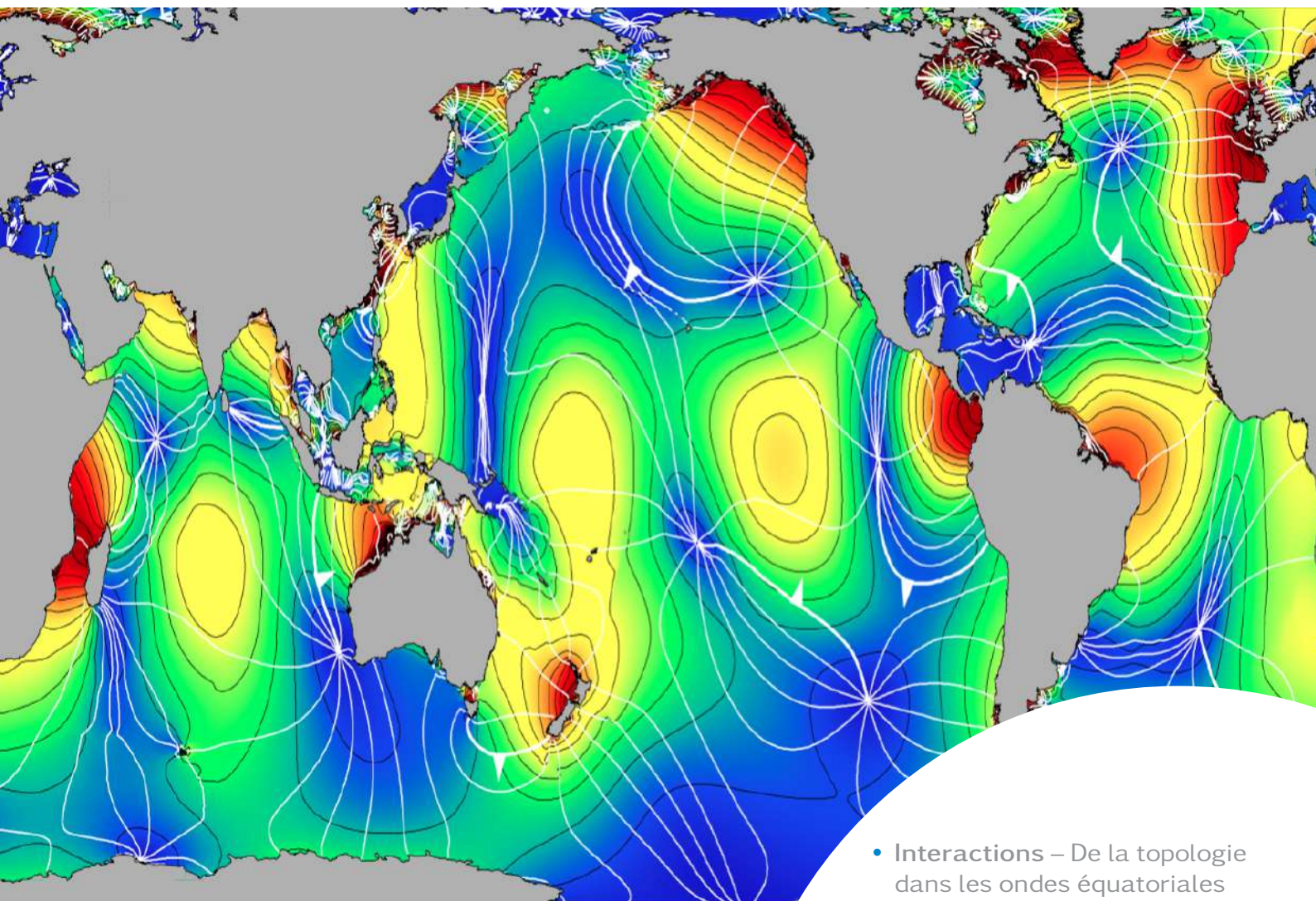


# la Gazette

des Mathématiciens



**Liberté pour notre collègue Tuna Altinel incarcéré en Turquie!**

- Interactions – De la topologie dans les ondes équatoriales
- Entretien – avec David Ruelle
- Mathématiques – Spectre sans épines des graphes aléatoires

Société  
Mathématique  
de France



## Comité de rédaction

### Rédacteur en chef

**Damien GAYET**

Institut Fourier, Grenoble  
damien.gayet@ujf-grenoble.fr

### Rédacteurs

**Boris ADAMCZEWSKI**

Institut Camille Jordan, Lyon  
boris.adamczewski@math.cnrs.fr

**Maxime BOURRIGAN**

Lycée Sainte-Geneviève, Versailles  
maxime.bourrigan@gmail.com

**Christophe ECKES**

Archives Henri Poincaré, Nancy  
eckes@math.univ-lyon1.fr

**Sébastien GOUÉZEL**

Université de Nantes  
sebastien.gouezel@univ-nantes.fr

**Sophie GRIVAUX**

Université de Lille  
grivaux@math.univ-lille1.fr

**Fanny KASSEL**

IHÉS  
kassel@ihes.fr

**Pauline LAFITTE**

École Centrale, Paris  
pauline.lafitte@centralesupelec.fr

**Romain TESSERA**

Université Paris-Sud  
romain.tessera@math.u-psud.fr

---

### Secrétariat de rédaction :

SMF – Claire ROPARTZ  
Institut Henri Poincaré  
11 rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris cedex 05  
Tél. : 01 44 27 67 96 – Fax : 01 40 46 90 96  
gazette@smf.emath.fr – <http://smf.emath.fr>

**Directeur de la publication :** Stéphane SEURET

ISSN : 0224-8999



**À propos de la couverture.** Carte des marées semi-diurnes obtenue par imagerie satellite. Les couleurs donnent l'amplitude des marées, les lignes blanches sont les isophases. On remarque l'existence de singularités de phase où l'amplitude de la marée s'annule. Ce sont des points amphidromiques. Leur existence est une manifestation de la brisure d'invariance par renversement du temps due à la force de Coriolis. L'article « De la topologie dans les ondes équatoriales » présente une autre manifestation topologique de la brisure de symétrie par renversement du temps dans les écoulements atmosphériques et océaniques à l'échelle planétaires : l'émergence de deux modes unidirectionnels piégés le long de l'équateur (crédit : NASA).

N° 161

## Éditorial

Notre collègue mathématicien lyonnais Tuna Altinel est en prison en Turquie depuis le 11 mai. Son seul tort est d'avoir signé une pétition critiquant les exactions de l'armée turque au Kurdistan, puis d'avoir assisté à Villeurbanne en février dernier à une réunion sur ce thème et organisée par une association tout à fait légale. Le 23 mai dernier, le président Erdoğan, lors d'une commémoration, déclarait sans rire<sup>1</sup> : « Au cours de la période qui s'ouvre, nous allons faire de notre pays un important pôle pour tous les scientifiques ». Jeter en prison les scientifiques travaillant à l'étranger qui mettent le pied sur le sol turc est une méthode assez originale pour augmenter leur nombre... Dans la rubrique information de cette *Gazette* de juillet, vous trouverez un résumé de cette aberrante et atterrante situation, ainsi que des modes d'action pour soutenir Tuna Altinel.

Mathématique, politique et injustice toujours, mais à une échelle bien différente : l'absence de Claude Chevalley dans la liste des lauréats du prix Cognac-Jay de 1966, décerné par l'Académie des sciences. Un article à rebondissements retrace les arcanes de la remise de ce prix, les discussions et polémiques au sein de l'Académie sur la définition et les origines de Bourbaki. Les amateurs de sociologie des sciences, de démissions fracassantes, de « patriotisme » scientifique et de culpabilité institutionnelle seront ravis de cette trépidante aventure historique.

Un lauréat récent d'un prix de l'Académie (prix qui peut-être fera l'objet d'un article d'histoire des mathématiques dans une *Gazette* de 2072, qui sait ?), nous parle de graphes aléatoires, de la statistique de leurs propriétés spectrales... et de club de karaté. Les aficionados de bornes étranges et d'étonnante répartition de valeurs propres ne manqueront pas cet article accessible et passionnant. A priori, les applications de la topologie algébrique à la physique ne sont pas légion : une bouée aura toujours un trou si on ne la coupe pas et des épis s'abattront fatalement sur toute tête chevelue, sont des exemples donnés souvent au grand public, et souvent sans grande conviction. Dans cette *Gazette*, les lectrices et lecteurs découvriront une union bien étrange, celle des courants marins et de la topologie.

1. [hurriyetdailynews.com/president-erdogan-vows-to-make-turkey-center-for-scientists-143670](http://hurriyetdailynews.com/president-erdogan-vows-to-make-turkey-center-for-scientists-143670)

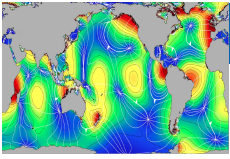
Les topologues pourront briller de nouveau en soirée grâce à ce profond usage de leur beau domaine à l'océanographie.

Un acteur grandiose des liens entre physique et mathématique est interviewé dans cette *Gazette* : David Ruelle. Il y est question de philosophie, d'analphabètes remarquables et de grands mathématiciens humainement banals, d'un choquant *Éloge de l'inceste* de Grothendieck, de critique gentille de Bourbaki, et de la diversité de pensée chez les mathématiciens. Un carnet retrace la vie scientifique d'un autre acteur important de la mathématique physique, Marcel Grossmann, dont le nom est associé en premier lieu aux ondelettes, mais qui a marqué de son sceau de nombreux domaines aux frontières des mathématiques.

Celles et ceux qui pensent qu'un rapport d'activité de notre section 41 du comité du CNRS n'est qu'un long fleuve tranquille et ennuyeux liront avec un œil différent le bilan publié dans cette *Gazette*. Les auteurs ont pimenté leur texte de nombreux commentaires engagés sur la politique de la section, du CNRS et des universités en ce qui concerne les délégations, la parité, les promotions ou la PEDR. On y trouve par ailleurs des conseils précis et parfois non intuitifs sur la façon de construire un « bon » rapport de recherche ou une demande de promotion. Enfin, il est toujours plaisant de parcourir la liste des heureuses connaissances promues. Toujours en information, un court article très bien ficelé présente un nouveau cycle de conférences, « Mathématiques étonnantes », présentant « toutes sortes » de mathématiques. Dans la tribune de ce numéro, un collègue physicien expose son point de vue sur les publications. Je recommande en particulier une surprenante (pour un mathématicien) statistique sur les publications en physique.

Je m'associe à toute l'équipe de la *Gazette* pour vous souhaiter une bonne lecture et de bonnes vacances!

Damien GAYET



Liberté pour notre collègue Tuna Altinel incarcéré en Turquie!

N° 161

## Sommaire

<b>SMF</b>	<b>4</b>
Mot du président	4
<b>RAPPORT MORAL</b>	<b>7</b>
Rapport Moral - période de juin 2018 à juin 2019	7
<b>INTERACTIONS</b>	<b>20</b>
De la topologie dans les ondes équatoriales – <i>P. DELPLACE et A. VENAILLE</i>	20
<b>MATHÉMATIQUES</b>	<b>32</b>
Spectre sans épines des graphes aléatoires – <i>C. BORDENAVE</i>	32
Bourbaki et Chevalley : avers et revers d'un prix de l'Académie des sciences – <i>D. COUTY</i>	43
<b>ENTRETIEN</b>	<b>55</b>
Un interview de David RUELLE	55
<b>TRIBUNE LIBRE</b>	<b>60</b>
Science Ouverte : lire plus, publier moins, le cas de la physique – <i>D. JEROME</i>	60
<b>INFORMATION</b>	<b>67</b>
Procès de Tuna Altinel – <i>A. DELORO</i>	67
Nouvelles du CoNRS – <i>D. BRESCH et M. de la SALLE</i>	70
Mathématiques étonnantes – <i>J. BUZZI</i>	75
<b>RÉTROVISEUR</b>	<b>77</b>
<b>CARNET</b>	<b>78</b>
Alex Grossmann, un homme multidisciplinaire – <i>T. PAUL</i>	78
<b>LIVRES</b>	<b>82</b>



## Mot du président

Chères et chers collègues,

En ce début d'été caniculaire, la recherche en France se trouve à un tournant.

En effet, l'annonce du premier ministre, faite le 1<sup>er</sup> février dernier, de la mise en place d'une loi de programmation pluriannuelle de la recherche, a suscité beaucoup d'attentes, et un peu d'espoir ! Comme je vous l'ai indiqué dans plusieurs courriels, plusieurs sociétés savantes, dont la SMF, se sont mobilisées en organisant une enquête nationale interrogeant les scientifiques sur leur perception de la recherche, leurs attentes, leurs besoins et leurs craintes. De nombreux enseignements sont à tirer des 5500 réponses, émanant de plus de 9000 participants issus de toutes les disciplines (avec une sur-représentation des biologistes et des mathématiques par rapport aux sciences humaines : merci à vous d'y avoir participé). Toutes les synthèses sont maintenant en ligne sur <http://societes-savantes.fr>, je vous invite à les parcourir, ainsi que les conclusions et recommandations que nous en déduisons.

Tout d'abord, il existe une voix de la communauté, qui dépasse les frontières des disciplines. La plupart des questions « générales » (modulo quelques exceptions bien entendu) obtiennent des réponses assez similaires quels que soient la discipline, le grade, le statut, le sexe et l'âge. Les mathématiques n'échappent pas à la règle, et c'est une bonne nouvelle : l'essentiel de nos priorités est partagé par les autres sciences.

Ensuite, la communauté scientifique est raisonnable. Elle ne remet pas en question le financement sur projet, mais exige un équilibre pertinent entre financement récurrent et financement sur projet, avec un relèvement significatif des taux de réussite à l'ANR. Elle comprend les contraintes budgétaires, mais est extrêmement attachée aux emplois permanents et rappelle que la France doit honorer ses engagements (pris au conseil Européen de Lisbonne en 2000) d'investissement public à hauteur de 1 pour cent du PIB national (comme ses voisins européens et ses « concurrents » internationaux). Cet investissement est une condition sine qua non de la survie de la recherche dans les années qui viennent. Pour les mathématiques, une aug-

mentation du nombre de postes, un dimensionnement des projets adapté à la discipline, une hausse du financement récurrent, sont plébiscités.

Les scientifiques sont très impliqués dans leur travail et investis dans la société : montages de projet, diffusion des connaissances, partenariats avec le privé, font partie des activités « standards » de beaucoup d'entre nous, en particulier en mathématiques. Cependant, toutes ces actions ne semblent pas assez reconnues (même si elles sont encouragées) et soutenues. De façon plus générale, la parole scientifique n'est pas assez sollicitée et écoutée (notamment par l'État français), et les scientifiques sont tous demandeurs et prêts à participer activement aux débats et aux décisions publiques.

Ce manque de reconnaissance est un sentiment uniformément ressenti. Un sujet qui me tient particulièrement à cœur est la valorisation insuffisante du doctorat par les entreprises mais encore plus inquiétant, par l'État lui-même qui ne montre pas l'exemple dans ses recrutements de (hauts) fonctionnaires. Les salaires moins élevés que dans n'importe quel autre ministère à grade équivalent, cumulés avec le manque de consultation sur les questions de société (bio-éthique, écologie, et pour notre communauté, statistiques et intelligence artificielle), sont contre-productifs pour l'attractivité des métiers de la recherche et alarmants pour la recherche et le développement en France, dans les entreprises et au sein de nos laboratoires. En mathématiques, nous nous inquiétons toutes et tous de l'érosion de nos effectifs, et de la tendance générale des plus jeunes à partir à l'étranger et dans le privé.

De nombreux autres points sont abordés, je vous invite à les consulter sur le site ou les différentes tribunes qui sont en cours de publication. Cette grande mobilisation de la communauté, des sociétés savantes et de la SMF, permet de formuler des recommandations que nous avons défendues auprès des trois groupes de travail, auditions qui ont duré au total plus de 6 heures début juin. Un document reprend l'ensemble de ces recommandations, dont les conclusions financières sont les suivantes.

1. Financement de la recherche (hors personnels permanents et infrastructures)
  - Amener le taux de succès aux appels à projets de l'ANR à 30% : 600 M€/an.
  - Couvrir 70% des frais de recherche des laboratoires sur dotation de base : 600 M€/an.
2. Politique d'emploi
  - Aligner les rémunérations des personnels de la recherche publique sur les corps équivalents des autres ministères : 2 Md€/an.

- Recruter 2000 chercheurs, enseignants-chercheurs et ITA/BIATSS supplémentaires/an (sur 5 ans) : 300 M€/an.
3. Infrastructures : remise à niveau de l'immobilier universitaire et de la recherche publique : 1 Md€/an.

Cela représente un total de 4,5 milliards d'euros par an d'investissement supplémentaire.

Ces chiffres peuvent donner le tournis, et susciter une certaine ironie dans les discussions. Réalisons cependant que ce montant supplémentaire (probablement à atteindre en quelques années) permettrait à peine à la France d'atteindre 1% de son PIB, encore très loin du niveau d'investissement de l'Allemagne (pour ne prendre qu'un exemple). De plus, de tels investissements ont des répercussions bénéfiques à moyen et long termes, dans les secteurs public et privé, et dans la formation.

Ce long « mot du président » reflète l'énergie qui a été mise dans cette enquête et l'analyse qui a suivi. Espérons que les décisions annoncées mi-juillet seront à la hauteur des ambitions suscitées par cette loi, à la fois sur les budgets engagés et les intentions affichées. Elles devront refléter les attentes et besoins exprimés par les scientifiques eux-mêmes dans nos sondages, et ne pas pousser vers des directions non souhaitées : pour les mathématiques, les lignes rouges concernent notamment l'emploi à temps plein et le financement équilibré récurrent-AAP.

Après cette étape cruciale, et quelles que soient les décisions prises, la SMF restera mobilisée pour promouvoir la recherche et les mathématiques auprès des acteurs publics.

Je vous souhaite un bel été.

Le 1<sup>er</sup> juillet 2019

Stéphane SEURET, président de la SMF



# 1. Affaires générales

## 1.1 – Situation générale

Comme ce rapport va le montrer, l'année 2018 a été très intense à la SMF.

Tout d'abord, la SMF a changé entièrement de système informatique et de site web (voir Section 1.5). Au-delà des aspects techniques, cette refonte a été l'occasion de repenser les actions de la SMF, leur organisation et leur mise en valeur, et d'adapter ainsi notre fonctionnement aux changements en cours dans la société : ré-organisation de nos contenus en interne sur le site web, utilisation des réseaux sociaux et des médias, évolution du monde de l'édition et des usages de lecture...

La SMF a également vu ses effectifs évoluer, avec le départ de N. Christiaën et l'arrivée d'O. Boubakeur au secrétariat des publications. M.-F. Koussémon, à la cellule de Luminy, a élargi son champ d'actions et assure entièrement le processus éditorial des *Annales de l'ÉNS*. Tous les personnels de la SMF et les bénévoles du Bureau ont participé à ces évolutions, et les ont accompagnées durant cette période transitoire.

La SMF a été particulièrement active dans la vie de la communauté mathématique avec de nombreuses interventions, courriers et manifestes autour de l'enseignement et de la formation des enseignants, du financement de la recherche, des droits humains et des publications.

Enfin, nous continuons à développer nos activités de diffusion, avec, en sus de nos activités historiques (cycles « Un texte, un mathématicien »...) et des plus récentes (concours SMF junior, congrès de la SMF), la mise en place de nouvelles manifestations, parmi lesquelles le cycle de conférences « Mathématiques étonnantes » et les semaines SMF-CIRM.

Malgré tout cela, notre nombre d'adhérent.e.s continue d'évoluer à la baisse, après avoir stagné en 2018. C'est un point d'attention particulier pour l'ensemble des personnels et des bénévoles qui ne

mesurent pas leur temps et leur énergie pour mener des actions de qualité et les valoriser le plus largement possible.

Après une année 2018 mouvementée, 2019 sera une année de consolidation pour la SMF, et nous comptons bien que l'ensemble des activités menées pour la communauté porte ses fruits, non seulement pour la SMF mais pour les mathématiques en général.

## 1.2 – Adhérents

Au 31 décembre 2018 la SMF comptait 1783 adhérent.es, à comparer à 1829 en 2018 et 1830 en 2017.

La baisse de nos effectifs est régulière, pourtant nous menons une politique active pour que la communauté maintienne son soutien :

- depuis plusieurs années, la SMF n'augmente pas le montant des cotisations de ses adhérents, et cette politique sera prolongée au moins jusqu'en 2020 ;
- depuis deux ans, les doctorant.e.s bénéficient de 3 années d'adhésion gratuite ;
- depuis décembre 2018, tout membre de la SMF à jour de cotisation jouit d'un accès gratuit aux manuscrits électroniques des exposés Bourbaki.

Même si cette tendance touche l'ensemble du monde associatif, nous continuons à nous mobiliser car ce soutien est fondamental pour la SMF. Il constitue bien sûr un soutien financier important, mais il est également crucial car il assure notre représentativité et assoit notre crédibilité vis-à-vis de nos interlocuteurs (médias, politiques...). Nous espérons donc que nos activités motiveront toutes les mathématiciennes et tous les mathématiciens à adhérer et à faire adhérer, notamment les plus jeunes.

### 1.3 – Activités avec d'autres sociétés savantes

La SMF continue à travailler de concert avec les sociétés savantes (SMAI et SFDS) et les associations liées aux mathématiques (Animath, APMEP...) et mène avec elles de nombreuses activités qui seront décrites plus loin dans ce rapport moral.

Cette année, à l'initiative de P. Lemaire (fondateur de *Sciences en marche*) et d'O. Berné, un collectif de Sociétés savantes s'est organisé pour porter la parole scientifique plus haut dans la vie politique française et les médias. Ainsi, la Société française de physique, la Société des neurosciences, l'Association des historiens contemporanéistes de l'ESR, la Société française de biologie du développement, l'Association française de sociologie, la SMF, l'Association française de science politique, la Société française d'astronomie et d'astrophysique et la Société française d'écologie et d'évolution ont travaillé à rassembler l'ensemble des sociétés savantes issues de tous les champs disciplinaires, en organisant une réunion en septembre 2018 et en rédigeant plusieurs tribunes qui ont été largement diffusées et publiées dans des journaux à grande écoute. Les tribunes écrites par ce collectif et signées par de nombreuses associations ont d'autant plus d'impact qu'elles sont ratifiées par des représentants de domaines variés, allant des sciences humaines et sociales aux sciences fondamentales. Nous nous sommes exprimés sur l'évolution du Palais de la découverte, les frais d'inscription des étudiants à l'université, le programme de mathématiques au lycée, avec des répercussions assez importantes par exemple pour ce dernier.

Le but à très court terme est de finaliser la création d'une association regroupant les sociétés savantes académiques, dont le but serait de faire émaner des textes sur lesquels une large majorité de scientifiques s'entendent. La diversité des signataires, ainsi que leurs effectifs importants (plus de 45.000 scientifiques cumulés en France), donnera un poids sans précédent à nos prises de position.

Cette action collective n'empêche évidemment pas la SMF d'agir plus spécifiquement au sein des mathématiques, comme ce rapport le démontre.

### 1.4 – Refonte du système informatique et du site web

En 2018, et au terme d'un projet long de plus de 30 mois, la SMF a effectué sa transformation nu-

mérique. Cela s'est concrétisé le 5 décembre 2018, date à laquelle l'ancien système informatique et l'ancien site web ont été éteints et remplacés par un nouveau système d'information, fondé sur Drupal. Le travail a été effectué en partenariat avec les sociétés SmartAgence et ClickArmy, en intense collaboration avec l'ensemble des personnels et des bénévoles de la SMF. La transition avait été longuement préparée et cette précaution a permis à la SMF de passer sereinement cette étape.

Rappelons que l'ancien système était un héritage d'une construction qui a dû s'adapter au cours du temps, nos bases de données étaient éclatées à plusieurs endroits et sur plusieurs serveurs. Même si la sécurité des interactions était assurée, la gestion de ces bases et leur coordination en interne n'était pas aisée. Avec les nouvelles normes européennes (RGPD), la gestion des données des adhérents et clients devaient être remise aux normes tout comme les moyens de paiement. La structure du site web (constitué de deux sites indépendants `smf.emath.fr` et `smf4.emath.fr`) complexifiait notre fonctionnement interne, et ne nous permettait pas d'optimiser son référencement sur les moteurs de recherche, de suivre l'activité de nos utilisateurs pour en améliorer son contenu fonctionnel et technique.

Les bénéfices de cette refonte pour la SMF sont multiples : sécurité des données assurée avec mises à jour de sécurité régulières, regroupement des bases de données, mise à jour et uniformisation des publications, facilité d'utilisation et partage des informations pour les personnels de la SMF, image modernisée via un système attractif et adaptatif. Un article de la *Gazette* en janvier 2019 détaille l'ampleur du projet et ses conséquences positives.

Enfin, et surtout, ce projet nous apporte à long terme une grande sérénité sur le plan technique et nous permet d'envisager à moyen terme d'autres évolutions (vente de livres électroniques...) impossibles à mettre en place il y a quelques mois.

### 1.5 – Droits humains

La SMF, en collaboration avec la SMAI et la SFDS, a poursuivi sa mobilisation pour soutenir les universitaires de Turquie. Les audiences des procès contre les signataires de la pétition *Academics for peace* continuent de se succéder depuis plus d'un an avec des peines de prisons prononcées. En novembre 2018, les sociétés savantes ont adressé un courrier au président de la République alertant à nouveau

sur la situation des universitaires en Turquie et s'indignant des nouvelles arrestations dont celle de B. Tanbay, professeure de mathématiques à l'université Bogazici, 1<sup>re</sup> présidente de la Société mathématique turque entre 2010 et 2016 et vice-présidente de la Société Européenne de Mathématiques depuis janvier 2019. Une traduction de la plaidoirie d'A. Berkman, mathématicienne à l'université des beaux-arts Mimar-Sinan également poursuivie pour « propagande pour une organisation terroriste », accompagnée du témoignage d'A. Deloro présent à son procès en janvier 2019, devrait paraître dans la *Gazette*. Enfin, pour conclure sur une note plus optimiste, signalons qu'après le prix « Courage to Think Defender » remis aux « universitaires pour la paix » en 2018, c'est le mathématicien turc A. Nesin qui a reçu le prix « Leelavati » à l'IMS 2018 de Rio pour le village Nesin des mathématiques en Turquie, un lieu de paix, pour l'éducation, la recherche et la découverte des mathématiques pour tous. La SMF a fait don de livres de la cellule de Marseille au village.

### 1.6 – Parité

Dans l'année écoulée, la SMF a poursuivi son travail de veille sur les différents aspects de la situation des mathématiciennes de la communauté française : présence équitable des femmes dans les divers événements, les écrits institutionnels, la vie des unités ; suivi des créations de comité parité dans les laboratoires et les UFR ; questions soulevées au gré de l'actualité. La SMF a essayé de mettre en œuvre cette vigilance avec une attention particulière pour ce qui a touché à son propre fonctionnement. La charte adoptée début 2018 a rencontré un bon écho et a permis à la SMF de communiquer et d'échanger avec les personnes confrontées à des situations d'(in-)égalité entre les femmes et les hommes dans le milieu mathématique. La rubrique « Parité » de la *Gazette* a été cette année encore le lieu de témoignages et d'échanges importants sur toutes ces questions.

### 1.7 – Statuts et AGE

Le 21 septembre dernier, une assemblée générale exceptionnelle (AGE) de la SMF, convoquée par le conseil d'administration du 22 juin 2018, s'est tenue pour valider une évolution des statuts de l'association. Les modifications principales proposées étaient l'autorisation du vote électronique des adhé-

rents pour les élections au Conseil d'administration et la suppression de la limitation du nombre de mandats du ou de la président.e (le nombre de mandats au conseil d'administration restant limité à 2). L'AGE a validé à 87 oui / 5 non la première modification, et 81 oui / 9 non / 2 votes blancs la deuxième modification. Les statuts mis en conformité avec la loi actuelle sont en cours de validation auprès des administrations et institutions tutelles de notre association : le Bureau des associations du Ministère de l'intérieur, le Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, et enfin le Conseil d'État.

## 2. Gazette

Le rédacteur en chef B. Adamczewski, a été remplacé depuis janvier 2019 par D. Gayet qui faisait partie du comité de rédaction depuis plusieurs années. Le comité de rédaction a été en partie renouvelé en assurant la diversité des thèmes mathématiques représentés. Cette année la *Gazette* a publié de nombreux textes de mathématiques, avec comme volonté encore plus affirmée que ceux-ci soient accessibles à toute mathématicienne et tout mathématicien, de tous horizons. Le comité, dans la continuité des années précédentes, a par ailleurs pris également soin à la diversité des thèmes abordés, des probabilités à la géométrie algébrique en passant par les équations aux dérivées partielles ou l'histoire des mathématiques et a encouragé les interactions, en premier lieu avec la physique et l'informatique. De nombreuses interviews ont été publiées, en particulier avec les récents médaillés Fields, ainsi que celle de M. Launay, un youtubeur mathématicien et celle de M. Talagrand. Le comité souhaite par ailleurs développer les interviews de mathématiciennes et mathématiciens qui ont marqué leur domaine. Comme auparavant, les rubriques « Tribune libre » et « Parité » mettent en valeur le débat d'idées qui animent notre communauté, comme par exemple récemment la question de la mobilité. Le comité s'attache à publier des réflexions ou des témoignages concernant la pédagogie, une autre préoccupation importante à l'université. La rubrique « Carnet » a permis de retracer, comme malheureusement chaque année, succinctement mais précisément, la vie et l'œuvre de collègues décédés, comme M. Raynaud. Enfin, un magnifique numéro spécial en l'honneur de J.-P. Kahane a été publié en avril, sous la direction de H. Queffélec.

### 3. Conseil scientifique

Le Conseil Scientifique a été renouvelé partiellement : il a vu l'arrivée de G. Besson comme secrétaire (Géométrie, Grenoble), de J. Delon (Mathématiques appliquées, Paris Descartes) et de D. Picard (Probabilités, Paris Diderot) ainsi que le départ d'A. Desolneux, S. Jaffard et C. Prieur. Le fonctionnement du Conseil s'effectue essentiellement par courrier. Mais une réunion s'est tenue le 18 mars 2019 à l'IHP, pour discuter de l'ensemble de ses activités et réfléchir aux critères qu'il utilise lors de ses décisions. Cette année la première moitié de cette réunion a eu lieu avec l'intervention, en vidéo conférence, de F. Bayart, responsable des publications de la SMF. Elle a permis de discuter des critères de renouvellement des membres des comités de rédaction avec l'objectif de développer une stratégie internationale. Un autre point d'attention a été le montage de dossiers de candidatures par le CS et la SMF aux prix mathématiques internationaux. La SMF est souvent sollicitée et souhaiterait soutenir des candidats issus de l'ensemble de la communauté mathématique française, notamment en mettant en valeur des chercheuses et chercheurs dont les travaux n'ont pas encore la reconnaissance méritée.

### 4. Le pôle de Luminy

#### 4.1 – La maison de la SMF

Son rôle est de prendre en charge les publications de la SMF envoyées par les imprimeurs (réception, stockage, expédition, vente au numéro, lien entre le routeur et la SMF). Elle gère également l'envoi des exemplaires aux auteurs, à l'American Mathematical Society et s'occupe des réclamations.

La maison de la SMF travaille en étroite collaboration avec les secteurs des publications, des publicités et de la comptabilité.

Une présentation de la SMF est faite aux nouveaux congressistes du CIRM en début de semaine, avec un stand de vente des livres de la SMF chaque mardi et jeudi et contribue enfin à une présentation de qualité de nos ouvrages dans l'enceinte du CIRM. Depuis septembre 2018, M.-F. Koussémon a entièrement en charge la gestion éditoriale des *Annales de l'École Normale Supérieure* pour laquelle elle utilise le logiciel OJS (Open Journal System) développé par PKP (Public Knowledge Project). De février à septembre 2018, deux systèmes co-existaient : le

système « à la main » (correspondance par messagerie électronique, tableurs excel) et OJS, co-gérés par deux personnes. Cette nouvelle activité a renforcé le lien entre la cellule de Luminy et le service des publications de Paris.

En 2018, les ventes d'ouvrages sur place se montent à 5500 Euros. Ce chiffre en légère baisse par rapport à 2017 s'explique probablement par les variations de fréquentation du CIRM. De janvier à avril 2019, les ventes au détail ont augmenté sensiblement : fin avril 2019, la cellule a vendu pour 3200 Euros de livres.

En 2018, la maison de la SMF a réceptionné environ 9500 ouvrages, soit 30% de plus par rapport à 2017. Un désherbage est effectué annuellement, conformément aux décisions prises en septembre 2016.

Une des grandes nouveautés pour la fin 2018 a été la prise en main du nouveau site web de la SMF, et en particulier le lien entre la partie visible par les visiteurs et la partie comptabilité. C. Munusami et M.-F. Koussémon n'ont pas ménagé leur peine pour absorber cette période de prise en main et le mois de retard qu'elle a occasionné dans la saisie des commandes et l'édition des factures.

La SMF a mis à disposition du CIRM, pendant les travaux d'extension effectués de 2017-2019, une salle au rez-de-chaussée et un bureau au premier étage de la cellule.

#### 4.2 – CIRM 2018

##### Fréquentation

Concernant le nombre de visiteurs, le CIRM demeure le plus grand centre d'accueil de conférences en mathématiques dans le monde. Le nombre total de participants en 2018 est en légère baisse si on le compare à celui de 2017 : 3421 contre 3780. Cette baisse volontaire a pour cause les travaux immobiliers en cours qui nous ont imposé quelques limites durant certaines semaines. Le CIRM est resté ouvert durant 50 semaines et a permis l'organisation de 74 événements.

Le nombre total de participants provenant d'institutions étrangères a été de 52%, encore en augmentation par rapport à l'année passée (51%). Sur ce total, on peut remarquer que le nombre de mathématiciennes au CIRM continue à progresser pour atteindre 22% de participantes en 2018.

Le Conseil scientifique aujourd'hui présidé par F. D'Albo (Rennes), a été largement renouvelé dé-

but 2019. Il compte maintenant 20 membres. Il faut souligner qu'il est à parité avec 10 femmes – 10 hommes et très international avec 10 experts français – 10 experts étrangers. Ceci est pour l'instant unique dans le cadre des conseils scientifiques des instituts partenaires à l'international.

Le CIRM bénéficie toujours du soutien renforcé (depuis 2012) de l'INSMI<sup>1</sup>, d'une dotation du MESRI, de dotations des collectivités locales (Région et Ville) ainsi que de financements des laboratoires d'excellence CARMIN et ARCHIMEDE qui apportent un complément financier important et nécessaire lui permettant de concurrencer les meilleurs centres d'accueil internationaux (qui reçoivent souvent des financements plus importants). Le laboratoire d'excellence CARMIN vient d'ailleurs d'être renouvelé suite à l'acceptation du dossier de renouvellement préparé conjointement par les quatre instituts partenaires (CIMPA, CIRM, IHES et IHP).

## Bilan des activités scientifiques 2018

Sur un total de 49 semaines d'activités, le centre a accueilli :

- 39 conférences et écoles de recherche ;
- 2 semestres de Chaire Jean-Morlet ;
- 2 sessions longue durée de 6 semaines (CEMRACS) et 4 semaines (Mois thématique) ;
- 6 workshops ;
- 27 recherches en binôme.

**La Chaire Jean-Morlet.**<sup>2</sup> La Chaire Jean-Morlet (dont on rappelle que le poste et le salaire dépendent d'Aix-Marseille Université) continue d'attirer des leaders scientifiques du monde entier, en proposant des programmes de grande qualité. Le nombre croissant de chercheurs étrangers visitant le CIRM dépasse les 65% dans ce programme. En 2018, les deux bénéficiaires ont été des mathématiciennes et, parmi les porteurs locaux, on comptait également une femme. Entre 2013 et fin 2018, la Chaire a accueilli 2200 participants. Les binômes ont sorti plus de 80 publications (articles) et 4 ouvrages ont déjà paru dans la collection SMF « Jean-Morlet Series ».

- Semestre 1 : janvier à juin 2018 - G. Walsh (Tufts University, Boston) et L. Paoluzzi (i2M).  
Thème : Géométrie, topologie et théorie des groupes de petites dimensions.

- Semestre 2 : juillet 2018 à décembre 2018 - K. Mengersen (QUT Brisbane) et P. Pudlo (i2M).  
Thème : Modélisation bayésienne et analyse des Big Data.

Le financement de la Chaire Jean-Morlet est complété de plus en plus souvent par des soutiens étrangers : NSF, Clay Mathematical Institute, ACEMS Australia etc. Le semestre Walsh-Paoluzzi a ainsi bénéficié d'un soutien de 35 000 dollars de la NSF.

**LabEx CARMIN.** Ont été soutenus cette année :

- 2 écoles CIRM-IHP ;
- 4 événements Chaire Jean-Morlet ;
- 1 session thématique (4 semaines) ;
- 15 écoles et rencontres jeunes chercheurs ;
- la Bibliothèque Mathématique Audiovisuelle (5 conférences filmées chaque semaine) compte aujourd'hui plus de 1300 vidéos dont plus de 270 indexées et chapitrées. Pour rappel, ces vidéos sont dotées de DOI et sont téléchargeables.

**LabEx ARCHIMEDE.** Ont été soutenus cette année :

- 16 rencontres labellisées au total parmi lesquelles 8 conférences et écoles, le mois thématique et la Chaire Jean-Morlet.

**Une offre scientifique élargie.** Dans le cadre de son extension immobilière, de nouveaux programmes sont aujourd'hui proposés dans les appels d'offres.

- Programme pluriannuel Mathématiques,
- Programme pluriannuel Mathématiques en Interactions,
- Programme Interface avec l'industrie,
- Semaines soutenues par la SMF,
- International Research in Groups (IRIGS).

Le programme Interface – Formation de haut niveau en immersion pour les acteurs du monde économique – a un objectif cible de 6 séances de 3 jours par an. Un comité de pilotage a été créé avec pour présidente M. Esteban (CEREMADE), pour Vice-président J.-P. Tual (Industrie-Gemalto) ainsi que des représentants des tutelles, des sociétés savantes, des labex et de quatre industriels. Les thèmes retenus pour 2019 sont « Les Mathématiques de la Blockchain », « Optimisation stochastique pour les grands systèmes » et « Apprentissage Machine ».

1. Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions.

2. [www.chairejeanmorlet.com](http://www.chairejeanmorlet.com)



Il est important de noter que le bilan prévisionnel pour 2019 porte à 4666 le nombre de participants attendus. Parmi ceux-ci, près de 1000 le sont dans les nouveaux programmes. Avec une prévision de 5000 visiteurs dès 2019-2020, le CIRM se doit de repenser son modèle économique en proposant entre autre des événements complètement auto-financés.

### Immobilier : projet 2R-CIRM

Le projet 2R-CIRM a été inscrit dans le CPER<sup>3</sup> en juin 2015. La maîtrise d'ouvrage a été confiée au CNRS. Suite à un concours d'architectes lancé en décembre 2015, un projet a été retenu en juin 2016. Une phase transitoire de préparation au démarrage des travaux a débuté dès 2015 avec le déplacement de bureaux, un regroupement des services de structure dans la Bastide, le déplacement des archives à la Maison de la SMF, etc. Le permis de construire pour le projet a été déposé en mars et obtenu en août 2017. Les travaux ont débuté en avril 2018, pour une livraison de la partie hôtelière du bâtiment prévue au premier trimestre 2019 et de la partie académique au second trimestre 2019. Le bâtiment 2R-CIRM comprend :

- une nouvelle salle de conférences de près de 100 places ;
- une salle de quarante places ;
- 49 chambres dont trois pour personnes à mobilité réduite.

Le coût global (construction ; prestations intellectuelles ; études ; aléas et frais divers) est chiffré à 3,257 M€ HT dont 1M€ financé par la SMF. Ce montant n'inclut pas tous les équipements.

### Immobilier : projet Extension du Restaurant

La maîtrise d'ouvrage est portée par la SMF. Pour assurer la synergie complète des projets du CIRM, il a été décidé de confier la maîtrise d'œuvre au même cabinet d'architecture que pour le projet 2R-CIRM. Il s'agit du cabinet AWA (architecte J. Wafflart). Le permis a été déposé en juillet et obtenu en décembre 2017. Le budget prévisionnel global est pour la SMF d'environ 1140 k€ pour la construction. L'équipement et la cuisine provisoire sont financés par le prestataire/partenaire EUREST à hauteur de 377 k€.

3. Contrat de Plan État-Région.

4. European Research Center on Mathematics.

### Agenda d'Accessibilité Programmée

Le budget AAP a pu être réduit de 340 k€ à 200 k€ grâce à la prise en compte globale de l'accessibilité dans les projets évoqués ci-dessus. Le projet a obtenu la validation de la Préfecture en février 2017.

À ce jour la partie hôtelière et le restaurant sont livrés. Il reste toutefois comme dans toute opération immobilière, de nombreuses réserves à lever. Pendant tous les travaux il convient de signaler la forte implication des équipes du CIRM et de EUREST et la sympathie compréhensive de la très grande majorité des participants.

### De la préparation à la valorisation des événements scientifiques : une offre digitale riche et visible

- Tous les événements scientifiques ont leur propre mini-site dédié bilingue (français-anglais).
- Cinq conférences par semaine sont filmées (dont une indexée). Le fonds ainsi constitué contient des exposés de recherche avec indexation par mots clés, des films et interviews grand public et des films thématiques. Plus de 1300 films sont ainsi mis en ligne sur la Bibliothèque Mathématique Audiovisuelle (avec toutes les fonctionnalités d'une recherche documentaire de haut niveau sur une base de films catalogués et enrichis) et sur YouTube (qui enregistre une fréquentation impressionnante de près de 30 000 vues par semaine).
- Le succès des réseaux sociaux permet une diffusion des informations rapide et visible dans le monde entier.

### Réunions, visites et échanges internationaux

- Participation à la session annuelle du consortium européen ERCOM<sup>4</sup> en avril 2018 à Bonn et en mars 2019 à Cambridge. Le nouveau Chair est D. Abrahams de l'Isaac Newton Institute de Cambridge. Le mandat de P. Foulon comme Vice-Chair a été renouvelé.
- ERCOM soutient une politique d'échange de savoir et de savoir-faire inter-centres et suit de



près les efforts des centres dans la promotion des femmes en mathématiques.

L'année a été une fois encore scientifiquement riche. Les projets 2R-CIRM et Extension Restaurant ouvrent de nouvelles perspectives très importantes pour l'élargissement de l'offre scientifique du CIRM à l'horizon fin 2019.

## 5. Événements et conférences

La SMF investit dans ce secteur. Grâce à plusieurs cycles de conférences, événements, ou partenariats, elle promeut les mathématiques en général et la recherche en particulier auprès du grand public et de publics non spécialisés. Ces initiatives sont des occasions privilégiées de défendre la parité. Nous nous efforçons d'en développer le caractère national et de toucher un public toujours plus large. Un gros effort est accompli pour donner à ces événements la publicité qu'ils méritent.

### 5.1 – Rencontres, colloques et concours SMF Junior

**Congrès SMF.** Le deuxième congrès de la SMF a eu lieu à l'université de Lille du 4 au 8 juin 2018. M. Maïda était la présidente du comité d'organisation et E. Breuillard, le président du conseil scientifique.

Comme pour la première édition, ce congrès avait pour objectif de regrouper les mathématiques françaises sur une semaine, des thèmes les plus fondamentaux aux aspects les plus appliqués, avec une attention particulière portée aux jeunes chercheurs. La conférence grand public (donnée le mardi 5 juin après-midi par V. Borrelli) a accueilli de nombreux lycéens et étudiants de licence ou de master et a été suivie de la remise des prix d'Alembert et Jacqueline Ferrand. Dix-huit orateurs ont accepté d'écrire un texte destiné à être publié dans un volume de *Séminaires & Congrès* (le processus éditorial est suivi par E. Breuillard).

Le troisième congrès de la SMF aura lieu du 25 au 29 mai 2020 à Nancy.

**États de la recherche.** L'unique session de 2018 portait sur la mécanique statistique. Elle a eu lieu du 10 au 14 décembre 2018 à l'IHP. Les organisateurs étaient C. Boutillier (Sorbonne université), B. de Tilière (UPEC) et K. Raschel (Tours). Cette session comportait des mini-cours de F. Caravenna (Milan),

H. Duminil-Copin (IHÉS et Genève), P. Sousi (Cambridge) et V. Vargas (ENS), et une dizaine d'exposés. Les orateurs pour les mini-cours ont été sollicités pour écrire un texte destiné à être publié dans *Panoramas & Synthèses*.

Deux sessions des états de la recherche sont prévues en 2019.

**Semaines CIRM-SMF.** En 2016, la SMF avait porté l'initiative de soutenir financièrement à hauteur de 50% (avec un maximum de 20 séjours financés par conférence) deux semaines de conférences au CIRM faisant une large place aux jeunes et comportant des mini-cours. Si deux semaines CIRM-SMF sont bien programmées en 2019, l'appel d'offre pour 2020 n'a reçu aucune candidature pour le moment.

**Congrès AMS-EMS-SMF.** L'EMS a accepté de se joindre au projet initié par l'AMS et la SMF pour 2021. La conférence aura lieu du 5 au 9 juillet 2021 à Grenoble, et les premiers échanges entre les trois sociétés savantes ont permis de constituer le comité scientifique et de décider du format général de l'événement. G. Besson et H. Gaussier sont chargés de l'organisation locale.

**Concours SMF junior.** Le deuxième concours SMF junior a eu lieu du 26 octobre au 4 novembre 2018. Il s'agit d'un concours de mathématiques s'adressant aux étudiants de niveau Licence ou Master qui a à la fois pour but de promouvoir la recherche en mathématiques, et d'offrir aux étudiants l'occasion d'un événement fédérateur et divertissant.

Les candidats doivent concourir par équipe de 3 (au plus) et résoudre 10 problèmes en 10 jours, portant sur les 10 domaines suivants : algèbre, analyse, combinatoire, géométrie, modélisation, probabilités, systèmes dynamiques, théorie de la mesure, théorie des nombres et cryptographie, topologie.

Pour cette deuxième édition, le comité d'organisation était constitué de J. Barral (président), N. Bédaride, R. Danchin, R. Marchand et F. Santambrogio. Le jury, réuni le 22 novembre, a décidé d'attribuer les trois premiers prix pour les équipes ayant obtenu le meilleur score, et quatre prix spéciaux pour les équipes ayant proposé une solution particulièrement élégante ou originale à l'un des problèmes.

La remise des prix initialement prévue le samedi 8 décembre 2018 après-midi à l'IHP a été reportée au 2 février 2019 pour cause de gilets jaunes. Elle a été précédée d'un exposé « surprise » de P. Pansu.

**Mathématiques étonnantes.** Ce nouveau cycle de conférences est destiné à promouvoir l'unité des mathématiques. Chaque événement réunit deux conférenciers représentant les deux bouts d'une interaction entre domaines des mathématiques, entre mathématiques et une autre science, ou, le plus souvent, entre mathématiques et applications. Le cycle s'adresse aux étudiants de L3, aux enseignants du secondaire intéressés et aux chercheurs et ingénieurs non spécialistes mais ayant un certain niveau de formation mathématique. Il est piloté par un comité de mathématiciens et mathématiciennes représentant diverses thématiques et institutions.

Les conférences se répartissent entre différentes institutions partenaires : Aromaths (Sorbonne université), IMO (Université Paris-Sud), et, en cours de négociation : les Soirées Mathématiques de Lyon et INRIA. Une contribution a été accordée par la Fondation Blaise Pascal.

Une première conférence a eu lieu en avril à Jussieu (Hackers vs. équations diophantiennes, R. Barbulescu (CNRS) et S. Canard (Orange)). La vidéo de la conférence est en ligne. Le public d'une centaine de personnes a bien reçu la conférence. Deux autres sont prévues cette année et on vise quatre conférences par an.

**Un texte, un mathématicien.** Ce cycle de conférences est organisé depuis quinze ans en partenariat avec la Bibliothèque nationale de France et l'association *Animath* et destiné à un public de lycéens ainsi qu'au grand public. Il est piloté par un comité scientifique présidé par S. Cantat.

Nous avons eu quatre excellentes conférences d'E. Trélat, E. Kowalski, I. Daubechies et T. Gowers. Ces conférences ont encore rencontré le succès, avec le grand auditorium de la bibliothèque (350 places) toujours attentif et bien rempli. Les vidéos sont rapidement mises en ligne.

Une conférence de 2015 a été répétée à Clermont-Ferrand. En collaboration avec *Animath* la Société s'efforce de diversifier son public scolaire, notamment en participant aux actions comme les *labomaths* (de l'Education nationale) ou l'année des mathématiques (du CNRS).

**Une question, un chercheur.** Ce cycle de conférence est organisé en partenariat avec la Société Française de Physique, l'Institut Henri Poincaré,

l'Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques et l'Institut d'Astrophysique de Paris. Il vise plus particulièrement les élèves de classes préparatoires et les étudiants de licence.

Nous avons eu deux conférences mathématiques, par H. Duminil-Copin et B. Schapira, ainsi qu'une conférence de physique par J.-F. Cohadon. Ces conférences ont rencontré leur public remplissant raisonnablement l'amphithéâtre Hermite de l'IHP. Leurs vidéos sont disponibles sur le site web.

**Des mathématiciens primés par l'Académie des sciences.** Chaque année, la SMF et la SMAI organisent une ou deux journées d'exposés destinés à un large public, donnés par les lauréats récents de prix de mathématiques décernés par l'Académie des sciences. Les journées ont eu lieu en décembre 2018 à Rennes, et la prochaine édition se tiendra à Bordeaux.

**Participation à des manifestations.** La SMF participe à diverses manifestations importantes à destination du grand public : salon Culture et Jeux Mathématiques, forum emploi-maths, journées sciences et médias.

## 6. Enseignement

Pour traiter les questions relatives à l'enseignement, la SMF s'appuie sur les réflexions et les suggestions de la commission enseignement. La SMF est membre de la CFEM<sup>5</sup> et participe à un groupe de travail, le GIS<sup>6</sup>, qui réfléchit à l'enseignement des sciences au lycée de façon inter-disciplinaire. Elle travaille en collaboration avec l'APMEP<sup>7</sup>. Cette année a été surtout marquée par la réforme du baccalauréat et celle de la formation des enseignants.

### 6.1 – Commission Enseignement

La commission s'est réunie le 26 juin 2018 et le 17 janvier 2019. Entre les réunions, une grande partie du travail est réalisée via des échanges de courriel.

- Le renouvellement se poursuit : deux départs et deux arrivées. Le vice-président enseignement de la SMAI a changé, F. Issard Roch ayant laissé sa place à C. Tran.

5. Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques.

6. Groupe de travail Interdisciplinaire sur les Sciences.

7. Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

- La commission enseignement a organisé la table ronde sur le thème *liaison lycée-enseignement supérieur* au congrès de la SMF, en juin 2018.
- Pour la réforme du baccalauréat et la réforme de la formation des enseignants : participation à la rédaction des textes publiés par la SMF.
- Pour l'entrée dans le supérieur : élaboration, en collaboration avec la commission de la SMAI, du deuxième volet d'un questionnaire sur la mise en place de *Parcoursup*.
- Le questionnaire sur l'enseignement des mathématiques discrètes en licence a été diffusé, en France mais aussi au Liban.

## 6.2 – Le Groupe de travail Interdisciplinaire sur les Sciences [GIS]

Le GIS poursuit sa réflexion sur les programmes en science au lycée dans le cadre de l'interdisciplinarité. Des représentants du groupe ont été consultés en juin 2018 sur le module de tronc commun *Enseignements scientifiques*, et ont transmis des propositions précises et documentées de thèmes à étudier. Lorsque les programmes de Première ont été soumis à la consultation, les membres du GIS ont relevé, dans les programmes de mathématiques et de sciences, les interactions possibles entre les différentes disciplines, et les ont transmises au CSP. Des représentants du GIS ont également été consultés lors de l'élaboration des programmes de Terminale.

## 6.3 – Mission mathématiques

Après la publication du rapport *Torossian-Villani* cette année a vu la mise en place de premières mesures effectives. Une interview de C. Villani a été publiée dans la *Gazette des mathématiciens* où il a développé son point de vue, Ch. Torossian, chargé de mission par la DGESCO pour la mise en œuvre du rapport, est venu expliquer ses projets lors du congrès de la SMF. Avec les autres sociétés savantes, la SMF est impliquée dans la coordination des actions mises en place pour l'*Année des mathématiques*.

## 6.4 – Mission Bac

La SMF suit de près la mise en place de la réforme du baccalauréat, individuellement, ou en commun

avec d'autres sociétés savantes ou associations, en particulier l'APMEP et la CFEM. En plus du travail d'analyse des programmes conduit par le GIS, la SMF a publié des textes sur la nouvelle organisation des enseignements prévue par la réforme : un communiqué, avec la SMAI et la SFDS ainsi que, avec l'APMEP, un *Manifeste* pour défendre la position des mathématiques dans la réforme du lycée, signé par des sociétés savantes de nombreuses disciplines. Suite à la publication de ce manifeste, la SMF et l'APMEP ont été contactées plusieurs fois par les médias.

## 6.5 – Réforme de la formation des enseignants

La SMF suit également de très près tout ce qui concerne la formation des enseignants. En juillet 2018, nous avons publié un communiqué sur la place des concours dans la formation des enseignants, à la suite duquel S. Seuret et L. Nyssen ont rencontré T. Coulhon conseiller spécial du président de la République à l'enseignement supérieur et à la recherche. En janvier 2019, avec la SMAI et la SFDS, nous avons publié un nouveau communiqué, sur la cohérence de la réforme. La SMF a également conduit une enquête sur la préparation à l'option *informatique* au CAPES de mathématiques et réuni au niveau national les enseignants intervenant dans les parcours *Mathématiques* de la mention de master *MEEF second degré*.

## 6.6 – Enseignement supérieur

Le deuxième volet de l'enquête sur la mise en place de *Parcoursup* a été rédigé mais sa publication a pris du retard. L'enquête sur l'enseignement des mathématiques discrètes en licence et en DUT a été faite, le bilan est en préparation. En coordination avec de nombreuses sociétés savantes, la SMF a publié un communiqué pour réagir à la hausse des frais d'inscription à l'université pour les étudiantes et étudiants étrangers hors-UE.

## 6.7 – Participation de la SMF à divers événements et réunions

- Septembre 2018 : réunion avec le directoire du jury de l'agrégation, organisée par la SMF et la SMAI. Elle a permis de recueillir des informations du directoire du jury, et d'échanger, entre les participants, sur les problèmes

qu'ils rencontrent dans leurs universités avec en particulier un débat sur le nombre élevé d'agrégatifs qui démissionnent à l'issue de leur première année de stage.

- Octobre 2018 : participation aux journées de l'APMEP.
- Novembre 2018 : participation au salon de l'orientation de l'ONISEP, où la SMF a partagé un stand avec la SMAI, la SFDS, Femmes & Mathématiques.
- Au cours de l'année : participation de la SMF aux réunions de l'ADIREM.
- À l'initiative de la SMAI, la SMF participe avec la SFDS et la SIF, à la rédaction d'une version actualisée de la brochure *Zoom* sur les métiers des mathématiques, de la statistique et de l'informatique.

## 7. Publications

La SMF gère 9 revues internationales et collections de livres. Elle prend en charge l'ensemble du processus de publication, depuis la soumission, l'édition d'épreuves, jusqu'à la diffusion dans le monde entier. La SMF développe également des politiques adaptées à la transformation numérique du monde des publications scientifiques. Rappelons que la SMF, maison d'édition indépendante, ne bénéficie d'aucun soutien financier récurrent de la part d'une institution ou d'une société privée pour cette activité.

### 7.1 – Production

L'année 2018 a vu l'arrivée à la SMF d'une nouvelle responsable du suivi éditorial des publications, O. Boubakeur. M.-F. Koussémon est en charge à Marseille des *Annales Scientifiques de l'ENS*. Des retards ont encore été constatés en 2018, en particulier pour le *Bulletin*, les *Mémoires*, et *Astérisque*, pour plusieurs raisons. L'une d'elle était la faiblesse du backlog, en particulier pour les *Mémoires*, qui ne permettait pas de lancer la production de nouveaux volumes. Ceci ne devrait plus se reproduire, puisque la SMF publiera moins de volumes des *Mémoires* et d'*Astérisque* à partir de 2019.

Nous avons confié la composition du *Bulletin* à un nouveau composeur, la société *LeTex* en Allemagne. Le travail fourni par *LeTex* est conforme à nos attentes, à la fois pour la qualité de la composition et pour les délais. Ce changement de composeur induit une augmentation de nos coûts de

production sur le *Bulletin*.

Un travail important autour des procédures (planification, calendriers de production, etc.) a été conduit, afin d'éviter de nouveaux retards. Les premiers résultats sont satisfaisants, et nous espérons que, pour la première fois depuis longtemps, la SMF prenne un peu d'avance sur les sorties de ses revues et ouvrages en 2019.

À noter que la SMF continue sa politique de diffusion et de présentation de ses publications, que ce soit à la cellule de diffusion à Marseille, mais aussi lors de divers stands, par exemple lors des séminaires Bourbaki, à la BNF, ou encore lors des ventes spéciales via le site internet de la SMF.

### 7.2 – Site web et informatique

Comme les autres activités de la SMF, les publications ont été impactées par le changement du site internet et plus généralement de la structure informatique sous-jacente. Le nouveau système, pensé pour un accès plus rapide aux articles, renforce notre indépendance puisque désormais nous rentrons toutes les informations concernant les publications en interne.

Il a fallu un très important travail de J. Germoni pour importer toutes les publications de l'ancien système vers le nouveau, qui dispose de beaucoup de nouvelles fonctionnalités (possibilité de faire des recherches dans l'ensemble des publications, de consulter un aperçu d'une publication, d'effectuer un achat d'article à l'unité...).

La mise en place du nouveau site internet, qui est la vitrine de nos collections, nous a fait réfléchir à la description de nos revues et séries de livres. Elle a aussi permis de mettre en place un procédé de soumission plus moderne. Ceci semble porter ses fruits concernant la visibilité de nos revues, le nombre de soumissions au *Bulletin* et à *Astérisque* étant en nette augmentation!

Une réflexion pour le futur concerne notre outil de gestion de base éditoriale, qui est un peu ancien maintenant et manque de certaines fonctionnalités qui pourraient être utiles. Une possibilité est d'utiliser le système OJS à travers l'instance mise en place par le centre Mersenne. C'est déjà ce logiciel qui est utilisé pour la gestion de la base éditoriale des *Annales Scientifiques de l'ENS*, et nous sommes en train d'évaluer son efficacité pour savoir s'il serait pertinent de l'utiliser pour nos autres revues.

### 7.3 – Comités et projets

Les renouvellements des comités de rédaction se sont poursuivis en 2018, notamment celui d'*Astérisque* pour lequel les 2/3 des membres ont changé. Le conseil scientifique et les comités se sont prononcés pour une poursuite de l'ouverture à l'international des comités, afin de bien rappeler que la SMF ne publie pas que des textes de Français et en français!

Concernant les livres, les projets sont nombreux dans toutes les collections (œuvres complètes de Thom, version retravaillée par G. Maltsiniotis de *Pursuing Stacks*, d'A. Grothendieck, plusieurs *Cours Spécialisés* et *Panoramas et Synthèses*...). La SMF publiera donc dans les années futures de nombreux ouvrages de grande qualité.

Une équipe particulièrement dynamique et impliquée de responsables de collections est actuellement en place. La SMF remercie vivement les comités de rédaction actuels et passés pour la qualité, la rigueur de leur travail, et leur implication.

Une réflexion est en cours autour de la copublication Springer/SMF concernant la chaire Jean Morlet. Le contrat actuel est défavorable à la SMF, et dans le contexte actuel d'ouverture des publications, il peut sembler étrange qu'une publication issue d'un semestre au CIRM, dont la SMF est une tutelle, soit publiée en priorité par Springer.

Une autre réflexion est en cours autour du contrat de traduction de livres de la SMF par Springer. Il ne semble pas clair que le but de ce contrat (améliorer la visibilité de nos publications) soit rempli.

### 7.4 – Diffusion

Dans un monde de l'édition en transformation, la SMF continue de constater une érosion de ses abonnements ainsi que de ses ventes de livres. Diverses mesures ont été prises pour tenter de freiner cette érosion. Ainsi, lors du renouvellement de l'accord de diffusion AMS/SMF, nous avons demandé à ce que les Annales Scientifiques de l'ENS soient désormais intégrées à cet accord. De plus, nous travaillons désormais avec un agent commercial (le même que celui de l'EMS) en Chine, sans doute un des seuls pays où nous avons un réel potentiel de développement.

Par ailleurs, la SMF réfléchit aux conséquences des annonces concernant la Science Ouverte ou du plan S de la commission européenne. Son mo-

dèle particulier (ni éditeur commercial, ni institution) n'est souvent pas pris en compte dans ces initiatives. En particulier, la SMF se tient prête à répondre à un appel d'offres lui permettant de rendre une ou plusieurs de ses collections de livres en accès libre électronique, à côté de volumes papier toujours en vente.

## 8. Rapport financier année 2018

Pour l'année 2018, l'ensemble SMF-CIRM affiche un résultat net comptable de -20 k€. Pour comparaison, le bilan de 2017 était de +3,7 k€.

Le total du chiffre d'affaires s'élève à 2033 k€ pour 2018 dont 571 k€ de chiffre d'affaires pour la SMF et 1462 k€ pour le CIRM. Pour comparaison, le résultat net était de +3,7 k€ en 2017 avec 2098 k€ de chiffre d'affaires dont 494 k€ de chiffre d'affaires pour la SMF et 1604 k€ pour le CIRM.

En ce qui concerne la SMF l'augmentation du chiffre d'affaires de 77 k€ s'explique par le rattrapage des retards de publication pris en 2017. En ce qui concerne le CIRM la diminution du chiffre d'affaires de 142 k€ s'explique par les répercussions de la grève SNCF de 2018 ainsi que des travaux réalisés sur l'exercice. De plus l'année 2017 était une année exceptionnelle en terme de chiffre d'affaires.

Les paragraphes qui suivent sont destinés à présenter de manière plus détaillée les finances des activités de la SMF, puis celles des activités du CIRM de manière plus globale.

### 8.1 – La SMF

La vocation de la SMF est de mener à bien des missions que nous répartissons en trois catégories :

- assurer des services aux membres ;
- produire, vendre et diffuser des livres et des revues ;
- communiquer sur les mathématiques auprès du grand public.

Le total des produits s'élève à 921 k€ (867 k€ en 2017) :

- les produits d'exploitation totalisent 917 k€ (863 k€ en 2017), avec un chiffre d'affaires de 571 k€ hors cotisations (contre 494 k€ en 2017),
- auxquels s'ajoutent 4,3 k€ de produit financier.

Le total des ventes est de 503 k€ (contre 437 k€ en 2017), le total des cotisations est de 80 k€ (contre



83 k€ en 2017) et le montant total des subventions est de 18 k€ (contre 15 k€ en 2017). Le total des charges est de 960 k€ (891 k€ en 2017).

La SMF présente un résultat négatif de 39 k€ en 2018. En 2017, ce résultat était négatif de 24,5 k€. Dans la suite, nous détaillons ces comptes poste par poste.

## Produits d'exploitation et produits financiers

1. *Ventes de revues et de livres.* Le montant global est de 503 k€, contre 437 k€ en 2017. Cette augmentation s'explique essentiellement par le rattrapage des retards de publications; la part des publications de 2017 livrées en retard (53 k€) n'était en effet pas comptabilisée dans le rapport financier de 2017 et vient s'ajouter aux ventes de 2018. Notons que cette année le retard a entraîné la constatation d'un produit constaté d'avance de 23 k€.
2. *Cotisations.* Le montant global est de 80 k€, contre 83 k€ en 2017. L'érosion des cotisations constatée en 2016, et partiellement stoppée en 2017, a malheureusement repris en 2018.
3. *Subventions.* La SMF a touché 18 k€ de subventions de l'INSMI (14,5 k€ en 2017).
4. *Recettes diverses.* Le montant global est de 68,2 k€, contre 57,3 k€ en 2017; ces recettes proviennent de la facturation des frais de ports et de refacturations variées pour des actions avec des associations partenaires (sociétés savantes, Animath...).
5. *Transfert de charges.* Cela correspond au versement des salaires des personnels du CIRM détachés à la SMF et d'autres charges du CIRM. Le montant global est de 194 k€ contre 220 k€ en 2017.
6. *Produits financiers.* Ces produits correspondent à la rémunération des fonds placés. Le montant global est de 4,4 k€, pratiquement le même qu'en 2017 (4 k€).
7. *Variation de stocks.* La production stockée sur l'exercice s'élève à 35 k€, stable par rapport à 2017.

## Charges d'exploitation

1. *Masse salariale.* Le montant des salaires et indemnités hors charges de l'ensemble du

personnel (SMF +CIRM) est de 378 k€, contre 356 k€ en 2017. Il faut ajouter 138 k€ de charges (147 k€ en 2017). Cette augmentation des salaires et indemnités est due au départ d'une employée de la SMF dans le cadre d'une rupture conventionnelle.

2. *Frais de fabrication et composition.* Le montant global des dépenses de fabrication et composition des revues et collections est de 147 k€ (128 k€ en 2017). Tous ouvrages confondus, les frais de fabrication s'élèvent à 106 k€, contre 89 k€ en 2017. Les frais de composition sont de 41 k€, contre 39 k€ en 2017. Il est à noter que les retards de publication ont une influence sur ces montants puisqu'une partie des frais de fabrication et de composition de 2017 (correspondant aux publications non livrées en 2017) est comptabilisée en 2018.
3. *Honoraires, assurances, loyers.* Les honoraires pour le commissaire aux comptes et l'expert comptable s'élèvent à 19,1 k€, les frais d'assurances sont de 2 k€, et les loyers versés à l'IHP et à Luminy représentent 14,9 k€. Il y a également 8,5 k€ de frais d'avocats dus à des consultations sur la rupture conventionnelle et la mise à jour des statuts de l'association.
4. *Affranchissements et routage.* Tous envois confondus, le montant global des affranchissements est de 81 k€, contre 65 k€ en 2017.
5. *Impôts et taxes.* Ce poste est de 17,9 k€, contre 18,3 k€ en 2017, dont 14 k€ correspondent à la taxe sur les salaires.
6. *Frais bancaires et téléphone.* Le montant global est de 5,1 k€, stable par rapport à 2016 et 2017.
7. *Achat de fournitures.* Il y a eu 6,1 k€ d'achats de fournitures contre 8,2 k€ en 2017.
8. *Vie de l'Association.* Cette ligne inclut les soutiens aux opérations scientifiques, les frais de déplacement, et divers « frais de mission ». Le montant global est de 13,5 k€, contre 22 k€ en 2017.
9. *Entretien, réparation, maintenance.* Le montant global est de 25 k€, contre 27 k€ en 2017.
10. *Dépenses diverses.* Cette « ligne » inclut entre autres la sous-traitance générale (16,6 k€), la publicité (3,3 k€), la formation (0,8 k€).
11. *Amortissements sur immobilisations.* Cela correspond essentiellement à l'amortissement



du matériel informatique. Le montant global est de 17,4 k€ contre 14,3 k€ en 2017.

12. *Provisions diverses*. Le montant total est de 0,5 k€, contre 1,5 k€ en 2017, ce qui correspond à des factures impayées.
13. *Dépréciation du stock*. La charge relative à la dépréciation du stock ancien de l'exercice s'élève à 27,7 k€ contre 35 k€ en 2017. Ainsi à la clôture la valorisation nette du stock s'élève à 53 k€.

## 8.2 – Le CIRM

Depuis 2000, le CIRM est une Unité Mixte de Service placée sous la responsabilité conjointe du CNRS-INSMI et de la SMF. Une convention signée le 7 décembre 2010 a eu pour objet de fixer la répartition des domaines d'intervention entre l'unité CNRS et la SMF : par l'intermédiaire du CNRS, le CIRM apporte le contenu scientifique des rencontres mathématiques. Par ailleurs le CIRM confie à la SMF l'organisation et la gestion des rencontres mathématiques.

L'exercice 2018 du CIRM est excédentaire de 19 k€, il était excédentaire de 28 k€ en 2017. L'année 2018 a vu le début des travaux dans le projet 2R-CIRM, qui vise à la restructuration et à la rénovation de l'Annexe (bâtiment CNRS dont la SMF assure la gestion hôtelière). De manière conjointe, l'extension du restaurant a démarré sous maîtrise d'ouvrage portée par la SMF avec une livraison effectuée en 2019. Afin de financer ces opérations, rappelons qu'en novembre 2017, la SMF a signé trois contrats de prêt pour un montant total de 1000 k€ et une durée allant de 6 à 7 ans. Ces contrats se sont accompagnés de l'ouverture d'un compte à terme d'un montant de 500 k€ à fin de garantie. La SMF confirme ainsi sa volonté de réinvestir les marges faites sur la gestion hôtelière du CIRM dans la rénovation et l'extension des bâtiments.

Les produits d'exploitation s'élèvent à 1859 k€

en 2018 (contre 2 098 k€ en 2017), auxquels il faut rajouter 4 k€ de produits financiers (2,6 k€ en 2017) et 147 k€ de « produits exceptionnels » (163 k€ en 2017). Ces produits dits exceptionnels, correspondent à l'étalement des subventions d'investissement perçues lors de précédents travaux et investissements au CIRM.

Les produits comprennent à la fois des ressources propres, 1 463 k€ de chiffre d'affaires (1 603 k€ en 2017) ainsi que des subventions de différents organismes (MENESR, Aix-Marseille université, Conseil Régional, Ville de Marseille) s'élevant à 390 k€ (488 k€ en 2017). Les causes de la baisse du chiffre d'affaires sont les suivantes :

- la grève SNCF a eu un impact négatif sur la fréquentation du CIRM et a causé des annulations de séjours,
- les travaux réalisés sur l'exercice ont également entraîné une baisse de la consommation,
- l'année 2017 était exceptionnelle en termes de chiffre d'affaires.

La diminution des subventions reçues s'explique par le versement en 2017 d'un complément exceptionnel de subvention de 100 k€ par le ministère de l'enseignement.

Les charges d'exploitation s'élèvent à 1990 k€ en 2018 contre 2035 k€ en 2017.

## 8.3 – Conclusion

L'ensemble CIRM-SMF affiche un résultat négatif de 20 k€, contre un résultat positif de 3,7 k€ en 2017. La SMF est quant à elle, déficitaire de 39 k€ et le CIRM excédentaire de 19 k€.

Il est à noter que les règles comptables vont changer pour les associations reconnues d'utilité publique, et que ce changement du plan comptable est obligatoire à compter de 2020. Il convient sans doute de préparer l'analyse comptable dès 2019.

Ce rapport moral se veut le bilan de l'ensemble des activités au sein de la SMF depuis un an. Le personnel de la SMF et de très nombreux bénévoles y ont contribué, nous les remercions tous : membres du Bureau, du Conseil d'administration et du Conseil scientifique de la SMF, directeurs et membres des comités de rédaction, ainsi que tous ceux qui interviennent, ponctuellement ou plus régulièrement, et qui offrent leurs compétences sans compter leur temps avec une très grande générosité.

Ce rapport a été rédigé par F. Bayart, H. Biermé, J. Buzzi, R. Danchin, D. Dos Santos, P. Foulon, D. Gayet, S. Jaffard, S. Moniaux, L. Nyssen, S. Seuret, avec l'aide de S. Albin, O. Boubakeur, M.-F. Koussémon, C. Munusami M. Rodrigues et C. Ropartz. Remercions enfin F. Petit pour sa relecture attentive (de ce rapport mais aussi des épreuves de la Gazette et autres textes tout au long de l'année).



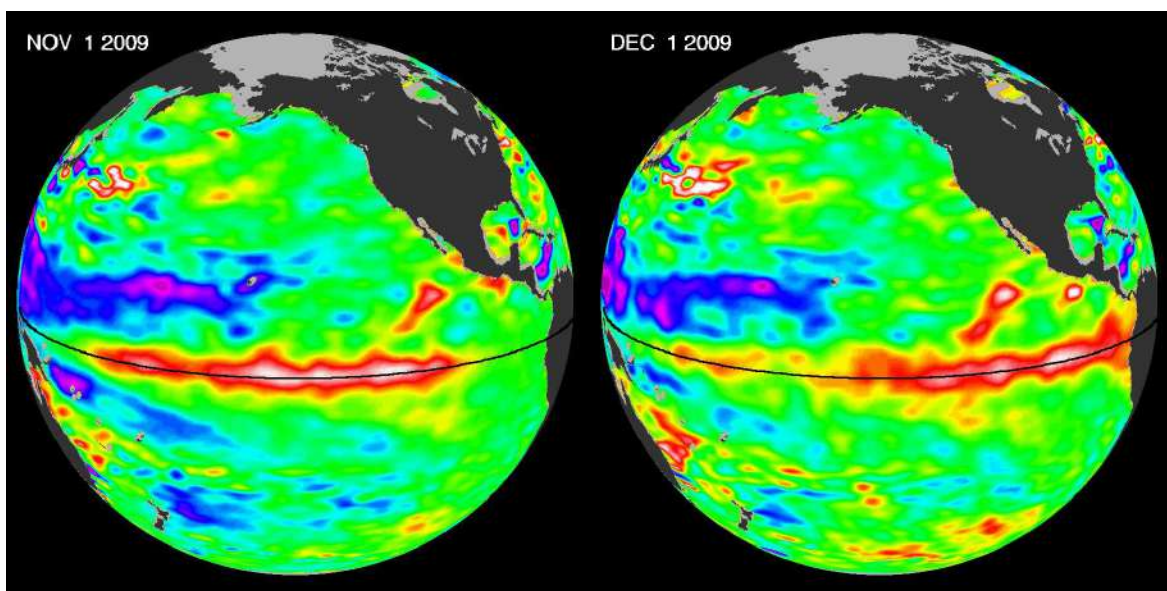
## De la topologie dans les ondes équatoriales

- P. DELPLACE
- A. VENAILLE

Les ondes équatoriales atmosphériques et océaniques correspondent à des anomalies de température qui se propagent le long de l'équateur à l'échelle planétaire. Certaines de ces ondes ne peuvent se propager que d'ouest en est. C'est le cas des ondes de Kelvin, observées notamment dans le Pacifique et identifiées comme un précurseur du phénomène El Niño. Ces ondes unidirectionnelles ont été découvertes dans les années 1960, mais leur origine physique restait jusque-là

mystérieuse. La topologie des fibrés vectoriels apporte un regard nouveau sur ce problème. Elle met en évidence les ingrédients physiques minimaux pour l'existence d'ondes unidirectionnelles piégées autour de l'équateur, et soulignent le rôle crucial des symétries du modèle physique sous-jacent. Par ailleurs, les ondes équatoriales donnent un nouvel exemple de manifestation physique du théorème de l'indice d'Atiyah-Singer.

FIGURE 1 – Onde de Kelvin équatoriale. Propagation d'une anomalie de température dans l'océan pacifique entre le 1<sup>er</sup> novembre 2009 (à gauche) et le 1<sup>er</sup> décembre 2009 (à droite). La couleur rouge correspond à des anomalies de températures d'environ +2 degrés. L'arrivée de températures anormalement chaudes sur la côte péruvienne correspond au début du phénomène El Niño. On peut interpréter ces variations horizontales de température comme des variations horizontales de l'élévation de l'interface entre deux couches d'un modèle d'eau peu profonde.



© Courtesy NASA/JPL-Caltech. Source : Jet Propulsion Laboratory

## 1. Ondes en eau peu profonde

**Le modèle d'eau peu profonde.** La découverte des ondes équatoriales dans les années 60 s'inscrit dans la continuité d'une série de travaux sur les oscillations libres d'un fluide à la surface d'une planète en rotation, qui commence avec la théorie dynamique des marées introduite par Laplace en 1776 [9]. À l'échelle planétaire, l'océan et l'atmosphère sont de fines couches de fluides (figure 2). Ils sont bien décrits par le modèle d'eau peu profonde. La dynamique s'exprime par l'évolution d'un champ de vitesse horizontal  $\mathbf{u}(x, t)$  couplé à l'évolution de l'épaisseur du fluide  $h(x, t)$  :

$$\partial_t h + \nabla \cdot (h\mathbf{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -g \nabla h - f \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{u}. \quad (2)$$

Ces équations traduisent la conservation locale de la masse et de la quantité de mouvement, pour un fluide de densité homogène, dans un référentiel tournant avec la planète. Le gradient horizontal de hauteur correspond à un gradient de pression, le fluide étant à l'équilibre hydrostatique dans la direction verticale, avec  $g$  la constante de gravité. La force de Coriolis  $f \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{u}$  jouera un rôle central dans ce qui suit. Le *paramètre de Coriolis*  $f = 2\Omega \cdot \hat{\mathbf{n}}$  correspond à deux fois la projection du vecteur de rotation planétaire  $\Omega$  sur l'axe vertical local  $\hat{\mathbf{n}}$  (figure 2a). Le paramètre de Coriolis augmente donc du sud au nord, et s'annule à l'équateur. Ce modèle d'eau peu profonde peut être dérivé des équations d'Euler 3D incompressibles dans la limite d'une couche de fluide infiniment fine. La rotation de la planète induit aussi une force centrifuge, mais cette force peut être absorbée dans la définition du potentiel gravitationnel; sa contribution est prise en compte dans la constante de gravité  $g$ .

**L'équation de Laplace.** Dans la limite des oscillations de faible amplitude autour d'un état au repos, les équations du mouvement (1)-(2) peuvent dans une bonne approximation être linéarisées :

$$\partial_t \eta = -H \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (3)$$

$$\partial_t \mathbf{u} = -g \nabla \eta - f \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{u}, \quad (4)$$

où  $\eta$  est la variation de l'interface par rapport à la hauteur au repos  $h = H$ . Si l'on ajoute un terme de forçage oscillant dû à l'attraction de la Lune ou du soleil dans les équations du moment (4), on retrouve le système d'équations considéré par Laplace dans sa théorie dynamique des marées.

En l'absence de forçage et dans un cas non tournant ( $f = 0$ ), on obtient l'équation de d'Alembert  $\partial_{tt} \eta = c^2 \Delta \eta$  avec la célérité  $c = \sqrt{gH}$  et l'opérateur Laplacien  $\Delta$ . Les *oscillations libres* de ces équations sont les solutions de la forme  $\hat{\eta}(x, y) e^{i\omega t}$ . Pour une planète en rotation, le calcul analytique des oscillations libres sur une surface arbitraire, et en particulier sphérique, devient notoirement difficile. De fait, une description correcte des marées terrestres à l'échelle planétaire ne fut possible qu'au début des années 80 avec l'arrivée d'observations suffisamment précises par imagerie satellite (figure 7) et d'ordinateurs suffisamment puissants pour calculer numériquement les modes propres du modèle d'eau peu profonde dans des bassins océaniques.

**L'hypothèse du plan f.** Pour mieux comprendre la structure des oscillations libres du modèle d'eau peu profonde en présence de rotation, William Thomson (plus tard Lord Kelvin) propose en 1880 de simplifier le problème [13]. D'abord, il suppose un mouvement fluide dans un plan tangent à la sphère (figure 2b). Cette première hypothèse élimine les complications liées à la courbure de la planète. Ensuite, il considère que le paramètre de Coriolis ne varie pas dans le plan. Sa deuxième hypothèse permet d'obtenir une équation différentielle partielle à coefficients constants. C'est le *modèle du plan-f*. En notant  $(x, y)$  les coordonnées longitudinale et méridionale,  $(u, v)$  les deux composantes du champ de vitesse dans ce repère, les oscillations libres du fluide dans un plan  $f$  s'écrivent sous la forme

$$(\eta, u, v) = \text{Re}\{(\hat{\eta}, \hat{u}, \hat{v}) e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y}\},$$

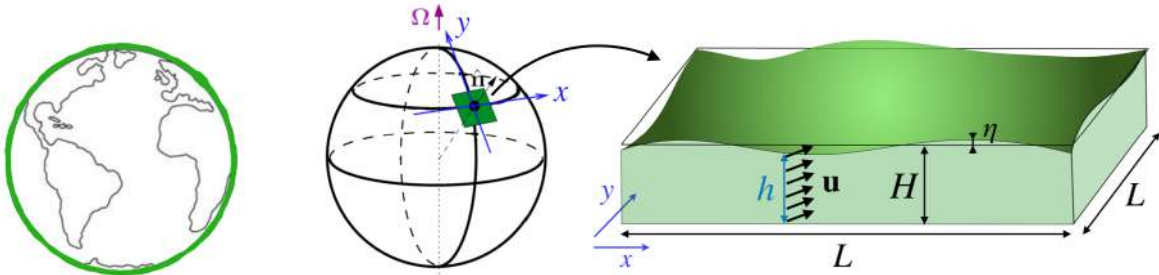
où  $k_x$  et  $k_y$  sont des nombres d'ondes réels, et  $\omega$  la fréquence des oscillations libres à déterminer. Le calcul des modes propres du problème (4) est alors réduit à la diagonalisation d'une matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 & k_x & k_y \\ k_x & 0 & -if \\ k_y & if & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{u} \\ \hat{v} \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{u} \\ \hat{v} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Ici et dans la suite de l'exposé, nous avons adimensionné les équations de sorte à avoir  $g = H = 1$ , ce qui correspond à une célérité  $c = 1$ .

**Ondes de Poincaré et modes géostrophiques.** Pour un triplet de paramètres  $(k_x, k_y, f)$  non nul, il existe trois modes propres solutions du problème (5), associés à trois valeurs propres distinctes  $(\omega_-, \omega_0, \omega_+)$  (figure 3 b) :

FIGURE 2 – Modèle d'eau peu profonde sur la sphère et plan  $f$ . À gauche, les océans comme l'atmosphère (en vert) peuvent être considérés sur des grandes distances comme des fluides bi-dimensionnels. Plus localement (au milieu) la courbure de la terre peut être ignorée et le fluide à une latitude donnée est alors considéré dans le plan tangent à la terre où le paramètre de Coriolis  $f$  est fixé; c'est l'approximation du plan  $f$ . À droite, la fine couche de fluide du plan  $f$  a une hauteur  $h(x, y) = H + \eta(x, y)$  variable et un champ de vitesse  $\mathbf{u} = (u(x, y), v(x, y))$  homogène dans son épaisseur.



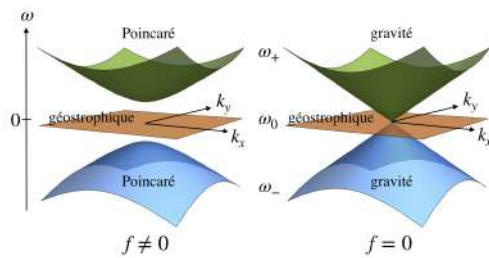
- Les modes de fréquence  $\omega_0 = 0$  sont appelées *modes géostrophiques* car ils satisfont l'équilibre géostrophique, qui correspond à une compensation exacte des forces de pression par la force de Coriolis :  $-\nabla\eta_0 = f\hat{n} \times \mathbf{u}_0$ . Cet équilibre géostrophique est bien utile en météorologie car il permet d'interpréter les isobares comme des lignes de courant pour les vents.
- Les modes de fréquence  $\omega_{\pm} = \pm\sqrt{f^2 + k_x^2 + k_y^2}$  sont appelées *modes de Poincaré*, en référence à ses travaux sur les marées, ou *ondes d'inertie-gravité* de surface. *Gravité* car on retrouve la relation de dispersion des ondes de surface d'eau peu profonde sans rotation dans la limite des grands nombre d'ondes. *Inertie* car la relation de dispersion dépend de la rotation *via* le paramètre de Coriolis  $f$ .

Remarquons que le paramètre de Coriolis  $f \neq 0$  induit l'existence d'une bande de fréquences interdites  $0 < |\omega| < f$  entre les modes géostrophiques et les modes de Poincaré.

**Les limites du plan  $f$ .** Lorsque le plan  $f$  devient tangent à l'équateur, le paramètre de Coriolis s'annule, et tout se passe comme si la rotation ne jouait aucun rôle. L'hypothèse du plan  $f$  est donc trop brutale pour la dynamique équatoriale, qui est de fait influencée par la rotation. Le spectre des ondes de plan  $f = 0$  fournit tout de même une information importante : les bandes de Poincaré touchent la bande des modes géostrophiques en  $\mathbf{k} = 0$  (figure 3). La présence d'un tel point de croisement entre les trois bandes d'ondes du plan  $f$  va jouer un rôle clé dans l'interprétation du spectre des ondes équatoriales.

FIGURE 3 – Relation de dispersion des ondes en eau peu profonde sur le plan  $f$ .

- $f \neq 0$  : pour  $0 < |\omega| < f$ , il n'existe pas d'ondes propagatives.
- $f = 0$  : on remarque l'existence d'un point de dégénérescence en  $(k_x, k_y) = (0, 0)$ .



## 2. Le cas équatorial

**L'hypothèse de plan beta.** Afin de rendre compte de l'effet de la rotation à l'équateur dans un cadre simple, Taroh Matsuno eut en 1966 l'idée astucieuse [10] de conserver l'hypothèse de Kelvin d'un mouvement dans un plan infini, tout en considérant un paramètre de Coriolis qui varie linéairement dans la direction méridionale :  $f = \beta y$ . C'est le modèle du plan beta, qui réintroduit indirectement l'effet de la courbure terrestre via la variation du paramètre de Coriolis avec la latitude. En quelque sorte, le plan beta permet de décrire un équateur sur une terre fictive plate et infinie.



La dynamique est toujours invariante dans la direction  $x$ , mais le terme  $f = \beta y$  brise l'invariance suivant  $y$ ; les oscillations libres s'écrivent donc sous la forme  $(\eta, u, v) = (\hat{\eta}, \hat{u}, \hat{v})e^{i\omega t - ik_x x}$ , où  $(\hat{\eta}(y), \hat{u}(y), \hat{v}(y))$  est solution du problème

$$\begin{pmatrix} 0 & k_x & -i\frac{d}{dy} \\ k_x & 0 & -i\beta y \\ -i\frac{d}{dy} & i\beta y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{u} \\ \hat{v} \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{u} \\ \hat{v} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

avec la condition de champs de vitesses qui s'annulent à l'infini. Il s'agit d'une équation matricielle aux valeurs propres pour le vecteur  $(\hat{\eta}, \hat{u}, \hat{v})$ , correspondant à trois équations différentielles couplées pour chacune des composantes. En découplant ces équations, Matsuno a montré que le champ  $v$  satisfait à une équation formellement analogue à celle de l'oscillateur harmonique en mécanique quantique

$$-\left(\frac{d^2}{dy^2} - \beta^2 y^2\right)\hat{v} = \left(\omega^2 - k_x^2 + \frac{k_x}{\omega}\right)\hat{v} \quad (7)$$

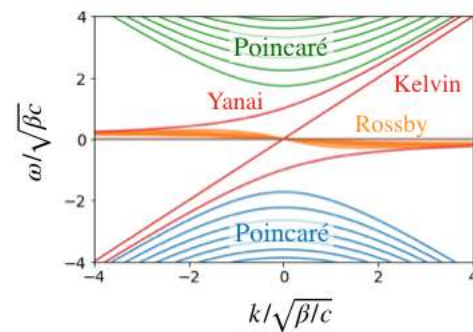
dont les modes propres sont donnés par les polynômes d'Hermite et dont le spectre de valeurs propres  $\omega$  est discret et satisfait à  $\omega^2 - k_x^2 + \frac{k_x}{\omega} = 2n + 1$ , avec  $n \in \mathbb{N}$ . La relation de dispersion  $\omega(k_x)$  des différents modes est tracée sur la figure 4. Elle montre le regroupement de modes en bandes représentées en orange, vert et bleu. La relation de dispersion du mode  $n = 0$ , appelé mode de Yanai, est toutefois un peu particulière car il transite d'une bande à l'autre. Matsuno a aussi remarqué que le problème initial (6) admet pour solution non triviale un autre mode qui satisfait à  $\hat{v} = 0$  en tout point  $(x, y)$ . De façon remarquable, la relation de dispersion de ce mode, appelé mode de Kelvin, transite également d'une bande à l'autre.

**Flot spectral.** Le spectre obtenu avec l'hypothèse du plan beta a, outre son caractère discret, une structure globale proche de celle obtenue dans l'approximation du plan  $f$ , avec une bande de modes géostrophiques à basse fréquence et une bande de modes de Poincaré à haute fréquence. Il y a, cependant, une différence remarquable : des modes transitent d'une bande à l'autre lorsque le nombre d'onde longitudinal  $k_x$  varie de  $-\infty$  à  $+\infty$ ; la bande de Poincaré de fréquence positive gagne deux modes, la bande de Poincaré de fréquence négative en perd deux, et le gain net de la bande des modes géostrophiques est nul. On appelle *flot spectral* le transit de modes d'une bande d'ondes vers

une autre lorsque que l'on change continûment un paramètre du problème. Ce flot spectral est une propriété extrêmement robuste du modèle : on peut changer les paramètres, par exemple la forme du profil  $f(y)$ , on peut aussi rajouter du désordre, par exemple des irrégularités de topographie au fond de l'océan; la forme du spectre changera, mais le flot spectral net ne changera pas. Cette simple observation suggère l'existence d'une propriété topologique associée au flot spectral que l'on mettra en évidence dans la section 3.

**FIGURE 4 – Relation de dispersion sur le plan beta. On remarque trois différences avec le spectre des ondes peu profondes sur le plan  $f$  tracé figure 3 :**

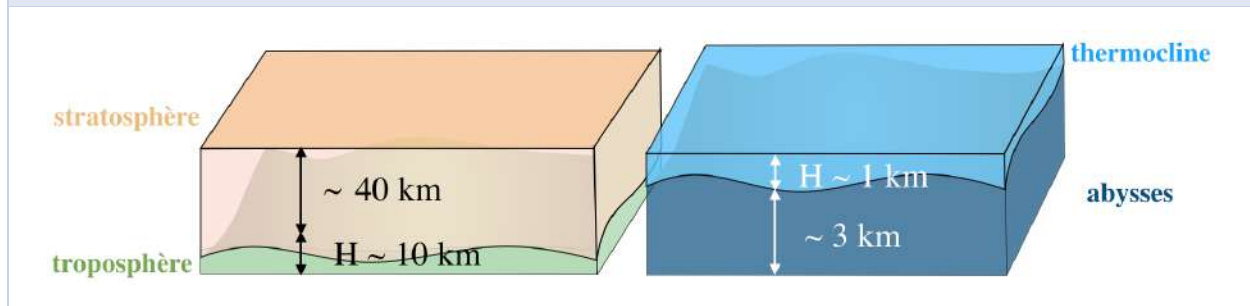
- (i) le spectre est discret
- (ii) la dégénérescence des modes géostrophiques est en partie levée, avec l'apparition des ondes de Rossby (orange)
- (iii) il existe deux nouveaux modes qui transitent d'une bande à l'autre : l'onde de Kelvin et l'onde de Yanai.



#### Ondes de Kelvin équatoriales, ondes de Yanai.

Avant de détailler ces propriétés topologiques, revenons aux ondes calculées par Matsuno avec l'hypothèse du plan beta, à leur observation et à leurs conséquences. On voit sur la figure 4, qu'en présence d'un gradient  $\beta y$  (on parle de gradient de vorticité planétaire), une partie de la dégénérescence des modes géostrophiques de fréquence nulle sur le plan  $f$  est levée. Il s'agit des *ondes de Rossby* planétaires, en l'honneur du météorologue Gustav Rossby qui a montré le rôle crucial joué par le gradient de vorticité planétaire  $\beta y$  dans la dynamique de ces ondes. Leur caractéristique remarquable est d'avoir une vitesse de phase toujours dirigée vers l'ouest ( $c_\varphi \equiv \omega/k_x < 0$ ). En revanche, leur vitesse de groupe ( $c_g \equiv \partial_{k_x} \omega$ ) change de signe : elle est dirigée

FIGURE 5 – Dans le contexte géophysique, on utilise souvent le modèle d'eau peu profonde introduit au début du texte pour décrire une couche active au-dessus d'une couche au repos. Les variations de hauteur sont alors dominées par les variations de hauteur de l'interface interne entre les deux couches. La couche active atmosphérique est souvent la troposphère où ont lieu la majeure partie des phénomènes météorologiques. La couche active océanique est souvent la thermocline en surface.



vers l'ouest à petit nombre d'onde, mais vers l'est à grand nombre d'onde. Ainsi, les ondes de Rossby ne participent pas au flot spectral d'une bande à l'autre : elles restent dans la bande centrale des modes géostrophiques.

Parmi les branches qui transitent d'une bande à l'autre, on distingue la branche d'ondes mixte Rossby-gravité, qui connecte les bandes d'ondes de Poincaré à la bande géostrophique, et la branche d'ondes de Kelvin équatoriales, qui connecte les deux bandes de Poincaré. L'onde mixte de Rossby-gravité est aussi appelée onde de Yanai, qui est le premier à l'avoir observée. L'onde de Kelvin équatoriale a la particularité de se propager de manière non dispersive vers l'est, à la vitesse des ondes de surface d'eau peu profonde sans rotation  $c = \sqrt{gH}$ . Kelvin avait obtenu une solution similaire se propageant le long d'une côte sur un plan  $f$ , d'où le nom donné à sa cousine équatoriale.

**Observations par imagerie satellite.** Les ondes de Yanai et de Kelvin équatoriales sont observées dans l'atmosphère et l'océan depuis la fin des années 60, avec l'arrivée des images satellites. C'est l'un des rares cas de dynamique des fluides géophysiques où un phénomène est prédit avant son observation. Quelques remarques et précisions sur ces observations sont nécessaires. Les écoulements océaniques et atmosphériques sont en réalité stratifiés en densité : l'air est plus léger avec l'altitude, de même que les eaux profondes des océans sont plus lourdes qu'en surface, ces variations étant en grande partie dues à des différences de tempéra-

ture. De fait, les ondes équatoriales sont souvent révélées par l'observation de champs de température à l'échelle planétaire. Comment décrire ces champs de température avec le modèle d'eau peu profonde ?

Il suffit pour cela de considérer un modèle à deux couches de densités différentes, ou, de manière équivalente, de deux températures différentes, comme illustré sur la figure 5. L'une des deux couches est supposée active, l'autre au repos. Dans l'océan, la couche active est la thermocline : c'est une couche de surface au-dessus des abysses plus profondes, plus calmes et plus froides. Dans l'atmosphère, la couche active est la troposphère, où sont confinés les nuages et une grande partie de la dynamique météorologique<sup>1</sup>.

Dans la limite des petites variations de densité relative entre les deux couches, les variations de hauteur d'eau de la couche active sont dominées par les variations de hauteur d'interface interne  $\eta_i$ . Le modèle précédent est toujours valide, mais décrit les variations de l'interface interne plutôt que de la surface libre. Il est alors possible de lier ces variations horizontales d'interface interne à des variations horizontales d'un champ bi-dimensionnel de température effective  $\bar{T}(x, y)$ . Cette température effective est obtenue via une moyenne verticale de la température sur les deux couches d'épaisseur  $H_i(x, y)$  :  $\bar{T}(x, y) = (H_1(x, y)T_1 + H_2(x, y)T_2)/(H_1(x, y) + H_2(x, y))$ . En ce sens, on peut associer des variations horizontales de température à des variations de hauteur d'eau pour la couche active.

1. En réalité, des ondes se propagent aussi dans les abysses et la stratosphère et l'analyse fine des observations requiert la prise en compte de la stratification continue en densité de ces écoulements.



Ainsi, l'onde de Kelvin de la figure 1 n'est pas seulement une anomalie de température, c'est aussi une immense vague interne, à l'échelle planétaire! L'image montre le piégeage de l'onde autour de l'équateur, sa structure symétrique par rapport à celui-ci et sa propagation vers l'est, en accord avec la prédiction de Matsuno. L'onde de Yanai est plus difficile à repérer pour deux raisons. Premièrement, cette onde est dispersive : des paquets d'ondes initialement bien localisés s'étalent rapidement. Deuxièmement, le champ de température associé à l'onde est anti-symétrique autour de l'équateur, alors que le forçage radiatif excite préférentiellement les modes symétriques. Dans l'atmosphère, la présence d'une onde de Yanai se manifeste parfois par une répartition asymétrique et régulière d'amas de nuages autour de l'équateur. En effet, leur formation est favorisée dans les zones de courants verticaux ascendants, eux-même liés aux champs de température.

**L'importance des ondes équatoriales pour la variabilité climatique.** Les ondes de Yanai et de Kelvin équatoriales sont impliquées dans plusieurs phénomènes qui jouent un rôle central dans la dynamique du climat.

L'exemple le plus marquant est le rôle des ondes de Kelvin équatoriales dans l'oscillation El Niño. Il s'agit d'un phénomène non linéaire couplé entre océan et atmosphère dans l'océan Pacifique. En temps normal, les alizés soufflent vers l'ouest et poussent les masses d'eau chaude du Pacifique vers l'Indonésie. Lorsque ces vents faiblissent, l'anomalie de température positive initialement à l'ouest de l'océan Pacifique traverse en deux ou trois mois le bassin océanique (figure 1), jusqu'à atteindre la côte du Pérou : cette propagation vers l'est est bien décrite par un paquet d'ondes de Kelvin équatoriales. La présence d'eau anormalement chaude au large du Pérou est le début de l'année El Niño, et favorise la convection humide dans l'atmosphère, avec des précipitations anormalement élevées en Amérique du Sud, et une rétroaction sur la dynamique des vents. Ce phénomène couplé donne lieu à une dynamique chaotique, avec des cycles de 3 à 7 ans.

Les ondes de Yanai et de Kelvin équatoriales sont aussi impliquées dans l'oscillation quasi-biennale des vents stratosphériques : entre 15 et 35 km de hauteur, les vents équatoriaux changent de direction tous les 28 mois, avec des vitesses typiques de 100 km/h. Ces renversements lents des

vents équatoriaux sont maintenant compris comme un phénomène de rectification des ondes qui se propagent et se dissipent dans les régions fortement stratifiées de l'atmosphère équatoriale, et des phénomènes analogues sont observés sur d'autres planètes.

**Résumons.** Le rôle clé joué par les ondes de Kelvin et de Yanai dans divers phénomènes climatiques tropicaux est dû à trois propriétés qui les distinguent des autres ondes.

- (i) Leur vitesse de groupe zonale  $c_g \equiv \partial_k \omega$  est toujours positive. Ce sont des états unidirectionnels qui ne peuvent propager l'énergie que vers l'est.
- (ii) Elles remplissent la bande de fréquence entre les modes géostrophiques et les modes de Poincaré. Ce sont les seuls modes qui peuvent être excités dans cette gamme de fréquence.
- (iii) Ce sont les modes propres les plus localisés autour de l'équateur.

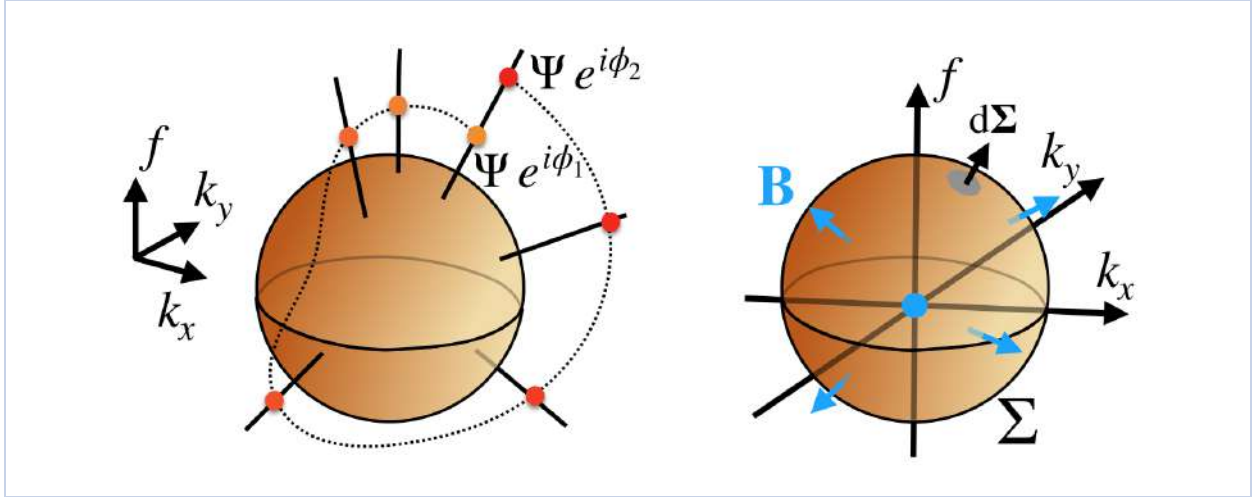
La topologie des fibrés vectoriels va nous permettre de mieux comprendre l'origine de ces propriétés.

### 3. Un invariant topologique dans les ondes de Poincaré

Afin d'identifier l'origine physique du flot spectral des modes équatoriaux calculés par Matsuno et tracés sur la figure 4, nous allons revenir au cas plus simple du plan  $f$ . Plus précisément, nous allons nous intéresser aux propriétés topologiques de familles d'ondes du plan  $f$  sur une surface fermée de l'espace des paramètres  $(k_x, k_y, f)$ . En termes mathématiques, ces familles d'ondes sont des *fibrés vectoriels*, et nous proposons de calculer un invariant topologique pour ces fibrés, le *premier nombre de Chern*. Nous remarquerons que cet invariant topologique du problème de Kelvin est lié au flot spectral du problème de Matsuno [3].

**Fibrés vectoriels.** Pour chaque triplet  $(k_x, k_y, f)$ , les trois modes propres normés du plan  $f$  notés  $\Psi_{\pm}(k_x, k_y, f)$  (modes de Poincaré) et  $\Psi_0(k_x, k_y, f)$  (modes géostrophiques) sont définis à une phase près. Les bandes sont bien définies partout, sauf au point de croisement des bande en  $(k_x, k_y, f) = (0, 0, 0)$ . En dehors du point de croisement, ces modes définissent trois espaces vectoriels, appelés fibres. L'ensemble des fibres paramétrées sur

FIGURE 6 – Fibré vectoriel des ondes de Poincaré. Pour chaque valeur des paramètres  $(k_x, k_y, f) \in \mathbb{R}^3 - \{0\}$ , chaque état propre normé  $\Psi$  du plan  $f$  est défini à une phase près et peut être paramétré sur une sphère de rayon unité dans  $\mathbb{R}^3$ . L'ensemble forme un fibré vectoriel complexe de dimension complexe 1 défini au-dessus de la sphère. L'impossibilité de définir continûment la phase des états sur toute la sphère est la manifestation d'une propriété topologique du fibré. Cette propriété topologique est capturée par le premier nombre de Chern. Ce nombre entier peut être vu comme le flux quantifié de la courbure de Berry  $\mathbf{B}$  à travers la sphère, de façon analogue à la charge d'un monopole magnétique obtenu comme le flux du champ magnétique qu'il génère. Ici, c'est le point de dégénérescence des trois états propres (Poincaré et géostrophique) qui joue le rôle du monopole magnétique.



une surface fermée de l'espace  $(k_x, k_y, f) \in \mathbb{R}^3 - \{0\}$ , appelée espace de base, constitue un fibré vectoriel. Dans notre cas, il y a trois fibrés vectoriels, un par état propre. Plus précisément, ce sont des fibrés vectoriels complexes de rang 1. Les fibrés vectoriels sont des objets topologiques que l'on peut classer en fonction d'invariants, de la même manière que l'on classe les surfaces fermées en fonction du genre, qui compte le nombre de trous dans ces surfaces. L'invariant topologique sera ici le premier nombre de Chern du fibré, qui décrit l'impossibilité de définir continûment la phase des modes propres en tout point de l'espace de base, et qui peut être associé à l'enroulement des fibres (figure 6).

**Le fibré des modes de Poincaré.** Afin d'illustrer l'enroulement des fibrés vectoriels sur le plan  $f$  autour du point de croisement des bandes en 0 dans l'espace  $\mathbb{R}^3$  de coordonnées  $(k_x, k_y, f)$ , considérons les modes propres normés de la bande de Poincaré de fréquence positive

$$\omega_+ = \sqrt{f^2 + k_x^2 + k_y^2}.$$

Ces modes se paramétrisent sur la sphère unité centrée en l'origine dans l'espace des paramètres

$(k_x, k_y, f)$ , et s'expriment donc de manière simple avec les coordonnées angulaires  $(\theta, \varphi)$  :

$$\Psi_+ = \begin{pmatrix} \eta_+ \\ u_+ \\ v_+ \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \varphi - i \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \varphi + i \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Ce mode propre correspond à une section du fibré des modes de Poincaré sur la sphère unité. Cette section admet deux singularités en  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ , où les modes propres sont multivalués et tournent d'un angle  $2\pi$  avec la longitude  $\varphi$ . Une autre section  $\tilde{\Psi}_+ = e^{i\alpha(\theta, \varphi)} \Psi_+$  correspondant à un autre choix de phase permet d'annihiler localement ces singularités, mais ne fait que les déplacer sur la sphère unité. L'impossibilité de supprimer ces singularités globalement est une propriété topologique du fibré caractérisée par le premier nombre de Chern.

**Premier nombre de Chern.** Pour chaque bande  $n$ , cet invariant noté  $\mathcal{C}^{(n)}$  peut être calculé via l'intégration de la courbure de Berry  $\mathcal{B}^{(n)}$  sur l'espace de base du fibré – de la même façon que le genre d'une surface fermée peut être calculé en intégrant la courbure de Gauss sur cette surface via la formule

de Gauss-Bonnet :

$$\mathcal{C}^{(n)} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} \mathcal{B}^{(n)}, \quad \mathcal{C}^{(n)} \in \mathbb{Z}. \quad (9)$$

La courbure de Berry est une 2-forme différentielle <sup>2</sup>

$$\mathcal{B}^{(n)} = i \sum_{i,j} \langle \partial_{x_i} \Psi_n | \partial_{x_j} \Psi_n \rangle dx_i \wedge dx_j, \quad (11)$$

où  $\Psi_n = (\eta_n, u_n, v_n)$  est un mode propre formé de la bande  $n$ , avec les notations usuelles bra-kets pour le produit scalaire dans  $\mathbb{C}^3$ . La courbure de Berry s'interprète comme le rotationnel d'une connexion de Berry qui permet de comparer deux fibres adjacentes sur l'espace de base du fibré. La courbure est une quantité locale géométrique, qui dépend du choix de la surface de base du fibré dans l'espace des paramètres, mais qui ne dépend pas du choix de la section du fibré, i.e. du choix de phase pour les modes propres. La généralisation de la formule de Gauss-Bonnet proposée par Shiing-shen Chern en 1945 lie cette quantité géométrique à un invariant topologique du fibré, le premier nombre de Chern, via (9).

**Charges topologiques du point de dégénérescence.** Une application directe de la formule (9) de Chern-Gauss-Bonnet permet de calculer le premier nombre de Chern  $\mathcal{C}^{(+)}$  du fibré des ondes de Poincaré de fréquence positive sur la sphère unité dans l'espace des paramètres, à l'aide de leur expression (8) [3] (voir aussi ref. [4] pour le calcul du premier nombre de Chern dans ce problème sans utiliser la courbure de Berry). On procède de même pour les deux autres modes propres du problème, ce qui donne un triplet d'invariants topologiques

$$\{\mathcal{C}^{(-)}, \mathcal{C}^{(0)}, \mathcal{C}^{(+)}\} = \{2, 0, -2\}. \quad (12)$$

Une déformation continue de la surface de l'espace de base ne change pas le nombre de Chern du fibré, tant que la surface entoure le point de dégénérescence. Les fibrés deviennent tous triviaux quand le point de dégénérescence est à l'extérieur de la surface. Pour cette raison, on dit que ce point porte une charge topologique donnée par le nombre de Chern du fibré qui l'entoure. Par analogie avec le champ

2. Dans le cas présent d'un espace des paramètres  $x_i$  tridimensionnel, la 2-forme  $\mathcal{B}^{(n)} = i \sum_{i,j} B_{ij}^{(n)} dx_i \wedge dx_j$  peut s'écrire sous la forme d'un vecteur  $\mathbf{B}^{(n)} = (B_{23}^{(n)}, B_{31}^{(n)}, B_{n,12}^{(n)})$ :

$$\mathbf{B}^{(n)} \equiv i \sum_{j=1}^3 \nabla_p \times (\Psi_{n,j}^* \nabla_p \Psi_{n,j}), \quad (10)$$

où  $\nabla_p$  est l'opérateur gradient dans l'espace des paramètres et  $\Psi_{n,j}^*$  est le complexe conjugué de la composante  $\Psi_{n,j}$ .

induit par un monopole magnétique, cette charge topologique peut aussi être interprétée comme un monopole de Berry qui induit la courbure de Berry observée. Dans le cas du plan  $f$ , le point de dégénérescence est triple, et porte donc trois charges topologiques, données par l'équation (12). La présence d'une charge topologique non nulle pour les ondes de Poincaré est une obstruction qui empêche de déformer continûment l'ensemble des ondes d'un hémisphère vers un autre.

**Revenons au flot spectral**  $\Delta \mathcal{N}^{(n)}$  du plan beta, défini comme le nombre algébrique de modes qui transitent vers la bande  $n$  lorsque  $k_x$  varie de  $-\infty$  à  $+\infty$ . Nous remarquons qu'il est égal à l'opposé du nombre de Chern des bandes du plan  $f$  à travers la formule

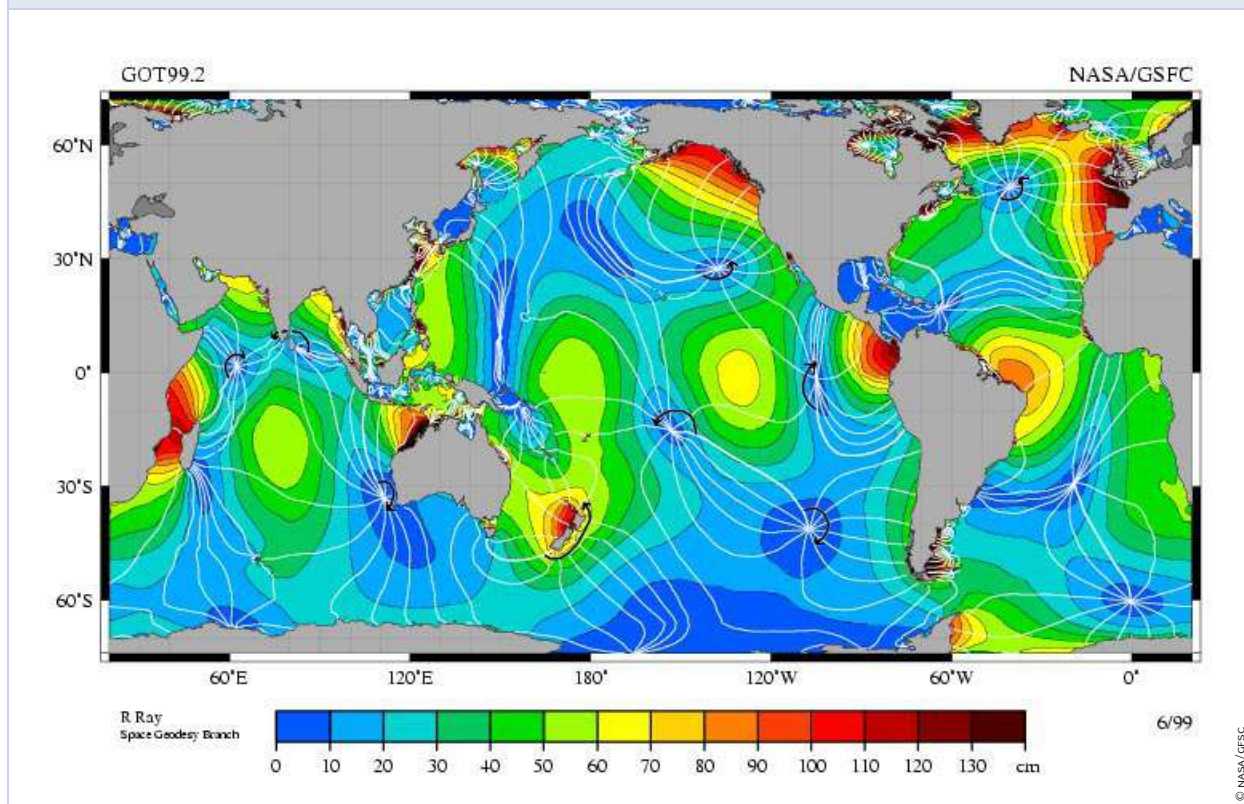
$$\Delta \mathcal{N}^{(n)} = -\mathcal{C}^{(n)}. \quad (13)$$

En théorie des opérateurs, la matrice définie par l'équation (5) pour calculer les modes propres du plan  $f$  est le *symbole* de l'opérateur différentiel (6) du plan beta. La relation (13) entre spectre de l'opérateur différentiel du problème de Matsuno et indice topologique du problème de Kelvin est un cas particulier d'un résultat établi en 2001 par Frédéric Faure et Boris Zhilinskii (formule 15 dans [6]). Ils montrent que cette formule prend racine dans le théorème de l'indice d'Atiyah-Singer, et ces résultats ont récemment été repris dans un cadre plus général [4].

L'existence des ondes de Yanai et de Kelvin équatoriales est alors garantie par la topologie dans des configurations plus générales que celles considérées par Matsuno. Il suffit que le paramètre  $f$  varie d'une valeur négative (un hémisphère sud) vers une valeur positive (un hémisphère nord). L'approximation du plan beta apparaît alors comme une forme normale de ce problème plus général.

Au-delà du cas équatorial et moléculaire, des exemples similaires apparaissent dans de nombreux systèmes physiques; citons par exemple le cas du spectre d'excitation de l'hélium 3 superfluide [15], du spectre de vibration-rotation des molécules [5], des systèmes photoniques [12], ou les gaz d'électrons en présence d'un champ magné-

FIGURE 7 – Carte des marées obtenue par imagerie satellite. Les couleurs donnent l'amplitude des marées, les lignes blanches sont les isophases : en chaque point d'une ligne, la marée haute a lieu au même moment. Les points amphidromiques sont des singularités de phase où l'amplitude de la marée s'annule. On retrouve ces réseaux de points amphidromiques dans le calcul des modes libres du modèle d'eau peu profonde en présence de rotation. En l'absence de continent, ces points sont situés exclusivement aux pôles.



tique [2]. C'est d'ailleurs dans le contexte des gaz bi-dimensionnels d'électrons que le nombre de Chern est apparu pour la première fois en physique.

#### 4. L'essor de la physique des ondes topologiques

Le prix Nobel de physique a récompensé en 2016 trois chercheurs pour leurs découvertes des phases topologiques de la matière<sup>3</sup>. L'un d'entre eux, Thouless, a montré au début des années 80 que la réponse d'un gaz d'électrons bi-dimensionnel en présence d'un champ magnétique perpendiculaire est liée aux propriétés topologiques des fonctions d'ondes électroniques, décrites par un nombre de Chern [14]. Ces arguments ont donné une explication topologique pour l'observation de plateaux de

la conductance extrêmement robustes dans des expériences de transport électronique. Ces propriétés topologiques ont ensuite été reliées à l'existence d'un flot spectral qui se manifeste par l'émergence d'états électroniques unidirectionnels piégés au bord du matériau [8].

Ce domaine a connu un regain d'intérêt suite à la découverte en 2005 des isolants topologiques [7]. Ce sont des matériaux isolants en volume, mais conducteurs aux bords, même en l'absence de champ magnétique. Ces propriétés exotiques ont été expliquées par l'introduction d'un nouvel indice topologique, l'invariant  $\mathbb{Z}_2$  de Kane et Mele. Ces idées ont peu à peu irriguées tous les domaines de la physique, notamment via la fabrication d'analogues classiques ou macroscopiques de modèles d'électrons quantiques sur des réseaux cristallins tels qu'on en trouve en matière condensée. Ces cris-

3. <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2016/summary/>



taux artificiels permettent de manipuler des ondes unidirectionnelles, piégées au bord d'un échantillon, en changeant simplement l'agencement du réseau ou les couplages entre les différents sites. Les ondes observées sont qualifiées de topologiques, en référence aux invariants topologiques qui garantissent leur existence. Le cas des ondes équatoriales montre que ces ondes topologiques existent aussi dans la nature aux échelles planétaire ou astrophysique, sans réseau sous-jacent.

**Symétries.** Suite à la découverte d'un nouvel invariant topologique, les physiciens ont classé les systèmes physiques sous la forme d'une table périodique des isolants topologiques et de leurs analogues dans d'autres domaines de la physique. Cette classification prédit l'observation possible d'invariants topologiques dans un système donné en fonction des symétries discrètes de l'opérateur d'évolution et de la dimension spatiale du système. Dans le cas des ondes équatoriales, c'est la symétrie par renversement du temps qui est en jeu : les équations d'eau peu profonde sont invariantes par la transformation  $(t, u, v, f) \rightarrow -(t, u, v, f)$ . Fixer la valeur du paramètre de Coriolis  $f$  brise l'invariance par renversement du temps. L'existence d'un premier nombre de Chern non nul est alors possible en deux dimensions, d'après la table périodique des isolants topologiques. La force de Coriolis est donc l'ingrédient essentiel pour l'apparition de propriétés non triviales dans les ondes du plan  $f$  : elle permet d'une part l'ouverture d'une bande de fréquence interdite entre modes géostrophiques et modes de Poincaré, et d'autre part l'enroulement des vecteurs propres (propriété de fibré) des ondes de Poincaré.

La brisure du renversement du temps induite par la force de Coriolis se manifeste aussi de manière remarquable dans la structure spatiale des modes propres du modèle d'eau peu profonde. En l'absence de rotation, les modes propres sont des champs réels bi-dimensionnels. La hauteur  $\eta$  d'un mode propre est donc une fonction réelle de deux variables réelles  $(x, y)$ . De manière générique, son amplitude s'annule sur des lignes (modes de seiches). En présence de rotation, les modes propres du modèle deviennent des champs imaginaires (on obtient un champ fluide réel en sommant deux modes imaginaires conjugués). La hauteur  $\eta$  est alors une fonction de deux variables réelles à valeurs complexes. De manière générique, son amplitude s'annule en des points, à l'intersection entre les lignes où la partie réelle et de la partie imaginaire sont

nulles [1]. Ce sont les points amphidromiques que l'on retrouve sur les cartes de marées (figure 7). Il y a donc deux conséquences « topologiques » de la brisure du renversement du temps dans le modèle d'eau peu profonde : l'apparition des points amphidromiques et la propagation d'état unidirectionnels le long de l'équateur.

**La correspondance bord-volume.** Dans le problème de Matsuno, les états qui transitent d'une bande à l'autre sont aussi les états les plus localisés à l'équateur ; ils correspondent aux polynômes d'Hermite de degré le plus bas. On peut montrer que ces modes restent (exponentiellement) localisés le long de l'équateur dans le cas d'une interface abrupte entre un hémisphère nord  $f > 0$  et un hémisphère sud  $f < 0$ , alors que les autres modes du problème deviennent tous délocalisés. En matière condensée, l'apparition d'états unidirectionnels localisés à l'interface entre deux matériaux ayant des propriétés topologiques différentes est expliquée par le principe de la correspondance bord-volume. L'idée est de considérer indépendamment les matériaux de part et d'autre de l'interface, et d'assigner un indice topologique à chaque bande de ces matériaux, supposés d'extension infinie (le volume). La correspondance bord-volume reflète l'impossibilité de passer continûment d'une bande à une autre de part et d'autre de l'interface si leur indice topologique est différent. En matière condensée, on présente souvent l'émergence d'états de bords localisés à l'interface entre deux matériaux topologiquement distincts comme un problème d'inversion de bande : dans le cas d'un système à deux bandes caractérisées par des indices topologiques opposés de part et d'autre de l'interface, il est nécessaire de fermer l'espace interbande pour continûment déformer les modes propres de la bande supérieure en modes propres de la bande inférieure lors du passage de l'interface. Fermer l'espace interbande revient alors à permettre la propagation d'états qui sont nécessairement évanescents dans la direction normale à l'interface. Plus précisément, la correspondance bord-volume prédit le flot spectral porté par des états localisés à l'interface, à partir des indices topologiques des matériaux pris isolément.

Il existe des démonstrations rigoureuses de cette correspondance dans le cas où les matériaux sont modélisés par un réseau discret. Les nombres d'ondes du système sont alors définis sur un tore (la zone de Brillouin), qui reflète dans l'espace réciproque la périodicité du cristal dans l'espace réel.



Ce tore de Brillouin est un espace de base « naturel » pour définir un fibré associé à chaque bande d'onde d'un matériau donné. Une telle construction n'est pas immédiate dans le cas des ondes équatoriales : on ne peut pas assigner un triplet d'indices topologiques à chaque hémisphère car il n'y a pas de réseau sous-jacent. La généralisation de la correspondance bord-volume à cette classe de systèmes continus est un sujet de recherche actif. Dans le contexte géophysique, il s'agit d'un problème important pour la compréhension de l'émergence d'états unidirectionnels en présence de bords. Un exemple frappant est donné par les ondes de Kelvin côtières, qui se propagent autour des bassins océaniques fermés ou des grands lacs dans une gamme de fréquence intermédiaire entre celle des modes géostrophiques et des modes de Poincaré.

**Systèmes analogues.** La table périodique des isolants topologiques montre la possibilité de trouver de nouveaux invariants associés à la brisure d'autres symétries que l'inversion par renversement du temps. Or il existe toute une hiérarchie de modèles fluides géophysiques, où différentes symétries discrètes sont brisées. Certains de ces modèles fourniront probablement d'autres illustrations de phénomènes topologiques. Par exemple, la gravité brise la symétrie miroir dans la direction verticale, et ouvre une bande de fréquence interdite dans les fluides stratifiés compressibles, et l'on observe pour certains profils de stratification en densité des flots spectraux qui connectent les différentes bandes du problème [11].

Outre l'intérêt d'avoir un cadre général pour comprendre la structure des excitations de faible

amplitude dans des domaines très différents de la physique, la topologie a mis en évidence des analogies parfois inattendues entre ses domaines. Jusqu'à maintenant, ces analogies ont pour la plupart été cantonnées à la dynamique linéaire. Lors de l'étude des propriétés de conduction d'un matériau, cela revient à négliger les termes d'interaction entre électrons. En dynamique des fluides géophysiques, les non linéarités proviennent des termes d'advection. Dans le contexte équatorial, ces termes d'advection sont essentiels pour expliquer la dynamique chaotique du phénomène El Niño ou les renversements périodiques quasi-biennaux des vents de la haute atmosphère. Peut-être pourra-t-on un jour utiliser les analogies fournies par la topologie pour simuler certains de ces phénomènes dans des systèmes électroniques, ou proposer des modèles de fluides électroniques inspirés par la géophysique.

## 5. Épilogue

La légende dit que Matsuno et Yanai partageaient le même bureau, sans savoir que l'un observait les ondes que l'autre était en train de calculer. À l'époque de Matsuno, le théorème d'Atiyah-Singer était déjà connu des mathématiciens, mais il a fallu attendre plusieurs décennies pour que ces idées soient appliquées à des problèmes physiques, avec une véritable explosion au cours des dernières années, des molécules aux ondes sonores. Les ondes équatoriales illustrent ainsi l'intérêt de naviguer entre deux hémisphères, l'un géophysique, l'autre mathématique.

## Références

- [1] M. V. BERRY. « The Bakerian lecture, 1987. Quantum chaology ». *Proc. R. Soc. Lond. A* **413**, n° 1844 (1987), p. 183-198.
- [2] B. BRADLYN et al. « Beyond Dirac and Weyl fermions : Unconventional quasiparticles in conventional crystals ». *Science* **353**, n° 6299 (2016), aaf5037.
- [3] P. DELPLACE, J. MARSTON et A. VENAILE. « Topological origin of equatorial waves ». *Science* (2017), eaan8819.
- [4] F. FAURE. « Manifestation of the topological index formula in quantum waves and geophysical waves ». *arXiv preprint arXiv :1901.10592* (2019).
- [5] F. FAURE et B. ZHILINSKII. « Topological Chern indices in molecular spectra ». *Physical review letters* **85**, n° 5 (2000), p. 960.
- [6] F. FAURE et B. ZHILINSKII. « Topological properties of the Born–Oppenheimer approximation and implications for the exact spectrum ». *Letters in Mathematical Physics* **55**, n° 3 (2001), p. 219-238.
- [7] M. FRUCHART et D. CARPENTIER. « An introduction to topological insulators ». *Comptes Rendus Physique* **14**, n° 9-10 (2013), p. 779-815.
- [8] Y. HATSUGAI. « Chern number and edge states in the integer quantum Hall effect ». *Physical review letters* **71**, n° 22 (1993), p. 3697.
- [9] P. S. MARQUIS DE LAPLACE. *Traité de mécanique céleste*. 1. Crapelet, 1799.

- [10] T. MATSUNO. « Quasi-geostrophic motions in the equatorial area ». *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II* 44, n° 1 (1966), p. 25-43.
- [11] M. PERROT, P. DELPLACE et A. VENAILLE. « Topological transition in stratified atmospheres ». *Nature Physics (In Press)* (2019).
- [12] S. RAGHU et F. D. M. HALDANE. « Analogs of quantum-Hall-effect edge states in photonic crystals ». *Physical Review A* 78, n° 3 (2008), p. 033834.
- [13] W. THOMSON. « 1. On gravitational oscillations of rotating water ». *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* 10 (1880), p. 92-100.
- [14] D. J. THOULESS et al. « Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential ». *Physical Review Letters* 49, n° 6 (1982), p. 405.
- [15] G. E. VOLOVIK. *The universe in a helium droplet*. 117. Oxford University Press on Demand, 2003.



**Pierre DELPLACE**

Université Claude Bernard, Lyon  
[pierre.delplace@ens-lyon.fr](mailto:pierre.delplace@ens-lyon.fr)

Pierre Delplace est chercheur CNRS en physique théorique au laboratoire de physique à l'ENS de Lyon. Il s'intéresse aux propriétés topologiques de différents types d'ondes : des fonctions d'ondes quantiques électroniques dans les matériaux aux ondes classiques en électromagnétisme ou en dynamique des fluides.



**Antoine VENAILLE**

Université Claude Bernard, Lyon  
[antoine.venaille@ens-lyon.fr](mailto:antoine.venaille@ens-lyon.fr)

Antoine Venaille est chercheur CNRS au laboratoire de physique à l'ENS de Lyon. Son travail porte sur la dynamique des fluides géophysiques. Il utilise les outils de physique statistique et non linéaire – et, plus récemment, la topologie.

Nous remercions chaleureusement Thierry Dauxois, Frédéric Faure et Pierre Py pour la relecture de cet article.

Mémoires



Vol. 162  
**Heat kernel asymptotics, local index theorem and trace integrals for Cauchy-Riemann manifolds with  $S^1$  action**  
 J.-H. CHENG, C.-Y. HSIAO et I.-H. TSAI

ISBN 978-2-85629-908-1  
 2019 - 140 pages - Softcover. 17 x 24  
 Public: 35 € - Members: 24 €

Among the transversally elliptic operators initiated by Atiyah and Singer, Kohn's  $\square_b$  operator on CR manifolds with  $S^1$  action is a natural one of geometric significance for complex analysts. Our first main result establishes an asymptotic expansion for the heat kernel of such an operator with values in its Fourier components, which involves a contribution in terms of a distance function from lower dimensional strata of the  $S^1$ -action. Our second main result computes a local index density, in terms of tangential characteristic forms, on such manifolds including Sasakian manifolds of interest in String Theory, by showing that certain non-trivial contributions from strata in the heat kernel expansion will eventually cancel out by applying Getzler's rescaling technique to off-diagonal estimates. This leads to a local result which can be thought of as a type of local index theorem on these CR manifolds. We give examples of these CR manifolds, some of which arise from Brieskorn manifolds. Moreover in some cases, we can reinterpret Kawasaki's Hirzebruch-Riemann-Roch formula for a complex orbifold equipped with an orbifold holomorphic line bundle, as an index theorem obtained by a single integral over a smooth CR manifold. We achieve this without use of equivariant cohomology method and our method can naturally drop the contributions arising from lower dimensional strata as done in previous works.

Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <http://smf.emath.fr>  
 \*frais de port non compris





## Spectre sans épines des graphes aléatoires

• C. BORDENAVE

### 1. Spectre de graphe

**Grphe.** Commençons par fixer la terminologie. Le terme *graphe* recouvre des sens différents selon les contextes mais l'idée commune est de représenter des relations entre des éléments. Nous nous restreindrons ici à sa définition la plus commune, celle des graphes non orientés et simples : un graphe est la paire  $G = (V, E)$  formée par un ensemble dénombrable  $V$  et un ensemble  $E$  formé de parties à deux éléments de  $V$ . Les éléments de  $V$  sont appelés les *sommets* et ceux de  $E$  les *arêtes*. Le degré d'un sommet  $x \in V$  est le nombre d'arêtes  $e \in E$  telles que  $x \in e$ . Pour  $d$  entier, un graphe est dit  $d$ -régulier si tous ses sommets ont degré  $d$ , voir figure 1. Nous dirons qu'un graphe est *borné* si le maximum des degrés est fini. Tout graphe fini (c'est-à-dire avec un nombre fini de sommets) est borné.

Un graphe définit un espace métrique naturel sur ses sommets. Pour tous  $x, y \in V$  et  $k$  entier, un *chemin de  $x$  à  $y$  de longueur  $k$*  est une suite de sommets  $(x_0, x_1, \dots, x_k)$  telle que  $x_0 = x$ ,  $x_k = y$  et pour tous  $i \in \{1, \dots, k\}$ ,  $\{x_{i-1}, x_i\} \in E$ . Le graphe est *connexe* si toute paire de sommets est reliée par un chemin. Dans un graphe connexe, la *distance* entre deux sommets est la longueur d'un plus court chemin qui les relie (cela définit bien une distance sur  $V$ ). Un *cycle* est un chemin  $(x_0, \dots, x_k)$  tel que  $x_0 = x_k$  et tous les  $x_i$ ,  $1 \leq i \leq k-1$  sont deux à deux distincts. Enfin, un *arbre* est un graphe sans cycle.

Ces définitions donnent lieu à des généralisations et des variantes. Les graphes permettent souvent d'introduire des notions de géométrie sur des ensembles qui n'en étaient pas pourvus de façon évidente auparavant.

En théorie des groupes par exemple, on peut associer à un groupe  $X$  et un ensemble fini de générateurs  $S = \{g_1, \dots, g_d\}$  tel que  $S = S^{-1} = \{g_1^{-1}, \dots, g_d^{-1}\}$ , son graphe de Cayley : les sommets sont les éléments du groupe  $X$  et les arêtes sont les paires  $\{x, y\}$ ,  $x \neq y$ , telles que  $gx = y$  pour un certain  $g \in S$

(il s'agit là du graphe de Cayley obtenu par la multiplication à gauche). Le graphe de Cayley est  $d$ -régulier avec  $d = |S|$ .

Un autre exemple, cette fois-ci en science des données, on observe un vecteur  $(X_1, \dots, X_n)$  de données et on forme un graphe sur l'ensemble de sommets  $\{1, \dots, n\}$  avec la règle suivante pour les arêtes : pour tous  $i \neq j$ , l'arête  $\{i, j\}$ ,  $i \neq j$ , est présente si les vecteurs  $(X_i, X_j)$  vérifient une certaine relation symétrique (par exemple si les  $X_i$  sont des vecteurs dans  $\mathbb{R}^d$ , si la norme euclidienne de  $X_i - X_j$  est inférieure à une certaine valeur). Le graphe de Zachary (voir figure 1) est construit suivant une de ces règles [11].

Nous allons nous intéresser dans ce texte à des graphes aléatoires. Nous introduirons des modèles de graphes aléatoires dans la section 4.

**Opérateur d'adjacence.** Il est naturel d'associer à un graphe  $G = (V, E)$  des opérateurs construits à partir des voisinages des sommets. Le plus simple est l'*opérateur d'adjacence* qui est la généralisation de la matrice d'adjacence d'un graphe fini. Il est défini de la façon suivante. Soit  $\ell^2(V)$  l'espace de Hilbert formé par les vecteurs  $f = (f(x))_{x \in V}$  de  $\mathbb{C}^V$  dont la somme est de carré intégrable et muni du produit scalaire  $\langle f, g \rangle = \sum_{x \in V} \bar{f}(x)g(x)$ . Supposons pour simplifier que le graphe  $G$  est borné. L'opérateur d'adjacence est défini pour tous  $f \in \ell^2(V)$  et  $x \in V$  par

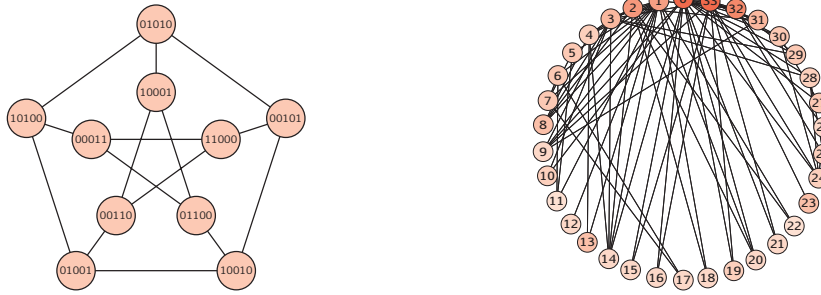
$$(Af)(x) = \sum_{y \in V} \mathbb{1}_{\{x,y\} \in E} f(y). \quad (1)$$

En notation matricielle, si  $\delta_x \in \ell^2(V)$  est le symbole de Kronecker en  $x$ , alors pour tous  $x, y \in V$ ,

$$A_{xy} = \langle \delta_x, A\delta_y \rangle = \mathbb{1}_{\{x,y\} \in E}.$$

Les puissances de  $A$  dénombrent les chemins dans le graphe : pour tout entier  $k \geq 1$ ,  $A^k_{xy} = \langle \delta_x, A^k \delta_y \rangle$  est égal au nombre de chemins de  $x$  à  $y$  de longueur  $k$ . Il est immédiat de vérifier que  $A$  est

FIGURE 1 – À gauche : le graphe de Petersen (1886) est un graphe 3-régulier avec 10 sommets. À droite : le graphe social du club de karaté de Zachary (1977)



un opérateur borné (si  $G$  est borné) et auto-adjoint. Nous allons nous intéresser au spectre de cet opérateur, notamment en lien avec la géométrie du graphe sous-jacent.

Si  $G$  est le graphe de Cayley d'un groupe  $X$  avec un ensemble fini de générateurs  $S = S^{-1}$  alors  $V = X$  et  $A$  s'écrit comme l'opérateur sur  $\ell^2(X)$ ,

$$A = \sum_{g \in S} \lambda_g,$$

où  $\lambda_g$  est la représentation régulière gauche de  $g \in X$  (c'est l'opérateur de multiplication à gauche par  $g$  : pour tout  $x \in X$ ,  $\lambda_g \delta_x = \delta_{gx}$ ).

Si  $V$  est fini avec  $|V| = n$  éléments, nous noterons les valeurs propres de  $A$  en comptant leur multiplicités,

$$\mu_n \leq \dots \leq \mu_1. \quad (2)$$

Le théorème de Perron-Frobenius affirme que la plus grande valeur propre en valeur absolue d'une matrice  $C \in M_n(\mathbb{R}_+)$  (c'est-à-dire à coefficients réels positifs) est un réel positif. Pour la matrice d'adjacence, nous avons donc  $\mu_1 \geq |\mu_n|$ . De plus, si le graphe  $G$  est connexe : nous avons  $\mu_2 < \mu_1$  et l'identité  $\mu_n = -\mu_1$  est équivalente à  $G$  biparti, c'est-à-dire à l'existence d'une partition  $V_1 \cup V_2 = V$ ,  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$  telle que toutes les arêtes de  $G$  ont exactement un élément dans  $V_1$  et un élément dans  $V_2$ . Ces deux propriétés reflètent un phénomène central : les valeurs propres extrémales (les plus grandes en valeur absolue) de  $A$  sont souvent reliées à des propriétés géométriques globales du graphe. À titre d'illustration, voyons ce que la seconde plus grande valeur propre implique sur la taille des voisinages d'un graphe connexe.

**Spectre et expansion.** Supposons pour simplifier que  $G$  soit un graphe fini connexe  $d$ -régulier avec

$n$  sommets. Alors le vecteur constant  $\mathbb{1}$  est vecteur propre associé à la valeur propre  $d$ . La seconde valeur propre non triviale en valeur absolue est

$$\mu = \max\{|\mu_k| : 1 \leq k \leq n, |\mu_k| < d\}. \quad (3)$$

On montre facilement que le diamètre du graphe est au plus  $\ln n / \ln(d/\mu) + 2$ . D'autres quantités sont également contrôlées par  $\mu, \mu_2$  ou  $\mu_n$ . Par exemple, le *taux d'expansion minimal* dans le graphe mesure le ratio minimal entre un ensemble de sommets et sa frontière :

$$h = \min_{F \subset V; |F| \leq n/2} \frac{|\partial F|}{|F|},$$

où  $\partial F$  est l'ensemble des arêtes du graphe qui ont une extrémité dans  $F$  et l'autre dans  $V \setminus F$ . L'*inégalité de Cheeger* pour les graphes affirme que

$$\frac{h^2}{2d} \leq d - \mu_2 \leq 2h.$$

De nombreuses autres inégalités existent, voir [6] pour un traitement plus détaillé.

**Laplaciens d'un graphe.** Il existe d'autres opérateurs naturels définis sur les sommets d'un graphe borné. Soit  $D$  l'opérateur diagonal défini pour tout  $x$  par

$$D\delta_x = \deg(x)\delta_x, \quad (4)$$

où  $\deg(x)$  est le degré de  $x$ . Le *laplacien* de  $G$  est  $L = A - D$ . En termes probabilistes, le laplacien est le générateur infinitésimal de la marche au hasard en temps continu sur  $G$ . De même, si tous les degrés sont au moins égaux à 1 alors  $D$  est inversible et  $P = D^{-1}A$  est l'opérateur markovien de transition de la marche au hasard en temps discret sur  $G$ . L'opérateur semblable auto-adjoint  $D^{-1/2}AD^{1/2}$

est souvent appelé le *laplacien combinatoire* du graphe.

On peut également considérer un graphe muni de poids réels sur les arêtes et étendre toutes ces notions dans ce cadre. Dans la suite de ce texte, nous allons néanmoins nous intéresser à un opérateur d'un genre différent.

## 2. Opérateur sans épines d'un graphe

**Opérateur sans épines.** Cet opérateur agit sur les *arêtes orientées* d'un graphe. Plus précisément, soit  $G = (V, E)$  un graphe borné, on pose

$$\vec{E} = \{(x, y) : \{x, y\} \in E\}.$$

L'opérateur sans épines  $B$  est une application linéaire de  $\ell^2(\vec{E})$  dans  $\ell^2(\vec{E})$ . Il est défini pour tous  $\varphi \in \ell^2(\vec{E})$ ,  $e = (x, y) \in \vec{E}$ ,

$$(B\varphi)(e) = \sum_{f=(a,b) \in \vec{E}} \mathbb{1}_{a=y, b \neq x} \varphi(f). \quad (5)$$

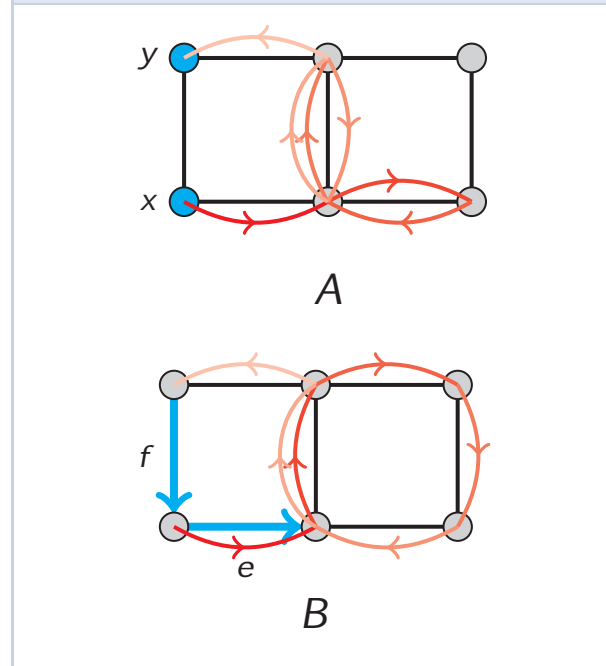
La somme porte donc sur les arêtes  $f$  dont le sommet de départ est le sommet d'arrivée de  $e$  mais différente de l'arête inverse  $e^{-1} = (y, x)$ . Sous forme matricielle, cela donne pour tous  $e = (x, y)$ ,  $f = (a, b)$  dans  $\vec{E}$  :

$$B_{ef} = \langle \delta_e, B\delta_f \rangle = \mathbb{1}_{a=y, b \neq x}.$$

Le terme sans épines<sup>1</sup> provient de l'interprétation combinatoire des puissances de  $B$ . Pour tout entier  $k \geq 1$ ,  $(B^k)_{ef} = \langle \delta_e, B^k \delta_f \rangle$  est égal au nombre de chemins dans  $G$   $(x_0, \dots, x_{k+1})$  tels que  $(x_0, x_1) = e$ ,  $(x_k, x_{k+1}) = f$  et qui sont sans épines, c'est-à-dire tels que pour tout  $1 \leq t \leq k$ ,  $x_{t+1} \neq x_{t-1}$ , voir figure 2. Un chemin sans épines peut être interprété comme une géodésique discrète, en effet un chemin  $(x, y, z)$  avec  $x \neq z$  est un plus court chemin dans le graphe. Remarquons aussi que le parcours  $(x, y, z, x)$  d'un triangle dans le graphe est un chemin sans épines.

Si  $G$  est un arbre, l'opérateur  $B$  a de nombreuses propriétés remarquables. Notamment, un chemin sans épines est un plus court chemin. En particulier si l'arbre est fini, l'opérateur  $B$  est nilpotent. On observe aussi que les vecteurs  $(B^k \delta_e)_{k \in \mathbb{N}}$  sont de support disjoints.

FIGURE 2 – En haut :  $(A^k)_{xy}$  est la somme des chemins de  $x$  à  $y$  de longueur  $k$ , dans l'exemple  $k = 7$ . En bas :  $(B^k)_{ef}$  est la somme des chemins sans épines de  $e$  à  $f$  de longueur  $k + 1$ , dans l'exemple  $k = 7$



Supposons que  $G$  soit le graphe de Cayley d'un groupe  $X$  avec un ensemble fini de générateurs  $S$  tel que  $S = S^{-1} = \{g_1, \dots, g_d\}$ . L'ensemble  $\vec{E}$  peut alors s'identifier avec l'ensemble  $X \times S$  (on identifie  $(x, g_i x)$  avec  $(x, g_i)$ ). En utilisant le plongement de  $\ell^2(X) \otimes \ell^2(S)$  dans  $\ell^2(X \times S)$ , on peut alors écrire  $B$  dans cette nouvelle formulation comme un opérateur de  $\ell^2(X \times S)$  dans  $\ell^2(X \times S)$  :

$$B = \sum_{(g, g') \in S \times S, g' \neq g^{-1}} \lambda_g \otimes E_{gg'},$$

où  $\otimes$  est le produit tensoriel,  $\lambda_g$  est la représentation régulière gauche de  $g \in X$  et  $E_{gg'}$  est l'opérateur sur  $\mathbb{C}^S$  : pour tous  $g, g', h \in S$ ,  $E_{gg'} \delta_h = \mathbb{1}_{g'=h} \delta_g$ .

L'opérateur sans épines  $B$  n'est pas symétrique et il ne commute pas avec son adjoint. Le spectre de  $B$  n'est donc pas a priori facile à étudier. Il existe cependant des formules permettant de relier le spectre de l'opérateur sans épines à celui d'opérateurs agissant sur les sommets du graphe, voir paragraphe suivant.

Si  $V$  est fini et  $|E| = m$ , nous noterons les valeurs propres complexes de  $B$ ,  $\lambda_1, \dots, \lambda_{2m}$  indexées par leurs valeurs absolues (et suivant une règle arbitraire pour les valeurs propres de même valeur

1. Traduction de l'anglais 'non-backtracking' proposée par M. Bousquet-Mélou.



absolue) :

$$|\lambda_{2m}| \leq \dots \leq |\lambda_2| \leq \lambda_1. \quad (6)$$

Le théorème de Perron-Frobenius implique que  $\lambda_1$  est réel positif. Si  $G$  est un graphe  $d$ -régulier, le vecteur constant est vecteur propre de valeur propre  $\lambda_1 = d - 1$ .

**Formules de transfert du spectre.** Nous démarrons par une identité dont les origines remontent à Ihara et qui est due à Bass sous cette forme, elle relie le polynôme de caractéristique de  $B$  à un déterminant de  $A$ .

**Théorème 1 (Formule d'Ihara-Bass).** Soient  $G = (V, E)$  un graphe fini et ses opérateurs associés  $A, B$  et  $D$  définis par (1), (5) et (4). Pour tout  $z \in \mathbb{C}$  on a

$$\det(zI_{\vec{E}} - B) = (z^2 - 1)^{\chi - 1} \det(z^2 I_V - zA + D - I_V), \quad (7)$$

où  $I_V$  et  $I_{\vec{E}}$  sont les opérateurs identités sur  $\mathbb{C}^V$  et  $\mathbb{C}^{\vec{E}}$  et  $\chi = |E| - |V| + 1$  est la caractéristique d'Euler du graphe.

La motivation initiale de ce théorème était le développement de la théorie des fonctions zêta de Selberg sur des groupes discrets puis a été entendu progressivement, voir références dans [10]. La fonction

$$\zeta(u) = \det(I_{\vec{E}} - uB)^{-1}$$

est appelée la *fonction zêta d'Ihara* du graphe  $G$ . Elle admet une expression en termes de géodésiques fermées. En effet, définissons une *géodésique fermée*  $\gamma$  de longueur  $|\gamma| = k$ , comme une classe d'équivalence des chemins  $c = (x_0, \dots, x_k)$  tels que  $x_0 = x_k$  et  $(x_0, x_1, \dots, x_k, x_1)$  est sans épines et munis de classe d'équivalence  $c \sim c'$  si  $c$  et  $c'$  diffèrent d'une permutation cyclique, c'est-à-dire  $x'_i = x_{i+q \bmod k}$  pour un certain entier  $q$  (où  $c' = (x'_0, \dots, x'_k)$ ). Une géodésique fermée est dite *première* si elle ne peut pas s'écrire pour une certaine géodésique  $\gamma$  et un entier  $m \geq 2$  comme  $\gamma^m$ , la géodésique fermée obtenue en répétant  $m$  fois le même chemin. En écrivant formellement  $\det = \exp(\text{tr}(\ln))$  et en développant en série  $u \mapsto \ln(I - uB)$  au voisinage de 0,  $\zeta$  apparaît formellement comme la série génératrice des géodésiques fermées :

$$\zeta(u) = \exp\left(\sum_{\gamma} u^{|\gamma|}\right) = \prod_p (1 - u^{|\rho|})^{-1},$$

où la somme porte sur les géodésiques fermées  $\gamma$  et le produit sur les géodésiques fermées premières  $p$ , voir [10] pour un traitement rigoureux et détaillé.

Remarquons que si  $G$  est un graphe  $d$ -régulier alors  $D = dI_V$ . On déduit facilement du théorème 1 que si  $G$  est un graphe  $d$ -régulier, avec  $d \geq 3$ , on a

$$\sigma(B) = \{\pm 1\} \cup \{\lambda \in \mathbb{C} : \text{il existe } \mu \in \sigma(A) \text{ tel que } \lambda^2 - \mu\lambda + d - 1 = 0\}, \quad (8)$$

où  $\sigma(A)$  et  $\sigma(B)$  sont les ensembles des valeurs propres de  $A$  et de  $B$ . On peut également écrire  $\sigma(A)$  en fonction de  $\sigma(B)$ . Il existe même une description explicite des espaces propres de  $B$  et ceux correspondant pour  $A$ . Esquissons une preuve directe de (8) : supposons que  $B\varphi = \lambda\varphi$  pour un certain vecteur non nul  $\varphi \in \mathbb{C}^{\vec{E}}$  et  $|\lambda| \neq 1$ . On introduit le vecteur 'divergence'  $f \in \mathbb{C}^V$  défini pour tout  $x \in V$  par  $f(x) = \sum_{e=(x,y) \in \vec{E}} \varphi(e)$ . On a pour tout  $(x, y) \in \vec{E}$ ,  $f(x) = (B\varphi)(y, x) + \varphi(x, y)$ . En écrivant que  $B\varphi(e) = \lambda\varphi(e)$  pour  $e = (x, y)$  et  $e = (y, x)$ , on arrive à  $\varphi(x, y) = (\lambda f(y) - f(x))/(\lambda^2 - 1)$ . En injectant cette dernière identité dans  $B\varphi(e) = \lambda\varphi(e)$  pour  $e = (y, x)$ , on trouve  $Af(x) = \mu f(x)$  avec  $\mu = \lambda + (d - 1)/\lambda$ .

L'identité d'Ihara-Bass a plusieurs extensions et raffinements. On peut par exemple écrire une identité entre déterminants du type (7) reliant le polynôme caractéristique de  $A$ ,  $\det(zI_V - A)$  à un déterminant de la forme  $\det(I_{\vec{E}} - D(z)B)$  où  $D(z)$  est un opérateur diagonal dont les coefficients sont des fonctions holomorphes sur  $\mathbb{C} \setminus F$ ,  $F$  un fermé de  $\mathbb{R}$ , voir [2]. L'opérateur  $D(z)B$  s'interprète comme un opérateur sans épines pondéré. Ces formules de transfert de spectres s'étendent également à des graphes pondérés.

Ces formules seront intéressantes ici dans la direction suivante : à un opérateur d'adjacence donné, on peut associer des opérateurs sans épines pondérés qui permettent de décrire complètement les propriétés spectrales de l'opérateur d'adjacence de départ. Pour les graphes que nous allons considérer, il sera significativement plus simple d'étudier leurs opérateurs sans épines. Cette simplification est due au fait que l'opérateur sans épines d'un arbre (infini) a des propriétés remarquables.

**Algorithmes spectraux de classement.** L'opérateur sans épines est aussi apparu récemment dans le contexte de l'analyse de données et plus précisément de la détection de communautés dans les réseaux sociaux. L'enjeu est le suivant : on observe un graphe fini  $G = (V, E)$ , on suppose que ce graphe est constitué de communautés au sens où les sommets sont partitionnés en classes, les sommets de même classe ayant des propriétés statistiques comparables. On cherche à reconstituer cette partition

en observant le graphe. Par exemple, Zachary [11] a constitué le graphe social du club de karaté de la label 1 et a identifié deux communautés bien intra-connectées. Suite à une dispute, le club s'est scindé en deux, et les deux communautés de Zachary se sont avérées être celles de la scission à un sommet près! Plus de quarante ans après [11], le genre d'exploits qui peuvent être accomplis dans ce domaine est à considérer très sérieusement dans notre société.

Les *algorithmes spectraux* sont des algorithmes de classement populaires. L'idée est la suivante : à l'image de la décomposition en valeurs singulières, on calcule les valeurs propres de l'opérateur  $A$  (ou un laplacien ou autre). Les valeurs propres, qui se détachent du reste des autres valeurs propres sont jugées potentiellement significatives. On considère l'espace invariant engendré par ses valeurs propres. À chaque sommet du graphe  $x \in V$ , on associe la projection orthogonale de  $\delta_x$  sur l'espace invariant. Il reste à utiliser un algorithme de classement en amas pour des points dans l'espace euclidien.

Les algorithmes spectraux basés sur les opérateurs classiques ont leur limites. Dans [8], Krzakala et al. ont promu l'usage de l'opérateur sans épines  $B$  notamment pour les graphes avec peu d'arêtes (de l'ordre du nombre de sommets) et des degrés inhomogènes. Les valeurs propres de  $B$  utilisées pour le partitionnement étant celles dont le module est supérieur à  $\sqrt{\lambda_1}$  où  $\lambda_1$  est la valeur plus grande valeur propre de  $B$ . Pour comprendre ce seuil mystérieux de  $\sqrt{\lambda_1}$  il faut faire un détour par la théorie des graphes de Ramanujan.

### 3. Graphes de Ramanujan

**Borne d'Alon-Boppana.** Commençons par le cas d'un graphe  $G$   $d$ -régulier avec  $n$  sommets. Les valeurs propres de  $A$  sont notées  $d = \mu_1 \geq \mu_2 \dots \geq \mu_n \geq -d$  comme dans l'équation (2). La borne d'Alon-Boppana [1] est une borne inférieure sur  $\mu_2$ .

**Théorème 2.** *Soit  $d \geq 3$  un entier. Pour tout  $\varepsilon > 0$ , il existe  $n$  tel que pour tout graphe  $d$ -régulier avec plus de  $n$  sommets :*

$$\mu_2 \geq 2\sqrt{d-1} - \varepsilon.$$

Il existe des graphes finis qui atteignent la borne d'Alon Boppana, c'est-à-dire tels que  $\mu \leq 2\sqrt{d-1}$ , où  $\mu$  est la seconde valeur propre non triviale en valeur absolue, définie par l'équation (3). Ces graphes sont appelés les *graphes de Ramanujan*. Par exemple, le graphe de Petersen de la figure 1

est un graphe de Ramanujan. Pour un degré  $d \geq 3$  donné, il est par contre difficile de construire des suites de graphes connexes de Ramanujan  $G_k = (V_k, E_k)$  avec  $|V_k| \rightarrow \infty$ . La construction de ces suites repose sur des résultats mathématiques profonds.

**Revêtement universel.** Nous allons maintenant expliquer d'où la constante  $2\sqrt{d-1}$  provient et donner une généralisation au cas non régulier.

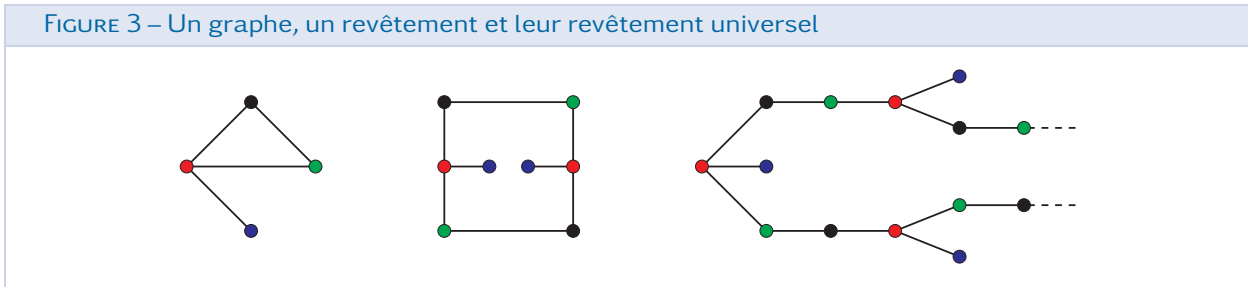
Soit  $G = (V, E)$  un graphe connexe. Un *revêtement* de  $G$  est un graphe  $G' = (V', E')$  tel qu'il existe un application surjective  $\varphi: V' \rightarrow V$  qui est bijective sur les 1-voisinages (c'est-à-dire,  $\varphi$  est une bijection entre les voisins de  $x' \in V'$  dans  $G'$  et les voisins de  $\varphi(x')$  dans  $G$ ). Le *revêtement universel*  $T$  est un revêtement de  $G$  qui a la propriété d'être un revêtement de tous les revêtements de  $G$ . Cette propriété implique que  $T$  est un arbre. Le revêtement universel est unique à isomorphisme près (image d'un graphe par une bijection des sommets). Voir figure 3 pour une illustration.

Le revêtement universel de tout graphe  $d$ -régulier est l'arbre  $d$ -régulier infini,  $T_d$ . Kesten a démontré que le spectre de l'opérateur d'adjacence de  $T_d$  est  $[-2\sqrt{d-1}, 2\sqrt{d-1}]$ . Le théorème 2 affirme que pour un graphe  $d$ -régulier à  $n$  sommets, la seconde plus grande valeur propre est au moins égale au rayon spectral de son revêtement universel à des termes négligeables en  $n$  près. Un graphe de Ramanujan est donc un graphe régulier dont les valeurs propres non triviales sont dans le spectre de son revêtement universel.

C'est un phénomène général que la seconde valeur propre (ou la  $k$ -ième avec  $k = o(n)$ ) de l'opérateur d'adjacence d'un graphe à  $n$  sommets est au moins égale au rayon spectral de l'opérateur d'adjacence de son revêtement universel à des termes négligeables en  $n$  près. Pour être correct, ce dernier énoncé requiert des hypothèses techniques que nous passons sous silence. On peut alors définir l'analogie de la propriété de Ramanujan pour un graphe non régulier : un graphe connexe est Ramanujan si toutes les valeurs propres de son opérateur d'adjacence (à l'exception de la plus grande et possiblement de son opposée dans le cas biparti) sont plus petites en valeur absolue que le rayon spectral de l'opérateur d'adjacence de son revêtement universel.

Un phénomène similaire a lieu pour les laplaciens. Pour un graphe non régulier, les opérateurs classiques, l'adjacence et les laplaciens ne commutent plus et l'opérateur d'adjacence ne s'impose pas particulièrement parmi les autres. On définit

FIGURE 3 – Un graphe, un revêtement et leur revêtement universel



donc plutôt la propriété de Ramanujan par rapport à un opérateur de référence. Pour l'opérateur sans épines  $B$  d'un graphe fini  $G$ , le rayon spectral de l'opérateur sans épines du revêtement universel de  $G$  est égal à  $\sqrt{\lambda_1}$  où  $\lambda_1$  est la plus grande valeur de  $B$  (dû au défaut de symétrie de  $B$ , il n'est cependant pas clair qu'un analogue du théorème 2 pour  $B$  soit vrai si le graphe n'est pas régulier). C'est la raison du seuil de  $\sqrt{\lambda_1}$  dans [8] pour le calibrage des algorithmes spectraux.

## 4. Modèles de graphes aléatoires

Nous allons maintenant présenter quelques résultats connus sur le comportement des valeurs propres extrémales de grands graphes aléatoires avec un degré moyen uniformément borné en leur nombre de sommets.

**Grphe régulier aléatoire.** Il est difficile de construire des suites infinies de graphes de Ramanujan. Pourtant, il a été conjecturé par Alon [1] et démontré par Friedman [7] que presque tous les graphes réguliers sont presque Ramanujan! Plus précisément, pour  $n, d \geq 1$  entiers, on note  $\mathcal{G}(n, d)$  l'ensemble des graphes  $d$ -réguliers ayant pour sommets  $V = \{1, \dots, n\}$ . Pour  $2 \leq d \leq n-1$  et  $nd$  pair,  $\mathcal{G}(n, d)$  n'est pas vide. Le théorème de Friedman est le suivant.

**Théorème 3.** Soient  $d \geq 3$  un entier,  $G$  un graphe aléatoire distribué suivant la mesure uniforme sur  $\mathcal{G}(n, d)$  et  $d = \mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \geq \mu_n$  les valeurs propres de  $A$ . Alors pour tout  $\varepsilon > 0$ , l'événement

$$\max(\mu_2, -\mu_n) \leq 2\sqrt{d-1} + \varepsilon,$$

a une probabilité tendant vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini (et  $nd$  pair).

Il existe une preuve plus simple [3]. Elle donne également un énoncé quantitatif : pour tout  $d \geq 3$ , il existe  $c > 0$  tel que l'on puisse remplacer dans l'énoncé du théorème 3 "pour tout  $\varepsilon > 0$ , ..." par

"pour  $\varepsilon = c(\ln \ln n / \ln n)^2, \dots$ ". Les deux démonstrations reposent de façon essentielle sur l'opérateur sans épines  $B$ . On prouve en fait l'énoncé correspondant pour  $B$  et on l'applique à  $A$  par la formule d'Ihara-Bass (8).

**Théorème 4.** Soient  $d \geq 3$  un entier,  $G$  un graphe aléatoire distribué suivant la mesure uniforme sur  $\mathcal{G}(n, d)$  et  $d-1 = \lambda_1, \lambda_2, \dots$  les valeurs propres de  $B$  indexées selon (6). Alors pour tout  $\varepsilon > 0$ , l'événement

$$|\lambda_2| \leq \sqrt{\lambda_1} + \varepsilon,$$

a une probabilité tendant vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini (et  $nd$  pair).

Esquissons la stratégie de démonstration du théorème 4 dans [3]. Commençons par expliquer une difficulté intrinsèque cachée derrière le théorème de Friedman. Nous allons l'expliquer pour la matrice d'adjacence  $A$  mais la même difficulté se transpose pour la matrice sans épines  $B$ .

L'interprétation combinatoire des entrées de la matrice  $A^k$  pour  $k$  entier incite à utiliser la formule de la trace pour  $k$  entier pair :

$$d^k + \mu_2^k + \mu_n^k \leq \text{tr}(A^k) \leq d^k + n\mu_2^k + n\mu_n^k.$$

Si  $k = k(n) \gg \ln n$  alors  $n^{1/k}$  tend 1. On déduit que  $\max(\mu_2, -\mu_n)$  est équivalent à  $(\text{tr}(A^k) - d^k)^{1/k}$  pour toute suite  $k = k(n)$  d'entiers pairs telle que  $k(n)/\ln n$  tend vers l'infini. On cherche donc à prouver que pour une telle suite  $k = k(n)$ , pour tout  $\varepsilon > 0$ , avec probabilité tendant vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini,

$$\text{tr}(A_{\mathbb{1}^\perp}^k) = \text{tr}(A^k) - d^k \leq (2\sqrt{d-1} + \varepsilon)^k,$$

où  $A_{\mathbb{1}^\perp}$  est la restriction de  $A$  au sous-espace invariant orthogonal au vecteur constant  $\mathbb{1} \in \mathbb{C}^V$ . On peut essayer de démontrer ce dernier énoncé en montrant que  $\mathbb{E}[\text{tr}(A_{\mathbb{1}^\perp}^k)]$  est bornée par  $(2\sqrt{d-1} + \varepsilon)^k$  où  $\mathbb{E}[\cdot]$  est l'espérance sous la loi de  $G$ . Cependant, ce dernier énoncé est faux! En effet, il n'est pas trop difficile de vérifier que la probabilité que le graphe  $G$  distribué suivant la mesure uniforme sur  $\mathcal{G}(n, d)$  ne soit pas connexe est supérieure à  $cn^{-c}$

pour un certain  $c > 0$ . Si cet événement se réalise alors  $\mu_2 = d$ . On en déduit, pour tout entier  $k$  pair que

$$\mathbb{E} \text{tr}(A_{\mathbb{1}^\perp}^k) \geq cn^{-c} d^k.$$

Pour  $k \gg \ln n$ , le terme de droite est beaucoup plus grand que  $(2\sqrt{d-1} + \varepsilon)^k$  pour  $\varepsilon > 0$  suffisamment petit (on rappelle  $d \geq 3$ ). En résumé : des événements de probabilité  $o(1)$  dominent l'espérance si  $k \gg \ln n$  qui est le régime qui permettrait d'étudier la convergence de  $\max(\mu_2, -\mu_n)$ .

Voyons donc comment on contourne cette difficulté. L'idée est d'estimer l'espérance de traces de matrices compagnons reliées à la projection sur  $\mathbb{1}^\perp$  de la matrice sans épines  $B$  de départ mais qui sont insensibles à la réalisation de ces événements problématiques. Le vecteur constant  $\mathbb{1} \in \mathbb{C}^{\vec{E}}$  est vecteur propre de  $B$  et de son adjoint associé à la valeur propre  $\lambda_1 = d - 1$ . On en déduit que  $\lambda_2$  est la plus grande valeur propre en valeur absolue de  $B_{\mathbb{1}^\perp}$ , la restriction de  $B$  à  $\mathbb{1}^\perp$ . Le rayon spectral étant inférieur ou égal à la norme d'opérateur, on obtient l'inégalité pour tout entier  $\ell \geq 1$ ,

$$|\lambda_2|^\ell \leq \|(B_{\mathbb{1}^\perp})^\ell\|. \quad (9)$$

On rappelle que pour  $e, f \in \vec{E}$ , l'entrée  $(B^\ell)_{ef}$  est égale au nombre de chemins sans épines de longueur  $k + 1$  de  $e$  à  $f$ . On appelle un *enchevêtrement* un chemin du graphe qui visite au moins deux cycles distincts. On introduit la matrice  $B^{(\ell)}$  dont l'entrée  $e, f \in \vec{E}$  est égale au nombre de chemins sans épines de longueur  $k + 1$  de  $e$  à  $f$  qui ne sont pas des enchevêtrements. On peut démontrer que si  $\ell$  est petit devant  $\ln n$  alors avec probabilité  $1 - o(1)$ , le graphe aléatoire  $G$  n'a aucun enchevêtrement de longueur inférieure à  $\ell$ . Sur ce dernier événement, on a donc l'identité

$$B^\ell = B^{(\ell)}.$$

On va maintenant projeter sur  $\mathbb{1}^\perp$  pour utiliser (9). Avec un peu de soin, on peut donner une expression de la matrice  $C = B_{\mathbb{1}^\perp}^{(\ell)}$ , la projection de  $B^{(\ell)}$  sur  $\mathbb{1}^\perp$ , en termes d'une somme sur les chemins sans épines  $(x_1, \dots, x_{\ell+1})$  dans le graphe complet à  $n$  sommets (toutes les  $\binom{n}{2}$  arêtes présentes) qui ne sont pas des enchevêtrements pondérés par

$$\prod_{t=1}^{\ell} \left( \mathbb{1}_{(x_t, x_{t+1}) \in \vec{E}} - \frac{1}{nd} \right),$$

et d'autres termes du même type. Pour borner la norme de  $C$ , on peut maintenant utiliser la méthode de l'espérance des grandes traces de Füredi

et Komlós qui consiste à écrire pour  $p \geq 1$  entier,

$$\mathbb{E}[\|C\|^{2p}] = \mathbb{E}[\|(CC^*)^p\|] \leq \mathbb{E}[\text{tr}((CC^*)^p)]. \quad (10)$$

On invoque ensuite la linéarité de la trace et de l'espérance pour développer le terme de droite de l'équation (10) en somme sur  $2p$  indices de l'espérance d'un produit d'entrées des matrices  $C$  et  $C^*$ . En choisissant  $k = 2\ell p \geq c(\ln n)^2 / (\ln \ln n) \gg \ln n$  on parvient à obtenir le théorème de Friedman. Pour réaliser cette estimation de (10), disons simplement que cette partie plus technique de la preuve repose sur (i) une borne combinatoire sur le nombre de chemins fermés de longueur  $k = 2\ell p$  dans le graphe complet à  $n$  sommets dont chacun des  $2p$  sous-chemins de longueur  $\ell$  est un chemin sans épines qui n'est pas un enchevêtrement et (ii) une borne probabiliste de la forme : pour  $k, m$  entiers,  $1 \leq k \leq \sqrt{m}$ ,

$$\left| \mathbb{E} \left[ \prod_{t=1}^k \left( \mathbb{1}_{\sigma(x_t)=y_t} - \frac{1}{m} \right) \right] \right| \leq cm^{-a} (3k/\sqrt{m})^{a_1},$$

où  $\sigma$  est une permutation de  $[m] = \{1, \dots, m\}$  aléatoire uniforme et  $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$  est une suite d'éléments de  $[m]^2$  avec  $a$  éléments distincts et  $a_1$  éléments qui ne sont répétés qu'une seule fois (la constante  $c$  dépend d'une autre quantité reliée à la suite que nous passons sous silence). Il existe en effet une description classique de la mesure uniforme sur les graphes  $d$ -réguliers à  $n$  sommets à partir d'une permutation aléatoire des  $m = nd$  éléments de  $\vec{E}$ , c'est le *modèle des configurations*, voir [3] pour des précisions.

**Grphe d'Erdős-Rényi.** Soient  $n \geq 1$  entier et  $p \in [0, 1]$ . Un *graphe d'Erdős-Rényi de paramètres*  $(n, p)$  est un graphe ayant pour sommets  $V = \{1, \dots, n\}$  et où chacune des  $\binom{n}{2}$  arêtes est présente indépendamment avec probabilité  $p$ . Le degré moyen d'un sommet  $x \in V$  est donc  $(n-1)p$ . Pour obtenir une suite de graphes aléatoires d'Erdős-Rényi dont le degré moyen resté borné, on considère le cas  $p = d/n$  avec  $d$  fixé ( $d$  est donc le degré asymptotique moyen). Ce modèle de graphe aléatoire génère un sous-graphe connexe de taille proportionnelle à  $n$  avec grande probabilité si et seulement si  $d > 1$ . On restreindra notre analyse des valeurs propres extrémales du spectre à ce cas  $d > 1$ .

Dans ce régime, les valeurs propres extrémales de l'opérateur d'adjacence  $A$  divergent avec  $n$  et leurs vecteurs propres sont concentrés sur les sommets de plus grands degrés et leurs voisins. Même si cela peut également s'interpréter comme une

propriété de Ramanujan comme défini section 3 à des termes négligeables près, elle est de nature moins intéressante. Il n'y a pas de trou de spectre au sens où, si les valeurs propres sont indexées comme dans (2),  $\mu_1/\mu_k$  et  $\mu_1/|\mu_{n+1-k}|$  tendent en probabilité vers 1 pour tout  $k = n^{o(1)}$ . Le même type de phénomène a lieu pour les laplaciens du graphe. Pour l'opérateur sans épines  $B$  en revanche, il existe un analogue du théorème 4 démontré dans [5], voir figure 4 pour une illustration.

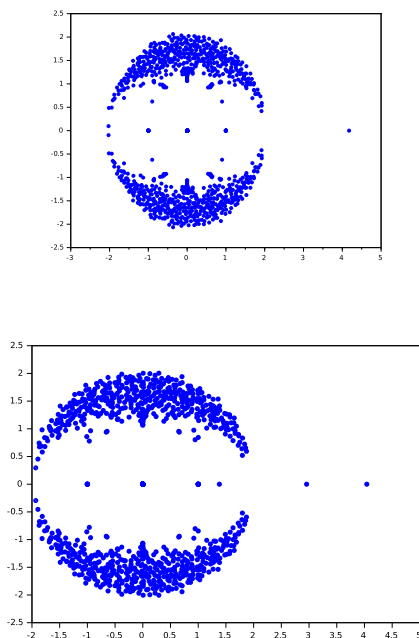
**Théorème 5.** Soient  $d > 1$ ,  $G$  un graphe d'Erdős-Rényi de paramètres  $(n, d/n)$  (pour  $n$  entier supérieur à  $d$ ) et  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  les valeurs propres de  $B$  indexées selon (6). Alors pour tout  $\varepsilon > 0$ , l'événement

$$|\lambda_1 - d| \leq \varepsilon \quad \text{et} \quad |\lambda_2| \leq \sqrt{\lambda_1} + \varepsilon.$$

a une probabilité tendant vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini.

Ce théorème se démontre avec beaucoup plus d'outils probabilistes que le théorème 4. Par exemple, le revêtement universel de  $G$  n'est plus déterministe comme il l'était pour un graphe  $d$ -régulier.

FIGURE 4 – En haut : valeurs propres dans le plan complexe de  $B$  pour une réalisation d'un graphe d'Erdős-Rényi de paramètres  $(n, d/n)$  avec  $n = 500$ ,  $d = 4$ . En bas : valeurs propres de  $B$  pour le MSB avec  $n = 500$ ,  $a = 7$ ,  $b = 1$



**Modèle stochastique par blocs (MSB).** Cet ensemble de graphes aléatoires inhomogènes permet de tester les algorithmes de classements en amas sur des graphes. Motivé par la performance des algorithmes spectraux, on va chercher à décrire le spectre de l'opérateur  $B$  pour ces graphes.

On pose  $V = \{1, \dots, n\}$ . On se donne une fonction  $\sigma : V \rightarrow \{-1, 1\}$ . Pour  $x \in V$ ,  $\sigma(x)$  s'interprète comme la classe du sommet  $x$ . On suppose que pour tout  $i \in \{-1, 1\}$ ,  $|\{x \in V : \sigma(x) = i\}| = n/2 + o(n)$ . Soient  $a, b > 0$ . Pour  $n \geq \max(a, b)$  entier, un MSB de paramètres  $(n, \sigma, a, b)$  est un graphe tel que chacune des  $\binom{n}{2}$  arêtes est présente indépendamment et pour tous  $x \neq y$ , l'arête  $\{x, y\}$  est présente avec probabilité  $a/n$  si  $\sigma(x) = \sigma(y)$  et  $b/n$  si  $\sigma(x) \neq \sigma(y)$ . Si  $a, b$  sont fixés et  $n$  tend vers l'infini, le degré asymptotique moyen d'un sommet est donc  $d = (a + b)/2$ . Si  $a = b$ , on retrouve un graphe d'Erdős-Rényi de paramètres  $(n, d/n)$ .

Ce modèle se généralise avec un nombre arbitraire de classes et des probabilités de connexions quelconques entre les classes. Par souci de simplicité, on va néanmoins présenter ici le résultat principal de [5] pour ce cas simple de 2 classes avec des probabilités de connexions symétriques.

**Théorème 6.** Soient  $a, b > 0$  avec  $d = (a + b)/2 > 1$ ,  $G$  un MSB de paramètres  $(n, \sigma, a, b)$  décrit ci-dessus et  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  les valeurs propres de  $B$  indexées selon (6). On pose  $\delta = (a - b)/2$ . Si  $\delta > \sqrt{d}$ , alors pour tout  $\varepsilon > 0$ , l'événement

$$|\lambda_1 - d| \leq \varepsilon, \quad |\lambda_2 - \delta| \leq \varepsilon \quad \text{et} \quad |\lambda_3| \leq \sqrt{\lambda_1} + \varepsilon$$

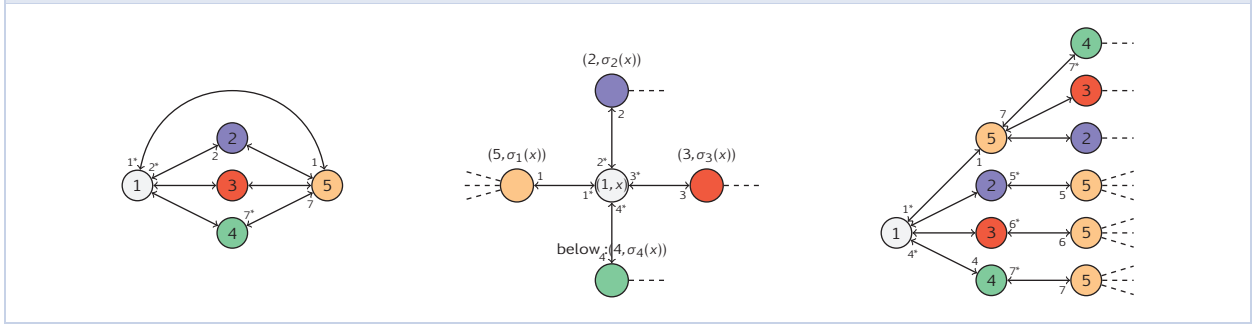
a une probabilité tendant vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini. Sinon  $\delta \leq \sqrt{d}$  et avec probabilité tendant vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini,

$$|\lambda_1 - d| \leq \varepsilon \quad \text{et} \quad |\lambda_2| \leq \sqrt{\lambda_1} + \varepsilon.$$

Voir figure 4 pour une illustration. Ce théorème s'accompagne d'une description des vecteurs propres de valeurs propres supérieures à  $\sqrt{\lambda_1}$ . En particulier dans le cas  $\delta > \sqrt{d}$ , à partir du vecteur propre correspondant à  $\lambda_2$ , on peut construire un estimateur  $\hat{\sigma} : V \rightarrow \{-1, 1\}$  tel que  $\sigma$  et  $\hat{\sigma}$  sont asymptotiquement positivement corrélés au sens où  $|\sum_x \sigma(x)\hat{\sigma}(x)|$  est proportionnel à  $n$  avec probabilité tendant vers 1. Ce résultat était conjecturé dans [8]. À l'inverse, les opérateurs classiques (adjacence ou laplaciens) ne permettent pas de construire un tel estimateur à partir de leurs valeurs propres extrémales. Dans la direction opposée, il a été démontré dans [9] que si  $\delta < \sqrt{d}$  alors aucun algorithme ne peut produire un estimateur  $\hat{\sigma}$  qui avec



FIGURE 5 – À gauche : un graphe avec  $k = 7$  arêtes. On a  $a_1 = E_{15}$ ,  $a_2 = E_{12}$ ,  $a_3 = E_{13}$ ,  $a_4 = E_{14}$ ,  $a_5 = E_{25}$ ,  $a_6 = E_{35}$ ,  $a_7 = E_{45}$ . L'indice sur les arêtes orientées est l'indice de  $a_i$  correspondant (ils ne sont pas tous représentés). Au milieu : voisinage dans le  $n$ -revêtement du sommet  $(1, x) \in V_n$ . À droite : le revêtement universel peut se plonger dans le groupe libre : les voisins de  $(4, g) \in V \times F_k$  sont  $(1, g_4^{-1}g)$  et  $(5, g_7g)$



probabilité tendant vers 1 vérifie que  $|\sum_x \sigma(x) \delta(x)|$  soit proportionnel à  $n$  si  $G$  est un MSB de paramètres  $(n, \sigma, a, b)$  avec  $(\sigma(x))_{x \in V}$  indépendants et de même loi uniforme sur  $\{-1, 1\}$ . Sur cet exemple, un simple algorithme spectral basé sur l'opérateur sans épines détecte donc les communautés dès que cela est possible.

**Revêtements aléatoires d'un graphe.** Nous allons maintenant considérer un dernier modèle de graphe aléatoire. Comme nous le verrons dans le prochain paragraphe, il est aussi relié à des questions en algèbre d'opérateurs. Soit  $G = (V, E)$  un graphe fini connexe. On note ses arêtes  $E = \{\{u_1, v_1\}, \dots, \{u_k, v_k\}\}$  et  $A$  son opérateur d'adjacence. Il peut s'écrire comme

$$A = \sum_{i=1}^k (a_i + a_i^*),$$

où  $a_i = E_{u_i v_i}$  et  $E_{uv}$  est l'opérateur sur  $\ell^2(V)$  défini par :  $E_{uv} \delta_w = \mathbb{1}_{v=w} \delta_u$ , voir figure 5. L'opérateur d'adjacence du revêtement universel de  $G$  peut s'écrire comme un opérateur dans l'algèbre du groupe libre  $F_k$  à  $k$  générateurs  $(g_1, \dots, g_k)$ . Plus précisément, on définit l'opérateur dans  $\ell^2(V \times F_k)$

$$A_\star = \sum_{i=1}^k (a_i \otimes \lambda_{g_i} + a_i^* \otimes \lambda_{g_i}^*),$$

où  $\lambda_g$  est la représentation régulière à gauche. Il n'est pas difficile de vérifier que  $A_\star$  est l'opérateur d'adjacence de  $|V|$  copies disjointes du revêtement universel de  $G$ , voir figure 5 pour une illustration.

De même, pour un entier  $n \geq 2$ , soient  $\sigma_1, \dots, \sigma_k$  des permutations de  $[n] = \{1, \dots, n\}$  et  $S_1, \dots, S_k \in$

$M_n(\mathbb{C})$  leurs matrices de permutation définies pour tous  $x, y \in [n]$  par  $(S_i)_{xy} = \mathbb{1}_{\sigma_i(x)=y}$ . On considère l'opérateur sur  $\ell^2(V_n)$ , où  $V_n = V \times [n]$ ,

$$A_n = \sum_{i=1}^k (a_i \otimes S_i + a_i^* \otimes S_i^*).$$

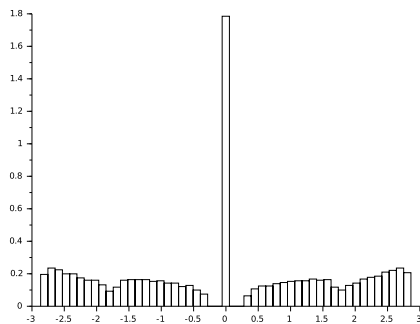
L'opérateur  $A_n$  est l'opérateur d'adjacence de  $G_n$ , un revêtement de  $G$ , voir figure 5 pour une illustration. Il s'agit d'un  $n$ -revêtement de  $G$ , c'est-à-dire que chaque sommet de  $G$  a exactement  $n$  pré-images par l'application de revêtement de  $V_n$  dans  $V : (v, x) \mapsto v$ . On peut penser à  $\{v\} \times [n]$  comme une fibre discrète au-dessus du sommet  $v \in V$ . On construit un  $n$ -revêtement aléatoire de  $G$  en choisissant les permutations  $(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$  indépendantes et uniformément distribuées.

On note que l'espace  $H = \mathbb{C}^V \otimes \mathbb{1}$  des vecteurs de  $\ell^2(V_n)$  qui sont constants sur chaque fibre  $\{v\} \times [n]$ ,  $v \in V$ , est invariant par  $A_n$ . En outre la restriction de  $A_n$  à  $H$  s'identifie avec  $A$ . Il reste à comprendre le spectre de  $(A_n)_{H^\perp}$ . Le résultat suivant est une extension du théorème de Friedman au cas des  $n$ -revêtements aléatoires [4]. On notera  $\sigma(T)$  le spectre d'un opérateur  $T$  (l'ensemble des  $\lambda$  tels que  $\lambda - T$  n'est pas inversible). La distance de Hausdorff entre deux ensembles fermés  $X, Y$  d'un espace métrique  $(M, d)$  est égale à  $\max(\sup_{x \in X} d(x, Y), \sup_{y \in Y} d(y, X))$  où la distance d'un point  $x \in M$  à un ensemble fermé  $Y$  est  $d(x, Y) = \inf_{y \in Y} d(x, y)$ . Enfin, on rappelle qu'une suite de variables aléatoires réelles  $Z_n$  converge en probabilité vers  $Z$  si pour tout  $\varepsilon > 0$ , la probabilité que  $|Z_n - Z| \leq \varepsilon$  tend vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini.

**Théorème 7.** Soient  $A, A_\star$  et  $A_n$  les opérateurs définis ci-dessus avec  $(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$  des permutations de  $[n]$  indépendantes et uniformément distribuées. La distance de Hausdorff entre  $\sigma(A_\star)$  et  $\sigma((A_n)_{\mathbb{H}^\perp})$  converge en probabilité vers 0 lorsque  $n$  tend vers l'infini.

Voir figure 6 pour une illustration. Ce théorème donne un nouvel exemple d'une propriété de Ramanujan à des termes négligeables près et dans l'orthogonal de l'espace invariant trivial  $H$ . La preuve repose sur des formules de transfert de spectre et un énoncé similaire sur une famille d'opérateurs sans épines pondérés, voir [4].

FIGURE 6 – Histogramme des valeurs propres  $(A_n)_{\mathbb{H}^\perp}$  pour  $n = 500$  et le  $n$ -revêtement aléatoire de la figure 5. On a  $\sigma(A_\star) = [-a, -b] \cup \{0\} \cup [b, a]$  avec  $a \approx 2.866$  et  $b \approx 0.283$



**Liberté asymptotique forte des matrices de permutation aléatoires.** Le théorème 7 reste valide pour des opérateurs  $a_i$  quelconques (c'est-à-dire qui ne sont pas nécessairement de la forme  $E_{u_i v_i}$ ). Cela a une conséquence remarquable sur les mor-

phismes aléatoires de  $F_k$  dans le groupe symétrique  $S_n$ .

On considère un polynôme non commutatif  $P \in \mathbb{C}[F_k]$  : un polynôme formel qui s'écrit comme une somme finie  $\sum_j c_j w_j$  où  $c_j \in \mathbb{C}$  et  $w_j \in F_k$ . On identifie  $P$  avec sa représentation régulière : l'opérateur sur  $\ell^2(F_k)$ ,  $\sum_j c_j \lambda_{w_j}$ . On note  $\|P\|$  la norme de cet opérateur dans  $\ell^2(F_k)$ . Il est facile de voir qu'une famille de permutations  $(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$  définit naturellement un morphisme de groupe  $\varphi$  de  $F_k$  dans le groupe symétrique  $S_n$  : on pose  $\varphi(g_i) = \sigma_i$ ,  $\varphi(g_i^{-1}) = \sigma_i^{-1}$  et, si  $g = g_{i_1}^{\varepsilon_1} \dots g_{i_l}^{\varepsilon_l}$  avec  $\varepsilon_j \in \{-1, 1\}$ ,  $\varphi(g) = \sigma_{i_1}^{\varepsilon_1} \circ \dots \circ \sigma_{i_l}^{\varepsilon_l}$  (cette dernière définition est bien consistante si on écrit  $g$  de deux façons différentes). L'image de  $P$  par ce morphisme est  $P_n = \sum_j c_j \varphi(w_j) \in \mathbb{C}[S_n]$ . Soit  $S(g) = S_{i_1}^{\varepsilon_1} \dots S_{i_n}^{\varepsilon_n}$  la matrice de permutation de  $\varphi(g)$  (où  $S_i$  est la matrice de permutation de  $\sigma_i$ ). On pose  $P_n^{(1)} = \sum_j c_j S(w_j) \in M_n(\mathbb{C})$ . Le vecteur constant  $\mathbb{1}$  est invariant par  $P_n^{(1)}$ . Un corollaire de théorème 7 est que dans  $\mathbb{1}^\perp$ , la norme d'opérateur de  $P_n^{(1)}$  converge.

**Théorème 8.** Soient  $P$  et  $P_n^{(1)}$  les opérateurs définis ci-dessus avec  $(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$  des permutations de  $[n]$  indépendantes et uniformément distribuées, la norme d'opérateur de  $(P_n^{(1)})_{\mathbb{1}^\perp}$  converge en probabilité vers  $\|P\|$  lorsque  $n$  tend vers l'infini.

Ce résultat vise à décrire l'algèbre engendrée par un nombre fini de matrices de permutation aléatoires de  $S_n$  dans l'asymptotique  $n$  grand. Un énoncé plus général est démontré dans [4] pour la représentation usuelle de  $S_n$  dans  $M_{n^2}(\mathbb{C})$  : on considère cette fois le polynôme  $P_n^{(2)} = \sum_j c_j S(w_j) \otimes S(w_j) \in M_{n^2}(\mathbb{C})$ . Dans un espace de codimension 2, la norme d'opérateur de  $P_n^{(2)}$  converge toujours en probabilité vers  $\|P\|$ , voir [4]. Il serait très intéressant de comprendre pour quelles représentations de  $S_n$ , un énoncé similaire reste vrai. Cela montre des liens peu exploités entre des questions de théorie spectrale des graphes et d'algèbre d'opérateurs.

## Références

- [1] N. ALON. « Eigenvalues and expanders ». *Combinatorica* **6**, n° 2 (1986). Theory of computing (Singer Island, Fla., 1984), p. 83-96.
- [2] N. ANANTHARAMAN. « Some relations between the spectra of simple and non-backtracking random walks ». [arXiv:1703.03852](https://arxiv.org/abs/1703.03852). 2017.
- [3] C. BORDENAVE. « A new proof of Friedman's second eigenvalue Theorem and its extension to random lifts ». *Ann. Sci. Éc. Norm. Supér.* (to appear).
- [4] C. BORDENAVE et B. COLLINS. « Eigenvalues of random lifts and polynomial of random permutations matrices ». [arXiv:1801.00876](https://arxiv.org/abs/1801.00876).

- [5] C. BORDENAVE, M. LELARGE et L. MASSOULIÉ. « Nonbacktracking spectrum of random graphs : community detection and nonregular Ramanujan graphs ». *Ann. Probab.* **46**, n° 1 (2018), p. 1-71. ISSN : 0091-1798. DOI : [10.1214/16-AOP1142](https://doi.org/10.1214/16-AOP1142). URL : <https://doi.org/10.1214/16-AOP1142>.
- [6] A. E. BROUWER et W. H. HAEMERS. *Spectra of graphs*. Universitext. Springer, New York, 2012, p. xiv+250.
- [7] J. FRIEDMAN. « A proof of Alon's second eigenvalue conjecture and related problems ». *Mem. Amer. Math. Soc.* **195**, n° 910 (2008), p. viii+100. ISSN : 0065-9266.
- [8] F. KRZAKALA et al. « Spectral redemption in clustering sparse networks ». *Proceedings of the National Academy of Sciences* **110**, n° 52 (2013), p. 20935-20940. eprint : <https://www.pnas.org/content/110/52/20935.full.pdf>.
- [9] E. MOSSEL, J. NEEMAN et A. SLY. « Reconstruction and estimation in the planted partition model ». *Probab. Theory Related Fields* **162**, n° 3-4 (2015), p. 431-461.
- [10] A. TERRAS. *Zeta functions of graphs*. **128**. Cambridge Studies in Advanced Mathematics. A stroll through the garden. Cambridge University Press, Cambridge, 2011, p. xii+239.
- [11] W. W. ZACHARY. « An Information Flow Model for Conflict and Fission in Small Groups ». *Journal of Anthropological Research* **33**, n° 4 (1977), p. 452-473.



Charles BORDENAVE

Institut de Mathématiques de Marseille. CNRS et Aix-Marseille université  
[charles.bordenave@univ-amu.fr](mailto:charles.bordenave@univ-amu.fr)

Charles Bordenave a soutenu une thèse en 2006. Après un post-doctorat à University of California, Berkeley, il a rejoint le CNRS en 2007.

Ce texte a bénéficié de la relecture attentive de Bertrand Patureau-Mirand, je tiens à l'en remercier. Merci également à Simon Coste pour avoir réalisé le graphe de Zachary (figure 1).

# ETH zürich

## Professor of Mathematics and Physics

→ The Department of Mathematics ([www.math.ethz.ch](http://www.math.ethz.ch)) and the Department of Physics ([www.phys.ethz.ch](http://www.phys.ethz.ch)) at ETH Zurich invites applications for the above-mentioned position. The new professor will be based in the Department of Mathematics and associated to the Department of Physics.

→ Applicants should demonstrate an outstanding research record and a proven ability to direct research work of high quality. The successful candidate should have a strong background and a worldwide reputation in mathematical physics as well as excellent teaching skills. Teaching responsibilities will mainly involve undergraduate (German or English) and graduate courses (English) for students in mathematics, physics and engineering.

→ **Please apply online: [www.facultyaffairs.ethz.ch](http://www.facultyaffairs.ethz.ch)**

→ Applications should include a curriculum vitae, a list of publications, a statement of future research and teaching interests, and a description of the three most important achievements. The letter of application should be addressed to the **President of ETH Zurich, Prof. Dr. Joël Mesot**. **The closing date for applications is 15 September 2019**. ETH Zurich is an equal opportunity and family friendly employer and is responsive to the needs of dual career couples. We specifically encourage women to apply.

# Bourbaki et Chevalley : avers et revers d'un prix de l'Académie des sciences

• D. COUTY

## Introduction

Au mois de mai 1966, deux académiciens proposèrent « l'équipe Bourbaki » pour le Prix Cognacq-Jay (Samaritaine)<sup>1</sup>, l'un des grands prix de l'Académie des sciences. Quelques lettres retrouvées dans les archives de l'Académie témoignent des tensions qu'entraîna l'annonce du prix en décembre : elles dévoilent une face cachée du prix Cognacq-Jay de 1966.

L'objectif de cet article est d'en comprendre l'origine, de voir comment ces documents prennent sens dans l'histoire de l'attribution du prix, en s'appuyant sur les documents des archives de l'Académie. Nous découvrirons, à travers lettres et notes prises en séance, les mots de Claude Chevalley, Jean Coulomb, René Garnier, Louis Leprince-Ringuet, Jean Leray. Nous verrons comment nous pouvons reconstituer les faits dans leur globalité en mettant en parallèle différents fragments de cette mémoire, éparpillés dans les dossiers de séance, dossiers des prix, dossiers biographiques ou fonds personnels<sup>2</sup> des académiciens.

## Sources

L'essentiel des sources se trouve aux Archives de l'Académie des sciences. La liste exhaustive des documents utilisés est donnée en fin d'article.

Pour certains points de l'histoire de Bourbaki, les sources utilisées sont les archives numérisées de l'Association des Collaborateurs de Nicolas Bourbaki, dont la liste est également en fin d'article.

1. Dans le cours du texte, je l'appellerai plus rapidement Prix Cognacq-Jay. En 1966, parmi les nombreux prix que décerne l'Académie, c'est celui dont le montant est le plus élevé.

2. Le fonds Jean Leray, qui a été confié à Paul Malliavin en 1998, est pour le moment introuvable. Seuls les originaux de la correspondance Leray-Schauder ont été localisés à la bibliothèque de mathématiques du site de Jussieu. Quelques photocopies et tirés-à-part se trouvent à la bibliothèque de mathématiques de l'université de Nantes - communication de Christophe Eckes.

3. Archives Bourbaki - *Brève histoire des travaux de Bourbaki* - Besse-en-Chandesse - juillet 1935.

## 1. L'attribution du prix Cognacq-Jay de l'Académie des sciences en 1966

### 1.1 – En 1966, un prix de l'Académie des sciences pour Bourbaki ?

Le 12 décembre 1966, jour de l'annonce du prix, Nicolas Bourbaki venait d'atteindre ses 32 ans, si nous situons symboliquement la naissance du fameux mathématicien le lundi 10 décembre 1934, lors de la première réunion du groupe, entre l'émergence de l'idée et le choix du nom, puis du prénom. Les six participants sont André Weil, Jean Delsarte, Henri Cartan, Jean Dieudonné, René de Possel et Claude Chevalley. Ils sont tous normaliens, ont entre 25 et 31 ans. Claude Chevalley, né en 1909 est le plus jeune, Jean Delsarte, de 1903, le plus « âgé ». Ce groupe est d'abord pour ses créateurs un *Comité rédacteur du Traité d'analyse*, le nom de Bourbaki surgissant avec force en juillet 1935, lors de plongeon au lac Pavin, pendant la première plénière de Besse-en-Chandesse<sup>3</sup>.

Individuellement, ces jeunes mathématiciens n'attendent pas 1966 pour être reconnus par le milieu mathématique français, remportant très tôt des prix mathématiques ([3], p.108-114). Dès 1929, René de Possel reçut le prix Paul-Appel de la Faculté des sciences de Paris. En 1935, Henri Cartan fut lauréat de l'Institut avec le prix Bordin et Jean Delsarte avec le prix de la Fondation Victor-Noury. Quant à André Weil en 1935, Claude Chevalley en 1936 et Jean Dieudonné en 1938, ils furent tous récompensés par le prix Francœur de l'Académie des sciences que de Possel obtint en 1943.

Si, dans les années 1930, Bourbaki n'existait que

dans un cercle restreint issu du séminaire Julia, il devint ensuite *Nicolas Bourbaki*, membre de la SMF à partir de 1949 ([1], p. 600), mondialement connu à travers son vaste projet éditorial, *Les Éléments de mathématique*, dont le premier fascicule parut en 1939.

C'est dans ce contexte qu'à l'Académie des sciences, lors du comité secret<sup>4</sup> du 16 mai 1966, René Garnier\*<sup>5</sup> propose l'attribution du prix Cognacq-Jay à « l'équipe Bourbaki » et que Jean Leray confirme, comme l'indique le dossier de séance.

Ces deux mathématiciens ont des liens anciens avec les membres du groupe. René Garnier, Maître de conférences à l'École normale supérieure à partir de 1928, nous apprend, dans un brouillon de lettre à Claude Chevalley datée 3 octobre 1967, qu'il l'y rencontra au mois de novembre 1928 – ce document est en partie reproduit page 47.

Garnier fut aussi rapporteur pour les thèses de Weil en 1928 et Chevalley en 1934 ([13], p. 158). Plus tard, en 1956, lorsque Chevalley fut inscrit sur une liste de « savants susceptibles d'être élus Correspondants »<sup>6</sup>, puis ensuite en 1965, lors de son élection comme correspondant dans la section de *Géométrie*, c'est également Garnier qui rédige le rapport sur ses travaux – aujourd'hui archivé à l'Académie des sciences dans le Dossier biographique de Claude Chevalley. Jean Leray, de trois ans l'aîné de Claude Chevalley, entré comme lui à l'École normale en 1926, approcha sans doute René Garnier au même moment. Il connaît tous les bourbakistes des débuts : il a participé comme eux aux séminaires Hadamard et Julia et fut aussi présent à quatre des premières réunions du *Comité rédacteur du Traité d'analyse*.

Mais à quels mathématiciens pensait Garnier en proposant l'équipe Bourbaki ? Revenons pour cela sur l'histoire du groupe.

Après les six pionniers de décembre 1934, dès la deuxième réunion du 14 janvier 1935, le groupe, qui s'élargit, décide d'établir une liste maximum de 9 membres, avec trois nouveaux noms, Jean Leray, Szolem Mandelbrojt et Paul Dubreil. Dès le 25

mars 1935, il est question d'adjoindre Jean Coulomb au comité rédacteur où il y remplace Dubreil qui a démissionné<sup>7</sup>. Leray, encore présent fin mai, ne participe pas à la plénière de juillet et sort du groupe<sup>8</sup>. On coopte alors Charles Ehresmann qui rejoint Bourbaki dès l'automne 1935 [2]. Pendant l'année universitaire 35-36, ils sont donc toujours neuf à travailler à la rédaction du « *Traité d'Analyse des temps nouveaux* »<sup>9</sup>. Ce sont d'ailleurs les neuf membres désignés comme fondateurs par l'Association des collaborateurs de Bourbaki créée en 1952.

En théorie, tout bourbakiste quitte le groupe à cinquante ans. Mais Coulomb et Mandelbrojt prennent de la distance avec le groupe, respectivement en 1937 et 1938 [3]. De Possel, professeur à Alger à partir de 1941, s'éloigne sans doute de Bourbaki<sup>10</sup> en 1937 quand sa première femme Éveline devient Éveline Weil, le 30 octobre 1937 ([15], p. 125). Il est cependant encore épisodiquement présent, comme au congrès de Clermont de décembre 1940, et à celui de Strasbourg de juin 1946 et a toujours des relations cordiales avec Cartan, Weil et Dieudonné ([1], p. 529). Quant à Ehresmann, il quitta Bourbaki vers 1947 ou 1948 [5].

Il reste 5 fondateurs, présents dès les premières réunions, et qui sont restés jusqu'au bout. Ces cinq là, Cartan, Delsarte, Chevalley, Dieudonné et Weil sont d'ailleurs ceux qu'André Weil appelle les fondateurs<sup>11</sup>. Leurs échanges, dont on trouve trace dans la correspondance entre Henri Cartan et André Weil [1], disent à quel point ils sont proches, amicalement et mathématiquement.

Bien sûr le groupe s'était renouvelé et agrandi dès la fin des années 1930, puis lors des années 1940 et 1950 avec les arrivées de Claude Chabauty, Charles Pisot, Frédéric Roger, Laurent Schwartz, Samuel Eilenberg, Roger Godement, Pierre Samuel, Jacques Dixmier, Jean-Louis Koszul, Jean-Pierre Serre, Armand Borel...

Leray, quant à lui, après avoir confirmé la proposition de Garnier, soulève la question des lauréats en ajoutant : « Quels sont les membres de l'équipe

4. Le comité secret est à l'Académie des sciences l'assemblée plénière réunie à huis clos.

5. Voir quelques éléments biographiques de membres de l'Académie des sciences, signalés par \*, en fin d'article.

6. Archives de l'Académie des sciences - Comité secret du 7 mai 1956.

7. Compte-rendu de la réunion du 6 mai 1935. Archives Bourbaki - Traité d'analyse.

8. Selon le vocabulaire bourbakiste, « Leray en état de dégonflage, est exclu ». Archives Bourbaki - *Brève histoire des travaux de Bourbaki* - juillet 1935.

9. Archives Bourbaki - Journal de Bourbaki n° 1.

10. D'après Pierre Cartier, *Mathématiciens sans frontières*, 19 octobre 2010, *L'Algérie*, images.math.cnrs.fr

11. Weil dit exactement : « ceux que je viens de nommer sont ceux qui sont restés associés à Bourbaki jusqu'au bout, c'est à dire jusqu'à l'âge de la retraite fixé à 50 ans par Bourbaki lui-même ; plus tard, on prit l'habitude de les nommer "les membres fondateurs". » ([15], p.105).



Bourbaki? ». Le dossier de séance nous apprend qu'il aurait alors cité 4 noms qui ne sont pas repris dans les comptes-rendus.

## 1.2 – Le prix Cognacq-Jay (Samaritaine) de l'Académie des sciences

En 1966, lors du comité secret du lundi 16 mai, les académiciens font des propositions pour plusieurs prix : prix du Crédit Lyonnais, 150 000 francs, prix Le Conte, 18 000 francs, prix Jaffé, 40 000 francs, prix Cognacq-Jay, 200 000 francs<sup>12</sup> et prix Osiris, 10 000 francs.

En ce qui concerne le prix Cognacq-Jay, le Conseil de la Fondation Cognacq-Jay (Samaritaine), souhaita dès sa création « récompenser ou aider un savant français ou un groupe de savants en majorité français dans ses recherches ». En 1966, il est prévu de décerner le prix « dans le domaine des sciences mathématiques et physiques »<sup>13</sup>.

Ce prix fut attribué 11 fois, de 1962 à 1972. La première année, il fut partagé entre 7 chercheurs, travaillant tous sur les mésons lourds et les hypérons. La dernière année, il fut décerné à des mathématiciens : Jacques-Louis Lions, Bernard Malgrange et Laurent Schwartz pour leurs travaux sur la théorie des distributions.

Pour l'attribution d'un prix, le choix des lauréats se fait en trois étapes. L'Académie, réunie en comité secret, procède à une discussion préliminaire au cours de laquelle chacun des membres peut faire des propositions de candidats et choisit une *commission du prix*. Puis, celle-ci se réunit indépendamment et fait un choix parmi les différentes propositions. Enfin, lors d'un comité secret ultérieur, le rapporteur de la commission propose le nom des lauréats et la décision finale est prise après vote.

Le lundi suivant 23 mai, il ne fut pas question du prix Cognacq-Jay en comité secret. Le 30 mai étant le lundi de Pentecôte, la fin de la discussion préliminaire du prix Cognacq-Jay se déroula lors

du comité secret du mercredi 1<sup>er</sup> juin et rassembla cinq propositions. Lors de cette même séance le *Bureau*<sup>14</sup> constitua la commission du prix, intitulée *Commission XL*. Composée du Président de l'Académie, Maurice Roy, des deux Secrétaires perpétuels, Robert Courrier\* et Louis de Broglie\*, elle réunit M. Darrieus\* ainsi que tous les porteurs de projet, MM. Leprince-Ringuet\*, Garnier, Leray, Fréchet, Lecomte\*, Kastler\*<sup>15</sup>.

Regardons maintenant l'annonce du prix Cognacq-Jay telle qu'énoncée à l'Académie des sciences, le 12 décembre 1966, jour de la séance annuelle des prix :

« Le prix est décerné à quatre des principaux promoteurs du groupe de mathématiciens "Nicolas Bourbaki" : MM. Henri Cartan et Jean Dieudonné, correspondants de l'Académie des sciences, André Weil, professeur à la Faculté des sciences de Strasbourg<sup>16</sup> et Jean Delsarte, professeur à la Faculté des sciences de Nancy. » (C.R. Acad.Sc. Paris, t. 263 (12 décembre 1966). Vie Académique, p.146.)

Aucune des cinq propositions élaborées en comité secret n'a été exactement retenue. Celle de Garnier, « l'équipe Bourbaki », a été modifiée pour être remplacée par un prix nominatif, le nom de Claude Chevalley n'apparaissant pas dans la liste.

## 2. Le 13 juin à l'Académie des sciences

Pour comprendre les raisons du choix de l'Académie, nous allons nous plonger dans une étude détaillée du procès verbal et du dossier de séance du comité secret du lundi 13 juin pendant lequel tout s'était décidé.

L'Académie a d'abord décerné sans difficulté les prix Le Conte et Jaffé, respectant l'avis de la commission du prix qui avait, dans chaque cas, choisi

12. Le montant du don associé au prix est au départ de 120 000 NF, puis il passe à 150 000 francs en 1963 et à partir de 1965 à 200 000 francs. Tous les renseignements sur les prix de ce paragraphe sont extraits de [12].

13. Archives de l'Académie des sciences - Comité secret du 16 mai. Mais, certainement à la suite d'une erreur de conditionnement, sur le dossier du prix de 1966, il est inscrit qu'il doit être attribué « dans le domaine des sciences chimiques et naturelles ».

14. Le Bureau est constitué du Président de l'Académie des sciences, du Vice-Président, et des deux Secrétaires perpétuels, d'après *Statuts et règlement intérieur actuels et anciens*, Institut de France, Académie des sciences, Paris, 2010.

15. MM. Kastler et Leprince-Ringuet pour *l'Équipe des physiciens de M. Pierre Jacquinot*, MM. Garnier et Leray pour *le groupe Bourbaki*, M. Fréchet pour *M. Jean Verne*, M. J. Lecomte pour *l'Équipe de M. Kastler*, M. Kastler proposant également *l'Équipe de M. Pierre Aigrain*.

16. À ce moment-là, Weil bien qu'officiellement à Strasbourg, est détaché à l'étranger ([1], p. 524). Weil a été révoqué le 1<sup>er</sup> janvier 1940, puis réintégré dans ses fonctions le 28 juin 1945, par arrêté du ministre René Capitant. « Je me suis occupé de ta réintégration », écrit Cartan à Weil en avril 45 ([1], p. 101). Weil est par ailleurs toujours resté français ([16], p. 143). En 1966, il est à Princeton, comme Cartan, qui y passa l'année universitaire 1966-67 ([1], p. 656).

entre deux noms.

Pour le prix Cognacq-Jay, la commission du prix se réunit le 13 juin, juste avant la séance du comité secret<sup>17</sup> qui se déroula donc uniquement à partir du rapport oral de Leray. D'après le procès verbal, la commission,

« ... sur le rapport de M. J. Leray, propose d'attribuer ce prix à MM. Henri Cartan, Jean Dieudonné et André Weil fondateurs du Groupe Nicolas Bourbaki. »

La commission n'avait donc proposé que trois noms. Rappelons que, dès le 16 mai, si Garnier avait parlé d'équipe, Leray avait introduit la question d'un choix de lauréats, en citant quatre<sup>18</sup>. Dans le dossier de séance, un des secrétaires a noté : « M. Leray expose les raisons de cette présentation », mais nous ne les connaissons pas. Comme nous le verrons plus loin, il n'existe pas de compte rendu de la commission du prix.

Il paraît naturel que le comité secret se soit dirigé vers un prix nominatif, dans la continuité de la présentation de Leray. Cependant, une discussion s'engagea sur le choix des lauréats. Nous savons que le nombre des fondateurs ne se limite pas à trois, certains membres du comité secret le savent parfaitement. Aussi, juste après l'énoncé des trois noms, il n'est guère étonnant de lire dans le registre des comités secrets, en date du 13 juin : « L'addition du nom de M. Jean Delsarte est proposée par MM. Wyart\* et Kastler et acceptée par M. Leray. M. Coulomb serait partisan de l'addition du nom de M. Claude Chevalley, ce qu'approuverait M. Garnier. »

Nous revoilà donc avec les cinq fondateurs.

Quelles sont les raisons qui ont amené le cristallographe Jean Wyart et le physicien Alfred Kastler, prix Nobel 1966, à soutenir Jean Delsarte ? Les trois sont normaliens, Kastler entrant en 1921 à l'École normale, Delsarte en 1922 et Wyart en 1923. Kastler est un ami de Cartan, Wyart est un ami de Delsarte. Malheureusement, leur argumentation n'est pas développée. Il est seulement dit que M. Trillat\* se rallie à cet avis.

Claude Chevalley eut deux défenseurs, René

Garnier et Jean Coulomb. Dans sa lettre à Chevalley datée du 3 octobre 1967, Garnier assure être intervenu à deux reprises pour qu'il fasse partie des lauréats. Le physicien Jean Coulomb, membre de la section III, *Astronomie*, à cette époque Président du CNES et membre actif du groupe Bourbaki jusqu'en 1937, connaît bien le rôle capital des 5 fondateurs, dont Chevalley. Aussi il assure :

« Si on rajoute Delsarte, il faut ajouter Chevalley. »

D'après l'un des secrétaires de séance, Leray annonce alors que, pour l'élection de correspondant, « on a hésité entre del Sarte [*sic*] et Chevalley », un autre secrétaire notant « l'Académie a donné autant de voix à Chevalet [*sic*] et Delsarte comme correspondants ».

Leray fait ici référence à l'élection de Chevalley comme correspondant dans la section de *Géométrie*, le 5 avril 1965<sup>19</sup>. Lors du vote en comité secret, Chevalley avait eu 28 voix contre 19 à Delsarte, comme indiqué dans le dossier de la séance.

Puis une nouvelle question intervint dans le débat, suite à une remarque de Fréchet qui souhaite limiter le prix à 3 personnes. « M. Renand<sup>20</sup> préfère un lauréat ou un petit nombre de lauréats. ». Parmi toutes les propositions du 1er juin pour le prix Cognacq-Jay, seule celle de Fréchet désignait un unique chercheur et non une équipe.

Une discussion sur le nombre de bénéficiaires s'engagea alors, se mêlant à celle de l'attribution du prix Cognacq-Jay. C'est dans ce contexte que Garnier « se rallie au nombre cinq avec Delsarte et Chevalley ». Leprince-Ringuet, quant à lui, tient à rappeler que le « donateur accepte un groupe de savants », s'appuyant pour cela sur la lecture du règlement du prix. Son avis aurait pu être déterminant car il avait présidé à la fondation du prix Cognacq-Jay ([12], p.208) et faisait déjà partie de la commission de ce prix l'année précédente<sup>21</sup>. Coulomb défend le même point de vue : « Ne pourrait-on donner le prix à l'équipe ? » Ce retour à la proposition initiale du 16 mai, qui permettait de clore ce débat, ne fut finalement pas retenu.

Mais alors combien de noms inscrire sur son

17. D'après note officielle : « Cognacq-Jay (Samaritaine) - La commission du prix est convoquée le 13 juin avant la séance » - Archives de l'Académie des sciences - Dossier de séance du 13 juin.

18. Le quatrième nom était-il celui de Delsarte ? Un secrétaire de séance du comité secret du 13 juin a noté : « M. Wyart\* regrette que Delsarte soit éliminé. »

19. Le 5 avril 1965, Cartan, Chevalley et Dieudonné ont été élus tous les trois correspondants dans la section de *Géométrie*, respectivement à la place d'Erhard Schmidt, de Waclaw Sierpinski et de Salomon Lefschetz. C.R. Acad. Sc. Paris, t. 260 (5 avril 1965), p. 3797.

20. Président de la fondation Cognacq-Jay (Samaritaine).

21. Archives de l'Académie des sciences - Dossier du prix Cognacq-Jay 1965.

bulletin? Cela resta flou. Après discussion, l'un des secrétaires de séance nota que l'on pouvait voter pour 3, 4 ou 5 noms, l'autre pour 1, 2, 3, 4 ou 5 noms. Regardons maintenant comment le procès verbal du comité secret décrit les conditions du vote : « Il est précisé que chacun inscrira sur son bulletin les noms de ceux qu'il juge devoir être récompensés. Le prix sera décerné au groupe de ceux qui auront reçu la majorité absolue des suffrages. »

Il y avait 41 votants. Sans surprise arrivent en tête les 3 noms choisis par la commission, Cartan 34 suffrages, Dieudonné 36 et Weil 35. Viennent ensuite Delsarte 25 suffrages et Chevalley 19, plus un vote blanc et un nul. Appliquant la règle qu'il venait de se donner, le comité secret élimina celui qui n'avait pas réuni la majorité des suffrages. On peut lire dans le procès verbal :

« En conséquence, le prix est attribué à MM. Cartan, Dieudonné, Weil et Delsarte. »

Lors de ce vote, il s'agissait de choisir conjointement le nombre et le nom des lauréats. Parmi les deux questions implicitement posées, il est im-

possible de déterminer à laquelle répond chaque votant. On peut supposer que le score moindre de Delsarte et Chevalley s'explique en partie par cette double interrogation lors du vote.

Met-on trois noms, voire moins (moyenne de 3,8 noms par suffrage exprimé), pour limiter le nombre de lauréats ou pour éliminer certains candidats? Garnier, écrivant à Chevalley en octobre 1967, témoigne que, lors du vote, l'Académie, déjà réticente à l'ajout d'un quatrième nom, pouvait difficilement en accepter un cinquième. Mais rien n'exclut l'éventualité de l'élimination.

Par ce vote, malgré ses hésitations et à une ou deux voix près<sup>22</sup>, l'Académie choisit de fracturer le noyau des 5 fondateurs.

### 3. Quelques éléments complémentaires

#### 3.1 – La lettre de Garnier à Chevalley du 3 octobre 1967

##### Premières et ... dernières lignes de la lettre de Garnier à Chevalley

cela n'est pas une nouveauté pour vous; — et puis, chacun de nous, (moi comme les autres!) n'a-t-il jamais rencontré d'antipathie que des sympathies dans sa carrière? Mais je peux vous affirmer que dans sa pratique universitaire, l'Académie vous est favorable. Et je pense que vous êtes que je suis tombé de haut. quand j'ai appris votre intention de démissionner. Vous si vous y persistez, ce Paris le 3 Octobre 1967 je ne puis croire, vous feriez à votre vieil ami — et au beaucoup d'autres qui connaissent votre lettre de vos travaux, une très grosse peine. Mais ne le prenez pas trop à cœur. Mon cher Chevalley, saluez les affect. de moi.  
René Garnier  
3 octobre 1967  
à Claude Chevalley  
Mon cher Chevalley, R.G.

Vous fermettez bien, n'est-ce pas, à quelqu'un que vous connaît depuis de longues années — novembre 1928... — qui s'est toujours intéressé à votre travail, à votre situation de vous parler affectueusement. Vous me feriez une très grande peine si vous persistiez dans votre projet d'abandonner votre place de Correspondant. Et pas à

© Académie des sciences - Fonds René Garnier - cote 40 J 6.02.

22. Les blancs et nuls sont-ils comptabilisés? De son côté, Garnier affirme qu'un déplacement d'une voix aurait suffi à Chevalley pour être également choisi, mais il ne se souvient que de 40 votants - Lettre du 3 octobre 1967 de Garnier à Chevalley - Archives de l'Académie des sciences - Fonds René Garnier.

Dans cette lettre, Garnier amorce une analyse du scrutin, donnant son avis sur la position des mathématiciens de la section de *Géométrie* sur Chevalley. Cette section compte six membres, les mathématiciens Gaston Julia, Paul Montel, Arnaud Denjoy, René Garnier, Maurice Fréchet et Paul Lévy.

D'après Garnier, Paul Montel et Arnaud Denjoy n'ont pas participé aux discussions relatives au prix Cognacq-Jay. Sans aborder la question de leur vote, il affirme que Julia, Lévy et Fréchet sont favorables à Chevalley. Puis Garnier assure que son élection comme correspondant avait été accueillie avec l'acquiescement unanime de la section de *Géométrie*.

On trouve aussi des mathématiciens parmi les six membres de la section de *Mécanique* : Henri Villat, Jean Leray, André Lichnérowicz. Jean Coulomb appartient à la section *Astronomie*, tandis qu'Alfred Kastler est dans celle de *Physique*. Mais, sans doute, de nombreux membres du comité secret connaissent peu Bourbaki et ses mathématiciens.

Puis dans la dernière partie de son courrier, Garnier dévoile un des dessous du vote, n'hésitant pas à mettre en cause un « collègue » qu'il ne nomme pas.

« Qu'il ait pu se trouver parmi ceux qui n'ont pas voté votre adjonction un collègue qui ne vous a pas témoigné beaucoup de sympathie [...] cela n'est pas une nouveauté pour vous ».

### 3.2 – Le rapport de la commission du prix

Ce rapport est archivé dans le dossier du prix. Pour le prix Cognacq-Jay, j'ai d'abord supposé un déroulement classique, avec un rapport, puis un vote en comité secret sur la base de ce document<sup>23</sup>.

J'ai trouvé deux versions du rapport, un brouillon et le texte définitif, non datés, signés du rapporteur, Jean Leray. En étudiant le brouillon, j'ai vite constaté que le début était un ajout par collage sur le texte initial<sup>24</sup>.

« La Commission propose de décerner le prix à MM. Henri Cartan et Jean Dieudonné, correspondants de l'Académie des sciences; André Weil, professeur à la Faculté des sciences de Stras-

bourg et Jean Delsarte, professeur à la Faculté des sciences de Nancy, promoteurs du groupe de mathématiciens "Nicolas Bourbaki"... »

La suite du texte, élogieuse description du travail de l'équipe Bourbaki, très consensuelle, ne fait allusion à aucun des membres de Bourbaki et est totalement intemporelle. On y trouve par exemple :

« L'esprit de cette équipe a animé la vie mathématique du souffle de la recherche désintéressée, enthousiaste des idées, insoucieuse d'en glorifier les auteurs, respectueuse de la vérité scientifique et d'elle seule. »

La deuxième page, très courte, propose de décerner le prix aux « promoteurs du groupe "Nicolas Bourbaki" », donne les quatre noms et ajoute une phrase excluant Chevalley :

« à leur quatre noms, il serait équitable d'en adjoindre divers autres et tout d'abord, celui de Claude Chevalley, qui aurait été retenu par notre Compagnie, si elle ne s'interdisait de trop morceler le prix Cognacq-Jay. »<sup>25</sup>

Ce texte est donc formé de deux parties : le collage du début et la conclusion de la deuxième page sont évidemment postérieurs au comité secret, alors que le corps central du texte a pu être écrit avant.

Le texte définitif du rapport, qui se trouve lui aussi dans le dossier des prix, est la reproduction fidèle du brouillon recollé.

Ce rapport n'est évidemment pas conforme au procès verbal du comité secret et aux notes de séance du 13 juin, qui tous affirment que la commission proposait seulement trois noms, Henri Cartan, Jean Dieudonné et André Weil.

Plus tard, en parcourant une nouvelle fois les notes prises lors du comité secret du 13 juin, j'ai lu sur l'un des trois textes rédigés en séance, juste après les décomptes des voix du scrutin : « M. Leray fera le rapport. » L'ordre avait été bouleversé et le rapport, écrit après vote en comité secret. La confirmation se trouvait dans l'inscription de date, le 17 juin, 4 jours après le comité secret, sur la lettre

23. Ainsi, pour le prix Poncelet de 1966, René Garnier, rapporteur, explique qu'André Néron a été choisi à l'unanimité par la commission, signe son texte le 26 juin et le lendemain, lors du vote en comité secret, « L'Académie adopte la proposition de la commission. »

24. Le texte initial, que l'on peut apercevoir par transparence, disait simplement : « Rapport sur le prix Cognacq-Jay (Samaritaine) », sans information sur le nom des lauréats.

25. Archives de l'Académie des sciences - Dossier des prix.

26. Le double du rapport a été remis par Leray le 19 septembre 1966. Archives de l'Académie des sciences - Dossier des prix.



manuscrite adressée par Leray aux Secrétaires perpétuels et accompagnant le fameux rapport <sup>26</sup>.

Cela explique pourquoi je n'ai pas trouvé de trace écrite sur le déroulement de cette commission. Le texte de Leray, écrit après le comité secret, omet la proposition en trois noms de la commission, y substituant *a posteriori* le choix du comité secret. Puis vient la dernière phrase manuscrite, très classique :

« L'Académie adopte la proposition de la commission. »

Pourtant l'Académie a modifié en comité secret la liste de trois noms issue de la commission, y incluant Jean Delsarte, hésitant à ajouter Claude Chevalley.

### 3.3 – Le nombre de lauréats

Si l'on se réfère aux années précédentes, le prix Cognacq-Jay a toujours été décerné à des groupes de chercheurs travaillant sur le même sujet. Quant au nombre des lauréats, il est loin d'être fixe car s'il est de deux en 1963, de trois en 1964, il est de sept en 1962 et d'après le dossier des prix, les lauréats sont tous les « collaborateurs du professeur Étienne Wolff\* », soit vingt chercheurs, en 1965 <sup>27</sup>.

De plus, quoi qu'en dise la conclusion du rapport, nous savons qu'au mois de juin rien n'interdisait de « trop morceler le prix ». Nous avons vu que Louis Leprince-Ringuet, particulièrement bien placé pour connaître les conditions du prix, avait insisté sur la possibilité de choisir un groupe de savants. Pourtant, dans sa lettre à Chevalley, Garnier justifie la limitation du nombre de lauréats en affirmant que cette restriction « cadre avec les dispositions de l'Académie qui, en principe, n'aime guère partager les prix importants ». Les faits démentent cette affirmation : il suffit de se référer aux vingt chercheurs de l'équipe de Wolff récompensés par le prix Cognacq-Jay en 1965. De la même manière, en juillet 1966, l'Académie attribua le Prix du Crédit Lyonnais à six lauréats <sup>28</sup>. Dans ce cas, personne n'argumenta sur un trop grand nombre de lauréats.

27. Archives de l'Académie des sciences - Dossier des prix.

28. « L'Équipe qui a dirigé la création de la filière française de réacteurs nucléaires générateurs d'énergie... ». Archives de l'Académie des sciences - Comité secret du 4 juillet 1966. Le rapporteur de cet autre grand prix était Jean Perrin.

29. Le prix « ne devrait être attribué chaque année, sinon à une seule personne, du moins à trois personnes au plus et pas fragmenté comme il l'a toujours été ». Archives de l'Académie des sciences - Registre des comités secrets et dossier de séance.

30. Lettre que je n'ai pas retrouvée. Roger Godement, membre de Bourbaki, professeur à la Faculté des sciences de Paris, a une opinion tranchée sur Leray depuis longtemps ([1], p.633). Il fut assistant de Chevalley dès l'année 1946-47 à Princeton pour compléter une bourse de 9 mois des Relations Culturelles ([1], p.116). D'après la note du 8 décembre, il se fait l'écho de la première réaction de Chevalley qui pense démissionner de l'Académie des sciences. À ce moment-là, le nom des lauréats a dû commencer à circuler.

31. « ... palmarès dont le tirage a déjà été fait », précise le texte de la note. Les Secrétaires perpétuels donnent leur accord pour modification du palmarès, lettre du 9 décembre à Leray.

D'ailleurs, la question du nombre de lauréats sous-jacente à partir du 13 juin 66, ne sera définitivement tranchée que le 29 août 1966, en comité secret *a posteriori* de la désignation des lauréats. Lecture est alors faite d'une lettre contre la fragmentation du prix, datée du 18 août <sup>29</sup> et émanant de « M. Renant [*sic*] ». Décision est prise de ne pas revenir sur l'attribution du prix de 1966. Cependant « pour les années ultérieures, bonne note sera prise du vœu du fondateur ». Puis quelques temps après, le 23 novembre 1966, par courrier aux Secrétaires perpétuels, Georges Renand réaffirme, au nom de la Fondation Cognacq-Jay qu'il est souhaitable de limiter à trois au maximum les lauréats du prix.

L'affirmation du rapport sur la limitation du nombre des bénéficiaires paraît anachronique, les deux courriers de la fondation Cognacq-Jay la demandant n'ayant été écrits que plus tard, durant l'été.

### 3.4 – Glissement de vocabulaire

La première annonce du prix, dans le procès verbal du comité secret du 13 juin parle des « fondateurs du Groupe Nicolas Bourbaki », ce qui renvoyait de manière précise à des membres du groupe. Puis dans le rapport de Leray du 17 juin, cette expression est curieusement remplacée par la formule plus floue de « promoteurs du groupe de mathématiciens "Nicolas Bourbaki" ».

Une deuxième transformation intervient en décembre 1966. Dans les deux versions du rapport, brouillon et texte officiel, la phrase d'introduction est partiellement réécrite à la main, l'expression « quatre des principaux promoteurs » se substituant au seul mot « promoteurs ». J'en ai trouvé l'explication en découvrant, dans le dossier du prix, une note manuscrite datée du 8 décembre, quatre jours avant l'annonce officielle du prix. Leray venait de recevoir une lettre de Roger Godement <sup>30</sup> au sujet de l'exclusion de Chevalley de la liste des lauréats. Cela décida Leray à proposer cette correction du palmarès <sup>31</sup> aux Secrétaires perpétuels.



Le nouvel intitulé du prix, « quatre des principaux », fait effectivement apparaître en filigrane l'existence d'autres « promoteurs ». Et Claude Chevalley, revenu des États-Unis depuis 1955<sup>32</sup>, acteur incontournable des mathématiques françaises, est internationalement connu du monde anglo-saxon jusqu'au Japon.

Si le palmarès fut effectivement modifié, les Secrétaires perpétuels ne suivirent pas Leray lorsque, dans la même note du 8 décembre, il leur demande implicitement de répondre à Godement. Dès le lendemain, le Secrétaire perpétuel Courier écrit<sup>33</sup> à Leray : « Il vous appartient d'y répondre si vous le jugez opportun. »

## 4. Les conséquences de l'annonce du prix Cognacq-Jay

### 4.1 – Lettre de Chevalley du 23 décembre 1966

Puis vint l'annonce officielle du prix, le 12 décembre 1966.

Malgré les précautions de vocabulaire, le prix qui devait récompenser Bourbaki exclut un des cinq grands mathématiciens fondateurs du groupe. Tout était en germe pour que ce palmarès entraîne des situations pénibles.

Une dizaine de jours après l'annonce du prix, le 23 décembre 1966, Chevalley adressa un courrier aux Secrétaires perpétuels de l'Académie des sciences. Sa lettre, archivée dans son dossier biographique, extrêmement sobre, ne laisse passer aucun mot de colère. Chevalley a eu connaissance du rapport de Leray puisqu'il y fait référence dans sa lettre. À la dernière phrase, tombent ces quelques mots :

« ...je vous serais obligé, Messieurs les Secrétaires perpétuels, de bien vouloir communiquer à l'Académie ma démission de membre correspondant. »

L'argumentation de Chevalley est simple. Si l'Académie considère que Delsarte et Weil, qui ne sont pas comme lui membres correspondants, ont eu une importance plus grande que lui à l'intérieur du

groupe Bourbaki, sa propre place de correspondant ne se justifie plus.

Cette conclusion de Chevalley fait référence à la décision prise l'année précédente par l'Académie des sciences, lors de son élection comme correspondant en même temps que Cartan et Dieu-donné. Dans cette logique, la soudaine dissociation de leurs parcours à travers le prix Cognacq-Jay pouvait effectivement paraître incompréhensible.

### 4.2 – Janvier 1967

Le mercredi 4 janvier 1967, en comité secret, Louis de Broglie donne lecture de la lettre de Chevalley. Il en découle un « échange de vues » auquel prennent part plusieurs académiciens. Dans le dossier de la séance, j'ai, par exemple, relevé les interventions de Coulomb :

« ...on a été injuste vis-à-vis de M. Chevalley. »

et de Darrieus :

« M. Chevalley a été écarté par un vote trop rapide. »

Tout s'était effectivement joué en comité secret le 13 juin entre 15 h 55 et 16 h 57<sup>34</sup>. Et cette après-midi-là, dans la même séance, le comité secret avait également voté pour les prix Le Conte, Jaffé et Osiris, traitant en sus deux points également à l'ordre du jour.

Finalement, le 4 janvier, le comité secret statue :

« ... il est entendu qu'aucune réponse ne sera faite à cette lettre et que les Membres de l'Académie qui sont en relations avec M. Chevalley, particulièrement M. Garnier, lui expliqueront comment le choix a été fait. »

Le lundi 9 janvier, Julia téléphone à Chevalley<sup>35</sup>.

« À la suite de cette conversation, il a été émis l'avis qu'il n'y a pas lieu de répondre à la lettre du 23 décembre. Il ne sera rien fait. La lettre sera classée au dossier biographique de M. Claude Chevalley. »

C'est d'ailleurs là que je l'ai retrouvée.

32. Voir le parcours de Chevalley par exemple dans [8].

33. Une note épinglée à la lettre explique : « Pour gagner du temps [...] avec la seule signature de M. Courier » et « M. L. de B. est d'accord ». Archives de l'Académie des sciences - Dossier des prix.

34. C.R. Acad. Sci., t.262 (13 juin 1966), p.163.

35. D'après une note non datée. Archives de l'Académie des sciences - Dossier biographique de Claude Chevalley.

### 4.3 – Automne 1967

Tout n'est pas terminé pour autant : le 26 septembre 1967, les Secrétaires perpétuels de l'Académie, souhaitant refermer ce dossier, écrivent officiellement à Claude Chevalley. Ils lui demandent de revenir sur sa décision, assurant que son élection comme correspondant le 5 avril 1965 a bien montré que l'Académie appréciait la valeur de ses travaux<sup>36</sup>. Dans le même élan, le 3 octobre, René Garnier prépare la longue lettre à Claude Chevalley (voir page 47) dans laquelle il revient sur ses liens anciens avec lui. C'est dans ce texte qu'il lui fait part de la position des membres de la section de *Géométrie* et évoque le collègue dont l'inimitié lui est connue depuis longtemps.

Il est vrai qu'en 1954, Chevalley, faisant une première tentative pour rentrer en France, avait dû faire face à la forte opposition du « parti "patriote" » [5] quand s'ouvrit la succession de Châtelet à la Sorbonne, sur une chaire d'arithmétique et de théorie des nombres ([4] p.179). Bien qu'il soit resté à Princeton pendant la guerre de la manière la plus légale<sup>37</sup>, « Chevalley subit les contrecoups de la campagne anti-Weil ... le plus acharné du parti patriote était Jean Leray, mathématicien éminent et justement respecté pour sa science. » ([5], p.21).

Les archives privées d'Henri Cartan contiennent un dossier « candidature Chevalley ». S'y trouve une abondante correspondance entre Henri Cartan et André Weil qui atteste de la mobilisation des membres de Bourbaki autour de ce projet de retour [1]. Mais malgré tout, malgré bien sûr l'évidence des qualités mathématiques de Chevalley et son implication sur ce poste ([1], p.627-628), cette première tentative fut un échec, suite, selon Weil, à une « campagne d'une violence extraordinaire »<sup>38</sup>.

Finalement, Chevalley revint en France en 1955, enseignant à l'université de Paris et prenant mathématiquement une place essentielle en dirigeant à partir de 1956 le *Séminaire Claude Chevalley*, qui prit la suite du Séminaire Cartan-Chevalley de l'ENS de 1955/56 ([7], *Avertissement au lecteur*).

Revenons maintenant à l'automne 1967, après la démarche des Secrétaires perpétuels en direction de Chevalley.

La réaction de Chevalley fut très rapide. Le 29 septembre, avant même d'avoir reçu la lettre de Garnier, Chevalley, répondant aux Secrétaires perpétuels, rédige un courrier (voir page 52) posté le 2 octobre. Il décide d'accepter l'offre de l'Académie de ne pas tenir compte de sa démission : nous pouvons constater que ce courrier est apaisé.

### 4.4 – Et pour finir, Shokichi Iyanaga

Je laisserai les derniers mots au mathématicien japonais Shokichi Iyanaga, figure centrale du département de Mathématiques de Tokyo et de la Société mathématique du Japon après la deuxième guerre mondiale. Élève de Teiji Takagi, il fit la connaissance de Claude Chevalley en novembre 1931 à Hambourg où les deux jeunes mathématiciens venaient étudier avec Emil Artin. Comme le raconte Iyanaga dans un texte plein de charme [10], leur amitié les accompagna tout au long de leurs vies. C'est dans un autre écrit, dédié au « doyen Delsarte » [11] que Iyanaga affirme :

« Bourbaki est un groupe de mathématiciens francophones, fondé par Delsarte, Cartan, Chevalley, Dieudonné et Weil. Le prix Cognacq-Jay de l'Institut lui a été attribué en 1966. »

Chevalley est ainsi réintégré comme fondateur de Bourbaki autour d'une référence au prix Cognacq-Jay!

Cette réécriture des faits est sans doute bien involontaire de la part de Iyanaga qui écrit là ses *Souvenirs du doyen Delsarte* [11]. Il sait certainement que Delsarte a eu le prix Cognacq-Jay comme membre de Bourbaki et le groupe des cinq fondateurs est probablement une évidence pour lui.

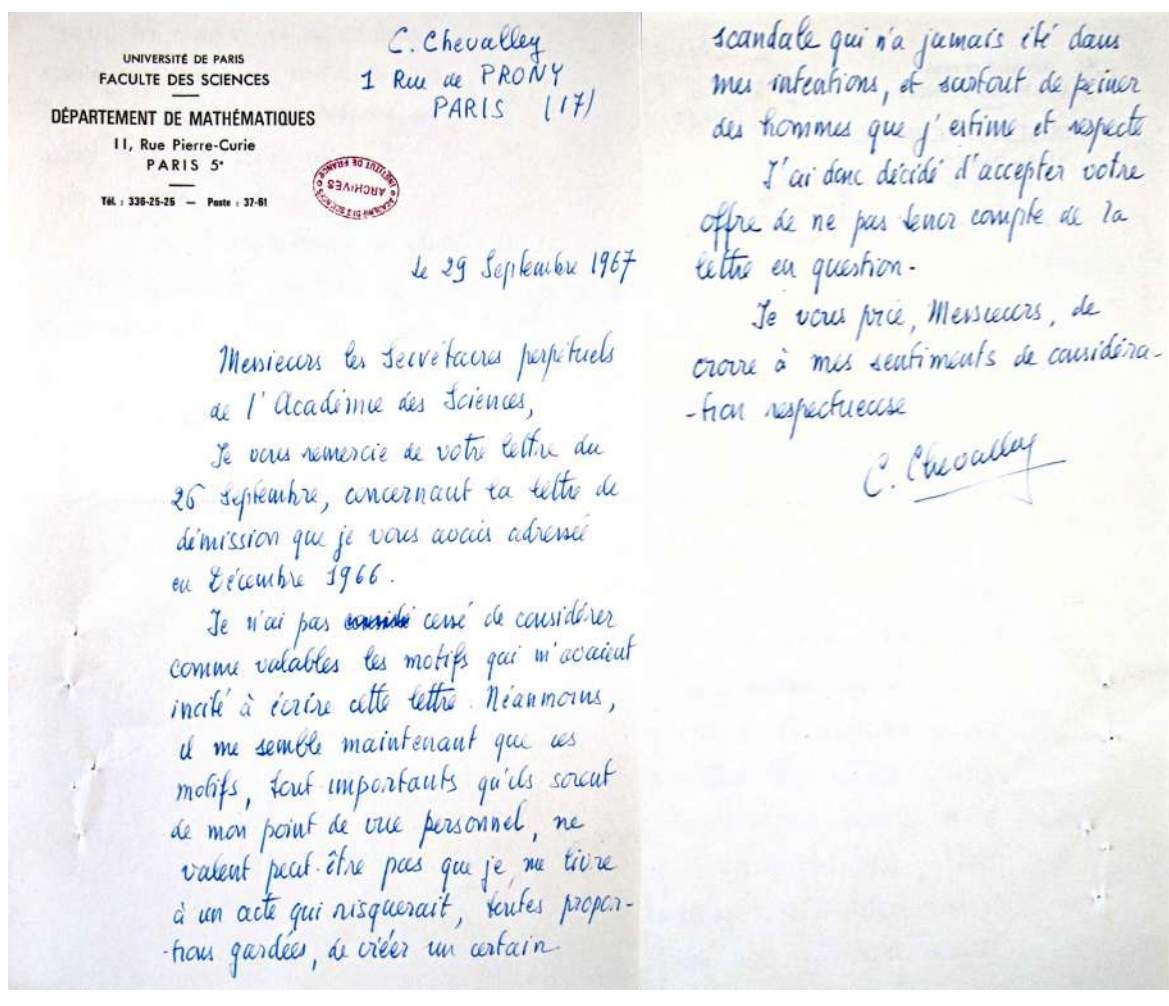
Voilà en tout cas une conclusion que les différents acteurs n'auraient sans doute pas imaginée...

36. Lettre et brouillon de cette lettre - signé par Louis de Broglie. Archives de l'Académie des sciences - Dossier biographique de Claude Chevalley.

37. En 1954, Chevalley fut amené à expliquer pourquoi il était resté à Princeton en 1939. Sur ce point, voir ([1], p.625). Contrairement à ce qui est dit dans [4], Abel Chevalley n'y est pour rien car Abel, le père de Claude, est décédé en 1933.

38. Précisément, dans l'article de Weil de janvier 1955, *Science française* ? [14], on peut lire : « Alors se déclencha une campagne d'une violence extraordinaire. On vit un membre de l'Institut monter en personne sur la brèche pour défendre la citadelle menacée. On feignit de mettre en doute la valeur mathématique du candidat. »

Lettre de Chevalley de septembre 1967



© Académie des sciences - Dossier biographique de Claude Chevalley

## En 1966, quelques académiciens acteurs du prix Cognacq-Jay

**Louis de Broglie** 1892-1987, élu en mai 1933 membre de la section de mécanique, prix Nobel de physique 1929, membre de l'Académie française, secrétaire perpétuel pour les sciences mathématiques en 1942<sup>39</sup>.

**Robert Courrier** 1895-1986, élu en juin 1944 membre de la section d'anatomie et zoologie, secrétaire perpétuel pour les sciences physiques en 1948.

**Georges Darrieus** 1888-1979, élu en décembre 1946 membre de la division des applications de la science à l'industrie.

**René Garnier** 1887-1984, élu en mars 1952 membre de la section de géométrie. René Garnier d'abord chargé de cours, devint Professeur à la Faculté des sciences de Poitiers en 1920 et ensuite Maître de conférences à l'École normale supérieure en 1928, puis à la Faculté des Sciences de Paris en 1931 [6].

**Alfred Kastler** 1902-1984, élu en mars 1964 membre de la section de physique. Prix Nobel de physique en 1966. Entré à l'ENS en 1921, c'est un ami ami proche d'Henri Cartan ([1], p.667).

**Jean Lecomte**, 1898-1979, élu en avril 1959 membre de la section de physique.

**Louis Leprince-Ringuet** 1901-2000, élu en mars 1949 membre de la section de physique. Élu en jan-

39. D'après *Institut de France, Index biographique de l'Académie des sciences, 1666-1978*, Paris, Gauthier-Villars, 1979 et le *Supplément, 1978-1993*, Paris, Gauthier-Villars, 1994. Mêmes références pour les autres académiciens.

vier 1966 membre de l'Académie française.

**Jean-Jacques Trillat**, 1899-1987, élu en janvier 1959 membre de la section de physique.

**Étienne Wolff**, 1904-1996, élu en février 1963 membre de la section de zoologie. Élu en octobre 1971 membre de l'Académie française.

**Jean Wyart**, 1902-1992, élu en janvier 1959 membre de la section de géologie. Entré à l'ENS en 1923 dans la même promotion qu'Henri Cartan et Jean Coulomb. C'est un ami de Delsarte. En 1942, il a participé à ses côtés à un groupe de travail visant à réformer l'enseignement supérieur scientifique pour améliorer l'accès à la recherche. Delsarte en rédigea les conclusions dans un long rapport [9], publié en 1944. Le constat sur « l'état actuel » de la recherche y est particulièrement acerbe.

## Sources

Les sources écrites utilisées pour cet article proviennent de deux types d'archives, celles de l'Académie des sciences et celles de Nicolas Bourbaki.

### Archives de l'Académie des sciences

Liste des documents auxquels il est fait référence dans l'article

- Registres des procès verbaux des Comités secrets

Procès-verbaux des séances du 7 mai 1956, du 16 mai 1966, du 1<sup>er</sup> juin 1966, du 13 juin 1966, du 4 juillet 1966, du 29 août 1966, du 4 janvier 1967

- Dossier des prix

Dossier de la commission XXXIV Cognacq-Jay 1965

Dossier de la commission XL Cognacq-Jay 1966

Brouillon du rapport de Leray

Version définitive du rapport de Leray

Lettre manuscrite de Leray du 17 juin 1966, accompagnant le rapport de la commission

Lettre du 23 novembre 1966, de Renand aux Secrétaires perpétuels

Note manuscrite du 8 décembre 1966 - retranscription d'un message de Leray aux Secrétaires perpétuels

Lettre du 9 décembre 1966, des Secrétaires perpétuels à Leray

Lettre du 20 décembre 1966, de Dieu-donné aux Secrétaires perpétuels

Dossier de la commission I Mathématiques, Prix Poncelet et Prix Carrière

- Dossier biographique de Claude Chevalley

Rapport manuscrit de Garnier pour le comité secret du 7 mai 1956 - repris pour le 29 mars 1965

Lettre de démission de Chevalley du 23 décembre 1966

Note - date non précisée - concernant l'appel téléphonique du 9 janvier 1967 de Julia à Chevalley

Brouillon de lettre du 25 septembre 1967 des Secrétaires perpétuels à Chevalley

Lettre des Secrétaires perpétuels à Chevalley du 26 septembre 1966

Lettre autographe de Chevalley du 29 septembre 1967

- Fonds René Garnier

Lettre autographe de Garnier à Chevalley du 3 octobre 1967

- Dossiers des séances

Dossier des séances du 5 avril 1965, du 16 mai 1966, du 1<sup>er</sup> juin 1966, du 13 juin 1966, du 29 août 1966, du 4 janvier 1967.

- Comptes Rendus de l'Académie des sciences C.R. Acad.Sci. Paris, t.263 (12 décembre 1966). Vie Académique, p. 123-148

### Archives de l'Association des Collaborateurs de Nicolas Bourbaki

compilées et annotées par les « Archives de la création mathématique », mises en ligne par Mathdoc

Liste des documents auxquels il est fait référence dans l'article

Traité d'analyse (décembre 1934 à mai 1935)

Premier congrès annuel, Besse-en-Chandesse (10 au 18 juillet 1935)

Journal de Bourbaki (novembre 1935 à mars 1937)

« La Tribu » (mars 1940 à mars 1953)

## Références

- [1] M. AUDIN. *Correspondance entre Henri Cartan et André Weil (1928-1991)*. Documents mathématiques. Société Mathématique de France, Paris, 2011.
- [2] L. BEAULIEU. « Bourbaki à Nancy ». *1903-2003 : Un siècle de mathématiques à Nancy* (2003), p. 33-45.
- [3] L. BEAULIEU. « Bourbaki, une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934-1944) ». Thèse de Doctorat. Faculté des arts et sciences, Montréal, 1990.
- [4] M. BERGER. *Cinq siècles de mathématiques en France*. ADPF, 2005.
- [5] P. CARTIER. « André Weil (1906-1998) ». *Gazette des Mathématiciens*, n° 80 (1999).
- [6] C. CHARLE et E. TELKÈS. *Les professeurs de la faculté des sciences de Paris - Dictionnaire biographique (1901-1939)*. Institut national de recherche pédagogique, 1989.
- [7] C. CHEVALLEY. *Classification des groupes algébriques semi-simples*. Collected works. Vol. 3. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [8] D. COUTY, J. ESTERLE et R. ZAROUF. « Réduction ou décomposition : de Jordan à Chevalley ». *Gazette des Mathématiciens*, n° 148 (2016).
- [9] J. DELSARTE. *Groupement d'études préparatoires en vue d'une meilleure orientation des étudiants vers la recherche scientifique, Rapport général*. Œuvres de Jean Delsarte. Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1971, p. 973-1050.
- [10] S. IYANAGA. « Souvenirs du doyen Delsarte ». In : *Mémoires sur l'histoire des mathématiques contemporaines au Japon*. Maison franco-japonaise, Tokyo, 1996, p. 63-106.
- [11] S. IYANAGA. « Souvenirs du doyen Delsarte ». In : *Mémoires sur l'histoire des mathématiques contemporaines au Japon*. Maison franco-japonaise, Tokyo, 1996, p. 55-61.
- [12] M. JAISSE. *Fondations, Prix et Subventions de l'Académie des sciences (1916-1996)*. 2003.
- [13] J. LELOUP. « L'entre-deux-guerres mathématique à travers les thèses soutenues en France ». Thèse. Université Pierre et Marie Curie, 2009.
- [14] A. WEIL. « Science française ? » *Nouvelle NRF*, n° 25 (1955), p. 97-109.
- [15] A. WEIL. *Souvenirs d'apprentissage*. Vita Mathematica. Birkhäuser, 1991.
- [16] S. WEIL. *Chez les Weil. André et Simone*. Libretto, 2013.



Danielle Couty

Institut de Mathématiques de Toulouse  
[dcouty@math.univ-toulouse.fr](mailto:dcouty@math.univ-toulouse.fr)

Danielle Couty est maître de conférences hors-classe – en retraite depuis mars. Mathématicienne de formation, ses recherches actuelles portent sur l'histoire des mathématiques au XIX<sup>e</sup> siècle et au XX<sup>e</sup> siècle.

Je remercie tout particulièrement Christophe Eckes pour ses précieux conseils lors de l'écriture de ce texte. Merci également à Anne-Sandrine Paumier et Simon Decaens pour les discussions avec eux à Toulouse à propos de Claude Chevalley. Mes remerciements vont bien sûr aux bibliothécaires autour de moi, France Comerlati, Nadine Lagarde, Tiphaine Bouerie à Tarbes et Dominique Barrère à Toulouse, pour leur écoute, leur aide et leur disponibilité. Merci aussi à tout le service des archives de l'Académie des sciences, à sa directrice Isabelle Maurin-Joffre ainsi qu'à Annie Collin, Christine Foulcher, Florence Greffe pour leur appui dans mes recherches.





## Un interview de David RUELLE

Propos recueillis par H. H. RUGH

**Cher David Ruelle, quand et comment as-tu commencé à t'intéresser aux sciences ?**

J'ai fait preuve tôt dans mon existence de beaucoup de curiosité. Mais alors que certains copains étaient incollables sur les résultats des matches de football, ou collectionnaient les numéros de plaques de voitures, j'étais curieux de la nature des choses. Je déterminais les noms des plantes avec une petite flore scientifique, je faisais de la chimie amusante (et un peu dangereuse) dans la cave de la maison. J'ai aussi lu des morceaux du Cours de Philosophie positive d'Auguste Comte, et de l'Éthique de Spinoza. J'ai vite compris que le titre *Ethica Ordine Geometrico Demonstrata* était illusoire : on est loin de la logique d'Euclide. Cependant il me reste une grande sympathie personnelle pour Spinoza, qui gagnait sa vie en taillant des lentilles optiques, et fut rejeté pour cause de libre pensée par sa communauté juive. Pour le reste je lisais les livres scientifiques ou mathématiques qui me tombaient sous la main.

**Au début de ta carrière, comment as-tu jugé les environnements scientifiques que tu as rencontrés dans différents pays ?**

J'ai commencé mes études universitaires dans une école d'ingénieurs de la ville de province belge (Mons) où j'habitais. Les cours étaient d'ailleurs excellents. Puis j'ai continué des études de physique et de mathématiques à l'université Libre de Bruxelles. J'ai étudié la mécanique quantique avec J. Géhéniau, qui la connaissait bien, ce qui n'était pas évident à l'époque. J'avais d'ailleurs le temps pour des activités non universitaires (en particulier antimilitaristes). De Bruxelles je me suis fait envoyer à Zurich chez W. Pauli, que Géhéniau connaissait. Pauli étant mort peu après (fin 1958) j'ai fait partie d'un petit groupe réuni autour de Res Jost. Je n'ai guère d'enthousiasme pour les notions de maître et d'élève en science, mais je reconnais volontiers que la personnalité de Res Jost a été dé-

terminante pour mes débuts dans la recherche (en théorie quantique des champs). J'ai par la suite changé de direction et beaucoup bénéficié de mes contacts avec d'autres scientifiques, en lisant et relisant les articles de S. Smale, R.L. Dobrushin, I.G. Sinai par exemple, et aussi en interagissant avec des collègues plus jeunes comme Oscar Lanford, Jean-Pierre Eckmann, et Giovanni Gallavotti. Mais c'est à Zurich que j'ai commencé une carrière de recherche et de vie hors de Belgique.

Être étranger dans le pays où l'on vit est une situation bien connue de nombreux collègues : on ne peut guère avoir d'activité politique et l'on est en butte à la xénophobie de certains. J'ai vécu comme étranger en Suisse, aux États-Unis, et en France pendant un quart de siècle. On s'y fait : on se tait et on n'en pense pas moins. Cela a sans doute renforcé ma tendance naturelle à essayer de comprendre les choses et les gens plutôt qu'à juger : ceci est bon, cela est mauvais.

Au début de mon existence scientifique j'ai vu Niels Bohr, assister à des cours de Heisenberg et Pauli, et connu ce dernier personnellement. C'était la fin d'une grande période de la physique. En ce qui me concerne je me suis de plus en plus orienté vers des problèmes de physique théorique qui sont des problèmes mathématiques d'un goût particulier.

Ici je voudrais dire quelques mots sur l'évolution de l'atmosphère de la recherche scientifique. Quantitativement il y a eu en un siècle une énorme augmentation du nombre de chercheurs. Qualitativement, ce qui était surtout une vocation (soutenue matériellement par des tâches d'enseignements, ou d'autres sources de revenus) est devenu un métier comme un autre. Au lieu d'individus cherchant à comprendre la nature des choses il y a une foule de postdocs cherchant un sujet de recherche. L'amplitude financière de la recherche est devenue majeure, et le rôle des administrateurs scientifiques (souvent d'anciens chercheurs) est de-

venu dominant. Il en résulte une nouvelle norme de la recherche : nécessité de publier dans des revues prestigieuses, obligation d'étudier des dossiers de postdocs, etc. Malheureusement ces obligations découragent des scientifiques hors normes, qui sont souvent les plus originaux et les meilleurs. Cela dit la recherche contemporaine a permis d'obtenir des résultats extraordinaires dans beaucoup de domaines.

**Tu as écrit quelques articles et livres de vulgarisation scientifique, souvent marqués par une approche plutôt philosophique. Comment vois-tu l'interaction entre la philosophie et les sciences ?**

Galilée a écrit que le grand livre de la nature était écrit en langage mathématique. C'est fort bien exprimé, mais si l'on regarde les choses quatre siècles plus tard, on les voit un peu plus compliquées. On peut dire que les mathématiques humaines résultent de l'interaction du cerveau humain avec l'univers physique où nous vivons. Une présentation axiomatique des mathématiques (Zermelo - Fraenkel - Choix) élimine l'univers physique et même en principe le cerveau humain. Il faut d'ailleurs noter que la compréhension de l'univers physique ne nécessite qu'une partie des mathématiques basées sur zfc. Mon collègue Giovanni Gallavotti estime ainsi que la physique peut se passer de l'Axiome du Choix (ceci n'empêche pas que l'inclusion de l'Axiome du Choix rende la présentation des mathématiques beaucoup plus naturelle). En fait, quand on travaille à réécrire le grand livre de la nature en langage mathématique, on est amené à des choix mathématiques naturels différents de ceux des mathématiques habituelles basées sur zfc. Ce n'est pas une chose nouvelle : les débuts de la géométrie (basée sur l'observation du monde physique) ont imposé la primauté du corps des réels sur les autres corps.

Si l'on veut comprendre la nature des choses, il semblerait que l'on doive commencer par l'étude de la philosophie. Mais si l'on examine la situation de plus près on voit que la philosophie se disloque en une multitude de doctrines qui n'apportent aucune certitude. Les quasi-certitudes que nous avons proviennent des mathématiques et des sciences. Il faut ajouter qu'il s'agit de quasi-certitudes au niveau humain à une période proche de l'an 2000, et que l'expression de ces quasi-certitudes est largement basée sur l'usage des langues naturelles comme l'anglais et le français. Il faut d'ailleurs noter que dans les sciences et dans la pratique des mathématiques, comme dans la présente discussion, l'usage

des langues naturelles est mal formalisé.

Je ne méprise pas la philosophie et j'ai lu avec plaisir les dialogues de Platon. Je suis très conscient de l'évolution de la pensée humaine qui a mené à notre compréhension actuelle de la nature des choses.

Dans quelle mesure ce que nous savons de la nature des choses dépend-il de la nature humaine de notre intelligence ? Le problème se pose de la manière la plus abordable dans les mathématiques, qui peuvent se formuler de manière formelle sans recours aux langues naturelles.

Une autre question est de savoir ce qui, dans la philosophie personnelle des constructeurs de la science, les guide vers leurs découvertes.

**L'interaction entre les mathématiques et la physique joue manifestement un rôle important dans tes travaux. Comment vois-tu la structure des mathématiques et leur usage dans la description des sciences naturelles ?**

Les mathématiques peuvent être formalisées en utilisant les axiomes de Zermelo-Fraenkel-Choix qui forment de facto la base des mathématiques actuelles. On peut organiser les résultats humains connus dans le cadre des « structures fondamentales de l'analyse » comme le fait N. Bourbaki. Notons que cette structuration est loin des axiomes zfc. D'autres structurations utilisent les catégories, morphismes, et foncteurs, etc. Est-ce qu'il y a une structure naturelle des mathématiques ?

Un élément de réponse pourrait être fourni par les ordinateurs. Il existe maintenant des *preuves formelles par ordinateur* qui sont d'une très grande fiabilité. Ces preuves par ordinateur sont logiquement longues, mais leur exactitude dépend d'un noyau logique qui est un programme court soigneusement vérifié. Si l'on admet que les axiomes de base des mathématiques sont non contradictoires, les preuves formelles par ordinateur sont beaucoup plus fiables que les preuves humaines traditionnelles. Ce qui manque aux ordinateurs, c'est la créativité : deviner des résultats nouveaux et deviner une manière de les démontrer. Certains croient que le pouvoir créateur du cerveau humain ne pourra jamais être remplacé par « une machine » (un ordinateur). Mais cette croyance n'a pas de base scientifique sérieuse. En bref, il est possible qu'une structure naturelle des mathématiques émerge des mathématiques créées par ordinateur, mais ce n'est aucunement certain. Pour l'instant nous ne connaissons que les mathématiques humaines.

Cependant les mathématiques humaines sont en

partie guidées par nos efforts pour interpréter le monde physique qui nous entoure. Mon travail de recherche personnel entre dans ce cadre, celui de la physique mathématique. Telle qu'elle existe actuellement, la physique mathématique comprend des choses assez diverses, comme la théorie des cordes dont la relation avec le monde physique n'est pas assurée. Mes intérêts se sont surtout portés sur la physique statistique, qui est l'étude de systèmes matériels comportant un grand nombre de particules, comme les liquides et les gaz. Il se trouve que l'on peut définir pour ces systèmes des états dits d'équilibre caractérisés par des variables comme la température, l'entropie, etc. Ludwig Boltzmann (avec Maxwell, Gibbs, et d'autres) a compris ce qu'est un état d'équilibre : c'est une mesure de probabilité spécifique sur un espace de grande dimension. Cette mesure correspond à une interaction donnée entre les particules du système.

Il n'est pas question de résumer ici la théorie des états d'équilibre (mécanique statistique de l'équilibre). Disons que c'est une théorie mathématiquement difficile mais naturelle, elle introduit des concepts mathématiques importants comme l'entropie, et il reste des phénomènes mal compris comme les transitions de phases. Une notion importante que j'ai étudiée (avec R.L. Dobrushin et O. Lanford) est celle d'état de Gibbs.

Passons à un problème mathématique sans rapport avec la mécanique statistique de l'équilibre : les systèmes dynamiques différentiables hyperboliques. Pour ces systèmes, la.G. Sinai a construit ce qu'il appelle des *partitions de Markov* qui permettent une application des méthodes de la mécanique statistique de l'équilibre. Il se trouve que les états de Gibbs sont un outil merveilleux qui permet une étude en profondeur de la théorie des systèmes (uniformément) hyperboliques. Les systèmes dynamiques hyperboliques apparaissent dans l'étude de la turbulence hydrodynamique (D. Ruelle et F. Takens). On voit ainsi qu'il y a un lien purement mathématique (par les états de Gibbs) entre deux problèmes physiques très différents : la mécanique statistique de l'équilibre et la turbulence hydrodynamique. Comment cela se fait-il ?

À mon avis, l'étude de la physique mathématique pousse à l'introduction de concepts mathématiques fructueux, comme l'entropie ou les états de Gibbs. On rencontrerait ces concepts beaucoup plus difficilement dans une approche mathématique à la Bourbaki basée sur l'analyse des structures. Il y a là un élément de réponse à la question : il y a-t-il

une structure naturelle des mathématiques ?

[Dans le domaine de systèmes dynamiques, une partie de la terminologie a été importée de la mécanique statistique. Comment cela s'explique-t-il ?](#)

J'ai été amené à travailler des deux côtés de la frontière entre physique et mathématiques. Je ne vais pas faire une liste de ces travaux. Mais il se fait que j'ai contribué à la terminologie des systèmes dynamiques différentiables. C'est ainsi que j'ai introduit le terme « formalisme thermodynamique » – c'est le titre d'un livre que j'ai publié en 1978. J'ai aussi introduit le terme « pression » pour une fonction qui apparaît en théorie ergodique ; à vrai dire le terme propre en mécanique statistique devrait être « énergie libre », mais le mot pression m'a semblé plus acceptable pour les mathématiciens. Mentionnons aussi l'expression « attracteur étrange » qui a eu beaucoup de succès et semble être apparu pour la première fois dans un article publié par Floris Takens et moi-même en 1971. L'intention de cet article était de préciser un petit point mathématique concernant la turbulence hydrodynamique. Je pensais que l'article passerait inaperçu et serait immédiatement oublié, au lieu de quoi il a été cité à ce jour 3874 fois. Vanitas vanitatum !

Une question sur laquelle j'ai travaillé est celle des états SRB pour les systèmes dynamiques différentiables. Les initiales SRB correspondent à Sinai, Ruelle, et Bowen, mais il faudrait y ajouter F. Ledrappier, J.M. Strelcyn, L.-S. Young et quelques autres. Mon interaction avec Sinai et Bowen a été pour moi une grande source de satisfaction professionnelle : chacun cherchait à comprendre un problème, pas à montrer qu'il était supérieur à ses collègues. Yasha Sinai a été une très grande force dans les mathématiques russes. Quant à Rufus Bowen, mort à 31 ans, sa clarté d'esprit était extraordinaire, et un problème difficile devenait soudainement simple quand il l'expliquait. J'ai aussi eu beaucoup de plaisir à interagir à l'IHÉS avec Viviane Baladi et Hans Henrik Rugh sur des problèmes de dynamique différentiable.

[Tu es académicien depuis un bon nombre d'années. Que penses-tu du rôle des académies et de leur fonction d'évaluation scientifique ?](#)

Pour que la science progresse, il faut que la valeur des travaux scientifiques soit constamment évaluée. Cette évaluation prend des formes diverses : sélection des articles dans les journaux scientifiques avec comités de lecture, honneurs scientifiques, etc. Toute forme d'évaluation comporte un

élément de pouvoir, et le pouvoir corrompt. Il est donc désirable que ce pouvoir ne soit pas absolu, et qu'il y ait donc un équilibre des pouvoirs d'évaluation. En ce moment, il me semble qu'il y a un problème dans le rôle croissant des administrateurs scientifiques professionnels, et aussi dans l'attribution biaisée ou incompétente de certains grands prix scientifiques. Tout pouvoir d'évaluation scientifique peut être critiqué, c'est le cas des honneurs scientifiques comme l'élection à une académie. Autant le fonctionnement des académies mérite d'être discuté, autant la suppression de celles-ci ne ferait qu'encourager d'autres instances de pouvoir, sans que cela bénéficie à la science.

En ce qui me concerne, je suis membre de plusieurs académies, dont l'Académie des Sciences de Paris, où je joue un rôle modeste. Il est clair dans mon esprit que des circonstances un peu différentes auraient pu faire que je ne sois pas académicien. Cela étant, le plus grand bénéfice que j'ai retiré de l'académie est d'y avoir côtoyé une génération de grands mathématiciens : H. Cartan, J. Leray, J.-P. Serre, L. Schwartz, J. Dieudonné, R. Thom, J. Tits, G. Choquet, et d'autres.

### Quels sont les esprits scientifiques qui t'ont le plus marqué dans ta carrière ?

Lors de mon service militaire comme simple plouc dans l'armée belge j'étais dans une chambrée comportant deux analphabètes : l'un n'avait jamais appris à lire, l'autre avait oublié. C'était un milieu intellectuellement défavorisé. Néanmoins j'y ai rencontré d'autres ploucs qui étaient des hommes remarquables. Dans un environnement militaire dont une mission était de casser les personnalités, ces hommes, par courage, astuce, ou tricherie, ne cassaient pas. Dans ma carrière scientifique aussi, j'ai rencontré des individus remarquables. Souvent, quand je dois prendre une décision, je pense à telle ou telle personne, et je me demande ce qu'il ou elle aurait fait dans cette situation. Les scientifiques importants ne sont pas nécessairement des personnes remarquables à mon sens. Beaucoup sont des spécialistes avec des ambitions intellectuelles limitées, comme de devenir mathématicien-chef. Grothendieck par contre disait : je suis un généraliste, pas un spécialiste.

Alexandre Grothendieck était une personnalité hors-normes. Il a écrit un *éloge de l'inceste*. Ses relations avec les femmes qui partageaient sa vie pouvaient être extrêmement tendues. Il était fermement antimilitariste et avait des goûts anarchistes. Les mathématiques ont joué un rôle central dans sa vie

à certaines époques, la méditation et la religion à d'autres époques. J'ai pendant plusieurs années côtoyé Grothendieck et je suis fasciné par la manière dont il fonctionnait, y compris par ses changements d'orientation. Il a fait face de manière originale à des problèmes humains généraux. On peut suivre ou ne pas suivre ses choix, mais quand je dois prendre une décision je me demande souvent ce qu'aurait fait Grothendieck à ma place.

Autant la vie de Grothendieck me paraît riche, y compris dans ses contradictions, autant la version corrigée qu'on en fait souvent maintenant me semble fausse et dépourvue d'intérêt. Grothendieck serait un mathématicien-chef aux idées politiquement correctes (suivant la norme actuelle) à quelques erreurs près que l'on doit excuser parce que c'était un génie.

Les esprits scientifiques remarquables ont des personnalités intellectuelles très diverses, et c'est cette diversité qui leur permet des approches nouvelles aux problèmes scientifiques. Mais il me semble que les esprits scientifiques remarquables sont souvent guidés par la recherche d'une vue générale de la nature des choses et de l'univers où nous sommes. C'était certainement le cas de Newton qui, outre ses contributions aux mathématiques et à la physique, a consacré de grands efforts à l'alchimie et à la théologie. Les efforts de Spinoza, Newton ou Grothendieck pour comprendre la nature des choses ont parfois permis des découvertes remarquables, parfois non. Au cours de conversations avec M. Gell-Mann j'ai été impressionné par ses connaissances sur les langues ou la biologie, voilà quelqu'un qui a cherché une compréhension générale de la nature des choses, et pas seulement d'un domaine de la physique. Ces exemples montrent que de vouloir guider la recherche par des normes administratives ne peut qu'appauvrir notre connaissance du monde.

Ma curiosité quant à la nature des choses n'a jamais été restreinte à mes travaux scientifiques professionnels. J'ai entre autres choses passé du temps à faire de la randonnée, seul ou avec mon épouse, dans des coins reculés du Mexique, de Bolivie, ou ailleurs. Dans le domaine scientifique j'ai eu la satisfaction d'accéder à une certaine compréhension de domaines scientifiques comme la mécanique statistique de l'équilibre ou la théorie du chaos, ou d'éclaircir de petites questions comme le lemme d'Asano-Ruelle (concernant les zéros de polynômes quadratiques complexes à deux variables). J'ai admiré le fonctionnement mathématique d'es-

prits comme ceux de Bowen et Sinai. J'ai aussi pu voir agir dans la vie ordinaire des esprits remarquables comme Mark Kac plein d'humour, Joel Lebowitz toujours généreux, ou J. Robert Oppenheimer

plus froid et pour lequel j'avais moins de sympathie. Mais, sympathie ou pas, les façons diverses dont fonctionnent les grands esprits scientifiques m'ont toujours beaucoup fasciné.



Les travaux de **David Ruelle** couvrent des domaines divers à la limite entre la physique et les mathématiques. Parmi ses résultats les plus connus on trouve en théorie quantique des champs des travaux sur la condition asymptotique (théorie de Haag-Ruelle), en mécanique statistique les travaux qui décrivent « la » définition naturelle des états d'équilibre et des états de Gibbs pour les systèmes infinis (équations DLR : Dobrushin-Lanford-Ruelle), en systèmes dynamiques et turbulence une proposition avec F. Takens sur le rôle des attracteurs étranges pour expliquer la turbulence, en systèmes dynamiques différentiels : les états SRB (Sinai-Ruelle-Bowen), les notions d'opérateurs de transfert et fonctions zeta dynamique, et aussi des travaux sur la mécanique statistique hors de l'équilibre. Il a écrit des livres toujours considérés comme références fondatrices de leurs domaines : *Statistical Mechanics, Rigorous Results* (1969) et *Thermodynamic Formalism* (1978). Parmi ses livres destinés au grand public on trouve *Hasard et Chaos* (1991) et *L'étrange beauté des mathématiques* (2008).





# Science Ouverte : lire plus, publier moins, le cas de la physique

• D. JEROME

## Un court historique

Les débats sur l'ouverture de la science qui animent actuellement chercheurs, organismes de recherche, agences de moyens, éditeurs scientifiques, administrations et plus généralement toute la société, justifient l'effervescence existant autour de la transition dans la diffusion du savoir scientifique initiée il y a une trentaine d'années. Même si quelques initiatives de diffusion par internet avaient émergé avant 1991, ce n'est véritablement qu'à l'été 1991 que la diffusion de preprints en accès libre a démarré avec [The Mathematical Physics Archive](#) (Koch, de la Llave et C. Radin) et [arXiv](#) (Ginsparg) en physique sous une forme qui subsiste 28 ans plus tard<sup>1</sup> et s'est même développée.

Les années suivantes ont marqué le développement des publications en ligne et en accès ouvert universel, c'est-à-dire gratuites pour tous les lecteurs universitaires ou non, notamment dans des disciplines comme la physique en 1999 avec le [New Journal of Physics](#) en Grande Bretagne. Cette revue est en accès ouvert de type gold, c'est-à-dire avec une contribution financière demandée aux auteurs d'articles acceptés ou à leurs institutions pour couvrir les surcoûts de publication, ce sont les APC.

Mais ce sont les sciences du vivant avec Public Library of Science à l'initiative d'Harold Varmus, qui ont démarré à grande échelle de la publication d'articles expertisés dans des revues en accès ouvert comme [PLOS Biology](#) en 2003 suivi de plusieurs journaux de spécialités et d'un journal multidisciplinaire [PLOS One](#) dont le spectre éditorial vient d'être étendu à tous les domaines scientifiques et interdisciplinaires, le modèle du mégajournal. Tous ces journaux sont en accès ouvert du type gold.

À la même époque, à l'initiative de la Société Max-Planck, une étape décisive est franchie avec la déclaration de Berlin en octobre 2003 qui souligne l'intérêt de la diffusion libre du savoir qui établit le nouveau paradigme de l'accès ouvert électronique non seulement aux articles des revues scientifiques mais aussi aux [données de la recherche](#). Cette déclaration regroupe à ce jour plus de 600 signataires au nom d'universités ou d'organismes de recherche du monde entier. Elle a constitué le point de départ d'une transition dans la diffusion de la science.

À partir de 2012, l'accès ouvert devient un enjeu politique, soutenu par la commission européenne qui sous l'impulsion du commissaire Carlos Moedas émet une recommandation pour définir dans chaque état une politique nationale sur le libre accès. Ce sont ces recommandations qui sont intégrées en 2017 dans l'article 30 de la loi pour une République numérique<sup>2</sup> avec des embargos avant ouverture gratuite de la dernière version acceptée du manuscrit de 6 mois en Sciences techniques et médecine (STM) et 12 mois en Sciences humaines et sociales (SHS) au maximum à compter de la date de publication, même si telle n'est pas la politique de la revue. Il y est aussi mentionné que l'éditeur d'un écrit scientifique issu d'un travail financé par des fonds publics français ou européens ne peut limiter la réutilisation des données de la recherche rendues publiques dans le cadre de sa publication.

En 2015 suite à la conférence de Berlin 2012, la Max Planck Digital Library réaffirme avec le manifeste [OA2020](#) les grands principes de l'accès ouvert et invite les universités et organismes de recherche à signer cette déclaration. Ce manifeste fait remarquer qu'il y a actuellement assez d'argent dans le système pour basculer les abonnements vers l'ac-

1. Pour un historique de l'accès ouvert, voir [P. Suber](#).

2. Loi n° 2016-1321 du 7 octobre 2016 consultable sur le site Legifrance, article 30.

cess ouvert en conservant les mêmes services. En effet, on estime à environ 9,4 milliards d'euros le chiffre d'affaire mondial pour la diffusion des revues scientifiques, ce qui, compte tenu des 1,8 millions d'articles annuels nous conduit à un coût d'environ 5000€ par article dans le système des abonnements [1]. C'est un coût global environ deux fois le coût réel de l'édition qui s'explique par les bénéfices considérables d'éditeurs commerciaux qui publient au moins 50% des articles mondiaux. Il s'agit là d'une estimation moyenne mondiale et comme nous le verrons plus loin le coût des abonnements semblerait deux fois moins élevé pour la France. Notons que la situation des coûts exorbitants de certains éditeurs est jugée intenable par de très prestigieuses universités aux États-Unis qui suspendent leurs abonnements en prenant le risque de voir leurs chercheurs privés de l'accès aux publications futures<sup>3</sup>.

## La situation actuelle

La situation actuelle pour la diffusion du savoir scientifique met en lumière deux aspects, l'un est relié à la définition du modèle économique à appliquer pour évoluer vers l'accès gratuit et ouvert, l'autre repose sur la forte attraction vers des revues ou magazines jugés prestigieux susceptibles de perturber l'évaluation de la recherche et des chercheurs et même d'influer sur leur créativité et leur prise de risques<sup>4</sup>.

C'est dans ce contexte que la France **prend position en juillet 2018** pour la science ouverte en présentant un plan national très volontariste pour un meilleur accès au savoir. Toutefois, l'incitation la plus forte pour promouvoir l'installation de l'accès ouvert et souvent même jugée brutale a été lancée en septembre 2018 par la Commission Européenne par l'intermédiaire de Science Europe avec

le Plan S<sup>5</sup> signé à l'origine par la représentation de 11 agences de moyens sous le nom de cOAlition S, dont l'ANR pour la France et auxquelles se sont jointes ultérieurement les Fondations Wellcome Trust et Bill Gates. La demande principale de ce plan stipule qu'à partir de janvier 2020 les résultats d'une recherche financée par des subventions publiques nationales ou européennes doivent être publiés dans des revues ou des plateformes de prépublications en accès libre et en conformité avec certains principes<sup>6</sup>.

La publication de ce plan faisant référence à 10 principes mais ne tenant compte ni des pratiques de publication des chercheurs ni de leur diversité a entraîné des réactions immédiates et fréquemment très dubitatives de la part de nombreux chercheurs en Europe qui tout en reconnaissant la finalité louable de ce Plan redoutent une dégradation de la qualité des revues compatibles avec les demandes du Plan S et une limitation de la liberté académique<sup>7</sup>. Certaines académies anglo-saxonnes ou américaines tirant des profits de leur activité de publications craignent pour leur propre avenir et sont moins enthousiastes<sup>8</sup>. L'Académie des Sciences a pris position le 3 octobre 2018. Tout en se déclarant en faveur des initiatives du gouvernement avec le Plan national pour la science ouverte et les finalités du Plan S, l'Académie des sciences reste très attachée aux valeurs d'expertise et d'éthique scientifique qui rendent crédibles des revues scientifiques. La « Global Young Academy » y voit aussi une opportunité dans les finalités du Plan S mais favoriserait un scénario appelé Diamond dans lequel les revues en accès ouvert gratuites tant pour les lecteurs que les auteurs seraient contrôlées par la communauté scientifique et soutenues financièrement par des contrats avec les agences de moyens.

3. L'université de Californie qui publie un nombre d'articles équivalent aux deux tiers de tous les articles français vient de **suspendre ses abonnements à Elsevier**.

4. **Avis de l'Académie des Sciences 2011**.

5. **cOAlition S et Plan S**.

6. Un document précisant **les modalités d'application du plan S** précise que pour être en conformité avec le plan S, les auteurs doivent publier soit dans des journaux en Gold ou sur des plateformes en accès immédiat gratuit pour les lecteurs soit déposer sur archives institutionnelles en accès libre la version publiée ou la version auteur du manuscrit accepté. Dans la présentation d'origine, le plan S interdit la publication dans les journaux hybrides. Cette demande ne va pas sans poser problème puisque seulement 20% des journaux sont natifs en accès ouvert, le reste étant sous abonnement ou hybrides. Dans un document ultérieur précisant les modalités d'application de ce plan consultable sur **le site de la coalition S**, la vision des modèles hybrides devient moins tranchée. Une période de transition bien définie dans le temps peut être envisagée pour les revues désireuses d'effectuer la transition vers le tout Gold.

7. Le post initié par **Lynn Kamerlin et-al**, a été l'un des premiers du genre mais il a été suivi par de nombreux autres provenant d'associations pour l'accès ouvert exprimant des craintes similaires (voir par exemple le point de vue de **All European Academies**).

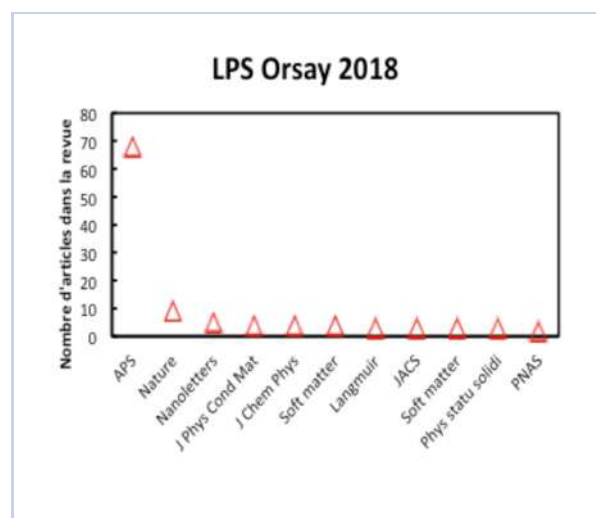
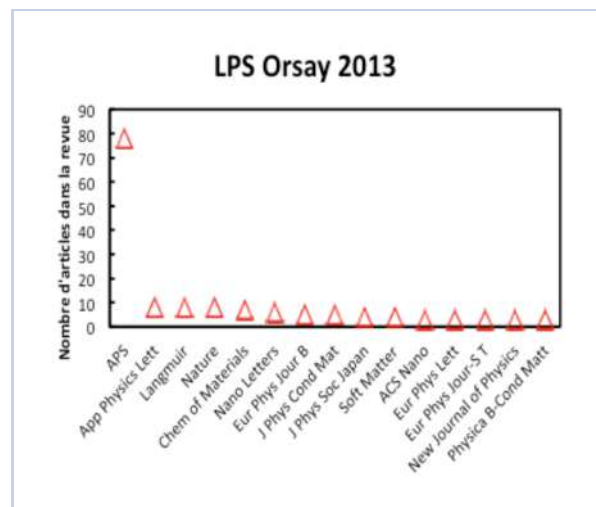
8. L'article de **M. McNutt, présidente de la National Academy of Sciences** expose son point de vue vis-à-vis des contraintes du Plan S et les PNAS.

Dans un contexte où il n’y aura pas une solution qui conviendra à tous les domaines disciplinaires, *one size fits all* ! il peut être utile d’analyser la situation des pratiques de publications actuellement en cours dans un laboratoire représentatif en physique des solides.

## Les publications d’un laboratoire de Physique

Prenons l’exemple du laboratoire de physique des solides de l’université Paris-Sud à Orsay, unité mixte du CNRS. Il s’agit d’un laboratoire créé en 1959 par trois grands noms de la physique de l’après-guerre, André Guinier, Jacques Friedel et Raimond Castaing auxquels s’est joint par la suite Pierre Gilles de Gennes. Après 60 ans d’existence, ce laboratoire compte une centaine de chercheurs et enseignants-chercheurs, théoriciens et expérimentateurs et plus de soixante étudiants ou visiteurs. Depuis sa création il a évolué et est axé actuellement sur les états électroniques de la matière, les propriétés fondamentales des nanosciences et l’étude de la matière molle (cristaux liquides, mousses, polymères et interface physique-biologie). Il est frappant de constater que pour environ 200 publications par an dans des revues avec comité de lecture plus du tiers se retrouvent dans les revues éditées par l’American Physical Society comme Physical Review, Physical Review Letters ou Review of Modern Physics. Comme le montrent les résultats pour 2013 et 2018 cette distribution est relativement stable dans le temps, suivant la figure. L’essentiel de la production scientifique d’un grand laboratoire tel que le LPS est donc focalisé sur le seul éditeur APS<sup>9</sup>. À côté de cet éditeur dominant on remarquera les présences minoritaires de l’Institute of Physics (UK) avec Journal of Condensed Matter et Springer-EDP Sciences avec European Physical Journal. Le groupe Nature est aussi présent avec Nature Communications et Scientific Reports. De nombreuses publications uniques dans les autres revues sont souvent liées à des publications de conférences. Ne pouvant tirer des conclusions générales en physique à partir d’un seul laboratoire, une analyse d’autres laboratoires serait intéressante pour élaborer un nouveau modèle économique de

l’accès ouvert en physique tenant compte du rôle dominant d’un éditeur.



Il est important de remarquer que les revues de l’éditeur de l’APS sont des revues vertes suivant la nomenclature du site [Sherpa Romeo](#), c’est-à-dire que l’auteur peut archiver sur une archive institutionnelle, la version finale auteur (après relecture) et même la version pdf éditée sans embargo. Ces revues satisfont aux demandes du plan S. En conséquence, l’accès ouvert sans embargo ni frais pour les auteurs est compatible avec le modèle des abonnements aux revues de l’APS. Il ne s’agit pas d’un accès ouvert sur le site de l’éditeur qui lui, demande le règlement de frais de publication comme c’est

9. L’APS joue un rôle dominant dans les publications en physique, non seulement avec l’édition de nombreux journaux dont le prestigieux Physical Review Letters, les classiques Physical Review et l’excellente Review of Modern Physics mais aussi avec l’organisation de nombreuses conférences dont le fameux March meeting qui réunit aux États-Unis chaque année jusqu’à 10000 participants provenant du monde entier.

le cas pour la revue *Physical Review X*. Il faut noter que c'est aussi le cas pour l'éditeur français [EDP Sciences](#) avec les revues *European Physical Journal*. Les revues du groupe Nature sont nettement moins ouvertes puisque seule la version auteur après relecture peut être mise sur serveur institutionnel sous condition d'un embargo de six mois sauf pour *Nature Communications*, une revue hybride et *Scientific Reports*, revue Open Access qui demandent des APC de 4290€ et 1490€ respectivement.

Restant sur l'exemple du LPS, avec 80 articles publiés en accès ouvert à l'APS le budget annuel s'élèverait à 120k€ rien que pour l'éditeur APS, une somme très nettement supérieure à celle actuellement dépensée pour les abonnements. Il en serait de même du laboratoire Kastler-Brossel à l'ÉNS et au Collège de France tout comme les nombreux autres laboratoires à la pointe de la recherche fondamentale.

Ces exemples montrent cependant toute la difficulté d'une manière générale de la bascule vers l'accès ouvert. Même si en France un budget de l'ordre de 100M€ pour la publication de 60000 articles par an<sup>10</sup> conduirait à des frais de publication de 1666€ par article, une somme raisonnable, qui semble toutefois nettement inférieure à l'estimation au niveau mondial citée plus haut<sup>11</sup>. La difficulté se situe dans le choix du modèle de transition du régime auteur lecteur vers celui d'auteur payeur.

On ne peut honnêtement en régime stationnaire transférer le coût de l'abonnement d'un laboratoire ou d'une université vers une contribution aux frais de publications en accès ouvert sans modifier à la baisse le montant acquitté pour leurs abonnements par les autres laboratoires français ou étrangers. Il est donc nécessaire d'envisager soit une négociation au niveau national ou même mieux international soit pour la période de transition un scénario de compensation (off-setting) faisant baisser les coûts d'abonnements à mesure que progresse la proportion d'articles en accès ouvert dans la revue.

Il est toutefois important de reconnaître que les frais de publication dans une revue dépendent du taux d'acceptation de la revue puisque seuls les articles acceptés doivent acquitter ces frais alors que tous les articles soumis engendrent des coûts pour la gestion du processus d'évaluation. Autre éventualité, introduire pour tous les articles des frais de soumission comme certains le suggèrent<sup>12</sup>, ce qui permettrait une certaine modération et uniformisation des frais de publication. Puisqu'il est probable qu'une disparité des coûts d'APC subsistera suivant les éditeurs, une négociation globale devra s'établir entre un organisme centralisateur et les gros éditeurs pour l'accès à l'information scientifique afin de trouver une solution vertueuse respectant à la fois les valeurs fondamentales de la publication scientifique, notamment l'existence du peer-reviewing avec son éthique et des budgets publics toujours plus contraints.

## Les communautés des physiciens et des mathématiciens

Il est intéressant de comparer physiciens et mathématiciens d'une part, parce que les deux communautés sont voisines dans la classification d'Auguste Comte et d'autre part parce que leurs effectifs chercheurs + enseignants-chercheurs sont proches (de l'ordre de 10000<sup>13</sup>).

Ces communautés font toutes les deux grand usage du dépôt de leurs articles en forme preprint sur des archives institutionnelles du type arXiv ou HAL (quasiment à 100%).

L'examen des modes de publications place les mathématiques dans une position particulière par rapport aux autres disciplines et quelques précautions s'imposent. Un rapport de l'[International Mathematical Union](#), indique que le maximum des citations à un article donné survient trois ans après sa publication pour les mathématiques. Les articles en mathématiques conservent pratiquement le même taux de citations même après 10 ans d'ancienneté et encore 50% des citations concernent des articles publiés il y a plus de 10 ans<sup>14</sup>. C'est aussi le résultat mentionné par Étienne Ghys dans son article de

10. Estimations du MESRI.

11. Ce montant d'APC est en fait très proche de l'évaluation des coûts globaux par article effectuée en 2013 par l'éditeur EDP Sciences pour une revue publiant 700 articles par an. La gestion seule du peer-review revient à 230€ lorsque le taux d'acceptation est de 50%.

12. Voir le blog de Tim Vines dans le blog, [The Scholarly Kitchen](#).

13. Rapport Office des Sciences et Techniques-2006.

14. Information de la base de données des citations de [Mathematical Review](#).

2008 à [Image des Mathématiques](#). En physique, il est délicat d'estimer un temps de vie des articles. Ce temps dépend beaucoup de l'objet de la publication. Par exemple une consultation d'articles publiés dans *Physical Review B* indique aussi que 50% des citations ont plus de 10 ans. Il n'est cependant pas surprenant de constater que pour des domaines particulièrement récents on peut n'observer aucune citation à des travaux au-delà de 10 ans. Une étude complète des deux disciplines reposant sur des revues variées serait intéressante à mener.

Les mathématiques et la physique contrastent singulièrement avec les sciences de la vie pour lesquelles le maximum du taux de citations d'un article est atteint moins de deux ans après sa parution et décroît ultérieurement d'un facteur trois en dix ans.

Il existe toutefois une différence notable entre mathématiques et physique; les mathématiciens citent trois fois moins par article que les physiciens et six fois moins que les sciences médicales. Ce grand écart entre mathématiques et sciences médicales n'est que le reflet des tailles des communautés. Il souligne aussi que l'utilisation du facteur d'impact pour comparer des journaux n'a aucun sens lorsqu'il s'agit de disciplines aussi différentes. Ne parlons pas de l'absurdité encore plus manifeste qu'il y a à comparer des chercheurs de disciplines différentes en se basant sur le facteur d'impact des revues dans lesquelles ils publient.

En ce qui concerne l'ouverture de la science et la prise en compte des demandes de la *cOAlition S*, la position de la Société Française de Physique vient d'être clairement exposée dans le numéro 61 *en accès libre* de février 2019 des [Reflète de la Physique](#).

On peut donc résumer en constatant que les disciplines mathématiques et physique ne sont pas tellement éloignées en matière de coutumes de publications. Le rôle des magazines de prestige y demeure modeste même si l'on assiste aussi au souhait de certains physiciens de tenter leurs chances dans les revues spécialisées de prestige. Tant pour les mathématiques que pour la physique, la transition vers l'accès ouvert devrait pouvoir s'effectuer sans changements drastiques dans les pratiques de publication des chercheurs en utilisant les possibilités de la bibliodiversité (archives et plateformes d'épi-journaux) et les facilités déjà offertes par certains éditeurs en matière de dépôt par l'auteur de la version éditée en archives ouvertes sans embargo.

## Vers une solution globale ?

Un consensus semble en voie d'élaboration chez tous les acteurs de la diffusion des résultats scientifiques concernant les objectifs du Plan S. Mais comme ce plan correspond à un profond changement de paradigme, reste à trouver la solution pour le nouveau modèle économique. D'après les dernières annonces de Science Europe, les [modalités d'application du plan](#) laissent la possibilité aux modèles économiques d'évoluer durant la période de transition, (Open Access Transformative Agreements), certains éditeurs ont déjà mis en place de nouveaux modèles. Sur ce point, nous devons rester très vigilants et réactifs. Les très gros éditeurs tirant de solides bénéfices de la publication sont prêts à évoluer mais feront tout pour préserver leurs acquits financiers de l'ancien système. Nous devons veiller tout particulièrement à ce que la très grande centralisation vers les quatre ou cinq gros éditeurs du système lecteur payeur ne se transmette pas dans un système auteur (organisme) payeur.

L'Académie des Sciences peut être considérée comme précurseur en la matière d'ouverture puisque les articles d'auteurs français sont depuis trois ans publiés en accès libre dans les *Comptes Rendus*, les frais de publication étant assumés via le contrat de la Freedom Collection avec Elsevier incluant l'abonnement aux articles hors accès ouvert.

L'éditeur Wiley a conclu en janvier 2019 un accord avec 700 organismes académiques de recherche en Allemagne dans le cadre de la négociation DEAL<sup>15</sup> d'après lequel les quelques 10 000 articles annuels d'auteurs allemands bénéficieront de l'accès ouvert. Il s'agit d'un type d'accès ouvert institutionnel pour lequel les frais de publications sont négociés entre l'éditeur et les organismes financeurs de la recherche du genre de celui proposé par [l'Académie des Sciences en 2014](#).

La Royal Society of Chemistry spécialisée dans les publications en Chimie a annoncé en septembre 2018 un modèle d'un genre un peu différent qui permet l'accès ouvert avec compensation entre frais d'APC et abonnements, (off-setting)<sup>16</sup> avec tous les signataires d'un accord.

Les initiatives auxquelles nous avons fait référence pourraient préfigurer le paysage futur dans

15. [Le contrat entre Wiley et le projet DEAL](#) a été signé le 15 janvier 2019 et les détails sont consultables sur le site de [Wiley](#).

16. Voir la description de ce modèle Read&Publish dans [The scholarly kitchen](#).



lequel les éditeurs continueront à tenir une place moyennant des accords avec les organismes de recherche permettant de contenir les coûts de la transition vers l'accès ouvert. Mais à côté des éditeurs traditionnels, nous devons aussi compter avec le développement des plateformes ouvertes pour les dépôts de preprints ou d'articles évalués et déjà publiés. Ces plateformes ont été étendues aux sciences du vivant et à la biologie avec par exemple [bioRxiv](#) qui n'a démarré sur le modèle d'arXiv qu'en 2013 mais rencontre un franc succès avec actuellement plus de 42000 dépôts. Nous sommes encore loin des 600 articles par jour déposés sur arXiv mais c'est un début encourageant.

L'édition classique et les archives sont complémentaires, chacun apportant ses compétences, l'édition pour sa participation à la gestion de l'évaluation et le copy-editing et les plateformes pour la communication de résultats avant évaluation et l'archivage pérenne de travaux publiés.

Nous n'avons pas abordé un autre aspect de l'ouverture de la science, celui de l'ouverture des données. Ce n'est pas un petit problème. Le plan S demande que les résultats et les données restent propriété des auteurs mais que les contenus puissent être réutilisables même à des fins commerciales. Cette demande d'ouverture complète fortement soutenue par les biologistes en ce qui concerne les données génomiques publiques [2] ne pose sans doute que peu de problèmes pour les mathématiques, la physique ou l'astrophysique, etc. mais qu'en sera-t-il de la chimie et des sciences médicales et biologiques qui sont beaucoup plus tournées vers les applications ?

La Société Française de Physique représentant une bonne partie des physiciens français a pris position comme il est mentionné plus haut dans l'article des Reflets de la physique. La SFP soutient l'objectif du Plan S qui devrait être atteint dans le cadre du Plan national pour la science ouverte de rendre accessibles gratuitement tous les articles de la recherche publique<sup>17 18</sup>.

Il est important de remarquer que les organismes et agences de financement signataires de l'actuel Plan S ne représentent guère plus que 10% du financement de la recherche en Europe comme

le fait remarquer la [Ligue des Universités de Recherche Européennes](#) (LERU) dans un communiqué faisant part de son soutien avec une dizaine de recommandations pour la mise en place du Plan S. Il est donc essentiel que les organismes, les universités, les sociétés savantes et les académies se mobilisent afin de définir les modalités d'une transition qui devra nécessairement recueillir l'adhésion non seulement des pays européens mais aussi de nos partenaires mondiaux que sont les États-Unis, la Chine et l'Inde. Cette coopération a bien débuté avec [le soutien apporté par l'Académie des Sciences aux collègues allemands négociateurs du projet DEAL](#) mais il faudra aller beaucoup plus loin. Les chercheurs ne doivent pas se retrouver seuls face aux grandes maisons d'édition qui préféreraient largement cette situation. La coopération internationale, au minimum européenne, devrait être de mise dans les négociations, un vœu pieux ?

Nous sommes face à un programme très ambitieux mais les défauts du scénario actuel de diffusion tant entre chercheurs que des chercheurs vers la société, des résultats de la science et les données actuellement à plus des deux tiers masqués à la connaissance du grand public derrière des barrières de péage, réapparaîtront dans une science ouverte si la question du modèle d'évaluation des chercheurs n'est pas prise en compte et revue en profondeur. Il s'agit là du cœur du problème. Il doit impérativement faire partie rapidement des réflexions et prises de position des organismes de recherche et des comités d'évaluation.

Comme de nombreuses autres voix, [l'Académie des Sciences](#), la Société Mathématique de France [3] en 2008, puis la SFP [4] avaient déjà alerté la communauté scientifique sur les dangers et même les absurdités de l'évaluation quantitative hâtive. Il est d'ailleurs bien connu depuis l'économiste [Charles Goodhart](#) que « si un indicateur devient l'objectif il cesse d'être une bonne mesure ».

En étant souvent complices eux-mêmes de ce mode d'évaluation les chercheurs ont favorisé les dérives vers une recherche exagérée du prestige occultant la diffusion d'une majorité de travaux de grande valeur et même source de dérives frauduleuses. Il est fréquemment rappelé que les chercheurs publient trop. Un peu de malthusianisme ne

17. Remarques du [Comité pour la Science ouverte](#).

18. La SFP souligne l'importance de la proximité entre sociétés savantes, académies et maisons d'édition afin de maintenir la qualité scientifique des publications et d'éviter toute dérive purement commerciale. Elle estime aussi que le rôle des sociétés savantes dans la validation de la qualité d'une revue doit rester primordiale et ne peut en aucun cas revenir aux agences de moyens comme cela pourrait être le cas avec les demandes actuelles du plan S.

nuirait sans doute pas à la diffusion de la connaissance et l'ouverture de la science pourrait conduire à un effet vertueux, lire plus tout en publiant moins.

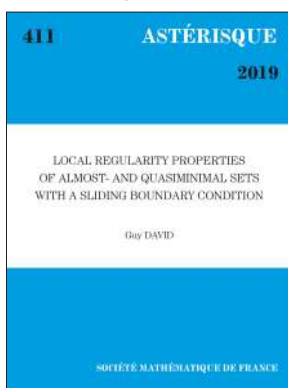
La transition vers l'accès ouvert au savoir favorisée par l'extension du numérique est une grande

chance pour une diffusion utile et honnête des nouvelles connaissances à condition qu'au niveau international tous les acteurs, chercheurs, sociétés savantes, académies, organismes de recherche jouent le jeu de négociations sincères et urgentes.

## Références

- [1] R. VAN NOORDEN. « Open access : The true cost of science publishing ». *Nature News* 495 (2013), p. 426.
- [2] *Science* 363 (2019), p. 350.
- [3] J.-M. SCHLENKER. « Les enjeux de la bibliométrie pour les mathématiques, Société Mathématique de France ». *Gazette des Mathématiciens* 115 (2008), p. 73-9.
- [4] M. KNOOP. *Reflets de la Physique* 43 (2015). URL : [https://www.refletsdelaphysique.fr/articles/refdp/pdf/2015/01/refdp\\_43.pdf](https://www.refletsdelaphysique.fr/articles/refdp/pdf/2015/01/refdp_43.pdf).

## Astérisque - dernières parutions



Vol. 411

### Local Regularity Properties of almost-and Quasiminimal Sets with a Sliding Boundary Condition

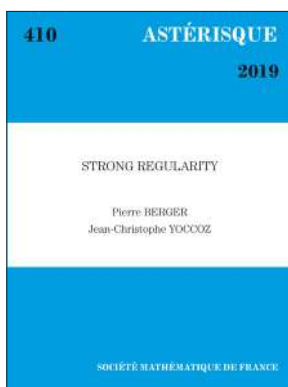
Guy DAVID

ISBN 978-2-85629-906-7

2019 - 380 pages - Softcover. 17 x 24

Public: 65 € - Members: 46 €

We study the boundary regularity of almost minimal and quasiminimal sets that satisfy sliding boundary conditions. The competitors of a set  $E$  are defined as  $F = \varphi_1(E)$ , where  $\varphi_1$  is a one parameter family of continuous mappings defined on  $E$ , and that preserve a given collection of boundary pieces. We generalize known interior regularity results, and in particular we show that the quasiminimal sets are locally Ahlfors-regular, rectifiable, and some times uniformly rectifiable, that our classes are stable under limits, and that for almost minimal sets the density of Hausdorff measure in balls centered on the boundary is almost nondecreasing.



Vol. 410

### Strong Regularity

Pierre BERGER, Jean-Christophe YOCOZ

ISBN 978-2-85629-904-3

2019 - 180 pages - Softcover. 17 x 24

Public: 50 € - Members: 35 €

The strong regularity program was initiated by Jean-Christophe Yoccoz during his first lecture at Collège de France. As explained in the first article of this volume, this program aims to show the abundance of dynamics displaying a non-uniformly hyperbolic attractor. It proposes a topological and combinatorial definition of such mappings using the formalism of puzzle pieces. Their combinatorics enable to deduce the wished analytical properties.

In 1997, this method enabled Jean-Christophe Yoccoz to give an alternative proof of the Jakobson theorem: the existence of a set of positive Lebesgue measure of parameters  $a$  such that the map  $x \rightarrow x^2+a$  has a non-uniformly hyperbolic attractor. This proof is the second article of this volume.

In the third article, this method is generalized in dimension 2 by Pierre Berger to show the following theorem. For every  $C^2$ -perturbation of the family of maps  $(x,y) \rightarrow (x^2+a, 0)$ , there exists a parameter set of positive Lebesgue measure at which these maps display a non-uniformly hyperbolic attractor. This gives in particular an alternative proof of the Benedicks-Carleson Theorem.

Disponible sur le site de la SMF : <http://smf.emath.fr>

\*frais de port non compris





## Procès de Tuna Altinel (ou : « La logique en prison »)

• A. DELORO

Notre collègue Tuna Altinel, de l'Institut Camille Jordan, est en détention provisoire à Balıkesir (Turquie) depuis le 11 mai. Son procès sous le chef d'« appartenance à un groupe terroriste » s'ouvrira le 30 juillet dans cette ville. Un premier procès est déjà en cours sous celui de « propagande pour un groupe terroriste ». Le présent état des événements et actions en cours émane du comité de soutien <sup>1</sup>.

### Le mathématicien

Tuna Altinel est citoyen turc et fonctionnaire français.

Né en 1966 à Istanbul (Turquie), il a soutenu son doctorat de mathématiques à Rutgers University (New Jersey) en 1994. Il est maître de conférences en mathématiques à l'Institut Camille Jordan de Lyon 1 depuis 1996. Ici n'est pas le lieu pour exposer ses importantes contributions aux liens entre la logique et l'algèbre via la théorie des groupes et la théorie des modèles.

### Premier procès (en cours)

Tuna est l'un des 1128 premiers signataires de la pétition dite des *Universitaires pour la Paix*, « Nous, enseignants-chercheurs de Turquie, ne serons pas complices de ce crime! », qui dénonçait les dommages collatéraux sur les populations civiles des opérations militaires au sud-est de la Turquie fin 2015. On trouve aisément sur internet divers rapports d'ONG.

Ce texte pacifiste annoncé en janvier 2016 paraît avoir irrité le pouvoir exécutif turc. Les porte-paroles, dont l'algébriste Kivanç Ersoy (Université

Mimar Sinan; désormais fu Berlin), ont subi plusieurs mois de détention préventive. La *Gazette* en avait parlé dans son [numéro 151 de janvier 2017](#); puis elle s'est aussi fait l'écho du procès toujours en cours d'une autre algébriste et signataire, Ayşe Berkman (Mimar Sinan) dans son [numéro 160 d'avril 2019](#).

Pour mener la série toujours croissante des 755<sup>2</sup> procédures contre les signataires d'un appel pacifiste, le pouvoir judiciaire invoque le plus souvent la « propagande pour un groupe terroriste », délit puni d'un à cinq ans de détention; la diffusion dans les media est circonstance aggravante repoussant la limite à sept ans et demi.

Jusqu'à récemment les peines étaient souvent de 15 mois avec offre de sursis<sup>3</sup> et période probatoire : un vrai coup de semonce contre la liberté d'expression, mais sans peine ferme. Pourtant la condamnation prononcée le jeudi 13 juin contre Noémi Levy-Aksu, historienne de l'Empire ottoman [radiée de l'université du Bosphore](#) et *citoyenne française* à 30 mois de prison (sans sursis), tandis que Füsün Üstel, professeur de sciences politiques retraitée de l'université Galatasaray, a commencé de purger une peine de 15 mois (appel rejeté), montre un durcissement de la répression.

Tuna, signataire poursuivi, a comparu le 28 fé-

1. <http://math.univ-lyon1.fr/SoutienTunaAltinel>

2. En date du 25 juin 2019. Statistiques disponibles sur <https://tinyurl.com/bakdava>.

3. Plus précisément, possibilité de demander l'ajournement du prononcé de la peine si celle-ci résulte inférieure à deux ans; disposition réglée par l'article 231 du code de procédure pénale turc.

vrier ; l'audience a été couverte par un observateur et sa déclaration traduite. Tuna a notamment annoncé qu'il refuserait une offre de sursis car « ce serait renier sa signature ». La prochaine audience de ce procès aura lieu le 16 juillet.

## Retrait du passeport et arrestation

Tuna s'est rendu à Istanbul le 12 avril pour les congés universitaires. Nous rappelons qu'il est citoyen (« mono-national ») turc. Dès son arrivée sur le sol son passeport lui fut retiré sans motif. Par la suite les employés du Palais de Justice lui soutinrent que ce retrait n'était pas lié au procès déjà en cours. Bien que formellement libre, Tuna ne pouvait plus sans passeport rentrer en France pour accomplir ses obligations professionnelles. La SMF et la SMAI ont écrit au Président de la République française pour faire part de leur indignation.

Lors des démarches pour obtenir la restitution de son passeport, Tuna s'est enfin présenté à Balikesir (Turquie) où l'acte de naissance de son père est enregistré. Il y a été placé en garde à vue le 10 mai au soir puis en détention le lendemain. Il s'agit de détention préventive ; l'acte d'accusation ne nous est pas encore connu.

Les réactions de nombreuses sociétés savantes et acteurs du monde politique sont listées sur la page du comité ; ici nommons simplement la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles, l'European Mathematical Society, la Société Mathématique de France, le Committee of Concerned Scientists, la London Mathematical Society, l'American Mathematical Society, l'Institut Henri Poincaré, l'Association for Symbolic Logic ; l'université de Poitiers, l'université Libre de Bruxelles, l'université de Bordeaux, et, bien sûr, l'université Lyon 1. Par ailleurs le député de l'Essonne et mathématicien de renom Cédric Villani a lors d'une Question au gouvernement du 11 juin à l'Assemblée nationale interpellé Jean-Yves Le Drian, ministre de l'Europe et des Affaires Étrangères, tandis que la ministre de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche et de l'Innovation Frédérique Vidal affirme son soutien.

## En prison

Dans la prison de Balikesir<sup>4</sup>, les conditions matérielles de Tuna semblent décentes. Son quartier de quelques 200 mètres carrés, occupé par treize hommes en le comptant, comporte sept sous-cellules. Le jour les prisonniers vivent ensemble, la nuit ils dorment jusqu'à quatre par cellule<sup>5</sup>. Tuna pour le moment n'a qu'un seul compagnon de chambre. Il enseigne le français et l'anglais à ses co-détenus ; son moral est solide ; sa famille a le droit de lui rendre une visite hebdomadaire ; il peut acheter de la nourriture en plus de l'ordinaire, et de quoi écrire.

« La vie en prison, c'est un peu comme la vie partout ailleurs. Le lever du soleil y existe aussi. Pareil pour le coucher. Sauf qu'on ne voit pas le soleil. Les jours commencent, finissent, s'ajoutent... ou peut-être s'épuisent-ils. Ainsi se comptent les miens aussi. »

*Lettre du 30 mai 2019*

## Second procès (en attente)

Dans la seconde affaire, Tuna sera jugé sous le chef d'« appartenance à un groupe terroriste ». Le ministère public fera sans doute valoir sa participation à une réunion dénonçant les exactions sur les populations civiles des opérations militaires au sud-est de la Turquie fin 2015.

Cette réunion tenue à Villeurbanne (France) était légalement déclarée par l'association légalement déclarée « Amitiés kurdes de Lyon et Rhône-Alpes » ; puisqu'elle est au cœur des enjeux judiciaires, exposons son objet précis. Il s'agit d'un épisode contesté des opérations militaires dont le lieu aurait été la ville de Cizre ; un film était projeté en la présence de l'ancien député de la Grande Assemblée nationale turque Faysal Sarıyıldız, radié pour absentéisme (actuellement hors de Turquie ; exil en lien avec des poursuites en justice contre lui). Le lecteur pourra consulter l'entrée « Couvre-feu sur Cizre entre décembre 2015 et février 2016 » sur Wikipédia, et plus spécifiquement la partie sur le « massacre des sous-sols ».

4. <http://www.balikesirlcik.adalet.gov.tr/cezaevi/index.html>

5. Cf. capacité nominale sur [https://en.wikipedia.org/wiki/Prisons\\_in\\_Turkey#Prison\\_types](https://en.wikipedia.org/wiki/Prisons_in_Turkey#Prison_types), la prison de Balikesir étant « de type L ». Le quartier est ainsi prévu pour sept hommes ayant cellule individuelle ; garder à l'esprit la surpopulation carcérale en Turquie, attribuable à l'effet des purges consécutives au 15 juillet 2016.

6. <http://www.balikesir.gov.tr/basin-bulteni-1779> (turc)

Le gouverneur (préfet) de Balıkesir affirme dans un communiqué officiel<sup>6</sup> mais sans donner de preuve que l'association organisatrice de la réunion serait une émanation du PKK, groupe classé terroriste par l'Union Européenne. Indépendamment de la qualité de cette affirmation, la présomption d'innocence de Tuna paraît peu respectée. Sous le chef

d'appartenance à un groupe terroriste, le ministère public turc peut requérir jusqu'à 15 ans.

Tuna Altinel comparaitra le 30 juillet. Le comité de soutien compte sur le gouvernement français pour défendre l'un de ses fonctionnaires, poursuivi en justice pour avoir exercé la liberté d'expression.

## Soutien à Tuna Altinel

Ce texte émane du comité de soutien à Tuna Altinel ; visitez sa page :

<http://math.univ-lyon1.fr/SoutienTunaAltinel/>

Vous pourrez :

- avoir plus de détails sur l'affaire et rester informé des développements, soit par consultation régulière, soit par inscription à la liste de diffusion ;
- signer, faire signer, et partager la pétition ; *celle-ci n'est pas réservée aux collègues de Tuna, ni aux mathématiciens, ni aux universitaires :*

<https://math.univ-lyon1.fr/petitionTunaAltinel/>

- trouver l'inspiration pour écrire à Tuna dans sa prison. Il sera ravi de lire votre dernier article de recherche accompagné d'une lettre en turc, exemple fourni sur la page. Même un simple mot de soutien lui apportera du réconfort.

**ETH** zürich

### Professor of Mathematics

→ The Department of Mathematics ([www.math.ethz.ch](http://www.math.ethz.ch)) at ETH Zurich invites applications for the above-mentioned position.

→ Successful candidates should demonstrate an outstanding research record and a proven ability to direct research work of high quality. Willingness to participate in collaborative work both within and outside the school is expected. The new professor will be responsible, together with other members of the department, for teaching undergraduate (German or English) and graduate level courses (English) for students of mathematics, natural sciences, and engineering. In addition, willingness and ability to contribute to the teaching in the joint Master of Science in Quantitative Finance (with University of Zurich) are expected.

→ **Please apply online: [www.facultyaffairs.ethz.ch](http://www.facultyaffairs.ethz.ch)**

→ Applications should include a curriculum vitae, a list of publications, a statement of future research and teaching interests, and a description of the three most important achievements. The letter of application should be addressed **to the President of ETH Zurich, Prof. Dr. Joël Mesot. The closing date for applications is 30 September 2019.** ETH Zurich is an equal opportunity and family friendly employer and is responsive to the needs of dual career couples. We specifically encourage women to apply.



# Nouvelles du CoNRS

## Section 41 du CoNRS - un point sur 3 ans

- D. BRESCH
- M. de la SALLE

La section 41 du comité national de la recherche scientifique (CoNRS), intitulée *Mathématiques et interactions des mathématiques*, est chargée principalement de l'évaluation scientifique pour les mathématiques au CNRS, y compris l'étape d'admissibilité pour les concours de recrutement. Elle travaille en étroite collaboration avec l'INSMI, qui est chargé de la politique scientifique. Après 3 années de mandat nous faisons ici un point sur sa mandature.

Nous rappelons la page de la section : <http://cn.math.cnrs.fr/> où l'on peut trouver toutes les informations importantes liées à la section 41 du CoNRS.

Le mandat actuel de la section 41 s'étend sur plusieurs années, ce qui lui permet d'avoir une vision de l'évaluation globale sur la durée de son mandat, mettant l'excellence scientifique comme premier critère, et tendant à refléter au maximum tout le spectre des mathématiques. La section 41 est convaincue que l'échange qui a lieu chaque année lors d'une réunion entre le président de la section et les présidents de sociétés savantes (SFDs, SMAI, SMF) est bénéfique pour notre communauté mathématique car il est à la base d'un dialogue efficace qui prend en compte les mathématiques dans toute leur diversité dans un esprit d'unité plutôt que d'opposition. Il tient également à rappeler que l'équilibre hommes/femmes, avec au centre des décisions l'excellence scientifique, fait partie des points d'attention de la section (dont la composition est d'ailleurs proche de la parité hommes/-femmes avec 9 femmes et 12 hommes). La force des mathématiques au CNRS est la concertation et l'échange continu entre la section 41, l'INSMI et les DU comme cela a été confirmé lors d'une réunion tri partites en juillet 2018. Cette spécificité, qu'il faut préserver, coûte que coûte, assure un travail en profondeur au service de l'excellence des mathématiques françaises.

Nous allons dans les sections suivantes faire le

point, sur ces trois années passées, sur les délégations, les promotions, les médailles, les recrutements, la PEDR et les évaluations des chercheur.e.s qui sont parmi les principales missions des sections. Les autres informations sont disponibles sur la page internet de la section 41. Les membres de la section 41 sont toujours prêts à discuter (hors période de concours) mais regrettent parfois certains commentaires et comportements extérieurs individuels voire collectifs.

### Mouvements dans la section

La section 41 a été renouvelée à l'automne 2016 pour le mandat 2016-2021. En automne 2017, Benoît Claudon (promotion PR) et Bertrand Toën (Lauréat ERC) ont été remplacés respectivement par Adrien Dubouloz et François Charles. Françoise Bouillet a fait valoir son départ à la retraite en décembre 2018 et sera remplacée par Isabelle Bellier à compter de l'automne 2019.

### Délégations

Les sections du comité national sont consultées pour les demandes d'accueil en délégation au CNRS des enseignants-chercheurs. Elles évaluent l'aspect scientifique du projet des candidats. Les décisions sont prises par le CNRS après proposition des instituts, en s'appuyant sur les avis des sections, du laboratoire d'accueil et de l'établissement des candidats. La première année de mandat, les demandes de délégation arrivaient au même moment que les dossiers liés au concours et les candidats à la délégation étaient informés du succès ou non de leur demande très tardivement. Depuis 2018, les dossiers sont arrivés plus tôt et la section 41 a donc pu faire remonter ses avis sur toutes les demandes à l'INSMI début février. Cette année, les candidat.e.s ont pu être informé.e.s des résultats en avril.

Cette année, il y a eu moins de demandes de délégations. Une conséquence est qu'il y a eu moins de délégations accordées que les années précédentes (94 années équivalent temps plein pour 2019-2020 à la place de 105 l'année précédente). À noter que les règles pour les délégations changent malheureusement régulièrement. Cette année une note du CNRS stipulait que les demandes notée B par leur établissement d'origine ne pourraient obtenir de délégation, sauf accord explicite des établissements. Certaines demandes, pourtant fortement soutenues par la section 41 et l'INSMI, n'ont pas obtenu de délégation cette année pour cette raison : nous déplorons cet état de fait.

## Promotions

La direction du CNRS a demandé, depuis 2018, que le pourcentage de femmes promues chaque année dans une section et dans un corps soit au moins égal au pourcentage de femmes promouvables dans cette section et dans le corps considéré. Une discussion est engagée pour les promotions DRCE1 avec l'INSMI car actuellement 4 femmes et 3 hommes ont été promus dans ce corps sur son mandat et la section 41 souhaiterait assouplir cette directive pour éviter les conséquences dues aux petits chiffres et permettre un rééquilibrage si le comparatif des dossiers l'exige.

### Promotions CR1 et promotions CRHC (Hors Classe)

L'année universitaire 2017-2018 a vu l'apparition de la hors classe pour les CR (CRHC) ainsi que la disparition de la première classe (CR1). La première année des promotions hors classe s'est déroulée en session de printemps 2018 avec effet rétroactif au premier octobre 2017. Les promotions suivantes ont lieu comme toutes les promotions en session d'automne. Tout.e chargé.e de recherche de classe normale parvenu.e au septième échelon et ayant au moins quatre ans de services effectifs peut postuler au grade CRHC. Contrairement aux anciennes promotions CR1, la promotion CRHC n'est pas automatique au vu de l'avancement dans l'échelon, et le dossier scientifique est évalué avec attention. Dans la lettre de cadrage d'Antoine Petit, il était cependant demandé une attention très particulière à l'ancienneté dans le grade pour une meilleure gestion de carrière des agents avec une attention également en ce qui concerne le genre. Après deux

campagnes et 19 promotions CRHC, nous parvenons maintenant aux dossiers tout juste en deçà de 10 ans d'ancienneté dans le dixième et dernier échelon de la classe normale.

Les promotions hors classe ont été les suivantes :

- 2017 (48 candidats) : Colette Anné, Jocelyne Bion Nadal, Marc Cabanes, Jean-Marc Drézet, Michel Gros, Patrick Iglesias, Pierre Lochak, Michel Parigot, Yves Raynaud, Jie Wu.
- 2018 (32 candidats) : Alain Albouy, Michel Balazard, Corinne Blondel, Gilles Cassier, Marc Chardin, Carl Graham, Dominique Manchon, Olivier Ramaré, Michel Vaquié.

Tous les 23 candidats à la promotion CR1 avant l'automne 2018 (date de la disparition du grade) ont été promus.

### Promotions DR1, DRCE1, DRCE2

Le passage DR1 est très difficile et la section rappelle aux candidat.e.s que les dossiers scientifiquement incontournables (résultats scientifiques et reconnaissance internationale) remplissant les critères de responsabilités collectives fortes et d'encadrement doctoral sont prioritaires. Il est normal d'attendre d'un directeur ou d'une directrice de recherche de diriger des recherches et de consacrer une part de son temps au collectif. Le passage DRCE1 est un passage extrêmement difficile au vu de la pression existante et du très faible nombre de promotions possibles actuellement par an. L'année 2018, la section 41 avait décidé de ne pas proposer de promotion DRCE2 mais trois promotions DRCE1. Lors de la session d'automne 2019, quatre promotions DRCE2 ont été demandées par l'INSMI (après avis de la section) et obtenues pour permettre l'an prochain d'avoir normalement plus de promotions DRCE1 possibles : il s'agit là d'un mécanisme administratif d'inter-dépendance des promotions possibles dans un grade en rapport avec le nombre de chercheur.e.s dans le grade supérieur.

### Promotions DR1

- 2017 : Serge Cantat, Rémi Carles, Laurent Habsieger, Vincent Lafforgue, Philippe Laurençot, Ellen Saada, Olivier Schiffmann, Jean-Yves Welschinger.
- 2018 : Cédric Bonnafé, Sylvain Crovisier, Cyril Imbert, Jérôme Los, Catherine Matias, Tanguy Rivoal, Hatem Zaag.

- 2019 : Boris Adamczewski, Virginie Bonnaillie-Noël, Jérôme Buzzi, Agnès Desolneux, Bas-sam Fayad, Andrei Moroianu, Jérémie Szeftel.

### Promotions DRCE1

- 2017 : Hajer Bahouri, Pierre Colmez,
- 2018 : Viviane Baladi, Philippe Biane, Karine Chemla,
- 2019 : Jean Dolbeault, Alice Guionnet.

### Promotions DRCE2

- 2017 : Gérard Besson,
- 2018 : Pas de promotion,
- 2019 : Hajer Bahouri, Yann Brenier, Vincent Giovangigli, Patrice Philippon.

### Conseils aux candidats

- Pour les demandes de promotion, les candidat.e.s devront faire l'effort de séparer publications dans les revues à comité de lecture et proceedings.
- Pour des profils à l'interaction, les candidat.e.s veilleront à bien séparer la liste des articles publiés dans des revues de mathématiques de la liste des articles publiés dans des revues d'autres disciplines.
- Les candidat.e.s doivent veiller à expliquer en quelques phrases les apports mathématiques liés à leurs travaux et pour des travaux à l'interaction la plus value pour les autres disciplines et le développement de nouvelles mathématiques que cela a entraîné.
- Pour toutes les promotions, la course au nombre (par exemple de séminaires, de conférences) est inutile : il faut bien évidemment privilégier qualité à quantité. Pour chacune des productions citées dans les dossiers, les chercheur.e.s doivent en expliquer la portée, l'impact et la plus value en rapport à l'existant.

### Médailles de bronze, d'argent et d'innovation

La direction du CNRS fonde sa politique de reconnaissance par les médailles sur un principe de parité homme/femme. Dans le processus de sélection, il est demandé chaque année à la section de

proposer deux noms pour la médaille d'argent et deux noms pour la médaille de bronze : un homme et une femme dans chaque cas. La sélection finale de la paire adoptée est effectuée en comité de direction du CNRS. Sur les trois années de mandature effectuée, les lauréat.e.s sont :

- 2017 : Bronze (Béatrice de Tilière), Argent (Christophe Breuil)
- 2018 : Bronze (Anne-Laure Dalibard), Argent (Grégory Miermont)
- 2019 : Bronze (Ludovic Métivier), Argent (Viviane Baladi).

À noter également l'obtention de la médaille de l'innovation CNRS en 2017 par Raphaèle Herbin.

### Concours

La section 41 compose le jury d'admissibilité des concours CNRS pour les mathématiques. Le classement final est établi par un jury d'admission, distinct et indépendant du jury d'admissibilité. La direction du CNRS a tenu à réaffirmer récemment la possibilité pour le jury d'admission de modifier les classements établis par le jury d'admissibilité. En 2017 et 2018, il n'y a eu qu'un seul changement sur les listes, lié à la démission d'un candidat entre l'admissibilité et l'admission.

Il est rappelé que les membres du jury ne doivent pas être contactés pendant la période du concours et que le cadre législatif impose que toute demande, et plus généralement tout message, passe par le service des concours. Nous rappelons également que les lettres de recommandation doivent être envoyées officiellement et qu'il est impossible à la section 41 de prendre en considération tout document qui ne soit pas officiellement validé par le service des concours.

Nous reportons ci-dessous un bilan des recrutements sur les trois dernières années. Pour les concours 2017 et 2018, les listes sont les listes principales d'admission, qui coïncident avec les listes de chercheurs effectivement recrutés par le CNRS. Pour le concours 2019, les prises de fonctions n'ayant pas encore eu lieu, nous donnons les listes principales et complémentaires d'admission, ou d'admissibilité pour les concours dont le jury d'admission n'a pas encore eu lieu au moment de la rédaction de ce texte.

## Bilan du concours 2017

- Concours CR2 général : Juliette Bavard, Kestutis Cesnavicius, Thomas Dreyfus, Marco Golla, Henri Guenancia, Jacek Jendrej, Adrien Le Boudec, Sylvain Rideau, Olivier Taibi
- Concours CR2 interaction : Charlotte Perrin, Yann Traonmillin
- Concours CR2 section 41 pour l'NS21 : Émilie Devijver
- Concours CR1 : Yonatan Harpaz, Sergio Simonnella
- Concours DR2 : Frédéric Bernicot, Yves de Cornulier, Nathalie Eisenbaum, Boris Kolev, Gilles Stoltz, Dimitri Zvonkine

## Bilan du concours 2018

- Concours CRCN général : Eddie Aamari, Fabrizio Bianchi, Yohann Brunebarbe, Ricardo Campos, Lenaïc Chizat, Helge Dietert, Jehanne Dousse, Frederica Fanoni, Daniel Fiorilli, Arthur-César Le Bras, Andrea Seppi, Martin Vogel
- Concours CRCN interaction : Paul Escande, Flavia Iurlano, Cécilia Lancien, Frédéric Marbach
- Concours CRCN section 41 pour l'np : Guillaume Barraquand
- Concours DR2 : Xavier Caruso, Stéphane Druel, Carlos Matheus Silva Santos, Romain Tessera, Cristina Toninelli, Julien Vovelle

## Bilan du concours 2019

- Concours CRCN général (11 postes) :
  1. ex aequo : Charles Collot, Mitia Duerinckx, Thomas Leblé, Luc Lehericy, Amine Marrakchi, Nicolás Matte bon, Wei Qian, Adrien Sauvaget, Yunqing Tang, Benjamin Wesolowski, Zhiyuan Zhang
  12. Marco De Renzi, 13. Duc Viet Vu, 14. Giacomo Canevari, 15. Diego Izquierdo
- Concours CRCN Interaction (3 postes) :
  1. Charles Bertucci, Geneviève Dusson, Barbara Gris
  4. Andrei Kupavski, 5. Aline Marguet
- Concours CRCN section 41 pour l'np (1 poste) : (résultats d'admissibilité)
  1. Sanjay Ramassamy
  2. Frederico Zerbini

- Concours DR2 général : (résultats d'admissibilité)
  1. Pierre Berger, Charles Bordenave, Sylvain Ervedoza, Fanny Kassel, Olivier Ramaré, Vincent Vargas
  7. Olivier Wittenberg, 8. David Sauzin
- Concours DR2 fléché : (résultat d'admissibilité)
  - Sophie Morel

## Conseils aux candidats

- Les candidat.e.s au concours CR interaction doivent faire un projet en réelle interaction avec d'autres disciplines. Un dossier sans mention de collaborateur.e.s possibles d'autres disciplines et sans descriptif de l'interdisciplinarité ne peut pas être pris en considération. Des lettres de recommandation avec une analyse scientifique sur la pertinence de l'interaction par les chercheur.e.s des autres disciplines sont un plus non négligeable.
- Les lettres de recommandation doivent comporter des descriptifs scientifiques et des commentaires quant à la teneur de la science développée par les candidat.e.s. Les lettres de recommandations mentionnant seulement : « prenez-le, c'est le meilleur », « prenez-la, c'est la meilleure » ou tout équivalent sont inutiles.
- Pour les candidatures DR2, avoir encadré au moins un doctorant et avoir assumé des responsabilités collectives sont bien évidemment un plus.

## PEDR

Lors des deux précédents mandats, la section 41 avait décidé de ne pas s'occuper des primes. De ce fait, un comité *ad hoc* était mis en place chaque année par l'INSMI. En début de mandat de la section, la direction de l'INSMI a proposé à la section de prendre en charge la pré-sélection des candidatures à la PEDR, qui est le processus normalement prévu. La section 41 a accepté, considérant être la plus à même de connaître les dossiers. Elle est également mieux identifiée par la communauté mathématique plutôt qu'un comité formé de manière *ad-hoc*. Malgré tout, lors de la session de printemps 2019 et après trois années de fonctionnement, la section a décidé de ne plus participer au processus de sélection des PEDR. Elle a également voté la motion suivante sur la PEDR :

Après trois années de prise en charge des candidatures à la PEDR, la section 41 décide de ne plus participer à ce processus de sélection à compter de l'année universitaire 2019/2020. Le système actuel des primes et leur trop grande rareté au regard de la grande qualité des activités des chercheur.e.s rendent les critères inapplicables et mènent inévitablement à des arbitrages insatisfaisants. La section espère que la loi de programmation pluriannuelle de la recherche sera l'occasion de faire évoluer positivement la situation.

À titre d'information, cette session de printemps 2019 par exemple la section a eu 58 candidatures, en très grande majorité excellentes, et devait faire remonter une liste d'environ 20 personnes. Le nombre de candidatures retenues tournera autour de 10 et tout le monde peut donc comprendre la signification de la motion adoptée. La section tient à remercier les quelques personnes qui ont postulé pour faire nombre mais qui ne désiraient pas obtenir la PEDR. Dans le format actuel, le nombre de primes possibles en mathématiques est en effet proportionnel aux nombres de dossiers déposés comme nous

l'avions rappelé dans certains compte-rendus.

## Évaluation à mi-vague et à vague des chercheur.e.s.

Chaque chercheur.e doit statutairement fournir sur la base du quinquennal de son laboratoire : un compte-rendu annuel d'activité (CRAC) chaque année, un rapport à mi-vague, et un rapport à vague portant sur les 10 semestres précédents. La section souhaite rappeler que les rapports à mi-vague et à vague ne doivent contenir que les informations liées à la période considérée (5 semestres précédant l'évaluation pour le rapport à mi-vague, 10 pour le rapport à vague). Ces deux rapports doivent contenir une analyse des travaux effectués sur la période (résultats scientifiques en rapport à l'existant) et le rapport à vague doit contenir un projet de recherche sur les 5 ans à venir convaincant, suffisamment détaillé et structuré. La section demande aux chercheur.e.s de veiller à ce que les documents fournis soient structurés, concis et agréables à lire.

Chaque chercheur.e peut contacter le président de la section si il ou elle désire échanger sur des difficultés rencontrées.



# Mathématiques étonnantes

## Un nouveau cycle de conférences publiques de la SMF

La promotion des mathématiques au-delà de notre communauté est l'une des missions de la Société Mathématique de France. La SMF organise notamment plusieurs cycles de conférences s'adressant à différents publics : élèves, étudiant.e.s ou enseignant.e.s, du lycée à l'université.

• J. BUZZI

### 1. Deux cycles déjà en place

Depuis respectivement 2005 et 2008, la SMF organise les deux cycles suivants :

- « Un texte, un mathématicien » pour les lycéennes et lycéens, à la Bibliothèque nationale de France, et en partenariat avec *Ani-math* (comité scientifique : N. Anantharaman, M. Andler, J. Buzzi, S. Cantat, I. Gallagher, D. Harari, G. Pagès).
- « Une question, un chercheur » pour les élèves de classes préparatoires aux grandes écoles et les étudiantes et étudiants de licence, à l'Institut Henri Poincaré en partenariat avec la Société Française de Physique, l'Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques et l'Institut d'Astrophysique de Paris (comité d'organisation : S. Benzoni, P. Boissé, O. Bouverot, J. Buzzi, A. Le Rille, R. Mansuy).

Ces cycles donnent lieu à cinq conférences annuelles qui sont l'occasion pour un(e) collègue d'expliquer ses recherches en les situant dans un contexte historique ou par rapport à une interrogation candide. Le succès de ces deux cycles ne se dément pas : le grand auditorium de la BnF et l'amphithéâtre Hermite de l'IHP sont régulièrement remplis.

Nous nous efforçons d'en augmenter et d'en diversifier le public par une large communication *a priori*, la mise en ligne des vidéos *a posteriori* ainsi que la reprise de conférences à travers la France. Ces conférences devraient également fournir une

matière intéressante aux enseignantes et enseignants du secondaire, par exemple à travers les « labomaths » mis en place par l'éducation nationale.

### 2. « Mathématiques étonnantes », un nouveau cycle de conférences

Ce cycle a été lancé cette année (comité scientifique : V. Borelli, J. Buzzi, A. Desolneux, P. Lafitte, F. Le Roux, F. Rouillier, J.-P. Tual). Il s'agit de mettre en avant les interactions de *toutes sortes* de mathématiques, que ce soit avec l'industrie, les sciences ou entre différents domaines des mathématiques. Cet objectif nous semble particulièrement important à l'heure où les recrutements universitaires en mathématiques ont baissé de moitié<sup>1</sup> malgré l'omniprésence des « sciences numériques », de l'intelligence artificielle ou du *big data*.

Nous avons intitulé ce cycle « Mathématiques étonnantes » car nous espérons qu'il contribuera à changer l'image des mathématiques en donnant à voir leur rôle et leur unité. Pour promouvoir leurs interactions, nous avons choisi un format original et spécifique : deux chercheuses ou chercheurs se relaient pour expliquer leur rencontre intellectuelle. Le niveau d'une troisième année de licence de mathématiques doit permettre de parler un peu précisément. C'est aussi un moment où l'on se pose des questions sur son orientation.

1. Chiffres calculées à partir des archives de <http://postes.smai.emath.fr> : moyenne de 62,7 postes de MCF en 2017-2019 contre 139 en 2006-2011.

La première conférence intitulée « Hackers vs équations diophantiennes », a eu lieu en avril à Jussieu dans le cadre du séminaire pour étudiants Aromaths. Les deux conférenciers (Razvan Barbulescu du CNRS, et Sébastien Canard d'Orange) ont expliqué l'apport de la théorie des nombres, et plus précisément des accouplements de courbes elliptiques, à la cryptographie contemporaine.<sup>2</sup> Le public d'une centaine de personnes mêlait étudiants du supérieur, enseignants du secondaire, comme universitaires et chercheuses et chercheurs de l'industrie et de l'université. Les questions ont témoigné de l'intérêt suscité.

Le 8 octobre prochain à Orsay, Olivier Faugeras (INRIA/Académie des sciences) et Yves Frégnac (Neuro-PSI) raconteront les mathématiques de la perception visuelle. Un troisième partenariat avec les soirées mathématiques de Lyon se met en place. Nous souhaitons également faire voyager ces conférences par des éditions en province. N'hésitez pas à nous contacter si vous souhaitez accueillir l'une d'entre elles.

Nous espérons que le public sera au rendez-vous et qu'il en ressortira étonné et convaincu de l'unité et l'importance des mathématiques!

**MATHÉMATIQUES ÉTONNANTES**

Mathématiciens & scientifiques racontent en duo leurs rencontres étonnantes

$$\frac{\partial V}{\partial t}(\mathbf{r}, t) = -\alpha V(\mathbf{r}, t) + \int_{\Omega} w(\mathbf{r}, \mathbf{r}') S(V(\mathbf{r}', t)) d\mathbf{r}' + I(\mathbf{r}, t)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}(\mathbf{r}, t) = -\alpha V(\mathbf{r}, t) + \int_{\Omega} w(\mathbf{r}, \mathbf{r}') S(V(\mathbf{r}', t)) d\mathbf{r}' + I(\mathbf{r}, t)$$

8 octobre 2019 à 17h30

**Perception visuelle et équations intégréo-différentielles**

OLIVIER FAUGERAS, Inria/Académie des sciences  
YVES FRÉGNAC, Neuro-PSI

Renseignements et inscription : [smf.emath.fr/conference-hallucinations](http://smf.emath.fr/conference-hallucinations)

Amphi Jean-Christophe Yoccoz  
Institut de Mathématique d'Orsay

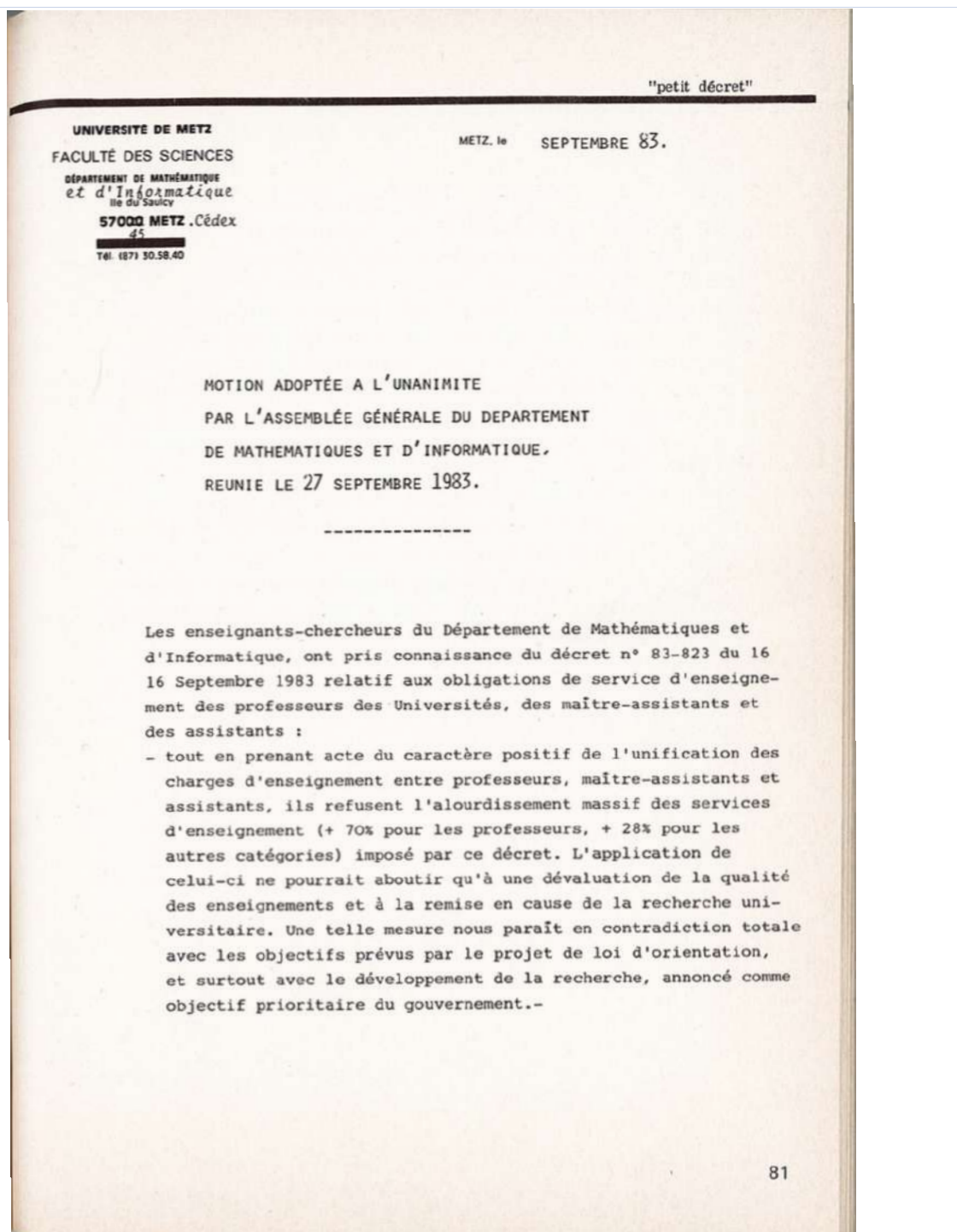
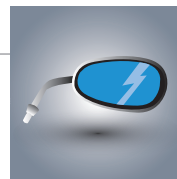
Société Mathématique de France SMF

MATHEMATIQUES ORSAY FMJH INRIA UNIVERSITÉ PARIS SUD FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY FONDATION BLAISE PASCAL

2. La conférence est visible sur le site web de la SMF.

Le 16 septembre 1983, le décret 83-823, alias le « petit décret », fixait les services des enseignants-chercheur aux fameuses 192 heures équivalent TD, avant la loi Savary de 1984. La Gazette publiait les réactions de laboratoires, comme celle-ci...

## RÉTROVISEUR





## Alex Grossmann, un homme multidisciplinaire

1930 - 2019

• T. PAUL

Alex Grossmann marque de son sceau ce qu'il est convenu d'appeler la physique mathématique. Mais ceux qui connaissent bien Alex savent qu'il n'aimait pas cette expression ambiguë, déséquilibrée et devenue, au fil du temps, disciplinaire. Tout son contraire, lui qui a su, et avec quel succès, être profondément ancré dans une pensée multidisciplinaire.

à Alain Arnéodo

La carrière scientifique d'Alex Grossmann peut schématiquement se diviser en trois périodes. Il se consacre tout d'abord, à partir de 1960, à la mécanique quantique et à des questions importantes d'analyse s'y rapportant. Il s'est plus récemment tourné vers la génétique et la biologie. Et bien sûr, à partir de 1983, c'est essentiellement le développement de l'analyse en ondelettes qui l'occupe.

Il en est l'un des fondateurs initiaux.

Toutefois le succès rencontré par cette nouvelle théorie tant au niveau théorique que dans ses diverses applications, ne doit pas faire oublier l'ampleur et la diversité de la contribution scientifique d'Alex Grossmann, brièvement – et donc partiellement – présentée dans ce texte. Ce qui frappe le plus lorsque l'on consulte les articles qu'il a publiés depuis le tout début des années soixante (le premier date de 1960), c'est le nombre de premiers pas décisifs qu'il a effectués et l'influence qu'a générée sa vision très personnelle (géométrique disent certains) de l'analyse mathématique sur tant d'autres domaines que les ondelettes.

### Physique théorique

Les premiers travaux importants d'Alex Grossmann (1961-62) sont consacrés à la théorie de la

diffusion. Dans une série d'articles, certains en collaboration avec T.T. Wu, les propriétés d'analyticité des amplitudes de diffusion, appelées à devenir si importantes par la suite, sont discutées rigoureusement pour la première fois, avec des résultats tout à fait originaux et novateurs.

Une deuxième série de travaux se rapporte plutôt à l'analyse pure et va conditionner sa démarche pendant plusieurs années, dans le but de trouver un cadre naturel pour la théorie quantique de la diffusion. Une famille concrète d'espaces de Hilbert, invariants par transformation de Fourier et pouvant contenir des distributions non tempérées, en vue d'une description correcte d'opérateurs très singuliers. Dans sa recherche de propriétés spectrales « invariantes » par changement d'espace de Hilbert, Alex Grossmann introduit en 1966-67 une classe nouvelle d'espaces fonctionnels, les « Nested Hilbert Spaces » (sorte de treillis d'espaces de Hilbert), qu'il voulait voir produire une théorie satisfaisante des résonances et qu'il généralisera (et simplifiera) dix ans plus tard, avec J.-P. Antoine, par les espaces à produits internes partiels. De cette théorie découlera quelques années plus tard la méthode des dilatations complexes de J.M. Combes (et J. Aguillar) : les résonances sont les valeurs propres de l'opérateur de Schrödinger « complexifié ». Il faut

reconnaître là bien plus que l’empreinte des idées d’Alex Grossmann.

Un article pionnier de 1970, avec G. Loupiau et E. Stein, présente pour la première fois une théorie semi-classique mathématique du processus de quantification par l’étude systématique d’opérateurs pseudo-différentiels avec constante de Planck, maintenant communément utilisés tant en physique qu’en mathématiques. Alex Grossmann reviendra à la fin des années des 70 aux problèmes de quantification, avec la mise en évidence du rôle important joué, dans le procédé de quantification de Weyl-Wigner, par l’opérateur de symétrie autour de l’origine translaté dans l’espace de phases, qu’il appelait volontiers « un saut de mouton ». Ici aussi de nombreux travaux suivront jusqu’à la thèse de doctorat d’I. Daubechies (1980). Bien longtemps après, la transformée de Wigner est devenue un « classique » en analyse semi-classique et plus récemment en théorie des équations cinétiques. La vision algébrique d’Alex Grossmann reste une source d’inspiration constante dans ce domaine, ce qui nous amène au sujet suivant.

Si le lien entre analyse et algèbre devient de plus en plus présent de nos jours sur la scène de la physique (théorique et mathématique), il est important de mentionner qu’Alex Grossmann a été le premier à exhiber une situation physique naturelle (théorie du solide avec champ magnétique) dont l’algèbre de von Neumann associée est de type II (et non de type I). Ce travail pionnier date de 1972, bien avant la géométrie non commutative et la théorie mathématique de l’effet Hall quantique.

Alex Grossmann s’est intéressé et investi dans de nombreux problèmes physiques comme la théorie quantique des champs, la physique statistique et la relativité. Mais sa bibliographie montre clairement que son cheminement scientifique l’a régulièrement ramené à des questions de physique de l’état solide (hamiltoniens de Bloch, transformée de Zak), et particulièrement l’étude des propriétés spectrales d’hamiltoniens concrets relevant du concept d’interaction ponctuelle : le modèle monodimensionnel de Kronig-Penney des années trente généralise mal mathématiquement en dimension supérieure (pseudo-potentiels de Fermi sur lesquels Alex Grossmann reviendra dans les années 80), la masse de Dirac étant une perturbation trop forte pour préserver le caractère auto-adjoint du laplacien, excepté une définition rigoureuse mais un peu « exotique » et peu maniable en analyse non-standard. Dans un article avec R. Høegh-Krohn et

M. Mebkhout, le problème est en quelque sorte démythifié par une définition de type analyse fonctionnelle : c’est sur la résolvente qu’il fallait travailler.

Il faudrait encore parler de quantification des transformations canoniques (réelles et complexes), des interactions champs-atome, de la théorie des antennes...

## Ondelettes

La deuxième partie de la carrière scientifique d’Alex Grossmann se confond avec l’histoire des ondelettes. Ayant travaillé longtemps avec le groupe de Weyl-Heisenberg, Alex Grossmann était l’interlocuteur idéal pour un géophysicien qui se posait depuis des années le problème de l’échantillonnage de signaux sismiques. De tels signaux, témoins de toutes les couches géologiques, présentaient la difficulté majeure de n’avoir pas d’échelle caractéristique, ruinant l’application des méthodes temps-fréquences, associées à une fenêtre d’observation fixée à l’avance. En proposant une analyse temps-échelle basée sur des développements en « ondelettes de forme constante », Jean Morlet apportait une solution technique prometteuse, comme le démontraient certains tests numériques très encourageants. En réalisant que cette approche phénoménologique était équivalente à une décomposition en états cohérents généralisés, Alex Grossmann comprit qu’il fallait passer du groupe de Heisenberg au groupe affine «  $ax + b$  », les translations cédant leur place aux dilatations, plus sensibles aux détails à petite échelle des signaux sismiques. Nous voyons là un aspect épistémologique extrêmement important : ce ne sont pas les états cohérents de la mécanique quantique qui ont été utiles en théorie du signal, mais ce sont bien eux, en revanche, qui ont permis à Alex Grossmann d’effectuer ce pas décisif d’une profonde compréhension théorique, abstraite presque, des méthodes empiriques de Jean Morlet. Pas décisif qui a donné lieu au développement si fructueux et si multidisciplinaire des ondelettes.

En donnant, au début des années 80, un cadre rigoureux aux concepts de cette nouvelle décomposition temps-échelle, Alex Grossmann et Jean Morlet posaient les fondations de la transformation en ondelettes continues. C’est ainsi qu’est née la théorie « des ondelettes ». Celle-ci va très vite connaître un essor important sous l’impulsion d’Alex Grossmann et de certains de ses étudiants et collaborateurs. En collaboration avec I. Daubechies et Y. Meyer, il établit le pendant discret de la décomposition en



ondelettes : ainsi un signal peut désormais être décrit à l'aide d'une famille dénombrable de fonctions, dilatées et translatées d'une même fonction élémentaire. Puis viendra la découverte fondamentale de bases orthogonales d'ondelettes par Y. Meyer. La notion d'analyse multi-résolution introduite par S. Mallat permettra ensuite d'appréhender le problème de la construction de telles bases dans un cadre général. Elle conduira à la mise au point d'algorithmes rapides qui, combinés aux bases d'ondelettes à support compact construites par I. Daubechies (avec A. Cohen et J.C. Fauveau pour leurs versions biorthogonales, présentes dans JPEG2000) contribueront à asseoir définitivement la transformation en ondelettes comme un outil d'analyse très puissant.

Depuis les travaux originaux de Jean Morlet et Alex Grossmann, l'analyse en ondelettes a été exploitée dans des domaines aussi variés que l'analyse et la synthèse du signal, la détection de discontinuités, les problèmes de reconnaissance de formes, l'analyse et le traitement des images, la théorie des fractales (S. Jaffard), le problème inverse en théorie du potentiel (G. Saracco), l'analyse de phénomènes turbulents (M. Farge), la mécanique quantique...

Jamais cantonné au rôle d'inspirateur de grand talent qu'il était aussi, Alex Grossmann a été avant tout un acteur de tout premier plan durant toutes ces années, dans la ligne directe de ses motivations originelles en analyse du signal. Avec R. Kronland-Martinet, il a initié le développement de la transformation en ondelettes comme outil d'analyse et de synthèse du son, contribuant ainsi à accroître encore son potentiel d'application. C'est d'ailleurs dans un travail (avec M. Holschneider et J. Morlet) sur la détection de changements abrupts dans les signaux sonores que l'on trouve les prémices de l'application de la transformée en ondelettes, véritable microscope mathématique détectant les singularités d'une fonction, à la caractérisation des objets fractals.

C'est encore à Alex Grossmann que revient le mérite d'avoir initié la généralisation en dimension supérieure de la transformation en ondelettes continue, ouvrant la voie à tout un domaine d'applications en analyse et traitement d'images (reconnaissance de formes, détection de contours ou de textures).

La combinaison de l'approche continue et de l'utilisation d'ondelettes progressives ou directionnelles (c'est-à-dire à transformée de Fourier sup-

portée dans un cône convexe pointé sur l'origine), est une spécialité qui est longtemps restée « Marseillaise », comme se plaisait à dire Alex, preuve de sa perspicacité et du rôle fondamental qu'il a joué dans la capitale phocéenne, au LMA et au CPT. L'utilisation de telles ondelettes permet en effet de définir une « fréquence instantanée » (locale aussi en échelle), qui peut se révéler très précieuse dans de nombreuses applications (RMN, rétrodiffusion acoustique, cycles de Milankovitch, ondes gravitationnelles).

## Biologie

Mais il y a aussi un Alex Grossmann d'après les ondelettes.

Suite à certaines discussions sur l'analyse en ondelettes des séquences d'ADN, en particulier avec A. Arnéodo, Alex Grossmann s'est résolument tourné, dans la troisième partie de sa carrière, vers la génétique et la biologie, preuve d'un dynamisme et d'une soif de connaissance tout à fait exceptionnels. Il a dans ce contexte utilisé puis développé des approches qui relèvent de l'analyse de données, de la modélisation probabiliste puis de la combinatoire et de l'informatique théorique.

Par une étude des corrélations entre diverses données d'expression génique au moyen de techniques d'analyse statistique, il a modélisé, avec A.S. Carpentier, A. Hénaut et B. Torrèsani, la façon dont chaque gène peut inférer la possibilité pour un chromosome d'être compacté.

Dans un article en collaboration avec A. Hénaut, C. Devauchelle et B. Torrèsani, l'évolution de séquences génétiques (de protéines) est modélisée par des chaînes de Markov sur des arbres, dont les nœuds pointent les divergences par rapport à l'évolution par mutations ponctuelles. Ce modèle révèle que, dans beaucoup de cas, les dynamiques évolutives sont obtenues à partir d'une matrice stochastique universelle donnée numériquement, ainsi que les temps de divergence, par une simple régression linéaire. Autrement dit, on peut reconstruire une histoire évolutive à partir de simples comparaisons de séquences génétiques. Si ce modèle d'évolution sur des arbres n'était pas nouveau, cette confrontation aux données était très originale et très intéressante par sa simplicité. Alex était fasciné par la possibilité d'inférer l'évolution à partir de séquences génomiques contemporaines.

Alex Grossmann s'est alors beaucoup intéressé à ces phénomènes de croissance et de reconstruc-

tion d'arbres phylogénétiques à partir de séquences génétiques par des méthodes originales relevant de la combinatoire et de l'informatique théorique.

Sa soudaine passion, à presque soixante-dix ans, pour le traitement des données réelles et les développements informatiques lourds qui l'accompagnent, l'a conduit à développer des codes de calcul très complexes et à écrire des milliers de lignes de code.

## Comment conclure un si court mais si vertigineux panorama ?

On le voit, il n'y a plus d'ondelettes dans les travaux d'Alex Grossmann sur la génétique. C'est un fait marquant de sa véritable dynamique multidisciplinaire et originale : non pas transporter son savoir-faire dans un champ nouveau – ce qui tend trop souvent à adapter les problèmes posés à sa

propre boîte à outils – mais bien aller innover, grâce à sa propre culture, dans de nouvelles problématiques et leurs méthodologies associées.

En plus de cinquante ans de carrière, il a su continuellement superposer l'abstrait au concret, le culturel au créatif, le rigoureux à l'imaginatif. L'empreinte qu'il a laissée dépasse considérablement le volume, pourtant important, des articles qu'il a publiés.

Pour ses élèves et tous ceux qui ont travaillé sous sa responsabilité, parler de formation ne convient pas, pour lui qui avait commencé son éducation dans une école Montessori à Zagreb dans les années trente. Il ne formait pas au sens banal du terme, il aurait plutôt, sainement, déformé afin que chacun trouvât sa propre forme.

Par son jeu des possibles, aussi bien en sciences qu'en langues, arts, littérature et, au fond, méthodologie, Alex Grossmann était bien, au sens strict du mot, un homme multidisciplinaire.

### Thierry PAUL

Directeur de Recherche émérite CNRS, membre de l'Académie des Sciences  
Centre de Mathématiques Laurent Schwartz, CNRS et École polytechnique.

Merci à Albert Cohen, Stéphane Jaffard et Bruno Torrèsani

## Mémoires



Vol. 161

### Discrete geometry and isotropic surfaces

F. JAUBERTEAU, Y. ROLLIN, S. TAPIE

ISBN 978-2-85629-905-0

2019 - 104 pages - Softcover. 17 x 24

Public: 35 € - Members: 24 €

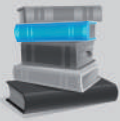
We consider smooth isotropic immersions from the 2-dimensional torus into  $\mathbb{R}^{2n}$ , for  $n \geq 2$ . When  $n=2$  the image of such map is an immersed Lagrangian torus of  $\mathbb{R}^4$ . We prove that such isotropic immersions can be approximated by arbitrarily  $C^0$ -close piecewise linear isotropic maps. If  $n \geq 3$  the piecewise linear isotropic maps can be chosen so that they are piecewise linear isotropic immersions as well. The proofs are obtained using analogies with an infinite dimensional moment map geometry due to Donaldson. As a byproduct of these considerations, we introduce a numerical flow in finite dimension, whose limit provide, from an experimental perspective, many examples of piecewise linear Lagrangian tori in  $\mathbb{R}^4$ . The DMMF program, which is freely available, is based on the Euler method and shows the evolution equation of discrete surfaces in real time, as a movie.

As a byproduct of these considerations, we introduce a numerical flow in finite dimension, whose limit provide, from an experimental perspective, many examples of piecewise linear Lagrangian tori in  $\mathbb{R}^4$ . The DMMF program, which is freely available, is based on the Euler method and shows the evolution equation of discrete surfaces in real time, as a movie.

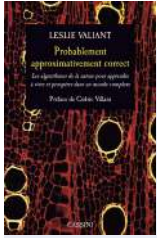
Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <http://smf.emath.fr>

\*frais de port non compris





## LIVRES



### Probablement Approximativement Correct

Leslie VALIANT

Cassini, 2018. 288 p. ISBN : 978-2842252359

« Ou « Comment la Vie a-t-elle pu évoluer sur Terre dans un environnement potentiellement hostile et assurément incertain ? »

Leslie Valiant nous livre ici une explication mécaniste de la biologie où le rôle principal est tenu par la théorie PAC (Presque Approximativement Correcte). En quantifiant les deux types d'erreurs (de malchance avec « presque » et de rareté avec « approximativement ») qu'un individu peut commettre dans la généralisation qu'il tire d'un nombre fini d'exemples, cette théorie permet de mieux comprendre le lien apparemment paradoxal qui relie l'individu (limité dans ses capacités cognitives) et son environnement (illimité dans sa diversité).

Face à ce monde incertain et a-théorique où la logique mathématique (déduction) ne fournit aucune garantie quant à la prise de décision, l'induction (apprentissage par l'expérience) apparaît comme déterminante pour expliquer la surprenante capacité humaine à évoluer efficacement dans un environnement parfois hostile. Elle consiste en particulier à généraliser à partir de seulement quelques exemples des règles qui serviront à la prise de décision. Mais ce mécanisme d'induction repose sur deux hypothèses fondamentales : une certaine « invariance » de l'environnement (qui assure la permanence des règles apprises), et l'existence de « régularités apprenables » (qui assure qu'il y a quelque chose à apprendre). Sans ces hypothèses, l'induction serait vouée à l'échec. Naturellement entraînés à identifier de telles régularités pour pouvoir distinguer un chat d'un chien avec une facilité déconcertante, les êtres vivants sont pourtant limités dans leur apprentissage des règles complexes. Essentiellement mus par les écorithmes, sortes d'algorithmes capables d'extraire l'information de l'environnement pour évoluer efficacement dans celui-ci, les êtres humains ne sont dotés que de capacités de calculs réduites. Leur mémoire de travail (appelée aussi « œil de l'esprit ») ne peut en effet contenir que 7 (plus ou moins 2) concepts simultanément. Seules des règles simples peuvent alors être apprises, puis éventuellement complexifiées sous l'action du raisonnement en fonction des nécessités liées à la situation présente. Cet œil de l'esprit constitue en fait le réceptacle des rouages de l'apprentissage. Par sa capacité de stockage très faible, il filtre les informations en provenance de notre environnement, les synthétise sous forme de règles simples apprises (et potentiellement mises à jour) à partir de nouveaux exemples, et les met éventuellement en relation avec des concepts déjà appris et stockés dans notre mémoire à long terme (elle aussi extraordinairement complexe).

Loin d'être limité aux êtres humains, le système décrit par Leslie Valiant s'applique à la Vie en général, prise à différentes échelles : microscopique (à l'échelle de la cellule, de l'ADN et des réseaux de régulation de protéines), mésoscopique (à l'échelle de l'individu, de l'apprentissage, de l'intelligence) et macroscopique (à l'échelle des espèces, de l'évolution darwinienne). Bien que Leslie Valiant soit professeur d'informatique dans la prestigieuse université de Harvard et ait obtenu de nombreux prix (dont le prix Turing!) dans ce domaine, son propos ne se limite absolument pas à l'informatique. Théorie de la calculabilité, logique mathématique, biologie, ou psychologie cognitive sont autant de domaines abordés ici avec clarté. Cette extrême polyvalence lui confère la légitimité nécessaire pour aborder à partir du chapitre 9 plusieurs thèmes liés au questionnement de l'Homme sur lui-même et la Société. Ainsi les questions de l'inné et de l'acquis, de la vérité personnalisée, de la raison, de

l'idéologie sont discutées de façon éclairée et nourrissent la réflexion de chacun.  
À mon avis, ce livre est tout simplement remarquable! Sa capacité à exposer des concepts complexes issus de domaines pourtant variés via des illustrations minutieusement choisies devrait faire pâlir tout bon pédagogue. Par contre, la diversité des thèmes abordés (et la terminologie afférente) nécessite tout de même d'engager une bonne dose de concentration pour les lecteurs exigeants désireux de saisir toute la subtilité des idées discutées. De fait, ce livre devrait concerner des étudiants de fin de licence et au-delà témoignant de curiosité à l'égard du vivant. Mais plus généralement, tout citoyen désireux de mieux cerner l'Intelligence Artificielle (réseaux de neurones, apprentissage profond...) et son impact sur notre société devrait se plonger avidement dans cet ouvrage! Il gagnera ainsi une vision plus éclairée de ce sujet de plus en plus prégnant s'il en est.

Alain CELISSE  
Université de Lille





## Instructions aux auteurs

**Objectifs de la *Gazette des Mathématiciens*.** Bulletin interne de la SMF, la *Gazette* constitue un support privilégié d'expression au sein de la communauté mathématique. Elle s'adresse aux adhérents, mais aussi, plus généralement, à tous ceux qui sont intéressés par la recherche et l'enseignement des mathématiques. Elle informe de l'actualité des mathématiques, de leur enseignement et de leur diffusion auprès du grand public, de leur histoire, de leur relation avec d'autres sciences (physique, informatique, biologie, etc.), avec pour objectif de rester accessible au plus grand nombre.

On y trouve donc des articles scientifiques de présentation de résultats ou de notions importants, ainsi que des recensions de parutions mathématiques récentes. Elle contient aussi des informations sur tout ce qui concerne la vie professionnelle d'un mathématicien (recrutements, conditions de travail, publications scientifiques, etc.) ainsi que des témoignages ou des tribunes libres.

La *Gazette* paraît à raison de quatre numéros par an avec, de temps en temps, un numéro spécial consacré à un sujet particulier de mathématiques ou bien à un grand mathématicien.

Elle est envoyée gratuitement à chaque adhérent. Les numéros actuel et anciens sont disponibles en ligne (<http://smf4.emath.fr/Publications/Gazette/>).

**Articles scientifiques.** Les articles scientifiques de la *Gazette* sont destinés à un large public intéressé par les mathématiques. Ils doivent donc être écrits avec un souci constant de pédagogie et de vulgarisation. Les auteurs sont en particulier invités à définir les objets qu'ils utilisent s'ils ne sont pas bien connus de tous, et à éviter toute démonstration trop technique. Ceci vaut pour tous les textes de la *Gazette*, mais en particulier pour ceux de la rubrique « Raconte-moi », destinés à présenter de manière accessible une notion ou un théorème mathématique important.

En règle générale, les articles doivent être assez courts et ne pas viser à l'exhaustivité (en particulier dans la bibliographie). Sont encouragés tous les artifices facilitant la compréhension, comme l'utilisation d'exemples significatifs à la place de la théorie la plus générale, la comparaison des notions introduites avec d'autres notions plus classiques, les intuitions non rigoureuses mais éclairantes, les anecdotes historiques.

Les articles d'histoire des mathématiques ou contenant des vues historiques ou épistémologiques sont également bienvenus et doivent être conçus dans le même esprit.

**Soumission d'article.** Les articles doivent être envoyés au secrétariat, de préférence par courrier électronique ([gazette@smf.emath.fr](mailto:gazette@smf.emath.fr)), pour être examinés par le comité de rédaction. S'ils sont acceptés, il faut alors en fournir le fichier source, de préférence sous forme d'un fichier  $\text{\TeX}$  le plus simple possible, accompagné d'un fichier .bib pour les références bibliographiques et d'un pdf de référence.

Pour faciliter la composition de textes destinés à la *Gazette*, la SMF propose la classe  $\text{\LaTeX}$  *gztarticle* fournie par les distributions  $\text{\TeX}$  courantes ( $\text{\TeX}$  Live et Mac $\text{\TeX}$  – à partir de leur version 2015 – ainsi que MiK $\text{\TeX}$ ), et sinon téléchargeable depuis la page <http://ctan.org/pkg/gzt>. Sa documentation détaillée se trouve à la page <http://mirrors.ctan.org/macros/latex/contrib/gzt/doc/gzt.pdf>. On prendra garde au fait que l'usage de cette classe nécessite une distribution  $\text{\TeX}$  à jour.

---

**Classe  $\text{\LaTeX}$  :** Denis BITOUZÉ ([denis.bitouze@lmpa.univ-littoral.fr](mailto:denis.bitouze@lmpa.univ-littoral.fr))

**Conception graphique :** Nathalie LOZANNE ([n.lozanne@free.fr](mailto:n.lozanne@free.fr))

**Impression :** Jouve – 1 rue du docteur Sauvé 53100 Mayenne

Nous utilisons la police [Kp-Fonts](#) créée par Christophe CAIGNAERT.

