleurs très difficile ; si l'intérêt pour les problèmes "solubles à la règle et au compas" ne nous paraît plus pertinent aujourd'hui, qui peut juger de l'évolution à venir et par exemple des changements dus à l'informatisation ?

La communauté mathématique encourage, mais aussi censure. Il est important d'élucider autant que possible les procédures de transmission et les priorités dans un contexte éducatif, économique et social donné. Les effets de mode, l'intérêt à trop court terme, risquent de conduire à des uniformisations hâtives. Il faut aussi veiller à ce que ne domine pas la conviction que, en mathématiques, les seules valeurs à long terme sont celles constituées par un petit nombre de résultats brillants ou dont la démonstration est très difficile, au mépris de travaux jugés sur l'instant de second ordre, mais qui peuvent jouer un rôle irremplaçable."

2. LES MATHEMATIQUES DANS LEUR ENVIRONNEMENT SCIENTIFIQUE.

Plusieurs T.R. du Congrès étaient spécifiquement consacrées au problème des liens entre les mathématiques et les autres sciences, mais ces liens étaient présents dans les préoccupations de presque toutes les T.R., en particulier de la T.R. Mathématique et grand public (A). La tâche du mathématicien est en effet d'élaborer des concepts et des méthodes, qui, outre leur intérêt intrinsèque, doivent être disponibles pour l'ensemble de la communauté scientifique, et au delà, pour toute la population.

Les rapports entre mathématiques et autres sciences n'ont pas toujours été faciles, l'utilisateur, physicien ou autre, s'attendant parfois à se voir proposer une mathématique-supermarché où il pourrait trouver "l'outil" dont il a momentanément besoin. Des frictions purent avoir lieu quand le mathématicien se déclarait incapable de répondre à des questions au moment où elles étaient posées. Il convient de rappeler une fois encore que les constantes de temps sont souvent différentes en mathématiques et ailleurs : un théorème est encore vrai et utilisable 2000 ans après sa découverte, ce qui est rarement le cas de découvertes technologiques.

Les rapports avec les autres sciences se sont améliorés ces dernières années, en partie du fait d'un changement de mentalité des mathématiciens, dû à l'émergence de nombreux mathématiciens motivés par les applications et incluant cette dimension de service dans leur travail.

La modélisation mathématique, dont le développement est fondamentalement lié aux possibilités de calcul informatique, dépend autant du bagage du mathématicien que de la disponibilité de son interlocuteur à formaliser suffisamment ses questions pour les faire entrer dans un modèle. Ce processus peut être très long (adaptation mutuelle des langages) et certains considèrent que tout nouveau domaine d'interaction nécessite presque une génération de mathématiciens. Et si les mathématiques apportent une aide à la compréhension, en aucun cas elles ne remplacent la réflexion sur le phénomène et la pertinence du modèle.

L'interlocuteur premier du mathématicien a toujours été le physicien, aussi s'est-on souvent étonné auprès du Comité d'Organisation de l'absence d'une T.R. "Mathématiques et Physique". Cette absence peut sans doute justement s'expliquer par la richesse des échanges entre ces deux disciplines, et par voie de conséquence par l'abondante réflexion déjà publiée sur ce thème. Une preuve de cette omniprésence de la physique dans les interactions des mathématiques se trouve dans les sujets des Conférences de Mathématique du C.E.M. : sur dix conférences plénières, cinq traitaient de mathématiques liées directement à la physique, comme le faisaient une quinzaine des quarante conférences parallèles. C'est là un indicateur du véritable renouveau que connait l'irrigation de la pensée mathématique par la physique (groupes quantiques, théorie de jauge, ...)

INFORMATIQUE

Le second interlocuteur "naturel" du mathématicien est l'informaticien, aussi la T.R. Mathématiques et informatique (N) s'est interrogée sur le lien entre ces deux disciplines.

L'informatique est une science doublée d'une technologie. Elle est technologique par la nécessaire prise en compte des limites physiques du matériel qui réalisent les calculs;

mais elle est en même temps scientifique parce qu'elle vise à l'élaboration de méthodes générales qui puissent survivre à la continuelle évolution de ces matériels.

L'informatique, science du calcul, entretient naturellement des rapports privilégiés avec la mathématique. L'analyse numérique, d'emploi constant en sciences de l'ingénieur, est typique de la convergence entre une approche en analyse et les possibilités offertes par les ordinateurs. Mais les liens entre informatique et mathématiques vont bien au delà de l'analyse numérique :

La logique mathématique est la base nécessaire à la sémantique des langages de programmation et à la vérification de leur correction. La richesse des langages modernes demande à être étayée par de solides théories logiques (intuitionisme, lambda-calcul, récursivité, ...). L'informatique a d'ailleurs ramené l'intérêt, qui se portait essentiellement sur la justification fondamentale de l'emploi d'objets "à l'infini" à des notions finies, commes celles rencontrées en complexité ou en faisabilité d'un algorithme.

Mais l'informatique exprime de nouveaux besoins, qui contribuent à renouveler la problématique de certaines branches des mathématiques, et l'on voit apparaître des théories nouvelles, syntaxiques, algorithmiquess ou logiques. Des domaines entièrement nouveaux surgissent même, comme la théorie du parallélisme.

Et dans cette symbiose entre mathématique et informatique naissent des calculs d'ordre supérieur, manipulant non plus des nombres mais des "objets" tels programmes ou algorithmes. Ainsi le calcul formel permet des calculs symboliques mathématiques extrèmement complexes, et sera amené à jouer un rôle déterminant, non seulement dans les applications, mais pour toutes les mathématiques.

CHIMIE

Paradoxalement, alors que mathématiquse et physique sont indissociables, les liens entre mathématiques et chimie sont extrèmement lâches. Il y a d'autant plus lieu de s'interroger sur cette anomalie et les moyens de la pallier, que la T.R. Mathématiques et Chimie (O) a démontré le besoin pressant de mathématiques pour le développement de branches essentielles de la chimie, et l'intérêt que pourraient en tirer en retour les mathématiciens.

L'élément de base de la chimie est bien sûr la réaction, et il importe au chimiste de la comprendre au niveau macroscopique comme au niveau moléculaire. Au niveau macroscopique, il est confronté à des équations aux dérivées partielles couplées parfois extrêmement complexes, faisant intervenir des données thermo-dynamiques, et dont les applications dans les réacteurs industriels sont capitales. Au niveau moléculaire, on rencontre des problèmes relevant de la chimie quantique, discipline ayant pour objet de déterminer le calcul des propriétés des molécules et leur réactivité chimique (la manière dont elles mêmes peuvent se fragmenter et se recombiner) et des problèmes de forme.

La question de la forme des molécules joue un rôle croissant dans la compréhension des phénomènes chimiques et biochimiques. Divers angles d'attaque coexistent ; citons l'emploi de la diffraction X pour déterminer les structures des chaines peptidiques et des protéines : alors que l'on n'observe que le module d'une transformée de Fourier, c'est par la maximisation de l'entropie que l'on parvient à calculer les phases, dont on a besoin pour déterminer la forme des molécules.

Bien sûr, en tant qu'activité de recherche comme en tant qu'activité industrielle, la chimie fait un gros usage de l'informatique (emploi de la statistique, par exemple en chimiométrie). Le chimiste quantique est aujourd'hui un gros — sans doute le plus gros — consommateur de calcul parallèle.

BIOLOGIE ET MEDECINE

La T.R. Mathématiques, Biologie et Médecine (P) a d'abord rappelé que les sciences du vivant ont déjà fourni aux mathématiques l'occasion de développer significativement de nombreuses branches : les probabilités et les statistiques ont par exemple connu un essor important du fait de la génétique.

L'interaction mathématiques-vivant s'est toujours faite dans les deux sens, et il doit en être ainsi : d'une part les mathématiques sont un outil indispensable au biologiste ou au médecin, et beaucoup reste à faire dans l'élaboration de méthodes mathématiques sophistiquées destinées à traiter les données du vivant : par exemple le traitement de données de survie censurées, telles qu'on les rencontre en essais cliniques, requiert pour être mené correctement une approche fondée sur la théorie des martingales. De même, l'approche du génôme humain demande une combinatoire complexe.

Mais aussi, et surtout, le vivant est amené à jouer pour la recherche mathématique fondamentale le rôle qu'a joué la physique au 19^{e} siècle et au début du 20^{e} : susciter des problématiques, comme c'est déjà le cas en ce qui concerne les réseaux de neurones, ou la mathématisation de la biochimie. Les modèles mathématiques sous-jacents à la biologie moléculaire restent à inventer. Ils devront rendre compte de phénomènes complexes (rôle des enzymes, phénomènes membranaires, rétroactions,...) et toucheront certainement des domaines variés des mathématiques : stabilité de solutions d'équations aux dérivées partielles, bifurcations, modèles de chaos, ... Le passage qui se fait depuis cinquante ans d'outils mathématiques "réguliers" (analyse classique, fonctions déterministes, dérivabilité,...) à des outils plus complexes (aléatoire, singularités, fractals, autosimilarité,...) donne au mathématicien la possibilité de recentrer son champ d'application de la physique (au sens large) à la biologie.

L'originalité des phénomènes envisagés en biologie réside dans un comportement très "décentralisé" : les différentes composantes d'une entité biologique — que ce soit des êtres vivants ou des cellules — déterminent leurs comportements avec une certaine indépendance. Leur étude demande que se développe une "biologie statistique", comme on parle de mécanique statistique.

ECONOMIE

La modélisation en économie se distingue nettement de celle traditionnellement motivée par les problèmes de la physique, de la mécanique ou des sciences de l'ingénieur : le rôle différent de l'expérience et souvent son absence en sciences sociales pose des problèmes spécifiques.

Introduite dès 1874 par Walras, la théorie de l'équilibre général explique que les quantités de biens achetées par les consommateurs, leur offre de travail, les quantités de biens produites ou utilisées par les firmes et les prix observés sur les différents marchés peuvent s'interpréter comme une situation d'équilibre entre un grand nombre d'agents ayant des intérêts conflictuels. La formalisation rigoureuse des années 50 (Arrow et Debreu) utilisait essentiellement des raisonnements de topologie générale, les propriétés des ensembles convexes, ou le théorème de point fixe de Kakutani. Le développement de la théorie walrasienne durant les trente dernières années a conduit à utiliser des outils mathématiques de plus en plus sophistiqués. La topologie différentielle a été utilisée pour les problèmes d'unicité, de stabilité et pour l'étude géométrique des équilibres. L'étude des économies "infinies" nécessite l'utilisation d'outils d'analyse fonctionnelle et de théorie de la mesure.

La finance pose, du fait de la création de nouveaux produits pour se protéger contre des risques de plus en plus nombreux, des problèmes d'évaluation d'actifs, pour lesquels la part des mathématiques et de la modélisation est de plus en plus importante. Cette discipline interroge le mathématicien à plusieurs titres, notamment par la complexité de la modélisation des problèmes de base (absence d'opportunités d'arbitrage, optimisation de la richesse, de la couverture du risque inhérent à un actif, rendement d'un portefeuille) et par la manière originale dont le marché s'est approprié les modèles (notamment la formule de Black et Scholes).

Enfin, l'économie a toujours été un domaine d'application et une motivation pour le développement de la théorie mathématique des jeux, qui utilise abondament l'analyse convexe. Les concepts essentiels des jeux finis ont un caractère semialgébrique et les travaux récents ont utilisé des techniques géométriques (homologie), notamment dans l'étude de la stabilité stratégique.

SCIENCES SOCIALES

Les interactions des mathématiques et des sciences sociales se sont incontestablement développées dans la seconde partie du vingtième siècle. Et si l'utilisation des mathématiques dans les sciences sociales a été à l'origine de polémiques — celle qui a eu lieu à l'intérieur de la discipline économie a été particulièrement vive — , la mathématisation de la science économique est particulièrement spectaculaire : non seulement la discipline utilise pour le traitement des données une grande variété d'outils statistiques, mais la majeure partie du débat théorique se fait autour de modèles — de sophistication très variable — qui proposent des formalisations mathématiques des phénomènes étudiés. En sociologie, si l'usage des techniques statistiques simples est courant, la modélisation des théories reste un exercice rare. Quelques tentatives limitées d'application des mathématiques ont également eu lieu en anthropologie.

3. LES MATHEMATIQUES DANS LEUR ENVIRONNEMENT HUMAIN ET MATERIEL.

GRAND PUBLIC

Le C.E.M. avait pour première et pour dernière T.R. une T.R. double intitulée Mathématiques et Grand Public (A). Ouvertes plus largement que les autres (surtout la T.R. "de clôture") aux journalistes et au public non-mathématicien, elles ont été l'occasion de débats parfois passionnés.

Le texte élaboré par ses organisateurs souligne d'abord que la question des rapports entre les mathématiques, leur développement, leurs méthodes de travail et la vulgarisation des connaissances constituent un ensemble de questions qui touchent plus largement qu'on ne le pense le monde des mathématiciens. Il est évident que dans les pays développés, l'image des mathématiques est mauvaise et largement fausse : on croit que tous les problèmes sont déjà posés — voire résolus ("il n'existe pas de recherche en mathématique"), que les mathématiques constituent une vérité absolue, solide et statique, qu'elles ne servent finalement qu'à la sélection des étudiants. Quant aux mathématiciens, ils seraient arrogants, élitistes, excentriques, manquent de sens commun, de sens social et de sens de l'humour. Bref s'ils ont l'esprit de géométrie, ils manqueraient totalement de l'esprit de finesse, apanage des "honnêtes gens".

Une partie au moins de la communauté des mathématiciens a entrepris de corriger cette image. Le colloque Mathématiques A Venir, tenu à l'Ecole Polytechnique en décembre 87, a été pour beaucoup l'occasion d'une prise de conscience. Mais un mouvement de démythification existe depuis les années 60, s'appuyant sur des revues (en France, par exemple, citons L'Ouvert, Tangente, Quadrature, Math et Malices, Le Nouvel Archimède), des activités (Cinquante lycées, Maths en Jeans, Kangourou), des films, des expositions (Palais de la Découverte, La Villette). On cherche à utiliser l'outil informatique pour rendre les mathématiques plus vivantes. Des rencontres internationales posent ce problème, telles celles organisées par l'ICMI (International commission on mathematical instruction, branche de l'Union Mathématique Internationale se consacrant aux problèmes de l'Education).

Chacun a pu constater que les organes d'information de grande diffusion font une part minime aux mathématiques, même quand ils disposent de pages scientifiques (Le Monde) : les lecteurs se sentent concernés par la biologie, ne serait-ce qu'au travers des problèmes éthiques ou de citoyenneté qui en découlent. En mathématiques, ils se sentent témoins passifs d'un discours qui leur échappe. Ils veulent un récit simple, compréhensible et ... ayant une fin, quand le mathématicien offre trop souvent un texte truffé de détails techniques dus au souci de rigueur qui le caractérise. Il emploie des symboles impossibles à traduire en français car cela nécessiterait un texte insupportablement long. Tout ceci contribue chez certains à répondre de façon confortable "Non" à la question "Faut-il vraiment vulgariser les mathématiques ? "

Or le mathématicien se doit de faire connaître sa discipline et les résultats qu'il obtient, il est redevable à la société de son activité. Un certain nombre de mathématiciens, parmi les plus prestigieux, se sont d'ailleurs attaqués à cette tâche. Alain Connes, par exemple, médaille Fields (le "prix Nobel" des mathématiques) dialogue avec le biologiste Jean Pierre Changeux dans "Matière à penser", montrant que le débat philosophique sur les mathématiques peut être partie prenante de la vulgarisation. On peut de même citer plusieurs livres écrits par Ivar Ekeland, par David Ruelle, ou l'ouvrage de Christian Mauduit et Philippe Tchamitchian. On peut surtout citer Roger Penrose, dont l'ouvrage a connu un succès retentissant.

Mais cette vulgarisation ne doit pas se limiter au canal du livre, mode traditionnel de transmission d'un savoir abstrait : il existe toute une continuité de modes d'expression entre l'écrit employé prioritairement pour la communication entre spécialistes, et la télévision s'adressant à un grand public. L'expérience de débats (Orsay, Marseille, Bordeaux, Boulogne, ...), d'émissions de radio, de films, etc ... est à cet égard très concluante.

Le mathématicien, très replié sur son domaine, est souvent assez mal préparé à un rapprochement avec le public. Il a une vue parcellaire de l'ensemble des mathématiques, a fortiori de leurs applications ou rapports aux sociétés humaines (il manque en général de tout contact professionnel avec les utilisateurs des mathématiques), mais le souci de vulgarisation est sans doute le meilleur stimulant pour vaincre cette étroitesse de vue. Ceci s'applique aussi aux enseignants du secondaire qu'il est hors de question de reléguer au rôle de vecteur de connaissances figées.

La T.R. a résumé ainsi les conditions nécessaires pour que les mathématiques intéressent le public : elles doivent être "appétissantes, comestibles et profitables".

• La cause première d'inappétence est le vocabulaire, et les précautions de langage qu'impose la rigueur. Il faut montrer des exemples frappants, si possible inattendus, s'appuyer sur une approche historique, être aussi concret que possible, ce que facilite grandement l'usage de l'ordinateur, qui permet de voir "vivre" sur l'écran un phénomène mathématique.

• Les mathématiques ne seront "comestibles" que si le texte proposé peut être lu à la même vitesse qu'un autre texte, ce qui exige un emploi restreint des formules ralentissant la lecture. Le texte doit rattacher les points de démonstration à des points connus du lecteur, il peut sortir du cadre rigide de l'exposé classique, utiliser des mises en situation, des dialogues. Il doit faire comprendre que les mathématiques sont avant tout une activité : les "vulgariser" passe par les faire pratiquer.

• Enfin, les mathématiques seront profitables, soit si elles procurent un moment de plaisir (par exemple par la mise en évidence de leur "beauté"), soit si elles se montrent utilisables dans d'autres activités scientifiques ou sociales.

L'année 2000 a été proclamée Année Mondiale des Mathématiques. Il importe qu'à cette occasion un effort soit fait pour faire connaître notre discipline et démythifier nombre d'idées fausses.

L'action doit essentiellement porter auprès de la jeunesse, comme l'a fait le Congrès mathématique junior qui se tenait parallèlement au C.E.M. Un rôle essentiel dans ce processus est celui des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire.

Les sociétés savantes, comme en France la Smf et la Smai, doivent jouer un rôle de catalyseur, suscitant des ouvrages de référence ou des exposés faits dans un langage différent de celui employé pour la communication interne à la communauté mathématique — voire à une sous discipline très spécialisée.

Finalement, faire connaître les recherches que l'on mène et les résultats obtenus est l'une des tâches du chercheur, qui doit comprendre que vulgariser n'est pas une perte de temps, qu'il convient de justifier ainsi la recherche en mathématiques.

FEMMES

Le débat sur la place des femmes en mathématiques, et le débat sur la pertinence de ce débat, traverse sans cesse la communauté mathématique : en France, par exemple, il a été présent lors de la fusion de l'E.N.S.-Jeunes Filles dans une E.N.S. mixte. La T.R. Femmes et Mathématiques (B) a sans doute été la plus animée des T.R. du C.E.M.

Il est certain que le pourcentage des femmes faisant carrière en mathématiques est nettement inférieur à celui des hommes. Le constat peut être fait dans tous les pays d'Europe, parfois de façon dramatique (en Allemagne moins de 1 % des Professeurs d'Université sont des femmes, en Angleterre, le taux dépasse à peine 1 %, etc ...). La situation est moins dramatique en France où les mathématiciennes représentent de 20 à 25 réel. D'autre part, il y a des pays européens où il y a presque autant de femmes que d'hommes parmi les mathématiciens : par exemple en Italie, 38 % des mathématiciens sont des femmes. Les raisons de ce déséquilibre et de si grandes différences entre les pays européens sont complexes.

Les femmes sont aussi moins souvent invitées à faire des conférences plénières (y compris pour le CEM...) ou à certains séminaires. Il est par exemple surprenant de constater que seulement 1,5 % des exposés du Séminaire Bourbaki ont été présentés par des femmes, alors que, on l'a vu, 20 % des mathématiciens français sont des femmes.

Parmi les multiples facteurs, il est apparu qu'une part du déséquilibre est due à l'image traditionnellement masculine des mathématiques : les familles "poussent" moins les filles à s'engager dans des cursus mathématiques, en particulier dans les Classes Préparatoires longtemps dominées par une Ecole Polytechnique exclusivement masculine. Cette image a bien sûr tendance à se perpétuer : le faible taux de femmes enseignant dans le supérieur prive les étudiantes de modèles à suivre. Les jeunes filles hésitent à entreprendre des études de mathématiques car elles savent qu'elles ont peu de chance de faire une carrière. Simultanément, elles sont moins encouragées que les hommes à poursuire les études après le DEA, et l'on trouve encore des directeurs de thèse surpris des bons résultats de leurs élèves féminines.

Le succès de la T.R. montre que de plus en plus de mathématiciens deviennent conscients du problème et s'attachent à trouver une solution, en associant au besoin des chercheurs en sciences humaines (sociologie, psychologie,...) La SME a fondé un comité chargé de suivre l'évolution de la situation.

BIBLIOTHEQUES

Le Comité d'Organisation du Congrès attachait une importance toute particulière à la T.R. Bibliothèques de Mathématiques (L), marquant ainsi la conviction des mathématiciens qu'elles constituent leur outil essentiel. D'ailleurs, pour la majorité des bibliothèques de mathématiques la politique est menée par une commission de mathématiciens, qui montrent ainsi leur souci de disposer d'une documentation de qualité.

Ce sont les problèmes financiers et de personnel qui préoccupent le plus les bibliothécaires de mathématique et leurs lecteurs. On constate une augmentation importante du nombre de volumes, qui, associée à une inflation aigüe, contraint les bibliothèques à des suppressions graves : 43 % d'entre elles ont supprimé des abonnements au cours des deux dernières années.

La situation, déjà plus grave dans les pays de l'Est, s'est encore empirée par la diminution des échanges de périodiques. Cette forme de troc permettait une circulation à bon marché de la production mathématique. Le déplacement constaté de l'édition des organismes de presse universitaires vers des éditeurs commerciaux rend ce mode de fonctionnement caduc.

L'édition mathématique explose. Parmi les causes de cette explosion, notons la spécialisation sans cesse croissante des mathématiciens. Ils ont alors besoin de livres ou de revues extrêmement spécialisés, donc de vente limitée, donc de prix élevé (les revues éditées par Springer ont, par exemple, toutes un tirage inférieur à 1000).

L'informatisation des bibliothèques françaises est assez avancée (75 % au niveau des catalogues), et, depuis 1985, un standard a été choisi, de sorte que les échanges sont possibles. Les mathématiques sont par ailleurs partie prenante du catalogue national des périodiques.

Clairement, la question essentielle à moyen terme est celle de l'informatisation, non plus des catalogues, ni même des sommaires, mais des documents eux mêmes, que l'on pourrait alors consulter électroniquement, chaque lecteur choisissant d'imprimer lui même les parties le concernant. Nul n'a une idée claire des coûts réels d'un tel fonctionnement, et les problèmes juridiques de copyright sont aujourd'hui loin d'être résolus.

La T.R. a fait cinq recommandations :

- veiller à un financement stable à long terme des bibliothèques
- attirer l'attention sur le besoin en personnel qualifié
- aider les bibliothèques de l'Europe de l'Est
- développer les réseaux informatiques de mathématique en Europe
- faire jouer aux mathématiciens un rôle constructif (critique des revues ou ouvrages à éditer ou à acheter).

INDUSTRIE

Le Comité d'Organisation du C.E.M. avait attaché une attention toute particulière à la T.R. Mathématiques et Industrie (H), conscient qu'il est important pour la discipline d'être reconnue par le secteur productif.

De fait, les orateurs de cette T.R. ont témoigné de la reconnaissance par les industriels de la Science mathématique : pour eux, il s'agit de diminuer les risques et les coûts, en traitant correctement les données, spécialement au moyen des statistiques (modélisation, analyse statistique, élaboration de nouvelles expériences), ou de traiter correctement la résolution d'équations aux dérivées partielles, par exemple numériquement par un choix judicieux de la discrétisation. Tous les industriels présents ont conclu que "Oui, ils avaient besoin de davantage de mathématiques", et, comme l'a dit l'un d'entre eux, "la 'haute technologie' est aujourd'hui avant tout une technologie mathématique".

Le succès des projets aérospatiaux, par exemple, dépend de la dose de mathématiques qui y est mise. Si les gigantesques codes nécessaires sont aujourd'hui écrits dans l'industrie elle-même, cela tient en partie au fait que l'Université n'a pas les moyens financiers et structurels de gérer les grosses équipes très interdisciplinaires nécessaires (elle n'a d'ailleurs pas senti, dans les années 60 cette science appliquée en train d'exploser) ; mais il est fondamental pour l'industrie de développer des liens étroits avec la recherche universitaire, lien qui pour être efficace implique l'existence de mathématiciens propres à l'entreprise, et pas seulement l'emploi de consultants extérieurs.

Par exemple, de plus en plus d'équations au centre des systèmes industriels se présentent sous forme implicite, hautement non linéaire et des compétences mathématiques de très haut niveau sont indispensables pour les résoudre. Il en est de même de beaucoup de problèmes qui, dans l'industrie, sont "mal posés", au sens de Hadamard (p.ex. leur solution n'est pas unique ou ne dépend pas de façon continue des données) : leur traitement emploie encore des codes ne prenant pas en considération cette difficulté, et donnant donc des solutions souvent fort éloignées de la solution recherchée. Ainsi, de nouvelles mathématiques naissent des difficultés rencontrées dans les applications industrielles.

Une leçon de cette T.R. fut que tous les domaines des mathématiques sont concernés par les applications industrielles, même si certains sont à l'évidence davantage impliqués : l'analyse numérique et les statistiques, mais aussi toute la science du calcul, l'analyse mathématique (les équations différentielles, les équations aux dérivées partielles, ...) le traitement du signal, le contrôle. L'évolution industrielle suscite une évolution des mathématiques, en particulier vers l'analyse des systèmes complexes (tels les systèmes de particules).

Une "critique" revient de façon récurrente dans les interventions à cette T.R. : sauf peut-être en Angleterre, les mathématiques industrielles ne sont pour l'essentiel pas le fait de mathématiciens : ceux ci doivent en être conscients et si ils souhaitent occuper ce rôle, il leur faut évoluer, en particulier au niveau de la formation de jeunes "mathématiciens industriels". Cette formation constitue sans doute la recommandation essentielle ressortant du rapport de cette T.R. Le changement d'attitude attendu peut être symbolisé par l'expérience menée à Oxford, d'où il ressortait que la difficulté essentielle dans la modélisation mathématique est de la réaliser pour satisfaire l'industriel ... et non le mathématicien !

Mais, s'il convient de distinguer "mathématiques appliquées" de "mathématiques industrielles", les premières ne satisfaisant pas tous les besoins immédiats du secteur productif, il est essentiel de souligner que le développement efficace de celles ci ne peut se fonder que sur une recherche fondamentale de qualité.

PAYS EN VOIE DE DEVELOPPEMENT

Les mathématiques européennes se doivent à l'évidence d'entretenir des rapports avec les mathématiques des autres continents, et, en particulier, des Pays en Voie de Développement (PVD). Aussi le C.E.M. avait-il organisé une T.R. Collaboration avec les Pays en Voie de Développement (K), où sont intervenus des mathématiciens européens, mais aussi le Président de l'African Mathematical Union, venu du Nigéria, un responsable des Escuelas Latino Americanas de Matemática, venu du Chili, et le Président de la Commission on Development and Exchanges de l'International Mathematical Union, venu d'Inde.

Les recommandations de cette T.R. débutent par une réaffirmation que l'aide, à l'évidence nécessaire, que la communauté mathématique européenne peut apporter dans les PVD ne peut se substituer aux efforts indispensables des institutions et des gouvernements locaux. L'aide, sous contrôle scientifique, doit être aussi directe que possible, d'université à université, par exemple.

Les pays européens devraient alléger la dette des pays concernés à la mesure de leurs investissements en sciences de base, et cesser de favoriser la fuite des cerveaux en provenance des PVD.

La communauté européenne se doit d'apporter son soutien à la formation des maîtres nécessaires dans chaque pays, question centrale pour l'avenir des mathématiques dans les PVD ; elle doit aussi aider les étudiants les plus doués à poursuivre des études de 3ème cycle. Il est important qu'une partie de ceux ci restent au pays, recevant la visite de mathématiciens confirmés, et effectuant au besoin des stages de plusieurs mois dans les centres avancés de recherche. Il est enfin indispensable que des groupes de recherche se développent dans les PVD, quitte à ce que, dans un premier temps, ils soient très localisés géographiquement comme thématiquement.

La collaboration entre PVD d'une même région est éminemment souhaitable. Ceci peut passer par la création de bibliothèques régionales, alimentées en partie par des dons, en partie par une vente d'ouvrages d'excellente qualité à prix très réduits, qu'il convient d'obtenir des éditeurs.

Le courrier électronique, extrêmement efficace chez les mathématiciens, est aussi un moyen essentiel — et bon marché — pour rompre l'isolement, tant régional que vis à vis des centres avancés.

En amont de cette organisation de la coopération, se pose la question "Pourquoi la recherche en mathématiques est-elle importante pour les Pays en Voie de Développement? ". Laissons répondre le Pr. M.S. Narashimhan : "So much sophisticated mathematics is being used in all kind of so called applied subjects that unless it has mathematicians a country will not know what is going on, and will be completely lost".

4. LA FORMATION AUX MATHEMATIQUES.

Trois Tables Rondes se sont penchées spécifiquement sur les problèmes liés à l'enseignement des mathématiques : Rôle des Mathématiques dans les politiques éducatives européennes (C), Cultivons les Mathématiques (D), et Harmonisation des diplômes et échanges d'étudiants (I) ; plusieurs autres ont été amenées à évoquer les questions d'enseignement.

La T.R. Cultivons les mathématiques ! (D) — dont le titre sonne comme un défi signifiant à la fois "faisons les fructifier" et "faisons d'elles une partie de la Culture" — s'est interrogée sur les conséquences pour l'enseignement, en particulier secondaire, de l'évolution de la façon dont est perçue la science mathématique. Jusqu'au 18ème siècle, les mathématiques jouaient un rôle limité (banque, commerce — les applications à la physique étaient loin d'envahir la vie quotidienne), alors qu'aujourd'hui elles sont omniprésentes et que la société cesserait de fonctionner si l'on "coupait les mathématiques" comme on coupe l'électricité. Néanmoins, en s'insérant plus profondément dans les rouages technologiques, elles perdent de la visibilité aux yeux du grand public, et le public n'en garde qu'une image, disons le, souvent angoissante et ennuyeuse, acquise au lycée.

Il y a disjonction entre une technique largement acceptée et une indifférence culturelle envers les mathématiques. Cette image — grande pertinence sociale mais manque d'attrait culturel — a longtemps satisfait bon nombre de mathématiciens, en leur laissant une apparente liberté dans leur travail. On comprend mieux aujourd'hui à quel point elle leur est préjudiciable, et comment la satisfaction du besoin social de mathématiques passe par une prise de conscience par chacun de son besoin individuel. Faute de quoi, à la carence actuelle de professeurs de mathématiques, s'ajoutera bientôt une carence globale de travailleurs scientifiques.

Par ailleurs, un rapport complexe s'est établi avec les ordinateurs, "mathématiques matérialisées", qui entrent de plus en plus en compétition avec le mathématicien : l'aspect effectif d'une démarche devient déterminant, ce qui rend obsolète une partie de ce qui était enseigné dans les écoles.

On peut aussi déplorer qu'une très large partie des mathématiciens ne se pose pas la question de l'emploi possible de leur recherche : ils s'intéressent beaucoup plus au processus de création qu'au produit créé. Rendre plus populaire la discipline passe sans doute par un retour sur cette attitude.

Développer la pertinence culturelle à côté de la pertinence sociale, jeter les bases d'un goût pour les mathématiques, c'est d'abord vulgariser, faire rentrer les mathématiques dans les formes culturelles propres à la société civile. Il convient pour cela de les faire sortir et de leur traditionnel mode d'expression écrite et de l'école. Cette dernière souffre en effet de la confusion de ses deux rôles : enseignement et sélection.

Des expériences de vulgarisation par télévision ont existé, telles Fun and Games, diffusé 4 ans de suite en Angleterre, à une heure de grande écoute, qui présentait sous forme ludique des "énigmes", évitant le langage formel ou professoral pour adopter une approche imagée et intuitive. Des enquêtes ont prouvé l'impact de cette émission, bien que certains aient pu se demander si l'image qu'elle donnait des mathématiques n'était pas faussée, occultant difficultés et travail nécessaire pour une réelle maitrise.

L'enseignement des mathématiques peut partir de trois attitudes philosophiquement distinctes :

- un point de vue faisant des mathématiques un outil mis à la disposition des citoyens,
- un point de vue platonicien, supposant que l'on découvre peu à peu une science déjà existante,
- un point de vue dynamique, proclamant que les questions se posent au fur et à mesure que se font les découvertes.

Du choix entre ces trois démarches résultera une présentation bien différente aux élèves : une liste de règles et recettes à savoir appliquer, une vérité immuable à laquelle s'initier ou une science en perpétuelles évolution et remise en question. Il est évident que seul ce troisième point de vue, qui doit fortement s'ancrer dans l'étude de l'histoire des mathématiques, peut induire une popularisation des mathématiques.

COMPARAISON EUROPEENNE

La T.R. Rôle des Mathématiques dans les politiques éducatives européennes (C) a dressé un tableau des différents systèmes éducatifs européens, et s'est engagée dans une comparaison de ces systèmes. Son point de départ et de référence a été l'ouvrage National Curriculae in Mathematics de Geoffrey Howson, qu'elle a complété par une vaste enquête à travers toute l'Europe.

Sa première conclusion porte sur les grandes différences apparaissant d'un pays à l'autre : dans l'enseignement primaire et secondaire, certaines notions sont enseignées à des enfants dont l'âge diffère de 6 ans ! Il est clair que cela soulèvera des difficultés au moment de l'intégration européenne et de l'augmentation de la circulation des étudiants.

Notons la nécessité soulignée à plusieurs reprises de "relever le statut matériel et moral des professeurs", sous peine d'une désaffection dont les effets seraient désastreux.

Nous ne reviendrons pas ici sur la description détaillée du système d'éducation en France ; les responsables de la Table Ronde ont élaboré et distribué des statistiques sur les diplômes de l'enseignement secondaire, les divers doctorats et habilitations, couvrant notamment la période 1985—1991. Ces éléments s'inscrivent dans le prolongement naturel du Rapport du Comité d'Evaluation sur l'évolution des Capes et Agrégations, et des conclusions du Colloque "Mathématiques A Venir" de 1987, quant aux besoins d'enseignants en mathématiques. Ces statistiques montrent une augmentation particulièrement forte du nombre de diplomés en mathématiques ces dernières années.

Notons que la Table Ronde a souligné le rôle du Comité National des Programmes, qui cherche à recentrer la fonction des mathématiques, à la fois discipline de base à part entière et discipline mieux liée aux autres enseignements et davantage débarrassée de son rôle négatif de sélection ; la T.R. a aussi noté la création des Instituts Universitaires de Formation des Maîtres, qui cherchent à harmoniser le bagage dont disposeront les futurs éducateurs et la mise en place d'un contrôle annuel des élèves des classes de CE2, sixième et seconde ; les nouvelles conditions d'accès au Professorat des Ecoles (exigence d'une licence) créent un problème particulier dans notre discipline, du fait du fort déficit actuel de licenciés en Mathématiques.

Il est encore trop tôt pour juger de l'efficacité de la "réorganisation pédagogique" des lycées qui vient d'être mise en place en classe de seconde (créations de "modules" destinés à aider de façon souple les élèves ayant des difficultés et à permettre à chacun de développer au mieux ses capacités).

La T.R. Harmonisation des diplômes et échange d'étudiants (I) était centrale pour le C.E.M., puisque qu'elle touchait à la fois les problèmes d'éducation et les problèmes européens. Elle s'est au départ appuyée sur une enquête menée dans toute l'Europe sur les caractéristiques des programmes et les modalités de contrôle des connaissances en mathématiques dans l'enseignement supérieur. A partir de ces données, elle se proposait, entre autres, d'estimer à la fois le besoin, le souhait chez les mathématiciens et la faisabilité d'une unification, sans doute partielle.

L'idée d'une harmonisation des cursus, permettant une circulation plus facile d'un pays à l'autre n'est pas nouvelle, et, en 1960, un Livret Européen de l'Etudiant en Mathématiques avait été conçu, où devaient être consignés les modules acquis par l'étudiant. Ce Livret incluait une liste de modules décrivant leurs contenus, afin que tous aient la même référence. (Notons au passage que l'examen de cette liste révèle crûment l'évolution des mathématiques en 30 ans, et, par exemple le peu de part faite alors aux "mathématiques appliquées".)

L'enquête menée montre une étonnante disparité entre les pays que ce soit pour les programmes (même au niveau des premiers cycles), les modalités d'examen (du contrôle continu à des examens portant sur deux années de cours, voire davantage) ou les diplômes attribués. Si l'analyse et l'algèbre (en particulier l'algèbre linéaire) sont étudiées dans tous les seconds cycles, les autres têtes de chapitre varient beaucoup, la géométrie, l'analyse numérique, l'informatique et les statistiques revenant cependant fréquemment. Il faut sans doute attendre le niveau de la Thèse — et bien sûr des publications internationales —, pour atteindre une certaine homogénéité.

Néanmoins on peut se poser la question de la pertinence d'un Standard Européen en Mathématiques, essentiellement au niveau du premier cycle. On peut penser qu'un accord sur ce qui doit y être enseigné est réalisable, et il est de fait que les étudiants songent d'autant plus à quitter leur pays au profit d'un autre pays européen qu'ils sont davantage avancés dans leur cursus, et certains programmes, comme ERASMUS ne peuvent s'appliquer qu'à partir de la maîtrise.

Bien sûr, dans l'état actuel des projets, il est hors de question d'imposer quelque norme que ce soit, mais de faire des propositions auxquelles chaque université pourrait ou non souscrire. Une étape ultérieure pourrait être la mise en place de diplômes européens en mathématique.

La discussion de cette idée a opposé des positions fort contraires : certains arguaient de trop fortes dissemblances pour arriver à une unité, d'autres de la nécessaire harmonisation dans chaque pays entre le cursus mathématique et celui des autres disciplines (physique, ...), d'autres doutaient d'un programme idéal commun ("si l'on interrogeait dix personnes sur ce que devrait être ce programme idéal, on obtiendrait dix réponses différentes").

Une autre critique a souligné que, déjà à un échelon national, les personnes chargées d'écrire les programmes sont des spécialistes enseignant au niveau le plus élevé et dans les meilleures universités, et qu'il est souvent impossible de réaliser effectivement ces programmes face à des étudiants "moyens". Dans ces conditions, une harmonisation serait au mieux formelle, au pire dommageable. La crainte s'est aussi exprimée qu'une standardisation ne pourrait mener qu'à un modèle "à l'américaine" où tous se restreindraient à enseigner le même cours de "calculus".

Un autre problème difficile à résoudre est celui de la langue. Certains proposaient que ces enseignements aient lieu en anglais, soit partiellement, soit totalement, allant même jusqu'à demander que les programmes soient diffusés dans toute l'Europe en anglais. D'autres s'y sont opposés violemment ("dans la langue se trouve l'âme d'une nation"), expliquant qu'un étudiant doit apprendre la langue du pays où il s'installe.

La discussion lors de cette T.R. a donc montré que, peut être à la suite de l'échec du Livret de 1960, le scepticisme demeure aujourd'hui majoritaire chez les mathématiciens face à une unification des programmes.

Le second axe de la T.R. Harmonisation des diplômes et échanges d'étudiants (I) était relatif aux échanges d'étudiants, tels qu'ils sont conçus, par exemple, dans les projets ERASMUS. Ce projet entretient quelques 1800 PIC (Programmes Interuniversitaires de Coopération), dont 69 relèvent en premier lieu du domaine "mathématiques/informatique". 64 de ces PIC organisent des échanges d'étudiants, 17 des mobilités d'enseignants, et 8 prévoient des enseignements communs, le tout touchant près de 900 étudiants et correspondant à un budget d'environ un million d'ECU.

L'étude détaillée d'un PIC — permettant l'accueil chaque année de 15 étudiants roumains pour une année de DEA — a conclu que le projet ERASMUS permet à un nombre significatif d'étudiants d'apprendre des mathématiques à l'étranger, dans une langue autre que la leur, dans un contexte culturel différent. Les étudiants locaux rencontrent ceux venus d'ailleurs, les enseignants apprennent d'autres méthodes d'enseignement et de contrôle des connaissances. Cette fertilisation croisée se montre donc productive, mais les moyens financiers mis à la disposition des étudiants sont insuffisants (de l'ordre de 1000 F par mois pour un étudiant français). Il ne semble pas, par ailleurs souhaitable de limiter ces échanges à des étudiants en fin de cursus (Thèse).

D'autres projets existent : NORDPLUS, SCIENCE, CAPITAL HUMAIN ET MOBILITE (au niveau post-doctoral), TEMPUS, ce dernier regroupant quelques 350 projets, dont sept ont un contenu essentiellement mathématique. COMETT, quant à lui, se charge de placer des étudiants en apprentissage dans l'industrie, parfois de façon conjointe avec l'ECMI (European Consortium for Mathematics in Industry).

Des enquêtes faites, il ressort qu'il y a peu d'échanges en dehors de ces programmes. Ceux ci, spécialement ERASMUS, ont eu un large impact, même s'ils concernent peu d'étudiants eu égard à la masse de documents administratifs à remplir : malgré ses limites, ERASMUS est donc un programme très important.. Néanmoins, l'objectif annoncé au début du programme ERASMUS (30 % des étudiants visitant un pays étranger) est très loin d'être atteint, et le projet ERASMUS est censé s'arréter d'ici cinq ans.

Enfin, ils ne concernent que peu l'Europe de l'Est, et la question d'un emploi alternatif sous forme de bourses pour des étudiants de ces pays a été posée.

De la discussion finale de cette T.R. retenons la question relative à la possibilité d'être employé comme enseignant dans le secondaire dans n'importe quel pays d'Europe pour tout diplômé de troisième cycle européen.

POLITIQUE MATHEMATIQUE EUROPÉENNE

La T.R. Politique mathématique européenne (J) a déploré que les mathématiciens n'aient pas une politique davantage concertée. Toute politique nationale ou supranationale devra prendre en compte les objectifs :

— assurer le renouvellement des enseignants et chercheurs, pour lesquels le problème du vieillissement risque d'être alarmant à court terme

— encourager les interactions des Mathématiques

— développer les relations avec l'industrie et le secteur tertiaire

— renforcer la coopération européenne.

Les innovations résulteront en mathématiques plus qu'ailleurs d'imprévisibles combinaisons de méthodes, et c'est pourquoi il n'est pas souhaitable de concentrer trop les ressources sur un petit nombre de sujets — voire de centres de recherche — mais au contraire d'être attentif aux propositions faites par la base, afin d'y répondre par un mécanisme souple.

Les recommandations de la T.R. sont les suivantes :

1 — Pour pouvoir satisfaire les demandes de modélisation mathématique provenant de l'industrie et des services, malgré les départs dus à l'âge, il convient d'attirer des étudiants, soit directement au moyen de bourses, soit indirectement par une amélioration des carrières d'enseignant et de chercheur.

2 — L'existence d'un programme comme "Capital Humain et Mobilité" est essentielle tant pour le soutien à la recherche que pour l'accueil de postdoctorants, en particulier en provenance de l'Est. La part des Mathématiques — 6 % dans le programme SCIENCE — doit être accrue pour reconnaître la priorité de la discipline clé que constituent les Mathématiques

3 — Les grands programmes doivent accorder une place accrue aux Mathématiques, en créant des équipes interdisciplinaires sur des thèmes de recherche fondamentale et à long terme.

4 — Ceci montre la nécessité de coordonner les soutiens aux mathématiques, en particulier de coordonner les efforts nationaux et ceux gérés par Bruxelles. Une flexibilité doit être trouvée entre les initiatives des chercheurs eux mêmes, une évaluation faite aujourd'hui au niveau national, et la nécessité d'une politique européenne.

5 — Celle-ci ne peut se faire sans que l'on connaisse avec précision les systèmes d'éducation et de recherche de chaque pays, et les communautés de mathématiciens de chaque pays doivent prendre une part active à cette information au niveau européen.

QUESTIONNAIRE SUR LES PROJETS DES CHERCHEURS EN MATHEMATIQUES

M. ANDLER et M. ENOCK

A la suite notamment de la réunion sur les mathématiques au CNRS de novembre dernier, il est apparu, en particulier au bureau de la commission, qu'il serait utile de disposer d'une photographie des intentions des chercheurs (surtout les CR1) en mathématiques vis-à-vis des grandes questions de carrière : mobilité géographique, mobilité vers l'enseignement supérieur.

Nous avons alors décidé, personnellement et en dehors de toute institution, de prendre l'initiative d'un questionnaire envoyé aux CR1 en mathématiques — questionnaire anonyme afin que chacun puisse s'exprimer en toute liberté.

Le questionnaire a été envoyé fin novembre à l'ensemble des 128 CR1 en mathématiques. Nous avons reçu 59 réponses, soit un taux de réponse de 46%.

Voici les résultats de l'enquête.

Vous trouverez dans le dossier ci-joint :

A - LES EFFECTIFS DE CR1 PAR AGE ET PAR ANNEE D'ENTREE AU CNRS

B - LE QUESTIONNAIRE

C - L'ANALYSE DES REPONSES

A - LES EFFECTIFS DE CR1 PAR AGE ET PAR ANNEE D'ENTREE AU CNRS

I. EFFECTIFS DE CR1 PAR ANNEE DE NAISSANCE

année	CR1
Avant 1940	1
1941	0
1942	0
1943	0
1944	5
1945	0
1946	2
1947	4
1948	6
1949	4
1950	1
1951	11
1952	3
1953	5
1954	8
1955	9
1956	7
1957	11
1958	14

1959	11
1960	9
1961	9
1962	7
1963	1

II. EFFECTIFS DE CR1 PAR ANNEE D'ENTREE AU CNRS

année	CR1
Avant 1968	1
1968	3
1969	1
1970	1
1971	6
1972	3
1973	3
1974	1
1975	1
1976	2
1977	3
1978	2
1979	4
1980	10
1981	9
1982	13
1983	9
1984	10
1985	7
1986	11
1987	1
1988	26
1989	2

B - LE QUESTIONNAIRE

Il y a eu 59 réponses au questionnaire, sur un total de 128 CR1, soit 46% de réponses; ce pourcentage est plutôt élevé, et montre que ce questionnaire répondait à une certaine attente. De plus, il faut noter que 34 questionnaires retournés, soit 58% des réponses, contiennent des réponses libres. Cela indiquerait-il que les collègues attendent aussi qu'on les entende?

Le dépouillement des données biographiques (ci-dessous) ont permis de mesurer la représentativité de l'échantillon : clairement, elle est meilleure pour les "vieux" (nés avant 57) que pour les "jeunes" (nés après 57); plus précisement, sur 77 CR1 nés avant 57, 40 (soit 52%) ont répondu au questionnaire. La représentativité est aussi meilleure pour les provinciaux (peut-être plus isolés, et donc plus désireux de se manifester) que pour les parisiens.

Notons également que parmi les 31 candidats au concours DR2 92, 19 (soit 61%) ont répondu à ce questionnaire.

I. DONNEES BIOGRAPHIQUES

Année de naissance	Rep	Tot CR1	Rep/Tot CR1
Avant 1946	4	6	50%
1946-1949	8	16	50%
1950-1953	8	20	40%
1954-1957	20	35	57%
1958-1961	13	43	16%
1962-1965	5	8	62%

Sexe			
F	14	29	48%
M	45	99	45%

Année d'entrée au CNR		
1966-1969	3	5
1970-1973	8	12
1974-1977	5	7
1978-1981	13	25
1982-1985	17	39
1986-1988	13	38
1989-1992	0	2

Géographie			
Etes vous parisien?	37	90	41%
Etes vous provincial?	19	38	51%

Année de passage CR1 (ou ancien corps des chargés de recherche)	
1974-1977	1
1978-1981	10
1982-1985	13
1986-1988	13
1989-1992	18

Année de la thèse d'état (ou de l'habilitation pour les non titulaires d'une thèse d'état)	
1970-1973	2
1974-1977	4
1978-1981	4
1982-1985	11
1986-1988	7
1989-1992	19

Si vous n'êtes pas titulaire d'une habilitation ou d'une thèse d'état, est-ce parce que :

vous n'êtes pas encore prêt à le faire? — 5

vous ne vous en êtes pas encore occupé? — 8

vous n'estimez pas cela utile?

En cours — 1

Liste de qualification aux fonctions de professeur :
Vous êtes inscrit — 14
Vous avez demandé votre inscription cette année — 13
Vous avez oublié, mais c'est votre intention — 1
Vous n'y aviez pas pensé — 8
Vous le ferez dès que vous aurez votre habilitation — 8
Jamais vous ne feriez une telle chose — 10

Candidature à un poste de DR2 CNRS :
Avez-vous été candidat à un poste de DR 2 ?
Oui — 20
Non — 38

Si oui, avez vous candidaté à peu près systématiquement à partir de :
avant 1981 ? — 1
entre 1982 et 1986 ? — 3
entre 1987 et 1992 ? — 16

Candidature à un poste de professeur d'université :
Avez-vous déjà candidaté à un poste de professeur ? — 13
Vous envisagez de candidater prochainement ? — 16
Vous candidaterez dès que vous serez "qualifié" ? — 3
Jamais, en aucun cas ? — 10
Pas dans un avenir prévisible — 15
(Note : un des 14 qui n'envisagent pas de se présenter note que c'est parce qu'il est las de candidater sans succès)

Si vous avez déjà candidaté comme professeur :
Vous avez candidaté assez systématiquement, depuis avant 1988 — 4
Vous avez candidaté un très petit nombre de fois — 8
Vous avez candidaté uniquement dans votre région — 7
Vous avez candidaté dans un poste vous permettant d'être "turbo-prof" — 2
Vous avez candidaté nationalement — 3

Vous avez été classé (soit par le CNU dans les procédures CNU "avant", soit par la commission de spécialistes locale) :
0 fois — 6
1 fois — 5
2 à 5 fois — 3
plus de 5 fois — 1

II. VOS INTENTIONS

La question qui vous est posée n'est pas abstraite, dans un monde idéal, mais concerne votre attitude par rapport à la situation réelle. Cette situation n'est pas rose : en 93, il y aura huit postes de DR2 en Mathématiques, dont quatre fléchés en province; il ne semble pas, par ailleurs, que la situation risque de s'améliorer à court terme.

Il faut aussi tenir compte de ce que le mileu mathématique a toujours privilégié les promotions de "jeunes", et la direction du CNRS — qui est intervenue récemment très lourdement dans les promotions CR1-DR2 en déclassant plusieurs de nos collègues — semble partager ce point de vue.

Enfin, la politique d'encouragement à aller en province, que ce soit au CNRS ou dans les universités, semble être une tendance "lourde" actuelle, et il ne faut sans doute pas compter sur des changements politiques pour l'inverser. Les perspectives de "carrière" sont donc plutôt bloquées, et un des buts de ce questionnaire et de savoir comment les CR1 en Mathématiques, au delà des protestations collectives qui ont eu lieu et auront lieu dans l'avenir, vont réagir individuellement à cette situation. Nous ne vous demandons donc pas quels sont vos désirs — tout légitimes soient-ils — mais si et comment vous comptez vous adapter à cette situation.

Candidature à un poste de DR2 :

Si vous êtes parisien :

— seriez-vous prêt à vous installer en province

pour obtenir une promotion DR2 ? — 10

— seriez-vous prêt à être affecté à un laboratoire de la "grande couronne"

(«150 km de Paris) pour obtenir une promotion DR ? — 11

— vous n'êtes pas prêt à bouger hors de Paris — 12

— vous n'estimez pas être prêt à candidater — 5

— vous n'avez pas l'intention de candidater — 6

Si vous êtes provincial :

— seriez vous prêt à bouger — 10

— êtes vous déterminé à rester sur place quoi qu'il arrive — 5

Candidature à un poste de professeur :

Avez-vous l'intention de candidater :

oui — 33

non — 24

Si oui :

—uniquement en région parisienne dans une université

avec équipe de recherche CNRS ? — 8

—uniquement en région parisienne, mais dans n'importe quelle université ? — 5

—uniquement dans votre région (autre que la région parisienne) ? — 2

—dans votre région et dans un poste vous permettant d'être "turbo-professeur" ? — 7

—nationalement dans une université avec équipe de recherche CNRS ? — 7

—nationalement dans toute université qui vous convienne

et qui veuille bien de vous ? — 6

Envisagez-vous sereinement de rester CR1 jusqu'à la retraite ?

oui — 16

non — 40

(Plusieurs remarquent qu'il envisagent, mais pas sereinement. Quelques uns observent qu'ils comptent bien être promus)

C - ANALYSE DES REPONSES

Nous tenterons d'analyser ces réponses (et les réponses libres) à partir d'abord de deux problèmes clés sur lesquels le questionnaire insistait à plusieurs moments, la mobilité CNRS-Université, et la mobilité Paris-Province, puis, plus généralement sur les questions de "carrière".

I. MOBILITE CNRS-UNIVERSITE

Sur 59 réponses, on compte 25 réponses indiquant clairement une volonté de ne pas candidater à un poste de professeur d'Université. Il s'agit donc d'une minorité certes, mais importante et significative. De plus, la répartition par sexe et par âge n'est pas tout-à-fait régulière : une nette majorité de CR1 femmes est dans cette disposition d'esprit, et, de plus, c'est le cas de tous les CR1 nés avant 46 qui ont répondu (cela peut paraître logique). Dans les tranches d'âge suivantes (46/49 ; 50/53 ; 54/57), la proportion est régulière, pour devenir plus faible pour ceux nés en 58/61. En revanche, les jeunes (nés entre 62 et 65) sont (pour l'instant peut-être) très réticents devant la perspective de quitter le CNRS. Mais, dans ces deux dernières tranches d'âge, on sent que les affirmations sont moins péremptoires, et les chercheurs précisent souvent qu'ils changeront éventuellement d'avis plus tard.

Concrètement, parmi les 40 chargés nés avant 57 qui ont répondu (sur, en tout, 77 chargés de la même tranche d'âge), 21 envisagent, à court terme, de devenir professeurs (la proportion est plus forte pour les chargés nés entre 46 et 53). Mais —anticipons sur le problème posé par la mobilité géographique—, seuls 4 parisiens (sur 14) ne font aucune restriction géographique ; 3 ne veulent de poste qu'en région parisienne, et 7 visent aussi des postes à moins de 150 kms de Paris (qui leur permettraient d'être "turbo-profs") ; parmi les 7 chargés de recherche provinciaux, nés avant 57, qui envisagent à court terme de devenir professeurs, 4 veulent un poste sur place , 1 seulement à Paris, et donc seulement 2 ne font aucune restriction géographique.

Nous ont paru significatifs les extraits suivants des réponses libres :

Certains manifestent une certaine acrimonie pour nos collègues universitaires :

La jalousie acrimonieuse

"Les enseignants répètent si souvent, sur tous les tons —depuis la jalousie la plus acrimonieuse (souvent ceux qui gagnent plus de 10 000F. de plus que moi par mois, qui précisent rarement s'ils seraient prêts à faire l'échange) jusqu'à une sympathie un peu mélancolique— que j'ai une veine incroyable d'être CR1 au CNRS, qu'ils finiront bien par m'en persuader ! (...)" (M, provincial, né entre 46 et 49)

Profs sans enseignements

"En entrant au CNRS, je n'ai pas choisi un métier d'enseignant. Il y a une certaine tendance à voir les personnes du CNRS comme des "mathématiciens qui n'enseignent pas", ou même à la limite comme des "profs qui n'ont pas d'enseignement à faire", mais qui auraient du en faire (en tous cas, c'est l'opinion de pas mal de collègues à l'Université ici). Ce n'est pas vrai (...)" (M, provincial, né entre 54 et 57)

Mis en cause par ses semblables

"La recherche mathématique n'a en gros rien de spécifique. Mais avec les incultes profonds, quelques administratifs ou politiques, des mathématiciens universitaires semblent ne pas reconnaître le métier de chercheur en mathématiques. Je vois beaucoup de jalousie à la base de ce sentiment.(...) Les scientifiques d'autres disciplines ne se posent pas de telles questions. Et maintenant un chercheur qui travaille, qui produit des résultats, mérite promotion.(...) Le fait qu'il y ait des postes à l'Université ne modifie pas ce principe.(...) Il est scandaleux de se voir mettre en cause, non pas par son voisin de palier qui imagine la difficulté de notre tâche, mais par ses semblables." (M, provincial, né entre 54 et 57)

La vie parasitaire

"La critique de la "vie parasitaire" au CNRS, souvent faite par les universitaires aux chercheurs, n'est pas vraiment valable, car les chercheurs peuvent toujours prendre des élèves ou donner des cours. Pourtant, il ne semble pas y avoir de comité pour gérer de telles activités. Une récompense financière pour chaque cours donné par un chercheur pourrait encourager les chercheurs à enseigner" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

D'autres indiquent la difficulté et les inconvénients d'une telle mobilité :

Hors de question

"Dans l'immédiat, il est hors de question pour moi de candidater à un poste d'enseignement en fac, pour des raisons de charge de travail évidentes (...)" (M, parisien, né entre 58 et 61)

Marginale

"Les places de prof dans la RP ou pas trop loin de Paris sont très recherchées et difficiles à obtenir, surtout pour quelqu'un dans une branche un peu marginale" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Je préfèrerais

"Pour ma part, je préfèrerais rester au CNRS comme CR1 à Paris, plutôt que d'être professeur dans une université où je ne ma plairais pas" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Des possibilités intermédiaires ?

"Certains chercheurs peuvent désirer assurer des enseignements, sans pour autant se charger d'un service complet de professeur (ou de maître de conférences). L'existence de possibilités intermédiaires faciliterait les contacts avec d'éventuels thésards. Elles pourraient aussi tenter les CR qui veulent aussi consacrer la plus grande partie de leur temps à leurs activités de recherche" (M, provincial, né entre 58 et 61)

(Très) marginale

"La discipline dans laquelle je travaille ne s'enseigne (pour l'instant) pas (...)" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Mais que font les collègues?

"On veut nous faire croire que l'administration du CNRS est seule responsable des difficultés actuelles. Ce n'est évidemment pas le cas et il n'est pas nécessaire de remonter bien loin dans le temps pour le voir. Il est clair que bien des commissions de spécialistes d'universités ont appliqué une politique privilégiant les jeunes, ou privilégiant les mathématiques appliquées, sans tenir compte au moins un peu d'un critère d'utilisation optimale des forces disponibles. Dans d'autres disciplines, on n'a pas procédé ainsi." (M, parisien, né entre 50 et 53)

D'autres enfin nous ont indiqué leurs réflexions sur le système de recherche français ; on sent alors une grande acrimonie contre le CNRS :

Un corps unique CNRS-Enseignement supérieur?

"Tout chercheur doit-il passer une partie de sa carrière à enseigner? Si oui, il faudrait changer le système : créer un corps unique Université-CNRS, une équivalence des postes, années ou immersions de "recherche" au CNRS, etc.... sinon, le blocage actuel est scandaleux" (M, parisien, né entre 50 et 53)

Désinvolture

"Je n'ai jamais jusqu'ici été candidat DR par découragement devant le nombre ridicule (par rapport au retard accumulé) de postes, et plus récemment devant le manque de sérieux scientifique et la désinvolture des jurys d'admission qui procèdent régulièrement depuis 3 ans à des déclassements" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Pas plus de 4 ou 5 ans

"Le développement d'un organisme public pour la recherche fondamentale en France est essentiel au rayonnement scientifique de la France et de l'Europe. Les mathématiques doivent y avoir un position clé, à la fois fondamentale et aussi (mais pas seulement) en lien avec les applications dans toutes les disciplines ou c'est possible. Sans poursuite de la recherche fondamentale et libre, la prestation de service n'ira pas bien loin... L'entrée au CNRS comme chargé doit permettre (pour ceux qui restent dans le secteur public) 1. soit de passer prof d'université 2. soit de devenir DR 3. soit, si le travail de recherche ne convient pas, à se reconvertir comme enseignant du supérieur (sans nouveau concours), comme MC ou prof de classe prépa.(...)Mais quelqu'un qui ne peut devenir DR, qui ne peut (ou ne veut) pas devenir prof, doit pouvoir rester à travailler comme CR dans une équipe où il est bien intégré. Il devrait y avoir assez de postes DR pour que ceux qui sont du niveau prof (à Paris, resp. en province) puissent devenir DR s'ils le souhaitent (à Paris, resp. en province), en attendant éventuellement quelques années de plus que s'ils candidataient comme prof, mais, disons, pas plus de 4 ou 5 ans. (...)" (F, provinciale, née entre 54 et 56)

Théories changeantes

"Les mathématiciens aiment le CNRS (essentiellement leur goût bien connu pour la tranquillité...), mais le CNRS n'aime pas beaucoup les mathématiques...voir les effectifs). On nous avait promis que cela changerait : on a donc créé quelques postes...quai Anatole France. Les nouveaux directeurs ou sous-directeurs font leur travail : ils abreuvent les malheureux chercheurs de théories aussi péremptoires que changeantes sur les domaines intéressants, le rôle du Comité National, le public-et-le-privé, Paris-et-la-province...(...) " (M, parisien, né entre 58 et 61)

Critères changeants

"Les critères (ou règles du jeu) changent tout le temps et à tous les niveaux de décision" (M, provincial, né avant 46)

Pluridisciplinaire

"Mieux vaut ne pas être "pluridisciplinaire, ou, plus précisément, mathématicien avec plus qu'un simple goût marqué pour l'histoire et l'épistémologie des mathématiques; un tel profil, reconnu et accepté en son temps, ne semble plus devoir attendre quoi que ce soit de la commission chargée du suivi de nos "carrières" . Paradoxalement, c'est précisément en ce moment que les mathématiciens et les mathématiques ont un urgent besoin de profils tels que les notres (...)." (M, parisien, né entre 50 et 53)

Et dans 5 ans?

"D'ailleurs(...) peut-on raisonnablement faire des plans précis au delà de 5 ans? A cet horizon, c'est plutôt la question de l'existence du CNRS ou la présence des maths au CNRS qui se posent..." (F, provincial, née entre 54 et 57)

Un malentendu

"Je suis fermement convaincu que peu de choses sont susceptibles d'être éclaircies tant que ne seront pas dissipés certains énormes malentendus qui pèsent sur nos rapports entre mathématiques et physique. Mais ceci est une longue histoire." (M, parisien, né entre 54 et 57)

II - MOBILITE GEOGRAPHIQUE

a) Parmi les 37 parisiens qui ont répondu, il y en a 15 qui refusent toute promotion en province, même proche; la proportion entre hommes et femmes est équilibrée; en revanche, très peu de chercheurs nés avant 57 (2 entre 46 et 49, 3 entre 54 et 57). Parmi ces parisiens irréductibles, on trouve 7 personnes, soit la moitié, qui, par ailleurs, refusent toute promotion dans une Université (nous avons déjà signalé que c'est une caractéristique courante chez les jeunes).

b) Parmi les 37 parisiens qui ont répondu, il y en a 11 qui envisagent, certains en traînant les pieds, d'aller dans un centre de recherche proche de la région parisienne (à moins de 150 kms); il s'agit d'une population plus agée (un seul né après 58 —entre 58 et 61—); parmi ceux-ci, 4 n'envisagent absolument pas de devenir enseignants, et 2 accepteraient d'être "turbo-DR", mais pas "turbo-prof".

c) Parmi les 37 parisiens qui ont répondu, il n'y en a donc que 11 qui envisagent d'aller en province (dont 2 qui ne veulent pas devenir enseignants, et 2 autres qui accepteraient un poste de prof à Paris ou de turbo-prof, mais pas en Province). C'est une population peut-être plus jeune (4 sont nés après 58 —3 entre 58 et 61, et 1 après 62—).

Parmi les 24 CR1 parisiens nés avant 57 qui ont répondu, 17 sont prêts, avec plus ou moins de réticences, à aller en province : 7 sans aucune restriction géographique (tous des hommes), 10 (8 hommes, 2 femmes) seulement dans une équipe à moins de 150 kms de Paris; parmi ces derniers, 5 veulent uniquement un poste de DR, et 5 acceptent de devenir professeurs. Donc 7 CR1 parisiens nés avant 57 (4 femmes, 3 hommes) refusent toute mobilité géographique.

d) Parmi les 19 provinciaux qui ont répondu, 11 envisagent de bouger pour avoir une promotion ; c'est une population moins jeune (tous nés avant 57) ; parmi eux, 5 n'envisagent pas de devenir enseignants ; d'autres veulent bien bouger pour une promotion DR, mais pas pour devenir prof. Dans cette majorité de provinciaux qui accepteraient de bouger pour avoir une promotion, signalons un provincial qui veut bien devenir prof à Paris, et un autre qui veut bien devenir DR à Paris. Si on les exclut, on trouve donc une minorité prête à une mobilité province Æ province, proportionnellement plus importante que les rares parisiens prêts à une mobilité Paris Æ province.

e) Parmi les 8 provinciaux qui n'envisagent pas de bouger, il faut signaler deux "ex-parisiens".

Dans les réponses libres, nombreux sont ceux qui posent le problème du travail du conjoint :

La famille
"Vers 40 ans, la plupart des chercheurs ont une famille, et la mobilité n'est plus facile. L'installation en province devient alors impossible, surtout dans l'état actuel du marché du travail" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Quand l'épouse travaille
"La politique de décentralisation est certes une excellente chose. Cependant, lorsque l'on est point célibataire et que l'épouse travaille, le déménagement en province, compte tenu de la situation actuelle de l'emploi, est des plus problématiques" (M, parisien, né entre 58 et 61)

Le travail des conjoints
"Pour que la décentralisation devienne une possibilité raisonnable, il faut qu'elle se fasse dans le plus grand respect (et aide) du travail, des situations familiales, en particulier du travail des conjoints. Et quand le conjoint est universitaire, une plus facile (grande) mobilité simplifierait les décisions de déménagement ou pas à prendre." (F, parisien, né entre 58 et 61)

A 35 ans, la famille
"Le problème de la promotion CR-DR ne se pose guère avant 35 ans. Or, il n'est pas rare qu'à cet âge, on ait fondé une famille avec femme et enfants. le départ en province se heurte à toutes sortes de problèmes matériels comme le travail du conjoint ou les étuides des enfants si ceux-ci sont déja grands. Là encore, des règles absolues me paraissent déraisonnables" (M, parisien, né entre 54 et 57)

Certains n'hésitent pas à protester :
Au nom de quoi je devrais déménager ? "Je suis né à Paris, y ait toujours vécu, y ai ma famille, mes amis, et mes habitudes. Je ne vois pas au nom de quelle bureaucratie on prétendrait m'en faire déménager" (M, parisien, né entre 58 et 61)

Obliger à traverser la France
"Est-il si scandaleux qu'une promotion ne soit pas en général donnée à quelqu'un qui travaille de façon très satisfaisante et ce, sans l'obliger à traverser la France ? " (M, parisien, né entre 58 et 61)

Un travail énorme

"Quant à redéménager, basta! Une fois (Paris-Province) suffit. C'est un boulot énorme, digne d'une cause encore meilleure qu'une promotion" (M, provincial, né entre 46 et 49)

Il est facile d'être mobile à Paris

"Je suis irrité par l'approche volontariste de la mobilité. Elle vient souvent de gens qui n'en ont pas fait preuve. Il est facile d'être mobile à Paris, de Paris 6 à Paris 7, de Polytechnique à Orsay, etc. surtout sans déplacer sa famille." (M, provincial, né entre 54 et 57)

D'autres critiquent plus ou moins explicitement cette politique de décentralisation, et laissent entendre parfois qu'elle se fait au détriment de la qualité de la recherche :

Evaluer les résultats

"Au passage : la politique de développement des laboratoires de province étant plus ancienne qu'on le dit, on pourrait commencer à en évaluer les résultats scientifiques" (M, parisien, né entre 58 et 61)

Bibliothèques

"La discipline dans laquelle je travaille nécessite l'usage de bibliothèque situées pour la plupart en région parisienne. D'où, sans même parler de "mes choix" et de leur flexibilité, si je veux faire de la recherche comme je l'entends, c'est à Paris. Déja, du point de vue des bibliothèques, les chercheurs français dans mon domaine sont lourdement handicapés par rapport aux chercheurs d'autres pays. Aller en province; c'est accroître ce handicap et c'est se rendre la vie impossible." (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Priorité aux CR2

"(...) Des incitations fortes pour étoffer les équipes de province devraient s'appliquer en priorité aux recrutements en CR2, sans pour autant assécher le recrutement d'équipes parisiennes qui produisent de bons résultats (...) Les villes comme Toulouse, Nice, etc. ont déjà de fortes équipes universitaires, il n'y a donc pas de risque qu'un tel CR soit isolé. Par contre, y affecter un DR n'est pas tout à fait justifiable en terme d'animation d'une équipe (...)" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Que peut un DR?

"Dans beaucoup de centres de province, la qualité de l'environnement scientifique est en grande partie conditionnée par le recrutement. Or, un DR, quel que soit l'enthousiasme qu'ait pu déchaîner sa venue, se trouve exclu de ce processus de décision fondamental.(...)" (M, parisien, né entre 58 et 61)

Aucun sens

"Ne pas vouloir une installation en Province est du à deux raisons : — scientifiquement, dans les conditions actuelles, cela n'aurait aucun sens — à partir d'un certain âge, pour des raisons personnelles, il est impossible d'envisager d'aller s'installer à temps complet dans une autre ville" (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Coercition

"Peut-on faire une décentralisation stable par la coercition ? Je pense que non, surtout en mathématiques où la présence de collègues est indispensable pour une recherche de qualité. il faudrait mieux agir au niveau des DEA" (M, parisien, né entre 50 et 53)

La vie en province est agréable, mais...

"Je ne suis aucunement prête à diminuer mon activité de recherche ou à cesser de diriger des recherches pour obtenir un poste de DR. C'est malheureusement ce qu'une installation dans presque toute ville de province représenterait pour moi.. A part cela, je trouve la vie en province très agréable, si c'est de cela qu'il s'agit..." (F, parisienne, née entre 50 et 53)

Une erreur

"J'ai fait preuve de mobilité vers la province à mon entrée au CNRS, et je crois maintenant pouvoir dire que c'est une erreur, car : — pour les postes de profs dans les bonnes universités, il est toujours mieux de venir de Paris. — les postes affichés au CNRS de DR2 (affichés en province) profitent plus aux parisiens décidant de partir qu'aux provinciaux de longue date. (...) — on se fait très facilement oublier en province par rapport à la région parisienne (à niveau égal) (M, provincial, né entre 54 et 57)

On sent parfois poindre (chez des parisiens) un peu d'aigreur vis-à-vis de nos collègues provinciaux :

Sans demander le tapis rouge...

"Quand on candidate sur un poste de professeur en province, on a vraiment l'impression de géner. Il ne s'agit pas de demander à être accueilli à la sortie du train avec un tapis rouge, mais..." (M, parisien, né entre 50 et 53)

III - A CARRIERE

A la question : " Envisagez-vous sereinement de rester CR1 jusqu'à la retraite ? ", effectivement provocatrice (et qui a sans doute été à l'origine de nombreuses réponses libres), les réponses font apparaître une répartition très inégale des réponses : d'abord, sur les 16 réponses positives (ou positive avec restrictions), on ne trouve que 2 femmes. Ensuite, les réponses positives sont majoritaires chez les CR1 les plus agés (2 nés avant 46, 5 entre 46 et 49), pour chuter brutalement ensuite, ce qui est logique (1 né entre 50 et 53, 5 entre 54 et 57, 1 entre 58 et 61) ; également 2 parmi les 4 chercheurs nés entre 62 et 65 qui ont répondu, mais ces réponses sont sans doute elles aussi provocatrices. La répartition est également inégale suivant le critère géographique : 9 réponses positives parmi les parisiens qui ont répondu, soit 25%, et 7 réponses positives parmi les provinciaux qui ont répondu, soit 37%.

Parmi les réponses libres, plusieurs ont réagi à la "prime à la jeunesse" au passage CR/DR, à laquelle il était fait allusion dans l'introduction à la deuxième partie du questionnaire :

Service national

"On favorise objectivement ceux qui sont rentrés jeunes comme CR2 ; ils ont fort bien pu entrer jeunes pour des raisons extra-mathématiques comme la dispense du service national (...) Il me semble donc tout à fait déraisonnable d'utiliser l'âge comme un critère absolu. J'admet cependant qu'on puisse juger un dossier en disant : pour son âge, voila un dossier bien mince ! (M, parisien, né entre 54 et 57)

Promotion des jeunes

"C'est beau, mais comment comparer les dossiers ? Chez nos collègues américains, les dossiers des personnes promouvables dans les départements de mathématiques se trouvent dans des bases de données accessibles à tous les candidats. Une chose pareille serait-elle envisageable au CNRS ? On pourra comparer, par exemple, le dossier de celui ou celle promu à l'âge de 36 ans à celui d'un candidat moins chanceux de 44 ans huit ans auparavant, lorsque d'autres politiques scientifiques prévalaient. Ceci permettra de se rendre mieux compte dans quelle mesure l'âge favorise mieux la promotion maintenant qu'il y a quelque temps ; " (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Cinétique chimique

"Pour ce qui est de la réaction CR1 Æ DR2, elle pose effectivement un grave problème de cinétique chimique. Il semble que les décideurs de la recherche française en soient restés au mythe du matheux génial forcément jeune. Mythe bien français dont l'origine est obscure...Devrons-nous maudire Evariste Galois, mort à 22 ans, comme nos écoliers Charlemagne ? En France, c'est bien connu, tout le monde fait des maths (beaucoup, mal), entre 15 et 21 ans, puis plus du tout, voyez les polytechniciens. Continuer à faire des maths après 35 ans est un plaisir pervers qui se paye chèrement... Au fond, nos décideurs sont fidèles aux "Sciences et Vie" de leur jeunesse : les années passent, mais le mathématicien français reste toujours jeune. Sciences et Vie ? C'est plutôt Tintin." (M, parisien, né entre 58 et 61)

Effets pervers

"A en croire ce que j'entends, il serait déraisonnable de promouvoir des CR1 de plus de 35 ans. Or, il faut savoir qu'on recrute actuellement assez tard (27 ans) en CR2, et qu'il faut rester au moins 4 ans CR2 et au moins 3 ans CR1. Cela signifie que l'on dispose d'environ 2 chances pour passer DR2, après quoi...fini ! " (M, parisien, né entre 54 et 57)

Etre né au mauvais moment

"Le plus vexant, dans cette affaire, c'est cette impression d'être né au mauvais moment ; quelques années plus tot, ou quelques années plus tard, nous aurions été des jeunes brillants quand il y avait des postes..." (M, parisien, né entre 50 et 53)

Plus généralement, sur le système des promotions et notre "carrière" :

Et la reconnaissance ?

" -Si il y avait, principalement dans les Universités à la vie desquelles nous participons, une meilleure reconnaissance des CR1 (et Maîtres de Conférences !), tant au point de vue scientifique qu'au point de vue du pouvoir de décision — si, à terme, la différence de salaire avec DR ou Professeur était moindre — si il était possible de faire facilement des échanges avec des collègues universitaires Professeurs je pourrais envisager de rester CR1 beaucoup plus sereinement. Mais, à l'heure actuelle, la seule marque de "reconnaissance" du travail accompli, aussi bien au niveau Recherche qu'au niveau encadrement, participation à la vie scientifique d'une équipe ou d'une Université, est le passage DR Æ Professeur, et ne saurait éternellement être compensée par la reconnaissance (ou renommée !) au sein de sa propre discipline au niveau national ou international." (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Minable

"La progression de "carrière" est minable (600 F. tous les 3 ans, jusqu'à un maximum de 17-18000F. nets mensuels). Une carrière de professeur sérieux (administration-recherche-encadrement-cours...) est certes plus intéressante, mais au moins aussi lourde que celle d'un ingénieur pour un salaire 2 à 3 fois moindre. (...) Il n'y en a que pour les Grandes Ecoles en France. Alors que faire? Peut-être l'industrie..." (M, parisien, né entre 58 et 61)

Les primes

"Il faudrait aligner les primes sur celles de l'Université (primes d'encadrement...)" (M, provincial, né entre 62 et 65)

Tout cela conduit à des attitudes très différentes :

Vite, vite, vite...

"L'avenir du CNRS est des plus douteux dans la situation politique actuelle, le tout aggravé par l'attitude chaotique de la direction à l'égard de la commission et des mathématiciens en général; dans ces circonstances, rester CR1 en espérant une hypothétique promotion DR2 (avec peu d'espoir de passer DR1 un jour...) alors que les Universités font pratiquement du démarchage à domicile, demande une foi dans l'avenir qui n'est pas la mienne. Mon but : trouver un poste stable avant le budget voté par nos prochains députés..." (M, parisien, né entre 58 et 61)

Agressif

"A 40 ans, je serai DR2 ou je ne serai plus au CNRS : soit 3 candidatures!!! J'aime le métier que je fais, dans un labo de recherche ouvert vers les applications, et, à vrai dire, ça m'ennuirait de la quitter ! " (M, parisien, né entre 54 et 57)

Ausi longtemps qu'il le faudra...

"Ma priorité est de candidater pour passer DR, aussi longtemps qu'il le faudra. Pour l'instant, je ne veux donc pas candidater sur un poste de prof, du moins dans les 4 ou 5 prochaines années. Plus tard, je verrai si je dois assouplir ma position" (M, provincial, né entre 58 et 61)

Calculateur

"J'ai du mal à imaginer ne pas parvenir à passer DR2 avant la retraite! Les collègues plus agés que je connais le mieux sont tous passés DR2 entre 38 et 40 ans. A 34 ans, et avec déja une candidature, j'espère pouvoir passer DR2 entre la 2ème et la 4ème fois. Sinon, j'aviserai." (M, parisien, né entre 58 et 61)

Consultant

"Le passage DR est difficile et ne peut être tenté que dans certaines équipes. De même pour un poste de professeur. De plus, si je reste en région parisienne, le coût de la vie y est tel qu'il me faudrait chercher un poste de consultant.(...)" (M, parisien, né entre 58 et 61)

Résignée

"Je ne suis pas sereine à l'idée d'être toujours CR1, mais résignée; vu mon âge, et le fait que je n'ai pas eu d'étudiant en thèse, il est à peu près certain que je ne passerai pas DR." (F, parisienne, née entre 54 et 57)

Pessimiste

"Je suis très pessimiste pour l'avenir des CR de province (...)" (M, provincial, né entre 54 et 57)

Les mathématiciens commencent à me saouler

"Au bout de 7 ans, les mathématiciens et les mathématiques commencent à me saouler, j'en ai fait le tour et il serait temps que les les applique ailleurs" (M, parisien, né entre 58 et 61)

L'année du vieux chercheur

"L'année se divise en trois parties : entre janvier et avril, généralement, c'est le temps des candidatures : mise à jour de la notice des titres et travaux, préparation des annexes A et B (plus récemment C et D) des dossiers de candidature pour les postes de professeur. Le système changeant tous les ans ou tous les deux ans, on évite la routine. Parfois, en raison de ces changements, cette partie s'étend jusqu'à début juillet. Suit la deuxième phase, qui correspond au travail du deuil : ça n'a pas marché, et il faut surmonter sa déception. Vers septembre-octobre, commence la dernière partie, celle ou l'on peut se consacrer aux mathématiques. Pendant les deux premiers mois, on peut penser au long terme, réfléchir, avoir des idées nouvelles; mais bien vite il faut se rendre à l'évidence : il est temps de rédiger en vitesse ce que l'on peut — car le temps des candidatures de l'année N+1 arrive..." (M, parisien, né entre 50 et 53)

Mettre une croix

"Dans l'état actuel des choses, j'ai plutôt l'impression, en demeurant au CNRS, d'avoir mis une croix sur l'idée même de carrière, ce qui est dans un sens un privilège, puisque beaucoup de soucis et de questions plus ou moins légitimes sont ainsi écartées" (M, parisien, né entre 54 et 57)

Pas ambitieux

"Pour l'instant, je ne suis candidat ni à un poste de DR, ni à un poste de professeur. Je me sens assez peu concerné par les questions de carrière. C'est pourquoi je ne peux choisir parmi les réponses proposées à ce questionnaire" (M, provincial, né entre 58 et 61)

Poète

"Habitué à vivre à très court terme (et en particulier professionnellement), j'avoue que les questions de la partie II m'ont paru réellement insurmontables" (M, provincial, né entre 50 et 53)

Je fais un rêve...

"Nous assistons à une banalisation des critères industriels dans la vie académique. Les effets pervers de l'obsession de la productivité ont été souvent dénoncés, et par les meilleurs mathématiciens. Ceux qui, membres de diverses commissions d'évaluation ou de décision, les appliquent, font preuve d'aveuglement. Je rêve d'une communauté mathématique où le partage du savoir ne serait pas considéré comme antinomique de la productivité, et où on pourrait travailler sans stress" (F, provincial, née entre 54 et 57)

IV - EN CONCLUSION

nous reproduisons maintenant des réponses libres concernant le questionnaire :

D'abord des remerciements :

Bravo

"Bravo pour cette initiative" (M, parisien, né entre 46 et 49)

"Bravo pour cette enquête" (M, provincial, né entre 54 et 57)

Merci

"Je remercie les auteurs de cette enquête d'avoir pris sur eux tout le civisme nécessaire à une telle entreprise de "redressement" social et leur souhaite à la fois le courage, la persévérance et le succès" (M, parisien, né entre 54 et 57)

Et des critiques :

Impulsif

"Certaines questions demandent mon comportement dans les années prochaines ; je suis tout à fait incapable d'y répondre autrement qu'impulsivement ; je préfère donc ne pas répondre" (M, provincial, né entre 54 et 57)

Pas de sens

"Je trouve que la dernière question n'a pas de sens, en particulier pour les gens assez jeunes. ell ne se pose réellement que si l'on renonce à candidater comme DR ou prof et/ou si de telles candidatures ont échoué, mettons cinq fois de suite ou plus." (F, provinciale, née entre 54 et 57)

Provo

"A question provo, réponse provo" (M, parisien, né entre 54 et 57)

Les différences entre les disciplines

"Il est regrettable que vous n'ayez pas inclus une question portant sur la discipline des gens. Il est bien clair que les destins moyens des gens varient d'une discipline à l'autre. Et pas seulement entre mathématiciens purs et mathématiciens appliqués. Même à l'intérieur des mathématiques pures, il y a d'énormes différences, selon que l'on est dans une discipline traditionnellement dithyrambique sur les accomplissements des uns et des autres ou non, selon que l'on est dans une discipline qui a attiré beaucoup de jeunes à une certaine époque ou non, selon qu'il y a des gens très forts dans la discipline ou non." (M, parisien, né entre 50 et 53)

Des questions que vous auriez pu poser :

Avez-vous effectué votre service, et combien de temps a-t-il duré ? Avez-vous un conjoint qui travaille ?

Avez-vous des enfants faisant des études spécialisées (dans des écoles qu'on ne trouve pas partout) ?

Si vous êtes candidat à la fois à un poste de dR2 et un poste de professeur, où va votre préférence ?

Avez-vous déja fait preuve de mobilité (changement de laboratoire, séjour de longue durée à l'étranger) ? (M, marisien, né entre 54 et 57)

Et le moyen terme ?

"La critique que je formule à l'égard du questionnaire est de ne pas explorer les intentions à moyen terme (5ans) : on passe sans transition des intentions immédiates à la perspective de la retraite...Qui peut dire qu'il ne fera jamais ceci ou cela? " (F, provincial, née entre 54 et 57)

OU EN SONT LES I.U.F.M. ?
OU VONT LES I.U.F.M. ?

B. CORNU

Les I.U.F.M. viennent de faire leur troisième rentrée (et même la quatrième pour les trois I.U.F.M. "pilotes" de Grenoble, Lille et Reims). Ils sont encore jeunes, mais on peut déjà porter un regard sur leur évolution, leurs réussites, leurs difficultés. Cet été, au mois de juillet, des mesures apportant des évolutions sensibles pour les I.U.F.M. ont été prises par les deux ministres concernés.

1. LES I.U.F.M. DE LA RENTREE 1993.

L'observation la plus frappante que l'on peut faire à propos des I.U.F.M. est l'immense succès qu'ils connaissent au plan quantitatif : alors qu'il y a quatre ans on se demandait comment attirer des jeunes vers les métiers de l'enseignement, comment on pourrait recruter tous les enseignants nécessaires, on a maintenant atteint des flux satisfaisants, et il n'y a pratiquement plus d'académie ou de discipline vraiment "déficitaire". Quelques chiffres : Il y a cette année près de 80 000 étudiants et stagiaires dans les I.U.F.M. Le nombre de demandes d'admission en première année d'IUFM a augmenté de 80la préparation aux CAPES, de 150% pour la préparation aux CAPET et de 100% pour la préparation des CAPLP2. Pour le premier degré, il a fallu sélectionner sévèrement parmi les candidats (à Grenoble par exemple : 3000 candidats pour 540 places !). Pour le second degré, où l'on souhaite accueillir tous les étudiants qui le désirent, la question d'une sélection pourrait se poser dans certaines disciplines. Le nombre de lauréats des concours de recrutement du second degré a également augmenté, permettant à ce que le ministère appelle le "flux frais" (les lauréats qui sont vraiment de nouveaux enseignants) de passer de 12600 en 1992 à 14300 en 1993, chiffre proche des besoins. Au CAPES externe de mathématiques par exemple, le nombre de lauréats a augmenté de 10% : 1333 admis (1207 en 1992), pour 2375 postes (2351 en 1992). Mais le nombre de candidats présents a encore plus augmenté : 3294 en 1993, alors qu'ils n'étaient que 2282 (moins que le nombre de postes !) en 1992.

Bref, l'objectif "recruter plus" est atteint ! Mais est-ce grâce aux IUFM ? Il est évident que la première cause de l'afflux vers les métiers de l'enseignement est la situation de l'emploi en France. Mais ce n'est sans doute pas la seule raison. La revalorisation du métier d'enseignant, la meilleure image qui lui est peu à peu faite, "l'égale dignité" du métier de professeur des écoles et de celui de professeur du second degré (puisque désormais les salaires sont les mêmes !) et la plus grande lisibilité du parcours pour devenir enseignant sont des éléments importants. On peut penser que de plus en plus de jeunes décident après leurs études secondaires de devenir enseignants et construisent leur chemin en fonction de cela. Les I.U.F.M. ont contribué à cette attitude ; on devient de moins en moins enseignant simplement parce que l'on n'a pas trouvé autre chose entre-temps.

Du point de vue qualitatif, l'observation est plus complexe : Forme-t'on mieux les enseignants ? Il est trop tôt pour le dire. On peut simplement observer que l'idée que le métier d'enseignant est un métier qui s'apprend, qu'il ne suffit pas de maîtriser sa discipline pour être capable de l'enseigner, est maintenant largement partagée. Certes, le travail sur les modalités de la formation "professionnelle", sur l'équilibre entre la formation "théorique", issue de la didactique et de disciplines comme la psychologie, la sociologie, la philosophie, et la formation "pratique" lors de stages, est loin d'être terminé ou stabilisé. Certes il faut aller "sur le tas" pour apprendre le métier d'enseignant, mais il faut y aller muni d'outils pour analyser et pour agir, et il faut construire sa propre compétence par un aller-retour permanent entre le "terrain" et les outils théoriques. On ne résoud bien que les problèmes qu'on rencontre effectivement, mais on ne les résoud que si l'on dispose des outils appropriés. On peut également observer que les plans de formation des IUFM ont donné lieu à un immense travail, qui a permis de rassembler des compétences d'origines diverses, de construire des contenus et des modalités de formation souvent de grande qualité, même s'il y a eu ici ou là quelques erreurs. Cela a été pour les formateurs un travail utile et productif. Les étudiants y ont participé, en donnant leur point de vue, en faisant des critiques et des propositions, très souvent appropriées. Les étudiants et stagiaires sont certainement devenus plus exigeants quant à leur formation, et c'est un progrès! La formation dans les I.U.F.M. s'est mise en place rapidement, mais elle a déjà beaucoup évolué, elle trouve progressivement son point d'équilibre. Elle doit pouvoir évoluer et s'améliorer sans cesse!

Parmi les succès des IUFM il faut également mentionner le stage en première année, qui permet au nouvel enseignant d'être préparé à sa première prise de fonction au début du stage en responsabilité, et qui contribue à la constitution de la compétence professionnelle. Il faut citer aussi le mémoire effectué en deuxième année : travail personnel d'analyse, obligeant à prendre un peu de recul, il a souvent donné lieu à des productions intéressantes. Et les contestations de la première année ont vite disparu! Enfin, et ce n'est pas le moindre des succès, même s'il a aussi son revers, le nouveau dispositif a rapproché la formation des enseignants du premier et du second degré, qui se fait dans une même institution, et a donné à ces formations un caractère universitaire qui était largement souhaité.

Bien entendu, il y a eu aussi des difficultés et des échecs. Il est vrai que cette réforme s'est faite rapidement, sans expérimentation préalable. Mais était-il vraiment possible qu'il en soit autrement? Il y a eu parfois un écart entre l'ambition et la réalisation : on s'est parfois plaint de cours trop lents, au contenu mal adapté, ou même d'enseignements qui imposaient trop un unique point de vue. On s'est parfois plaint de l'incompétence de quelques formateurs. Mais là encore, est-ce propre aux IUFM? Et l'on a monté en épingle des cas souvent particuliers. Les plans de formation ont évolué, et ces difficultés devraient normalement se résorber progressivement, comme dans toute autre institution. Il y a eu aussi des débats, qui ne sont pas terminés, sur le rapport entre les savoirs et leur transmission, sur la place des sciences de l'éducation, sur le rôle de la didactique, sur la place de la pratique dans la formation. Il convient de se garder de toute position trop absolue : les IUFM doivent être le principal lieu du débat sur la formation, et ce débat doit rester ouvert!

2. DES ORIENTATIONS NOUVELLES.

Le communiqué des ministres de l'éducation nationale et de l'enseignement supérieur et de la recherche du 15 juillet, puis la circulaire du 26 juillet, ont précisé, après quelques semaines de débats (menés rapidement, eux aussi!), de nouvelles orientations pour les I.U.F.M. Oublions le caractère parfois houleux de ces débats, oublions cette période que la vie politique a sans doute rendue nécessaire, et observons ce qu'il en est aujourd'hui : D'abord, la rentrée dans les IUFM s'est faite d'une manière particulièrement sereine. Les étudiants sont arrivés nombreux, désireux de se former à leur futur métier, et s'ils ont posé de très nombreuses questions sur leur avenir et sur leur formation, ils ne semblent s'être intéressés que très modérément aux péripéties politiques des mois de juin et de juillet! De manière générale, les grandes orientations des IUFM sont maintenues : les futurs enseignants du premier et du second degré seront formés dans une même institution : les I.U.F.M. Leur formation articulera les disciplines et une dimension professionnelle. Le recrutement se fera pour tous au niveau de la licence. Les IUFM continuent sur la même voie!

Quelques évolutions sont apportées :

Pour les enseignants du second degré, la répartition des différents aspects de la formation entre les deux années est modifiée : l'épreuve "professionnelle" des concours, qui s'appuyait sur les stages effectués en première année et comportait une dimension didactique, est remplacée par une nouvelle épreuve : "l'épreuve sur dossier". Elle a le même coefficient, c'est une épreuve d'admission. "Elle devra permettre d'évaluer l'aptitude du candidat à communiquer, à exposer et à débattre, à concevoir des démarches d'investigations, à mener une réflexion sur l'enseignement et l'apprentissage de sa discipline, et à mesurer sa connaissance du programme de l'enseignement secondaire dans sa discipline. L'exposé et l'entretien pourront s'appuyer sur des observations et des analyses de pratiques d'enseignement vécues lors des stages de la première année de formation". Les arrêtés parus depuis ont précisé les compétences attendues. Il y a, d'une discipline à l'autre, des différences encore importantes. En mathématiques, par exemple, les recommandations du jury laissent, comparativement à d'autres disciplines, assez peu de place aux aspects "professionnels" de l'épreuve : "Cette épreuve ... a pour objet la présentation d'un choix d'exemples et d'exercices sur un thème donné. (...) Elle est axée sur l'étude pratique, à travers un choix d'exercices, d'un sujet mathématique. (...) La fin de l'entretien pourra être consacrée à quelques aspects très simples de l'organisation des établissements scolaires du second degré. (...) Les épreuves orales visent d'abord à évaluer la capacité à concevoir, mettre en forme et analyser une séquence d'enseignement sur un thème donné. (...) Elles visent enfin à évaluer les capacités du candidat dans le domaine de l'expression orale : qualité de l'élocution et de la langue, précision et clarté, gestion du tableau, aptitude au dialogue..."

Les nouveaux textes peuvent ouvrir la voie aussi bien à l'évolution vers un bon équilibre entre les compétences scientifiques et les compétences professionnelles attendues des candidats, qu'à une lente atténuation de la dimension professionnelle. Il conviendra de maintenir ouvertes l'analyse et la réflexion sur l'évolution des concours!

Les stages de première année, recommandés cette année à tous les candidats, qu'ils viennent ou non d'un IUFM, pourraient devenir obligatoires dans le futur pour tous les candidats. Si les aspects pédagogiques et didactiques ont été atténués en première année, en revanche on annonce qu'ils devront être renforcés lors de la deuxième année de formation.

Pour les professeurs des écoles, peu de modifications. La principale difficulté reste la gestion de la polyvalence disciplinaire qui doit être la leur : spécialisés jusqu'à leur licence, il conviendrait de les aider plus particulièrement dans les disciplines qu'ils n'ont pas étudiées! La voie d'une licence "polyvalente", qui risquerait d'être une impasse, semble écartée au profit de licences à "dominante" ou à "options". Voilà un sujet sur lequel les I.U.F.M. ont encore à progresser, aux côtés des universités.

Enfin, des mesures sont prises pour renforcer le lien entre les I.U.F.M. et les universités. Ces liens étaient déjà bien tissés, par les conventions signées entre IUFM et universités dans pratiquement la totalité des académies. Les IUFM resteront des établissements autonomes, mais on évitera qu'ils se comportent comme des "universités bis". A cet effet, deux mesures principales : la part de crédits qui revient aux universités pour la préparation aux concours ne leur sera plus reversée par l'IUFM, mais leur sera versée directement par le ministère, sur la base des conventions entre IUFM et universités. Ce n'est pas un changement considérable. L'autre mesure indique que désormais, les emplois d'enseignants chercheurs ne seront plus créés dans les IUFM, mais dans les universités, qui recruteront les enseignants-chercheurs et les mettront à la disposition de l'IUFM, pour un temps déterminé (en général 4 années). Cette procédure entre en vigueur à partir de la prochaine rentrée. Déjà, les conventions IUFM-universités prévoyaient des échanges de service, et la possibilité de mises à disposition de personnels. Les nouvelles mesures éviteront la "marginalisation" des enseignants-chercheurs enseignant en IUFM. Mais elles ont aussi leurs inconvénients, ou en tout cas leurs risques : la formation des enseignants nécessite non seulement qu'on mobilise le potentiel des enseignants-chercheurs déjà en poste, désireux de participer à la formation et compétents pour le faire. Il faut également développer le vivier de tels enseignants-chercheurs, par des recrutements nouveaux. La balle est désormais dans le camp des universités : prendront-elles véritablement en charge cette nécessité, et feront-elles les recrutements selon les profils nécessaires à la formation des enseignants? Les IUFM devront y contribuer. Il faut notamment éviter que l'université ne recrute qu'en fonction des besoins de la dimension disciplinaire de la préparation aux concours, délaissant tous les autres aspects de la formation des enseignants (formation des professeurs des écoles, formation didactique, suivi des stages, formation professionnelle, animation de la vie scientifique de l'IUFM, contribution à son fonctionnement, etc.), qui seraient alors assurés par les seuls enseignants de statut second degré en poste dans les IUFM : une telle dichotomie aurait des effets fâcheux, et couperait la discipline de la dimension professionnelle, ce que chacun veut justement éviter. En outre, on ne peut imaginer que des enseignants-chercheurs seraient mis à disposition d'un IUFM sans que cet IUFM ait donné un avis favorable à cette mise à disposition. Les dispositifs réglementaires sont en cours d'élaboration. Enfin, le risque est grand de voir s'installer une divergence entre les enseignants-chercheurs, qui seraient particulièrement mobiles, et les enseignants de statut second degré, qui seraient recrutés "à vie" par les IUFM. En fait, les IUFM ont besoin à la fois d'un "noyau permanent" solide, qui fera vivre et évoluer la formation, et de la participation d'enseignants pour une durée déterminée, ou à temps partiel (de façon à ne pas se couper de la réalité de l'enseignement). Mais ces deux types de formateurs doivent se trouver aussi bien parmi les enseignants-chercheurs que parmi les autres enseignants.

3. QUELQUES PERSPECTIVES.

On le voit, bien des avancées ont été faites, mais bien des chantiers restent ouverts. J'en citerai quelques uns :

La préparation de l'agrégation reste disjointe, ce qui pose le délicat problème des étudiants qui souhaitent se diriger vers la maîtrise et l'agrégation et "tenter le CAPES" au passage. Il faut réfléchir à une meilleure articulation des cursus, même si la mission première des IUFM est de conduire au métier d'enseignant "par le plus court chemin" (c'est d'ailleurs le chemin que souhaite la très grande majorité des étudiants!).

Le problème de la formation des enseignants du technique et du professionnel reste posé. Quantitativement, on est en période de progrès : le nombre de candidats augmente. Mais la question de la carte nationale des formations, celle des cursus de second cycle qui conduisent au métier de professeur de lycée technique ou de lycée professionnel, celle de la curieuse cohabitation de CAPET et de CAPLP2 dans des disciplines très voisines, restent à traiter.

On a beaucoup parlé de l'évaluation des I.U.F.M., et de nombreux rapports (de l'académie des sciences, de l'inspection générale, du sénat, du professeur Kaspi, etc.) ont apporté un point de vue et des observations sur les IUFM. Il est temps de mettre en place un dispositif de suivi qui tienne compte du temps (les IUFM n'ont que deux ou trois ans... on ne peut les évaluer comme s'ils en avaient dix!), qui se fasse selon des critères précis et rigoureux et pas seulement sur des impressions ou des opinions, et qui donne des informations utiles pour le pilotage des IUFM. Le Comité National d'Evaluation devrait sans tarder entamer l'évaluation des IUFM, dans l'esprit du chapitre qu'il a consacré à la formation des maîtres dans son dernier rapport au président de la république, et comme les IUFM eux-mêmes le souhaitent.

Pour former au mieux les futurs professeurs, il faudrait préciser les compétences que l'on attend d'un professeur de lycée ou de collège ou d'un professeur des écoles. Ces compétences ne vont pas de soi, et l'évolution de la société et du système éducatif les rend plus nombreuses et plus complexes. La réflexion sur ces compétences n'a pas été conduite assez loin. Ce pourrait être une tâche utile que de relancer cette réflexion, et de l'articuler avec une réflexion sur les compétences qu'il convient de prendre en compte au moment où l'on recrute les enseignants (dans les concours) et celles que l'on souhaite développer lors de leur formation initiale. Ce travail permettrait que s'élaborent dans les IUFM des plans de formation plus cohérents, et que soit plus clair le "contrat" passé entre le système éducatif, les IUFM, et leurs étudiants.

Enfin, les IUFM doivent continuer à renforcer leur dimension universitaire. Ils le feront par leur vie propre, en développant des activités scientifiques, en rassemblant leurs enseignants sur des projets et des travaux. Ils le feront aussi en établissant des collaborations profondes avec les universités : collaborations entre leurs personnels, collaborations en matière de recherche, développement d'activités universitaires liées à la formation des enseignants et à la recherche sur l'enseignement.

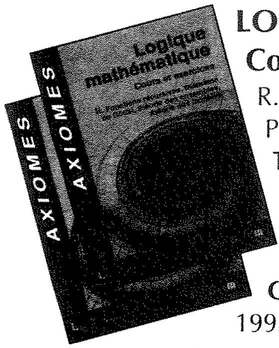
C'est dans la conjonction de leur autonomie et de leur rattachement aux universités que les IUFM trouveront le fondement de leur caractère universitaire et pourront mieux répondre à leur double mission d'établissements universitaires et d'établissements de formation professionnelle.

NOUVELLE COLLECTION

AXIOMES

Collection de Logique Mathématique
coordonnée par J.-L. KRIVINE

La collection Axiome se propose d'accueillir des ouvrages de logiciens, depuis le manuel pour l'enseignement jusqu'à l'exposé des recherches les plus récentes. Son but est de couvrir le large spectre de la logique : théorie des modèles, théorie des ensembles, récursivité, complexité, lambda-calcul et théorie de la démonstration, logiques non classiques... ainsi que son vaste champ d'applications en mathématiques et en informatique.



LOGIQUE MATHÉMATIQUE

Cours et exercices

R. CORI et D. LASCAL
Préface de J.-L. Krivine

Tome 1 - Calcul propositionnel, algèbres de Boole, calcul des prédicats
1993, 400 pages, 290 F*

Tome 2 - Fonctions récursives, théorème de Gödel, théorie des ensembles, théorie des modèles
1993, 368 pages, 260 F*

Issus d'un enseignement de logique dispensé en 2e et 3e cycles, ce cours en deux tomes traite de manière détaillée des domaines fondamentaux de la logique mathématique et comporte de **nombreux exercices corrigés** (près du tiers des volumes). Le premier tome s'adresse particulièrement aux étudiants du 2e cycle universitaire en logique, mathématiques et informatique et le second volume au 3e cycle de ces mêmes spécialités. Mais cet ouvrage intéressera également les élèves-ingénieurs désirant s'orienter vers les mathématiques pures ou l'informatique, les chercheurs et les ingénieurs de recherche en informatique, soucieux de disposer d'un texte de référence sur les bases mathématiques de leur spécialité.

LES THÉORÈMES D'INCOMPLÉTUDE DE GÖDEL

R. M. SMULLYAN
Traduit de l'anglais par M. Margenstern
1993, 152 pages, 240 F*

Les théorèmes d'incomplétude de Gödel démontrent qu'un système d'axiomes cohérent est susceptible de générer des énoncés dont la validité ne peut être démontrée dans le cadre des règles mêmes dont résultent ces énoncés. La portée de ces théorèmes est considérable dans la mesure où ils s'appliquent à la théorie des nombres, cependant, leur démonstration demeure méconnue, hormis par les logiciens.

Logicien réputé, Raymond Smullyan relève une gageur à priori impossible : **exposer en termes simples des démonstrations techniquement complexes, sans rien sacrifier à la rigueur mathématique**. Il présente une **synthèse particulièrement brillante de cinquante années de recherche** sur les diverses approches de ces théorèmes et analyse les conséquences de ces résultats sur les récents développements de la logique modale. Ce livre séduira le spécialiste, qu'il soit mathématicien, logicien, informaticien, cogniticien ou philosophe. Il intéressera également tous les lecteurs désireux de saisir en profondeur les moments clefs d'une démarche scientifique du plus haut intérêt.

* Prix public TTC au 01.07.93

RAPPORT SUR LA MISSION EFFECTUÉE EN PALESTINE

(Ivar EKELAND)

[Ce texte a été écrit avant les accords de paix.]

La Société Mathématique Palestinienne (Palestinian Society of Mathematical Sciences—PSMS) a tenu son congrès inaugural du 16 au 18 juin 1993. Je représentais la SMF à cette manifestation qui s'est tenu à l'Université de Bir-Zeit, en Cisjordanie occupée. Melvin Rothenberg et Chandler Davis, vice-président de l'AMS, représentaient celle-ci. D'autres sociétés savantes avaient envoyé des messages de félicitations et de soutien, parmi lesquelles, la Royal Society, la Canadian Mathematical Society, l'IEEE, et l'International Statistical Institute.

C'est la première fois que des universitaires des territoires occupés de Cisjordanie et de Gaza se regroupent pour fonder en commun une société savante. Pour bien comprendre ce que cela représente, il faut réaliser que nos collègues palestiniens vivent dans des conditions matérielles extrêmement précaires. Les universités ont rouvert en 1992, après avoir été fermées pendant quatre ans par les autorités d'occupation. Encore maintenant, la circulation des Palestiniens est sévèrement restreinte ; un habitant de la Cisjordanie ne peut se rendre ni en Israël ni à Gaza. Cela signifie que les contacts entre les universités sont extrêmement difficile ; si par exemple un professeur de Bir-Zeit veut aller rendre visite à un collègue de Bethleem, à 30 km de distance, la route directe par Jerusalem lui étant interdite parce que traversant le territoire revendiqué par Israël, il devra faire le détour de la Mer Morte, ce qui représente cinq heure de route. A cela s'ajoutent les fermetures inopinées, couvre-feux divers, qui font que l'on ne sait jamais si l'on pourra faire cours demain ou si l'on dormira dans son lit.

A côté de ces restrictions fondamentales, le manque d'argent est peu de chose. Il est pourtant là lui aussi : les universités palestiniennes ne bénéficient d'aucun argent public, et les sources de financement extérieures se sont taries. Les salaires des enseignants ont plusieurs mois de retard, et les étudiants ont manifesté contre l'augmentation des droits d'inscription.

C'est donc un signalé succès que de pouvoir dire qu'il s'agit d'un congrès très ordinaire, avec conférences plénières (dont celle de John Milnor) et conférences invitées en sessions parallèles (mathématiques, statistiques et informatique), la majorité étant assurée par les palestiniens de l'intérieur ou de la diaspora. Le poids des circonstances s'est certes fait sentir (en dépit d'interventions nombreuses à tous les niveaux, les collègues de Gaza n'ont finalement pas eu l'autorisation de venir), mais les échanges scientifiques et les projets pour la PSMS ont pu les faire oublier. Ces projets ne manquent pas. Il s'agit avant tout de créer une véritable communauté mathématique dans les territoires occupés et de la faire rentrer dans le circuit international d'échanges scientifiques par les moyens traditionnels (congrès, abonnements, visites et échanges de chercheurs). Les difficultées que j'ai esquissées subsisteront sans doute encore un certain temps, compliquées par l'indépendance, voire la concurrence, des diverses universités, et par l'incertitude politique. C'est pourquoi la volonté scientifique manifestée par la création de la PSMS doit être soutenue. C'est une des très rare *démarches constructives et consensuelles qui nous viennent d'un pays qui nous a davantage habitué aux affrontements et aux partis pris.*

La SMF a un rôle particulier à jouer. Le poids des Etats-Unis dans la région fait que les gens sont naturellement en quête d'alternative, et que le modèle français suscite beaucoup de curiosité. Or les mathématiques sont un des rares domaines où la France fait figure de grande puissance. Les collègues palestiniens ont, dans leur majorité, été formés aux Etats-Unis, et y retournent périodiquement ; ils aimeraient créer une alternative française, mais ils n'ont pas de contacts directs avec des laboratoires français, et ont a franchir l'obstacle de la langue. Par ailleurs, des expériences typiquement françaises, comme la refonte des programmes de l'enseignement secondaire, où certains mathématiciens ont joué un rôle de premier plan, les intéressent pour leur propre compte. Sur tous ces problèmes, la SMF est l'interlocuteur naturel de la PSMS, et y trouvera un partenaire extrêmement intéressé.

LUCIEN SZPIRO DÉMISSIONNE D'ASTÉRISQUE

[Voici la lettre que nous a adressée Lucien Szpiro en juin pour expliquer pourquoi il renonçait aux fonctions de secrétaire de la revue **Astérisque** ; nous l'avons fait suivre de la réponse du conseil de la SMF lors de sa réunion du 19 juin]

LETTRE DE LUCIEN SZPIRO

La Société mathématique de France et son président ont continuellement tenté d'enfreindre les règles suivantes de fonctionnement de la revue **Astérisque** *(règles que je pensais évidentes) :*

(i) indépendance scientifique totale

(ii) cooptation des membres du comité de rédaction

(iii) inamovibilité pour les six ans du responsable du comité de rédaction.

Je ne peux, dans ces conditions, assurer une politique scientifique de qualité. J'ai donc décidé de me défaire des responsabilités éditoriales et rédactionnelles qui m'étaient échues.

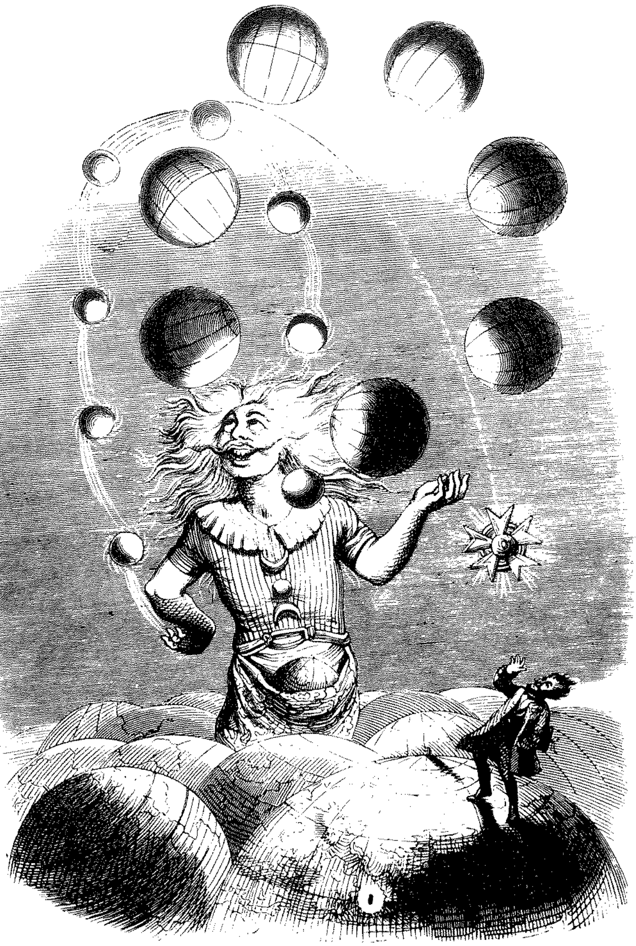
RÉPONSE DE LA SMF

*Sur le point (i) de la lettre de L. Szpiro, le Conseil confirme la parfaite indépendance scientifique d'***Astérisque** *et précise que celle-ci a toujours été respectée par le passé.*

Sur le point (ii) le Conseil note qu'il a toujours nommé les membres qui lui étaient proposés par le Comité de Rédaction.

*Quant à l'inamovibilité pour six ans du Responsable du Comité de Rédaction — point (iii)—, il fait remarquer que l'édition d'***Astérisque** *compte une responsabilité scientifique, mais aussi une responsabilité financière, juridique, et morale. Si la responsabilité scientifique est déléguée au Comité de Rédaction —voir (i)—, les autres relèvent du Conseil de la SMF. C'est pourquoi le conseil demande un rapport annuel au responsable (dont le volet financier est préparé en liaison avec le Trésorier de la Société). Il le conduit pour un an, sauf s'il n'est pas satisfait de ce rapport et qu'il juge utile de nommer un nouveau Responsable. Comme au Comité de Rédaction, la durée maximale du mandat du Responsable est de six ans.*

PRIX D'ALEMBERT



décerné par
la Société Mathématique
de France

PRIX D'ALEMBERT

Ce Prix de la Société Mathématique de France, décerné tous les deux ans, récompense un article, un livre, une émission de radio ou de télévision, un scénario de film ou toute autre réalisation, initiative ou projet, destinés à mieux faire comprendre les mathématiques et leurs développements récents.

Il sera décerné au printemps 1994 et remis au(x) lauréat/e(s) lors de l'Assemblée Générale de la SMF en juin 1994.

Les candidatures peuvent être soumises par les candidats eux-mêmes ou par toutes autres personne physique ou morale avant le 31 décembre 1993. Les dossiers de candidatures ou lettres de recommendation sont à adresser à :

S.M.F. (Prix d'Alembert)
INSTITUT HENRI POINCARE
11 RUE PIERRE ET MARIE CURIE
75005 PARIS
tél : (1) 44 27 67 96

Rappelons que le Prix d'Alembert 1992 a été decerné conjointement à I. EKELAND pour son livre "Au hasard, la chance, la science et le monde" et à l'Association "MATH EN JEANS" pour son action de diffusion des mathématiques auprès des jeunes.

CANDIDATURES AUX PRIX DE L'INSTITUT DES RECHERCHES MATHEMATIQUES D'OBERWOLFACH

La Société pour les Recherches Mathématiques va ouvrir le concours pour le Prix de l'Institut de Recherches Mathématiques d'Oberwolfach qui sera attribué en 1995 pour des travaux en Mathématiques Appliquées et en Analyse Numérique.

Ce prix ne peut être donné qu'à des mathématiciens européens de 35 ans au plus. Indépendant du domaine mentionné plus haut, un autre Prix récompensera des travaux comportant des résultats extra-ordinaires.

Les professeurs des Universités européennes ont le droit de proposer des candidats.

Les propositions doivent être envoyées à l'adresse suivante :

Mathematisches forschungsinstitut Oberwolfach
Albertstr. 24
79104 Freiburg
ALLEMAGNE

PRIX ALBERT PFLUGER

La fondation pour l'avancement des sciences mathématiques en Suisse a acquis un bon nombre d'exemplaires du volume "Complex Analysis : Articles dedicated to Albert Pfluger on the occasion of his 80th birthday". Ces livres sont destinés à être remis, au cours des prochaines années, à de jeunes chercheurs qualifiés et intéressés à la théorie des fonctions. Dans ce but, un Prix Albert Pfluger vient d'être créé ; il sera attribué selon les règles suivantes :

1. Le Prix peut être décerné pour un bon travail de doctorat ou de diplôme (ou licence) en Analyse complexe ou dans un domaine mathématique voisin ; travail effectué dans le cadre de l'une des Hautes Ecoles suisses.

2. Pour l'attribution du Prix Pfluger (c'est-à-dire du livre mentionné ci-dessus), il suffit d'une proposition du professeur responsable pour ce travail.

3. Veuillez adresser vos propositions à :

Prof. Dr. R. JELTSCH
Mathematik
ETH-Zentrum
8092 Zürich
SUISSE

PRIX DE L'ACADÉMIE NATIONALE DEI LINCEI

Henri Cabannes a reçu le prix "Cataldo e Angiola Agostinelli" d'un montant de 25 millions de lire pour l'ensemble de ses travaux en mécanique. Ce Prix International est décerné chaque année et réservé à un spécialiste de mécanique ou de physique mathématique.

PRIX AMPÈRE

Le Prix Ampère (200 000 F) est attribué à monsieur Christophe SOULE, directeur de recherche au CNRS à l'IHF à Gif sur Yvette.

PRIX JOANNIDES

Le Prix Joannides (50 000 F) est attribué à monsieur Roger TEMAM, professeur à l'ESPCI à Paris.

PRIX JAFFÉ

Le Prix Jaffé (50 000 F) est attribué à monsieur Julien BOK, professeur à l'Université de Paris-Sud Orsay.

PRIX ROLLO-DAVIDSON

Le Prix Rollo-Davidson 1993 a été décerné à messieurs Gérard Ben Arous, professeur à l'Université de Paris-Sud et Robin Pemantle, professeur à l'Université de Wisconsin

LA S.M.F. CHANGE D'ADRESSE

Depuis le 26 octobre 1993, la Société Mathématique de France a changé de locaux, la nouvelle adresse :

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
INSTITUT HENRI POINCARÉ
11 RUE PIERRE ET MARIE CURIE
75005 PARIS
Secrétariat générale : 44 27 67 96
Secrétariat d'Astérisque et du Bulletin : 44 27 67 99
Secrétariat de l'Officiel et de la Gazette : 44 27 67 97
Fax : 40 46 90 96

NOUVELLES ET INFORMATIONS PRATIQUES DE L'I.H.P

(Pierre GRISVARD)

L'IHP traverse une période difficile, celle dite des finitions. Le bâtiment a été livré début Juillet terminé à 98 %. C'est par excessive naïveté que j'ai cru pouvoir l'ouvrir à une partie de ses futurs utilisateurs (Sociétés Savantes, Organisateurs de Séminaires) à la date du premier octobre 1993.

Avant de vous donner des informations pratiques sur le fonctionnement envisagé, je tiens à faire la mise au point suivante : les récriminations sont à adresser à moi-même pour le moment. Mes collaborateurs, comme l'ensemble de la communauté Mathématiques et Physique Théorique, subissent les actuels retards. Ils n'en sont aucunement responsables.

Voici maintenant les informations pratiques :

ORGANISATION GÉNÉRALE ET PROVISOIRE

Madame Bonny, gardienne logée sur place, est chargée de la surveillance du bâtiment (accueil et rondes de sécurité) avec l'aide de monsieur Bonny, agent de service. Nous assurerons ainsi avec l'aide d'un système d'alarmes, la sécurité des collections de la Bibliothèque et nous éviterons le retour de certains occupants clandestins (clochards entre autres).

Cette exigence de sécurité implique des contraintes pour les usagers. L'IHP sera normalement fermé la nuit, les week-ends et les cinq semaines encadrant le mois d'Août.

L'accès sera libre du lundi au vendredi de 9h à 18h.

L'accès sera possible pour les personnes possédant le numéro de code, du lundi au vendredi de 7h à 9h et de 18h à 21h, ainsi que le samedi de 7h à 21h.

Pendant les périodes normales de fermeture, l'utilisation de salles de l'IHP sera payante pour faire face aux frais supplémentaires d'accueil et d'entretien.

Les tarifs seront très différents selon qu'il s'agira ou non d'activités extérieures aux missions de l'IHP.

TÉLÉPHONE ET TÉLÉCOPIE

Les numéros du secrétariat général ne changent pas

Téléphone : 40 51 76 03

Télécopie : 43 25 40 67

SÉMINAIRES

La plupart pourront démarrer début Octobre au rez de chaussée de l'IHP. Nous demandons aux organisateurs des séminaires de respecter une forme normalisée d'annonce de séminaires que Monsieur Ardisson tient à leur disposition. Les réservations sont à faire auprès de monsieur Ardisson également. Aucun séminaire suivi ou conférence isolée ne pourra se tenir sans l'autorisation de l'administrateur.

BIBLIOTHÈQUE

Un grave dégât des eaux a conduit à repousser de six semaines le retour des ouvrages. Dans ces conditions la réouverture au public, initialement prévue début Février 1994, devra sans doute être retardée de quelques semaines.

Les numéros de la bibliothèque changent :

Téléphone : 44 07 05 35

Télécopie : 44 07 05 27

MAISON DES MATHÉMATIQUES

Les Sociétés Savantes (SMF, SMAI, SSF) et diverses associations emménageront courant Octobre 1993 avec un peu de retard sur le planning prévu initialement.

Leurs numéros de téléphones sont :

SMAI : 44 07 03 73

SMF : 44 27 67 96

SSF : 44 07 04 74

CENTRE EMILE BOREL

Il débutera ses activités le 1er Février 1994 avec le semestre de géométrie symplectique organisé par F. Laudenbach et C. Viterbo.En bref en voici la structure :

PROGRAMME SCIENTIFIQUE : La topologie symplectique et ses rapports avec des questions de dynamique hamiltonienne constituent l'axe prioritaire du projet. Certains autres aspects de la géométrie symplectique seront développés.

COURS : V. Arnold (Paris-Dauphine) : Singularités en géométrie symplectique et de contact.

Y. Eliashberg (Stanford), E. Giroux (ENS Lyon) : Topologie de contact en dimension 3.

H. Hofer (ETH Zurich), C. Viterbo (Paris-Sud) : Métodes variationnelles en géométrie symplectique.

A. Weinstein (U.C. Berkeley) : Géométrie de l'approximation semi-classique en mécanique quantique.

AUTRES ACTIVITES : Groupe de travail et séminaires hebdomadaires. Colloque organisé par le séminaire Sud-Rhodanien.

AUTRES INTERVENANTS : M. Audin (Strasbourg), D. Bennequin (Paris 7), J. Franks (Northwestern), A. Givental (Berkeley), M. Herman (Polytechnique), M. Karasev (Moscou), J. Krichever (Institut Landau), Y. Kosmann (Polytechnique), J. Mather (Princeton), L. Polterovitch (Tel Aviv), J.C. Sikorav (Toulouse 3).

Pour plus de renseignements prière de consulter les affiches qui ont été adressées aux laboratoires.

COMMUNIQUÉ DE L'I.H.P

Les Mathématiciens et Physiciens théoriciens désireux d'organiser des séminaires dans les locaux de l'Institut Henri Poincaré (I.H.P) à partir d'octobre 1993 sont priés d'adresser leurs demandes dès à présent.

Ces demandes devront préciser :

— Le titre du séminaire

— L'horaire souhaité

— L'audience prévue

— Quelques lignes de programme scientifique.

L'ensemble de ces demandes sera soumis au Conseil Scientifique de l'I.H.P. Rappelons qu'il est possible d'envisager une succession de séminaires et groupes de travail pour créer une journée thématique hebdomadaire. Il est possible d'organiser, avec le soutien de l'I.H.P, des journées isolées sur un thème donné ("Journées I.H.P"). Dans ce dernier cas la coutume veut qu'une des conférences au moins soit un exposé de présentation du sujet.

COMMUNIQUÉ CNRS - IMA

Le CNRS est devenu un membre associé de l'IMA (Institute for Mathematics and its Application) de Minneapolis. Les français souhaitant participer aux programmes de cet institut peuvent bénéficier dès maintenant de diverses facilités ceci dans la mesure des places disponibles.

Les demandes devront être adressées à :
Prof. H. BREZIS
Université Pierre et Marie Curie
Analyse Numérique, tour 55-65 - 5ème étage
4 Place Jussieu
75 252 Paris cedex 05
fax : 44 27 72 00

avec une copie à :
Prof. A. FRIEDMAN
IMA
514 Vincent Hall
206 Church Street S.E.
Minneapolis, MN., 55455

Les candidats devront préciser les programmes auxquels ils souhaitent participer ainsi que la durée prévue de leur séjour. Ils joindront un Curriculum Vitae et une liste de publications. Les programmes à venir sont :

— Applications émergeantes des probabilités (1993-1994)

— Ondes et scattering (1994-1995)

— Méthodes mathématiques en sciences des matériaux (1995-1996)

RECTIFICATIF : RÉSULTATS AU CAPES DE MATHÉMATIQUES DANS L'ACADÉMIE DE CRÉTEIL

Dans les données fournies dans le numéro du mois d'avril 1993 sur le CAPES de Mathématiques, les résultats fournis pour l'IUFM de Créteil concernent les 30 étudiants ayant suivi la préparation à Villetaneuse. Il faut ajouter au nombre des reçus 10 étudiants ayant suivi la préparation à Paris.

SECONDE ÉPREUVE DU CAPES EXTERNE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve professionnelle du CAPES externe est désormais remplacée par une "épreuve sur dossier". Dans sa conception, cette épreuve est proche de l'option 2 de l'épreuve professionnelle, avec toutefois une différence importante dans son fonctionnement quant à l'utilisation de calculatrices et documents personnels.

"Epreuve sur dossier" : Cette épreuve comporte un exposé suivi d'un entretien avec les membres du jury. Elle prend appui sur des documents proposés par le jury. Elle a pour objet la présentation d'un choix d'exemples et d'exercices sur un thème donné.

Le candidat a le choix entre deux sujets fixés par le jury. Chacun d'eux précise l'étendue du thème, fournit, le cas échéant, des indications sur les outils et méthodes à exploiter, des extraits des programmes et conseille une documentation.

Cette épreuve est axée sur l'étude, à travers un choix d'exercices, d'un type de problème mathématique. Le terme "exercice" est à prendre au sens large ; il peut s'agir d'applications directes du cours, d'exemples ou contre-exemples venant éclairer une méthode, de situations plus globales ou plus complexes utilisant éventuellement des notions prises dans d'autres disciplines.

Le candidat doit, pendant sa préparation, rédiger, sur des fiches qui lui sont fournies, un résumé des commentaires qu'il compte développer dans son exposé et les énoncés des exercices qu'il propose. Ces énoncés comporteront, s'il y a lieu, un découpage en questions marquant les étapes de l'étude à mener ou fournissant des indications sur la méthode de résolution. La qualité de ces fiches intervient dans l'appréciation de l'épreuve.

Le candidat dispose des ouvrages de la bibliothèque du CAPES. Une liste en est jointe au rapport du concours précédent mais elle s'enrichit chaque année d'ouvrages, publications ou manuels récents. Il peut aussi en apporter lui-même. Ceux-ci doivent être imprimés, vendus dans le commerce et ne pas comporter de notes manuscrites. Le jury les contrôle et peut s'opposer à l'utilisation de certains, s'il juge qu'elle risque de dénaturer l'épreuve. Tout document personnel est interdit. Les seules calculatrices autorisées sont celles qui peuvent être empruntées à la bibliothèque du CAPES.

Au début de l'épreuve, le candidat remet ses fiches au jury. Il dispose des notes écrites pendant sa préparation sur du papier qui lui a été fourni, et de la documentation qu'il a utilisée.

Il explique dans son exposé la façon dont il a compris le sujet qu'il a retenu et les objectifs recherchés dans ses exercices : acquisition de connaissances, de méthodes, de *techniques, évaluation. Il analyse la pertinence des différents outils mis en jeu. Le jury choisit dans sa liste ceux des exercices qu'il lui demande de résoudre.*

L'entretien porte aussi bien sur la présentation des exercices que sur leur résolution effective. Il permet d'approfondir certains points, de vérifier l'étendue de la réflexion du candidat, de s'assurer de la solidité de ses compétences sur des questions qu'il a abordées dans ses fiches et, plus généralement, sur le sujet .

Quelques questions simples portant sur l'organisation des établissements scolaires du second degré seront posées à la fin de l'entretien.

Pour la totalité de l'épreuve, le jury tiendra compte, d'une part des qualités de l'expression, d'argumentation et de raisonnement du candidat, d'autre part de son autonomie par rapport à ses notes.

CNU 25ème SECTION BILAN DE LA SESSION DE QUALIFICATION DE MARS 1993

(préparé par L. ILLUSIE et G. SCHIFFMANN)

La commission 2 a examiné, au cours de sa réunion des 2, 3 et 4 mars 1993, les questions d'inscription sur les listes de (E L) qualification aux fonctions de maître de conférences et de professeur.

1. POLITIQUE D'INSCRIPTION

Sur la liste des maîtres de conférences, les candidats titulaires d'une thèse récente ont été généralement qualifiés, sauf dans quelques cas exceptionnels où le niveau de la thèse était apparu insuffisant. Dans le cas d'une thèse plus ancienne, la commission vérifiait si le candidat avait eu une activité de recherche récente appréciable, ayant donné lieu à publication.

Pour la qualification aux fonctions de professeur, le critère essentiel était le niveau et la quantité de la recherche au cours des dernières années, manifestés par des publications dans des revues à comité de lecture. Lorsqu'il s'agissait de thèses de doctorat d'Etat ou d'habilitations récentes, la discussion était en général aisée. Elle devenait plus délicate dans le cas de thèses d'Etat anciennes. La commission prenait alors en compte l'ensemble du cursus du candidat.

2. QUELQUES STATISTIQUES

	MC	*PR*
CANDIDATS	*282*	*156*
Oui	*144*	*93*
Non	*138*	*63*
DONT		
Dossiers non parvenus	*36*	*13*
Diplômes absents	*25*	*6*
Ne relevant pas de la 25ème section	*34*	*6*

3. REMARQUE SUR LA PRESENTATION DES DOSSIERS

La commission souhaite attirer l'attention des candidats sur la nécessité de préparer minutieusement leurs dossiers. Voici quelques points qui lui paraissent importants. Une copie de l'Annexe B doit être jointe au dossier. En ce qui concerne les diplômes, qu'il s'agisse d'une thèse, d'une thèse d'Etat, d'une habilitation, ou de diplômes étrangers, il faut indiquer le titre du travail, le nom du directeur de thèse, la date et le lieu de la soutenance, et la liste des membres du jury. Dans le cas d'une thèse, l'attestation de soutenance doit figurer dans le dossier, avec, si possible, une copie du rapport de soutenance (selon la réglementation actuelle, la date limite de soutenance est la veille de la délibération de la commission ; il convient toutefois de prévoir une marge suffisante pour la commission puisse disposer des documents précités). Dans la liste des publications, il y a lieu de distinguer soigneusement entre "en préparation", "soumis", et "à paraître" (= "accepté"); dans le cas d'un article à paraître, il serait souhaitable d'inclure une copie de la lettre d'acceptation de la revue. Une notice explicative des travaux est toujours la bienvenue. Pour la qualification aux fonctions de professeur, le candidat doit recenser, dans son curriculum vitae, tous les postes qu'il a occupés, et détailler les divers volets de son activité (recherche, enseignement, administration) ; pour les activités de recherche, il ne faut pas omettre de mentionner, le cas échéant, les invitations et séjours à l'étranger, les cours de 3ème cycle, et les tâches d'encadrement.

Par ailleurs, sur la question des spécialités, la commission rappelle que : (a) les probabilités et la didactique sont rattachées à la 26ème section (b) un candidat inscrit sur la liste de qualification (aux fonctions de maître de conférences ou de professeur) peut se présenter aux concours de recrutement correspondants, quelle que soit la discipline dans laquelle est ouvert l'emploi et quelle que soit la section dans laquelle il a été qualifié (référence : lettre du ministre de l'Education nationale et de la culture du 22 mai 1992, DPES 2 n° 495).

Enfin, la commission rappelle que les motifs de refus sont communiqués aux candidats qui en font la demande auprès de la DPES 4, 45, rue des Saints-Pères, 75006 Paris.

AVERTISSEMENT

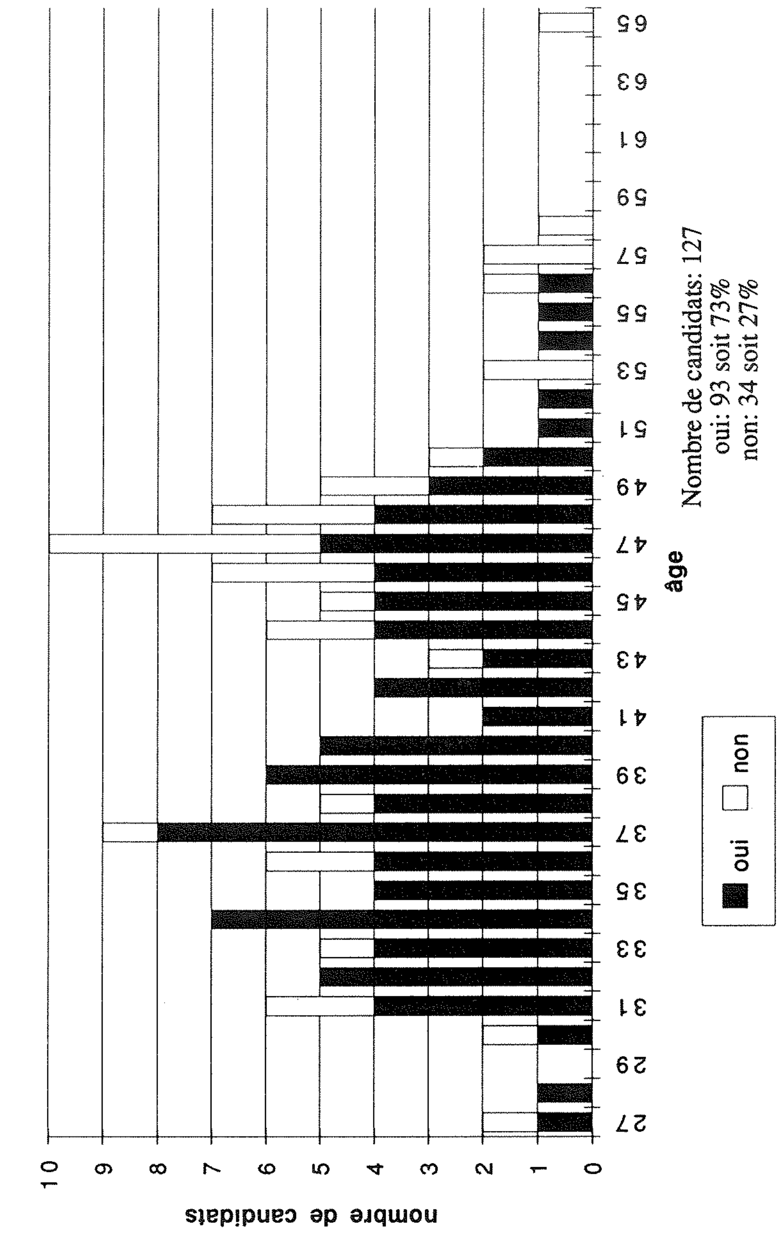
Les graphiques qui suivent ne concernent que les dossiers administrativement recevables (thèse ou habilitation antérieures à la réunion du CNU) et considérés comme relevant "scientifiquement" de la 25ème section. Quelques informations se sont perdues en route ce qui explique les légers écarts numériques que l'on peut constater entre les diagrammes et en rapport aux statistiques du 2 n°.

Voici quelques remarques complémentaires :

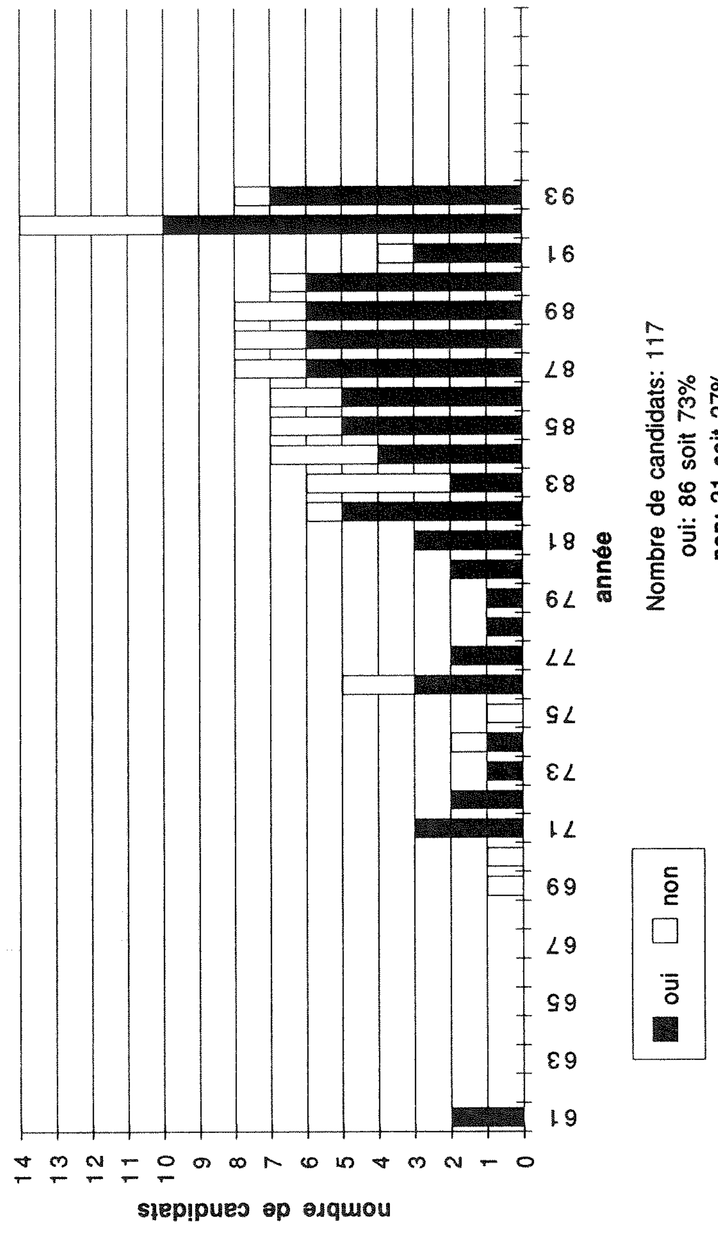
PROFESSEURS : *Sur 127 (93 oui ; 34 non) candidats, 65 (44 oui ; 21 non) sont français et 63 étrangers (50 oui ; 13 non). Sur les 63 étrangers 52 (42 oui ; 10 non) sont titulaires d'une thèse étrangère de sorte qu'environ 60 % des candidats ont été formés en France.*

MAITRES DE CONFERENCES : *Sur 183 candidats (139 oui ; 44 non), 84 (68 oui ; 16 non) sont français et 99 (71 oui, 28 non) étrangers. Sur les 99 étrangers 37 (27 oui ; 10 non) sont titulaires d'une thèse étrangère de sorte qu'environ 80 % des candidats ont été formés en France.*

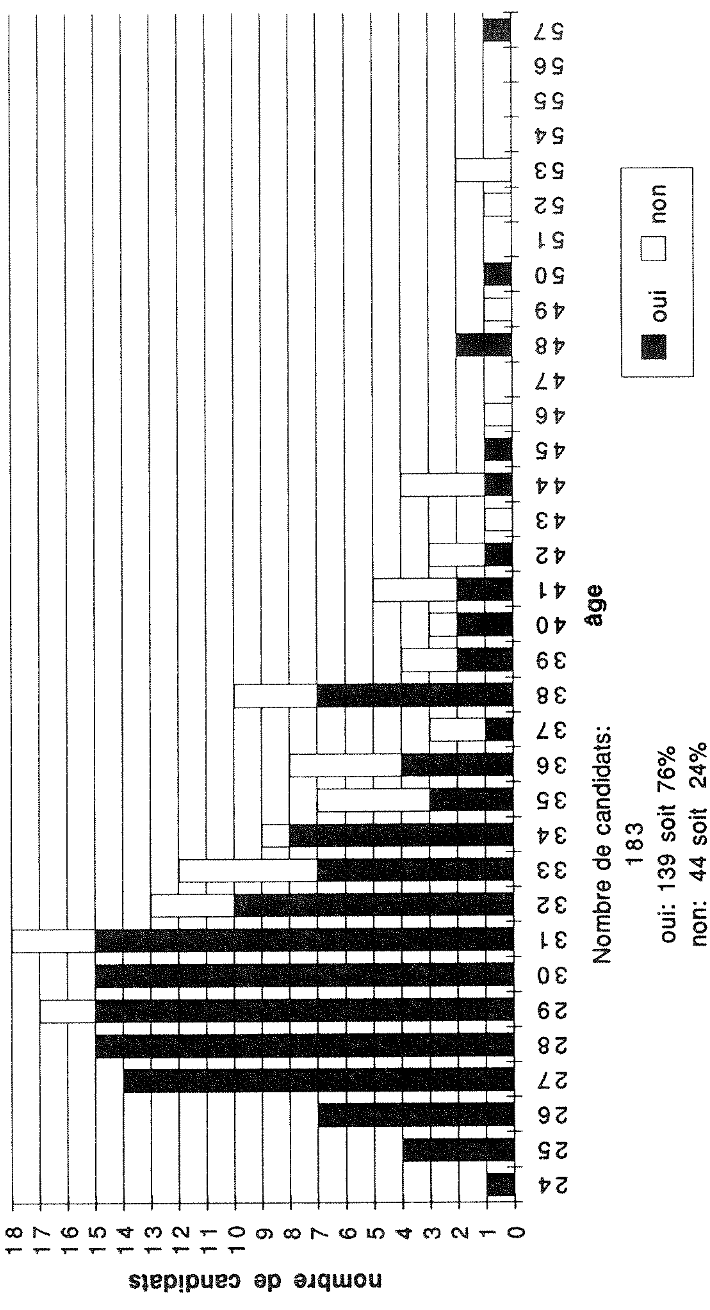
Candidats Professeurs, classés par âge, au 1/6/93 (25ème section, 1993)

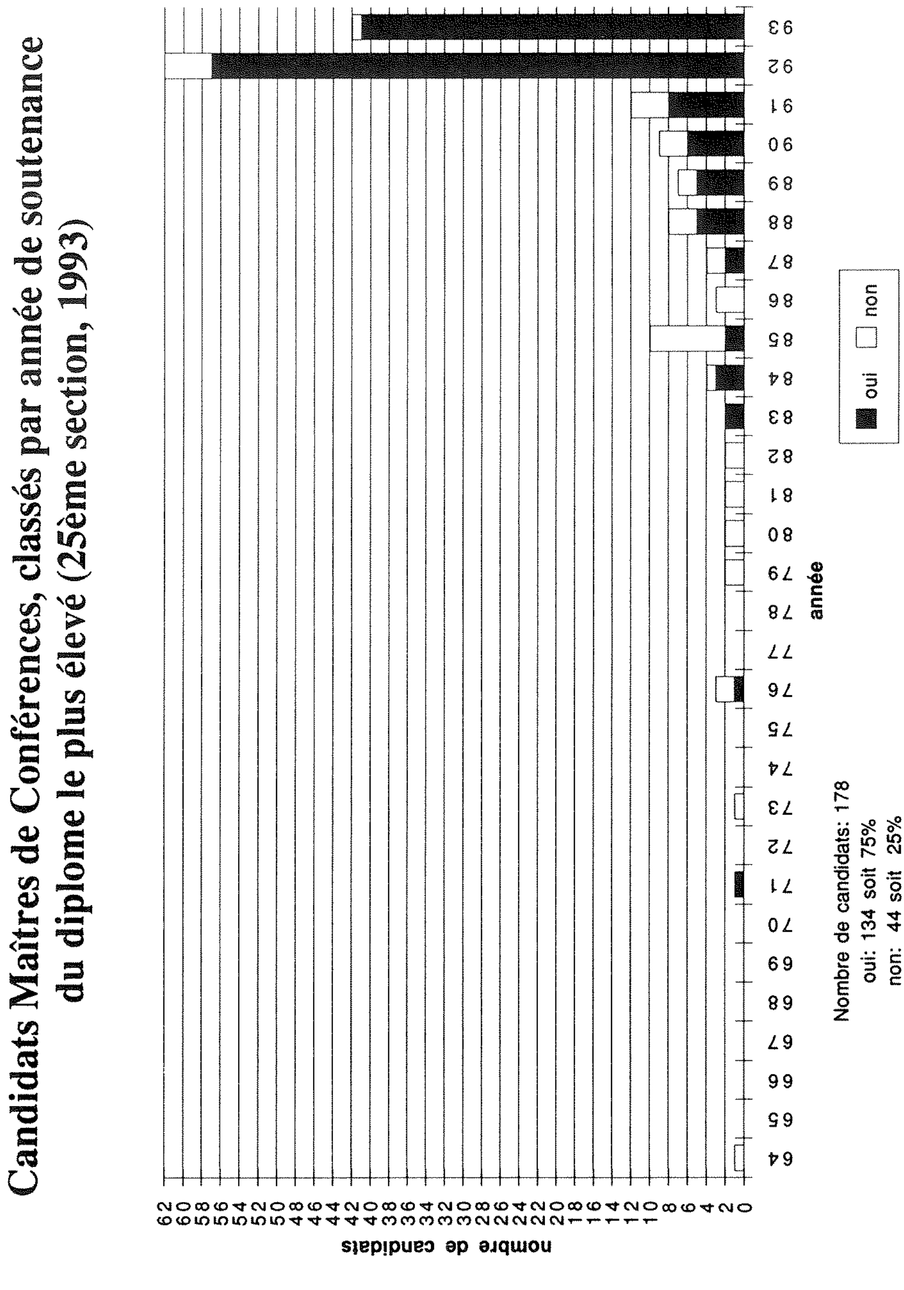


Candidats Professeurs, classés par année de soutenance du diplome le plus élevé (25ème section, 1993)



Candidats Maîtres de Conférences, classés par âge, au 1/6/93
(25ème section, 1993)




Candidats Maîtres de Conférences, classés par année de soutenance
du diplome le plus élevé (25ème section, 1993)
nombre de candidats
année
oui
non
Nombre de candidats: 178
oui: 134 soit 75%
non: 44 soit 25%

CNU 25ème SECTION BILAN DE LA SESSION DE GESTION DES CARRIÈRES DE JUIN 1993

(préparé par M. RAIS)

La Commission 1 de la section 25 du Conseil National des Universités s'est réunie les 14, 15 et 16 juin 1993, pour traiter des questions suivantes, inscrites à l'ordre du jour fixé par le Ministère :

- Avancement au choix dans les corps des Professeurs des Universités, des Maîtres de Conférences et, éventuellement des Maîtres-Assistants.

- Demande de reclassement au titre des articles 5, 6 ou 7 du décret 85-465 du 26 avril 1985.

- Attribution de congés pour recherches ou conversions thématiques.

Une réunion préparatoire, restreinte au bureau, avait eu lieu le 28 avril, au cours de laquelle en particulier un rapporteur (membre de la Commission) a été désigné pour chaque candidature.

1. AVANCEMENT AU CHOIX DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS

L'avancement au choix se fait depuis la mise en place en 1992 de la nouvelle procédure suivant trois voies différentes :

Voie 1 : *avancement sur contingent d'établissement (phase locale) puis sur contingent des sections du CNU (phase nationale). Dans les deux phases, le nombre de promotions possibles est notifié par le Ministère, respectivement à chaque établissement et à chaque section du CNU.*

Voie 2 : *avancement sur contingent des sections du CNU, réservé aux enseignants chercheurs des établissements à effectifs restreints, et éventuellement aux Présidents (ou Directeurs) d'établissements ayant renoncé à la voie 3. Suivant la lettre du Ministère du 19 mai 1993, valant notification des contingents de possibilités d'avancement, chaque section pouvait elle-même estimer le nombre des possibilités effectives dont elle disposait dans chaque grade, à partir des pourcentages promus/promouvables, prévus comme suit pour 1993 :*

MCF 1 : 39,9%, soit 2 (promotions possibles) pour 5 promouvables.

MCF HCL : 2,8%, soit 1 pour 36 promouvables.

PR 1 : 13,8%, soit 1 pour 7 promouvables.

CE 1 : 4,7%, soit 1 pour 21 promouvables.

CE 2 : 24,3%, soit 1 pour 4 promouvables.

Voie 3 : *avancement spécifique, réservé aux enseignants chercheurs assurant les fonctions pédagogiques ou administratives fixées par l'arrêté du 6 mars 1990. La procédure dans cette voie relève de la compétence de la réunion des bureaux des commissions des sections 25, 26 et 27 (constituant le groupe V du CNU), (laquelle réunion s'est tenue le 18 juin), et le nombre des promotions possibles, résultant des* *mêmes règles de calcul qu'en voie 2 et tenant compte, pour chaque grade, du nombre* **global** *de promouvables en 25 + 26 + 27, avait été modifié par le Ministère.*

1.1. PROMOTIONS A LA PREMIÈRE CLASSE DES MAÎTRES DE CONFÉRENCES

Voie 1 *: Il y avait 44 candidatures pour 14 promotions possibles, ce qui donne un pourcentage nombre de promotions/nombre de candidats égal à 31,8% (en 1992, on avait 36%), soit en gros une promotion pour trois candidatures. On notera, par rapport à 1992 où, d'après le bilan établi par la Commission 2 (session de gestion des carrières d'octobre 1992), il y avait assez peu de candidats jeunes, une évolution qui se traduit par l'arrivée de candidats recrutés récemment comme MC 2, qui sont soit relativement jeunes, soit plus âgés mais "surqualifiés" (habilités à diriger des recherches, inscrits sur la liste de qualification aux fonctions de Professeur...).*

Après délibérations et votes, la Commission a proposé les promotions suivantes à la première classe des Maîtres de Conférences :

ADJAMAGBO Kossivi (Paris VI), DENIS Laurent (Paris VI), DUMAS François (Clermont II), HICKEL Michel (Bordeaux I), KURDYKA Krzysztof (Savoie), LEROY André (Valenciennes), MAMMONE Pasquale (Lille I), NUSS Philippe (Strasbourg I), PAPADOPOULOS Ioannis (Brest), PAUL Emmanuel (Toulouse III), RIBEIRO Carlos (Lille I), SCHNEIDERS Jean-Pierre (Paris XIII), XU Quanhua (Paris VI), ZAROUF Fouad (Bordeaux I).

En complément, on trouvera ci-dessous la liste des 11 "promus locaux" à ce même grade, relevée dans un document du Ministère :

BERTELOOT François (Lille I), BOULKHEMAIR Abdeslam (Nantes), DESGRAUPES Bernard (Paris X), GREKOS Georges (Saint-Etienne), HURTEVENT Jacques (Toulouse III), IORDAN Andrei (Paris VI), IOOSS-LABOURIE Marie-José (Saint-Etienne), LE STUM Bernard (Rennes I), SLUPINSKI Markus (Strasbourg I), STROUSE-ESTERLE Elisabeth (Bordeaux I), TOUBIANA Eric (Dijon).

Voie 2 *: Le nombre de promouvables étant 4 (tous candidats), la section 25 avait "droit" à 1,6 promotions. Après délibération et vote, la Commission a classé trois candidatures. Suite à la réunion des bureaux du groupe et à l'autorisation accordée par le Ministère de faire un* **calcul global** *du nombre possible de promotions dans cette voie 2 (comme dans la voie 3), les 9 promotions possibles pour le groupe ont été réparties comme suit : 2 en 25, 3 en 26 et 4 en 27. En conséquence, ont été promus à la première classe en section 25 dans cette voie 2 :*

TAN Lei (ENS Lyon), GERBOUD Gilbert (IUFM Amiens).

Voie 3 *: Le nombre de promouvables étant 2 (tous deux candidats), la section 25 avait droit à 0,8 promotion. Suite à la réunion des bureaux du groupe,*

ESCOLA-MATHE Nicole (INSA Toulouse)

a été proposée à la promotion MCF 1.

Total des promotions MCF 1 en 1993 :

Voie 1 : *11 locales + 14 CNU = 25* — **Voie 2** : *2* — **Voie 3** : *1* *(28)*

Pour mémoire, en 1992 :

Voie 1 : *12 locales + 9 CNU = 21* — **Voie 2** : *2* — **Voie 3** : *3* *(26)*

1.2. PROMOTIONS A LA HORS-CLASSE DES MAÎTRES DE CONFÉRENCES

Voie 1 : *Il y avait 106 candidats et 3 promotions possibles (en 1992 : 135 candidats et 12 promotions) (explication par le Ministère du nombre ridiculement faible des promotions : il n'y a pas eu au budget 93 de création de promotions dans ce grade). La Commission s'est efforcée de distinguer les candidats ayant eu une activité notable à la fois en recherche, enseignement, administration. Après délibérations et votes, elle a proposé :*

LALANNE Jean-Claude (Bordeaux I), MAYET René (Lyon I), RICHAUD Michèle (Paris XI).

A titre d'information, les promus locaux à ce grade sont :

BOURDAUD Gérard (Paris VII), DELMER Francine (Bordeaux I), FLANCHEC Annick (Nantes), MEYER Jean-Claude (Paris XI).

Voie 2 : *Le nombre de promouvables étant nul dans la section 25 (et égal à 3 globalement pour le groupe), il n'y avait aucune promotion possible.*

Voie 3 : *Les nombres de promouvables et de candidats par section du groupe étaient :*

SECTIONS	25	26	27	*TOTAL*
Promouvables	62	75	71	208
Candidats	38	47	50	135

Le nombre de promotions fixé par le Ministère était de 6. Suite à la réunion des bureaux du groupe, ont été proposés à la promotion au titre de la section 25 :

BARRAT Pierre (Paris VII), LAZARE-PESENTI Danielle (Paris XI).

Total des promotions MCF HCL en 1993 :

Voie 1 : *4 locales + 3 CNU = 7* — **Voie 2** : *0* — **Voie 3** : *2* *(9)*

Pour mémoire, en 1992 :

Voie 1 : *7 locales + 12 CNU = 19* — **Voie 2** : *0* — **Voie 3** : *5* *(24)*

1.3. PROMOTIONS A LA PREMIERE CLASSE DES PROFESSEURS

Voie 1 : *Il y avait 122 candidats pour 14 promotions possibles (en 1992 : 109 candidats pour 14 promotions). Après délibérations et plusieurs votes, la Commission a proposé au grade de PR 1 :*

CAHEN Paul (Aix-Marseille III), EGOROV Yuri (Toulouse III), EL KACIMI ALAOUI Aziz (Valenciennes), GASQUI DE SAINT JOACHIM Jacques (Grenoble

> *I), KHENKINE Guennadi (Paris VI), LEVASSEUR Thierry (Poitiers), MATHIEU Olivier (Paris VII), MERLE Michel (Nice), NGUYEN QUANG DO Thong (Besançon), PETKOV Vesselin (Bordeaux I), POIZAT Bruno (Lyon I), SAVAETE-CHOLLET Anne-Marie (Lille I), WINTENBERGER Jean-Pierre (Strasbourg I), ZINMEISTER Michel (Orléans).*

A titre d'information, les promus locaux à ce grade sont (au nombre de 13) :

> *CATHELINEAU Jean-Louis (Nice), COUPET Bernard (Aix-Marseille I), DIERS Yves (Valenciennes), DUFRESNOY Alain (Grenoble I), ESCASSUT Alain (Clermont II), GRAMAIN François (Saint-Etienne), HOUDEBINE Jean (Rennes I), LEGRAND André (Toulouse III), LOEB Jean-Jacques (Angers), RABY Gilles (Poitiers), SCHWARTZ Lionel (Paris XIII), TANRE Daniel (Lille I), VITERBO Claude (Paris XI).*

Voie 2 : *Il y avait 15 promouvables (on pouvait donc compter sur 2 promotions) et 11 candidats. La Commission a classé 4 candidats. A la réunion des bureaux du groupe (le nombre de promouvables était 23 en section 26 et 12 en section 27), l'accord s'est fait sur la répartition suivante des 7 promotions possibles : 2 en section 25, 4 en section 26, 1 en section 27. Ont donc été promus PR 1 en section 25 :*

> *FATHI Albert (ENS Lyon), PERRIN Daniel (IUFM Versailles).*

Voie 3 : *Les nombres de promouvables et candidats par section du groupe étaient :*

SECTIONS	25	26	27
Promouvables	18	20	24
Candidats	13	20	19

et le nombre de promotions fixé par le Ministère était 9. Suite à la réunion des bureaux du groupe, l'accord s'est fait sur la répartition de 3 promotions par section. Les proposés à la promotion pour la section 25 sont :

> *MATHIEU Yves (Aix-Marseille I), MERINDOL Jean-Yves (Strasbourg I), PAGE Annie (Poitiers).*

Total des promotions PR 1 en 1993 :

Voie 1 : *13 locales + 14 CNU = 27* — **Voie 2** : *2* — **Voie 3** : *3* *(32)*

Pour mémoire, en 1992 :

Voie 1 : *9 locales + 14 CNU = 23* — **Voie 2** : *2* — **Voie 3** : *2* *(27)*

1.4. PROMOTIONS A LA CLASSE EXCEPTIONNELLE (PREMIER ECHELON) DES PROFESSEURS

Voie 1 : *Il y avait 66 candidats pour 4 promotions. A l'issue des délibérations et votes, ont été proposés à la promotion :*

> *DESHOUILLERS Jean-Marc (Bordeaux II), HELFFER Bernard (Paris XI), LANNES Jean (Paris VII), ROUSSARIE Robert (Dijon).*

Liste des promotions locales à ce grade :

AMICE Yvette (Paris VII), DEMAILLY Jean-Pierre (Grenoble I), METIVIER Guy (Rennes I).

Voie 2 : *Il y avait, en section 25, 4 promouvables et 2 candidats, et au total pour le groupe, 17 promouvables et 8 candidats. En principe, aucune promotion n'était possible à ce grade et dans cette voie.*

Voie 3 : *Les nombres de promouvables dans les sections 25, 26 et 27 respectivement, étaient 11, 15 et 18, et il y avait 2 promotions possibles. Au cours de la réunion des bureaux du groupe, l'accord s'est fait sur une promotion en section 25 et une en section 26. Est donc proposé à la promotion CE 1 :*

MELA Jean-François (Paris XIII).

Total des promotions CE 1 en 1993 :

Voie 1 : *3 locales + 4 CNU = 7* — **Voie 2** : *0* — **Voie 3** : *1* *(8)*

Pour mémoire, en 1992 :

Voie 1 : *7 locales + 4 CNU = 11* — **Voie 2** : *0* — **Voie 3** : *0* *(11)*

1.5. PROMOTIONS AU DEUXIEME ECHELON DE LA CLASSE EXCEPTIONNELLE DES PROFESSEURS

Voie 1 : *Il y avait 14 candidats et 3 promotions possibles. Après délibération et votes, les promotions suivantes ont été proposées :*

BEAUVILLE Arnaud (Paris XI), BROUE Michel (Paris VII), PESKINE Christian (Paris VI).

Liste des promotions locales à ce grade :

MENDES-FRANCE Michel (Bordeaux I), SCHIFFMANN Gérard (Strasbourg I).

Voie 2 : *Il y avait 1 promouvable (non candidat) en section 25 et 0 en 26 et 27. Il n'y avait donc aucune promotion possible à ce grade dans cette voie.*

Voie 3 : *Les nombres de promouvables et de candidats par section du groupe étaient :*

SECTIONS	25	26	27
Promouvables	2	1	3
Candidats	2	0	2

et il y avait une promotion possible. L'accord s'est fait à la réunion des bureaux du groupe sur le candidat proposé par la section 25 :

DRESS François (Bordeaux I)

Total des promotions PR CE 2 en 1993 :

Voie 1 : *2 locales + 3 CNU = 5* — **Voie 2** : *0* — **Voie 3** : *1* *(6)*

Pour mémoire, en 1992 : idem partout !

2. DEMANDES DE RECLASSEMENT

La Commission a examiné les demandes de reclassement et a fait les propositions compatibles avec les textes réglementaires (décret 85-465 du 26 avril 1985).

3. ATTRIBUTION DE CONGÉS POUR RECHERCHE OU CONVERSIONS THÉMATIQUES

La Commission a donné un avis favorable aux demandes qui étaient faites, le total des semestres demandés étant cette année égal à celui accordé par le Ministère (6 semestres) :

COUILLENS Michèle (Paris VII) : 1 semestre - GONZALES-SPRINGER Gérard (Grenoble I) : 2 semestres - NGUYEN QUANG DO Thong (Besançon) : 1 semestre - ROBIANO Luc (Paris XII) : 1 semestre - SIMON Alice (Orléans) : 1 semestre.

QUELQUES APPLICATIONS LIÉES AUX FONCTIONNELLES ANALYTIQUES

Raphaële SUPPER

Institut de Recherche Mathématique Avancée, URA 001 du CNRS, Strasbourg

0. Introduction

0.1 On se propose d'exposer ici une méthode, basée sur les fonctionnelles analytiques et leurs transformations (transformation de Fourier-Borel, transformations G et $\widetilde{G}$), qui possède des applications en différents domaines (fonctions entières arithmétiques, polynômes orthogonaux, fonctions harmoniques ...) entre lesquels les fonctionnelles analytiques apparaissent ainsi comme un trait d'union.

0.2 Voici, à titre d'exemple, un échantillon de quatre types de résultats obtenus, de façon unifiée, grâce à cet outil des fonctionnelles analytiques :

A. *On peut "complexifier", pour t fixé dans $]-1,1[$, la famille des polynômes de Chebyshev de première espèce $C_n(t)$, à savoir : il existe une fonction entière f_t, de type exponentiel $< \pi$, telle que $f_t(n) = C_n(t)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$.* (Voir paragraphe 6 ci-dessous.)

B. *Toute fonction entière f de type exponentiel $< \pi$ telle que $f(n) = 0$ pour tout $n \in \mathbf{N}$ est identiquement nulle. Il en est de même pour les fonctions entières de type exponentiel < 1 telles que $f^{(n)}(n) = 0$ pour tout $n \in \mathbf{N}$.* (Voir paragraphe 4.)

C. *Soit f une fonction entière de type exponentiel $a < 1$ telle que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $f^{(n)}(n)$ soit un entier d'un corps quadratique imaginaire fixé. On définit a_0, a_1 et λ (valeurs approchées $0,678\ldots$, $0,616\ldots$ et $0,567\ldots$ respectivement) telles que, si $a < a_0$, f est un polynôme exponentiel, qui se réduit à $P(z) + Q(z)\,\lambda^{-z}$ si $a < a_1$ (P et Q deux polynômes) et même à un polynôme si $a < \lambda$.* (Voir paragraphe 5.)

D. *Soit $u(x, y)$ une fonction harmonique de type exponentiel $< \pi$ ne*

0.3 La transformation G a été introduite en 1976 par V.Avanissian et R.Gay (voir [AG]) et son application à des problèmes de "complexification" (résultats du type de l'énoncé A ci-dessus) remonte à 1988 (voir [A2] et [A3]). La modification de cette transformation G (en la transformation $\widetilde{G}$) a été motivée par le fait que certaines familles de fonctions (par exemple les polynômes de Hermite) échappaient à ce processus de complexification (voir paragraphe 6 ci-dessous).

0.4 Pour simplifier l'exposé et alléger les notations, on se restreint volontairement au cas d'une seule variable ; mais les énoncés proposés aux paragraphes 4 et 5 sont "disponibles" en plusieurs variables (voir [AG], [Ba], [G] et [Y]).

1. Les fonctionnelles analytiques : principales définitions.

1.1 Soit $\mathcal{H}(\mathbf{C})$ l'espace des fonctions *entières* dans $\mathbf{C}$ (i.e. holomorphes dans $\mathbf{C}$ tout entier). On munit cet espace de la topologie de la convergence uniforme sur tout compact de $\mathbf{C}$ et on note $\mathcal{H}'(\mathbf{C})$ son dual.

1.2 Les fonctionnelles analytiques sont les éléments de ce dual. Autrement dit, une forme linéaire $T : f \mapsto \langle T, f\rangle$ sur $\mathcal{H}(\mathbf{C})$ est une *fonctionnelle analytique* s'il existe un compact K de $\mathbf{C}$ et une constante $c_K > 0$ tels que :

$$|\langle T, f\rangle| \leq c_K \sup_{z\in K} |f(z)|$$

pour toute fonction entière f.

1.3 Soit K un compact. Une fonctionnelle analytique T est dite *portable par* K si, pour tout voisinage relativement compact V de K, il existe une constante M_V telle que :

$$|\langle T, f\rangle| \leq M_V \sup_V |f|$$

pour toute $f \in \mathcal{H}(\mathbf{C})$.

Ainsi, une fonctionnelle analytique portable par K est également portable par tout compact contenant K et en particulier par son enveloppe convexe.

On notera $\mathcal{H}'(\mathbf{C}, K)$ l'espace des fonctionnelles analytiques portables par K.

1.4 Ces premières définitions peuvent établir une ressemblance trompeuse avec les distributions. Certes une distribution à support compact peut être considérée comme une fonctionnelle analytique (portable par un compact contenu dans $\mathbf{R}$), mais la réciproque est fausse. Considérons, en guise de contrexemple, la fonctionnelle analytique T définie par :

$$\langle T, f\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n!)^2} f^{(n)}(0)$$

pour toute $f \in \mathcal{H}(\mathbf{C})$. Elle est portable par l'origine. En effet, soient V un voisinage relativement compact de 0 et $\epsilon > 0$ tel que $\{|z| = \epsilon\} \subset V$. Alors, pour toute $f \in \mathcal{H}(\mathbf{C})$:

$$\frac{1}{n!} f^{(n)}(0) = \frac{1}{2i\pi} \int_{|z|=\epsilon} \frac{f(z)}{z^{n+1}}\, dz$$

d'où :

$$\frac{1}{n!} \left|f^{(n)}(0)\right| \leq \frac{1}{\epsilon^n} \max_{|z|=\epsilon} |f(z)|$$

c'est-à-dire :

$$|\langle T, f\rangle| \leq \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!\,\epsilon^n}}_{=e^{1/\epsilon}=M_V} \sup_V |f|$$

Mais cette fonctionnelle analytique n'est pas une distribution. On sait en effet qu'une distribution portable par l'origine est une combinaison linéaire de dérivées de distributions de Dirac à l'origine : $\sum_{0 \leq n \leq N} c_n \delta^{(n)}$, ce qui n'est évidemment pas le cas pour T.

1.5 Soient K un compact et V un ouvert contenant K. On note $\mathcal{H}(V)$ l'espace des fonctions holomorphes dans V, muni de la topologie de la convergence uniforme sur tout compact de V.

Toute fonctionnelle analytique portable par K est prolongeable en une forme linéaire continue sur $\mathcal{H}(V)$ (c'est une application du théorème de Hahn-Banach).

Ce prolongement est unique si V est un domaine de Runge (i.e. si $\mathcal{H}(\mathbf{C})$ est dense dans $\mathcal{H}(V)$). Notons que, si K est convexe, il possède un système fondamental de voisinages qui sont des domaines de Runge.

Pour plus de renseignements sur les fonctionnelles analytiques, on consultera [H], [L], [LG] et [M].

2. Transformation de Fourier-Borel. Fonctions entières de type exponentiel.

2.1 La transformée de Fourier-Borel d'une fonctionnelle analytique T portable par un compact K est la fonction entière, notée $\widehat{T}$, définie par :

$$\widehat{T}(z) = \langle T_\zeta, e^{z\zeta} \rangle$$

pour tout $z \in \mathbf{C}$.

Cette fonction entière $\widehat{T}$ est de type exponentiel, plus précisément, elle appartient à l'espace $Exp(\mathbf{C}, K)$ défini comme suit :

2.2 On notera $Exp(\mathbf{C}, K)$ l'espace des fonctions f entières dans $\mathbf{C}$ qui vérifient une estimation de la forme suivante : pour tout $\epsilon > 0$, il existe une constante $c_\epsilon > 0$ telle que :

$$|f(z)| \leq c_\epsilon \exp\left(H_K(z) + \epsilon |z|\right)$$

pour tout $z \in \mathbf{C}$, la fonction d'appui H_K du compact K étant définie par :

$$H_K(z) = \max_{\zeta \in K} \Re e(z\zeta).$$

2.3 Exemples de fonctions d'appui :

(i) pour le disque $K = \{|\zeta| = r\}$, $H_K(z) = r\,|z|$,

(ii) pour le pavé $K = \{|\Re e\,\zeta| \leq a, |\Im m\,\zeta| \leq b\}$, on a $H_K(z) = a\,|\Re e\,z| + b\,|\Im m\,z|$,

(iii) pour l'ellipse $K = \left\{\left(\frac{\Re e\,\zeta}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Im m\,\zeta}{b}\right)^2 \leq 1\right\}$, on a $H_K(z) = \sqrt{a^2(\Re e\,z)^2 + b^2(\Im m\,z)^2}$.

Remarque : si K est convexe, on démontre à l'aide du théorème de Hahn-Banach que :

$$K = \{\zeta : \Re e(z\zeta) \leq H_K(z)\, \forall z \in \mathbf{C}\}$$

2.4 On vérifie que $\widehat{T} \in Exp(\mathbf{C}, K)$ pour toute $T \in \mathcal{H}'(\mathbf{C})$ portable par K. Réciproquement :

Théorème. *Si K est convexe, la transformation de Fourier-Borel établit une bijection entre l'espace des fonctionnelles analytiques portables par K et l'espace $Exp(\mathbf{C}, K)$.*

Ce théorème a été démontré par Polyà et, dans le cas de plusieurs variables, par Ehrenpreis et Martineau (voir [H]).

2.5 Une fonction entière f est dite *de type exponentiel* s'il existe un disque $D_r = \{|z| \leq r\}$ tel que $f \in Exp(\mathbf{C}, D_r)$. Le nombre $\tau = \min\{r : f \in Exp(\mathbf{C}, D_r)\}$ est appelé *type* de f.

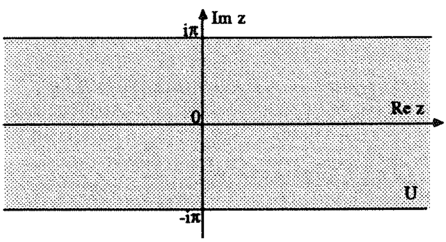
Par exemple, une fonction f avec une croissance de la forme :

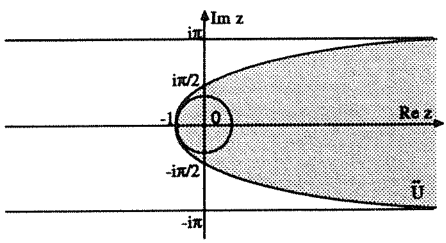
$$|f(z)| \leq A\, e^{a|z|} \qquad (\forall z \in \mathbf{C}) \tag{1}$$

est de type exponentiel $\tau \leq a$. En fait, $\tau = \inf\{a : f$ possède une estimation de la forme (1) $\}$.

3. Les transformations G et $\widetilde{G}$.

3.1 *Notations.* On considère la bande $U = \{z \in \mathbf{C} : |\Im m\, z| < \pi\}$ et l'ouvert $\widetilde{U} = \{\rho e^{i\theta} : 0 \leq \rho < \frac{\pi - |\theta|}{|\sin\theta|}, -\pi \leq \theta \leq \pi\}$ contenu dans U.





L'application exp (resp. l'application φ définie par $\varphi(z) = \frac{1}{z\, e^z}$) réalise un homéomorphisme analytique entre U (resp. $\widetilde{U}$) et $\mathbf{C} \setminus]-\infty, 0]$ (resp. $\mathbf{C} \setminus [-e, 0]$).

3.2 Soit T une fonctionnelle analytique portable par un compact K convexe contenu dans U (resp. $\widetilde{U}$). Sa transformée $G_K(T)$ (resp. $\widetilde{G}_K(T)$) est la fonction, holomorphe dans $\mathbf{C} \setminus \exp(-K)$ (resp. $\mathbf{C} \setminus \varphi(K^*)$), définie par

$$G_K(T)(z) = \langle T_\zeta, \frac{1}{1 - z\, e^\zeta} \rangle \qquad \left(\text{resp. } \widetilde{G}_K(T)(z) = \langle T_\zeta, \frac{1}{1 - z\,\zeta\, e^\zeta} \rangle \right)$$

3.3 Les applications suivantes sont bijectives :

$$K \subset U \qquad \boxed{\begin{array}{c}\textbf{fonctionnelles}\\ \textbf{analytiques}\\ \textbf{portables par } K\end{array}} \xrightarrow{\quad G_K \quad} \boxed{\begin{array}{c}\text{fonctions nulles à l'infini}\\ \text{holomorphes dans}\\ \mathbb{C} \setminus \exp(-K)\end{array}}$$

$$(0 \in K \subset \widetilde{U}) \qquad \boxed{\begin{array}{c}\textbf{fonctionnelles}\\ \textbf{analytiques}\\ \textbf{portables par } K\end{array}} \xrightarrow{\quad \widetilde{G}_K \quad} \boxed{\begin{array}{c}\text{fonctions}\\ \text{holomorphes dans}\\ \mathbb{C} \setminus \varphi(K^*)\end{array}}$$

(sans l'hypothèse $0 \in K$, $\widetilde{G}_K$ est seulement injective).

3.4 Au voisinage de l'origine, on a les développements en série de Taylor suivants :

$$G_K(T)(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \widehat{T}(n)\, z^n \qquad (K \subset U)$$

$$\widetilde{G}_K(T)(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \widehat{T^{(n)}}(n)\, z^n \qquad (K \subset \widetilde{U})$$

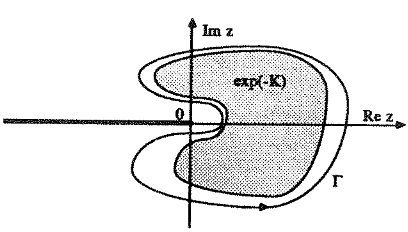
3.5 La fonctionnelle analytique T est reliée à sa transformée $G_K(T)$ (resp. $\widetilde{G}_K(T)$) par la relation suivante :

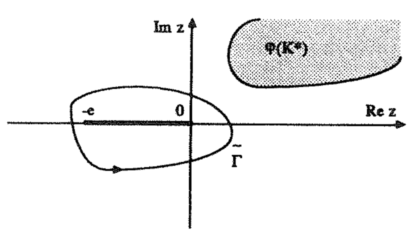
$$\mathcal{H}(\mathbf{C}) \ni f \mapsto \langle T, f \rangle = \frac{-1}{2i\pi} \int_\Gamma G_K(T)(z)\, f(-\log z)\, \frac{dz}{z}$$

respectivement :

$$\langle T, f \rangle = \frac{1}{2i\pi} \int_{\widetilde{\Gamma}} \widetilde{G}_K(T)(z)\, f(\varphi^{-1}(z))\, \frac{dz}{z}$$

où Γ (resp. $\widetilde{\Gamma}$) est un chemin fermé simple contenu dans $\mathbf{C}\setminus]-\infty, 0]$ (resp. $\mathbf{C} \setminus [-e, 0]$) entourant $\exp(-K)$ (resp. entourant $[-e, 0]$, $\varphi(K^*)$ étant contenu dans la composante connexe non bornée de $\mathbf{C} \setminus \widetilde{\Gamma}$) et orienté dans le sens trigonométrique.





4. Applications : théorèmes d'unicité et formules d'interpolation.

4.1 Les développements de Taylor 3.4. permettent de démontrer, à l'aide du théorème 2.4. et de l'injectivité des transformations G_K et $\widetilde{G}_K$ (Cf. 3.3.), les théorèmes d'unicité suivants :

Théorème 1. *Soient K un compact convexe contenu dans U et $f \in Exp(\mathbf{C}, K)$ telle que $f(n) = 0$ pour tout $n \in \mathbf{N}$. Alors f est identiquement nulle dans $\mathbf{C}$.*

Exemple : En choisissant pour K le disque $D_r = \{|z| \leq r\}$ $(r < \pi)$, on retrouve le théorème d'unicité pour les fonctions de type exponentiel $< \pi$ cité dans l'introduction.

Remarquer que la constante π est la meilleure possible, comme le montre la fonction $f(z) = \sin \pi z$ (de type exponentiel égal à π).

Théorème 2. *Soient K un compact convexe contenu dans $\widetilde{U}$ et $f \in Exp(\mathbf{C}, K)$ telle que $f^{(n)}(n) = 0$ pour tout $n \in \mathbf{N}$. Alors f est identiquement nulle dans $\mathbf{C}$.*

Exemple : Avec $K = D_r$ $(r < 1)$, on obtient un théorème d'unicité pour les fonctions f de type exponentiel < 1 telles que $f^{(n)}(n) = 0$ pour tout $n \in \mathbf{N}$. Là aussi, la constante 1 est la meilleure, comme le montre $f(z) = z\, e^{-z}$.

4.2 Les représentations intégrales 3.5., alliées aux développements 3.4. et au théorème 2.4., conduisent quant à elles aux formules d'interpolation suivantes :

Théorème 3 ([Bo1], [Y]). *Soient K un compact convexe contenu dans $i]-\pi, \pi[$ et $f \in Exp(\mathbf{C}, K)$. Alors :*

$$f(z) = \lim_{\delta \searrow 0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-\delta|n|}\, f(n)\, \frac{\sin \pi(z-n)}{\pi(z-n)}$$

pour tout $z \in \mathbf{C}$.

Théorème 4. *Soient K un compact convexe de $\{z \in \widetilde{U} : |u\, e^u| < 1/e\}$ et $f \in Exp(\mathbf{C}, K)$. Alors f est développable en série d'Abel :*

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} f^{(n)}(n)\, \frac{z(z-n)^{n-1}}{n!}$$

pour tout $z \in \mathbf{C}$.

Exemple : Appliqué à $K = D_r$, avec $r < r_0$ et r_0 la solution dans $]0, 1[$ de $r\, e^{1+r} = 1$, ce théorème développe en série d'Abel les fonctions de type exponentiel $< r_0$, la constante r_0 étant la meilleure possible. On peut en effet montrer à l'aide de [Bu] que la fonction $f(z) = z^2 e^{r_0 z}$ (de type exponentiel r_0) n'est pas développable en série d'Abel.

Remarque : Les noyaux apparaissant dans les formules d'interpolation des théorèmes 3 et 4 proviennent de :

$$\frac{-1}{2i\pi} \int_{\Gamma^\pm} \omega^{\mp n - z - 1}\, d\omega = \frac{\sin \pi(z \pm n)}{\pi(z \pm n)} e^{-n\delta} e^{\mp z\delta}$$

et

$$\frac{1}{2i\pi} \int_\gamma \exp\left(z\varphi^{-1}(\omega)\right) \omega^{n-1}\, d\omega = \frac{1}{n!} z(z-n)^{n-1}$$

pour tous $z \in \mathbf{C}$ et $n \in \mathbf{N}$, en posant $z(z-n)^{n-1} = 1$ pour $n = 0$, avec $\Gamma^\pm = \{\omega = e^{\pm\delta + i\theta} : -\pi < \theta < \pi\}$ et γ un chemin entourant $[-e, 0]$, Γ^+ et γ (resp. Γ^-) étant orientés dans le sens trigonométrique (resp. inverse).

Pour plus de détails sur les résultats évoqués dans ce paragraphe, on renvoie à [A1], [AG], [Be], [Bo1], [Bu], [G], [Su2] et [Y].

5. Fonctions arithmétiques et fonctions arithmétiques au sens d'Abel.

Dans tout ce paragraphe, F désigne un corps de nombres algébriques de degré d sur $\mathbf{Q}$ et $\mathcal{O}_F$ l'anneau de ses entiers. On note :

$$\delta = \begin{cases} d & \text{si } F \subset \mathbf{R} \\ d/2 & \text{sinon} \end{cases}$$

5.1 *Quelques définitions.* Une fonction entière f sera dite *arithmétique* (resp. *arithmétique au sens d'Abel*) si $f(n) \in \mathcal{O}_F$ (resp. $f^{(n)}(n) \in \mathcal{O}_F$) pour tout $n \in \mathbf{N}$.

On appelle *maison* d'un entier algébrique α, et on note $\overline{|\alpha|}$, le maximum des modules de ses conjugués sur $\mathbf{Z}$.

On appelle *diamètre transfini* d'un compact K le nombre τ défini de la façon suivante (définition de Fekete) :

$$\tau = \lim_{n \to +\infty} V_n^{\frac{2}{n(n-1)}}$$

avec

$$V_n = \max_{(z_1, \ldots, z_n) \in K^n} V(z_1, \ldots, z_n)$$

et

$$V(z_1, \ldots, z_n) = \prod_{1 \le i < j \le n} |z_i - z_j| \, .$$

5.2 A l'aide du théorème 2.4. et d'un résultat arithmétique de [G] ([Ba] dans le cas de plusieurs variables) qui permet d'exprimer comme une fraction rationnelle la fonction $G_K(T)$ (resp. $\widetilde{G}_K(T)$) figurant dans la représentation intégrale 3.5. et donc de calculer cette intégrale par résidus, la méthode de la transformation G (resp. $\widetilde{G}$) fournit l'énoncé suivant :

Théorème 5. *Soient K un compact convexe contenu dans U, τ le diamètre transfini de* $\exp K$ *et $f \in Exp(\mathbf{C}, K)$ une fonction arithmétique vérifiant si $\delta > 1$:*

$$\limsup_{n\to+\infty} \frac{1}{n} \log \overline{|f(n)|} < -\frac{\log \tau}{\delta - 1}$$

(si $\delta = 1$, on suppose $\tau < 1$). Alors, f est un polynôme exponentiel :

$$f(z) = \sum_{k=1}^{n} P_k(z)\, {\alpha_k}^z \tag{2}$$

Remarque. On a un énoncé identique pour les fonctions f arithmétiques au sens d'Abel, avec cette fois $K \subset \widetilde{U}$, τ le diamètre transfini de $\sigma(K)$, σ étant l'homéomorphisme analytique de $\widetilde{U}$ dans $\mathbf{C}\backslash]-\infty, -e^{-1}]$ défini par $\sigma(z) = z\,e^z$, et en remplaçant $\overline{|f(n)|}$ par $\overline{|f^{(n)}(n)|}$.

5.3 Il est à noter que les α_k de (2) ne dépendent que de F et K, pas de f. Dans certains cas particuliers, ils ont pu être déterminés explicitement : par exemple, lorsque $\delta = 1$ (i.e. $F = \mathbf{Q}$ ou F quadratique imaginaire) et que K est un disque, τ a été étudié en fonction du rayon de K, ce qui a conduit aux résultats suivants (P, Q, R et S désignant des polynômes) :

Théorème 6 [P]. *Soit f une fonction entière arithmétique de type exponentiel $a < \pi$.*

(i) Si $a < \alpha_0$ ($\alpha_0 = 0,843\ldots$), f est un polynôme exponentiel.

(ii) Si $a < 0,8$, alors $f(z) = P(z) + Q(z)\,2^z + R(z)\left(\frac{3+i\sqrt{3}}{2}\right)^z + S(z)\left(\frac{3-i\sqrt{3}}{2}\right)^z$.

(iii) Si $a < \left|\ln\left(\frac{3+i\sqrt{3}}{2}\right)\right|$, alors $f(z) = P(z) + Q(z)\,2^z$.

(iv) Si $a < \ln 2 = 0,6931\ldots$, alors f est un polynôme.

Théorème 7 [Be]. *Soit f une fonction entière arithmétique au sens d'Abel de type exponentiel $a < 1$.*

(i) Si $a < a_0$ ($a_0 = 0,678\ldots$), f est un polynôme exponentiel.

(ii) Si $a < \left|\sigma^{-1}(e^{i\pi/3})\right| = 0,616\ldots$, alors $f(z) = P(z) + Q(z)\,\lambda^{-z}$ avec $\lambda = \sigma^{-1}(1) = 0,567\ldots$

(iii) Si $a < \lambda = 0,567\ldots$, alors f est un polynôme.

On trouvera en [W] d'autres exemples de situations dans lesquelles on possède un certain nombre de renseignements sur les α_k.

6. Complexification de certaines classes de fonctions.

6.1 Un exemple bien connu de complexification est fourni par $n!$: on sait qu'il existe une fonction f, méromorphe dans $\mathbf{C}$, telle que $f(n) = n!$ pour tout $n \in \mathbf{N}$ (c'est la fonction définie par $f(z) = \Gamma(1+z)$).

Les transformations G et $\widetilde{G}$ permettent de constater des phénomènes semblables pour les familles de polynômes orthogonaux classiques (Chebyshev, Legendre, Gegenbauer, Laguerre, Hermite), mais aussi pour les polynômes d'Euler, Bernouilli et les polynômes de la chaleur. On ne citera ici à titre d'exemple que quelques-uns d'entre eux.

6.2 La fonction génératrice des polynômes de Chebyshev de première espèce $C_n(t)$:

$$\frac{1-tz}{1-2tz+z^2} = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n(t)\, z^n \qquad (|z|<1)$$

est, pour t fixé dans $]-1,1[$, nulle à l'infini et holomorphe dans un ouvert de la forme $\mathbf{C} \setminus \exp(-I_t)$, où $I_t = i[-\theta_t, \theta_t]$ et $\theta_t = \arccos t \in]0,\pi[$, puisque ses pôles sont $e^{i\theta_t}$ et $e^{-i\theta_t}$.

On déduit de la bijectivité de la transformation G_{I_t} (Cf. 3.3) qu'il existe une fonctionnelle analytique $T_{C,t}$ portable par I_t telle que $\widehat{T_{C,t}}(n) = C_n(t)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$. La fonction entière $\widehat{T_{C,t}}$ est de type exponentiel θ_t.

Cette fonctionnelle analytique est déterminée explicitement grâce à la représentation 3.5. En effet, pour toute fonction entière f :

$$\langle T_{C,t}, f\rangle = \frac{-1}{2i\pi}\int_\Gamma \frac{1-tz}{1-2tz+z^2}\, f(-\log z)\,\frac{dz}{z}$$

où le chemin Γ entoure $e^{i\theta_t}$ et $e^{-i\theta_t}$. Par un calcul de résidus, $T_{C,t}$ s'exprime finalement comme une combinaison linéaire de masses de Dirac aux points $i\theta_t$ et $-i\theta_t$:

$$T_{C,t} = \frac{1}{2}[\delta_{i\theta_t} + \delta_{-i\theta_t}]$$

en d'autres termes : $\widehat{T_{C,t}}(z) = \frac{1}{2}\left(e^{iz\theta_t} + e^{-iz\theta_t}\right)$.

Remarque : Aux polynômes de Chebyshev de deuxième espèce $U_n(t)$, on associe de même la fonctionnelle : $T_{U,t} = \frac{1}{2i \sin\theta_t}[e^{i\theta_t}\delta_{i\theta_t} - e^{-i\theta_t}\delta_{-i\theta_t}]$.

6.3 La fonction génératrice des polynômes de Laguerre $L_n^\alpha(t)$ $(\alpha \in \mathbf{N}^*)$:

$$\frac{1}{(1-z)^{\alpha+1}} \exp\left(\frac{-tz}{1-t}\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} L_n^\alpha(t)\, z^n$$

est, pour t fixé dans $\mathbf{R}$, nulle à l'infini et holomorphe dans $\mathbf{C} \setminus \{1\} = \mathbf{C} \setminus \exp(-\{0\})$. Il existe donc d'après 3.3 une fonctionnelle analytique $T_{L,t}$, portable par $\{0\}$, telle que $\widehat{T_{L,t}}(n) = L_n^\alpha(t)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$. La fonction entière $\widehat{T_{L,t}}$ est de type exponentiel nul et la représentation 3.5. en fournit une expression sous forme intégrale.

6.4 La fonction génératrice des polynômes de Hermite :

$$\exp\left(tz - \frac{z^2}{2}\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} H_n(t)\, z^n$$

est entière dans $\mathbf{C}$ (i.e. holomorphe dans $\mathbf{C} \setminus \varphi(K^*)$ avec $K = \{0\}$. D'après la bijectivité de $\widetilde{G}_{\{0\}}$ (Cf. 3.3.), il existe une fonctionnelle analytique $T_{H,t}$, portable par $\{0\}$, telle que $\widehat{T_{H,t}}^{(n)}(n) = \frac{1}{n!} H_n(t)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$.

6.5 Rappelons que le *produit de Hadamard* de deux séries $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ et $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n z^n$ convergeant dans un voisinage de l'origine est défini par :

$$\left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n\right) \circ \left(\sum_{n=0}^{+\infty} b_n z^n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n z^n$$

Le comportement des transformations G et $\widetilde{G}$ vis-à-vis du produit de Hadamard permet de complexifier un produit de polynômes considérés plus haut (par exemple : $C_n(t)\, U_n(t)$, $\frac{1}{n!} H_n(t)\, U_n(t)$, etc ...) et d'obtenir une expression de sa fonction génératrice.

Pour la transformation G par exemple, on utilise les propriétés suivantes :

(i) T_1 et T_2 étant deux fonctionnelles portables par K_1 et K_2 respectivement, leur produit de convolution $T_1 * T_2$ (portable par $K_1 + K_2$) vérifie, si K_1, K_2 et $K_1 + K_2$ sont tous trois contenus dans U :

$$G_{K_1+K_2}(T_1 * T_2)(z) = G_{K_1}(T_1)(z) \circ G_{K_2}(T_2)(z)$$

(ii) Si de plus $K_1 - K_1 + K_2 \subset U$, il existe alors, pour tout $z \in \mathbf{C} \setminus \exp(-K_1 - K_2)$, un contour C et une expression intégrale de la forme :

$$G_{K_1+K_2}(T_1 * T_2)(z) = \frac{-1}{2i\pi} \int_C G_{K_1}(T_1)(t)\, G_{K_2}(T_2)\left(\frac{z}{t}\right) \frac{dt}{t}$$

(pour une description plus complète de C, voir [AG]).

6.6 Citons quelques fonctions génératrices de produits de polynômes ainsi obtenues :

(i) Pour α, $\beta \in \mathbf{N}^*$, $(t,s) \in \mathbf{R}^2$ et $|z| < 1$:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} L_n^\alpha(t)\, L_n^\beta(s)\, z^n = \text{Rés}\left[\frac{\omega^\beta \exp\left(-\frac{t\omega}{1-\omega} - \frac{sz}{\omega - z}\right)}{(1-\omega)^{\alpha+1}\,(\omega - z)^{\beta+1}}\ ; \omega = z\right]$$

(ii) Pour t et s, fixés dans $]-1,1[$ tels que $0 < 2\theta_t + \theta_s < \pi$ ou $0 < 2\theta_s + \theta_t < \pi$, et $|z| < 1$:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} U_n(t)\, C_n(s)\, z^n = \frac{1 - 2tsz + (2s^2-1)\,z^2}{1 - 4tsz + 2(2t^2 + 2s^2 - 1)\,z^2 - 1tsz^3 + z^4}$$

(iii) Pour $-1 < t < 1$ et $|z| < 1$:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}\, H_n(t)\, C_n(t)\, z^n = \exp\left(z\left(\frac{z}{2} + (1-z)\,t^2\right)\right) \cos\left(z(1-z)t\sqrt{1-t^2}\right)$$

On trouvera d'autres exemples dans [A2], [A3], [AS1] et [Su2].

7. Fonctions harmoniques dans $\mathbf{R}^2$.

7.1 Une fonction harmonique $u : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ est dite *de type exponentiel* $< \pi$ s'il existe des constantes $0 \le b < \pi$ et $C > 0$ telles que :

$$|u(x,y)| \le C\, e^{b\,|x+iy|} \qquad \forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$$

Les fonctions entières f dans $\mathbf{C}$ telles que $\Re e\, f(x+iy) = u(x,y)$ seront également de type exponentiel $< \pi$ (c'est une conséquence de l'inégalité de Carathéodory, voir [Bo1]).

7.2 Signalons qu'une telle fonction harmonique u est identiquement nulle dans $\mathbf{R}^2$ dès qu'elle s'annule aux points $(n,0)$ et $(n,1)$ $(n \in \mathbf{Z})$ [Bo2]. C'est ce résultat qu'on se propose de généraliser ci-dessous :

Théorème 8 [Su2]. *Soient $a \in \mathbf{R}$, $0 < |a| \le 1$ et u une fonction harmonique dans $\mathbf{R}^2$ de type exponentiel $< \pi$ telle que l'ensemble*

$\{u(n,0),\ u(n,a)\ :\ n \in \mathbf{N}\}$ *soit fini. Il existe* $m_0 \in \mathbf{N}^*$ *et* $m_1 \in \mathbf{N}^*$ *tels que la restriction de* $u(x,y)$ *à la droite d'équation* $y = 0$ *(resp.* $y = a$*) soit périodique de période* m_0 *(resp.* m_1*). Plus précisément, on a la représentation suivante :*

$$u(x,y) = C_0 + \frac{C_1 - C_0}{a}\, y + \sum_{0 \le n < m_0} u(n,0)\, K_{m_0}(x-n, y) + \sum_{0 \le n < m_1} u(n,a)\, K_{m_1}(x-n, a-y)$$

avec

$$C_j = \frac{1}{m_j} \sum_{0 \le n < m_j} u(n, ja) \qquad (j = 0, 1)$$

et

$$K_m(x,y) = \frac{2}{m} \sum_{0 < j < m/2} \frac{\sinh 2\pi j(a-y)/m}{\sinh 2\pi j a/m} \cos 2\pi j x/m$$

7.3 La démonstration repose sur l'énoncé suivant :

Proposition. *Soient* K *un compact convexe contenu dans* U *et* $f \in Exp(\mathbf{C}, K)$ *ne prenant qu'un nombre fini de valeurs distinctes sur* $\mathbf{N}$. *Il existe alors* $m \in \mathbf{N}^*$ *tel que* f *soit périodique de période* m. *Plus précisément, on a :*

$$f(z) = \sum_{0 \le n < m} f(n) k_m(z-n) \qquad k_m(z) = \frac{1}{m} \sum_{|j| < m/2} e^{2i\pi j z/m} \qquad (z \in \mathbf{C})$$

La preuve de ce lemme utilise un résultat de [Sze] qui, appliqué à $G_K(T)$, conduit à l'exprimer sous forme d'une fraction rationnelle dont les pôles soient des racines de l'unité (T étant la fonctionnelle associée à f par le théorème 2.4), ce qui permet de calculer par résidus l'intégrale de la représentation 3.5.

7.4 On obtient de même un énoncé comparable pour les fonctions harmoniques $u(x,y)$ telles que u et $\frac{\partial u}{\partial y}$ ne prennent qu'un nombre fini de valeurs distinctes sur $\mathbf{N} \times \{0\}$ (voir [Su2]).

Références bibliographiques.

[A1] V.Avanissian, *Sur les fonctions p-harmoniques de type exponentiel*, C.R. Acad. Sci. Paris, t. 304, Série I no.16, 1987, p.471-474.

[A2] V.Avanissian, *Fonctionnelles analytiques liées aux polynômes orthogonaux classiques*, C.R. Acad. Sci. Paris, t.307, Série I, 1988, p.177-180.

[A3] V.Avanissian, *Quelques applications des fonctionnelles analytiques*, Annales Academiae Scientarum Fennicae Series A1 Mathematica, Volumen 15, 1990, 225-245.

[AG] V.Avanissian et R.Gay, *Sur une transformation des fonctionnelles analytiques et ses applications aux fonctions entières de plusieurs variables*, Bull. Soc. Math. France, 103, 1975, p.341-484.

[AS1] V.Avanissian et R.Supper, *Fonctionnelles analytiques et sommes de séries de puissances à coefficients produits de polynômes orthogonaux*, C.R. Acad. Sci. Paris, t.312, Série I, 1991, p.73-76.

[AS2] V.Avanissian et R.Supper, *Sur les fonctions entières arithmétiques au sens d'Abel*, C.R. Acad. Sci. Paris, t.312, Série I, 1991, p.781-784.

[Ba] A.Bazylewicz, *Critère de reconnaissabilité de fonctions analytiques et fonctions entières arithmétiques*, Acta Mathematica, LI (1988).

[Be] F.Bertrandias, *Sur les fonctions analytiques possèdant une certaine propriété arithmétique*, C.R.A.S. Paris, 147, 1958, p. 22-24.

[Bo1] R.Boas Jr, *Entire functions*, New York Academic Press, 1954.

[Bo2] R.Boas Jr, *An uniqueness theorem for harmonic functions*, J. Approx. Theory 5 (1972), 425-427.

[Bu] Buckholtz, *An uniqueness theorem with applications to Abel series*, Lecture Notes in Mathematics No599, Complex Analysis, Kentucky 1976.

[G] F.Gramain, *Fonctions entières arithmétiques*, Séminaire P.Lelong, H.Skoda (Analyse) 17ème année, 1976/77, Lecture Notes in Mathematics, 694.

[H] L.Hörmander, *An introduction to complex analysis in several variables*, Princeton, D. van Nostrand Company, 1966.

[L] P.Lelong, *Fonctionnelles analytiques et fonctions entières (n variables)*, Les Presses de l'université de Montréal,1968.

[LG] P.Lelong et L.Gruman, *Entire functions of several complex variables*, Grundlehren der mathematischen Wissenschaft, 282, Springer, 1986.

[M] A.Martineau, *Sur les fonctionnelles analytiques et la transformation de Fourier-Borel*, J. Anal. Math. de Jérusalem XI (1963), 1-164.

[P] C.Pisot, *Sur les fonctions arithmétiques à croissance exponentielle*, C.R.A.S. Paris, t.222, 1946, p.988-990.

[Su1] R.Supper, *Exemples d'application des fonctionnelles analytiques*, Complex Variables : Theory and Appl., 1992, Vol.18, pp.201-212.

[Su2] R.Supper,*Fonctionnelles analytiques liées aux fonctions spéciales et fonctions arithmétiques au sens d'Abel*, Thèse (décembre 1992), publication de l'I.R.M.A., I.S.S.N. 0755 3390.

[Sze] G.Szegö, *Tschebyscheffsche Polynome und nichtfortsetzbare Potenzreihen* , Math. Annalen 87 (1921), pp.90-111.

[W] R.Walliser, *Verallgemeinerte ganze ganzwertige Funktionen vom Exponentialtypus*, J. reine angew. Math., 235 (1969), p.189-206.

[Y] K.Yoshino, *Liouville type theorems for entire functions of exponential type*, Complex Variables : Th. and Appl., 1985, Vol.5, pp.21-51.

■

LIVRES

LIVRES RECUS

Elliptic curves

A. W. Knapp

Mathematical notes Princeton University Press, 1992.

La première moitié de ce livre traite de la théorie élémentaire des courbes elliptiques (équations de Weierstrass, théorème de Mordell-Weil sur $\mathbb{Q}$*, réduction* $\mathrm{mod}p$*). La deuxième partie nettement moins élémentaire aborde l'aspect formes modulaires et "programme de Langlands"; ce qui rend le livre à la fois d'actualité et périmé ....*

Géomètrie douce

J. M. Castera et H. Jolis

Edité par les auteurs à l'Atelier 6 1/2, rue des cinq diamants 75013 Paris.

Un joli livre décrivant les motifs géométriques de l'art arabo-andalou (notamment l'Alhambra). Hormis le plaisir esthétique, l'originalité vient de la recherche de règles permettant de construire les motifs (et d'en créer, vous pourrez essayer). Il ne s'agit pas à proprement parler d'un livre de mathématiques, mais le parfum y est. Disponible à l'adresse indiquée et dans quelques librairies.

J. Gabay nous signale qu'il reédite quelques grands classiques de Gauthiers-Villars, notamment :

Borevitch, Shafarevitch : *Théorie des nombres (traduit du russe). Un classique qui reste un des meilleurs livres d'introduction à la théorie des nombres.*

Banach : *Théorie des opérations linéaires. Par un des fondateurs de l'analyse fonctionnelle.*

Enriques : *Leçons de géomètrie projective (traduit de l'italien). Par un des maîtres de l'"école italienne" de géomètrie algébrique, un classique et élémentaire cours de géomètrie projective.*

Kamke : *Théorie des ensembles (traduit de l'allemand). Un traité basique et classique de théorie des ensembles. L'auteur, spécialiste des équations aux dérivées partielles, est mieux connu en Allemagne où il a exercé une grande influence sur les mathématiques.*

COMPTES RENDUS

Nilpotence and Periodicity in Stable Homotopy Theory

RAVENEL

Princeton University Press.

Le but de ce livre est de donner un exposé de l'approche "chromatique" de la théorie de l'homotopie stable. Le livre semble s'adresser à deux auditoires distincts : d'abord, au mathématicien qui est totalement innocent sur les idées homotopiques et ensuite au spécialiste qui veut voir les preuves de certains résultats annoncés il y a quelques années par l'auteur, M. J. Hopkins, et J.H. Smith.

Construire un tel livre, à la fois utile et attrayant pour les deux est une tâche difficile et l'auteur y est seulement parvenu en partie. Sa réussite est de plus compromise par un grand nombre d'inexactitudes et de coquilles. Tous les numéros de pages de l'index doivent être diminués de 2 par exemple. Néanmoins ce livre offre les premières preuves publiées de nombreux résultats importants et, en cela, constitue une contribution importante.

Le livre commence par l'énoncé des théorèmes principaux de E.Devinatz, Hopkins et J.H.Smith (Annals of Math. 128, 1988, 207-242 et à paraître). Pour une *autre introduction, on pourra consulter l'excellent article de Hopkins lui-même (in Homotopy theory, London Math. Soc. Lecture Note Series 117). Il y a deux résultats fondamentaux, qui réponds affirmativement à des conjectures formulées par Ravenel à la fin des années 70 : le théorème de nilpotence et le théorème de périodicité. Pour illustrer l'étrangeté des énoncés auquels l'auteur est amené par son souci de débuter élémentairement, citons son énoncé du théorème de nilpotence : il a expliqué qu'un endomorphisme ("self-map") d'un* CW*-complexe fini* X *est une application* f *d'une suspension* $\Sigma^d X$ *de* X *vers* X *et qu'elle est nilpotente si une composée de la forme*

$$\Sigma^{nd}X \xrightarrow{\Sigma^{(n-1)d}f} \Sigma^{(n-1)d}X \longrightarrow \cdots \longrightarrow \Sigma^d X \xrightarrow{f} X$$

est homotopiquement nulle; mais il n'a pas introduit le "bordisme complexe", MU*. Son énoncé est alors :*

"Il y a une théorie de l'homologie MU_* *telle qu'un endomorphisme d'un* CW*- complexe soit stablement nilpotente si et seulement si un itéré de* $\overline{MU}_*(f)$ *est trivial."*

Il est étrange qu'il n'ait pas défini "stablement nilpotent"; en fait il aurait pu dire "nilpotent" sans changer le sens de l'affirmation. De plus nous observons que le théorème tel qu'il est énoncé affirme l'existence d'une théorie d'homologie "MU*" avec une propriété frappante. Mais il est très facile de construire un tel spectre : choisissons un représentant de chaque classe d'équivalence homotopique de complexes finis; comme cela donne un ensemble, nous pouvons former le bouquet de ceux-ci et considérer la théorie de l'homologie* E *représentée par l'objet obtenu. Alors* E *remplace "*MU*" dans le théorème précédent. Le point est que le quantificateur est erronné; on a une théorie donnée à l'avance, le bordisme complexe, avec des propriétés bien connues. On a ainsi un test effectif pour savoir si un endomorphisme est nilpotent ou non. On peut remplacer la théorie* MU*, qui a un anneau de coefficients compliqué et est donc difficile à calculer, par la famille des* K*-théories de Morava, dont les anneaux de coefficients sont des corps gradués et sont donc assez accessibles au calcul. Rappelons que pour chaque nombre premier* p *et chaque* $n \geq 0$ *on dispose d'une* K*-théorie de Morava* $K(n)$ *avec anneau de coefficients donné par* $K(n)_* = \mathbf{F}_p[v_n^{\pm 1}]$ *pour* $n > 0$ *(avec* $|v_n| = 2(p^n - 1)$*) et* $K(0)_* = \mathbf{Q}$*. Pour citer Hopkins, c'est une sorte de Nullstellensatz de Hilbert.*

Les chapitres suivants contiennent des informations sans démonstration sur les groupes d'homotopie, le bordisme complexe et, abruptement, les propriétés cohomologiques des "groupes de stabilisateurs de Morava" (i.e., les groupes d'automorphismes stricts des groupes formels de dimension un, sur un corps algébriquement clos). De nouveau, le souci d'une approche élémentaire empêche l'auteur de donner le type de discussion qu'on espérait et l'amène à des phrases comme : "For reasons too difficult to explain here ...". Il y a une erreur dans l'argument donné pour le théorème des sous-catégories épaisses ("algebraic Thick Subcategory Theorem") (3.4.2) et on peut objecter à l'assertion que la construction par Steve Mitchell d'un complexe fini X *dépendant de* n *tel que* $K(n)_*X \neq 0$ *mais* $K(n-1)_*X = 0$ *est "maintenant ... un corollaire du théorème de périodicité" puisqu'une version de ce résultat est utilisé dans la preuve du théorème de périodicité .*

Le théorème des sous-catégories épaisses de Hopkins et Smith est un fait remarquable et extrêmement utile sur la catégorie de l'homotopie stable.

Rappelons que la catégorie de l'homotopie stable $\mathcal{S}$ *est une catégorie additive triangulée, dont les objets sont appelés spectres. Dans ce contexte les espaces et les théories cohomologiques (généralisées) ont une relation symétrique : un espace* X *détermine un spectre* $\Sigma^\infty X$ *et une théorie cohomologique* $E^*(--)$ *détermine un spectre* E *; et de plus*

$$\bar{E}^n(X) = \{\Sigma^\infty X, E\}^n$$

(oú $\{\ ,\ \}^*$ *désigne le groupe abélien gradué de morphismes dans* $\mathcal{S}$*). Si* X *et* Y *sont*

des complexes finis, alors :

$$\{\Sigma^\infty X, \Sigma^\infty Y\} = \varinjlim [\Sigma^n X, \Sigma^n Y],$$

mais en général la définition des morphismes est plus sophistiquée.

Fixons un nombre premier p et restreignons nous à la catégorie $\mathcal{C}$ des spectres p-locaux finis, c'est-à-dire des spectres connexes X tels que $H_*(X, \mathbf{Z})$ soit un $\mathbf{Z}_{(p)}$-module de type fini. Une sous-catégorie de $\mathcal{C}$ est épaisse ("thick") si elle est fermée pour la formation de rétractes et telle que si deux des trois spectres d'une suite cofibrée (parfois appelée "triangle distingué ") sont dans la sous-catégorie alors le troisième également. Clairement la sous-catégorie $\mathcal{C}_n$ des spectres X tels que $K(n-1)_*X = 0$ est épaisse, tout comme la catégorie vide (sans objet) et la catégorie $\mathcal{C}_\infty$ contenant seulement les spectres contractiles. Des travaux datant des années 70 montrent que ces catégories épaisses forment une filtration :

$$0 \subseteq \mathcal{C}_\infty \subseteq \cdots \subseteq \mathcal{C}_1 \subseteq \mathcal{C}.$$

Le théorème des sous-catégories épaisses affirme qu'il n'y a pas d'autre sous-catégorie épaisse de $\mathcal{C}$. Pour citer encore une fois Hopkins, c'est un calcul du "spectre (au sens maintenant de l'algèbre commutative) de la catégorie $\mathcal{C}$."

Ce théorème est utilisé de la façon suivante : pour voir que tout spectre de $\mathcal{C}_n$ satisfait une propriété, il suffit de montrer que cette propriété est "générique" (i.e. est héréditaire par rétractes et cofibrations) et d'exhiber un seul exemple de spectre dans $\mathcal{C}_n$ vérifiant la propriété étudiée. C'est la méthode utilisée pour prouver le théorème de périodicité , le "Smashing Theorem" et le théorème de convergence chromatique, pour citer les principaux résultats de ce livre.

Le théorème de périodicité de Hopkins et Smith traite des propriétés des "v_n-applications". Soit X un spectre p-local fini. Un v_n-endomorphisme de X est un morphisme de spectres $\Sigma^d X \to X$, pour un d, qui induit un isomorphisme dans $K(n)$ et une application nilpotente dans $K(m)$ pour $m \neq n$. Le théorème de périodicité a deux parties. (i) Si $X \in \mathcal{C}_n$ alors X possède un v_n-endomorphisme. (ii) Si $\alpha : \Sigma^d X \to X$ et $\beta : \Sigma^e Y \to Y$ sont des v_n-endomorphismes et si $f : X \to Y$ est une application quelconque, alors il existe des entiers a et b tels que $ad = be$ et le diagramme suivant soit commutatif :

$$\begin{array}{ccc} \Sigma^{ad} X & \xrightarrow{\alpha^a} & X \\ \downarrow{\scriptstyle \Sigma^{ad} f} & & \downarrow{\scriptstyle f} \\ \Sigma^{be} Y & \xrightarrow{\beta^b} & Y \end{array}$$

Les objets de $\mathcal{C}_n$ sont ainsi munis d'un opérateur naturel bien défini à une puissance près.

Le chapitre 5 expose la déduction du théorème des sous-catégories épaisses à partir du théorème de nilpotence (bien qu'il y ait une erreur sérieuse dans l'argument donné pour (5.1.5)). Le chapitre suivant explique comment fabriquer un exemple de X appartenant à $\mathcal{C}_n$ avec un v_n-endomorphisme. Cet argument est dû essentiellement à Jeff Smith mais l'auteur introduit ici plusieurs belles simplifications ainsi que la première preuve publiée.

Le chapitre 7 développe (de nouveau sans démonstration) assez d'information sur les localisations à la Bousfield pour énoncer le "Smashing Theorem" et le théorème de convergence chromatique. Les preuves de ces derniers sont publiées ici pour la première fois.

Soit $X \to L_E X$ la E_*-équivalence universelle à droite (pour celles partant de X); elle existe pour n'importe quelle théorie homologique E d'après le travail de A.K.Bousfield. D'une importance toute particulière est le cas de $E = K(0) \vee \cdots \vee K(n)$, et l'on écrit $L_n X$ pour $L_E X$. Typiquement le foncteur L_E n'a pas un bon comportement; par exemple si E est l'homologie mod p (ou entière) L_E ne commute pas avec les limites directes homotopiques. Un foncteur localisation L est dit "smashing" s'il commute avec les limites directes homotopiques ou, de manière équivalente, si l'application naturelle

$$(LS^0) \wedge X \to LX$$

est une équivalence pour tout spectre X. Le "Smashing Theorem" affirme que L_n est "smashing" pour tout n. La preuve *de ce théorème, qui est due à Hopkins et Ravenel, utilise, hormis le théorème des sous-catégories épaisses, des résultats profonds sur la cohomologie des groupes de stabilisateurs de Morava.*

Ces foncteurs localisation s'insèrent dans une tour sous X, la "tour chromatique" :

$$\cdots \to L_n X \to L_{n-1} X \to \cdots \to L_0 X.$$

La version du théorème de convergence chromatique (due aussi à Hopkins et Ravenel) prouvée ici affirme que si X est un spectre p-local fini alors la limite inverse homotopique de cette tour est X lui-même; on peut le reconstruire à partir de ses localisations chromatiques.

Le dernier chapitre contient une preuve abrégée du théorème de nilpotence. Il y a trois appendices (qui constituent plus du tiers des pages du livre) sur la théorie élémentaire de l'homotopie, BP et des outils de théorie des représentations pour l'argument de Smith présenté au chapitre 6.

Haynes MILLER
M.I.T., Cambridge USA

Model Theory, Encyclopedia of Mathematics and its applications, Vol. 42

W. HODGES

Cambridge University Press.

La théorie des modèles est une branche des mathématiques relativement récente - ses premiers théorèmes généraux ont trois quarts de siècle- qui a commencé par étudier les structures algébriques en accordant une place privilégiée au langage. Ainsi, qu'un corps commutatif soit totalement ordonnable si et seulement si -1 n'y est pas somme de carrés peut-être considéré comme un résultat, assez élémentaire, de théorie des modèles et qu'un corps commutatif totalement ordonné qui vérifie le théorème de la valeur intermédiaire pour les fonctions polynômes vérifie toutes les propriétés du premier ordre du corps des réels est un résultat, moins élémentaire et historiquement important, de la théorie des modèles. Actuellement la théorie des modèles a d'une part envahi des domaines tels que la combinatoire, l'arithmétique, l'analyse, la géométrie et a d'autre part connu un développement autonome considérable. Le livre de Hodges permettra au novice d'aborder un domaine en expansion rapide et au spécialiste de combler mainte lacune.

L'ouvrage commence par une intéressante préface qui indique : "there is no way that one can sensibly cover all the material in the book so that the later bits follow from the earlier ones". La couleur est clairement annoncée. Une rédaction précise, de nombreux renvois, le fait que le lecteur soit constamment informé de ce qui est démontré et de ce qui ne l'est pas sont venus à bout des préventions du rapporteur et l'incitent à ne pas traiter le sujet de dissertation suivant : "étant entendu que les théories scientifiques ne progressent pas de façon linéaire, faut-il les exposer de façon non linéaire ? ".

A vrai dire une autre phrase de la préface était plus inquiétante : "to give this book a shape and to make it different from books which other people might write, I chose to concentrate on construction rather than classification". Ce souci délibéré d'originalité n'a point produit un monstre (et donne un plan qui n'est pas très différent de celui de l'ouvrage classique de Keisler, "Model Theory for Infinitary Logic").

Hodges a écrit le seul ouvrage que l'on puisse recommander aux mathématiciens les plus divers souhaitant étudier en profondeur la théorie des modèles et n'ayant aucune connaissance de logique au départ. L'ouvrage a près de 800 pages, une bibliographie très soignée, un index nettement insuffisant ("présentation" et les résultats sur l'élimination des quantificateurs de la section 2.7 sont omis), des notes historiques savantes (parfois trop détaillées, mais les trois lignes de Shelah citées à la page 339 intéresseront les historiens et témoignent d'un style lapidaire et clair qui dément la page 322), un aspect physique engageant et un prix non prohibitif (environ 525 Francs en Grande-Bretagne).

L'ouvrage comporte douze chapitres et un appendice. Même si le developpement non linéaire et l'hétérogénéité du discours qui *mêle, sans doute pour d'excellentes raisons pédagogiques, résultats profonds et excercices d'intérêt secondaire (théorème 10.3.8, théorème A.1.4) écartent toute comparaison avec Bourbaki, le premier lecteur venu remarquera qu'il faut attendre la page 265 pour voir apparaître le théorème de compacité. On songe à une critique célèbre et amusée d'Artin sur la théorie de Galois vue par Bourbaki. Dans le cas présent il n'est pas nécessaire d'avoir assimilé les 264 premières pages pour aborder le chapitre 6 qui est bâti autour de ce théorème. L 'ouvrage est évidement beaucoup plus un livre de référence qu'un traité systématique que l'ampleur du sujet rend à peu près impossible ou qu'un manuel d'enseignement d'usage courant.*

Le choix des sujets traités est en général excellent; l'auteur a sagement écarté toute tentation encyclopédique et insiste sur le fait que presque chaque chapitre introduit une méthode modèle-théorique de construction. Si cela est indiscutable pour le chapitre 3 (qui introduit la "Skolemisation"), pour le chapitre 6 évoqué ci-dessus, pour le chapitre 7 centré sur les modèles dénombrables, l'omission des types et les structures universelles homogènes de Fraïssé, pour le chapitre 8 qui étudie les modèles existentiellement clos et pour le chapitre 11 consacré à la méthode d'Ehrenfeucht-Mostowski, cela est moins clair pour d'autres chapitres, mais il n'y a pas lieu d'ouvrir un débat idéologique : après tout, Schubert (resp. Ives) a baptisé sonates (resp. symphonies) des suites de morceaux qui obéissent rarement aux lois du genre et qui sont plus belles (resp. plus originales) que la plupart des sonates (resp. symphonies) bien composées. L'ouvrage donne un reflet assez fidèle, modulo quelques omissions inévitables, de l'essentiel de la théorie des modèles connue à ce jour, avec nombre de raffinements techniques dûs à l'auteur. Dans certains cas il ne peut être exhaustif, car certaines démonstrations sont trop longues ou trop secondaires pour être données intégralement ou, difficulté plus fondamentale, la théorie (c'est le cas de la stabilité) est déjà très élaborée et fait l'objet de diversses monographies; dans d'autre (aspects géométriques), il ne peut être achevé car la théorie est en plein essor; enfin on peut se demander s'il était nécessaire de consacrer tout un chapitre aux théories de Horn (et si c'est là qu'il fallait glisser, assez subrepticement me semble-t-il, les ultraproduits et le théorème de Keisler-Shelah), mais la tendresse de l'auteur pour les "word-constructions" qui en font partie est compréhensible, et ce chapitre plaira aux catégoriciens et sera utile aux informaticiens qui, quand il s'agit de théories de Horn, ont eu, à diverses reprises, le sentiment d'avoir inventé la poudre.

Il y a peu d'erreurs, et elles sont presque toujours typographiques et peu nuisibles. Il faut modifier l'exercice 6 de la page 418 (en remplaçant produit par puissance) pour qu'il devienne correct; le premier $\equiv$ de la ligne 3 de la page 691 doit être remplacé par $\stackrel{\sim}{\equiv}$. Chaque chapitre a en exergue une citation (il semble s'agir d'une mode récente qui fournira un sujet de thèse à un sociologue) et il y a des digressions que le rapporteur a trouvées parfois éclairantes (la condition nécessaire pour qu'un mathématicien soit normal donnée au haut de la page 532 à laquelle l'auteur semble, à juste titre, ne pas croire), souvent inégalement utiles (les méfaits des bandits du Colorado à la page xi, l'Alhambra à la page 132, la relation entre Ives et Shelah à la page 322, etc.).

Ah, si l'auteur avait pu faire plus court! Tel qu'il est, l'ouvrage est manifestement plus réfléchi, étonnamment lisible, toujours instructif, parfois amusant et témoigne d'une grande maîtrise et d'une ouverture certaine à d'autres approches. Il deviendra rapidement indispensable à qui s'intéresse à la matière et permettra au lecteur qui l'aura assimilé de se lancer dans la recherche. Le lecteur scrupuleux devra souvent lui adjoindre d'autres textes, le lecteur pressé le lira en diagonale, le lecteur débutant et soucieux de le rester lui préfèrera d'autres livres, mais s'il faut se contenter en 1994 d'un seul ouvrage sur ce sujet, c'est de celui-là.

G. SABBAGH
Université Paris VII

From Number Theory to Physics

SPRINGER

Itzykson, Luck, Moussa, Waldschmidt.

Le livre "From Number Theory to Physics" consiste en 14 cours sur des thèmes de théorie des nombres et de physique théorique. Les textes sont basés sur des conférences données au Centre de Physique, Les Houches en mars 1989. Les auteurs (et le sujet de leurs contributions respectives) sont Cartier (fonctions zêta), Bost (surfaces de Riemann, jacobiennes et variétés abéliennes), Cohen (courbes elliptiques), Zagier (formes modulaires), Gergondey (courbes elliptiques "décorées"), Stark (théorie de Galois des corps de nombres et fonctions zêta), Reyssat (théorie des revêtements et surfaces de Riemann), Beukers (théorie de Galois différentielle), Christol (nombres p-adiques et ultramétricité), Sénéchal (géométrie des réseaux), Katz (quasi-cristallographie), Bellissard (gap labelling pour les opérateurs de Schrödinger), Cvitanovic (applications du cercle dans lui-même, rotations irrationnelles) et Yoccoz (problèmes des petits dénominateurs). Les éditeurs sont Waldschmidt, Moussa, Luck et Itzykson. Tous les textes sont extrêmement bien rédigés et agréables à lire. Deux d'entre eux constituent des synthèses exceptionnelles de leurs sujets : celui de Bost en théorie des nombres et celui de Bellissard en physique. Toutefois le livre présente une difficulté : clairement conçu pour être pédagogique, il informe le lecteur sur ce qu'il devrait savoir plus qu'il ne l'enseigne. Il y a beaucoup de preuves, comme par exemple dans le texte de Stark, mais il y aussi de nombreuses parties pour lesquelles on ne donne que des explications et des références. En comparant les contributions variées, on s'aperçoit qu'il y a des répétitions entre les introductions soigneusement orientées, suivies par un cours complet mais rapide sur les questions plus profondes spécifiques à chaque cours. De plus le niveau de sophistication varie grandement d'un chapitre à l'autre. Il est vrai que, comme annoncé dans la préface des éditeurs, chaque auteur donne un texte court et indépendant ("selfcontained") ne nécessitant que peu de connaissances préalables et également original et complet sur les résultats récents ; mais ils constituent plus souvent un exposé riche et utile qu'un cours sructuré. Pour le lecteur connaissant bien les sujets traités, "From Number Theory to Physics" fournit d'excellentes synthèses sur des sujets fondamentaux de théorie des nombres et de ses applications à la physique théorique, qui reflètent les orientations de recherche des auteurs respectifs. Pour l'étudiant ou le non-spécialiste le livre fournit un guide excellent et inspiré qui peut servir de tremplin pour une étude plus systématique. Pour tous les lecteurs ce livre stimulera et développera la compréhension des sujets couverts. Pour commenter individuellement les contributions :

** Le texte de Cartier est adapté au débutant et c'est l'un des plus solides pédagogiquement. De plus il contient de bons exercices, il pose les fondations de son sujet mieux que presque tous les autres.*

** Le chapitre de Bost est beaucoup plus difficile bien qu'il contienne aussi des notions bien connues. Il se distingue des autres contributions mathématiques par la profondeur des sujets traités, même si les preuves ne sont pas données en détail (le texte, déjà long, deviendrait démesuré). Il fournit également une excellente liste de références. Il y a quelques couacs dans les notations mais ceci ne devrait empêcher personne de profiter de cet article remarquable.*

** Le texte de Cohen ne suppose aucune connaissance (au moins sur les courbes elliptiques) et est limpide. Il amène le lecteur jusqu'à des questions aussi difficiles et importantes que la conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer. Le manuscrit souligne un des attraits profonds de la théorie des nombres : des problèmes faciles à énoncer peuvent être durs à résoudre.*

** Le texte de Zagier fournit une introduction originale et éclairante aux formes modulaires pour $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{Z})$ et ses sous-groupes de congruence. Il y a un effort pour éviter les répétitions avec les autres cours.*

** Gergondey traite les espaces de modules* *de courbes elliptiques munies de structures additionnelles reliées aux problèmes de compactification, désingularisation et non-unimodularité ; par exemple une courbe elliptique avec le choix d'une 1-forme holomorphe et d'une base orientée de l'homologie.*

** Stark a écrit un cours original et complet sur les fondements de la théorie de Galois, des nombres algébriques et des fonctions zêta. Même la définition d'un corps est donnée. Le texte est une merveille pédagogique et fournit une excellente matière pour un premier cours sur ces sujets.*

** Le chapitre de Reyssat peut être vu comme un complément à celui de Stark ou un prélude à celui de Beukers ; il a réellement tenu compte des autres auteurs, tout comme Zagier. La présentation est élémentaire, claire et originale, elle souligne les relations entre la théorie de Galois pour les corps de fonctions d'une variable et pour les corps de nombres, mettant l'accent sur l'aspect géométrique supplémentaire dans le cas des corps de fonctions.*

** Beukers n'a pu être présent au colloque des Houches et son texte ne correspond donc pas à une présentation orale. Il traite des applications de la théorie de Galois aux équations différentielles linéaires. Le pionnier du développement moderne de ce sujet est Kolchin mais son travail est difficile à lire et le texte de Beukers améliore cette situation en fournissant une introduction experte et bien écrite à la théorie et quelques applications.*

** Particulièrement bienvenu dans le texte de Christol est le paragraphe sur le sujet délicat de l'intégration sur les groupes ultramétriques. Les intégrales de bases sont des cas spéciaux de la définition pour un groupe profini. Après avoir introduit l'intégration à valeur dans la clôture algébrique de la complétion p-adique des nombres rationnels, l'auteur introduit brillamment les fonctions gamma et zêta p-adiques. Recommandé même pour les spécialistes.*

** Le matériau du chapitre de Sénéchal est plus directement à l'interface de la théorie des nombres et de la physique que les cours précédents. Il s'agit des propriétés de base des réseaux dans un espace vectoriel réel, avec l'accent sur leurs propriétés métriques (les sous-groupes finis de* $\mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$ *apparaissant comme groupes de symétrie), les relations avec les pavages et la cristallographie. C'est un beau texte présentant un sujet difficile.*

** Le texte de Katz entreprend d'expliquer les problèmes surgissant dans l'étude des quasi-cristaux. Ce sujet est motivé par la découverte des quasi-cristaux icosaèdraux en 1984 et est directement lié à la physique.*

** Le texte de Bellissard est superbe. Il décrit l'expression précise des gap labelling pour des bases de spectres compliqués en calculant les K-groupes des algèbres d'observables apparaissant comme des objets naturels associés au mouvement de l'électron. L'auteur s'appuie sur le point de vue dont il est un des contributeurs majeurs, à savoir que la topologie et la géométrie non communtatives développées par Alain Connes forment le contexte mathématique approprié pour remodeler certains aspects de la mécanique quantique. Plusieurs applications sont décrites comme la propagation d'électrons sur un réseau dans un fort champ magnétique.*

** Cvitarovic décrit comment les applications du cercle dans lui-même fournissent des exemples de systèmes dynamiques classiques qui sont assez complexes pour exhiber beaucoup des caractéristiques du "chaos". Parmi les outils mathématiques, on trouve les développements en fractions continuées et la suite de Farey.*

** Enfin le chapitre de Yoccoz est aussi consacré aux systèmes dynamiques, cette fois aux problèmes des petits dénominateurs c'est-à-dire à l'apparition de petits dénominateurs dans les calculs de stabilité d'une orbite périodique d'un système dynamique hamiltonien sous de petites perturbations. Yoccoz passe en revue les progrès dans l'étude de ces orbites périodiques depuis les travaux de Poincaré et Denjoy.*

En conclusion ce livre amène efficacement le lecteur au contact avec la vaste culture des contributeurs et fournit un guide éclairant sur les sujets qu'il devrait appronfondir *dans une bonne bibliothèque, la liste de références pour chaque chapitre à la main.*

P. COHEN
CNRS - Collège de France

COURRIER DES LECTEURS

LETTRE OUVERTE SUR LE DOSSIER RUSSIE

AUJOURD'HUI, 3 septembre 1993, je prends connaissance de la Gazette des Mathématiciens d'avril 1993 dont la première partie du DOSSIER/DEBATS est consacrée à un Dossier/Russie. Il est suivi, dans sa seconde partie, d'une "Lettre Ouverte à Igor Chafarevitch", écrite par Laurent Schwartz.

Ce grand mathématicien, qui a consacré tant d'efforts pour la Défense des Droits de l'Homme et spécialement des scientifiques persécutés, est particulièrement qualifié pour dénoncer avec "consternation" et "indignation" une activité qui ne peut qu'attiser la haine "porteuse de tant de crimes" commis par antisémitisme. Action d'autant plus inacceptable qu'elle émane d'un savant dont le prestige augmente la responsabilité.

Cette lettre est à sa place dans la revue de la Société Mathématique de France et témoigne pour ses membres.

Mais pourquoi est-elle suivie de cette liste de plus de 200 noms de cosignataires? chacun tient-il à proclamer qu'il est indigné? Qu'il n'est pas antisémite? Cela en France de nos jours, n'exige pas un grand courage! Je crains que cela marque surtout le désir de ne pas avoir l'air moins résolu que les américains dont la réaction nous précède d'une année. Pour de très nombreux signataires dont l'âge et les circonstances de leur vie n'ont pas donné l'occasion d'agir, n'aurait-il pas été mieux de faire, en silence, une méditation sur le passé proche et sur ce que l'avenir peut exiger de nous?

A une époque dramatique où chacun pouvait se sentir menacé, à côté des criminels et des victimes, combien d'honnêtes gens sont restés sans réaction, par obéissance, aveuglement volontaire, inertie chez nous au temps de Vichy, devant les exclusions de collègues ce qui les désignaient pour les camps d'extermination, et, un peu plus tard, pour l'accueil des rares rescapés et de leur famille? Chacun de nous, individuellement, aurait-il pris de courageuses initiatives si les circonstances le demandaient?

C'était il y a cinquante ans. Mais en Union-Soviétique, il y a trente ans, bien que Staline ait disparu, il fallait de l'héroïsme pour protester contre la répression organisée par le pouvoir. Nous nous inclinons devant ceux qui ont eu ce courage, par exemple les "99 Mathématiciens de Novossibirsk" qui ont signé une lettre pour la défense de leur collègue Essenine - Volpine. (Chafarevitch fut l'un d'eux). Le samizdat nous révèla aussi les noms de nombreux professeurs qui, à Moscou, Kiev et autres lieux, ont signé des lettres de protestation. Certes, ils n'ont pas tous été envoyés au goulag? Ils ont "seulement" été exclus de leurs tâches d'enseignants, comme mon amie Galina, professeur de mathématique à l'institut Pédagogique Lénine, de Moscou, qui a pu survivre avec son fils en devenant vendeuse d'appareils de Physique.

Ceci concernait les années 1960-1970.

Or, quelle est la première ligne (p.20) du rapport signé d'un professeur russe sur les Problèmes de la Recherche Scientifique dans son pays? Citons le début : "A partir des années 1960, on a pu observer une "diminution des crédits alloués par le gouvernement soviétique à la science, l'éducation et la culture."

Sans commentaires. Effaçons ces trois lignes, lisons à partir de "Après le mois d'août 1991..." et prenons connaissance des difficultés actuelles de "l'Académie Russe des Sciences, les Universités d'Etat et les écoles secondaires d'élite", sujet du rapport. Notre problème actuel est : que peut et doit être l'aide apportée par la Communauté Scientifique Française à son homologue de l'ex-URSS? C'est ce qu'étudie le dossier en question.

Aujourd'hui, 3 septembre 1993, le Prix Nobel Geoges Charpak nous déclare (texte du Figaro) : "J'occulte en général les mauvais souvenirs. J'ai choisi le présent et l'avenir (...). Dachau n'appartient plus à la vie et pourtant l'expérience demeure (...). La France progresse en dépit de la résurgence de ses démons (...)."

Qu'il en soit ainsi en France, dans le Monde, y compris en Russie ! .

Lucienne FELIX
Ex-Exclue

_ UNE LETTRE DE BRUNO POIZAT _

CHERS AMIS,

J'ai été flatté de voir ma prose paraître à la page 12 de la dernière gazette ; j'en ai aussi été surpris. Ces lignes étaient extraites d'une lettre privée — pas d'une lettre ouverte — que j'ai écrite à Kantor pour lui dire que j'étais violemment opposé à son initiative ; je lui ai aussi dit, sans doute imprudemment, qu'étant le destinataire de cette lettre il pouvait en faire ce qu'il voulait. Le résultat est que l'expression de ma pensée y trouve une vigueur proche de la brutalité. J'espère que vous voudrez bien corriger cette impression en publiant cette lettre, plus argumentée, mais hélas plus longue.

Pourquoi je suis opposé aux bourses de 50 dollars à l'usage des mathématiciens ex-soviétiques.

1. La modicité des sommes proposées indique clairement qu'il s'agit d'une action de type caritatif et non pas d'une collaboration scientifique ; s'il faut faire la charité aux ex-soviétiques, il vaut mieux la diriger vers des catégories sociales réellement défavorisées (comme les retraités, les militaires, et surtout les militaires à la retraite !), et non pas vers les mathématiciens, qui sont des privilégiés, premièrement en tant qu'intellectuels, et deuxièmement parce que nul ne songe à supprimer l'enseignement des mathématiques dans les universités (contrairement à celui des humanités, et je ne parle pas seulement de l'histoire du Parti Communiste !). Un des privilèges, non des moindres, est d'avoir des contacts à l'extérieur du pays.

2. Il est exact qu'au taux de change actuel cinquante dollars mensuels représentent un salaire, ce qui met le mathématicien ex-soviétique cinq ou six fois plus bas que le mathématicien, disons, du Bangla Desh. Mais chacun sait que le montant du salaire n'est pas le chiffre le plus significatif pour évaluer les ressources d'un employé d'un gouvernement anciennement communiste ; naturellement, la comparaison du niveau de vie d'un mathématicien doit être faite avec celui d'un citoyen ordinaire, pas avec un nouveau riche, un businessman ou un maffioso, qui ne constituent qu'une minorité non significative.

3. Profiter de la conjoncture monétaire pour assurer à quelques-uns un niveau de vie supérieur à 50 dollars par mois est un bricolage qui s'apparente au trafic de devises, et au travail au noir. Nous savons combien coûte à nos compatriotes la survie d'un mathématicien : l'Université de Lyon verse chaque mois sur mon compte 17.000 F, mais mon salaire réel est de 30.000 F (Je reconnais que c'est trop pour le service que je rends à la société ; ce que je reçois de l'Université du Kazakhstan à Karaganda — 1/4 d'un salaire de professeur quand je n'y réside pas — est beaucoup plus modeste) ; de ce revenu je dois reverser une partie substantielle en impots locaux et globaux. Quelle proportion de ces 50 dollars ira aux états ex-soviétiques, ou bien à leur système de santé ? Je vous laisse deviner ce qu'il en sera si tout se passe selon les voeux des bénéficiaires !

4. L'attribution de ces bourses ne se

fait pas uniformément pour tous les professionnels des mathématiques travaillant dans des institutions ex-soviétiques ; elle se fait à partir d'un dossier scientifique ; en clair, cela signifie qu'elles sont réservées aux mathématiciens reconnus à l'étranger, qui constituent certainement la classe sociale en exURSS qui a le moins besoin d'assistance, car nombre d'entre eux ont eu l'occasion ces derniers temps d'aller relever les compteurs partout où ils étaient connus. De plus, cette selection veut éviter le canal de l'establishment académique ex-soviétique ; je déplore comme tout le monde la médiocrité et l'absence de sens civique des cadres de la société ex-soviétique, et j'admire leur surprenante aptitude à survivre aux changements, mais je pense que ce n'est pas à nous de décider de leur remplacement. Pour moi, cette initiative procède de la main-mise de puissances étrangères sur le potentiel scientifique d'un pays ; j'ai même envie de dire "d'une puissance étrangère" — pardonnez mon antiaméricanisme primaire — ce qui est d'ailleurs particulièrement inquiétant si cette puissance, qui prétend imposer sa culture au reste du monde, est incapable de former les scientifiques dont elle a besoin.

5. Cette action ne peut pas avoir l'effet souhaité : la survie des mathématiques soviétiques ne dépend que des ex-soviétiques eux-mêmes ; ou bien ils estiment que c'est important, ou bien non, et nous n'y pouvons rien. Une intervention extérieure de ce type ne peut que faire apparaître l'activité scientifique comme quelque chose qui ne les concerne pas ; et puis, pensez à la chaude ambiance qui va s'installer dans les départements, entre les heureux boursiers et les autres ! La situation en exURSS n'est pas une fatalité : elle est ce que les citoyens de ce pays en font, et une grande part de leur avenir tient au comportement de l'intelligentsia. Ce dont ils manquent, ce n'est pas tellement de dollars que de respect d'eux-mêmes, et de confiance en leurs dirigeants (ce terme devant être pris au sens large). Je ne pense pas que les mathématiciens sortent grandis, dans l'esprit de leur concitoyens, de cette affaire de bourses.

6. J'ai une expérience déja longue de coopération avec des collègues soviétiques ; tout ce que nous avons fait l'a été sur la base d'un partenariat, de manière équilibrée ; je n'ignore pas les difficultés de l'heure, ni la gêne qu'elle peuvent introduire dans nos rapport avec nos collègues. Par exemple, je sais qu'il faut à nos invités une certaine force d'âme pour se comporter décemment vis-à-vis du gros paquet que représente pour eux leurs indemnités de séjour, au lieu de le considérer comme un trésor de guerre à ne pas écorner. S'il faut claquer du fric pour la coopération avec l'ex-URSS, ayons le courage de l'investir, de façon plus classique, dans des activités proprement scientifiques, contribuant au maintien d'une pensée créative et originale ; je suggère par exemple le soutien à des publications scientifiques dans des langues autres que l'anglais.

7. L'obsession de la charité (à bon marché) est une maladie de nantis. Cette fois, il y aura moins de dégats qu'en Somalie, et il est probable qu'aucun assisté ne se fera descendre ; mais je crois qu'elle est toujours dangereuse : ce n'est qu'une façon d'ignorer les hommes différents de nous, ou de récompenser chichement ceux qui acceptent de se soumettre à nos normes. Allons dans les états de l'ex-URSS, apprenons leurs langues, travaillons avec leurs mathématiciens ; ce sont des pays passionnants, voyons ce que nous pouvons en tirer. En un mot, traitons nos collègues ex-soviétiques comme des êtres humains — comme les mathématiciens bangladeshis, les mathématiciens palestiniens, ou même les mathématiciens américains — mais, pour l'amour du Ciel, cessons de les considérer comme les objets de notre charité. Bien cordialement,

Bruno POIZAT
Professeur honoraire, Karaganda
Professeur, Lyon 1

UNE LETTRE DE JEAN PIERRE BOURGUIGNON

J'ai été très gêné par le contenu de l'article intitulé *"La symplectification de la science"* paru dans le numéro 54 de la Gazette de novembre 1992. Il aborde en effet un sujet très important, à savoir les rapports que les Mathématiques entretiennent avec d'autres sciences, mais je trouve qu'il le fait d'une façon inadaptée à rendre les nuances que ce sujet requiert.

Le mode de présentation choisi est *péremptoire*. On dit quelquefois que c'est le mode le plus efficace de démonstration. En l'occurence j'en doute, car dans cet article le slogan remplace très (trop !) souvent l'énoncé informatif. Ainsi comment accepter un raccourci comme *"La physique, c'est la géométrie"* alors que, plus avant dans l'article, il est reconnu (comme il se doit) qu'une grande partie de la Physique (la Théorie des Champs pour ne citer qu'un exemple) est toujours en attente d'un modèle mathématique qui permette de lui donner un statut théorique cohérent. Pire, ce manque de rigueur conduit à des lapsus (que les lecteurs de la Gazette, gens cultivés, ont probablement corrigés d'eux-mêmes) comme cette affirmation erronée selon laquelle *"la forme symplectique rassemble les* $2n$ *directions indépendantes de l'espace des phases en paires"*, ou encore celle selon laquelle *"les géométries symplectiques de la sphère et de la selle sont distinctes de celle du plan"* alors que cette distinction est faite en utilisant des disques géodésiques pour une géométrie *riemannienne*.

Discuter du rôle que les Mathématiques peuvent jouer dans d'autres sciences nécessite qu'on définisse précisément les termes de l'étude que l'on veut mener et surtout qu'on ne prenne pas trop de libertés avec l'Histoire, car cette aventure a déjà mobilisé beaucoup d'énergies. Ceci est d'autant plus vrai que les mathématiciens terminent tout juste leur convalescence du long accès de splendide isolement (doublé quelquefois d'une crise aigüe d'arrogance) qu'ils ont connu pendant une partie de ce siècle. Ils en ont bien entendu profité pour continuer à travailler et à développer leur discipline de façon remarquable... mais en oubliant quelquefois que d'autres en faisaient autant pour leur propre compte et avec leur problématique propre.

Je crains donc que, dans ces conditions, l'article aboutisse à l'effet inverse de celui que je pense pouvoir prêter aux auteurs (que je connais bien), à savoir *attirer l'attention sur une théorie* qui a pu longtemps apparaître comme pauvre (voire achevée) mais *qui connaît actuellement des développements passionnants*, et qui est effectivement un bon exemple historique de l'aide que des structures abstraites peuvent apporter dans la formulation de problèmes variés et dans leur résolution.

Pour ne pas seulement céder à une réaction d'humeur, je voudrais contribuer au débat sur les deux points suivants :

– proposer une autre lecture historique en m'appuyant sur un certain nombre de documents qui montrent que le cheminement des mathématiciens et des physiciens vers la géométrie symplectique a été beaucoup plus complexe que celui présenté, et que les mathématiciens eux-mêmes n'ont pas toujours été convaincus du bien-fondé de l'étude de la géométrie symplectique;

– engager une discussion sur la notion de *modèle* car c'est un des points de passage obligé de tout débat sur le thème de l'article.

En parcourant l'Histoire

Ainsi qu'il est dit dans l'article, c'est Lagrange qui, dans son *Mémoire sur les éléments des orbites des planètes* paru en 1808, remarque que les équations du mouvement perturbé peuvent prendre une forme particulièrement simple si on introduit une forme antisymétrique sur les fonctions définies sur l'espace des mouvements. La théorie ne prendra toute sa généralité qu'avec Sir William R. Hamilton vers le milieu du siècle en particulier en la libérant de son aspect perturbatif.

La fusion de l'électricité et du magnétisme proposée par James C. Maxwell en un *électromagnétisme* fournit une première situation physique hors de la Mécanique où une structure antisymétrique se révèle pertinente. La possibilité d'une interprétation symplectique sera manifeste après l'introduction par A.H. Lorentz, puis par H. Poincaré et A. Einstein, du cadre de pensée de la Relativité Restreinte au tournant du siècle : on peut alors modéliser le champ électromagnétique par une 2-forme extérieure sur l'espace-temps de dimension 4, une des équations de champ disant justement que cette 2-forme est fermée.

Il est à ce propos étonnant de noter que Herbert Grassmann a développé le *calcul extérieur* (*Ausdehnungslehre*) au moment précis où Maxwell faisait sa découverte et ce avec des motivations purement algébriques.

Ce développement de la géométrie symplectique ne devait pas être complètement convaincant puisqu'on trouve sous la plume de Félix Klein dans [1] le jugement suivant sur les développement de la géométrie symplectique : "*Trotz der unzweifelhaften Schönheit dieses Gebietes möchte ich jedoch vor einem einseitigen Studium warnen... In der Tat kann der Physiker wenig, der Ingenieur gar nichts von diesen Theorien für seine Aufgaben brauchen. Sie sind sozusagen ein Schema mit leeren Fächern, in welche die bunte Welt der Erscheinungen erst eingeordnet werden muß, um sie sinnvoll erscheinen zu lassen*" [1]. Dans l'édition de ces leçons faite en 1926 par R. Courant et O. Neugebauer, ceux-ci insèrent la note de bas de page suivante : "*Wir haben diese, durch die Entwicklung der letzten Jahren widerlegten Bemerkungen stehen lassen, da sie zu der gerade von Klein oft genannten Erscheinung einen Betrag liefern, wie scheinbar rein mathematische Theorien auch für die Nachbarwissenschaften unvermutet von größter Bedeutung werden*" [2]. Les évènements récents auxquels ils font allusion sont bien sûr l'apparition de la Mécanique Quantique dont la formulation suppose que l'on parte du point de vue hamiltonien (donc à la base symplectique), et non du point de vue des forces (point de vue newtonien) ou lagrangien (point de vue variationnel).

---

[1] "Malgré l'indubitable beauté de cette branche, je voudrais cependant mettre en garde contre une lecture à sens unique... En réalité, de ces théories, le physicien ne peut tirer pour ses travaux que très peu, et l'ingénieur presque rien. Elles constituent en quelque sorte un schéma avec des cases vides qui prennent un sens seulement après que le monde bigarré des phénomènes (de la Nature) y ait été disposé".

[2] "Nous avons laissé figurer ces remarques, qui sont contredites par les développements de ces dernières années, car elles donnent confirmation d'un phénomène souvent évoqué par Klein lui-même, à savoir que des théories mathématiques apparemment tout à fait pures peuvent se révéler d'une pertinence extrême pour les sciences voisines".

Le texte de l'article affirme que *la géométrie de la relativité générale et des théories de jauge connue sous le nom de géométrie riemannienne est une généralisation courbe de l'ancienne et familière géométrie euclidienne.* En fait la géométrie riemannienne a été développée pour elle-même vers le milieu du XIXème siècle par B. Riemann d'abord, mais ensuite par E.B. Christoffel et G. Ricci-Curbastro vers la fin du siècle. C'est au contraire après avoir discuté de ces théories mathématiques avec son ami M. Grossmann qu'A. Einstein les a choisies dès 1913 comme cadre mathématique pour développer sa Relativité Générale. Les théories de jauge ne viennent que plus tard, en 1917-1918, sous la plume d'Hermann Weyl qui s'intéresse à une unification de l'électromagnétisme et de la gravitation : dans son livre *"Raum, Zeit, Materie"*, il se préoccupe sous le nom d'*Eichinvarianz* de l'invariance des équations sous des changements locaux de référentiels. Il reviendra sur cette formulation de multiples fois. On peut noter à cette occasion que les écrits d'Hermann Weyl sur les rapports entre Mathématiques et autres sciences (Physique notamment) restent d'une étonnante actualité... et sont un peu trop ignorés en France.

Le vrai développement des théories de jauge auquel il est fait référence dans l'article n'a eu lieu que beaucoup plus tard, et là encore il s'est passé essentiellement hors des mathématiciens. Une période critique a été le début des années 70 avec l'organisation de séminaires communs sous la houlette de C.N. Yang et J. Simons à la State University of New York à Stony Brook. La convergence était claire aussi pour certains physiciens mathématiciens comme A. Trautmann. Il s'agissait surtout de constater, comme le fait formellement un article de T.T. Wu et C.N. Yang (cf. [2]), que les deux communautés avaient développé, chacune de leur côté, des concepts tout à fait parallèles. Les géomètres avaient en effet parachevé dès le milieu de ce siècle le déplacement de leurs centres d'intérêt vers les questions *globales*. Les physiciens théoriciens avaient, eux aussi, éprouvé le besoin d'introduire des invariants globaux comme le *nombre topologique de charge.* De là sont sortis des problèmes très intéressants qui ont conduit, grâce à des avancées spectaculairs de l'Analyse non-linéaire, à la révolution que l'on connaît de la Topologie Différentielle par exemple.

La géométrie symplectique a, elle aussi, connu ce passage des problèmes locaux aux problèmes globaux, d'où l'apparition de problèmes beaucoup plus difficiles, donc intéressants, dont certains se trouvaient en effet être la formulation mathématique de questions qui intéressaient les physiciens, par exemple dans le cadre de la quantification géométrique.

La leçon principale qu'il me semble utile de tirer de cette tranche d'Histoire est *l'existence fréquente de cheminements parallèles entre des communautés dont les préoccupations ne sont pas a priori identiques*, et dont le mode de production des connaissances est souvent différent. La fréquence de ces *rencontres* pousse assez inévitablement à s'interroger. Il peut être à ce propos intéressant de citer le physicien C.N. Yang : *"That nonabelian Gauge Theories are conceptually identical to ideas in a beautiful theory... developed by mathematicians without reference to the physical world was a great marvel to me... This is both thrilling and puzzling, since you, mathematicians, dreamed up these comcepts out of nowhere"*. Pour S.S. Chern, la réponse est simple : *"Fundamental concepts are rare"*.

Quelques réflexions sur la notion de modèle

Pour situer le problème que pose l'*identification* d'une situation mathématique avec une situation physique (comme le laisse sous-entendre l'article), un point de départ possible est fourni pour l'Histoire de la Géométrie Euclidienne, et la crise qu'a provoquée l'apparition de géométries non-euclidiennes. Cette crise avait une composante philosophique liée à la prééminence de la philosophie kantienne au début du XIXème siècle, et au rôle que la géométrie euclidienne jouait parmi les impératifs absolus de Kant. On peut éventuellement s'expliquer ainsi le fait que C.F. Gauß se soit refusé à prendre publiquement position sur les nouvelles géométries, ainsi qu'il l'explique dans des lettres à des collègues mathématiciens.

Mais le problème posé par cette absence de distance entre le contenu mathématique d'une théorie et sa pertinence pour décrire le monde qui nous entoure me semble bien résumé dans la confrontation suivante entre Bertrand et Poincaré. Dans une note aux Compte-Rendus de 1869 (annonçant une nouvelle démonstration du postulat d'Euclide), Bertrand écrit : *"aucun géomètre depuis Euclide n'a conçu de doute sérieux sur la valeur de la somme des angles d'un triangle. Un postulatum est nécessaire pour prouver qu'elle est égale à deux angles droits, mais l'évidence de ce postulatum permet aux esprits de bonne foi de l'accepter comme un axiome, et les dialecticiens curieux de disputer non de s'instruire peuvent seuls en contester l'évidence. Jamais, nous devons l'avouer, nous apparut bien nécessaire de les réduire au silence"*; on peut lire un peu plus tard sous la plume de Poincaré : *"les axiomes de la Géométrie ne sont que des définitions déguisées; une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre, elle peut seulement être plus commode"*.

Cet effort de réflexion sur la notion de modèle a occupé les épistémologues depuis longtemps. On trouve des éléments très intéressants de réflexion sur ce point dans l'œuvre de Helmholtz comme le rappelait opportunément Catherine Chevalley dans ses excellentes notes de lecture sur la réédition des *??* d'Helmholtz. Il est intéressant de rappeler ici que ce dernier a publié en 1869 un essai *"Über die Tatsachen, welche der Geometrie zur Grunde liegen"*[3], en contrepoint à l'essai de Riemann publié seulement une année plus tôt *"Über die Hypothesen, welche der Geometrie zur Grunde liegen"*[4], et qui était le sujet imposé par le jury lors de son habilitation en 1854.

Le point fondamental est de *laisser au modèle son autonomie par rapport à la réalité qu'il est censé décrire*. Cela permet au mathématicien de le développer à sa guise, en lui appliquant ses normes habituelles de rigueur,... et notamment sans le modifier en cours de raisonnement. C'est la seule façon qui permet d'en mesurer les limites, ce qu'on obtient en confrontant les résultats qu'il fournit avec l'expérience : c'est l'étape de validation. Un écart constaté alors permet de poser dans un cadre clair la question de sa pertinence en des termes dont le mathématicien peut tenir compte.

Références

[1] F. Klein, *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Grundlehren math. Wiss. Grenzgebiete **XXIV**, Springer, Berlin, 1926.

[2] T.T. Wu, C.N. Yang, *Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields*, Phys. Rev. **D 12** (1975), 3845-3857.

Jean Pierre BOURGUIGNON

[3] "Sur les faits qui servent de fondements à la géométrie".
[4] "Sur les hypothèses qui servent de fondements à la géométrie".

BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE 1993
et son supplément les MÉMOIRES DE LA S.M.F.

(4 fascicules par an auxquels s'ajoutent 4 à 5 suppléments)
Revue éditée par la Société Mathématique de France.
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique.

TOME 121, Fascicule 3
Prix public : 180 FF, Prix membres : 115 FF.

Sommaire :
LESIGNE (E.). — *Équations fonctionnelles, couplages de produits gauches et théorèmes ergotiques pour mesures diagonales.*
ABOUELAZ (A.) et DAHER (R.). — *Sur la tranformation de Radon de la sphère S^d.*
BALLET (B.). — *Genre de courbes lisses tracées sur certaines surfaces rationnelles de $\mathbb{P}^3$.*
RAMOND (T.). — *Intervalles d'instabilité pour une équation de Hill à potentiel méromorphe.*
HEINZNER (P.). — *Equivariant holomorphic extensions of real analytic manifolds.*

Mémoires :
supplément au Tome 121, fasc. 3 – Mémoire n° 54
RAMELLA (L.). — *Sur les schémas définissant les courbes rationnelles lisses de* $\mathbf{P}^3$ *ayant fibré normal et fibré tangent restreint fixés.*
(74 pages, prix public : 75 FF ; prix membres SMF : 55 FF)

On confronte les stratifications du schéma de Hilbert des courbes lisses rationnelles de $\mathbf{P}^3$ de degré d par le fibré normal et fibré tangent restreint, en étudiant l'intersection des strates des deux types de stratifications. Le comportement est bizarre, il n'existe pas de symétries et il est compliqué de trouver des règles générales. Dans ce travail on trouve des paires de strates ayant intersection vide, des paires de strates ayant intersection non vide mais se coupant d'une mauvaise façon et enfin une vaste classe de paires de states se coupant d'une bonne façon. On note que la strate générale de la stratification par le fibré normal coupe toute strate de l'autre statification, mais on trouve qu'on n'a pas l'analogue pour la strate générale de la stratification par le fibré tangent restreint et on détermine tous les types de scindage possibles du fibré normal des courbes de cette strate. On note aussi que le fibré normal dépend des droites multisécantes.

ABONNEMENT 1993
Prix public Europe : 860 FF Hors Europe : 910 FF
Prix Membres Europe : 430 FF Hors Europe : 480 FF

DISTRIBUTION
Maison de la S.M.F., Case 916 – Luminy, 13288 Marseille Cedex 09
Gauthier-Villars, CDR, 11 rue Gossin, 92543 Montrouge Cedex
Offilib, 48 rue Gay-Lussac, 75240 Paris Cedex 05