

SOMMAIRE

ENSEIGNEMENT PREMIER CYCLE

L'enseignement en DEUG scientifique par <i>Michèle Artigue et l'Equipe DIDIREM</i>	3
Rapport préliminaire au Conseil de la S.M.F. sur les premiers cycles scientifiques par <i>Pierre Arnoux et Jean-François Méla</i>	9
Résolutions du Conseil de la S.M.F. du 16.11.91	12
Libre opinion de l'U.P.S. : Evolution des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques par <i>Denis Monasse</i>	15
Statistiques sur les DEUG et quelques autres diplômes par <i>Jean-Yves Mérindol</i>	19
La filière MASS par <i>A. Devinant et B. Monjardet</i>	21

ENSEIGNEMENT SECOND CYCLE

Projet d'arrêté portant dispositions relatives aux diplômes nationaux de licence et de maîtrise	27
Licence et Maîtrise de mathématiques (Projet)	28
Licence et Maîtrise MASS (Projet)	28

C.N.R.S.

Cinq ans de recrutement au C.N.R.S. par <i>Bernard Prum</i>	29
Commission C.N.R.S. 01 - C.R. de la réunion du 11.10.91 par <i>Marie-France Roy et Jean-Yves Chemin</i>	33

C.N.U.

C.N.U. et procédures de recrutement	39
Interview de Georges Rhin et de Myriam Déchamps	42

INFORMATIONS

L'Institut Universitaire de France par <i>Laurent Schwartz</i>	47
Prix : Fermat, I.B.M., de l'Académie des Sciences	52
Congrès ICME-7, Working Group 3 : difficultés des étudiants en analyse	56
Quadrature	56
Sur la C3I	57
Le Kangourou des mathématiques	59

COURRIER DES LECTEURS

Lettre de Edith Kosmanek	61
--------------------------	----

LIVRES

Critiques brèves	63
Les fondements Mathématiques de la Mécanique Quantique (John von Neumann)	
Critique de <i>F. Patras</i>	65
Sheaves on manifolds, (M. Kashiwara et P. Schapira)	
Critique de <i>Claude Sabbah</i>	66
The history of modern mathematics, (David E. Rowe, John Mc Cleary)	
Critique de <i>Hourya Sinaceur</i>	67
Degeneration of Abelian varieties, (Gerd Faltings et Ching-Li Chai)	
Critique de <i>M. Raynaud</i>	69

MATHÉMATIQUES

Géométrie algébrique réelle et robotique	
<i>Marie-Françoise Roy</i>	75

La Société Mathématique de France envisage en 1993
de tenir ses journées annuelles ailleurs qu'à Paris.
Les départements de mathématiques intéressés doivent contacter :

Daniel Barlet, Université de Nancy I
Département de Mathématiques
B.P. 239
54506 VANDOEUVRE-LES-NANCY CEDEX

Note à l'attention des auteurs :

La Gazette est composée en T_EX. Tous les textes à paraître doivent être déjà saisis et parvenir au Secrétariat de Rédaction, soit sous forme de disquettes Macintosh, soit par courrier électronique, et uniquement avec les logiciels T_EX, Mac Write et/ou Word3.

Si vous possédez un autre logiciel, vous devez impérativement en faire la conversion sous l'un ou l'autre des logiciels désignés ci-dessus, sinon nous serons obligés de vous retourner votre disquette.

Le format à respecter est : 13.5cm × 22cm.

Merci à tous les auteurs de bien vouloir appliquer ces instructions.

DATE LIMITE de soumission des articles, pour parution
dans le n° 52 – AVRIL 1992
1er MARS 1992

* ♦ *

Le Comité de Rédaction présente à tous ses lecteurs
ses **MEILLEURS VOEUX** pour 1992 !

ENSEIGNEMENT Premier Cycle

L'ENSEIGNEMENT EN DEUG SCIENTIFIQUE

Un essai de bilan des innovations et recherches

Michèle ARTIGUE (IUFM, Reims)
et Equipe DIDIREM (Université Paris 7)

Tout le monde reconnaît actuellement les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques dans les DEUG scientifiques : problèmes liés à l'accroissement du flux d'étudiants, au fait que les étudiants qui entrent aujourd'hui à l'université sont différents de ceux qui y entraient il y a quinze ans, de part leur culture, leur formation initiale et leurs attentes, lié également au fait que la société n'accepte plus les taux faibles de réussite dont elle s'accommodait encore il y a une dizaine d'années et impose à l'université de faire "réussir" ses étudiants.

Comment répondre à cette demande sociale tout en assurant aux étudiants une formation scientifique de qualité? C'est un défi qui a été lancé à l'Université et que nous ne pouvons ignorer.

Il n'est d'ailleurs pas ignoré par les mathématiciens universitaires.

— Un certain nombre d'enseignants de mathématiques se sont impliqués dès 1984-85 dans la rénovation des DEUG et participé activement à la mise en place et au développement de l'association "Promosciences" qui s'est constituée à l'issue du Colloque sur les Premiers Cycles Scientifiques (Nice, mai 1987), avec pour objectifs la promotion des premiers cycles scientifiques et leur développement.

— Une vingtaine d'universitaires participent d'autre part régulièrement aux travaux de la commission interIREM Université (CIU) dont les activités, depuis plusieurs années, accordent une place prépondérante à la réflexion sur l'enseignement en DEUG. En 1987, cette commission a organisé un Colloque à Rennes sur le thème : "Rénovation des premiers cycles universitaires : le rôle des mathématiques", Colloque dont les actes

ont été publiés. En 1988, elle a réalisé pour le Congrès ICME V de Budapest une brochure présentant un certain nombre de recherches et d'innovations menées en France à ce niveau et en 1990, elle a sorti une nouvelle publication : "Enseigner autrement les mathématiques en DEUG A première année" qui, après avoir présenté un certain nombre de principes directeurs, rend compte d'expériences qui ont fait preuve d'une certaine efficacité, et s'achève par un ensemble de questions plus ouvertes.

— Une trentaine d'enseignants de premier cycle et de classes préparatoires ont par ailleurs participé aux travaux de la sous-commission "Université" de la Commission Dacunha Castelle pendant l'année universitaire 1988-89 et rédigé pour cette commission un rapport dont la Gazette a publié le résumé de conclusions.

— Enfin, il faut souligner le développement des recherches en didactique portant sur ce niveau d'enseignement. Ces recherches ont d'abord surtout concerné, tant en France qu'à l'étranger, le domaine de l'analyse. Elles ont donné lieu à des travaux internes aux mathématiques mais aussi à des recherches pluridisciplinaires menées avec des physiciens. Il existe des relations actives entre chercheurs français et étrangers qui vont se concrétiser notamment par la parution très prochaine de deux ouvrages collectifs : "Advanced Mathematical Thinking", issu des travaux menés par le groupe de travail du même nom au sein du groupe "Psychology of Mathematics Education", et "Teaching and learning functions : epistemological and pedagogical approaches", issu des travaux d'une Conférence qui s'est déroulée à Purdue University en 1990 et sera publié par la Mathematical American Association. Un working-group consacré aux difficultés des

étudiants en analyse est aussi prévu au Congrès ICME VI (août 1992, Québec). Soulignons pour terminer qu'actuellement les recherches tendent à se diversifier notamment en direction de l'algèbre linéaire, des probabilités et statistiques.

La SMF n'est pas restée à l'écart de ces préoccupations. Les pages de la Gazette se sont fait régulièrement l'écho d'un certain nombre d'innovations. La SMF a organisé en novembre 1989 une rencontre au CIRM sur le thème "La rénovation des mathématiques de base au niveau universitaire", rencontre dont est issu un numéro spécial de la Gazette : "Renouveler l'enseignement (premier cycle universitaire et classes préparatoires)". Mais il est évident aussi que la SMF pourrait jouer un rôle plus important qu'elle ne l'a fait jusqu'à présent. Ce texte a pour objectif d'aider à définir des actions futures en essayant de dresser un bilan de ce que nous ont appris les travaux menés jusqu'à présent, travaux qu'il serait absurde de vouloir ignorer. Il s'appuie sur une connaissance sans doute très partielle de ce qui s'est fait et nous espérons justement que l'ouverture de ce dossier "Premier cycle" dans les colonnes de la Gazette sera l'occasion d'organiser une centralisation des informations sous une forme favorisant leur diffusion ainsi que l'exploitation des acquis. Il présente aussi un point de vue partiel et les mêmes données pourraient sans doute donner lieu à d'autres lectures. De plus, il est forcément très réducteur puisqu'il doit en l'espace de quelques pages essayer de rendre compte d'une multiplicité de réalisations complexes.

Parmi les actions menées ces dernières années, je vais, pour des raisons de structuration du texte, séparer deux types. Il s'agit de séparer, ce qui est en fait un peu artificiel car les deux types d'action coexistent souvent dans une réalisation donnée :

- des actions qui se situent plutôt au niveau de l'organisation institutionnelle et ne concernent pas généralement le seul enseignement des mathématiques, qu'il s'agisse de l'accueil des étudiants, de leur orientation, des actions de soutien, de l'organisa-

tion de l'enseignement,

- des actions qui portent de façon plus ou moins globale sur les contenus d'enseignement et les stratégies pédagogiques.

Dans chaque cas bien sûr, nous ne citerons que quelques exemples.

I - Les actions d'organisation institutionnelle

a) *L'accueil des étudiants, la rupture avec le lycée.* Diverses enquêtes ont montré que l'entrée à l'université est ressentie par les étudiants comme une rupture et mis en évidence une liaison entre fort sentiment de rupture et difficultés, par exemple (Artigue, 1986) ou (Jarraud, 1991a). Par rapport à ce constat, diverses stratégies ont été développées. On a souvent par exemple cherché à atténuer la rupture en rapprochant le fonctionnement à l'université du fonctionnement au lycée : mise en place de cours/TD intégrés, organisation de tests réguliers... Il ne semble pas que ce soit forcément une stratégie à généraliser, divers travaux ayant en sens inverse montré le caractère positif que peut présenter pour les élèves et étudiants la rupture entre cycles si elle est convenablement gérée : elle permet notamment de modifier substantiellement les coutumes didactiques et d'engager les étudiants dans des pratiques plus autonomes, moins scolaires, et c'est une des ambitions normales de l'Université. C'est plutôt dans cette voie que les stratégies se développent actuellement. Ceci suppose que la rupture soit assumée et gérée, que les changements de contrat soit explicites, que l'accès à l'autonomie soit pensé de façon progressive par les équipes pédagogiques.

Ceci est possible de bien de façons. La brochure CIU reproduit par exemple deux discours de rentrée préparés avec cet objectif (sections expérimentales de Grenoble I et Paris VI), d'autres universités comme Marseille 1 engagent dès le premier semestre de la première année les étudiants dans la réalisation de mémoires pluridisciplinaires, d'autres encore, comme Paris 7, organisent des tests informatisés

de mathématiques et physique pendant la période des inscriptions, tests avec feed back immédiat qui permettent de sensibiliser les étudiants aux attentes des enseignants et de mettre au point, si besoin, un programme de travail autonome visant à combler certaines lacunes. En sens inverse, de tels tests devraient aider les enseignants à mieux cerner les étudiants qui leur arrivent et à adapter leur enseignement en conséquence.

b) *Le soutien, les remises à niveau.* Les actions réalisées dans ce domaine sont très diverses : année complète de remise à niveau notamment pour les bacs F et H, différenciation des sections suivant les bacs d'origine, organisation de sections de remise à niveau à l'issue de la période d'orientation, organisation d'actions tutorées de soutien pour des étudiants volontaires.... Qu'en ressort-il?

1) Le peu d'efficacité des stratégies visant à ramener dans le moule commun les étudiants qui en sont très éloignés (cf. les divers suivis de cohortes fournis par l'association Promosciences) et la difficulté des enseignements classiques à tirer parti des connaissances de ces étudiants (cf. le texte d'H. Authier dans la brochure CIU). Sans doute serait-il préférable de chercher à exploiter directement ces connaissances dans des filières longues mais spécifiques. Les DEUG technologiques et les IUP devraient sur ce plan permettre des solutions plus satisfaisantes.

2) La nécessité de transformer les remises à niveau en véritables étalements de parcours : faire six mois de remise à niveau après un échec en phase d'orientation avec comme seule perspective celle de repartir à zéro l'année suivante est fortement démobilisateur (on pourra se reporter sur ce point aux données figurant dans les Actes des Colloques Promosciences ainsi qu'à l'analyse de M. Deschamp et M.C. Mery concernant la filière N à Paris XI et son évolution, présentée dans les Actes du Colloque de Rennes et dans (Deschamp, 1989)).

c) *L'organisation de l'enseignement.*

Les différentes innovations réalisées mettent en évidence à ce niveau le rôle essentiel joué par les équipes pédagogiques, mais aussi la difficulté qu'il y a à constituer des équipes autour de projets substantiels et cohérents et la nécessité pour ces équipes de disposer d'autonomie pour organiser et gérer leurs projets (c'est le cas par exemple à Lille 1). Dans ces conditions, viser l'uniformité des contenus et des démarches pédagogiques est sans doute une utopie dangereuse. Le choix effectué à un moment par l'université Grenoble I de constituer des sections différenciées sur la base de projets explicites, les étudiants choisissant entre les sections à partir des informations qui leur étaient fournies sur chacune, constitue sans aucun doute une démarche intéressante, et ce, même si pour des raisons qui seraient à analyser précisément, ce fonctionnement a été en grande partie abandonné. Soulignons que dans ce système, les différentes sections se différenciaient non seulement au niveau des stratégies pédagogiques mais aussi au niveau des contenus traités puisque la partie commune du programme de mathématiques commun auxquelles elles étaient tenues représentait environ 60 % du programme global.

II - Les actions sur les contenus

Les actions locales sont semble-t-il plus nombreuses. Ceci se comprend aisément car elles permettent d'introduire des enseignements nouveaux, souvent sous forme optionnelle, sans que l'organisation générale de l'enseignement soit nécessairement remaniée. L'exploitation des potentiels disponibles suivant les universités peut conduire à des choix sensiblement différents, mais il semble que la plupart de ces actions aient été liées ces dernières années au développement des outils informatiques ou concerné plus généralement les rapports entre mathématiques et informatique : enseignements d'algorithmique, d'initiation aux méthodes numériques, de calcul formel, de mathématiques discrètes, de mathématiques pour l'informatique... Les

publications citées en référence en fournissent de nombreux exemples.

Mais les ouvertures ne se limitent pas à cet aspect. Signalons par exemple l'introduction d'enseignements d'histoire des mathématiques, d'analyse non standard, de modélisation (par exemple à Caen, Paris 7, Strasbourg).

Le statut de ces enseignements permet souvent d'y mettre en place plus aisément des formes d'enseignements plus expérimentales et de manière générale moins scolaires. Citons par exemple l'UV optionnelle "Géométrie et pavages" de Paris 7 où l'enseignement est basé sur des exposés d'étudiants.

Les actions plus globales semblent pour des raisons évidentes plus rares. Plusieurs se sont mises en place en liaison étroite avec la recherche didactique. C'est le cas par exemple de la section expérimentale de Grenoble I où l'enseignement est centré sur l'initiation à la démarche scientifique, de celle de l'université de Lille I où un accent particulier est mis de façon globale sur l'enseignement de méthodes, de la section expérimentale de Paris VI, qui sont sans doute parmi les plus connues et pour lesquelles nous renvoyons le lecteur à la bibliographie jointe.

Ces différents travaux nous montrent en particulier :

- Que la rationalité des étudiants à l'entrée à l'université est loin d'être celle que nous pourrions naïvement penser (cf. l'article de M. Legrand sur la distinction entre logique mathématique et logique du quotidien et l'activité circuit dans la brochure CIIU) et que des cours sur les connecteurs logiques et le calcul propositionnel sont par rapport à ces problèmes d'une efficacité on ne peut plus limitée.

- Que les étudiants qui entrent à l'université n'ont pratiquement pas manipulé d'écritures formalisées, ni de langage ensembliste et que ceci constitue une difficulté que l'on ne doit pas sous-estimer : apprendre la définition de l'inclusion de deux ensembles dans un cours ne fournit pas automatiquement la panoplie des

stratégies qui seront utilisées au niveau DEUG pour montrer qu'un ensemble est inclus dans un autre, ni a fortiori des critères de choix entre ces stratégies en fonction des problèmes posés. Toute cette familiarité avec le langage ensembliste est à construire. Son absence semble constituer un obstacle sérieux à l'enseignement de l'algèbre linéaire par exemple (Dorier, 1990).

- Que les étudiants arrivent à l'université avec des connaissances sur bon nombre des objets qui seront enjeu d'enseignement en DEUG première année, que ces connaissances ne sont souvent que partiellement adaptées aux besoins de l'enseignement en DEUG, mais que repartir quasiment à zéro n'est pas pour autant la stratégie la plus efficace. Ainsi divers travaux, en particulier parmi ceux cités en référence, montrent que les étudiants arrivent en DEUG avec des connaissances techniques non négligeables concernant le calcul de dérivées et primitives, l'étude des fonctions, mais que la quasi totalité d'entre eux n'a pas une claire conscience de ce qui nécessite dans la modélisation d'un problème précis le recours à des procédures différentielles ou intégrales, ne sait pas distinguer véritablement approximation à l'ordre 0 et à l'ordre 1, distinguer le local du global (cf. par exemple Artigue et al., 1989). Même s'ils ont utilisé à plusieurs reprises l'inégalité des accroissements finis, ils n'ont pas réalisé qu'en contrôlant sa dérivée sur un intervalle, on contrôle les variations d'une fonction sur cet intervalle mais que l'inverse n'est pas vrai. Quant aux nombres réels qu'ils utilisent depuis le collège, ils croient les connaître mais sont prêts à répondre à une écrasante majorité que $0.999... < 1$ ou que deux nombres a et b dont la distance est inférieure à ε pour tout $\varepsilon > 0$ ne sont pas nécessairement égaux (cf. (Cornu, 1983) et (Boschet, Robert, 1984) par exemple). Ils savent tracer des graphes de fonctions en suivant l'algorithme usuel du tableau de variation mais ne savent pas se passer de cet arsenal pour utiliser des représentations graphiques plus souples de façon heuristique ou travailler avec des représentations graphiques de

fonctions dont on ne connaît pas d'expression algébrique. Ils ont une certaine familiarité avec les limites de suites et de fonctions mais n'ont pratiquement pas travaillé sur des expressions formalisées de ces notions et ont une conception essentiellement monotone de la convergence. Ils ont appris de la géométrie (surtout s'ils viennent des bacs C et E) mais ce n'est pas essentiellement la géométrie analytique des droites et plans directement exploitable en algèbre linéaire.

Les divers travaux de recherche menés tant en France qu'à l'étranger montrent de plus que la majorité des étudiants actuels ne se pose pas spontanément le problème de l'articulation et de la cohérence de ces connaissances avec l'enseignement de DEUG, que des connaissances nouvellement acquises peuvent cohabiter avec des conceptions plus anciennes qui sont en contradiction avec elles, que des réponses correctes à des exercices très proches dans leur contenu et leur formulation du cours dispensé ne garantissent pas l'absence de telles contradictions et que l'enseignement a donc intérêt, s'il veut être efficace pour beaucoup, à s'attaquer explicitement à ces problèmes.

Soulignons enfin que, face aux difficultés rencontrées, l'enseignement en DEUG a tendance à se réfugier dans des apprentissages "algorithmisés" qui permettent certes une réussite à court terme, mais une réussite obtenue, là encore divers travaux l'attestent, au détriment de la réelle initiation à la démarche scientifique visée.

— Qu'un des défauts majeurs de notre enseignement est d'introduire et d'étudier des notions pour répondre à des questions que les étudiants ne se posent pas spontanément et qu'on ne les a pas conduits au préalable à se poser. Ceci est pour bon nombre d'entre eux d'autant plus difficile à accepter que l'enseignement secondaire, en dépit de tout ce que l'on peut légitimement lui reprocher a, lui, évolué dans ce sens. Mais soulignons aussi que les diverses recherches et innovations réalisées fournissent à l'heure actuelle pour un certain nombre de thèmes du DEUG des situations

qui ont fait preuve d'une certaine robustesse et permettent cette problématisation (intégration, suites, équations différentielles, rels, développements limités par exemple).

— Qu'une modification des stratégies pédagogiques qui ne se traduit pas au niveau de l'évaluation n'est pas crédible pour les étudiants et est généralement vouée à l'échec. Signalons sur ce plan que les épreuves classiques en temps limité ne donnent qu'une idée très partielle des capacités d'un étudiant. Tous ceux qui ont pratiqué les projets, les exposés savent que les productions qu'ils obtiennent dans ces cadres moins scolaires sont souvent sans rapport avec les productions ordinaires des étudiants et conduisent à les voir d'un œil plus positif. Signalons aussi que le travail de P. Jarraud (Jarraud, 1991b) montre bien que les capacités ainsi manifestées ne sont pas forcément lisibles ultérieurement dans des épreuves en temps limité.

— Enfin, nous avons appris la difficulté qu'il y a à diffuser ce qui se fait et à capitaliser les acquis.

En ce qui concerne les innovations, il paraît nécessaire de dépasser quand on en rend compte un niveau purement descriptif pour faire apparaître les contraintes auxquelles l'innovation a été soumise, les principaux choix réalisés compte tenu de ces contraintes et leurs raisons, d'essayer de relier, même si l'on peut uniquement formuler des hypothèses plausibles, les résultats obtenus à certains des choix effectués, d'essayer de préciser les discordances éventuelles entre attentes et réalisations et les limites du travail effectué. Le document sur l'algèbre linéaire que vient de publier M. Rogalski (Rogalski, 1991) me semble répondre à ce type d'exigences.

La SMF peut jouer un rôle moteur sur ce plan, en organisant un travail systématique de recensement et de mise en forme pour la diffusion des réalisations.

Pour ce qui est des recherches, certains résultats semblent transmissibles, si les chercheurs font les efforts nécessaires, ceux qui concernent les conceptions des étudiants, les difficultés et régularités rencontrées dans les apprentissages, le fonc-

tionnement usuel du système d'enseignement et ses effets. En revanche, il est sûr que la diffusion des travaux d'ingénierie didactique développés dans le cadre des recherches semble se heurter à des difficultés sérieuses : ce sont des produits élaborés dans un contexte de recherche, pour répondre à des questions de recherche, ils sont basés sur des présupposés théoriques qui ne correspondent pas nécessairement à l'idéologie dominante de l'enseignement, ils ont été expérimentés dans des environnements souvent très particuliers sans que la question de leur adaptabilité soit nécessairement posée, les descriptions qui en sont fournies dans les publications sont forcément très incomplètes... Les transformer en produits largement diffusables, suffisamment souples pour s'adapter à la diversité des situations rencontrées, déterminer les informations nécessaires à leur utilisation efficace par des personnes non nécessairement familiarisées avec les recherches correspondantes, tout ceci nécessite un réel travail à l'interface de la recherche et de l'enseignement. Là encore, la SMF pourrait jouer un rôle moteur, en prenant l'initiative ou en soutenant des travaux de ce type, par exemple des travaux permettant la mise à l'épreuve contrôlée, à échelle réduite, de certaines ingénieries de recherche.

Références

1 - Actes de Colloques et ouvrages collectifs

Colloque "Rénovation des premiers cycles universitaires : le rôle des mathématiques" organisé par la commission inter-IREM Université, Rennes, novembre 1987, Ed. Université de Rennes 1.

L'enseignement des mathématiques au niveau universitaire, Textes réunis par la CIU pour le Congrès ICME6, Budapest, août 1988.

Rapport de la sous-commission sur l'enseignement des mathématiques en DEUG et dans les classes préparatoires (animation M. Legrand et M. Rogalski), juin 1989, diffusion CIU.

Colloque "Les premiers cycles dans la politique contractuelle", organisé par l'association Promosciences, Clermont-Ferrand, juin 1989.

Colloque "La rénovation des mathématiques de base au niveau universitaire", organisé par la SMF, novembre 1989, Ed. SMF, Suppl. n° 48 à la Gazette.

Colloque "Les objectifs de la formation scientifique", organisé par le groupe de réflexion sur l'enseignement scientifique, Palaiseau, avril 1990.

Colloque "Vers une université de masse", organisé par l'association Promosciences, Nancy, mai-juin 1990.

Enseigner autrement les mathématiques en DEUG A première année, Publication de la CIU, 1991.

2 - Thèses, rapports

ARTIGUE M. (1986). — *Une section de DEUG SSM 1ère année en 1984-1985*, Brochure n° 63, Ed. IREM Paris 7.

ARTIGUE M. et al. (1989). — *Procédures différentielles dans les enseignements de mathématiques et de physique au niveau du premier cycle universitaire*, Rapport de recherche, Brochure n° 74, Ed. IREM Paris 7.

BOSCHET F. et ROBERT A. (1984). *Acquisition des premiers concepts de l'analyse sur $\mathbb{R}$ dans une section ordinaire de première année de DEUG*, Cahier de Didactique n° 7, Ed. IREM Paris 7.

CORNU B. (1983). — *Apprentissage de la notion de limite : conceptions et obstacles*, Thèse, Université de Grenoble 1.

DESCHAMP M. (1989). — *Présentation de la filière N*, Ed. Université Paris XI.

DORIER J.-L. (1990). — *Contribution à l'étude de l'enseignement à l'université des premiers concepts d'algèbre linéaire. Approches historiques et didactiques*, Thèse, Université de Grenoble 1.

P.JARRAUD (1991a). — *Innovation pédagogique et représentations des étudiants. Présentation et analyse des résultats du dépouillement d'un questionnaire sur l'enseignement des mathématiques*, Cahier de

DIDIREM n° 8, Ed. IREM Paris 7.

JARRAUD P. (1991b). — *La pratique des mémoires en DEUG SSM première année - L'expérience de Lille 1*, Brochure n° 81, Ed. IREM Paris 7.

ROBERT A. (1982). — *L'acquisition de la notion de convergence des suites dans l'enseignement supérieur*, Thèse, Université Paris 7.

ROBINET J. (1984). — *Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur*, Thèse, Université Paris 7.

ROGALSKI M. (1991). — *Une expérience d'enseignement de l'algèbre linéaire en DEUG*, Cahier de DIDIREM n° 11, Ed. IREM Paris 7.

4. - Signalons que de nombreuses publi-

cations de l'IREM Paris 7, outre celle citées ci-dessus, concernent l'enseignement en DEUG : brochure n° 76, cahiers de Didactique n° 15, 18-0-1-2-3, 21, 22, 23, 27, 28, 35, 45, 46, 53, cahiers de DIDIREM n° 8, 11.

Nous ne pouvons ici donner tous les titres.

5. - Signalons également la publication par l'Université de Lille 1 d'un jeu de fiches pédagogiques et logiciels de TP de mathématiques issus d'un travail expérimental de plusieurs années. Ces documents sont proposés avec contrat de réactualisation sur 5 ans pour la somme de 150 F. Les commandes sont à adresser à C. Sacré et E. Cousquer à l'UFR de Mathématiques de Lille. ■

Le texte suivant a été présenté au conseil de la SMF du 16 novembre pour introduire le débat sur les premiers cycles universitaires.

RAPPORT PRÉLIMINAIRE AU CONSEIL DE LA SMF SUR LES PREMIERS CYCLES SCIENTIFIQUES

Pierre Arnoux et Jean-François Méla

Pourquoi ce rapport?

Depuis quelques années, les premiers cycles scientifiques (DEUG, IUT, classes préparatoires) ont connu une expansion considérable (voir tableaux en annexe); cette évolution est souhaitable, puisqu'il est en général reconnu qu'on manque de scientifiques en France : ingénieurs, enseignants... Mais elle entraîne des problèmes bien connus : manque d'encadrement, apparition de nouveaux publics, évaporation accrue au profit des filières sélectives, perte de qualité de l'enseignement scientifique.

Cette situation appelle nécessairement des réformes; certaines d'entre elles sont déjà en route (création des IUP) ou sur le point de se faire, mais pas encore sous forme définitive (modification du DEUG, création du CEU), nous analysons ci-dessous les projets dont nous avons eu connaissance.

Ces problèmes sont complexes, car les

aspects institutionnels et pédagogiques sont étroitement imbriqués; en essayant de les cerner, il faut se demander sur quoi une société savante comme la SMF doit exercer son influence et son action en priorité. Il n'est pas dans sa vocation de prendre à bras-le-corps la réforme d'ensemble de ce niveau universitaire; elle doit privilégier les aspects scientifiques d'une possible rénovation. Ces aspects sont bien sûr conditionnés, mais pas entièrement déterminés, par le cadre institutionnel général.

La SMF peut agir à deux niveaux : en tant qu'institution, elle sera consultée sur la mise en place des nouveaux diplômes; elle peut avoir une certaine influence si nous réfléchissons en temps utile sur les caractéristiques du système qui sont susceptibles d'évoluer, ce qui nécessite une analyse attentive. En tant que pôle de la communauté mathématique, nous pouvons jouer un rôle dans l'évolution des objectifs

et des pratiques d'enseignement, en particulier en faisant circuler l'information, tant sur les initiatives françaises (voir ci-dessous le texte de Michèle Artigue) que sur les initiatives étrangères (voir ci-dessous l'analyse des expériences américaines).

Il faut avoir conscience de la faiblesse de nos moyens d'action directs. Notre force réside dans le fait que nous serons les acteurs indispensables de toute évolution; en définitive, ce qui comptera, c'est notre capacité à influencer sur la réalité de terrain plus que sur les virgules d'un décret.

Les réalités importantes

La dualité premiers cycles universitaires/ classes préparatoires : on ne peut s'en satisfaire, et il ne faut pas avoir honte de le rappeler, sans pour cela être animé d'un esprit de croisade. Seules les habitudes et l'histoire font considérer le système français comme normal. Les tares de ce système sont connues :

- mobiliser les meilleurs élèves pendant 2, voire 3 ans sur les objectifs de préparation d'un concours, avec les contraintes considérables qui pèsent sur ce genre d'activité, est certes de nature à développer leurs capacités de travail scolaire, mais cela laisse peu de place à l'initiation à la démarche scientifique et à la recherche.

- la séparation complète des 2 systèmes conduit à faire de l'université la "poubelle" des classes préparatoires. L'enseignement à des élèves qui vivent leur orientation universitaire comme un échec est extrêmement difficile, et engendre une situation malsaine qui ne se résorbe qu'au niveau du second cycle.

Les avantages sont liés aux déficiences du système universitaire, en partie provoquées par cette dualité : dans la mesure où l'on considère l'enseignement supérieur comme incapable de répondre aux besoins de formation, on considère naturellement que c'est un point positif de disposer d'un secteur protégé, à l'écart du gâchis universitaire, pour y former les meilleurs, ce qui en retour rend problématique l'amélioration

générale du système.

A cette situation s'ajoutent des éléments nouveaux :

- l'expansion démographique : la population des taupes se rapproche des étudiants "corrects" qu'on reçoit dans les premiers cycles, et rend plus absurde la séparation étanche des deux systèmes.

- l'exigence accrue de la formation à ou par la recherche, avec notre déficience en ce domaine, plaide fortement pour une évolution des classes préparatoires.

- l'évolution lente mais positive des deuxième et troisième cycles universitaires rend cruciale la question de leur vivier de recrutement.

- dans le contexte européen, face aux grands ensembles universitaires étrangers où l'étudiant est immergé d'emblée dans un riche environnement de laboratoires de recherche, l'émiettement français est un terrible handicap.

S'il est vrai que la tentation a existé chez certains au MEN de démanteler le système des classes préparatoires, ceci n'a jamais été très réaliste. Et, quoiqu'on en pense, il est sans doute préférable de renoncer à des solutions de passage en force. Il est indispensable que les principaux intéressés prennent davantage conscience de la nécessité du changement, ce qui prendra sans doute beaucoup de temps, mais on n'a guère le choix.

Le complexe classes préparatoires-écoles va sans doute évoluer lentement dans les 10 prochaines années. Il faut envisager toutes les actions possible pour rapprocher les classes préparatoires de la recherche, favoriser les évolutions de la pédagogie et des concours dans le sens d'une plus grande prise en compte des objectifs de formation scientifique proprement dit; cela ne pourra se faire que par un débat sans crispations entre les responsables des diverses filières d'enseignement.

Les premiers cycles : siège des réformes à venir, et levier possible d'une rénovation d'ensemble

Les déficiences du DEUG sont connues,

et deviennent aujourd'hui insupportables avec l'afflux des nouveaux étudiants. La structure qui se montrait incapable de répondre aux besoins des étudiants antérieurs, exploserait sous la contrainte de populations nouvelles dont le niveau scolaire, évalué de façon classique, sera fatalement inférieur.

Quel que soit l'avenir des réformes actuellement en préparation, elles seront reprises sous une forme ou sous une autre, dans la mesure où elles cherchent à répondre à des problèmes réels qui subsisteront au travers des vicissitudes politiques :

- le premier cycle n'a de cohérence que dans la perspective d'études longues classiques. Il n'a jamais été une réponse à ceux des étudiants qui n'ont pas vocation à poursuivre de telles études. Le DEUG lui-même n'est pas un véritable diplôme terminal.

- il semble clair qu'il faudra accroître les flux d'entrée dans les filières de type IUT et sans doute créer de nouvelles filières à débouchés professionnels mieux identifiés.

C'est à cette préoccupation que le projet actuel tente de répondre en créant les IUP. Si ces instituts se concrétisent, le premier cycle actuel aura vécu; le projet actuel prévoit en effet de le remplacer par un système à deux niveaux d'études de natures complètement différentes.

Le premier niveau aurait vocation à accueillir tous les étudiants, et serait sanctionné au bout d'un an par le Certificat d'Etudes Universitaire. A l'issue de ce niveau, les étudiants pourraient, soit demander à rentrer en IUP (3 ans d'études), soit effectuer une deuxième année sanctionnée par le DEUG.

Dans le projet actuel, Le CEU posséderait 3 mentions : Mathématiques et applications (essentiellement informatique), Physique et chimie, Sciences de la nature et de la vie. Le DEUG posséderait 9 mentions, parmi lesquelles Mathématiques, Informatique, MASS. Chaque diplôme s'obtiendrait en 6 modules, avec compensation entre les modules; certains au ministère

précis pour chaque module, indépendant de l'université.

Quelques remarques sur ce projet

Les remarques suivantes semblent recueillir une assez large approbation parmi ceux à qui nous avons parlé; elles pourraient constituer l'esquisse d'une réaction "institutionnelle" de la SMF.

Le projet comporte un nombre fixe de modules (6 par années) avec éventuellement des programmes nationaux. Ce serait une structure très rigide, qui risque d'entraîner la déresponsabilisation des universités; Il semble préférable, dans la mesure où la motivation des enseignants est un facteur essentiel de réussite, de capitaliser les tentatives qui se font un peu partout en France, en leur offrant plus de possibilités.

L'une des ambitions de ce projet est d'augmenter la part de travail personnel des étudiants, en diminuant le nombre d'heures de cours et en augmentant la part réservée aux projets, tutorat, etc. C'est une idée intéressante, mais qui ne sera suivie d'effet que si l'on y consacre suffisamment de moyens, pour faire comprendre que ces heures ne sont pas du "sous-enseignement", mais une part essentielle de la formation; en particulier, il semble nécessaire que des enseignants titulaires s'en occupent, au moins pour une partie.

Le découpage disciplinaire pose problème, en particulier la liaison mathématiques-physique : est-il possible de faire dans la même année des maths et de la physique (c'est difficile dans le cadre présenté)? est-ce obligatoire? On peut se poser la même question pour l'informatique, et il faudra redéfinir la place de l'informatique et des mathématiques appliquées (quel type d'informatique va-t-on enseigner?).

On ne sait pas actuellement faire une première année tournée vers les applications, comme le propose ce projet; comment s'articulera-t-elle avec une deuxième année à dominante mathématique? Tout cela suppose une véritable révolution culturelle, et un investissement important des meilleurs.

Les initiatives que nous pouvons prendre

La profession a le choix entre une bataille d'arrière-garde pour conserver la situation actuelle, et une véritable "révolution culturelle" sur les objectifs et les méthodes de l'enseignement :

- les méthodes : davantage de travail personnel, avec des projets intégrant entre autres l'usage des moyens informatiques; activités du type "laboratoire de mathématiques"

- les contenus : de telles méthodes entraîneront forcément, par réduction des horaires de cours magistral, une diminution des ambitions affichées; il faudra donner une plus grande place au point de vue "mathématiques en contexte" et "problèmes", faire moins de théorie pure, trouver une bonne liaison avec l'activité de laboratoire.

Cette "révolution" ne se décrètera pas.

Elle ne peut être que progressive et basée sur l'expérimentation; on doit insister sur les dangers d'un cadre bureaucratique, qui stérilisera immédiatement ces expériences. Il faut rappeler qu'il y a déjà des choses qui se font, que se soit au niveau pédagogique (voir le rapport de M. Artigue) ou institutionnel, de façon plus ou moins radicale dans plusieurs universités : toute réforme doit partir de là.

Quelques propositions d'action pour la SMF :

- aider à coordonner, populariser, critiquer ce qui existe; participer au développement d'un catalogue des ressources.

- soutenir le lancement de programmes nationaux, analogues aux programmes NSF, avec moyens et expertise nationale.

- soutenir la création de laboratoires de mathématiques, avec intégration des activités de laboratoire dans les cursus.

— RÉSOLUTIONS DU CONSEIL DE LA S.M.F. du 16 novembre 1991 —

Motions votées par le conseil à l'issue du débat sur les premiers cycles

MOTION. — *Le conseil de la SMF considère qu'il est essentiel de garder une certaine souplesse au dispositif des DEUG: fixer nationalement le nombre et le volume horaire des modules ainsi que leurs programmes entraînerait une déresponsabilisation des enseignants. Il faut s'appuyer sur les initiatives locales. Un système d'habilitation par université présente les garanties nécessaires pour conserver une compatibilité entre les formations mises en place dans diverses universités.*

La motion est adoptée à l'unanimité.

MOTION. — *Le conseil de la SMF considère qu'il n'est pas souhaitable que l'enseignement soit essentiellement consacré à une seule matière dès la deuxième année d'université. Une telle mesure tournerait le*

dos à l'émergence de besoins importants en formations bidisciplinaires (voir pluridisciplinaires) incluant des mathématiques et ne prendrait pas en compte la nécessité pour les futurs mathématiciens d'avoir une réelle culture scientifique ouverte sur plusieurs des domaines d'interaction des mathématiques.

La motion est adoptée à l'unanimité.

MOTION. — *Le conseil de la SMF est favorable au rééquilibrage de l'enseignement en y incluant de nouvelles activités (laboratoire, projet, etc.). Leur mise en place nécessitera des mesures d'accompagnement pour favoriser le travail personnel des étudiants (lieux, matériel, encadrement, etc.).*

La motion est adoptée à l'unanimité.

Autres résolutions

RÉSOLUTION. — *Le conseil de la SMF coopte Jacques Camus comme membre en remplacement de M.F. Coste-Roy, démissionnaire.*

La résolution est adoptée par 16 voix contre une.

RÉSOLUTION. — *Le conseil de la SMF nomme Larry Breen comme membre au comité de rédaction du Bulletin de la Société Mathématique de France.*

La résolution est adoptée à l'unanimité moins une abstention.

RÉSOLUTION. — *Le conseil de la SMF nomme Jean-François Le Gall comme membre au comité de rédaction de la revue Astérisque.*

La résolution est adoptée à l'unanimité moins deux abstentions.

RÉSOLUTION. — *Le conseil nomme Lucien Szpiro comme membre du comité de rédaction d'Astérisque. Il accepte que celui-ci remplace Michel Herman à la tête de la revue.*

La résolution est adoptée par 13 oui, 3 non et 6 abstentions.

RÉSOLUTION. — *A l'occasion de leur départ, le conseil tient à adresser aux responsables des revues (Bulletin de la SMF et Astérisque) ses remerciements chaleureux pour tout le travail qu'ils ont effectué.*

La résolution est adoptée à l'unanimité.

RÉSOLUTION. — *Le conseil nomme Michèle Artigue comme membre du comité de rédaction de la gazette, en charge du secteur "enseignement".*

La résolution est acceptée à l'unanimité

RÉSOLUTION. — *Le conseil de la SMF reporte à l'exercice 1992 le remboursement*

par le CIRM de 70 kF, partie correspondant aux intérêts 1991 de la somme avancée par la SMF pour l'extension de la salle de restaurant du CIRM.

Le conseil décide de remettre définitivement cette dette de 70 kF dans le cas où le CNRS et la DRED équilibreraient le bilan financier 1991 du CIRM.

La résolution est adoptée à l'unanimité moins une abstention.

RÉSOLUTION. — *Le conseil de la SMF donne mandat à son président pour dénoncer la convention signée avec le CNRS relative à la restauration des stagiaires du centre de formation, au cas où des engagements financiers fermes et de niveau acceptable ne seraient pas donnés.*

La résolution est adoptée à l'unanimité.

RÉSOLUTION. — *Le conseil approuve les modifications au statut d'UMS proposées au cours de la séance, et mandate ses représentants pour faire aboutir les négociations sur le statut d'UMS.*

La résolution est adoptée à l'unanimité moins une abstention.

RÉSOLUTION. — *Le conseil autorise le trésorier à faire une avance de trésorerie de 75 kF au CIRM.*

La résolution est adoptée à l'unanimité.

RÉSOLUTION. — *Le conseil coopte Marie-France Vigneras au jury du prix d'Alembert.*

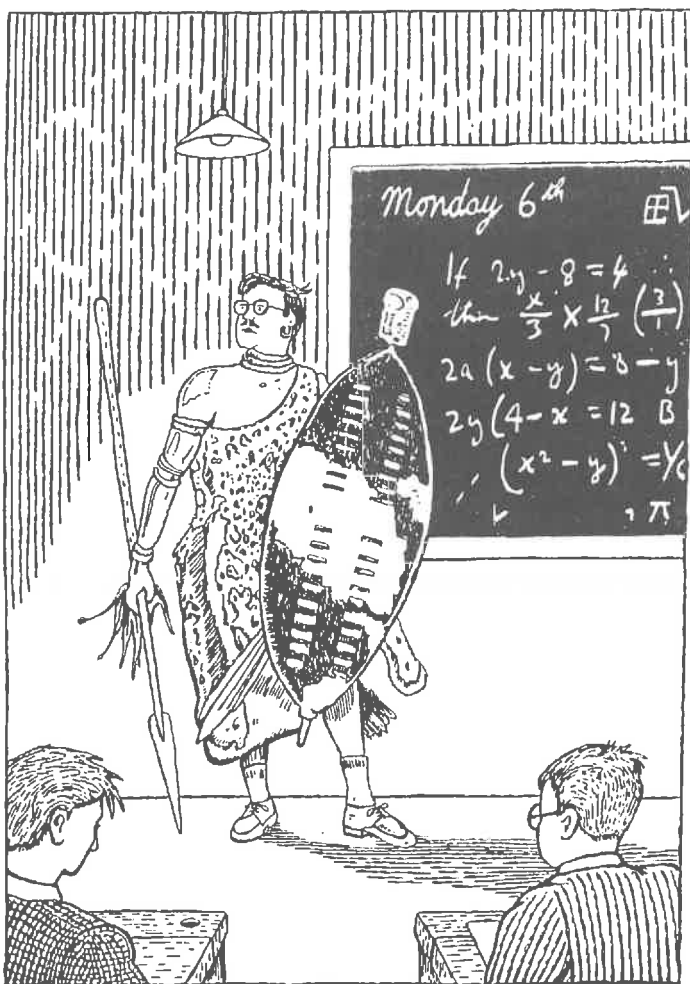
La résolution est adoptée à l'unanimité.

RÉSOLUTION. — *Le conseil reconduit Jean-Jacques Risler et Christian Mauduit pour la préparation de la journée annuelle.*

La résolution est adoptée à l'unanimité moins une abstention. ■

L'ENSEIGNEMENT DE CERTAINES
MATIÈRES POSAIT TOUJOURS DES
PROBLÈMES À BLACKHERST. LES
PROFESSEURS FAISAIENT DES EFFORTS
MÉRITOIRES POUR COMMUNIQUER
AVEC LES PETITES CLASSES.....

M. BINDEN SE DONNAIT BEAUCOUP
DE MAL POUR RENDRE L'ALGÈBRE
"INTÉRESSANTE"



Dessin de Glen Baxter,
extrait de l'ouvrage "Ma Vie", Editions Hoëbeke, 1990.

Libre opinion de l'U.P.S.

ÉVOLUTION DES CLASSES PRÉPARATOIRES

AUX GRANDES ÉCOLES SCIENTIFIQUES

Denis MONASSE (Président de l'Union des Professeurs de Spéciales)

Quelques rappels historiques

1973 : dernière réforme importante de la scolarité en Classes Préparatoires

- création des classes P et P'
- création des classes T (préparation à l'ENSAM en deux ans, jusqu'alors assurée en un an par les Math Sup classiques)
- refonte complète des programmes (en Mathématiques: suppression de la géométrie descriptive et projective, introduction de la topologie)

de 1973 à 1980 : création des classes TA et TB destinées aux bacheliers F, des classes T' destinées aux bacheliers E, en Mathématiques : suppression de l'étude métrique des surfaces.

de 1980 à 1985 : introduction de la physique ondulatoire, de la mécanique des fluides et de l'électronique; en Mathématiques : introduction des séries de Fourier.

1986 : introduction de l'Informatique et de l'Algorithmique; début d'un développement important du nombre de Classes Préparatoires (+62% en effectifs de 1986 à 1991).

1988 : les Classes Préparatoires sont rattachées à la Direction de l'Enseignement Supérieur (DESUP, Bureau des Premiers Cycles).

1989-91 : réflexion au sein de la Commission Amont de la Conférence des Grandes Ecoles sur une réforme des filières et des programmes.

printemps 1991 : la réforme des filières proposée par la Commission Amont est approuvée à l'unanimité par le Groupe Ministériel de suivi des classes préparatoires, présidé par le Directeur de l'Enseignement Supérieur (qui félicite pour la qualité du travail accompli), comprenant :

- représentants des Grandes Ecoles
- représentants des Inspections Générales

- représentants des professeurs de classes préparatoires

- représentants de l'administration centrale

- experts universitaires (dont Bernard Julia et Jean-Jacques Sansuc).

été 1991 : le Cabinet interdit à la Direction de l'Enseignement Supérieur la poursuite des travaux sur la réforme des filières et propose la réduction à un an de la scolarité en Classes Préparatoires; cette proposition provoque une levée de protestations (Conférence des Grandes Ecoles, associations de professeurs, syndicats d'enseignants, CNPF, associations professionnelles d'ingénieurs, etc.);

septembre-octobre 1991 : le Cabinet refuse toute concertation sur le projet de réduction à un an et cherche à forcer les ENS, l'Ecole Polytechnique et les ENSI à recruter à la fin de Math Sup; les corps enseignants de ces écoles ainsi que leurs directions s'opposent fermement à cette mesure.

novembre 1991 : le Cabinet accepte enfin de recevoir l'UPS; le projet de réduction à un an semblant mis de côté, on peut espérer que l'on pourra enfin s'atteler aux vrais problèmes.

Les grandes lignes de la proposition de réforme adoptée par le groupe ministériel de suivi

- Diminution des horaires de cours (limitation à 28 heures hebdomadaires pour les élèves);
- deux Math Sup (à la place de l'unique Math Sup générale actuelle) : PC (physique-chimie) et MP (mathématiques-physique);
- maintien des Math Sup T, TA et TB avec de nouveaux noms (MPT, MMEP, MPC);
- quatre filières de Spé nettement différenciées : MP (mathématiques-physique),

PC (physique-chimie), SPI (sciences physiques pour l'ingénieur), MPT (mathématiques-physique-technologie) en dehors des Spé TA et TB qui prennent de nouveaux noms; les filières PC, SPI et MP sont dédoublées en deux types de classes : MP et MP', PC et PC', SPI et SPI' avec une différenciation limitée des programmes;

– évolution importante des programmes par

• diversification :

- * "mathématiques de service" dans les filières non MP
- * physique plus théorique en MP, plus expérimentale en PC, plus appliquée en SPI
- * chimie des matériaux en MP, organique et moléculaire en PC

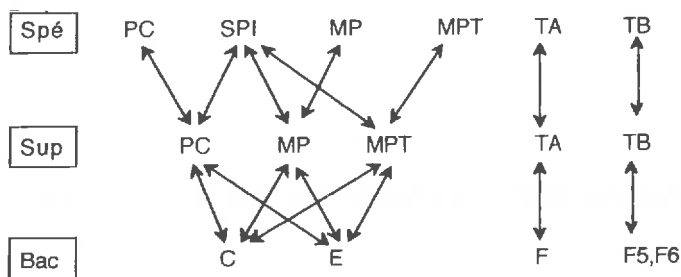
• rénovation :

- * introduction de notions d'intégrale

de Lebesgue et de la transformation de Fourier

- introduction en Spé d'options (horaire de 2 heures hebdomadaires, comprises dans les 28 h de cours) ayant pour objet l'ouverture, le travail autonome et en équipe; chaque élève choisira obligatoirement une option; la liste des options prévues dans chaque filière est telle qu'elle n'est pas de nature à brouiller la personnalité des filières; les options se déroulent soit dans une discipline majeure de la filière (mathématiques ou physique en MP, physique ou chimie en PC, physique ou technologie en SPI, etc.), soit dans une discipline ne figurant pas au programme (biologie, civilisation); elles doivent avoir une composante appliquée et une composante interdisciplinaire; elles sont jugées aux concours par une épreuve d'entretien scientifique.

Diagramme des flux dans la proposition de réforme



Evolution prévue du recrutement

Recrutement actuel des écoles (en 1991)

filière	MM'	PP'	T'	T	TA	TB	TS
en %	42	36	2	17	2	0.5	0.5

Recrutement prévu (en 1995)

filière	MP	PC	SPI	T'	MPT	TA	TB	TS
en %	30	23	21	2	19	3	1	1

Des chantiers à ouvrir

Nous sommes prêts à ouvrir, avec le Ministère et les Grandes Ecoles de nouveaux chantiers :

- la limitation (ou même l'interdiction) du redoublement de l'année de Mathématiques Spéciales qui a tendance à s'étendre à l'heure actuelle;
- la valorisation de l'attitude expérimentale en Classes Préparatoires;
- la vie des étudiants de Classes Préparatoires (le nombre d'heures de présence de l'étudiant au lycée pourrait être limité, à 30 ou 31 heures hebdomadaires par exemple);
- le statut des Classes Préparatoires à l'intérieur des lycées (création de département de Classes Préparatoires, ayant une certaine autonomie pédagogique, disciplinaire et financière, par exemple).

Collaboration SMF-UPS

L'UPS souhaite vivement une collaboration loyale et approfondie avec la SMF pour discuter un certain nombre de points importants :

- quelles mathématiques enseigner aujourd'hui en Premier Cycle? Quelles mathématiques sont nécessaires pour l'ingénieur, le chercheur, l'enseignant? Comment les enseigner?
- Qu'est-ce-que des mathématiques de service? Existe-t-il une "technologie mathématique"? Interaction des mathématiques avec les autres sciences.
- Comment valoriser les mathématiques appliquées et les applications des mathématiques au niveau du Premier Cycle?
- Comment rapprocher les Classes Préparatoires des Universités? Peut-on envisager à plus ou moins long terme une intégration des Classes Préparatoires

dans les Universités, si oui sur quelle base?

- Le rôle de l'enseignant de Premier Cycle et son implication dans l'enseignement (comparaison entre l'enseignant-enseignant et l'enseignant-chercheur, les mythes à briser).
- Le rôle des Classes Préparatoires dans la formation des mathématiciens.

Plus généralement, nous sommes ouverts à une discussion sur tout point, mais nous rappelons notre attachement irréductible aux points suivants qui conditionnent l'existence même des Classes Préparatoires et leur spécificité, à savoir :

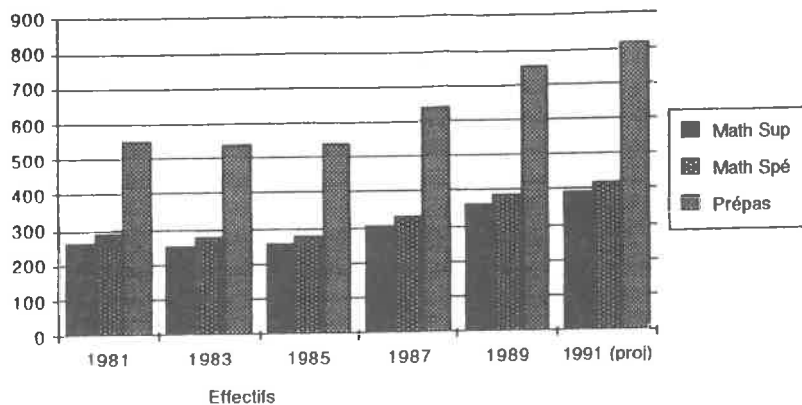
- l'existence d'une sélection à l'entrée en Classes Préparatoires,
- le rôle de formation des Classes Préparatoires qui ne peut s'envisager qu'à travers une scolarité en deux ans,
- l'unicité de l'enseignant par discipline, qui prend en charge cours, TD et TP,
- l'évaluation des enseignants de classes préparatoires par un organisme spécifique (comme actuellement l'Inspection Générale),
- le maintien de carrières attrayantes professionnellement et financièrement, garant de la qualité du recrutement des enseignants.

L'UPS demande que dans ces discussions, la place des Classes Préparatoires comme composante de l'Enseignement Supérieur soit totalement prise en compte.

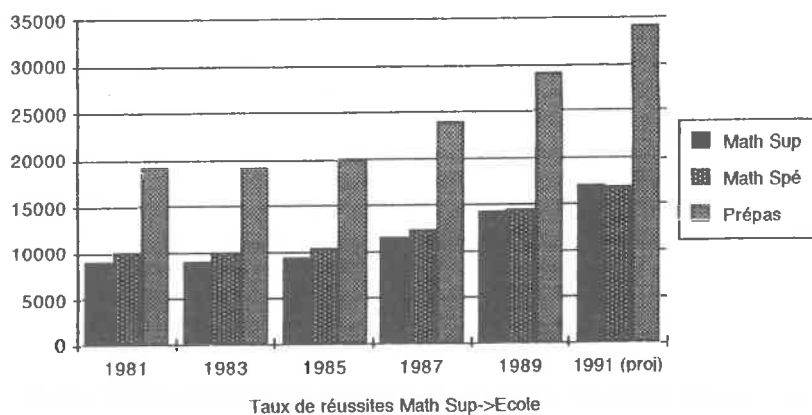
Il est clair que pour permettre des discussions fructueuses entre les deux associations, il est nécessaire que chacune d'entre elles fasse preuve d'une attitude parfaitement loyale et solidaire, surtout à un moment où les attaques contre la formation scientifique (et plus particulièrement les mathématiques) se font de plus en plus pressantes.

Evolution des classes préparatoires aux Grandes Ecoles Scientifiques de 1981 à 1991

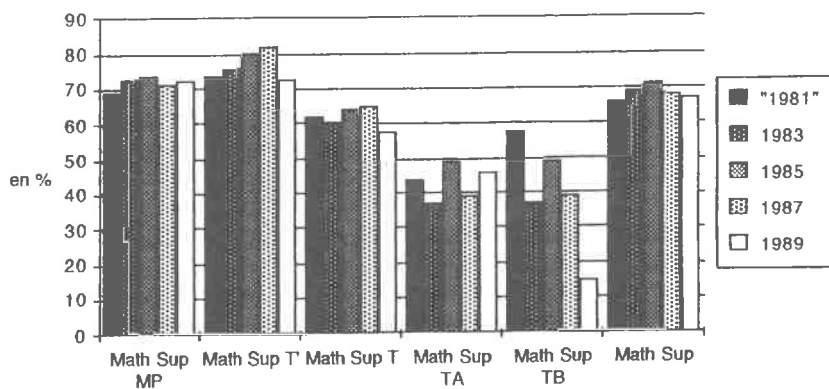
Nombre de classes



Effectifs



Taux de réussites Math Sup->Ecole



**STATISTIQUES SUR LES D.E.U.G.
ET QUELQUES AUTRES DIPLÔMES**

Jean-Yves MÉRINDOL

Effectifs

(Source : les notes d'information du Ministère de l'éducation nationale – SEIS, puis SIGES, puis SPRESE et enfin DEP).

Le tableau 1 donne l'évolution des effectifs en DEUG Sciences (les DEUST y figurent aussi mais leurs effectifs sont marginaux). Je n'ai pu avoir accès aux effectifs des DEUG A-SSM mais cette donnée n'est pas disponible. Il est vrai que certains DEUG sont organisés de telle façon que la distinction entre DEUG A et B est délicate pour les inscriptions. Elle est règlementaire pour les diplômes.

Il faut noter la période de progression de 1980 à 1984. Elle est suivie d'une stagnation qui dure trois rentrées. Depuis la progression a repris sur un rythme très soutenu qui est particulièrement fort en sciences. Les raisons générales, valables pour toutes les disciplines, en sont la progression démographique (un pic local des naissances existe en 1971), la plus grande poursuite d'étude, la plus grande réussite au baccalauréat. Mais la progression des effectifs en Terminale D et surtout C est plus soutenue qu'ailleurs. De plus, la baisse des places offertes en seconde année de médecine, au terme de la règle du numerus clausus, conduit à une baisse des étudiants en santé et ceux-ci se reportent naturellement en sciences.

Le tableau 2 donne l'évolution des premières inscriptions en premier cycle de 1985-1986 à 1990-1991.

	Sciences (avec MASS)	Santé	IUT	Toutes disciplines scientifiques ou pas
1985-86	100	100	100	100
1986-87	96	101	100	100
1987-88	95	101	102	100
1988-89	109	97	109	107
1989-90	128	103	114	118
1990-91	158	95	117	132

Tableau 2

On voit bien sur ce tableau que les sciences sont en première ligne.

Effectifs en premier cycle universitaire en sciences

	Première inscription de 1ère année	Effectif total	Progression Base 100 en 1980-1981
1980-81	28 605	57 340	100
1981-82	31 376	60 045	105
1982-83	34 062	63 856	111
1983-84	32 188	65 201	114
1984-85	35 167	68 774	120
1985-86	33 791	71 130	124
1986-87	32 947	71 596	125
1987-88	32 228	70 497	123
1988-89	37 180	78 544	137
1989-90	43 296	91 116	159
1990-91	estimation : 53 400	107 670	187

Tableau 1

Diplômes (Mêmes sources).

Le tableau 3 donne l'évolution des diplômés pour certains DEUG et licences. On doit noter la très forte augmentation des diplômés en DEUG A, DEUG MASS et licence de mathématiques. Elle est explicitée dans le tableau 4. Elle est beaucoup plus forte en DEUG A qu'en DEUG B et en mathématiques qu'en informatique. Alors qu'il y avait en 1983 presque autant de diplômés en licence de mathématiques et d'informatique, il y en a actuellement près de deux fois plus en mathématiques.

Nuançons quand même la rigueur de ces chiffres. J'ai par exemple du mal à croire qu'en 1990 il puisse y avoir une progression de 40% des diplômés de licence. La façon dont les résultats sont recensés par les universités et le ministère doit jouer un rôle dans ce chiffre surprenant.

Diplômes universitaires (Source : Ministère de l'Education Nationale, Direction de l'Evaluation et de la Prospective).

	82	83	84	85	86	87	88	89	90
<i>DEUG délivrés</i>									
DEUG A - SSM	4 907	5 212	5 933	6 578	7 364	8 120	8 472	9 366	10 903
DEUG MASS (*)	436	465	570	898	985	813	786	878	1 013
DEUG B - SNV	4 928	5 032	5 469	6 348	6 366	6 623	6 629	7 428	8 446
<i>Licences délivrées</i>									
Mathématiques	1 075	998	1 086	1 016	1 052	1 346	1 503	1 871	2 622
Informatique	831	964	920	1 338	1 275	1 251	1 325	1 336	1 329
MASS (*)	83	111	114	116	144	165	179	232	271

* Noter les chiffres légèrement plus bas que ceux recensés pour la SMASS (voir l'article de Devinant-Monjardet). Il est possible qu'ici le MASS de la faculté catholique d'Angers ne soit pas pris en compte. Il est aussi possible que les sources ne se recoupent pas exactement.

Progression des diplômés

	1982 ↓ 1983	1983 ↓ 1984	1984 ↓ 1985	1985 ↓ 1986	1986 ↓ 1987	1987 ↓ 1988	1988 ↓ 1989	1989 ↓ 1990
DEUG A	+6%	+14%	+11%	+12%	+10%	+4%	+10%	+16%
Licence de mathématiques	-7%	+9%	-7%	+3%	+28%	+11%	+24%	+40%

Tableau 4

— LA FILIÈRE MASS (Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales) —

A. DEVINANT (I.S.H.A., Université Paris IV)

B. MONJARDET (Université Paris V et C.A.M.S.)

FILIÈRE MASS et RÉFORME des DEUGS

Le DEUG MASS (Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales) a été créé à l'initiative de mathématiciens qui avaient dès la rentrée 1970 créé à Paris V et Paris VII un "DUEL" Mathématiques Appliquées et Sciences Humaines; lors de la création du DEUG en 1973 l'Economie fut rajoutée aux disciplines possibles.

Les premiers DEUG MASS furent créés soit dans des Universités à dominante Sciences soit — plus fréquemment — dans des Universités à dominante Sciences Sociales; dans ce second cas, leur création dut beaucoup aux efforts de quelques mathématiciens qui acceptèrent de tenter le pari de la "pluridisciplinarité"; dans ce dernier cadre, les petites équipes initiales se sont développées régulièrement, notamment à l'occasion de la création de deuxièmes cycles MASS, pour devenir des départements ou des UFR de mathématiques-informatique, d'une taille suffisante pour avoir une activité de recherche (pourvu que les recrutements y obéissent à une logique de politique scientifique). Ce sont aussi généralement les enseignants de ces unités qui assurent les enseignements de mathématiques, statistique, informatique requis dans les cursus classiques de Sciences Sociales. Ce double rôle est très bien perçu et apprécié par les Universités concernées : il permet de disposer

sur place de spécialistes pour les enseignements de "service"; la filière scientifique MASS apporte un plus à l'Université.

En 1991, il existe 25 DEUG MASS, généralement créés et gérés par des mathématiciens (évidemment avec le concours de spécialistes des Sciences Sociales) soit dans le cadre qu'on vient de décrire, soit dans celui de Facultés de Sciences. Il existe également 14 deuxièmes cycles MASS, dont deux récemment créés.

En 1989-90, l'instance de coordination des filières MASS a participé avec la SMF à la concertation proposée par le MENJS sur les projets de maquettes pour les deuxièmes cycles Mathématiques et MASS; cette concertation avait abouti à des projets, approuvés dans une réunion des responsables de ces deuxièmes cycles, mais non sortis en raison du blocage, en juin 1990, de la réforme des deuxièmes cycles (la parution au J. O. des maquettes de 2èmes cycles — plus ou moins modifiées par rapport aux projets présentés alors au CNE-SER — est maintenant annoncée comme imminente...). Au cours de cette concertation le devenir du DEUG MASS avait été évoqué, et les interlocuteurs étaient d'accord pour considérer que si la réforme du premier cycle devait supprimer des DEUG pluridisciplinaires tels le DEUG MASS, celui-ci devrait devenir une mention MASS

d'un DEUG Sciences.

Or en mai 1991, le MENJS présentait un avant-projet de maquette pour le nouveau DEUG Sciences sans la moindre mention MASS, (et sans que l'orientation MASS apparaisse par ailleurs). Devant les vives réactions, notamment d'éminents mathématiciens, à ce texte, le MENJS expliquait que sa présentation résultait d'une erreur et qu'il n'était pas question de supprimer l'orientation MASS. En fait cette orientation est jugée tellement satisfaisante qu'à cette rentrée, le MENJS a proposé qu'une mention MASS figure dans trois DEUG, à savoir les DEUG Sciences, Sciences Humaines et Arts, et Economie-Gestion-Sciences Sociales!!!

L'Assemblée Générale des filières MASS, réunie à Bordeaux, le 27.9.91, vient de réaffirmer clairement que "compte tenu de la nature du DEUG MASS et des principes retenus par le MENJS pour la réforme du premier cycle universitaire la seule solution pour le DEUG MASS est de devenir la mention MASS du nouveau DEUG Sciences". Nous donnons ci-dessous des extraits de la résolution votée unanimement à ce sujet, lors de cette réunion :

"...3. L'Assemblée Générale ayant pris connaissance d'avant-projets dans lesquels la mention MASS apparaîtrait non seulement dans le DEUG Sciences, mais aussi dans le DEUG Sciences Humaines et Arts ainsi que dans le DEUG Economie-Gestion-Sciences Sociales s'élève contre de telles dispositions :

- le fait d'avoir la même mention MASS dans 3 secteurs différents conduirait à une confusion certaine : comment les étudiants pourraient-ils comprendre et (ou) comment interpréteront-ils qu'une Université ait un DEUG Sciences mention MASS, option Economie, et une autre un DEUG Economie mention MASS?

- quelle serait d'autre part la visibilité de, par exemple, un DEUG Sciences Humaines et Arts mention MASS situé entre l'histoire des Arts et la musique?

- dans de nombreuses Universités le DEUG MASS comporte plusieurs options

de Sciences Sociales, la partie scientifique étant commune à toutes; comme dans le cadre du découpage sectoriel actuellement retenu ces Sciences Sociales appartiennent à des secteurs différents, ces Universités seraient amenées à demander des DEUG différents ce qui engendrerait complications inutiles, voire la suppression de possibilités existantes.

Cette prise de position ne signifie évidemment pas que l'Assemblée s'élève contre la possibilité d'existence dans les DEUG Sciences Humaines et Arts, et Economie-Gestion-Sciences Sociales d'orientations renforcées dans les domaines des statistiques, de l'informatique ou des mathématiques, à condition que les mentions correspondantes ne permettent aucune confusion avec le DEUG scientifique mention MASS.

4. L'Assemblée Générale a été informée que pour le MENJS il semble faire problème qu'une Université à dominante(s) ne relevant pas du secteur Sciences et actuellement habilitée pour le DEUG MASS (par exemple, pour les Universités parisiennes, Paris I, Paris V-René Descartes, Paris IX-Dauphine, Paris X-Nanterre) puisse obtenir l'habilitation pour le nouveau DEUG Sciences mention MASS, en raison de ce qu'un DEUG Sciences à mention unique ne permettrait pas des (ré)orientations à l'intérieur de ce DEUG. Elle estime que c'est un faux problème : l'organisation du DEUG MASS a toujours offert des possibilités importantes de telles (ré)orientations, mais à l'intérieur de secteurs différents (DEUG A, DEUG de Sciences Sociales). Il suffit donc de laisser subsister les passerelles inter-sectorielles existantes (comme d'ailleurs ceci est déjà prévu entre le Droit et l'Economie dans les projets du MENJS).

5. L'Assemblée a d'autre part réfléchi aux moyens d'augmenter le flux de diplômés Deug MASS se dirigeant vers les carrières de l'enseignement de mathématiques (IUFM, CAPES...). A cet égard elle considère que la mesure prévoyant l'accès de droit à la licence de Mathématiques pour les diplômés du Deug MASS était excel-

lente et doit évidemment être conservée pour les diplômés du nouveau DEUG Sciences, mention MASS; elle estime aussi que les Universités préparant la licence MASS devraient, dans la mesure de leurs moyens, y inclure une option appropriée (notamment enseignements de géométrie) permettant de s'orienter vers l'entrée dans un IUFM. ..."

Aux arguments présentés dans cette résolution, on peut en ajouter deux autres plus spécifiques :

- la création de DEUG non scientifiques, mention MASS, que le Ministère semblait envisager pour succéder au DEUG MASS d'Universités, qui n'ont pas de DEUG Sciences menace directement les deuxièmes cycles MASS, voire même des DEA de mathématiques de ces Universités. Il est clair qu'avec, par exemple, un DEUG Economie-Gestion-Sciences Sociales, mention MASS, la pression sera forte pour di-

minuer le volume du tronc commun scientifique (math. stat. info.) de cette formation; comment alors les étudiants pourraient-ils suivre un deuxième cycle MASS, à moins d'abandonner la nature de formation de mathématiques appliquées de celui-ci? Il est évidemment possible que certaines des Universités concernées arrivent dans l'avenir à créer un DEUG Sciences, mais elles ne seront certainement pas la majorité.

- A un autre niveau, des mathématiciens qui ont fait beaucoup d'efforts pour que, par exemple dans une Faculté de Sciences Humaines, le DEUG MASS soit un vrai DEUG scientifique (avec, par exemple, début des cours en octobre, plus grande importance des T.D. et du fonctionnement en petits effectifs, encadrement plus important) verraient ces efforts ruinés, si ce DEUG devenait une mention d'un DEUG Sciences Humaines; il est d'ailleurs à prévoir que l'on ne les y reprendrait plus...

Note de la Commission MASS du groupe SMAI-MODE - décembre 1991

NOTE sur les STATISTIQUES de la FILIÈRE MASS

Les données qui ont été utilisées pour le tableau et les graphiques concernant l'évolution du DEUG et des licences et maîtrises MASS ont deux sources principales : avant 1986 les statistiques recueillies auprès du S.I.G.E.S. (Service d'information de gestion et des statistiques du Ministère de l'Education); depuis 1985-86 les statistiques obtenues par une enquête directe effectuée chaque année auprès des responsables MASS des différentes universités, dans le cadre des instances de coordination des filières MASS.

On notera les points suivants :

1) les effectifs d'inscrits donnés sont en principe ceux des inscrits administratifs, mais des confusions ont pu parfois avoir lieu entre inscrits administratifs et inscrits pédagogiques.

2) Les effectifs d'inscrits et de reçus au DEUG ne comprennent jamais ceux de Paris VIII (du fait de données aberrantes inexplicables dans les années 77 à 86 pour

cette Université).

3) En particulier pour cette dernière raison, mais aussi du fait d'autres données manquantes diverses, les effectifs donnés doivent généralement être pris comme des estimations par défaut des effectifs réels (ce qui n'exclut donc pas la possibilité d'estimations par excès).

4) Des données ponctuelles peu plausibles (essentiellement recueillies avant 1986) ont été conservées dans tous les cas où il était impossible d'opérer des redressements fiables.

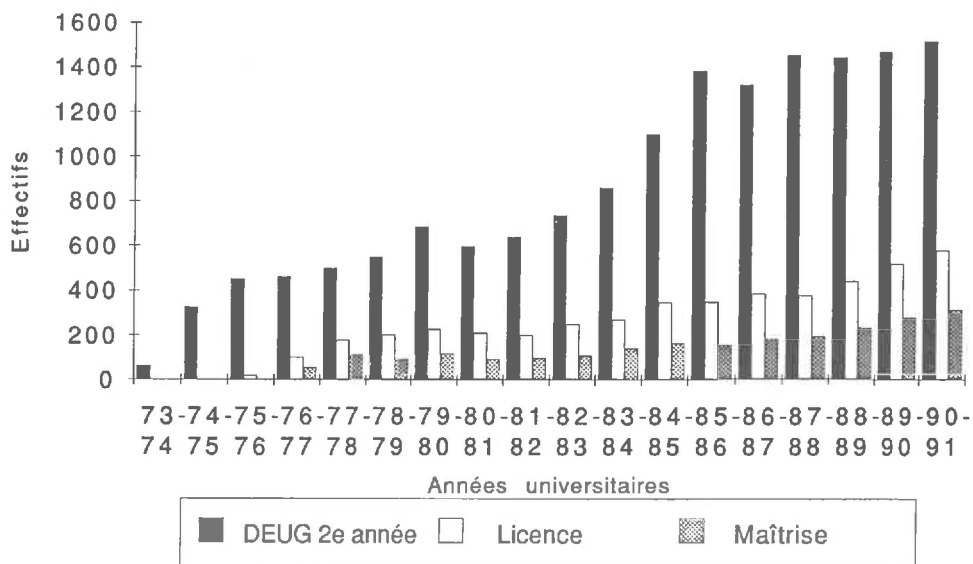
5) Pour entre autres ces différentes raisons, l'évolution des formes des histogrammes ne doit être considérée qu'à titre indicatif.

6) Des tableaux détaillés donnant des répartitions d'effectifs par année et université ont été publiés dans A. Devinant et B. Monjardet (La filière MASS 1973-1991 Essai de bilan, *Math. Inf. Sci. hum.* 115, 1991, 5-66).

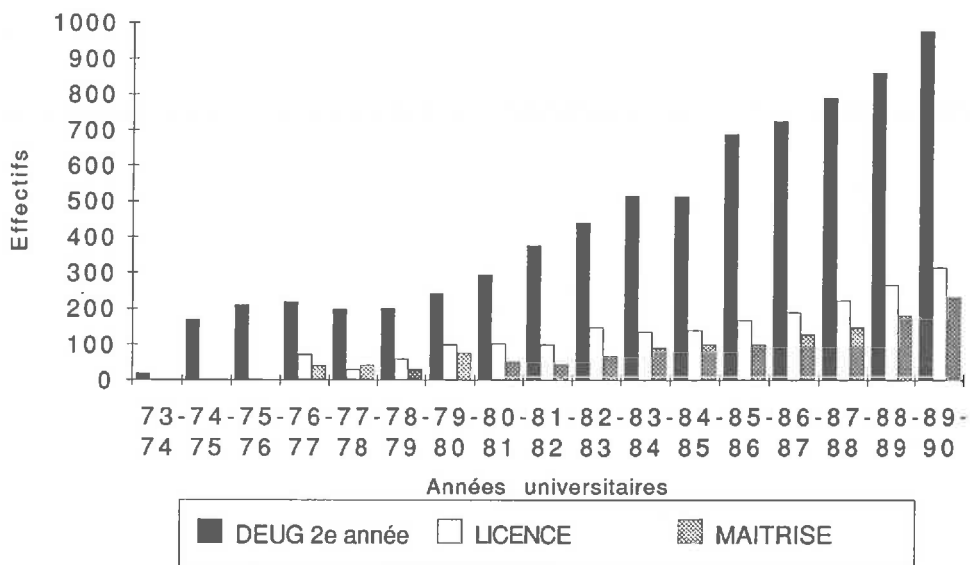
EVOLUTION FILIERE MASS de 1973 à 1991

années universitaires	Inscrits DEUG (Inscrits DEUG 2)	DEUG Recus	DEUG : % recus/Inscrits D2	Licence Inscrits	Licence Recus	Licence : % recus/Inscrits	Maîtrise Inscrits	Maîtrise Recus	Maîtrise : % recus/Inscrits
73-74	? (62)	20	32						
74-75	? (325)	169	52						
75-76	? (452)	210	46	18	4	22	55	41	75
76-77	? (462)	220	48	102	72	71	109	42	39
77-78	1436 (499)	200	32	177	30	17	89	30	34
78-79	1457 (548)	202	37	202	60	30	118	77	65
79-80	1683 (686)	243	35	227	101	44	94	50	53
80-81	1949 (595)	295	50	210	103	49	98	43	44
81-82	2283 (638)	377	59	201	101	50	107	68	64
82-83	2735 (735)	441	60	249	148	59	140	91	65
83-84	3162 (860)	515	60	269	136	51	165	101	61
84-85	2901 (1101)	513	47	346	141	41	152	100	66
85-86	3515 (1383)	689	50	349	168	48	179	130	73
86-87	3639 (1319)	725	55	386	190	49	194	149	77
87-88	3591 (1454)	790	54	378	223	59	236	181	77
88-89	3748 (1444)	861	60	442	267	60	280	231	83
89-90	3760 (1465)	976	67	519	315	61	315		
90-91	4252 (1516)			579					

Evolution de la filière MASS de 1973 à 1991 : Inscrits

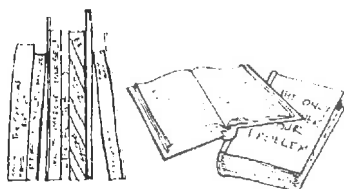


Evolution de la filière MASS de 1973 à 1990 : Reçus





**RESEARCH PERIODICALS & BOOK
SERVICES, INC.**



We buy back volumes of periodicals in mathematics, physics, and many other fields of research.

Please send us a list of the journals, reviews and other serial publications that you wish to sell. We pay top market prices, plus shipping, in cash or credit.

WE SUPPLY:

- **BOOKS** from all over the world, in all fields of research.
- **JOURNALS** in back volumes and in **CURRENT SUBSCRIPTIONS.**

REGULAR SERVICE — We arrange delivery directly from the publisher to you, and claim missing issues as you report to us.

CONSOLIDATED — Periodicals from all publishers come to us first; the issues are repacked for one combined delivery to you. We claim any missing issues from publishers automatically, to maintain our guarantee of completeness and trouble-free shelving for you.

- Space-saving **MICROFILM** is also available for many titles.

We invite your inquiries about this
and all our services at:

RESEARCH PERIODICALS & BOOK SERVICES, INC.

P.O. Box 720728 • Houston, Texas 77272-0728 USA

Phone: (713) 556-0061 • Fax: (713) 556-1406
Telex: 510-600-0921 • Toll Free: (800) 521-0061

ENSEIGNEMENT Second Cycle

Le Ministère souhaite depuis deux ans, au moins, profondément modifier les arrêtés régissant les deuxièmes cycles. Il avait présenté des textes au CNESER (Conseil National de l'Enseignement Supérieur ou de la Recherche) en avril 1990. Les grandes lignes en étaient : la baisse générale des horaires, l'introduction obligatoire d'un travail personnel du type stage ou mémoire et la disparition de nombreux arrêtés particuliers (maquettes spécialisées présentes dans très peu d'établissements). La réforme devait s'appliquer à la rentrée 1991. Mais elle fut retardée et les textes abandonnés.

Depuis, de nouvelles maquettes ont été rédigées et furent présentées à nouveau devant le CNESER (fin octobre 1991). Il faut noter quelques nouveautés, notamment l'introduction d'une "filière recherche" en licence et maîtrise.

Le dispositif ainsi proposé, sans consultation de la S.M.F., n'est pas publié et d'après les renseignements dont nous disposons il faut s'attendre à de nouvelles modifications. Il semble que le ministère souhaite publier ces textes avant la fin de l'année civile 1991.

A cause de ces changements importants, nous ne publierons pas dans la Gazette les textes dont nous disposons et qui risquent d'être déjà obsolètes. Nous nous contentons de quelques extraits significatifs, eux-mêmes susceptibles des plus grandes modifications.

Des I.U.P. (Instituts Universitaires Professionnalisés), qui modifient eux aussi le paysage universitaire des premiers et seconds cycles, on ne dira que peu de choses. Il en existe 28 depuis la rentrée 1991 : 12 en ingénierie, 4 en information-communication, 5 en administration, 4 en commerce et 3 en gestion financière. Ils recrutent leurs étudiants de façon sélective à Bac+1 et leur scolarité dure 3 ans. Ils doivent délivrer le titre (ou le diplôme?) d'ingénieur-maître. Pour l'instant aucun texte réglementaire n'existe ni sur ce titre, ni sur l'organisation des IUP. Le ministère a plus de souplesse qu'on ne le dit parfois : les textes peuvent n'avoir qu'une importance relative.

PROJET D'ARRÊTÉ PORTANT DISPOSITIONS RELATIVES

AUX DIPLÔMES NATIONAUX DE LICENCE ET DE MAÎTRISE

Art. 4. — Les formations de licence et de maîtrise peuvent être organisées sous forme modulaire.

Art. 5. — Toute licence et toute maîtrise portent une dénomination nationale arrêtée par le ministre chargé de l'enseignement supérieur qui publie chaque année la liste des dénominations en vigueur.

La dénomination peut associer plusieurs disciplines.

La dénomination de licence et de maîtrise peut être assortie de mentions définies à l'échelon national. Ces mentions figurent dans l'arrêté d'habilitation à délivrer les diplômes.

Sur chaque diplôme de licence et de maîtrise, l'université peut indiquer le cas échéant, avec la liste des éléments constitutifs du diplôme obtenu par l'étudiant, une

spécialisation correspondant au cursus suivi.

Les universités qui en font la demande peuvent être autorisées à organiser à partir de licence et de maîtrise existantes, assorties ou non de mentions, une filière recherche fondée sur l'alternance et le séjour pour la moitié des horaires réglementaires dans un laboratoire universitaire. Dans ce cas la dénomination de licence ou de maîtrise, assortie ou non de mentions, comporte la spécialisation "recherche".

Art. 6. — La licence est délivrée aux candidats qui ont satisfait au contrôle des aptitudes et des connaissances correspondant à une année de formation, dont le volume ne peut être inférieur à trois cent cinquante heures ni supérieur à cinq cents heures, y compris, obligatoirement un travail d'études et de recherche personnel ou collectif ou un stage, d'un volume horaire minimum de

cent heures.

Le travail d'études et de recherche ou le stage fait l'objet d'un suivi pédagogique et quelle qu'en soit la forme, d'un rapport.

[Un dispositif analogue existe pour les maîtrises, hors MST, MSG et MIAGE. Le travail d'étude et de recherche personnel est alors au minimum de 150 heures.]

Art. 14. — Le président de l'établissement désigne chaque année les jurys. Il met en place en particulier le jury de licence, comportant les responsables, le cas échéant, des différents modules figurant au programme de formation.

Ce jury effectue la synthèse des résultats

obtenus par chaque étudiant, en tenant compte des modalités de compensation et de capitalisation prévues au sein du régime de contrôle des aptitudes et des connaissances qui doit porter à la fois sur les enseignements suivis et sur le travail d'études de recherche ou sur les stages.

Le diplôme est attribué après délibération.

Le jury remet aux instances universitaires concernées un rapport annuel sur le fonctionnement et les résultats de la formation considérée.

[Même article pour la maîtrise].

_____ LICENCE ET MAITRISE DE MATHÉMATIQUES (Projet) _____

Là aussi, on aurait cinq cents heures d'enseignement. Les mentions actuelles de la maîtrise disparaîtraient toutes, sauf la mention "ingénierie mathématiques". Certaines contraintes existent sur les programmes

(mais il semble que le texte présenté au CNESER d'octobre 91 soit en train d'être modifié).

_____ LICENCE ET MAITRISE MASS (Projet) _____

Elles comportent au moins cinq cents heures d'enseignement. Le projet fait état de au moins 200 heures en mathématiques appliquée et informatiques et au moins 100

heures en sciences sociales (soit mention sciences économiques, soit mention sciences humaines). ■

CINQ ANS DE RECRUTEMENT AU C.N.R.S.**Bilan de la politique de la Commission 03, 1987-1991***Bernard PRUM (Paris V)*

La Commission "sortante" de Mathématiques du Comité National a siégé 4 ans, mais, du fait des retards consécutifs à la dissolution de la Commission précédente, elle a procédé à 5 campagnes de concours (recrutements et passages DR2).

Dès ses premières réunions, elle a affirmé les principes de ses choix : excellence scientifique d'abord, renforcement du CNRS en province, soutien de l'ouverture des Mathématiques vers les applications, rajeunissement des recrutements CR2. Avant de développer ces choix, voyons le nombre de postes pourvus chaque année *par recrutements extérieurs* :

	CR2	CR1	DR2	Total
1987	9	3		12
1988	14	1		15
1989	20	2		22
1990	20	1	2	23
1991	20	0		20
Total	83	7	2	92

Notons qu'il y a actuellement 279^(*) Mathématiciens au CNRS. 90 d'entre eux ont été recrutés par la Commission actuelle (il y a eu 2 départs parmi les nouveaux recrutés).

Paris/Province

Les Commissions précédentes avaient déjà eu une politique volontariste pour développer le rôle du CNRS en Province. Bien que la Commission eut préféré mener cette politique sans contrainte, la Direction Scientifique a procédé à une politique de fléchages, favorisant de fait les "gros" centres de Province au détriment des "petits". Que ce soit d'ailleurs au niveau des recrutements ou au niveau de la politique des laboratoires (associations, crédits,...), la Commission n'a cessé de protester contre l'abandon de la "petite Province".

De fait, ces fléchages ont vite été dérisoires face à une contrainte numérique, imposant une affectation en Province d'au moins 50 %, puis 66 % des recrutements. La Commission a eu sur ce point une réaction assez ambivalente : mécontente d'une contrainte lui interdisant un choix fondé uniquement sur la qualité scientifique, elle a néanmoins accepté de jouer le jeu, dont elle comprenait la signification politique. L'augmentation du nombre de postes au concours a finalement permis de satisfaire cette contrainte sans trop de grincements de dents. On peut noter que la section de Mathématiques est sans doute celle où le "turn-over" est le plus important : le recrutement de 92 personnes n'a accru l'effectif que de 44 chercheurs, autrement dit il y a eu 48 départs (essentiellement vers des postes de Professeur)!

(*) 73 CR2, 4 CR, 131 CR1 (soit 208 B) et 46 DR2, 1 MR, 16 DR1 et 8 DR0 (soit 71 A)

Le résultat numérique est le suivant :

	Province	Total	
1987	3	12	25,0%
1988	8	15	53,3%
1989	10	22	45,5%
1990	11	23	47,8%
1991	12	20	60,0%
Total	44	92	47,8%

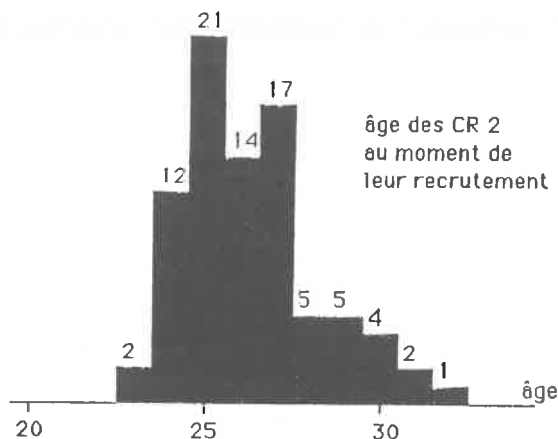
En dehors du premier concours (1987), pour lequel le nombre de postes était dérisoire, et le nombre de candidats extrêmement élevé (il n'y avait pas eu de recrutement depuis deux ans), on constate que la Commission a recruté environ une fois sur deux en Province, alors que plus des trois quarts des mathématiciens du CNRS étaient à Paris au début de son mandat. (En 1988 et 1989, aucune contrainte numérique n'avait été imposée).

Le regroupement par centre fournit les chiffres suivants : en Province les villes les plus pourvues ont été Lyon (9 recrutements, pour 2, puis 3 Unités de Recherche), Strasbourg (6 recrutements), Marseille (5), Bordeaux et Nice (4 chacune), Grenoble, Besançon et Nancy (3 chacune). Pour refléter correctement la réalité, il conviendrait d'ajouter les mouvements internes : les mutations de Paris vers la Province concernent essentiellement Marseille (3 arrivées) et Toulouse (1 arrivée de DR2).

Les centres parisiens se sont respectivement vu affecter 15 chercheurs (Polytechnique, 2 URA), 12 chercheurs (Paris XI, 5 URA + Cachan), 7 chercheurs (Paris VI, 6 URA), 7 également (ENS), 5 chercheurs (Paris VII, 3 URA), etc.

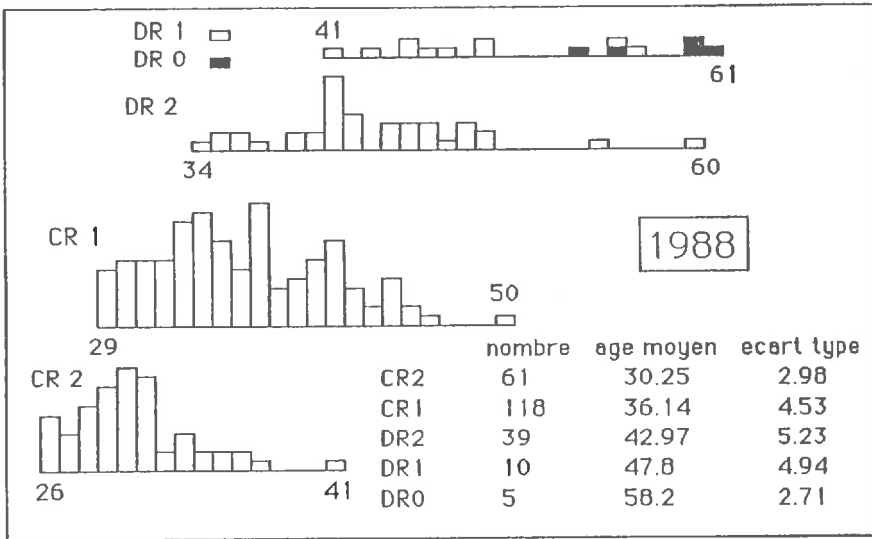
Age

La Commission a jugé important de recruter jeune. Contrairement à ce qui se passe pour les recrutements de M.C. à l'Université, au CNRS, il est possible légalement de recruter au niveau CR2 des personnes n'ayant pas encore soutenu leur thèse. La Commission a décidé d'user de ce droit et un ou deux tels recrutements ont été réalisés en 1990 et en 1991. Les âges des CR2 au moment du recrutement est décrit dans l'histogramme suivant :

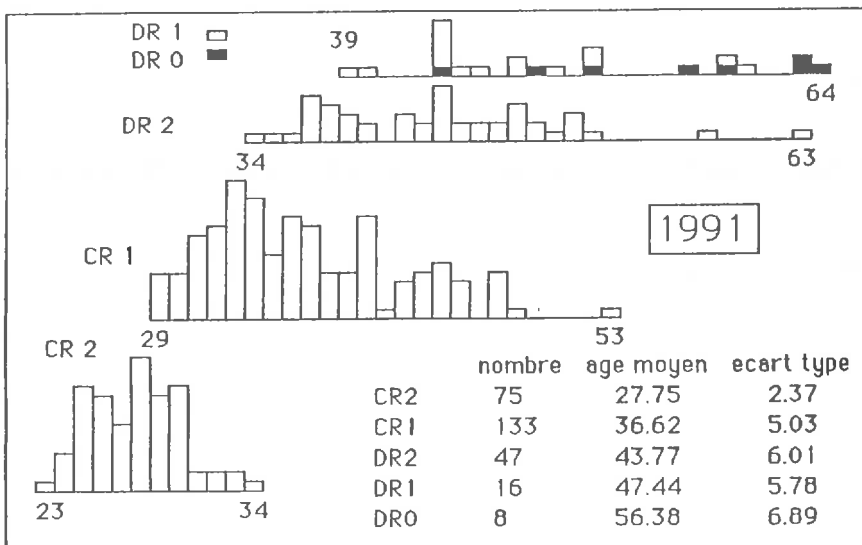


L'âge moyen des CR2 recrutés est de 26 ans et 3 mois (avec un écart type inférieur à 2 ans). Sur 83 CR2, 14 n'avaient pas encore 25 ans, 3 seulement avaient dépassé les 30 ans.

Le bilan, en ce qui concerne les âges peut être tiré sous forme de comparaison de la section avant et après notre Commission. Le premier histogramme ci-dessous décrit son état en 1988 :



le second la situation aujourd'hui :



On constate le rajeunissement des CR2; les CR1 plus nombreux regroupent des CR1 de 1988, plus vieux de 3 ans, et des promus; c'est là qu'est aujourd'hui le blocage de carrière, bien qu'il y ait 17 DR de plus qu'en 1988.

Disciplines

Il est bien sûr difficile de classer de façon abrupte les chercheurs par branche de recherche, les frontières entre celles-ci étant extrêmement floues. En outre, surtout chez un jeune chercheur, un dossier peut évoluer très vite. Néanmoins, la classification approximative qui suit donnera une idée des profils des mathématiciens recrutés

géométrie	15
analyse numérique	12
analyse	9
théorie des nombres	7
probabilités	6
statistiques	6
topologie	6
géométrie algébrique	5
logique, maths discrètes	5
physique mathématique	5
systèmes dynamiques	5
théorie des groupes	4
groupes de Lie	4
calcul formel	2

Si l'on qualifie d'"appliquées" l'analyse numérique, les probabilités-statistiques et la physique mathématique, on constate donc 29 "appliqués" sur 92, auxquels il convient d'ajouter 2 chercheurs en calcul formel, domaine sur lequel un effort est certainement à souhaiter dans les années à venir. On atteint donc une proportion d'un tiers d'"appliqués", ce qui est en dessous de l'objectif recherché d'un demi.

Recrutements...

On peut compléter cette description des recrutements en signalant que sur 92 chercheurs, 14 étaient des femmes (15,2%).

Le nombre des recrutements au niveau CR1 a décliné d'année en année : la Commission s'étant rendue compte d'une moindre pression à ce niveau, nous avons préféré demander plus de postes CR2, ce qui allait aussi dans le sens d'un rajeunissement des chercheurs.

Par contre, en 1990, nous avons profité du nombre relativement élevé de postes DR2 mis au concours (10) pour procéder à deux recrutements d'étrangers de haut niveau. Cette année, le petit nombre de postes en jeu n'a pas permis de renouveler l'opération, malgré d'excellents dossiers.

La mise en place de détachements pour 5 ans au niveau DR1 change d'ailleurs un peu la règle du jeu. Il est prévu en régime stationnaire que 4 postes soient pourvus par an, ce qui mettrait en permanence une vingtaine de Professeurs d'Université en détachement. Le revers de cette médaille est une diminution des promotions, en particulier au passage CR1 → DR2, conduisant à une incitation plus forte des CR1 à quitter le CNRS.

... et promotions

Le "bourrelet" qui s'était accumulé au cours des ans au passage CR2 $\rightarrow$ CR1 s'est complètement résorbé. La qualité des recrutements en Mathématiques a permis que tous les CR2 promouvables soient promus, ce qui n'a pas été le cas dans toutes les disciplines (y compris en Physique).

En ce qui concerne la promotion DR2 $\rightarrow$ DR1, les nombres de promus ont été successivement de 1,2,1,4,2, soit un total de 10, alors que le nombre de candidats "méritant" amplement cette promotion est nettement supérieur. Notons deux promotions en classe exceptionnelle.

Le point le plus délicat (et conflictif!) demeure le concours CR1 $\rightarrow$ DR2. Les nombres de chercheurs CNRS en Mathématiques ayant franchi cette étape ont été successivement de 2,4,5,9,4 (total 24). Le nombre de postes au concours a cru jusqu'en 1990 (10 postes), ce qui a laissé croire à notre commission qu'elle pouvait mener une politique responsable, prenant en compte la pression gigantesque due à de nombreuses années extrêmement pauvres en possibilités, et les objectifs scientifiques (excellence, âge, impulsion de la Province, choix de disciplines,...).

En 1990, par exemple, 2 des 10 postes ont été, comme on l'a dit, pourvus par des étrangers. Le jury a tâché de procéder à une sélection "multicritère" raisonnable. On sait quel sort fut réservé à son classement, la candidate classée 3e étant barrée par le jury d'admission. Quant à 1991, tout respect des choix des Mathématiciens a volé en éclat : 3 des candidats placés dans les 5 rangs "utiles" ont été barrés à l'initiative du Physicien représentant le Comité National ; les 2 candidats que nous avions placés en liste complémentaire ont été promus.

Les Mathématiciens y ont perdu un poste ... et beaucoup de foi en le CNRS. ■

COMMISSION C.N.R.S. 01

Compte rendu de la réunion du 11 octobre 1991

Marie-Françoise ROY, présidente (Université de Rennes I)

Jean-Yves CHEMIN, secrétaire (Ecole Polytechnique)

Les résultats du vote pour le bureau sont les suivants :

M.-F. Roy est élue présidente à l'unanimité.

J.-C. Sikorav et J.-Y. Chemin sont élus au bureau à l'unanimité.

S. Chakoff est élue représentante des I.T.A. auprès du bureau à l'unanimité.

J.-Y. Chemin est élu secrétaire du bureau à l'unanimité.

J.-P. Demailly et B. Teissier sont nommés au bureau par la direction scientifique.

B. Teissier est élu représentant de la commission au conseil de département à l'unanimité moins une abstention.

A la suite d'un débat avec une délégation d'une trentaine de mathématiciens qui souhaitent protester contre les modifications du classement intervenues lors du jury d'admission des directeurs de recherche, la commission adopte à l'unanimité la motion suivante :

La commission 01 s'élève contre le fait que le jury d'admission DR ait rayé les noms de trois chercheurs classés en rang utile lors du concours DR 2 en 1991.

Elle est indignée par le fait que ces déclassements aient pu être fondés sur des rapports tels que le seul dont elle a pu avoir connaissance, dont la légèreté, le manque d'arguments scientifiques et les inexactitudes ont surpris et choqués toute

la communauté mathématique. Elle regrette aussi très vivement le manque de communication entre le jury d'admission et le jury d'admissibilité : le rapporteur au jury d'admission n'a contacté aucun membre de la commission de mathématiques, en particulier les rapporteurs des candidats concernés, avant de prendre position.

La commission constate qu'en conséquence trois chercheurs de valeur ont été gravement lésés dans leur carrière.

Elle demande que tout le possible soit fait pour qu'ils soient rapidement promus, et que de semblables problèmes ne se posent plus à l'avenir. Elle souhaite que les conditions soient créées pour que des relations de confiance s'établissent entre la commission et la direction scientifique. Faute de quoi, la commission s'interroge sur l'opportunité de poursuivre ses travaux.

Compte-rendu de la session d'automne 1991 (12 au 14 novembre)

Informations générales

La commission décide de tenir le 31 janvier, une réunion dont le sujet sera

"le rôle du CNRS dans le développement des mathématiques en France".

M.-F. Roy rappelle quelques données chiffrées : la proportion des directeurs de recherche n'est que de 27% des chercheurs en mathématiques alors que la proportion jugée souhaitable par la direction du C.N.R.S. est de 40%. La province n'accueille que 30% des chercheurs C.N.R.S. et 23% des directeurs de recherche. Par contre, d'après les chiffres de la D.R.E.D., la moitié des D.E.A. y sont passés ainsi que 60% des thèses.

D. Thoulouze resitue les mathématiques dans l'ensemble du C.N.R.S. Le département SPM (Sciences Physiques et Mathématiques) comprend 1 538 chercheurs et 1 172 ingénieurs, techniciens et administratifs et son budget total est d'un milliard de Francs (en hausse de 9,2%). Le soutien de base aux laboratoires est de 111,2 MF; la partie réservée à l'activité scientifique est de 94,6 MF (en hausse de 8,2%), celle

réservée à l'infrastructure de 16,6 MF (en baisse de 0,9%).

En ce qui concerne les mathématiques, le budget a doublé en quatre ans. D. Thoulouze précise comment il voit l'application aux mathématiques de la politique scientifique du C.N.R.S. Les moyens consacrés aux mathématiques sont partagés entre le cœur dur de la discipline et ses interactions.

Les deux tiers des moyens nouveaux, notamment les recrutements, doivent être employés en province. De plus, vu l'effort fait par la D.R.E.D. (Direction de la Recherche et des Etudes Doctorales), il n'est plus question ni de saupoudrer les moyens, ni d'accorder un quelconque label C.N.R.S. Il faut cibler les actions et notamment ne pas entreprendre d'actions nouvelles où le C.N.R.S. aurait une part du financement inférieure à 30%. De manière générale, il faut donner la priorité à un petit nombre d'actions structurantes, en particulier en province.

Examen des URA

Le bureau propose la méthode de classement suivante :

Les laboratoires en renouvellement sont classés en trois catégories :

A signifie excellent, enthousiasmant;

B signifie très bon avec des améliorations possibles;

C signifie quelques réserves.

Les laboratoires demandant une première association au C.N.R.S. seront classés en deux listes, l'une relative aux demandes émanant de la région parisienne, l'autre relative à celles émanant de la province.

Le mode de classement proposé est adopté par la commission.

La commission prend en considération à l'unanimité les demandes de réassociation présentées par les URA 168 (F. Pham, Nice), 169 (J.-P. Bourguignon, Palaiseau), 745 (J.-R. Mattei, Toulouse), 751 (D. Tanré, Lille), 762 (M. Broué, ENS Ulm), 1169 (L. Siebenmann, Orsay), 1321 (L. Birgé, Paris 6), 1322 (P. Torasso, Poitiers) et 1323 (B. Prum, Paris 5). En ce qui concerne celles dont la section 01

est secondaire, la commission prend en considération les demandes de réassociation de l'URA 396 (J. Fonlupt, Grenoble) et de l'URA 397 (J. Della Dora, Grenoble) à l'unanimité.

La commission vote pour la prise en considération des nouvelles demandes suivantes :

Centre de Mathématiques et leurs Applications (J.-M. Ghidaglia, Cachan), Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées de l'Université d'Orléans (A. Bonami, Orléans), Centre d'enseignement et de Recherche en Mathématiques Appliquées CERMA (N. Bouleau, Marne la Vallée), Techniques de l'imagerie, de la modélisation et de la cognition (J. Demongeot, Grenoble), Théorie des Nombres, Calcul Formel, Optimisation (G. Robin, Limoges), Laboratoire de Mathématiques Appliquées (J. Simon, Clermont-Ferrand), Mathématiques-Reims (A. Unterberger, Reims), Mathématiques et Physique Mathématique (L. Véron, Tours).

A propos de la demande d'association de l'équipe Algèbre et Géométrie Algorithmiques, Calcul Formel (M. Giusti, Palaiseau), la commission vote à l'unanimité la motion suivante :

A cause de l'intérêt des orientations scientifiques et de la qualité de ses travaux, l'équipe Giusti doit être soutenue par le C.N.R.S.; elle a des besoins spécifiques en particulier pour les locaux, l'équipement informatique et le personnel (ingénieur de recherche et secrétariat). La nature bidisciplinaire de son activité de recherche justifie des liens étroits à la fois avec le Centre de Mathématiques de l'Ecole Polytechnique (CMAT) et le Centre d'Informatique de l'Ecole Polytechnique (LIX).

Les problèmes du développement de l'informatique à l'Ecole Polytechnique ne permettent pas à l'équipe Giusti de s'intégrer dans le LIX et sa taille rend difficile une association autonome. Sur le plan scientifique, cette équipe reste très liée au CMAT, en particulier avec l'équipe de singularités.

En conclusion, la commission souhaite le rattachement de l'équipe Giusti au CMAT

dans des conditions compatibles avec ses besoins, provisoirement au travers d'une SDI.

La commission vote contre la prise en considération des demandes d'association suivantes : Pole Montpellier-Méditerranée d'Analyse Non Linéaire Appliquée et Optimisation (H. Attouch, Montpellier), Centre d'étude et de recherche en organisation et gestion (P. Batteau, Marseille).

Classement des demandes d'association en région parisienne

1. CERMA (Bouleau), à l'Ecole des Ponts et Chaussées à Marne la Vallée
2. CMA (Ghidaglia), à l'E.N.S. Cachan

Classement des demandes d'association en province

Le bureau propose le classement suivant :

1. Laboratoire de Mathématiques Appliquées (J. Simon, Clermont-Ferrand)
2. Théorie des nombres, Calcul formel, Optimisation (G. Robin, Limoges)
3. Mathématiques-Reims (A. Unterberger, Reims)
4. Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées (A. Bonami), à Orléans
5. Mathématiques et Physique Mathématiques (L. Véron, Tours).

Ce classement est adopté à l'unanimité. La commission est vivement impressionnée par le niveau de ces laboratoires. Elle souhaite ardemment que tout puisse être mis en œuvre pour une association effective de ces équipes avec le C.N.R.S.

Classement des laboratoires en renouvellement

Le bureau propose le classement suivant :

— Sont classées en A :

les URA 168 (F. Pham), URA 169 (J.-B. Bourguignon), URA 745 (J. Mathieu), URA 762 (M. Broué), URA 1169 (L. Siebenmann) et URA 1323 (B. Prum).

— Sont classées en B :

les URA 751 (L. Tanré), URA 1321 (L. Birgé) et URA 1322 (P. Tarasso).

Ce classement est adopté par 9 oui, 4 non et 3 abstentions.

Demande de création d'une unité propre de Mathématiques discrètes

La commission vote à l'unanimité la motion suivante :

La commission approuve la demande d'unité propre, élit G. Rauzy comme directeur, responsable de la définition scientifique du projet et G. Lachaud, directeur adjoint, chargé de la construction et de la mise en place matérielle. Elle souhaite qu'un projet scientifique détaillé lui soit remis lors de la session de printemps.

Elle mandate B. Teissier pour qu'il fasse des propositions en vue de la constitution du conseil scientifique.

Créations de GDR

La commission vote à l'unanimité la prise en considération de la demande de GDR Modélisation Mathématique et Simulation Numérique en Physique du Transport des Particules Chargées (P.-A. Raviart).

A propos de la demande de GDR MEDICIS (M. Giusti), la commission vote à l'unanimité moins une abstention la motion suivante :

La commission, très intéressée par la dynamique créée autour du projet MEDICIS, considère que la situation n'est pas encore mûre pour la mise en place immédiate d'un G.D.R. de calcul formel. Elle propose la reconduction de la S.D.I. MEDICIS pour un an et mandate M.-F. Roy et J.-P. Ramis pour proposer avec la commission 07 la constitution d'un comité scientifique pour piloter le calcul formel.

Examen de GDR

La commission émet un avis favorable sur l'activité scientifique des GDR suivants :

Séminaire Sud Rhodanien de Géométrie (P. Dazord), Etudes Interdisciplinaires des

Problèmes Inverses. Applications aux Evolutions non Linéaires (P. Sabatier), Séminaire Nicolas Bourbaki (B. Teissier), On- delettes (A. Grossman), Documentation Mathématique Paris Sud (R. Temam), Recherche Coopérative entre Mathématiciens et Physiciens Théoriciens (D. Bennequin), Didactique (M. Vergnaud).

A propos du GDR Mathématique et informatique (D. Perrin), elle vote la motion suivante :

La commission approuve les souhaits de la commission 07 concernant le changement de directeur et la politique d'autonomie du calcul formel.

Examen des chercheurs (équipes en milieu de contrat d'association et en renouvellement)

La commission est impressionnée par le niveau d'ensemble des chercheurs examinés et remarque le nombre très élevé de chargé de recherche ayant une activité qui justifierait amplement leur passage au grade de directeur.

Rapport de conjoncture

J.-C. Sikorav est mandaté par la commission pour organiser la présence des mathématiciens dans les diverses commissions préparant le rapport de conjoncture, notamment dans la commission "Les mathématiques et leurs interactions".

Changements de directeur

La commission vote le remplacement de P. Dazord par C. Roger URA 746 (Lyon), de J. Mattei par G. Leviat URA 1408 (Toulouse), de G. Rauzy par E. Pardoux URA 225 (Marseille), de P. Vogel par D. Robert pour l'URA 758 (Nantes) et la nomination de F. Michel comme directrice adjointe de l'URA 758.

Motions et votes divers

Motions sur Nice. Vote groupé 14 oui, 2 abstentions, 1 refus de vote.

Motion 1. La commission s'indigne de l'opposition vexante et brutale du directeur adjoint aux mathématiques au choix de

l'U.R.A. 168 pour son poste de directeur.

Motion 2. La commission prend acte du refus de la direction scientifique d'accepter la proposition de l'U.R.A. 168 et lui demande de prendre la responsabilité de nommer un nouveau directeur.

Motion Orsay. 13 oui, 4 abstentions

La commission, avant d'émettre un quelconque avis, souhaite que la direction scientifique propose aux cinq laboratoires de Mathématiques d'Orsay un projet écrit sur leur regroupement.

Motion C.I.R.M. 16 oui, 1 abstention

La commission insiste sur la qualité et le rayonnement de l'activité du C.I.R.M.. Elle affirme la nécessité de l'autonomie de cette institution et de la S.D.I. de J.-P. Brasselet son directeur, en particulier vis-à-vis de l'Institut de Mathématiques Discrètes. De plus, elle demande avec la plus grande insistance que le C.N.R.S. et la D.R.E.D. donnent au C.I.R.M. les moyens lui permettant d'assurer sa mission. ■

ASTÉRISQUE

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique.
Revue éditée par la Société Mathématique de France.

ASTÉRISQUE 196-197 – Courbes modulaires et courbes de Shimura
257 p., Prix public (TTC) : 210 FF, Prix membres : 150 FF

Ce livre a pour origine un Séminaire tenu à Orsay sur l'article de K. Ribet "*On modular representations of $\text{Gal}(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ arising from modular forms*", qui démontre notamment que la conjecture de Taniyama-Weil implique celle de Fermat. Le résultat de Ribet repose sur la comparaison de l'action des opérateurs de Hecke sur les modèles de Néron des jacobiniennes des courbes modulaires et des courbes de Shimura. Sont regroupés ici 3 articles exposant les résultats utilisés : jacobienne des courbes modulaires et opérateurs de Hecke, réalisation ℓ -adique de l'accouplement de monodromie, démonstration des résultats de Drinfeld de Čerednik sur l'uniformisation p -adique des courbes de Shimura. Les quatre autres articles poussent l'étude plus avant et offrent des résultats nouveaux sur l'action de $\text{Gal}(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ sur les jacobiniennes (ou la cohomologie) des courbes modulaires. L'ensemble offre un panorama des connaissances actuelles sur l'arithmétique des courbes modulaires et des courbes de Shimura.

ASTÉRISQUE 66-67 – Séminaire d'Orsay, Travaux de Thurston sur les surfaces
(2e édition)

286 pages, prix public (TTC) : 230 FF, prix membres SMF : 160 FF.

Ce livre, réalisé à la suite d'un séminaire à Orsay en 1976-1977, est pour l'essentiel une exposition des travaux de W. Thurston sur les surfaces et suit de près son "research announcement". La théorie développée est celle de feuilletages mesurés et non celle des laminations, apparue un peu plus tard. Les sujets principaux sont les suivants : description de l'espace des feuilletages mesurés sur les surfaces (compactes orientables), compactification de l'espace de Teichmüller, classification des difféomorphismes des surfaces à isotopie près, difféomorphismes pseudo-Anosov.

ABONNEMENT 1991 (n° 193 à 204) – Prix public : 1130 FF, Membres SMF : 680 FF

ABONNEMENT 1992 (n° 205 à 216) – Prix public : 1155 FF, Membres SMF : 695 FF

DISTRIBUTION

Membres de la S.M.F. : *Maison de la S.M.F., Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 09*
France et Etranger (excepté les Etats-Unis, le Canada et le Mexique) : *Maison de la S.M.F., Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 09* ou
Offilib, 48 rue Gay-Lussac, 75240 Paris Cedex 05

Etats-Unis, Canada, Mexique :

American Mathematical Society, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940, U.S.A.

Colloque International de K-théorie



STRASBOURG (France) du 29 juin au 3 juillet 1992



Organisé à l'Institut de Recherche Mathématique Avancée
(Université Louis Pasteur et CNRS) par C. Kassel, J.-L. Loday et N. Schappacher.

Conférenciers invités: A. Beilinson*, S. Bloch*, J.-L. Brylinski*, A. Connes, A. B. Goncharov, U. Jannsen*, G. Kasparov, K. Kato, I. Madsen*, D. Quillen*, C. Soulé*, A. Suslin, B. Tsygan*, F. Waldhausen, M. Wodzicki*.

* conférenciers ayant confirmé leur participation.

Mardi et mercredi après-midi auront lieu des exposés de 20 minutes en parallèle.

Principaux thèmes abordés:

- *Géométrie algébrique, arithmétique* : motifs, fonctions ζ , conjectures de Lichtenbaum-Quillen, polylogarithmes, K-théorie des schémas.
- *Topologie Algébrique, Algèbre homologique* : K-théorie des espaces, cohomologie S^1 -équivariante, homologie cyclique, homologie du groupe linéaire, K-théorie algébrique, algèbres de Lie.
- *Géométrie différentielle* : pseudo-isotopie, conjectures de Novikov, géométrie différentielle non-commutative.

Pour l'hôtellerie et l'inscription s'adresser à :

Congrès Louis Pasteur, 15-21 rue du Maréchal Lefebvre
67100 Strasbourg, France.
tel. [33] 88 79 15 00, fax [33] 88 39 53 18

Les inscriptions peuvent être envoyées par courrier électronique.

Une participation aux frais de 100 FF sera demandée lors du congrès (sauf aux étudiants).

Institut de Recherche Mathématique Avancée, 7 rue R. Descartes,
67084 Strasbourg, France
Secrétariat (Mme Moreau) [33] 88 41 63 05, Fax [33] 88 61 90 69,
e-mail: irma@math.u-strasbg.fr

C.N.U. et PROCÉDURES DE RECRUTEMENT

Redécoupage et projets de réformes

C.N.U.

Un arrêté paru au Journal Officiel du 7 décembre, daté du 3 décembre, redécoupe "pour le renouvellement du Conseil National des Universités" le CNU en de nouvelles sections. Les sous-sections disparaissent partout.

La principale modification, pour les mathématiciens, est la création de deux sections concernant notre discipline. La première est la 25 : "Mathématiques", la seconde est la 26 qui porte le beau titre de "Mathématiques appliquées et applications des mathématiques". Dans un premier projet, qui avait circulé courant octobre-novembre, une troisième section était prévue en Probabilités et Statistiques. Bien que son avis n'est pas été demandé par le ministère, la SMF a pu intervenir avec la SMAI et, après discussion avec les communautés concernées, a demandé que cette troisième section ne soit pas créée, ce qui a été accepté.

Les universitaires ont reçu début décembre un courrier du ministère proposant une inscription en 25 ou 26 et demandant une réponse avant le 21 décembre si une modification était souhaitée. Le ministère n'a pas cru devoir aviser la SMF de la règle suivie pour cette "pré-affectation" et il a procédé ainsi : les anciens 23.01 et 23.02 se retrouvaient spontanément en 25, alors que les ex 23.03 et 23.04 rejoignaient la 26. Ceci est contestable et il est certain que plusieurs collègues se retrouveront inscrits dans une section qui ne les satisfait pas.

Il faut noter une disposition importante qui devrait être confirmée dans le nouveau texte

sur les commissions de spécialistes. Rien n'impose qu'un établissement crée en son sein deux CSE (l'une de 25 et l'autre de 26). Il peut très bien y avoir une seule commission (rassemblant 25 et 26, voire d'autres sections) et ce choix relève du Conseil d'Administration.

A noter aussi plusieurs dispositions nouvelles qui touchent des disciplines proches des mathématiques. Les informaticiens vont se retrouver scindés en deux sections : la 27 "Informatique" restera dans le même groupe que les mathématiques. L'autre la 61 "Génie informatique, automatique et traitement du signal", serait l'une des quatre sections d'un nouveau groupe un peu analogue au secteur SPI du CNRS.

Les économistes se retrouvent eux aussi scindés en deux. La deuxième section s'appellerait "Economie mathématique et économétrie théorique". Cette nouveauté a suscité beaucoup d'émotion chez les économistes et il n'est pas sûr que cette nouvelle section s'installe. D'ailleurs, le ministère qui s'attendait peut-être à cette fronde précise qu'il faut que "le nombre des électeurs qui ont demandé leur rattachement [...] soit au moins égal, [...] à vingt pour chacun des deux collèges" pour que la nouvelle section soit constituée.

Rien dans cet arrêté n'indique quand les élections nouvelles auront lieu. Rien non plus curieusement ne crée explicitement des groupes. Seule la forme de la mise en page de la liste des sections semble indiquer le contour des nouveaux groupes.

Projet de réformes des modalités de recrutement et de promotion

Nous évoquions déjà (brièvement) ce sujet dans la Gazette n° 49 (pp. 58-59). Le projet d'alors n'existe plus. Il est remplacé par de nouvelles propositions. Vous pouvez vous en procurer le détail dans votre établissement. Nous nous contentons de reproduire ici

l'exposé des motifs des textes modifiant les décrets (décret statutaire, décret C.N.U., décret Commissions de spécialités). Cet exposé des motifs est dû au Ministère et a été distribué pour le Conseil Supérieur de la Fonction Publique (réuni le 4 décembre), lequel succédait au Comité Technique Paritaire des enseignants du supérieur (réuni le 18 octobre). Dès lors les textes peuvent être publiés, ou pas, en l'état ou après des modifications à la discrétion du Ministère.

Est-ce que les prochains recrutements se feront suivant ces nouvelles modalités? Il semble que oui, mais il est encore un peu tôt pour le dire. Surveillez donc BO et JO. La prochaine Gazette refera un point, tardif, sur ces sujets.

Projet de décret portant dispositions statutaires communes relatives aux enseignants-chercheurs et statuts particuliers des professeurs des universités et des maîtres de conférences et modifiant le décret n° 84-431 du 6 juin 1984

Pour pouvoir faire face dans les années à venir à l'augmentation constante des flux de recrutement dans l'enseignement supérieur, une réforme des modalités de recrutement et de promotion des enseignants-chercheurs s'imposait.

Le présent projet de décret, qui constitue la pièce essentielle du nouveau dispositif proposé, entend conjuguer deux principes qui trouvent leur fondement dans la loi n° 84-52 du 26 janvier 1984 sur l'enseignement supérieur :

- la qualification des enseignants-chercheurs est reconnue par une instance nationale (cf. article 56 - 1er alinéa de la loi du 26 janvier 1984) : le Conseil national des universités reste ainsi garant de la qualité des recrutements et du caractère national des corps;

- les établissements d'enseignement supérieur voient leur autonomie renforcée par les responsabilités accrues qui leur sont données dans le choix initial et dans le déroulement de la carrière de leurs personnels.

Dans le cadre ainsi défini, les modifications apportées au décret n° 84-431 du 6 juin 1984 relatif aux statuts du corps des professeurs des universités et du corps des maîtres de conférences portent sur les points suivants :

- * la procédure de qualification est désormais dissociée du recrutement proprement dit : l'instance nationale – qui

demeure le Conseil national des universités – arrête deux listes de qualification, l'une aux fonctions de maître de conférences, l'autre aux fonctions de professeur des universités. Seuls les candidats inscrits sur la liste de qualification correspondante peuvent se présenter aux concours de recrutement ouverts dans les établissements. La responsabilité du recrutement lui-même est laissée aux instances de l'établissement qui proposent au ministre les candidats qu'elles ont retenus. Cette procédure redonne donc à l'établissement l'initiative de ses choix et restaure un meilleur équilibre des pouvoirs entre l'instance nationale, qui se prononce sur la qualification scientifique des candidats, et l'établissement qui procède aux choix finaux en fonction de ses propres orientations pédagogiques et disciplinaires.

- * Parallèlement, les **modalités de concours** sont modifiées.

L'existence de plusieurs voies d'accès aux deux corps, avec notamment des concours réservés aux professionnels, est maintenue.

De nouvelles dispositions sont cependant introduites :

Pour l'accès au corps des maîtres de conférences, est institué un concours réservé aux enseignants du second degré, titulaires du doctorat et justifiant d'au moins trois ans de fonctions dans l'enseignement supérieur.

En ce qui concerne l'accès au corps des professeurs, deux modes de promotion interne sont prévus :

- l'un ouvert aux maîtres de conférences exerçant leurs fonctions dans un établissement différent de celui où est ouvert

le concours ou ayant accompli une mobilité minimale de deux ans hors de l'établissement, et justifiant par ailleurs de l'habilitation à diriger des recherches et de cinq ans de services dans l'enseignement supérieur.

– L'autre réservé aux maîtres de conférences justifiant de dix ans de services dans l'enseignement supérieur et des titres requis (habilitation à diriger des recherches); pour se présenter à ce deuxième concours, l'inscription préalable sur la liste de qualification n'est pas requise; en revanche, le Conseil national des universités donne son avis au ministre sur les candidatures retenues par l'établissement.

– Pour les disciplines juridiques, politiques, économiques et de gestion, les recrutements par la voie de l'agrégation sont maintenus avec pérennisation de l'agrégation interne qui avait été introduite en 1989 à titre transitoire.

Enfin, les proportions entre concours externes, internes et concours réservés aux professionnels sont revues pour parvenir à un meilleur équilibre entre les différents modes de recrutement.

* Les modalités d'avancement dans le corps des maîtres de conférences et dans le corps des professeurs des universités sont par ailleurs aménagées pour mieux prendre en compte la réalité des fonctions exercées par les enseignants-chercheurs : le dispositif d'avancement spécifique mis en place pour les enseignants-chercheurs assumant des responsabilités administratives ou pédagogiques particulières est maintenu avec quelques aménagements et, à côté, est instauré un double mode de promotion : l'un laissé à la seule initiative locale, l'autre sur proposition de l'instance nationale.

* Les possibilités de détachement dans les deux corps de maîtres de conférences et de professeurs, jusqu'ici réservées aux seuls corps assimilés (chercheurs et enseignants-chercheurs des grands établissements comme le Muséum, le CNAM...) sont désormais ouvertes notamment aux corps recrutés par la voie de l'Ecole Nationale d'Administration ou de l'Ecole Polytechnique, aux anciens élèves des écoles

normales supérieures, aux magistrats ainsi qu'aux fonctionnaires titulaires du doctorat ou de l'habilitation à diriger des recherches.

Projet de décret relatif au Conseil national des universités

La mise en place d'un nouveau dispositif de recrutement et de promotion des personnels de statut universitaire s'accompagne d'une révision de la composition et des modalités de fonctionnement de l'instance nationale chargée de se prononcer sur le recrutement et la carrière des maîtres de conférences et des professeurs des universités.

Le projet de décret qui vous est présenté se substitue ainsi au décret n° 87-31 du 20 janvier 1987 relatif au Conseil national des universités dans les disciplines autres que les disciplines médicales et odontologiques.

Il a pour objet de modifier, notamment, le régime électoral du Conseil national des universités : le mode d'élection est désormais le scrutin de liste à la représentation proportionnelle.

Il procède par ailleurs au rétablissement de la parité entre les représentants des professeurs des universités et ceux des maîtres de conférences.

Enfin, le projet met fin au renouvellement par moitié, tous les trois ans, du Conseil national des universités et fixe à quatre ans la durée du mandat de ses membres.

Projet de décret modifiant le décret n° 88-146 du 15 février 1988 relatif aux commissions de spécialistes de l'enseignement supérieur

Les commissions de spécialistes régies par le décret n° 88-146 du 15 février 1988, qui sont instituées par discipline dans les établissements d'enseignement supérieur, sont chargées de se prononcer sur le recrutement et la carrière des professeurs des universités et des maîtres de conférences.

Le projet de décret qui vous est présenté s'inscrit dans le cadre de la mise en place d'un nouveau dispositif de recrutement et de promotion des personnels de

statut universitaire. Il modifie le décret du 15 février 1988 précité sur différents points.

De nouvelles dispositions sont prévues en ce qui concerne le mode de désignation des membres de ces commissions.

La parité est établie entre professeurs des universités et maîtres de conférences, les professeurs étant désormais représentés dans les mêmes conditions que les maîtres de conférences, par la voie de l'élection au scrutin proportionnel de liste. Par ailleurs, une procédure de nomination est instituée qui assure la présence au sein des commissions de personnels enseignants de la discipline extérieurs à l'établissement et ouvre également la possibilité de faire

siéger des personnels de l'établissement relevant d'autres disciplines. Enfin, le projet étend à tous les chercheurs relevant du décret n° 83-1266 du 30 décembre 1983 la possibilité de participer aux opérations électorales.

Le projet précise par ailleurs la composition des commissions qui comprennent obligatoirement au moins dix membres; le nombre de membres de chaque commission et la répartition entre représentants des personnels de l'établissement et membres extérieurs à l'établissement sont fixés quant à eux par les instances de l'établissement. ■

Interview de Georges Rhin et de Myriam Déchamps

Propos recueillis par François Digne

Le mandat du CNU a expiré en novembre dernier. Les procédures de recrutement vont être complètement modifiées. L'entretien que nous avons eu avec Georges Rhin président de la 23ème section, et Myriam Déchamps, vice-présidente maître de conférences, tente de faire un bilan du fonctionnement de l'institution.

FD. Commençons par une question qui préoccupe certainement les collègues : qu'est-ce qui peut amener le CNU à modifier le classement établi par les commissions de spécialité (CSE)?

GR. Les changements de classement sont de toute façon assez rares. J'ai déjà indiqué qu'en général si il y a changement, c'est que le candidat classé en première ligne ne nous semble pas "raisonnable". Ce qui arrive souvent c'est que dans une liste de cinq noms (ou plus s'il y a plusieurs postes) l'université ait classé avec soin les deux ou trois premiers et ait prêté moins d'attention à l'ordre des suivants. Or les premiers peuvent être déjà pris ailleurs et le CNU doit pourvoir au mieux le poste avec les candidats restants.

MD. Remarquons aussi que nous avons une vue d'ensemble des candidats de toutes les universités, ce qui peut nous amener à avoir un avis différent d'une CSE qui ne voit que les candidats sur un poste. C'est en

cela qu'on peut parler de première ligne "raisonnable" ou non.

GR. On peut aussi être tenté de faire passer un candidat qui a un bon dossier, qui n'est pris nulle part ailleurs, et qui est classé derrière un candidat qui a un dossier nettement moins bon.

FD. Le fait qu'une candidature soit locale peut-il jouer?

GR. Dans la pratique cela n'entre pas souvent en ligne de compte de façon défavorable au candidat local. Si un candidat local est une bonne première ligne le CNU le propose à la nomination. Il y a aussi les besoins spécifiques d'une université qui peuvent l'amener à recruter un candidat local. Nous avons essayé d'examiner ces situations avec objectivité.

FD. Et les problèmes de modes ou d'écoles?

GR. Il y en a certainement. Certaines spécialités ont plus de poids que d'autres.

MD. Et certains rapporteurs.

GR. L'influence du rapporteur scientifique joue certainement, mais aussi l'avis du rapporteur général qui a en main tous les dossiers concernant un poste donné. Mais beaucoup de gens interviennent au cours de la discussion et l'avis du rapporteur général peut ne pas être suivi. Cela correspond souvent à des cas où il est lui-même hésitant. D'autre part au niveau des maîtres de conférences la question se pose de pourvoir tous les postes et on doit parfois aller loin dans les classements des universités.

FD. Y a-t-il pénurie de candidats ?

GR. Il y a surtout le problème des candidatures multiples. Parfois le même candidat est retenu par des CSE sur plusieurs postes. Heureusement qu'on traite tous les postes en même temps.

MD. À ce propos j'ai une critique à faire : c'est que les CSE peuvent faire des listes de cinq noms pour les postes de professeurs et seulement de trois pour les postes de maîtres de conférences. Or certaines universités ne peuvent se permettre de classer uniquement les trois meilleurs candidats car ils risquent d'être tous pris ailleurs. Ou alors elles sont obligées d'attendre le résultat des délibérations d'autres universités pour se prononcer elles-mêmes ! Il vaudrait mieux pouvoir faire des listes plus longues.

FD. Comment connaît-on les préférences des candidats ?

GR. Le ministère envoie un courrier aux candidats. Ceux-ci envoient leur choix au président de jury. Les candidats professeurs peuvent commenter ou modifier ce choix au moment de l'audition.

FD. Y a-t-il beaucoup de postes non pourvus ?

GR. Assez peu. Mais on a eu des problèmes avec certains postes un peu particuliers.

MD. Par exemple pour deux transformations d'assistants en maîtres de conférences, publiées tardivement, il n'y a eu qu'un candidat.

GR. Je pensais aussi aux postes IUFM. Il y a eu moins de candidats sur ces postes dont

la situation administrative n'était pas très claire. Certains avaient la double étiquette IUFM-université, mais cela ne jouait que sur la composition de la commission de spécialiste, le poste étant de toute façon rattaché administrativement à l'IUFM. Bien entendu, suivant les situations locales il a pu y avoir par la suite des accords pour que le service des enseignants recrutés sur ces postes soit fait en partie à l'université.

Pour en revenir à ta question initiale, il n'y a pas encore vraiment pénurie, mais on sait bien que beaucoup de mathématiciens partiront à la retraite dans les dix ou quinze années qui viennent et que les effectifs étudiants augmentent. Il faudra certainement recruter de plus en plus. D'autre part on constate une augmentation des recrutements par mutation, essentiellement au niveau professeur. C'est souvent le fait d'universités de province qui ont peur de manquer de candidats ou de se retrouver avec des postes non pourvus ou pourvus par des candidats qui ne correspondent pas à la spécialité désirée.

MD. La moyenne d'âge des candidats recrutés est plus élevée en province que dans la région parisienne. On constate aussi qu'il n'y a plus de véritable mobilité entre Paris et province. Il est loin le temps où les universités parisiennes se refusaient à recruter les jeunes qu'elles avaient formés.

FD. Pour satisfaire les besoins en enseignants ne se dirige-t-on pas vers une augmentation des postes de type second degré ?

GR. Le ministère voudrait que dans toute demande globale d'une université il y ait un tiers de postes second degré

MD. Mais il faut bien entendu tenir compte des départements d'IUT et de certaines disciplines qui recrutent traditionnellement sur des postes de ce type. Cela ne veut pas dire qu'il doit y avoir un tiers de postes d'agrégés ou de certifiés en mathématiques.

FD. Vous avez évoqué des transformations assistants-maîtres de conférences. Je croyais qu'il n'y avait plus de transformations ?

GR. Il y en a eu un train en juillet 90,

que le CNU a traité en janvier 91. Il s'agit de résorber les assistants. Il reste aussi quelques maître-assistants dont nous continuons à gérer l'avancement. Ils sont environ une demi-douzaine.

FD. Y a-t-il d'autre cas de retards de carrière?

GR. Peu, mais il reste toujours des gens qui candidatent depuis quelques années sans être pris, essentiellement au niveau professeur. Peut-être ne candidatent-ils pas partout; peut-être est-ce une question de spécialité? Il y a des collègues qui sont candidats tous les ans depuis que je suis président et qui sont toujours classés mais jamais en position d'être recrutés.

FD. Vous avez nécessairement une influence de fait sur la politique scientifique puisque vous gérez globalement tous les recrutements à tous les niveaux en une seule fois chaque année.

GR. Oui, et c'est pour cela qu'il faut que le CNU soit renouvelé régulièrement. Il ne serait pas normal que les mêmes personnes décident de tous les postes pendant dix ans! Néanmoins nous sommes tenus par les classements des CSE et les profils des postes. Nous essayons de suivre la politique voulue par les collègues de l'établissement concerné si c'est possible.

FD. Quelle est la proportion d'étrangers dans les recrutements?

GR. Environ 35 % des postes, hors transformations, pour le recrutement de 1990. Ce qui est nouveau, c'est qu'il y a beaucoup de très bons candidats étrangers au niveau professeur. Ils viennent bien sûr en partie des pays de l'est, mais aussi de toute l'Europe, d'Amérique du nord et d'Afrique.

FD. Est-il arrivé qu'un candidat ne soit pas recruté à cause de sa mauvaise connaissance de la langue?

GR. Il est arrivé une fois qu'un candidat professeur fasse son exposé en anglais à l'audition! Il y a eu seulement deux cas de personnes non recrutées pour ce genre de raison. Ce qui semble souhaitable c'est que de futurs candidats soient d'abord invités ou associés pendant un certain temps. Remarquons que la France est un des seuls

pays à donner directement des postes de titulaires au niveau professeur.

FD. Et qu'en est-il des invitations?

GR. Les invitations ne sont plus du ressort du CNU. Les mois du contingent national ont été répartis entre les établissements. Ils ne sont pas ventilés par discipline mais attribués globalement à chaque université.

MD. Cela s'est d'ailleurs traduit souvent par une diminution en mathématiques.

FD. Où en est-on des congés sabbatiques?

GR. Leur ventilation entre la part du CNU et celle des universités a changé. Nous n'avons plus que 15 semestres au lieu de 32 à répartir. En contrepartie les universités ont dû voir leur contingent augmenter d'autant.

MD. Sur ce point j'ai aussi une réclamation : pourquoi faut-il choisir entre candidater par le CNU ou par l'université. Les collègues doivent se livrer à de savants calculs pour évaluer leur chances dans l'une ou l'autre des filières. Ce serait tellement plus simple si par exemple les procédures étaient décalées dans le temps, permettant aux candidats de connaître le résultat de l'une avant d'entamer l'autre. On constate par ailleurs un mouvement en accordéon sur ces candidatures d'une année à l'autre.

GR. En général, et même cette année, le nombre de candidats était très inférieur au double du nombre de semestres attribués. Nous avons attribué ces semestres en tenant compte des dossiers qui motivaient la demande de congé par un projet précis.

FD. Peut-on bénéficier deux fois d'un congé sabbatique?

GR. On peut avoir deux semestres, soit successivement, soit avec une interruption.

MD. Par contre le ministère interprète les textes de façon restrictive et refuse d'accorder deux congés d'un an à la même personne, quel que soit l'intervalle entre les deux. Ce n'est pas normal d'avoir si peu de congés sabbatiques, surtout vu le petit nombre de postes au CNRS et si l'on pense que les tâches d'enseignement et administratives ont tendance à s'alourdir.

Je dirais même que pour certains, bénéficier d'un congé est une condition *sine qua non* pour continuer à faire de la recherche.

FD. Quel est l'avenir du CNU?

GR. Aucune nouvelle en ce qui concerne le CNU actuel *. Théoriquement son mandat se terminait au 1er novembre. Bien avant cette date, d'ailleurs, le ministère a supprimé mon abonnement au BO! Normalement le prochain CNU devrait continuer à gérer les avancements de la même façon. Par contre les candidatures seraient gérées localement, le CNU n'intervenant que pour l'établissement de listes d'aptitudes. Cela simplifiera les procédures, le CNU n'aura à examiner chaque dossier qu'une fois. Mais cela ne marchera bien que s'il est possible d'être en même temps candidat à un poste et à l'inscription sur la liste. Sinon les futurs enseignants-chercheurs perdront un an et il est probable qu'au bout d'un an beaucoup seront partis soit sur des postes à l'étranger soit ailleurs que

dans la recherche universitaire. Je ne vois d'ailleurs pas comment on pourrait concilier l'obligation pour les candidats d'être déjà inscrits sur une liste d'aptitude avec le fait que les mathématiques recrutent pour environ un tiers à l'étranger. De toutes façons le travail du CNU ne sera simplifié qu'ultérieurement, car dans un premier temps il faudra établir ces listes.

MD. Une dernière remarque sur le travail du CNU : par rapport à la situation chaotique d'il y a quatre ans c'est un gros progrès d'avoir un calendrier avec des publications une fois par an en janvier, permettant de gérer tous les postes en même temps et qu'ils soient pourvus pour la rentrée suivante, même si pour nous les délais ont été parfois durs à tenir.

FD. Espérons que le nouveau CNU sera désigné à temps pour s'occuper des postes de 1992!

**Cet interview a été réalisé le 5 décembre. Un arrêté du 3 décembre vient de fixer le nouveau découpage des sections du CNU : il y a deux sections en mathématiques, la 25ème section intitulée "mathématiques" et la 26ème intitulée "mathématiques appliquées et applications des mathématiques".*

A titre d'information indiquons que le CNU a examiné, hors transformations, 136 postes en 1989, 172 postes en 1990 et 230 postes en 1991. ■

BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE 1991
et son supplément les MÉMOIRES DE LA S.M.F.

(4 fascicules par an auxquels s'ajoutent 4 à 5 suppléments)

Revue éditée par la Société Mathématique de France.

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique.

TOME 119, Fascicule 3

Prix : 170 FF.

Sommaire :

BEAUVILLE (A.). — *Fibrés de rang deux sur une courbe, fibré déterminant et fonctions thêta, II*

LASZLO (Y.). — *La dimension de l'espace des sections du diviseur thêta généralisé.*

LABOURIE (F.). — *Problème de Minkowski et surfaces à courbure constante dans les variétés hyperboliques.*

DOMERGUE (M.) et MATHIEU (Y.). — *Nœuds qui ne sont pas déterminés par leur complément dans les 3-variétés à bord.*

WOJTKOWIAK (Z.). — *A note on functional equations of p-adic polylogarithms.*

IGLESIAS (P.). — *Les $SO(3)$ -variétés symplectiques et leur classification en dimension 4.*

Mémoires :

supplément au Tome 119, fasc. 3 – Mémoire n° 47

(108 pages, Prix : 95 FF)

GABRIEL (P.), LEMAŃCZYK (M.) et LIARDET (P.). — *Ensemble d'invariants pour les produits croisés de Anzai.*

Les propriétés ergodiques d'extensions croisées de rotations irrationnelles suivant le cercle (produits de Anzai) sont étudiées. Plusieurs invariants nouveaux sont introduits et discutés. Ils permettent de distinguer les cocycles absolument continus des cocycles en escalier. Les rôles des propriétés diophantiennes de la rotation de base et du degré topologique des cocycles absolument continus sont mis en évidence. En particulier aucun cocycle absolument continu de degré non nul n'est un cobord.

D'autres invariants, en relation avec l'ensemble des auto-couplages d'un automorphisme d'un espace de Lebesgue, sont considérés et utilisés pour classer les extensions croisées de rotations. Les résultats sont appliqués aux produits de Anzai et à l'existence d'auto-couplages infinis coalescents.

TOME 119, Fascicule 4

97 p., Prix public : 170 FF, Prix membres : 105 FF.

Sommaire :

KATO (K.). — *The explicit reciprocity law and the cohomology of Fontaine-Messing.*

COLLIN (P.) et KRUST (R.). — *Le problème de Dirichlet pour l'équation des surfaces minimales sur des domaines non bornés.*

VASSEROT (E.). — *Classe de Segre et multiplicité équivariantes.*

CAMPANA (F.). — *Une version géométrique généralisée du théorème du produit de Nadel.*

ABONNEMENT 1992

Tarif public (Bulletin et Mémoires) : 840 FF (TTC) pour la France, 1060 FF pour l'étranger.

Membres de la S.M.F. : 255 FF (Bulletin), 420 FF (Bulletin et Mémoires)

DISTRIBUTION

Société Mathématique de France, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9

Gauthier-Villars, CDR, 11 rue Gossin, 92543 Montrouge Cedex

Offilib, 48 rue Gay-Lussac, 75240 Paris Cedex 05

INFORMATIONS

L'INSTITUT UNIVERSITAIRE DE FRANCE

L'Institut Universitaire de France, IUF, est destiné à promouvoir la recherche de haut niveau dans les universités françaises. C'est un institut sans murs, il a une administration réduite au minimum (un directeur, un administrateur général et un secrétariat), et il ne se réunit dans sa globalité que deux ou trois fois dans l'année. Les membres de l'Institut Universitaire vivent donc séparément, chacun dans son université.

Seuls peuvent être membres des universitaires; l'IUF est précisément destiné à remonter le prestige et la valeur des universités, et ses membres ne peuvent plus quitter leur université, à moins de perdre le titre de membre de l'IUF. Un membre de l'IUF voit sa charge d'enseignement réduite au tiers.

On nommera chaque année quinze membres seniors de l'IUF, des personnalités déjà confirmées sur le plan international et de niveau très élevé, ayant en gros de quarante à cinquante +ε ans. On nommera chaque année vingt-cinq juniors ayant au plus quarante ans. Ils n'ont donc pas besoin d'être aussi confirmés; ils doivent être également de très haut niveau – et cela se verra d'après les travaux qu'ils ont faits – mais tous ne seront pas nécessairement de grande notoriété internationale. (Les juniors choisis en mathématiques cette année le sont tous!) Les seniors sont nommés pour dix ans, les juniors pour quatre ans. Il y aura donc en permanence dans l'IUF $10 \times 15 + 4 \times 25 = 250$ membres. Ces deux cent cinquante membres "distingués" et qui ont une certaine charge de remonter l'université au plus haut niveau possible seront alors, en effet, assez nombreux pour avoir une influence décisive sur le niveau et le prestige universitaire. On veut favoriser les universités de province, et il est recommandé que l'ensemble des deux cent cinquante membres contienne deux tiers au moins d'universitaires de province et un tiers au plus d'universitaires de l'Île de France. Il n'y a pas de candidatures individuelles. Par contre, les universités et les sections du CNRS et de l'INSERM sont invitées à proposer des membres; par ailleurs, n'importe qui peut être présenté comme membre par deux personnalités scientifiques, françaises ou étrangères, de grand renom.

Le jury, dans l'avenir, sera composé, pour les seniors, de vingt-et-un membres dont dix de nationalité étrangère; au contraire, le jury des juniors sera composé de douze personnes, et ce seront tous des Français. On recherche évidemment un équilibre de disciplines, mais il n'est pas facile à réaliser. Les disciplines littéraires n'étaient pratiquement pas représentées dans le jury actuel. Il ne faut donc pas s'étonner si les lauréats sont plus des scientifiques que des littéraires. Ce ne devra plus être ainsi dans l'avenir.

Quels sont les avantages des membres de l'IUF? Il faut qu'ils aient réellement de meilleures possibilités de recherche. J'ai déjà parlé de la diminution de l'enseignement, qui est très appréciable pour la grande majorité des chercheurs de qualité. Je me permettrai toutefois de dire, avec une certaine malice amère, que ce privilège de la diminution de l'enseignement marque un peu une dégradation de l'université. L'enseignement est une des plus belles activités de la vie, et, si l'on pense que l'on fait plaisir à un enseignant-chercheur (et c'est évident aujourd'hui) en lui réduisant considérablement son temps d'enseignement, c'est la preuve qu'aujourd'hui les choses ne tournent plus tout à fait rond et que, dans une bonne majorité des cas, une grande partie de l'enseignement est devenue ennuyeuse. Cela n'était pas le cas autrefois!

Parmi les autres avantages, on peut signaler des crédits pour la recherche : 100 000 F par an pour chacun. C'est assez considérable! D'autant plus que la totalité de la somme pour 5 ans, soit 500 000 F, vient d'être remise aux seniors, et pour 4 ans, soit 400 000 F, aux juniors.

D'autre part, une aide en secrétariat, peut-être en invitations d'étudiants de recherche, et, d'autre part, en invitations de longue durée d'étrangers, environ dix invitations annuelles pour l'ensemble de l'IUF. Les membres de l'IUF auront certainement une autonomie de manœuvre plus grande que la majorité des universitaires.

Il n'a pas été difficile pour le premier jury de choisir des personnes d'un niveau très élevé, puisque tout était libre sur le marché! Au fur et à mesure que les nouvelles nominations auront lieu, de quarante par an, il est bien évident qu'elles ne pourront plus toujours conserver le même niveau. Il faudra néanmoins que cela ne descende pas au-dessous d'une certaine limite assez élevée, quitte à ce que tous les postes ne soient pas répartis. De la même manière, on ne peut pas nier l'importance très grande – regrettable sans doute, mais très grande quand même – de la concentration à Paris; pour cette première année, il n'a pas du tout été difficile de nommer des membres de niveau égal pour les provinciaux et pour les Parisiens; cela pourrait être plus difficile dans l'avenir, et ce ne serait alors pas un service à rendre aux universitaires provinciaux que de nommer des gens en province qui seraient d'un niveau visiblement inférieur à celui des Parisiens. Une certaine prudence sera donc toujours nécessaire. Mais inversement la règle de la majorité de provinciaux et les avantages des membres de l'IUF sont susceptibles de pousser un certain nombre d'universitaires de grande valeur à aller ou à rester en province.

Voici la liste des membres du jury de la première promotion :

Président : Laurent SCHWARTZ, Mathématiques;

puis, par ordre alphabétique : Jean-François BACH, Médecine, Marie-Anne BOUCHIAT, Physique, Jean-Denis BREDIN, Droit, Nicole LE DOUARIN, Biologie, Jean-Pierre EBEL, Biologie, Pierre-Gilles de GENNES, Physique, Jacques LE GOFF, Histoire, Pierre JOST, Biologie, décédé avant la fin des travaux, Jean-Marie LEHN, Chimie, Edmond MALINVAUD, Economie, Madame Mona OZOUF, Histoire, René PELLAT, Physique et Astrophysique, David RUELLE, Mathématiques et Physique, Alain TOURAINE, Sociologie.

La perte de temps d'enseignement, occasionnée par la réduction du temps d'enseignement des membres de l'IUF, sera compensée par l'attribution à l'université, à titre définitif, d'un poste supplémentaire dans la même discipline. Il y a 2 élus en mathématiques en seniors et 3 en juniors, alors que j'étais le seul mathématicien. Ce n'est pas parce que j'étais président, je n'ai en rien outrepassé mon rôle, ce que d'ailleurs les autres membres n'auraient évidemment pas accepté, mais il y a eu une certaine reconnaissance universelle de la valeur des mathématiciens français, ce qui m'a fait grand plaisir.

Liste des 15 membres seniors élus à l'IUF

Mathématiques : Yves Meyer, 52 ans, Université Paris IX (Dauphine); Yves Colin de Verdières, 46 ans, Université Grenoble I (Joseph Fourier).

Physique : Edouard Brézin, 53 ans, Université Paris VI (Pierre et Marie Curie); Serge Haroche, 47 ans, Université Paris VI (Pierre et Marie Curie); Michel Davier, 49 ans, Université Paris XI, Paris Sud (Orsay).

Chimie : Jean Rouxel, 54 ans, Université de Nantes; Robert Corriu, 53 ans, Université de Montpellier (Sciences et Techniques du Languedoc).

Biologie-Médecine : Philippe Ascher, 55 ans, Université Paris VI (Pierre et Marie Curie); Pierre Chambon, 60 ans, Université Strasbourg I (Louis Pasteur); François Cuzin, 53 ans, Université de Nice (Sophia Antipolis); Michel Lazdunski, 53 ans, Université de Nice (Sophia Antipolis).

Histoire : André Vauchez, 53 ans, Université Paris X (Ouest Parisien); Jean-Marie Goulemot, 54 ans, Université de Tours (François Rabelais).

Economie : Jean-Jacques Laffont, 44 ans, Université TOULOUSE I (Sciences Sociales).

Sciences Sociales : François Dubet, 46 ans, Université Bordeaux II.

Liste des 25 membres juniors élus à l'IUF (âges en mars 1991)

Mathématiques : Jean-Christophe Yoccoz, 33 ans, Université Paris XI (Paris-Sud, Orsay); Jean- Pierre Demailly, 33 ans, Université Grenoble I (Joseph Fourier); Le Gall, 31 ans, Université Paris VI (Pierre et Marie Curie).

Physique : Jean-François Joanny, 35 ans, Université Strasbourg I (Louis Pasteur); François Gallet, 35 ans, ENS; Pierre Labastie, 35 ans, Université Toulouse III (Paul Sabatier); Pierre Salati, 33 ans, Université de Chambéry (Université de Savoie), enseigne à Annecy; Marc Gabay, 39 ans, Université Paris XI (Paris-Sud, Orsay).

Chimie : Marc Fontecave, 34 ans, Université Grenoble I (Joseph Fourier); David Gourier, 38 ans, Université Paris VI (Pierre et Marie Curie).

Ecotoxicologie : Alain Boudou, 41 ans, Université Bordeaux I.

Biologie : Christian Bréchet, 39 ans, Université Paris V (René Descartes); Mme Odile Kellermann, 41 ans, Université Paris XI (Paris-Sud, Orsay); Yves Cenatiempo, 41 ans, Université de Poitiers; Philippe Naquet, 34 ans, Université Aix-Marseille 2.

Médecine : Bertrand Bloch, 40 ans, Université de Bordeaux II.

Histoire : Jacques Chiffolleau, 39 ans, Université Lyon II (A. et L. Lumière); Jean- Marie Meuglin, 35 ans, Paris XII (Paris-Val de Marne); Marie-Noëlle Bourguet, 43 ans, Université Paris VII; Robert Ilbert, 41 ans, Université Aix-Marseille I (Université de Provence).

Géographie : Mme Marie-Claude Maurel, 45 ans, Université Montpellier III (Paul Valéry).

Economie : Pierre Picard, 39 ans, Université Paris X (Nanterre).

Sociologie : Yves Grafmeyer, 45 ans, Université Lyon II (A. et L. Lumière).

Droit : Denys Simon, 40 ans, Université Strasbourg III (Robert Schuman).

Principaux travaux des lauréats mathématiciens de l'IUF

Seniors

Yves Colin de Verdière

Colin de Verdière a essentiellement travaillé en analyse globale sur les variétés, et les équations aux dérivées partielles. Son travail le plus célèbre est celui où il a mis en évidence une relation remarquable entre la suite des valeurs propres du laplacien et la suite des longueurs des géodésiques fermées sur une variété riemannienne compacte. Si (λ_n) est la suite des valeurs propres, le spectre singulier de la distribution tempérée $\Sigma \delta_{\sqrt{\lambda_n}}$ (δ mesure de Dirac) est contenu dans l'ensemble des longueurs des lignes géodésiques fermées, et lui est égal pour les structures riemanniennes génériques (parmi lesquelles se trouvent toutes celles qui ont une courbure constante < 0). Donc, dans le cas générique, les valeurs propres déterminent les longueurs des géodésiques fermées, mais la réciproque n'est pas vraie (réponse à une question posée par Hermann Weyl); c'est une généralisation remarquable de la formule de Poisson pour l'intégrale de Fourier. La démonstration fut améliorée ensuite et des résultats complémentaires furent trouvés par Chazarain, Duistermaat, Guillemin, Hörmander). Dans le même ordre d'idées, il a montré récemment, en utilisant la théorie des graphes, qu'on peut imposer à une variété riemannienne compacte une section commençante arbitraire de la suite des valeurs propres, en particulier l'ordre de la première valeur propre, si la dimension est au moins égale à 3; si la dimension est 2, ce n'est plus possible, et il a énoncé à ce sujet une conjecture spectaculaire, reliant cette possibilité au nombre chromatique de la surface considérée, c'est-à-dire au nombre minimum de couleurs suffisant pour colorier une carte géographique tracée sur elle. Il a aussi étudié l'opérateur de

Schrödinger sur les variétés, et le comportement asymptotique de son spectre en présence d'un champ magnétique tendant vers l'infini à l'infini. Il a obtenu des résultats importants pour le prolongement analytique des séries d'Eisenstein d'un groupe fuchsien de première espèce, en utilisant la théorie spectrale du laplacien sur les surfaces d'aire finie, simplifiant ainsi grandement des résultats de Selberg.

Yves Meyer

Yves Meyer a d'abord travaillé sur les séries trigonométriques : ensembles de Sidon, de Helson, de synthèse harmonique. Il y intervient des propriétés arithmétiques, liées aux nombres de Pisot. Il a ensuite étudié les opérateurs pseudo-différentiels, donnant des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'ils opèrent de L^p dans L^p , pour $1 < p < +\infty$, de H^1 dans L^1 , et de L^∞ dans BMO . Il s'est ensuite attaqué à la conjecture de Calderon, sur laquelle plusieurs mathématiciens ont travaillé pendant une quinzaine d'années : Meyer, Calderon, Coifman, Macintosh. Il s'agit de montrer que, si $\{x + iy; y = f(x)\}$ est une courbe lipschitzienne du plan complexe, toute fonction L^2 sur la courbe est différence de fonctions H^2 du demi-plan supérieur et du demi-plan inférieur. C'est Meyer qui a résolu diverses étapes de la démonstration et l'étape finale. Il en a déduit toute une théorie des opérateurs de Calderon-Zygmund. Depuis une dizaine d'années, il a développé la théorie des ondelettes, généralisation des ondes $\exp(i\omega t)$ de Fourier. Les ondelettes ont des fréquences infiniment petites et infiniment grandes. On peut développer une fonction convenable en séries d'ondelettes. Mais, tandis que Fourier ne donne de bonnes relations entre la fonction et les coefficients que dans le cas L^2 , les ondelettes font de même pour tous les espaces L^p et les espaces de Besov. En outre, on peut aussi localiser les comportements, et étudier par les coefficients ce qui se passe dans une région où la fonction varie beaucoup. Les ondelettes sont exposées exhaustivement dans un ensemble de 3 livres récemment parus, totalisant plus de 500 pages. Elles ont des applications dans les domaines les plus divers des mathématiques pures (retour aux opérateurs de Calderon-Zygmund) et appliquées, de la mécanique, de la physique, de la médecine (télévision, théorie du signal, anomalies cardiaques). L'œuvre d'Yves Meyer a donc à la fois une grande diversité et une grande unité. Meyer a eu beaucoup d'élèves, dont certains (Guy David et Jeanlin Journé) ont participé aux résultats précédents.

Juniors

Jean-Pierre Demailly

Jean-Pierre Demailly a essentiellement travaillé sur l'analyse complexe, en liaison avec la géométrie algébrique. Un de ses meilleurs résultats concerne les inégalités de Morse asymptotiques. En géométrie réelle, les inégalités de Morse classiques relient les indices des points critiques d'une fonction de Morse aux nombres de Betti. On peut les interpréter à partir d'une formule reliant aux nombres de Betti les valeurs propres du laplacien d'une structure riemannienne opérant sur les formes différentielles des divers degrés. Ici on se donne un fibré en droites holomorphe, sur une variété complexe compacte, et on le tensorise p fois. Ce sont ici les opérateurs d' , d'' , de la structure complexe qui interviennent. Demailly donne un grand nombre de formules nouvelles, et en déduit les "inégalités de Morse asymptotiques", majorant la d'' -cohomologie pour les grandes valeurs de p . Il en déduit une démonstration de la conjecture de Grauert Riemenschneider, dans des conditions très faibles, et des applications aux champs magnétiques très intenses.

Mais les idées essentielles de Demailly tournent autour de la positivité pour les fibrés holomorphes hermitiens, et des courants fermés positifs (la positivité veut dire $d'd'' \geq 0$, comme pour la définition des fonctions plurisous-harmoniques, dont l'intervention est d'ailleurs constante ici pour fournir des poids). Il introduit une notion de s -positivité, attachée à un fibré vectoriel sur la variété, et en déduit des propriétés de géométrie algébrique. Il introduit des nombres de Lelong généralisés et des résultats d'algébricité en

théorie des nombres, démontrant une conjecture de Tchoudnovski-Waldschmidt. Il étudie aussi les mesures de Monge-Ampère et la caractérisation des variétés algébriques affines, puis donne des critères d'algébricité de variétés complexes quelconques. Ces résultats, trop succinctement exprimés, donnent une idée de l'ampleur de son œuvre. Incidemment, c'est Demailly qui a le premier donné un exemple d'un fibré complexe à base et fibre de Stein et qui n'est pas de Stein.

Jean-François Le Gall

Le temps local a été introduit par Paul Lévy pour le mouvement brownien linéaire : l'ensemble des temps où un brownien réel passe en un point donné est évidemment de mesure de Lebesgue nulle, mais Paul Lévy a introduit sur cet ensemble une mesure (un peu analogue à celle de Cantor), appelée temps local associé au point (aléatoire comme le brownien lui-même). Le Gall a étendu les temps locaux à de nombreuses autres situations : temps local associé à l'ensemble des points doubles ou multiples d'ordre n du brownien dans R^N (dans R^2 , la courbe a une infinité de points multiples d'ordre n fini ou infini (dénombrable ou non), une infinité de points doubles dans R^3 mais pas de points triples, et n'a plus de points doubles pour $N \geq 4$, temps local associé à l'ensemble des temps de coïncidence de deux browniens indépendants dans R^N , etc. Dans certains cas, cette mesure n'existe pas elle-même, il faut utiliser la renormalisation de Varadhan. C'est le physicien Symanzik qui avait introduit l'idée des ensembles de points multiples pour la théorie quantique des champs. Ces questions sont liées aussi à l'étude du brownien conditionné par l'hypothèse de n'avoir aucun point multiple, étude qui intervient dans les recherches sur les polymères, à forme plus moins brownienne sans point multiple.

Deux grands autres problèmes sont traités en même temps. Le premier est relatif à l'évaluation du volume de la "saucisse de Wiener" (en anglais Wiener sausage, introduite par Marc Kac, saucisse de Wiener ou saucisse de Vienne). La saucisse de rayon R est la réunion des boules de rayon R centrées sur la courbe brownienne; on peut généraliser en remplaçant la boule de rayon R centrée au point $B(t)$ de la courbe par l'ensemble $B(t) + RK$, où K est un compact. Ce volume est affecté par la présence de points multiples. Le Gall trouve le développement de Taylor complet de ce volume quand R tend vers 0, pour $N = 2$. Dans le cas général, le premier terme fait intervenir la capacité newtonienne de K . Le deuxième problème est l'évaluation asymptotique du nombre de tours de la courbe brownienne autour d'une courbe de R^3 ; les nombres de tours autour d'un nombre fini de droites deux à deux non parallèles sont des variables aléatoires indépendantes. Pour une courbe et son asymptote, si leur contact est d'ordre fini, la courbe brownienne les distingue, alors qu'elle ne les distingue pas pour un contact exponentiel.

Jean-Christophe Yoccoz

Yoccoz est un spécialiste des systèmes dynamiques. Formé par Michael Herman, il a d'abord comme lui travaillé sur les difféomorphismes du cercle, dans la lignée des travaux de Denjoy. Celui-ci avait montré que tout C^2 -difféomorphisme f du cercle, de nombre de rotation α irrationnel, est topologiquement conjugué à une rotation R_α d'angle α ; on ne peut pas remplacer C^2 par $C^{2-\epsilon}$; et un C^∞ -difféomorphisme n'est pas forcément C^1 -conjugué à R_α (Herman). A son tour Yoccoz a étendu et simplifié des résultats de Herman, réglant définitivement certains de ces problèmes.

On dit que α est β -diophantien si les réduites de son développement en fraction continue vérifient $q_{n+1} = O(q_n^{1+\beta})$. Alors Yoccoz a réglé le théorème précédent de Herman : si le nombre de rotation α de f est β -diophantien, et si f est C^k , $k > \sup(3, 2\beta + 1)$, f est C^m -conjugué à R_α , dès que $m < k - 1 - \beta$. La condition $k > \sup(3, 2\beta + 1)$ a été améliorée par Katznelson et Ornstein en $k > 2 + \beta$, essentiellement optimale; mais la perte de différentiabilité $> 1 + \beta$ est optimale. En particulier un C^∞ -difféomorphisme diophantien est toujours C^∞ -conjugué à une rotation; la condition diophantienne est

essentiellement nécessaire, ce qui perfectionne notablement le contre-exemple de Herman. Si f est analytique, il est analytiquement conjugué si α est diophantien; ici cette condition arithmétique n'est pas nécessaire; mais Yoccoz a trouvé la condition optimale, profonde et compliquée, en 1988.

Parmi un grand nombre d'autres résultats je ne citerai que le suivant. Soit f une fonction holomorphe au voisinage de 0 dans $\mathbb{C}$, $f(z) = az + O(z^2)$, $a = e^{2i\pi\alpha}$. On appelle disque de Siegel un disque topologique sur lequel f est conjuguée à une rotation $z \rightarrow az$. Yoccoz a montré que si, pour un a donné, $z \rightarrow az + z^2$ a des disques de Siegel, toutes les fonctions $z \rightarrow az + O(z^2)$ en ont. Une condition suffisante donnée par Siegel et Brjuno est que, pour le développement en fraction continue de α , $\sum^{\infty} (\text{Log } q_{n+1})/q_n < +\infty$. Yoccoz a montré que cette condition suffisante est aussi nécessaire. Je n'ai donné ici qu'une petite partie de ses résultats. ■

Laurent SCHWARTZ

PRIX

FERMAT (Université Paul Sabatier – MATRA Espace)

Sur les recherches de J.-L. Colliot-Thélène, lauréat du prix Fermat 1991 de Recherche Mathématique

Parrainé par MATRA Espace, le prix Fermat de Recherche est de 100 000 F et le prix Fermat Junior de 10 000 F.

J.-B. HIRIART-URRUTY

Professeur de Mathématiques, Univ. Paul Sabatier (Toulouse III)

Créateur et organisateur des prix FERMAT

Le Prix Fermat 1991 a été décerné à Jean-Louis Colliot-Thélène pour ses travaux sur l'arithmétique des variétés rationnelles, recherche dont une grande partie a été menée conjointement avec Jean-Louis Sansuc.

Pour qu'une équation donnée à coefficients rationnels admette des solutions rationnelles, il est évidemment nécessaire qu'elle en admette dans le corps des nombres réels; plus encore, il faut aussi qu'elle en admette dans tous les complétés du corps des rationnels. Ces conditions sont faciles à tester. Pour une forme quadratique (polynôme homogène de degré 2), cette condition nécessaire est aussi suffisante; on dit alors que le *principe de Hasse* est valable. Dès le degré 3 le principe de Hasse n'est plus valable. Un exemple de Chatelet, repris par Manin, a fourni le point de départ des travaux de Colliot-Thélène et Sansuc, qui ont mis en évidence une obstruction à ce principe de Hasse, et qui montrent que c'est la seule obstruction pour certaines familles de variétés. Cela fournit des algorithmes pour déterminer si certaines équations ont ou non des solutions rationnelles.

a) Ainsi voici un premier exemple des résultats obtenus par Colliot-Thélène et Sansuc (Crelle 376, p. 93) :

écrivons n sous la forme $2^{4r+s}m$, avec m impair et s positifs entre 0 et 3. Alors n est somme de deux carrés et d'une puissance quatrième, sauf si :

- soit $s = 0$ et m congru à 7 modulo 8
- soit $s = 2$ et m congru à 3 modulo 4.

La première exception est claire, c'est la condition de Gauss : dans ce cas, n n'est pas somme de trois carrés. Le plus frappant dans cet énoncé est que la condition 2-adique soit une condition suffisante.

b) Dans un article en commun avec Kanevsky et Sansuc, Colliot-Thélène étudie les surfaces cubiques diagonales

$$ax^3 + by^3 + cz^3 + dt^3 = 0.$$

A l'heure actuelle, on n'a pas d'algorithme pour décider si une telle équation a des solutions rationnelles; les conditions de congruence ne sont pas suffisantes (Cassels/Guy 1966).

A l'époque du contre-exemple de Cassels-Guy, l'ordinateur avait produit quelques 200 équations à petits coefficients entiers, avec des solutions modulo tous les entiers, et sans petite solution rationnelle. Cassels réussit à montrer qu'une de ces équations n'avait pas de solution rationnelle. A l'époque, personne n'avait idée comment traiter une seule des autres équations. Dix ans plus tard, Bremner (1978) réussit à traiter une autre équation dans la liste (voir l'exposé de Colliot-Thélène au Séminaire de Théorie des Nombres de Paris en 1984-1985 pour l'histoire et la préhistoire du problème). CT/K/S ont donné un algorithme systématique pour calculer l'obstruction de Brauer-Manin au principe de Hasse pour de telles surfaces sur les rationnels.

Voici un exemple de résultat qu'ils obtiennent :

S'il existe un nombre premier qui divise un coefficient et un seul, alors il n'y a pas d'obstruction de Brauer-Manin.

De fait, les coefficients de Cassels-Guy étaient (5,9,10,12) et ceux de Bremner (1,4,10,25).

L'ordinateur étudia ensuite toutes les équations avec a, b, c, d entiers plus petits que 100. Dans ce domaine, pour toutes les équations survivant à l'élimination par les congruences, puis à l'élimination par l'obstruction de Brauer-Manin calculée par l'algorithme de CT/K/S, il trouva des solutions entières (de hauteur plus petite que 8000). Au passage, cela régla la situation pour la "petite" liste d'équations de Cassels-Guy.

Cela donne quelque poids à la conjecture que l'obstruction de Brauer-Manin est ici la seule, et que l'algorithme cité permet effectivement de décider si une surface cubique diagonale a un point rationnel...

c) Une autre contribution importante de Sansuc et Colliot-Thélène, en collaboration avec Beauville et Swinnerton-Dyer, est une réponse négative à un vieux problème de Zariski : ils donnent un exemple d'une extension K du corps C des nombres complexes, qui n'est pas de la forme $C(X_1, \dots, X_n)$ avec des X_i algébriquement indépendants, mais qui est telle que le corps des fractions rationnelles $K(T)$ soit de cette forme. En termes géométriques, cela signifie qu'ils construisent une variété algébrique sur C qui n'est pas rationnelle, mais qui l'est stablement (*i.e.* après multiplication par une droite).

Colliot-Thélène et Sansuc sont devenus les chefs de file d'une véritable école consacrée à l'arithmétique des variétés rationnelles, qui met en œuvre une grande variété de moyens : géométrie algébrique, K -théorie, formes quadratiques, méthode du cercle,...

Prix Fermat Junior 1991

Le prix Fermat Junior 91 a été décerné à Vincent Lefèvre.

Ce prix s'adresse à des étudiants (Bac à Bac+3).

Vincent Lefèvre est un habitué des jeux et concours de mathématiques. Son travail sur le triangle de Pascal dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, mené à bien alors qu'il n'était qu'élève de Terminale C, est personnel et dans un domaine non traité par les programmes de lycées. Il a, depuis ce prix, obtenu le 2e prix au Concours Général de Mathématiques. Ses projets? Les classes préparatoires et "un travail dans la recherche en mathématiques ou dans la création de programmes informatiques".

Prix I.B.M.

Le prix I.B.M. a été attribué pour 1990 à Guy David de l'Université de Paris-Sud. Voici un extrait du texte de présentation du président du jury, A. Beauvillé.

Guy David est l'auteur de plusieurs contributions de toute première grandeur en analyse harmonique. Je regrouperai ses travaux selon trois thèmes.

1. Il a résolu, indépendamment de Coifman-McIntosh-Meyer, une conjecture célèbre de Calderón sur l'opérateur de Cauchy relatif à une courbe lipschitzienne

$$u(x) \mapsto \text{vp} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(y)}{|x - y + i(A(x) - A(y))|} dy.$$

G. David démontre que cet opérateur est borné sur L^2 dès que A est lipschitzienne par une méthode très originale. Une analyse géométrique très subtile de la structure du graphe de la fonction A et des méthodes d'analyse réelle (inégalités "aux bons λ ") lui permettent de se ramener au cas où la constante de Lipschitz est petite, cas déjà résolu par Calderón.

Sa méthode lui a permis en outre de caractériser les courbes rectifiables γ du plan complexe pour lesquels l'opérateur de Cauchy est borné sur $L^2(\Gamma)$ par une variante, due à Ahlfors, de la condition "corde-arc".

2. En collaboration avec Journé, il a donné une réponse d'une simplicité stupéfiante à une question qui se posait (implicitement au début, puis très explicitement après Coifman-Meyer) depuis les tout premiers travaux de Calderón et Zygmund sur les intégrales singulières, question autour de laquelle ont tourné nombre de travaux d'analyse harmonique, notamment ceux de l'"école de Chicago".

Il s'agit de déterminer les conditions pour qu'un opérateur d'intégrale singulière

$$Tu(x) = \text{pf} \int_{\mathbb{R}^n} K(x, y)u(y)dy$$

soit borné sur L^2 lorsque K vérifie l'estimation naturelle $K(x, y) = O(|x - y|^{-n})$ et que (ceci peut être affaibli) ses dérivées premières sont $O(|x - y|^{-n-1})$.

David et Journé donnent une condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi, c'est le célèbre "théorème $T(1)$ " qui est peut-être le plus beau théorème d'analyse harmonique de la décennie. Il faut et il suffit (outre une condition de continuité très faible) que les images par T et son adjoint de la fonction 1 appartiennent à l'espace BMO des fonctions d'oscillation moyenne bornée.

En collaboration avec Semmes, ils ont obtenu une extension importante, le "théorème $T(b)$ ", d'une forme encore plus maniable, et valable pour tous les noyaux K définis dans un espace de nature homogène.

3. Les récents travaux de G. David sont consacrés aux rapports entre la géométrie des sous-ensembles d -dimensionnels de $\mathbb{R}^n$ et les propriétés de continuité des opérateurs d'intégrale singulière qui leur sont associés. Il s'agit de problèmes d'importance cruciale pour les problèmes aux limites dans les ouverts à frontière peu régulière (régularité des potentiels de couche multiple) ainsi que pour des problèmes de prolongement de fonctions définies sur des sous-variétés.

Plus précisément, étant donné un fermé $S \subset \mathbb{R}^n$ qui est le support d'une mesure positive $d\sigma$ et d -dimensionnel en un sens convenable, il considère des intégrales singulières

$$Tu(x) = \text{vp} \int_S K(x - y)u(y)d\sigma(y)$$

où K est disons impaire et homogène de degré $-d$. Il s'agit d'obtenir des conditions pour que T soit borné sur $L^2(d\sigma)$.

Il démontre qu'il est suffisant, et dans bon nombre de cas nécessaire, que d'une part une généralisation de la condition d'Ahlfors soit satisfaite ($C_1 r^d \leq \sigma(B(x, r)) \leq C_2 r^d$), et que d'autre part, des portions suffisantes de S possèdent des paramétrisations bilipschitziennes par des sous-ensembles de $\mathbb{R}^d$.

Il s'agit de résultats profonds et dont la démonstration est un véritable tour de force. On voit en outre apparaître un ensemble de concepts géométriques nouveaux, dont la pertinence est précisément garantie par ses relations étroites avec la théorie des opérateurs, et qui ont déjà été utilisés avec succès, notamment par P. Jones et G. David lui-même, sur le problème du voyageur de commerce.

Prix de l'Académie des Sciences

Lors de la séance solennelle du lundi 25 novembre 1991, présidée par Jean Hamburger, l'Académie a remis ses prix. Voici les *heureux* lauréats mathématiciens.

Grands Prix.

Prix Jaffé (50 000 F). — Le prix est décerné à M. Jean-Christophe Yoccoz, Professeur au Département de Mathématique à l'Université Paris-Sud à Orsay.

Jean-Christophe Yoccoz a résolu de nombreux problèmes très difficiles de la théorie des systèmes dynamiques par des méthodes très simples, conceptuelles et susceptibles de nombreuses applications. Il a complètement réglé le problème de la conjugaison des difféomorphismes du cercle, largement entamé par M. Herman, en montrant que tout difféomorphisme du cercle dont le nombre de rotation est irrationnel diophantien est C^∞ conjugué à une rotation. Il a ensuite résolu un problème central sur la dynamique des fonctions holomorphes en démontrant la réciproque du théorème de Siegel sur la conjugaison holomorphe. Il s'agit de problèmes d'analyse extrêmement subtils, dans lesquels Jean-Christophe Yoccoz a fait la preuve qu'il est un mathématicien hors pair. Il est sans conteste l'un des meilleurs spécialistes des systèmes dynamiques sur le plan mondial.

Prix de Commissions.

Mathématique

Prix Paul Langevin en hommage à la mémoire des savants français assassinés par les allemands en 1940-1945 : René Gosse, Armand Lambert, Jacques Solomon (7 500 F). Le prix est décerné à M. Bernard Helffer, Professeur à l'Université Paris-Sud à Orsay, pour ses travaux sur les opérateurs différentiels, sur les groupes de Lie et sur l'analyse semi-classique des équations de la physique mathématique.

Fondation Charles-Louis de Saulses de Freycinet. — Un prix de 7 000 F est décerné à M. Jacques Faraut, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie à Paris, pour ses travaux d'analyse sur les groupes et les algèbres et notamment sa théorie générale des distributions sphériques sur les groupes.

Fondation Charles-Louis de Saulses de Freycinet. — Un prix de 7 000 F est décerné à M. François Murat, Directeur de Recherche au Centre National de la Recherche Scientifique à l'Université Pierre et Marie Curie à Paris, pour l'introduction de méthodes originales et fécondes en théorie de l'homogénéisation.

Prix Verdaguer (6 000 F). — Le prix est décerné à M. Frédéric Helein, Professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, pour ses travaux sur les applications harmoniques en liaison avec la théorie des cristaux liquides.

Prix Carrière (4 500 F). — Le prix est décerné à M. Claude Viterbo, Professeur à l'Université Paris-Sud à Orsay, pour ses travaux sur le calcul des variations, la géométrie symplectique et la topologie différentielle.

Prix Jean Reynaud (4 000 F). — Le prix est décerné à M. Laurent Clozel, Professeur à l'Université Paris-Sud à Orsay, pour ses travaux sur les groupes réductifs et les formes automorphes.

Prix Gegner (4 000 F). — Le prix est décerné à M. Pierre Pansu, Professeur à l'Université Paris-Sud à Orsay, pour ses travaux en géométrie riemannienne et sous-riemannienne non compact.

Statistique-Informatique-Automatique

Prix Blaise Pascal du Gamni-Smai (10 000 F). — Le prix est décerné à M. Yvon Maday, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie à Paris, pour sa contribution à l'analyse numérique des méthodes spectrales. ■

CONGRÈS I.C.M.E.-7, WORKING GROUP 3 :

DIFFICULTÉS DES ÉTUDIANTS EN ANALYSE

Co-organisateurs : Michèle Artigue (France), Gontran Ervynck (Belgique)

L'objet de ce Groupe est de travailler à l'amélioration de l'enseignement de l'analyse, en permettant notamment une intégration des résultats des recherches dans ce domaine à la pratique de l'enseignement. Les activités viseront à nourrir et approfondir la réflexion et les discussions sur les questions suivantes : objectifs de l'enseignement, difficultés des étudiants, expériences d'enseignement, impact des nouvelles technologies, statut actuel des cours d'analyse et influence sur la réussite des étudiants, en prenant en compte la diversité des situations dans les différents pays et des attentes des différents publics.

Quatre sessions de 90 mn sont prévues. La première sera plénière et servira d'introduction au thème. Pour les sessions II et III, cinq groupes sont prévus : (1) Identification, analyse et traitement des difficultés des étudiants dans l'apprentissage de l'analyse (Ed Dubinsky); (2) Conceptions sur l'enseignement de l'analyse et stratégies d'enseignement (Marc Rogalski et Marc Legrand); (3) Analyse pour des non-spécialistes (John et Annie Selden); (4) Technologie dans l'enseignement de l'analyse (David Tall); (5) Rénovation des curricula (Ted Eisenberg). Dans chacune des sessions, la discussion sera introduite par deux initiateurs. La session IV sera de nouveau une séance plénière : une intégration des travaux des différents sous-groupes y sera présentée et des perspectives de prolongement du travail commun envisagées.

Les personnes souhaitant participer au travail du groupe sont invitées à se faire connaître des co-organisateurs en précisant dans une courte note leur adresse, le sous-groupe choisi pour les sessions II et III, en décrivant brièvement leurs activités dans ce domaine et en donnant éventuellement les références de leurs publications les plus importantes (pas plus de quatre).

Michèle ARTIGUE, IUFM de Reims, 32 rue Ledru-Rollin, 51100 Reims
Gontran Ervynck, K.U. Leuven, Campus Kortryk, B-8500 Kortryk, Belgique

QUADRATURE

Les Editions du Choix éditent *Quadrature*.

Le *Calendrier des Mathématiques* est édité pour la troisième année consécutive. Nous le concevons comme un outil de popularisation des mathématiques. Celui de 1992 se présentera

comme celui de 91, mais à tout point de vue il atteste, croyons-nous d'une certaine progression dans la qualité, tant des textes que de l'iconographie.

Voici la liste des exposés, avec leurs auteurs : *Bifurcations de cycles*, par R. Moussu et R. Roussarie (Univ. de Bourgogne) – *Le 16e problème de Hilbert*, par R. Moussu – *Réseaux de neurones : l'algorithme de Kohonen*, par Marie Cottrell et Gil Pages (Univ. Paris 1) – *Réseaux de neurones : la séparation de sources*, par Marie Cottrell et Gil Pages – *Réseaux de neurones : le perceptron*, par Marie Cottrell et Gil Pages – *Le problème des dictateurs ennemis*, par Marcel Berger (I.H.E.S.) – *Plus courts chemins Hyperboliques*, par Pierre Pansu (Univ. Paris Sud) – *Cercles en plan*, par Marcel Berger – *Le Labyrinthe de la Giroide*, par Jenner – *Billard Cubique*, par Pierre Arnoux et Christian Mauduit (Univ. Paris et Lyon) – *Le premier Congrès Européen*, par Mireille Chaleyat (Univ. Paris).

On peut se procurer le calendrier des mathématiques en le commandant aux : Editions du Choix, 25 bis bd Lénine, 95100 Argenteuil, pour 50 F + 10 F de frais d'envoi.

Jean-Pierre BOUDINE, Directeur

SUR LA C3I

La C3I (Commission des Colloques et Congrès Internationaux) est une commission de la S.M.F. chargée de répartir parmi les mathématiciens résidant en France une subvention versée par le Ministère des Affaires Etrangères au C.N.F.M. (Comité National Français des Mathématiciens).

Cette subvention a été en 1990 et en 1991 de 160 000 F. Cela signifie que la participation de la C3I ne peut représenter qu'un *appoint* (divisez 160 par le nombre de mathématiciens actifs et / ou voyageant). Cela signifie également que la C3I a à faire des choix, dont je voudrais ici, après deux ans de secrétariat, dégager quelques raisons.

D'abord, nous nous limitons à subventionner tout ou une partie des frais de voyage pour se rendre à un colloque ou un congrès international à l'étranger. On peut, bien sûr, profiter du déplacement pour visiter une université, suivre une école d'été, faire de la plongée sous-marine ou un voyage de noces, nous ne considérons que l'intérêt du congrès pour le mathématicien et la communauté mathématique.

Les super-vedettes, dont la seule présence assure le succès du congrès, doivent être invitées par les organisateurs ou se débrouiller avec eux et ne sont normalement pas du ressort de la commission. D'autre part, les étudiants ne peuvent pas être comparés nationalement; si leur patron estime qu'il leur est profitable d'assister à une rencontre, c'est à notre avis au labo de faire l'effort correspondant. Enfin, les membres de la commission ne bénéficient pas de subvention. Il reste encore beaucoup d'autres demandes, pour lesquelles les critères sont moins nets. Pour caricaturer, les deux profils choucou de la Commission seraient :

1. le jeune mathématicien qui a des résultats à faire connaître à la principale rencontre de sa spécialité de l'année;
2. le mathématicien actif, invité comme conférencier dans un congrès important et pas trop pointu.

Le "dossier" lettre d'invitation, annonce du congrès, lettre personnelle de motivation doit permettre à la commission d'estimer dans quelle mesure la demande répond à nos "critères". Si de plus la rencontre a lieu en Europe ou sur la Côte Est des U.S.A., Canada, il est facile d'accorder une subvention (à peu près 80% du voyage en vol vacances ou en charter). Plus on s'éloigne géographiquement ou des profils ci-dessus, plus c'est difficile, et la subvention se rapproche de la moitié du prix charter. Il est quand même exceptionnel, que sur un sujet

vivant, la seule conférence importante de l'année ait lieu en Chine, en Indonésie ou en Australie...

Une autre règle est que nous ne donnons (presque) jamais de subvention à la même personne deux ans de suite, que nous sommes un peu plus sévères avec les habitués, un peu moins avec les isolés. Tout ceci est appliqué sans trop de rigueur et dépend de l'humeur des membres présents de la commission, dont la composition théorique est :

M. Esteban, J.-M. Ghidaglia (SMAI), R. Langevin (SMF), F. Ledrappier, J.-M. Lemaire (CNFM), J.-L. Loday, P. Malliavin (Académie), P. Pansu (CNFM), S. Sorin, X (Comité national).

Pour 1990, nous avons traité 90 demandes et donné 59 subventions, parfois symboliques. La plupart des refus étaient pour des voyages en Extrême Orient, liés au Congrès International, pour lequel le CNFM disposait d'un financement indépendant. Pour 1991, les chiffres sont du même ordre, mais nous avons parfois refusé des demandes tout à fait dignes d'être considérées. On peut s'attendre à une pression moins grande en 92 à cause du congrès européen et des congrès satellites qui auront lieu en France. Faites parvenir une demande avant le 31 mars 1992 à :

François Ledrappier, Secrétaire C3I, Laboratoire de Probabilités - Tour 56, Université Paris 6, 4 place Jussier, 75252 Paris Cedex 05. ■

APPEL DE CANDIDATURES POUR LA CHAIRE D'INFORMATIQUE DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

La chaire d'Informatique de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées sera vacante à compter de la rentrée 1992-1993.

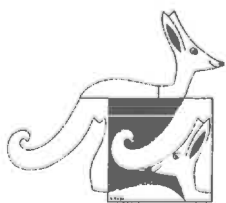
Le professeur titulaire de cette chaire est chargé de l'enseignement du cours d'informatique du tronc commun (85 élèves) actuellement composé :

- d'un cours de 33 heures au 1er trimestre (septembre-décembre), directement assuré par le professeur titulaire assisté d'une équipe de maîtres de conférence.
- d'un cours électif de 33 heures choisi par les élèves sur une liste de quatre et assurés au deuxième trimestre (janvier-mars) par différents maîtres de conférence.

Les candidats peuvent obtenir des informations complémentaires auprès de M. Vidal COHEN, chef du département des sciences mathématiques. Quelques documents prospectifs de réflexion sont disponibles concernant les évolutions de l'enseignement de l'informatique à l'Ecole.

Les candidats devront adresser **pour le 31 janvier 1992** au Directeur de l'Enseignement de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, un dossier comportant une lettre de candidature, un curriculum vitae, la présentation de leurs activités d'enseignement, de recherche et professionnelles ainsi qu'un projet pédagogique incluant un programme détaillé du cours de tronc commun.

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
28, rue des Saints Pères - 75007 PARIS
Tél. : (1) 42 60 34 13



LE KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

Le concours "Kangourou des mathématiques"...

... a eu lieu le 15 mai 1991, dans les classes de collège et de lycée, de la sixième à la première,

... un même jour, une même heure, en une seule fois,

... les participants, volontaires, ont dû répondre à trente questions en choisissant, pour chacune d'elles, parmi cinq réponses possibles (voir exemples),

... le jeu était doté de nombreux prix (voyages dans le Pacifique, jeux électroniques, encyclopédies, livres, abonnements à des revues, pin's...).

Lorsque nous avons décidé de lancer un tel concours de mathématiques pour tous, nous n'étions pas certains qu'ils répondent à la fois à nos propres objectifs et aux attentes d'un grand public de jeunes, soi-disant plus ou moins fâchés avec les mathématiques.

Nous l'avons baptisé "le Kangourou des Mathématiques", en hommage à nos amis australiens (qui organisent depuis quelques années leur "Concours Australien de Mathématiques") et pour l'image sympathique, dynamique, exotique et pourtant familière associée à cet animal. Le succès rencontré par ce concours a largement dépassé nos espérances et semble remettre en cause certaines idées reçues concernant les possibilités de popularisation des mathématiques dans notre pays :

- plus de 120 000 participants dans 1 600 collèges et lycées,
- plus d'une centaine d'articles de presse et une vingtaine d'interventions radio ou télévisées,
- une remise des prix, le 6 juillet au Palais de la découverte, en présence de quelques deux cents collègues et amis que nous remercions chaleureusement, mais sans pouvoir ici évidemment les nommer personnellement; nous avons été en particulier très touchés de l'accueil de Michel Demazure et de la présence d'Henri Cartan.

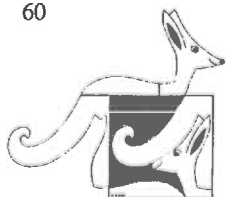
D'autres actions analogues vont dans le même sens avec des modalités et des objectifs un peu différents : ainsi les Rallyes Mathématiques régionaux mettent plutôt l'accent sur le travail de recherche, souvent mené en équipe, et l'originalité des solutions; le Championnat des Jeux Mathématiques et Logiques insiste sur les aspects ludique et logique, le Concours Général ou les Olympiades Internationales tendent à faire émerger les meilleurs; le Kangourou cherche à créer un effet de masse et de fête comme certaines épreuves sportives à grande participation populaire. Toutes ces actions sont complémentaires et devraient se développer ensemble et se renforcer mutuellement, aucune ne prétendant que le style de travail et de compétences réclamés, la présentation donnée ou les objectifs poursuivis devraient avoir valeur universelle.

Nous enverrons avec plaisir, à tous ceux qui nous le demanderont à l'adresse ci-dessous, le règlement détaillé, les sujets 91, une affiche, ou tout autre renseignement souhaité...

Kangoureusement vôtre,

Jean-Pierre BOUDINE & André DELEDICQ

(le Kangourou des Mathématiques, 25 bis bd Lénine, 95100 Argenteuil)



Extraits des épreuves

Benjamins

- (2) Parmi les figures suivantes, quelle est celle qui a plus d'un axe de symétrie :



- (15) En pliant en 4 dans le sens de la longueur et en 3 dans celui de la largeur une feuille de papier, on obtient un carré. Le périmètre de la feuille non pliée est 294 cm. Quelle est la largeur de la feuille ?

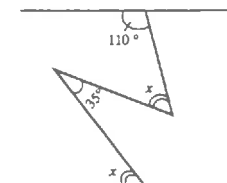
A) 84 cm B) 63 cm C) 168 cm D) 126 cm E) 21 cm

Cadets

- (15) Une action en Bourse vaut 1 400F en Mai. De Mai à Juin cette action a augmenté de 10%. De Juin à Juillet cette action a diminué de 10 %. Combien vaut-elle à la fin Juillet ?

A) 1 450 F B) 1 400 F C) 1 390 F D) 1 386 F E) 1 376 F

- (22) Voici le chemin que suit le père Mathieu, un vieux loup de mer, pour traverser la rue quand il revient du café. Mais combien peut bien valoir l'angle x ?



A) 52° B) 53°
C) $52,5^\circ$ D) $53,5^\circ$ E) 54°

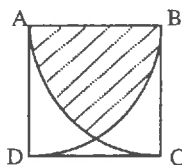
- 28) Lequel parmi ces nombres ne peut pas être le nombre de diagonales d'un polygone convexe ?

A) 9 B) 16 C) 20 D) 54 E) 5

Juniors

- (21) ABCD est un carré de côté a . On trace deux quarts de cercle centrés l'un sur A, l'autre sur B, de rayon AB. L'aire de la partie hachurée est :

A) $\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) a^2$ B) $\frac{1}{6} a^2$ C) $\frac{\pi}{6} a^2$ D) $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{6}\right) \pi a^2$



E) On ne peut pas effectuer le calcul par manque d'élément.

A) Il n'y en a pas B) Un seul C) 2 D) 3 E) 5

- (26) On place n points sur un cercle et on dispose de deux crayons de couleurs différentes pour joindre chaque point à tous les autres. Quelle est la plus petite valeur de n telle qu'on ne puisse éviter de réaliser un triangle dont les trois côtés soient de la même couleur ?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 12

La S.M.F., avec ou sans TABOU?

31 mai 19891. Journée annuelle de la S.M.F. sur le thème "Maths et Robotique". Les conférenciers sont brillants, les films de "Matra-Espace" captivants. Les rapports réglementaires adoptés à l'unanimité, l'assistance passe aux questions. J'interroge le président sur le taux de féminisation de la S.M.F. (25%, merci!) puis, question inhabituelle, sur les relations de la S.M.F. avec les militaires.

C'est alors que la machinerie bien huilée se grippe. Le président s'inquiète de savoir si ma question concerne les enseignants de l'Ecole Polytechnique, sous tutelle militaire comme on sait, puis le dialogue tourne court. En fin de séance, un membre notoire de la S.M.F. viendra me dire, en douce, que lui aussi a tenté, en vain, d'évoquer ce thème en d'autres lieux mais "le sujet est TABOU" conclut-il avec résignation.

Faut-il vraiment se résigner à voir tant de scientifiques "se prostituer aux thanatocrates" (R. Godement)? Et si la S.M.F. organisait un sondage auprès de ses membres sur le thème "Sciences et Défense"?

Voici une liste non exhaustive de questions possibles, en vrac :

1. - Que pensez-vous du conseil de Godement aux scientifiques : "Boycottez systématiquement les collègues et les organismes qui contribuent à transformer le progrès scientifique ou instruments d'extermination de l'homme"?

2. - Avez-vous lu le livre de G. Menahem (Seuil) : "La Science et le militaire" où il montre combien, depuis la 2ème guerre mondiale, l'armée dirige véritablement le développement scientifique.

3. - Accepteriez-vous de travailler pour la D.G.A. (Délégation Générale à l'Armement)? Pour une entreprise à C.A. majoritairement militaire : Aérospatiale, Dassault, Matra, Thomson-CSF?

4. - Estimez-vous souhaitable que le ministère de la Recherche Scientifique préside l'association "Science et Défense", émanation des militaires?

5. - Savez-vous que la CIEEMG (Commission Interministérielle d'Etudes pour l'Exportation de Matériel de Guerre) doit examiner environ 500 demandes par mois?

6. - Lien entre phallocratie et thanatocratie?

7. - Le risque d'apocalypse nucléaire vous paraît-il s'estomper?

8. - La recherche opérationnelle, fruit de l'alliance militaire-prix Nobel?

9. - Estimez-vous, comme Einstein, que la militarisation est le cancer de la civilisation?

10. - A quelles autres questions pertinentes auriez-vous aimé répondre?

- etc.

Merci d'avance à tout collègue qui aura le courage de prendre le relais.

Edith KOSMANEK

Docteur en maths

Pilote d'avion

Enseignante titulaire à l'Université Paris 1 depuis 1969

Cambridge Mathematics

The Geometry and Physics of Knots

MICHAEL ATIYAH

£20.00 net HB 0 521 39521 6 88 pp. 1990
£6.95 net PB 0 521 39554 2

Lezioni Lincee

Representations and Cohomology

Volume 1: Basic Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras

Volume 2: Cohomology of Groups and Modules

D. J. BENSON

Vol 1:
£25.00 net HB 0 521 36134 6 250 pp. 1991

Vol 2:
£35.00 net HB 0 521 36135 4 288 pp. 1991

Cambridge Studies in Advanced Mathematics 30 & 31

Combinatorial Matrix Theory

R. A. BRUALDI and H. RYSER

£35.00 net HB 0 521 32265 0 368 pp. 1991
Encyclopedia of Mathematics and its Applications 39

Lectures on Elliptic Curves

J. W. S. CASSELS

£24.95 net HB 0 521 41517 9 144 pp. 1991
£12.95 net PB 0 521 42530 1

London Mathematical Society Student Texts 24

Regular Complex Polytopes

Second Edition

H. S. M. COXETER

£30.00 net HB 0 521 39490 2 224 pp. 1991

Harmonic Analysis and Representation Theory for Groups Acting on Homogenous Trees

ALESSANDRO FIGÀ-TALAMANCA and CLAUDIO NEBBIA

£15.95 PB 0 521 42444 5 160 pp. 1991

London Mathematical Society Lecture Note Series 162

Algebraic Number Theory

A. FRÖHLICH and M. TAYLOR

£50.00 net HB 0 521 36664 X 384 pp. 1991
Cambridge Studies in Advanced Mathematics 27

Clifford Algebras and Dirac Operators in Harmonic Analysis

J. GILBERT and M. MURRAY

£37.50 net HB 0 521 34654 1 336 pp. 1991
Cambridge Studies in Advanced Mathematics 26

Communication Theory

C. M. GOLDIE and R. G. E. PINCH

£30.00 net HB 0 521 40456 8 200 pp. 1991
£10.95 net PB 0 521 40606 4

London Mathematical Society Student Texts 20

Surveys in Combinatorics, 1991

Edited by A. D. KEEDWELL

£22.50 PB 0 521 40766 4 312 pp. 1991
London Mathematical Society Lecture Note Series 166

Introductory Lectures on Siegel Modular Forms

HELMUT KLINGEN

£22.50 net HB 0 521 35052 2 176 pp. 1990
Cambridge Studies in Advanced Mathematics 20

Exact Constants in Approximation Theory

N. KORNEICHUK

Translated by K. IVANOV

£40.00 net HB 0 521 38234 3 350 pp. 1991
Encyclopedia of Mathematics and its Applications 38

Iterative Functional Equations

M. KUCZMA, B. CHOCZEWSKI and R. GER

£60.00 net HB 0 521 35561 3 573 pp. 1990
Encyclopedia of Mathematics and its Applications 32

Attractors for Semi-groups and Evolution Equations

OLGA LADYZHENSKAYA

£22.95 net HB 0 521 39030 3 88 pp. 1991
£7.95 net PB 0 521 39922 X

Lezioni Lincee

Operator Algebras in Dynamical Systems

The Theory of Unbounded *-derivations in C*-algebras

S. SAKAI

£30.00 net HB 0 521 40096 1 228 pp. 1991
Encyclopedia of Mathematics and its Applications 41

Order from your local bookshop or from Cambridge at the address below, or by 'phone on (UK) 0223 325970, fax (UK) 315052.



Cambridge
University Press

The Edinburgh Building, Cambridge CB2 2RU, UK.

LIVRES

LIVRES REÇUS

ENSEIGNEMENT

Introduction à la théorie de Hodge mixte

Fouad El Zein

Actualités mathématiques, Hermann, 240 F, 1991.

Ce livre expose la théorie de Deligne : structures de Hodge mixtes (sur la cohomologie des variétés algébriques, application aux singularités isolées) et celle de Griffiths : variations de structures de Hodge.

Champs radiaux sur une stratification analytique

Marie-Hélène Schwartz

Travaux en cours, Hermann, 230 F, 1991.

Ce livre expose les conditions de Whitney sur les stratifications, l'auteur construit des outils comme les tubes "semi-géodésiques" autour de sous-ensembles analytiques des variétés lisses (qui jouent le rôle de voisinage tubulaire autour d'une sous-variété lisse).

Analyse numérique et équations différentielles

Jean-Pierre Demailly

Presses Universitaires de Grenoble, 310 p., 190 F, 1991.

Ce livre destiné aux étudiants du 2^e cycle contient d'abord un exposé de différentes techniques utilisées en analyse numérique. En deuxième partie, on trouvera un cours très complet sur l'existence, l'unicité et la régularité des équations différentielles. Enfin, deux chapitres sont consacrés à la description des méthodes numériques à un pas et à pas multiples.

Exercices Corrigés de Mathématiques, vol. I, Math Sup, Deug, Capes et Agrég.

D. Goffinet

Editions du Choix, 190 p., 90 F, 1991.

Ce livre, destiné aux élèves de Classes

Préparatoires et de 1^{er} cycle des universités, commence par un mode d'emploi où il est expliqué l'originalité de l'ouvrage : chaque chapitre comprend un questionnaire où il faut répondre par vrai ou faux, un paragraphe "aides" pour vous aider à surmonter les pièges du questionnaire; enfin, des exercices dits "classiques" sont proposés au lecteur. Les thèmes abordés sont : Algèbre aglébriques, Fonctions réelles d'une variable réelle, Algèbre linéaire, Polynômes, Etude de $\mathbb{R}^n$.

Mathématiques : suites - diagonalisation - formes quadratiques. Cours et exercices d'application

C. Bouzitat, J. Pradel

Editions Cujas, 180 p., 88 F, 1991.

Ce manuel est destiné aux étudiants de 1^{er} cycle du secteur des Sciences Economiques et de Gestion. Il contient un exposé assez condensé du cours, suivi de quelques exercices d'applications. Les sujets abordés sont : nombres complexes, suites réelles, suites linéaires récurrentes, déterminants, diagonalisation de matrices, formes quadratiques.

Modèles statistiques pour l'intelligence artificielle

C. Robert

Ed. Masson, 130 p.

Il s'agit d'un ouvrage consacré aux systèmes experts en environnement incertain, pour lesquels une modélisation statistique est proposée, reposant sur le principe du maximum d'entropie. Un exemple de tel système expert en diagnostic médical, fonctionnant actuellement à Grenoble est étudié dans le chapitre 2.

Problèmes incorrectement posés

V. Badeva, V. Morozov

Ed. Masson, 298 p.

Les problèmes en question sont ceux qui dépendent de façon sensible des données d'entrée. Les auteurs passent en revue

les méthodes actuelles de résolution de ces problèmes, avec un grand nombre d'exemples pratiques et d'algorithmes. Ce livre est destiné aux ingénieurs ayant à résoudre ce type de problèmes.

Analyse mathématique des fluctuations

P. Hammad, A. Lapied, G. Tosi

Ed. Cujas, 208 p.

Il s'agit d'un livre d'économie traitant des différents modèles existant pour rendre compte des fluctuations en économie. Le premier chapitre est consacré à l'exposé des modèles classiques (modèles de Samuelson, Samuelson-Hicks, etc.), le second chapitre contient une discussion de modèles plus récents inspirés de la théorie des systèmes dynamiques.

Some applications of modular forms

Peter Sarnak

Cambridge tracts in mathematics, n° 99, Cambridge University Press, 112 p., 1990.

Ce petit livre expose la théorie des formes modulaires, avec trois applications : le problème de Ruziewicz sur les mesures invariantes de la sphère, les graphes de Ramanujan, et le problème de Linnik concernant la distribution des représentations d'un entier en somme de trois carrés.

Mathématiques et Informatique, Problèmes résolus

Jean Berstel, Jean-Eric Pin, Michel Pochiolo

Tome 1, Algèbre : 260 p., 100 F; tome 2, Combinatoire et arithmétique : 272 p., 100 F, Mc Graw Hill, 1991.

Les auteurs ont recueilli dans ces volumes bon nombre d'exercices posés à l'épreuve d'informatique des concours d'entrée à l'Ecole Normale Supérieure. La solution des problèmes va jusqu'au programme écrit en turbo pascal. Des thèmes très divers sont abordés : l'analyse numérique linéaire, le traitement des polynômes, les décimaux de π , les enveloppes convexes, la suite de

Thue-Morse, etc. Cet ouvrage sera très bien accueilli par les taupins, mais aussi par les étudiants de tout niveau intéressés par des mathématiques concrètes ainsi que bien sûr par leurs enseignants.

Progress in Approximation Theory

Edité par Paul Nevai et Allan Pinkus, Academic Press 1991, 916 p.

Cet ouvrage contient une soixantaine d'articles indépendants qui recouvrent les différents domaines de la théorie de l'approximation, et qui ont été contrôlés par les critiques habituels du "Journal of Approximation Theory". Ce livre se veut donc en quelque sorte une vitrine de ce Journal pour des lecteurs intéressés de près ou de loin à la théorie de l'approximation.

Assemblage, modélisation, programmation 80×86

Maurice Margenstern

Ed. Masson, 248 p., 1991.

Après son livre en 2 tomes, Langage Pascal et Logique du premier ordre, M. Margenstein s'attaque ici à l'assembleur des 80×86 et aux fondements théoriques des langages machines, allant jusqu'à la réalisation d'un mini-compileur. Ce livre intéressera tous ceux (et celles) qui veulent en savoir plus sur leur micro.

Carrés magiques, carrés latins et Eulériens

Jacques Bouteloup

Edition du Choix, 171 p., 120 F, 1991.

Un carré magique d'ordre n est un tableau de n^2 cases contenant les nombres de 1 à n^2 de façon que la somme des lignes, la somme des colonnes, et celle des diagonales soient toutes égales.

En lisant ce petit traité à la limite des récréations mathématiques et des mathématiques, vous saurez tout sur la construction de tels carrés qui ont séduit, et qui séduisent encore de nombreux esprits.

COMPTES RENDUS

Les Fondements Mathématiques de la Mécanique Quantique**John von Neumann**

Rééditions Jacques Gabay 1988.

La mécanique quantique met en jeu des objets mathématiques complexes, et conduit de ce fait à un certain nombre de questions dont l'importance dans la recherche mathématique contemporaine est bien connue (équations de Yang Baxter quantiques, groupes quantiques,...). L'ouvrage de von Neumann est "un exposé cohérent, homogène, autant que possible mathématiquement rigoureux" et pour tout dire génial du premier développement de cette théorie.

Après avoir considéré (chap. I) les points de vue de la mécanique quantique matricielle (Heisenberg) et de la mécanique ondulatoire von Neumann en vient au cadre unificateur fourni par (Schrödinger) la théorie spectrale des opérateurs dans les espaces de Hilbert.

C'est au développement de cette théorie et de son interprétation physique qu'est consacrée la suite de l'ouvrage.

Conformément en cela à sa volonté de rigueur mathématique, von Neumann expose donc tout d'abord (chap. II), les fondements mathématiques de la théorie spectrale. Quoiqu'incomplet, puisqu'il ne développe pas entièrement la question de la structure des spectres continus, cet exposé a ceci de remarquable qu'il contient en fait exactement les idées et résultats mathématiques nécessaires à la compréhension des considérations physiques développées dans la suite de l'ouvrage. C'est d'ailleurs ce dosage parfait entre intelligibilité mathématique et signification proprement physique de la théorie qui rend à ce point fascinants les "Fondements Mathématiques de la Mécanique Quantique". On croit trouver là le modèle de relations que mathématiques et physique pourraient – voire devraient! – entretenir.

A ce titre, la méthode même d'exposition de von Neumann est très instructive. Partant de considérations liées au développement de la physique, son exposé aboutit à un certain nombre de questions théoriques (trouver un modèle satisfaisant, résoudre telle difficulté technique,...), auxquelles il répond par le développement et l'étude d'objets mathématiques. Enfin, dans un dernier temps, à la lumière des concepts et résultats ainsi acquis, il effectue un retour vers les considérations physiques initiales, en s'attachant à montrer dans quelle mesure ces concepts et résultats ont résolu ou rendu intelligibles les questions qu'il s'agissait de traiter. Inutile de préciser que cette façon de procéder, si satisfaisante intellectuellement, n'est pas la règle générale des ouvrages de physique...

Le chapitre III s'intéresse à l'interprétation statistique de la mécanique quantique : probabilité pour qu'un système se trouve dans une certaine configuration, problème de la mesure simultanée des grandeurs (équivalence entre possibilité de mesures simultanées et commutativité des opérateurs correspondant), relations d'incertitude... Le chapitre culmine avec l'exposition de la théorie de la lumière de Dirac, qui est un modèle quantique de l'interaction entre matière et rayonnement.

Suit (chap. IV) une étude détaillée de la signification du caractère statistique de la théorie quantique. Les grandes questions soulevées par son apparition y sont abordées : abandon du principe de causalité sous sa forme classique, invalidité de l'hypothèse des "paramètres cachés"... Des considérations thermodynamiques (chap. V) conduisent enfin à l'étude des problèmes liés à la mesure des grandeurs physiques (chap. V et VI), en particulier celui de l'interaction entre système étudié et système de mesure.

On sort de l'ouvrage de von Neumann étonné et admiratif de l'intelligence avec laquelle la rigueur de l'exposé scientifique s'allie aux considérations épistémologiques,

indispensables lorsqu'il s'agit comme pour la mécanique quantique de révolutionner les catégories de pensée de la physique classique. Un livre enthousiasmant!

F. PATRAS

CNRS, Université de Nice.

Sheaves on manifolds

M. Kashiwara and P. Schapira

Grundlehren der mathematischen Wissenschaften Bd. 292, Springer-Verlag, Berlin, New York, 1990.

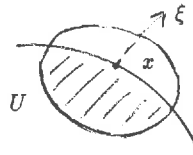
La théorie des faisceaux, née il y a un demi-siècle, a maintenant une riche histoire et l'on pourrait se demander ce que peut apporter de neuf une monographie sur le sujet. En fait, il en existait jusqu'à présent assez peu, la plus connue étant celle de R. Godement [G] et la plus récente celle de B. Iversen [I]. Le point de vue de Godement était très général, développant la théorie des faisceaux sur un espace topologique. Celui d'Iversen est orienté vers les applications à la géométrie algébrique. On peut noter à ce propos un paradoxe : initialement conçue par J. Leray pour résoudre par la topologie algébrique des problèmes d'analyse, la théorie des faisceaux a plus tard été en quelque sorte "confisquée" par la géométrie algébrique et analytique, au point que toute exposition de ce domaine se doit de commencer par la théorie des faisceaux.

La théorie des faisceaux ne peut s'utiliser sans une bonne dose d'algèbre homologique. Toute une mécanique peut tourner indépendamment de la situation concrète, une fois les éléments de base mis en place : la dualité et le "formalisme des six opérations" (Grothendieck), opérations telles que l'image directe ou l'image inverse d'un faisceau par exemple. Le langage commun est celui des catégories dérivées.

Juste revanche, les concepts qui l'ont un peu renouvelée ces dernières années viennent en droite ligne de l'analyse, et plus précisément de la théorie des EDP linéaires. Vers 1970, Mikio Sato a en effet introduit l'approche microlocale de la théorie des faisceaux (qu'on trouvera dans le

célèbre [S-K-K]), développée ensuite par les auteurs du présent livre. L'une des notions les plus intéressantes est la transformation de Fourier des faisceaux sur un espace vectoriel. Une autre notion, plus facile à expliquer, est celle de *micro-support*.

Si $\mathcal{F}$ est un faisceau (d'espaces vectoriels par exemple) sur un espace topologique X , un point $x \in X$ n'est pas dans le support de $\mathcal{F}$ si pour tout voisinage ouvert assez petit U de x , l'ensemble des sections de $\mathcal{F}$ sur cet ouvert est réduit à $\{0\}$. Lorsque X est une variété, on peut affiner cette notion de manière directionnelle : un co-vecteur ξ permet de définir des demi-espaces au voisinage de x . Un couple (x, ξ) n'est pas dans le *micro-support* de $\mathcal{F}$ si pour tout U assez petit, la cohomologie (à valeurs dans $\mathcal{F}$) de ces demi-espaces ouverts définis par ξ dans U est la même que celle de U (il s'agit ici de tous les groupes de cohomologie, le groupe de degré 0 correspondant aux sections du faisceau).



Le micro-support est un ensemble fermé dans l'espace cotangent de la variété X . On reconnaît l'analogue du *front d'onde* de l'analyse : il se décrit à l'aide des directions de propagation des singularités du faisceau. Le théorème fondamental est celui de l'*involutivité* (VI-6.5.4). La théorie des faisceaux est ainsi couplée à la géométrie symplectique de l'espace cotangent : celle-ci permet d'appliquer aux faisceaux des transformations de contact. Il est essentiel de déterminer le comportement du micro-support sous diverses opérations de la théorie des faisceaux (notamment les "six opérations") : cela conduit à une approche nouvelle de plusieurs théorèmes d'indice. Autre exemple : si f est une fonction de Morse sur X , la théorie de Morse (homologique) pour f s'obtient en estimant le micro-support de l'image directe par f du faisceau constant sur X .

Un des résultats les plus frappants des auteurs relie la propriété d'isotropie du micro-support du faisceau $\mathcal{F}$ à celle de la constructibilité de $\mathcal{F}$. Du fait de l'involutivité, le micro-support est isotrope si et seulement si il est lagrangien (ou aussi de dimension $\dim X$ dans l'espace cotangent de X). La théorie des faisceaux constructibles est, elle, directement reliée à la géométrie algébrique, analytique ou sous-analytique. Derrière ce résultat se niche la théorie des classes de Chern des espaces singuliers, due à M.-H. Schwarz et R. D. MacPherson.

Comme l'indique le titre, la théorie développée dans ce livre est réduite à celle des faisceaux sur une variété (réelle ou complexe), mais les chapitres I et II sont écrits dans un cadre général. Les premiers chapitres sont une introduction complète à la théorie moderne des faisceaux et peuvent être lus par un étudiant débutant.

Le livre commence, chose rare dans la littérature mathématique, par un chapitre de Christian Houzel consacré à un historique bref mais très précis du sujet.

Les trois premiers chapitres (un bon tiers du livre) sont consacrés aux notions fondamentales de la théorie des faisceaux et à l'algèbre homologique nécessaire pour les développer. On y trouvera les catégories dérivées, la théorie (de base) des faisceaux, la dualité de Poincaré-Verdier. La transformation de Fourier des faisceaux met en œuvre tous les foncteurs introduits avant.

De nouveaux foncteurs (autres que les "six opérations") se sont avérés fondamentaux : le foncteur de spécialisation et celui de micro-localisation. Ils sont introduits au chapitre IV. La spécialisation, liée à la "déformation au cône normal", est aussi un outil de base de la théorie de l'intersection en géométrie algébrique (voir Fulton, Intersection Theory, Springer-Verlag). La microlocalisation en est en quelque sorte duale par transformation de Fourier.

Les chapitres V à VII développent la théorie du micro-support : définitions diverses, involutivité, comportement par les foncteurs importants, par transformation de contact.

Les chapitres VIII à X sont liés à la

géométrie algébrique ou sous-analytique : faisceaux constructibles, cycles caractéristiques, faisceaux pervers. La théorie des cycles caractéristiques donne lieu à toute une famille de théorèmes d'indice de type Riemann-Roch ou de type "points fixes" (Lefschetz) dans des situations très générales. Il faut souligner le fait que la théorie des faisceaux constructibles est aussi développée dans le cadre sous-analytique.

Enfin un dernier chapitre fait le lien avec la théorie des $\mathcal{D}$ -modules et celle des micro-fonctions, et un appendice résume les outils de géométrie symplectique utilisés.

Tous les chapitres se terminent par une liste d'exercices intéressants (et pas toujours faciles à résoudre) et une note bibliographique qui permet d'alléger le cours du texte.

Le livre est sans aucun doute une référence moderne sur le sujet. Il est dense et complet. Certaines pages confirment que l'algèbre homologique a parfois des aspects effrayants : vérifier la commutativité de certains diagrammes dans les catégories dérivées est une tâche ardue ; quant aux questions de signe, je renvoie à la remarque 3.7.16 du livre.

[G] R. GODEMENT, *Topologie algébrique et théorie de faisceaux*, Hermann, Paris, 1958.

[I] B. IVERSEN, *Cohomology of sheaves*, Universitext, Springer-Verlag, Berlin, New York, 1986.

[S-K-K] M. SATO, M. KASHIWARA, T. KAWAI, "Hyperfunctions and Pseudo-differential" Equations, in Springer Lect. Notes in Math. 287.

Claude SABBAAH
Ecole Polytechnique

The history of modern mathematics

David E. Rowe, John Mc Cleary (eds.)

2 vol., Academic Press, 1989.

Ce livre résulte d'un symposium à Vassar College (Poughkeepsie, New York), tenu du 20 au 24 juin 1988. Il réunit 24 contributions signées d'auteurs bien connus

(parmi lesquels deux françaises) de l'histoire des mathématiques¹. Comme l'indique son titre, l'unité de l'ouvrage réside dans l'intérêt porté aux "mathématiques modernes", c'est-à-dire à des théories et à des travaux dont les plus anciens remontent à la fin du XVIII^e siècle. Ce choix d'un passé récent est par lui-même remarquable. Nous avons affaire à des problèmes dont le développement et les conséquences sont inscrits de manière visible dans la mathématique d'aujourd'hui. Réciproquement, l'envie de mieux comprendre notre présent mathématique trouvera de quoi se satisfaire dans ces études sur Riemann, Cantor, Kronecker, Sophus Lie, Cauchy, Poisson, Levi-Civita, Félix Klein, Joseph Liouville, John von Neumann, etc.

La diversité des études appelait un classement. Les éditeurs ont choisi de grouper les contributions selon deux grands thèmes : d'une part "Les idées et leur réception" (premier volume), d'autre part "Les institutions et les applications" (deuxième volume).

Le premier volume est subdivisé en sept sections dont certaines réduites à une unique contribution : ainsi la sixième consacrée au théorème d'Abel et la septième à la théorie des nombres. Deux sections sont consacrées à l'histoire de la géométrie (quatre articles dus respectivement à David E. Rowe, Thomas Hawkins, Karine Chemla et Jeremy Gray), une à celle de l'algèbre (articles de Helena Pycior et de Karen Parshall), une aux fondements des mathématiques vus par Cantor et Kronecker (Walter Purkert, Harold Edwards, Gregory Moore), et une section, pour ainsi dire préalable, esquisse ce qui est appelé, en termes quelque peu hyperboliques, "une théorie de la réception" des idées et travaux mathématiques. Il s'agit, en fait, de justifier l'étude de la réception des idées ou des œuvres comme "instrument adéquat de l'analyse historique" et composante de recherches qui peuvent, par ailleurs, emprunter les voies de l'analyse de textes et celles des contextes sociaux. Les arguments de John McCleary sont que ce type d'étude permet : 1) de "reconstruire l'horizon des

attentes" du public auquel est destiné un texte, et donc de poser les questions auxquelles celui-ci apportait une réponse; 2) de décrire l'influence qu'il eut et qu'il peut s'être exercée sur des problèmes ou des terrains fort éloignés de son contexte original; 3) de rendre compte du fait qu'en mathématiques un lecteur est presque toujours un producteur et que la façon dont il comprend un texte intervient activement dans son propre travail créateur. Bien entendu, seul le premier argument porte, les deux autres n'étant pas spécifiques des études, illustrées dans ce volume par l'article de Gregory H. Moore "Towards a history of Cantor's continuum problem" (p. 79–121), exclusivement soucieuses de rapporter les réactions des mathématiciens à la proposition d'une nouvelle théorie. Les éditeurs ont d'ailleurs probablement perçu cela, ayant fait suivre l'article de John McCleary par l'intéressante contribution de Gregory Novak "Riemanns Habilitationsvortrag and the synthetic a priori status of geometry", beaucoup plus riche et suggestive qu'une simple "minute" des réactions à la dissertation de Riemann. Elle conjugue en effet les données, livrées de façon intrinsèque de son texte et sa mise en valeur du point de vue philosophique.

Le second volume, 'Institutions et applications' est divisé en quatre sections dévolues respectivement au croisement des mathématiques et de la physique (articles de Erhard Scholz, Thomas Archibald, Jesper Lützen, Dirk J. Struik) et aux mathématiques appliquées : en France au début du XIX^e siècle (articles de Ivor Grattan-Guinness, Amy Dahan), en Allemagne à la fin du XIX^e siècle (Gert Schubring, Renate Tobies, Eberhard Knobloch) et aux Etats-Unis durant la seconde guerre mondiale (Larry Owens, William Aspray).

Il n'est pas possible de discuter des mérites de chacun de ces nombreux articles, divers par leur matière mais aussi par leur but et leur méthode. Disons globalement qu'ils ont souvent une excellente tenue et, ici ou là une respectable technicité, s'appuient parfois sur des documents inédits et apportent des éléments d'appréciation nou-

veaux. C'est dire que cette histoire des mathématiques modernes s'adresse aux spécialistes, qui ne manqueront pas d'y trouver des renseignements utiles et des analyses pertinentes sur des sujets allant de la théorie des ensembles aux ordinateurs, de la théorie des groupes à la propagation des ondes de la théorie du corps de

classes au calcul tensoriel, de la théorie du potentiel à l'analyse numérique, en passant par le rôle des sociétés savantes dans la promotion des mathématiques et l'étude d'une institution aussi célèbre que la Technische Hochschule de Berlin.

Hourya SINACEUR
C.N.R.S.-U.R.A. 1079

¹ Voici la liste des auteurs : Karine Chemla, Roger Cooke, Harold M. Edwards, Günther Frei, Jeremy Gray, Thomas Hawkins, John McCleary, Gregory H. Moore, Gregory Nowak, Karen Parshall, Walter Purkert, Helena Pycior, David E. Rowe.

Degeneration of Abelian varieties

Gerd Faltings et Ching-Li Chai (*)

Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete; Springer-Verlag, 1990.

Le livre de Chai et Faltings était attendu des spécialistes. En proposant une construction algébrique de certaines compactifications de nature géométrique du module des variétés abéliennes principalement polarisées, ce livre marque l'aboutissement d'un long et fructueux effort des géomètres algébristes. Nous allons brièvement évoquer quelques étapes de cette longue marche avant d'aborder le contenu de l'ouvrage proprement dit.

Les variétés abéliennes commencent avec les courbes elliptiques. Une courbe elliptique sur un corps k algébriquement clos est déterminée, à isomorphisme non unique près, par son invariant j , qui peut prendre n'importe quelle valeur dans k . On dit alors que la droite affine sur $\mathbb{Z}$, de coordonnée j , est une variété de modules pour les courbes elliptiques, le mot module signifiant en première approximation paramètre. Cette variété de modules admet une compactification naturelle qui est la droite projective $\mathbb{P}$. Quand j tend vers l'infini, une courbe elliptique dégénère en une cubique singulière. Parmi celles-ci, les moins dégénérées sont celles qui admettent un point double ordinaire. On complète alors la variété de modules en ajoutant pour $j = \{\infty\}$ les cubiques à point double ordinaire. Nous reviendrons sur cette question plus loin. Disons simplement pour l'instant, que c'est ce type de construction, très sommairement es-

quissé en dimension 1, que Chai et Faltings ont étendu en dimension supérieure.

Les variétés abéliennes de dimension arbitraire g ont d'abord été étudiées sur le corps des nombres complexes. Elles se réalisent alors comme quotient d'un espace vectoriel V de dimension g par un réseau Λ . L'algébricité du tore complexe compact V/Λ équivaut à l'existence d'une polarisation; celle-ci correspond à une forme hermitienne positive non dégénérée sur V , dont la partie imaginaire est à valeurs entières sur Λ . Cette description conduit à la construction transcendante de l'espace des modules des variétés abéliennes principalement polarisées, comme espace analytique quotient de l'espace de Siegel S_g sous l'action du groupe symplectique $Sp(2g, \mathbb{Z})$. Ce quotient s'algébrise et se compactifie en une variété projective, spectre homogène d'un anneau gradué de formes automorphes [3]. On obtient ainsi la compactification que Chai et Faltings appellent minimale. Les points rajoutés à l'infini se répartissent en strates et sont en correspondance avec les variétés abéliennes principalement polarisées de dimension $< g$. Un des buts du livre de Chai et Faltings est d'étendre cette compactification, obtenue par voie transcendante sur $\mathbb{C}$, en une construction algébrique sur $\mathbb{Z}$.

Pour construire, par voie algébrique, un schéma de modules des variétés abéliennes polarisées, on ne dispose plus de l'uniformisation complexe et des périodes, mais on peut utiliser la polarisation pour plonger la variété abélienne dans un espace pro-

jectif et paramétrer les variétés plongées ainsi obtenues par un schéma de Hilbert H convenable. La nécessité de travailler avec des variétés abéliennes polarisées est occultée dans le cas des courbes elliptiques (qui sont en fait canoniquement polarisées), mais apparaît clairement à partir de la dimension 2. En effet, pour obtenir un schéma H de type fini, il faut borner le degré de la polarisation; de plus, le groupe des automorphismes d'une variété abélienne polarisée est fini, alors que celui d'une variété abélienne peut être infini. Ce groupe d'automorphismes est d'ailleurs une source d'ennuis comme nous le verrons plus loin.

Ceci étant, la variété de modules cherchée apparaît comme quotient de H sous l'action du groupe projectif linéaire de l'espace projectif ambiant. La construction de tels quotients a longtemps été un obstacle en géométrie algébrique. C'est Mumford dans [7], qui a donné des critères commodes de passage au quotient sous l'action d'un groupe réductif en dégagant la notion de stabilité. La théorie n'était alors valable qu'en caractéristique zéro (car elle utilisait la complète réductibilité des représentations); cette restriction devait être levée 10 ans plus tard grâce aux travaux de Haboush. Toutefois, par une étude fine directe, Mumford était en mesure de construire des variétés de modules sur $\mathbb{Z}$ quasi-projectives, d'une part pour les courbes propres lisses connexes de genre g et d'autre part pour les variétés abéliennes de dimension g munies d'une polarisation de degré donné.

Peu après, Mumford allait proposer une autre construction de la variété des modules en renouvelant l'approche des fonctions θ [8]. Classiquement sur $\mathbb{C}$, les fonctions θ servent à écrire les équations des diviseurs amples sur une variété abélienne A , par passage au revêtement universel V ; d'autre part, la théorie des "theta-null Werte" permet de trouver des paramètres de la variété des modules. Mumford montre que l'essentiel de l'information peut s'extraire de la restriction des fonctions θ aux points d'ordre une puissance de 2. Cela conduit à une étude algébrique des fonctions θ ,

du moins en caractéristique différente de 2, et à une autre construction de la variété des modules et de la compactification minimale. Bref, dès 1967, on disposait d'une théorie satisfaisante sur un corps de caractéristique autre que 2.

Les variétés de modules considérées plus haut sont "des modules grossiers", c'est-à-dire des schémas M , dont les points à valeurs dans tout corps algébriquement clos k , classifient, à isomorphisme près, les objets étudiés qui sont définis sur k . Ce point de vue est imprécis et très pauvre comparé à celui des "modules fins". Dans ce dernier cas, on est en mesure de définir pour tout schéma S , l'ensemble $F(S)$ des objets sur S que l'on veut classifier et pour tout morphisme de schémas $u : S' \rightarrow S$, on dispose d'une application de changement de base $u^* : F(S) \rightarrow F(S')$. D'où un foncteur contravariant $F : \text{Sch} \rightarrow \text{Ens}$. On dit que le schéma M est un module fin pour F , si M représente le foncteur F , c'est-à-dire s'il existe un objet universel $\xi \in F(M)$ tel que pour tout schéma S et tout $\alpha \in F(S)$, il existe un unique morphisme $u : S \rightarrow M$, tel que $\alpha = u^*(\xi)$. En d'autres termes, le foncteur F s'identifie au foncteur $S \mapsto \text{Hom}(S, M)$. Grothendieck a montré tout l'intérêt et toute la souplesse des foncteurs représentables. En particulier des propriétés comme la lissité ou la propriété de M se lisent agréablement sur le foncteur F .

Dans notre cas, si pour tout schéma S , on définit $F(S)$ comme étant l'ensemble des classes d'isomorphismes de S -schémas abéliens A , de dimension g , munis d'une polarisation principale θ , on obtient un foncteur F qui n'est pas représentable pour $g > 0$. Cela tient au fait que les schémas abéliens polarisés possèdent des automorphismes non triviaux qui créent des difficultés de recollement. Par exemple sur une base S où 6 est inversible, les courbes elliptiques définies par les cubiques d'équations

$$Y^2Z = X^3 + 3XZ^2 + 2Z^3$$

et

$$uY^2Z = X^3 + 3XZ^2 + 2Z^3,$$

où u est une fonction inversible sur S , ont même invariant j , mais ne sont isomorphes que si u est un carré. Cela est dû à l'existence de l'involution "passage à l'inverse" dans les courbes elliptiques. Des difficultés supplémentaires apparaissent au voisinage des valeurs $j = 0$ et $j = 1728$, du fait de la présence d'automorphismes exceptionnels. Toutefois le foncteur F défini ci-dessus est "proche" d'être représentable et il est intéressant de voir comment ce défaut de représentabilité a, peu à peu, été contourné.

— Soit (A, θ) un S -schéma abélien polarisé et soit n un entier ≥ 3 , inversible sur S . Notons ${}_n A$ le noyau de la multiplication par n dans A . Serre a remarqué que tout automorphisme de (A, θ) qui laisse fixe les points d'ordre n , est l'identité. On peut alors définir au-dessus de l'anneau $\mathbb{Z}[1/n]$ le foncteur F_n des schémas abéliens principalement polarisés (A, θ) de dimension g , munis d'une trivialisations des points d'ordre n , donnée par un isomorphisme de schémas en groupes $\tau : (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^{2g} \approx {}_n A$. Ce nouveau foncteur F_n est cette fois représentable par un schéma M_n . L'oubli de la trivialisations des points d'ordre n conduit à un morphisme de M_n dans M qui, au-dessus de $\text{Spec}(\mathbb{Z}[1/n])$, est fini et ramifié exactement aux points correspondants aux variétés abéliennes principalement polarisées possédant des automorphismes exceptionnels.

— Une autre approche plus locale consiste à partir d'une variété abélienne polarisée (A_0, θ_0) , disons définie sur un corps k extension finie d'un corps premier assez gros, et à étudier sa déformation universelle qui est un schéma abélien polarisé (A, θ) au-dessus d'un schéma local S , spectre d'un anneau local complet de corps résiduel k . L'action du groupe fini G des automorphismes de (A_0, θ_0) se relève canoniquement en une action sur (A, θ) et il existe une action de G sur S telle que la projection $A \rightarrow S$ soit équivariante. Le quotient de S par G est, à extension étale près, le complété du module grossier M au point correspondant à (A_0, θ_0) et les défauts locaux de représentabilité de F se lisent es-

sentiellement sur l'action de G sur S .

— En utilisant les "topologies de Grothendieck", Mumford allait dégager en 1963, le bon concept [9]. Le foncteur F , à défaut d'être représentable, peut se recouvrir par des familles étales $(A_i, \theta_i) \rightarrow S_i$ qui en chaque point fermé de S_i , sont des algébrisations des déformations universelles. Si l'on a deux telles familles $(A_i, \theta_i) \rightarrow S_i$, pour $i = 1, 2$, on peut les comparer à l'aide du foncteur "Isom" des isomorphismes entre ces deux objets, qui est un foncteur représentable par un schéma $S_{1,2}$ au-dessus de $S_1 \times S_2$, et qui se projette par des morphismes étales sur S_1 et S_2 . Ainsi, les S_i et les $S_{i,j}$ donnent une description de F aussi souple et confortable que les cartes étales et les changements de cartes dans le cas d'un foncteur représentable. Cette approche marquait le début de la théorie des champs algébriques; elle permet de décrire le problème de modules sans perte de structure et sans rigidification auxiliaire.

On ne peut pas évoquer les questions de représentabilité sans parler des travaux de M. Artin. Son merveilleux théorème d'approximation des solutions d'équations algébriques dans les anneaux henséliens [1], obtenu vers la fin des années 60, l'a conduit à introduire la catégorie des espaces algébriques, qui apparaissent comme des "quotients" de schémas usuels par des relations d'équivalence étales. Il s'avère que les différentes conditions nécessaires de représentabilité dans la catégorie des schémas, mises en évidence par Grothendieck, s'étendent aux espaces algébriques et que leur conjonction est une condition suffisante de représentabilité dans cette catégorie élargie. C'était là une réponse d'une grande beauté et d'une simplicité inespérée aux questions de représentabilité qui avaient mobilisé les géomètres pendant plus de 10 ans.

Revenons au module, ou plutôt au champ sur $\mathbb{Z}$, des courbes de genre g et à celui des variétés abéliennes principalement polarisées. Ce champ n'est pas propre sur $\mathbb{Z}$ et il s'agit maintenant de le compactifier, c'est-à-dire de le prolonger en un champ

propre sur $\mathbb{Z}$ admettant une description géométrique raisonnable.

Le travail a d'abord été accompli pour les courbes par Deligne et Mumford en 1969 [5]. Dans ce cas, il "suffit" d'ajouter aux familles lisses de genre g , les familles de courbes semi-stables de genre g , dans lesquelles on accepte des fibres singulières ayant pour seules singularités des points doubles ordinaires et qui sont minimales en un sens combinatoire simple. On obtient ainsi un champ propre qui fournit une compactification canonique du champ des courbes lisses. Le fait que le champ ainsi obtenu soit propre traduit un critère valuatif remarquable : si R est un anneau de valuation discrète complet, de corps des fractions K , et si X_K est une courbe propre et lisse sur K , de genre $g \geq 2$, alors, après extension finie éventuelle de R , X_K se prolonge en une R -courbe propre X , semi-stable, essentiellement unique. Certes, les géomètres avaient utilisé depuis longtemps les spécialisations de courbes lisses en courbes singulières, mais là encore, ils n'avaient sans doute pas imaginé qu'un résultat aussi simple puisse être vrai.

Cet énoncé aurait pu s'obtenir élémentairement lorsque R est de caractéristique résiduelle 0, à partir d'un modèle régulier à croisements normaux, en éliminant les multiplicités des composantes de la fibre spéciale par une extension finie de R . Mais la voie suivie a été autre. C'est durant l'automne 64 que Grothendieck a étudié la monodromie de X_K sur R , via la théorie des cycles évanescents qu'il venait d'imaginer, et a prouvé, qu'après extension finie de R , la jacobienne de X_K se spécialise en une extension d'un schéma abélien par un tore (cf. [6] Exposé I, § 3). A la même époque, Mumford parvenait à un résultat analogue à l'aide des fonctions θ , du moins en caractéristique résiduelle différente de 2 (cf. [4]). La traduction de ce résultat en terme de courbes semi-stables est venue quelques années plus tard. Aujourd'hui où l'on dispose de nombreuses démonstrations du théorème de réduction semi-stable, aucune n'est vraiment élémentaire lorsque la caractéristique résiduelle est > 0 .

Venons-en maintenant à la compactification du champ M des variétés abéliennes principalement polarisées de dimension g . A la différence du cas des courbes, il ne semble pas exister de champ naturel, d'origine géométrique, qui compactifie M .

Si l'on se place du seul point de vue des schémas en groupes, les dégénérescences des schémas abéliens que l'on doit accepter à l'infini sont tout à fait claires : on doit considérer les schémas semi-abéliens, c'est-à-dire les schémas en groupes lisses de dimension g , dont les fibres sont des extensions de variétés abéliennes par des tores. Ainsi les schémas relatifs que l'on veut paramétrer ne sont plus propres, et c'est là une source de difficultés considérables.

Comment classer de tels objets au voisinage des fibres dégénérées? Tate le premier a étudié le cas d'une courbe elliptique E_K , définie sur le corps des fractions K d'un anneau de valuation discrète R comme plus haut, qui dégénère en le groupe multiplicatif sur le corps résiduel de R . Il montre que la courbe elliptique E_K peut s'obtenir comme quotient du groupe multiplicatif sur K par un groupe de périodes. Cette uniformisation multiplicative n'est pas algébrique mais analytique et prend tout son sens dans le cadre de la géométrie analytique rigide sur le corps local non archimédien K , que Tate découvrait à cette occasion.

Pour comprendre la compactification du module $\text{Spec}(\mathbb{Z}[j])$ des courbes elliptiques, il nous faut adapter la construction de Tate à une situation "universelle" où l'on remplace R par l'anneau de séries formelles $\mathbb{Z}[[q]]$. On peut alors "diviser" le groupe multiplicatif G_m par les puissances de q et obtenir un schéma semi-abélien qui dégénère en le groupe multiplicatif pour $q = 0$, et qui, en dehors de $q = 0$, est une courbe elliptique d'invariant $j = 1/q + 744 + 196884q + \dots$ (cf. [10]). On obtient ainsi une carte formelle au voisinage de l'infini de la compactification du module des courbes elliptiques. Cette carte formelle s'algébrise dans le sens où l'on peut trouver un schéma semi-abélien, défini sur un voisinage de $j = \{\infty\}$ dans la droite projective $\mathbb{P}$ sur

$\mathbb{Z}$ qui, par complétion le long de l'infini, donne une courbe elliptique dégénérée, isomorphe à la précédente. C'est là en gros le jeu que vont jouer Chai et Faltings, mais en dimension quelconque.

Tout d'abord, il faut décrire avec soin la structure locale des schémas semi-abéliens, au voisinage d'une dégénérescence. Si A est un S -schéma semi-abélien de dimension relative g , il existe un fermé S_0 de S au-dessus duquel le tore des fibres de A a une dimension maximum. Supposons S affine normal, complet le long de S_0 . Alors, A admet une uniformisation partielle "à la Tate". De façon précise, il existe une extension canonique E d'un S -schéma abélien B par un tore T , telle que A soit le quotient de E par un réseau de périodes Λ . La polarisation de A donne une structure supplémentaire qui, dans le cas le plus simple où $B = 0$, conduit à une forme quadratique sur le groupe des caractères de T , satisfaisant à certaines conditions de positivité vis-à-vis de l'idéal définissant S_0 . Dire en quel sens A est le quotient de E par Λ n'est pas simple; la géométrie rigide est insuffisante dans ce cadre général. Pour réaliser A à partir de E et de Λ , les auteurs adaptent une construction donnée par Mumford dans le cas où $B = 0$ (et qui figure en appendice dans le livre); elle rend possible la construction de A à moindre frais, à partir des théorèmes d'algébrisation des schémas formels de Grothendieck. L'uniformisation précédente permet alors de contrôler les paramètres dont dépend A au voisinage de sa dégénérescence le long de S_0 , à savoir : les paramètres de B , ceux de l'extension E de B par T et ceux de Λ .

L'étape suivante consiste à construire un système de cartes formelles au voisinage de l'infini qui tiennent compte des périodes et qui soient localement universelles en un sens convenable. Elle utilise les variétés toroïdales, abondamment étudiées au début des années 70, et qui avaient déjà conduit Mumford et ses élèves à obtenir des compactifications de domaines symétriques sur $\mathbb{C}$ (cf. [2]). La construction repose sur une donnée combinatoire : le choix d'une certaine décomposition simpliciale du cône des

formes quadratiques positives sur $X = \mathbb{Z}^g$, à valeurs dans $\mathbb{Q}$, décomposition invariante sous $GL(X)$ et finie modulo cette action (une forme très élaborée de la réduction de Minkowski). A chaque cellule de cette décomposition correspond une carte formelle munie d'un schéma semi-abélien, universel pour les périodes paramétrées par la carte. Les auteurs utilisent ensuite le théorème d'approximation de M. Artin pour approcher ces cartes formelles par des cartes algébriques et celles-ci sont les cartes étales du champ compactifié. Cette utilisation des approximations est sans doute l'un des points clé qui avaient bloqué les (rares) devanciers.

Le champ compactifié obtenu dépend du choix de la décomposition simpliciale considérée, mais comme deux telles décompositions peuvent être raffinées en une troisième, on obtient en fait un système projectif de compactifications. Les champs considérés sont lisses (une vertu des polarisations principales) et le lieu à l'infini est un diviseur à croisements normaux relatif sur $\mathbb{Z}$. En particulier les structures obtenues sont "uniformes" en toute caractéristique.

Sur les champs ainsi construits, se trouve un faisceau inversible ω , dual du déterminant de l'algèbre de Lie du schéma semi-abélien universel. Les auteurs montrent qu'une puissance > 0 de ω est engendrée par ses sections globales, ce qui conduit, par contraction, à la compactification minimale sur $\mathbb{Z}$ escomptée qui, elle, est canonique. Les derniers chapitres proposent, entre autres, de nombreux compléments sur les formes modulaires, les groupes p -divisibles et sur les hauteurs.

Le livre de Chai et Faltings, qui fait plus de 300 pages, n'est pas d'un abord facile et est écrit sans concession. Il était nécessaire qu'un ouvrage sur le sujet soit rapidement disponible et il faut rendre hommage aux auteurs d'avoir conduit le projet à son terme. Ajoutons que le livre est proposé à un prix très modéré.

Bibliographie

[1] M. ARTIN. — Algebraic approximation of structures over complete local rings,

Publ. Math. I.H.E.S. n° 36 (1969).

[2] A. ASH, D. MUMFORD, M. RAPOPORT, Y. TAI. — *Smooth Compactification of Locally Symmetric Varieties. Lie Groups Volume IV*, Math. Sci. Press (1975).

[3] H. CARTAN. — *Fonctions automorphes*, Séminaire ENS 1957/58, Benjamin publisher, New-York (1967).

[4] C.-L. CHAI. — *Compactification of Siegel moduli schemes*, London Math. Soc. Lecture Note Series 107, Cambridge University Press (1985).

[5] P. DELIGNE et D. MUMFORD. *The irreducibility of the space of curves of given genus*, Publ. Math. I.H.E.S. 36 (1969).

[6] A. GROTHENDIECK. — *Groupes de monodromie en Géométrie Algébrique*, Séminaire de géométrie algébrique du Bois-

Marie 1967-1969, SGA7 I. Lecture Notes in Math. N° 288 (1972).

[7] D. MUMFORD. — *Geometric invariant theory*, Ergebnisse, Springer-Verlag, (1965).

[8] D. MUMFORD. — *On the equations defining abelian varieties I,II,III*, Invent. Math 1, p. 287-354 (1966), Ibid. 3 pp. 75-135 et 215-244 (1967).

[9] D. MUMFORD. — *Picard groups of moduli problems*, in *Arithmetical Algebraic Geometry. Proceedings of a Conference at Purdue (1963)*, Harpers Series in Modern Mathematics.

[10] P. ROQUETTE. — *Analytic theory of elliptic functions over local fields*, Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen (1970).

M. RAYNAUD
Université Paris-Sud

(*) Une version anglaise, traduite par K. Ribet, doit paraître au Bull. AMS.

— GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE RÉELLE ET ROBOTIQUE —

La complexité du déménagement des pianos

Marie-Françoise ROY (IRMAR, Université de Rennes I)

1. Introduction

Considérons le problème suivant : on a dans une pièce avec des murs et des ouvertures (“portes”, “fenêtres”) et un objet (un robot, le plus souvent appelé “piano”). Existe-t-il un chemin permettant au piano de passer d’une certaine position p_0 intérieure à la pièce à une position p_1 extérieure à la pièce sans heurter les murs? C’est ce qu’on appelle le *problème du déménageur de piano* ([31]).

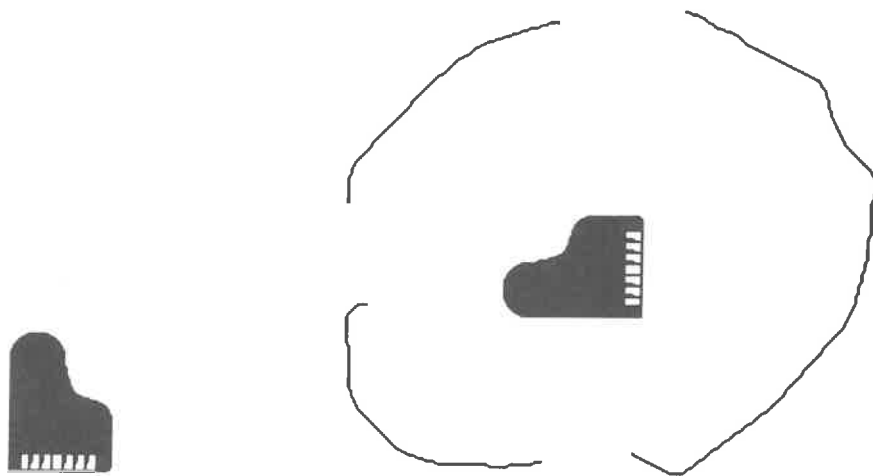


figure 1

Nous allons voir qu’on peut étudier ce problème dans le cadre de la *géométrie algébrique réelle*, et que des résultats récents permettent d’avoir des *algorithmes de complexité optimale* (dans un sens que nous préciserons) pour le résoudre.

Il ne faut pas induire le lecteur ou la lectrice en erreur. Les méthodes générales que nous allons présenter ici ne sont pas les méthodes les plus efficaces pour déménager les pianos. Des méthodes ad hoc et adaptées à des cas concrets réalistes (objets polygonaux dans le plan) sont beaucoup plus efficaces ([32]).

Ce texte est une version développée de l’exposé donné lors des Journées annuelles d’information de la SMF le 1er juin 1991.

L'objet de notre présentation est plutôt d'indiquer comment le problème du déménageur de piano peut être relié à des questions générales concernant les ensembles semi-algébriques, notamment les problèmes de description des projections des ensembles semi-algébriques et de leurs composantes connexes.

Commençons par reformuler notre problème de déménagement de piano.

L'ensemble O des obstacles et le piano Pia sont des sous-ensembles de $\mathbf{R}^n$.

On définit l'ensemble Pos des positions et $PPos$ l'ensemble des positions permises du piano, c'est à dire des positions où le piano ne rencontre pas les murs.

Il n'est pas difficile de voir que l'ensemble Pos peut être considéré comme une partie d'un certain $\mathbf{R}^N$. Si $n = 2$, c'est-à-dire si le problème est plan, on attache un repère au piano et les positions du piano sont données par l'image de ce repère; on a besoin de deux coordonnées pour déterminer l'origine du repère et on peut considérer deux coordonnées supplémentaires (par exemple une matrice de rotation) pour avoir complètement sa position; on peut donc prendre $N = 4$. Le groupe des déplacements du plan est de dimension 3 mais on peut le plonger ainsi dans $\mathbf{R}^4$.

Si p est une position, c'est-à-dire un élément de Pos , on notera Pia_p le sous-ensemble de $\mathbf{R}^n$ correspondant au piano dans la position p . On a $PPos = \{p \in Pos \mid Pia_p \cap O = \emptyset\}$.

Si on a deux positions permises p_0 et p_1 le problème de départ revient au problème suivant : p_0 et p_1 appartiennent-elles à la même composante connexe de $PPos$? Si oui, il sera possible de déménager le piano, sinon ce sera impossible.

On est donc ramené aux problèmes algorithmiques suivants :

Problème 1 : décrire l'ensemble $PPos$ des positions permises à partir des obstacles O et du piano Pia .

Problème 2 : décider si deux éléments p_0 et p_1 appartiennent à la même composante connexe de $PPos$. Si c'est le cas, construire un chemin entre p_0 et p_1 .

2. Le cadre semi-algébrique

Il faut maintenant préciser la nature des ensembles dont on parle. Ces ensembles doivent être définis par un nombre fini d'informations, pour qu'on puisse les soumettre au calcul. Leur classe doit être suffisamment stable pour que la solution de nos problèmes 1 et 2 y soit possible.

Le cadre semi-algébrique remplit toutes ces conditions.

Les *ensembles semi-algébriques*, sont les sous-ensembles de $\mathbb{R}^n$ définis par une combinaison booléenne au moyen d'un nombre fini d'équations et d'inégalités polynomiales. Les *fonctions semi-algébriques* sont les fonctions dont le graphe est un ensemble semi-algébrique. Ces ensembles et fonctions jouissent de nombre de propriétés remarquables.

Tout d'abord, ce qui est essentiel dans les question algorithmiques, ils sont décrits par une structure de donnée finie : une combinaison booléenne d'inégalités polynomiales. On dira qu'un ensemble semi-algébrique S est *décrit explicitement* lorsqu'on connaît la combinaison booléenne d'inégalités polynomiales qui le décrit.

Leurs propriétés essentielles dont nous aurons besoin ici sont les suivantes (voir [3]).

THÉORÈME 1 (théorème de projection ou principe de Tarski-Seidenberg). — *Soit S un ensemble semi-algébrique de $\mathbb{R}^{n+k}$. Sa projection $\Pi(S)$ sur $\mathbb{R}^n$ est un ensemble semi-algébrique.*

THÉORÈME 2 (composantes connexes). — *Tout ensemble semi-algébrique S de $\mathbb{R}^n$ est réunion disjointe d'un nombre fini d'ensembles semi-algébriquement connexes $C_1, \dots, C_s$ qui sont ouverts et fermés dans S , et qui sont donc les composantes connexes de S .*

THÉORÈME 3 (lemme de sélection des courbes). — *Soit S un ensemble semi-algébrique et x un point adhérent à S . Il existe une application semi-algébrique continue ϕ de $[0, 1]$ dans $\mathbb{R}^n$ telle que $\phi(0) = x$, $\phi([0, 1]) \subset S$.*

Voyons maintenant les conséquences de ces trois théorèmes.

Le principe de Tarski-Seidenberg implique que tout ensemble décrit par une formule du premier ordre du langage des corps ordonnés (c'est-à-dire où on ne quantifie que sur des éléments du corps, pas sur des polynômes de degrés non fixé, des fonctions, des sous-ensembles, des chemins..) est semi-algébrique : pour voir ceci on écrit la formule sous forme prénexe (avec tous les quantificateurs devant et tous les connecteurs logiques à l'intérieur) et on procède par récurrence sur le nombre de blocs de quantificateurs, en partant de l'intérieur de la formule et en utilisant de manière répétée le théorème de projection. Un bloc de quantificateurs existentiels correspond à une projection et un bloc de quantificateurs universels à un passage au complémentaire suivi d'une projection et d'un nouveau passage au complémentaire (puisque $\forall$ est équivalent à $\neg\exists\neg$).

En particulier, l'adhérence et l'intérieur des ensembles semi-algébriques sont semi-algébriques, les points d'un ensemble semi-algébrique de dimension réelle fixée sont des ensembles semi-algébriques. L'image par une application semi-algébrique d'un ensemble semi-algébrique est semi-algébrique.

La géométrie des ensembles semi-algébriques est agréable. Ces ensembles jouissent de nombreuses propriétés de finitude. On a déjà vu que les composantes connexes d'un semi-algébrique sont semi-algébriques et en nombre fini. Tout ensemble semi-algébrique est union d'un nombre fini de morceaux semi-algébriquement homéomorphes à des cubes ouverts de différentes dimensions.

Les ensembles semi-algébriques connexes sont connexes par arcs semi-algébriques, à cause du lemme de sélection des courbes.

Le caractère naturel et concret de la notion d'ensemble semi-algébrique est si évident que l'on pourrait presque, lorsqu'on s'y est accoutumé, penser que tout est semi-algébrique. On ne sait toutefois pas résoudre d'équations différentielles dans ce cadre...

Revenons maintenant à notre problème de déménagement de piano pour voir qu'au moins théoriquement il peut se formuler complètement dans le cadre semi-algébrique.

L'ensemble O des obstacles et le piano Pia sont supposés être des ensembles semi-algébriques de $\mathbf{R}^n$.

L'ensemble Pos des positions peut être considéré comme une partie semi-algébrique d'un certain $\mathbf{R}^N$. Alors $PPos$ l'ensemble des positions permises du piano, c'est à dire des positions où le piano ne rencontre pas les murs est semi-algébrique.

Si p est une position, on a noté Pia_p le sous-ensemble de $\mathbf{R}^n$ correspondant au piano dans la position p . Comme Pia est semi-algébrique, Pia_p l'est également (puisque l'image par une application semi-algébrique d'un ensemble semi-algébrique est semi-algébrique). On a $PPos = \{p \in Pos \mid Pia_p \cap O = \emptyset\}$. Notons $Dep(x, p)$ l'application polynomiale de $\mathbf{R}^n \times Pos$ dans $\mathbf{R}$ qui associe à un point x et un déplacement p le point y obtenu en déplaçant x par p . On a alors

$$PPos = \{p \in Pos \mid \forall x \in \mathbf{R}^n \forall y \in \mathbf{R}^n \forall z \in \mathbf{R}^n x \in Pia \wedge y = Dep(x, p) \wedge z \in O \Rightarrow y \neq z\}$$

Cet ensemble, qui est décrit par une formule du premier ordre du langage des corps ordonnés avec un seul bloc de quantificateurs, est donc semi-algébrique d'après le principe de Tarski-Seidenberg.

Si on a deux positions permises p_0 et p_1 le problème de départ revient au problème suivant : p_0 et p_1 appartiennent-elles à la même composante connexe de $PPos$? Si oui, le déménagement du piano sera possible, sinon il sera impossible. S'il est possible on peut connecter les points p_0 et p_1 par un arc semi-algébrique.

On est donc amené à considérer naturellement les problèmes généraux d'algorithmique suivants :

Problème 1' : étant donné un ensemble semi-algébrique S de $\mathbb{R}^{n+k}$ décrit explicitement, calculer explicitement sa projection sur $\mathbb{R}^n$.

Problème 2' : étant donné un ensemble semi-algébrique S décrit explicitement, décider si deux éléments x_0 et x_1 de S appartiennent à la même composante connexe de S . Si c'est le cas, construire explicitement un chemin semi-algébrique les joignant.

Une solution au problème 1' permettra de résoudre le problème 1, puisque l'ensemble $PPos$ peut-être écrit explicitement à partir de Pia et O , à l'aide d'une projection et de quelques opérations booléennes. Enfin une solution au problème 2' résoudra le problème 2.

3. Complexité d'algorithmes

Pour pouvoir évaluer et comparer les différents algorithmes que nous considérerons il est nécessaire d'introduire quelques notions de complexité d'algorithmes.

Etant donné un *algorithme* et une *unité de temps de calcul*, le principe consiste à donner, en fonction de *paramètres de complexité* convenablement choisis qui décrivent la taille des données, une fonction, la *complexité*, qui soit une borne supérieure pour le temps de calcul de l'algorithme.

On introduit ensuite une hiérarchie entre les différents algorithmes, qu'on regroupe dans des classes de complexité. Les algorithmes en temps polynomial forment une classe très stable. On a ensuite des algorithmes de complexité simplement exponentielle, doublement exponentielle.... Il est à noter qu'il s'agit toujours d'un comportement asymptotique (pour des grandes valeurs des paramètres).

Ici on considèrera un ensemble semi-algébrique S de $\mathbb{R}^n$ défini sur A , c'est-à-dire décrit explicitement par une combinaison booléenne d'inégalités polynomiales à coefficients dans un anneau A contenu dans un corps réel clos $\mathbb{R}$ (il faut penser qu'au départ A est l'anneau des entiers relatifs et $\mathbb{R}$ est le corps des réels, mais il sera nécessaire de considérer des extensions dans la suite). On notera n le nombre de variables de ces polynômes et d la somme de leurs degrés, qu'on appellera le *degré* de S (par abus de langage). L'unité de temps de calcul est ici une opération arithmétique sur A (addition,

multiplication, décision de signe). La complexité des algorithmes considérés, c'est-à-dire le nombre d'opérations arithmétiques sur A nécessaires pour résoudre le problème, sera étudiée en fonction de ces deux paramètres n et d .

Il faut noter que si le résultat des algorithmes qui nous intéressent est de nature géométrique (par exemple, des renseignements concernant les composantes connexes des ensembles semi-algébriques), les calculs à effectuer se dérouleront entièrement dans l'anneau des coefficients. Le théorème de Sturm par exemple nous permettra d'obtenir le nombre de racines réelles d'un polynôme à coefficients entiers par des calculs exacts portant uniquement sur des entiers.

On parlera de *complexité binaire* lorsque les coefficients des polynômes sont entiers et qu'on tient compte de leur taille. L'*unité de temps de calcul* est alors une opération sur les bits.

On s'intéresse aussi à une autre notion de complexité d'algorithmes, la *complexité parallèle*. L'algorithme est décrit par un arbre, on considère qu'on dispose à volonté de processeurs en parallèle et la complexité est la profondeur de la plus grande branche qui apparaît dans le calcul. Typiquement, pour faire n additions, la complexité séquentielle est de $n - 1$ opérations arithmétiques, alors que la complexité parallèle est en $\log(n)$ (parce qu'on peut additionner les nombres deux à deux, puis faire les sommes partielles, en $\log(n)$ étapes). Pour ce calcul en parallèle on a besoin d'au plus $n/2$ processeurs.

Il n'est pas très réaliste de penser qu'on disposera d'un nombre de processeurs illimité. On dira qu'un algorithme est *bien parallélisable* si sa complexité parallèle est une fonction polynomiale du log de sa complexité séquentielle et si le nombre total de processeurs nécessaires est une fonction polynomiale de la complexité séquentielle.

On vient de voir que l'addition de n nombres est bien parallélisable. C'est aussi le cas des routines de base de l'algèbre linéaire : le nombre d'opérations arithmétiques nécessaires pour calculer le déterminant d'une matrice de taille n est polynomial en n . On peut décrire un arbre permettant ce calcul de profondeur polynomiale en $\log(n)$ et faisant intervenir un nombre de processeurs polynomial en n ([2]).

Ces algorithmes bien parallélisables sont ce qu'on peut espérer de mieux en matière de parallélisation du point de vue de la complexité théorique. Ils sont loin d'être implantables en pratique, puisque les machines parallèles dont on dispose ont un nombre restreint de processeurs.

4. Complexité d'algorithme et complexité intrinsèque

La complexité que nous avons décrite plus haut est la complexité d'algorithme, c'est-à-dire qu'elle n'est pas attachée de manière intrinsèque à un objet mathématique mais à un algorithme particulier.

D'autres travaux s'intéressent à un point de vue plus intrinsèque, plus géométrique. On peut considérer par exemple qu'une bonne mesure géométrique de complexité pour un ensemble semi-algébrique est son nombre de composantes connexes, donc pour un polynôme d'une variable son nombre de racines réelles.

Un phénomène tout à fait fondamental et fascinant est que le nombre de racines réelles d'un polynôme ne dépend pas de son degré mais de son nombre de monômes ou même de sa *complexité additive*, c'est-à-dire du nombre minimum d'additions nécessaires pour le décrire (pour tout ceci voir [1]) : les polynômes avec peu de monômes (ou une complexité additive faible) ont peu de racines réelles !

Il serait intéressant d'utiliser ces résultats géométriques pour décrire des algorithmes plus rapides lorsque le nombre de racines réelles est faible, et dont la complexité ne dépende pas du degré du polynôme mais uniquement de son nombre de monômes (ou de sa complexité additive). Malheureusement aucune méthode algorithmique de ce type n'est connue à l'heure actuelle. C'est la raison pour laquelle les paramètres de complexité que nous utilisons dans ce travail sont les paramètres algébriques traditionnels : degré, nombre de variables, nombre de polynômes.

5. Ce qu'on peut espérer comme complexité optimale pour le problème du déménageur de piano

Avant de nous lancer dans l'étude des algorithmes pour les problèmes 1' et 2', remarquons tout d'abord que puisque n polynômes de degrés d en n variables définissent d'après le théorème de Bezout des ensembles pouvant comporter jusqu'à d^n points isolés, on peut espérer au mieux, pour des méthodes générales résolvant le problème 2, une complexité polynomiale en d et simplement exponentielle dans le nombre des variables n : on ne peut pas décrire d^n objets avec une complexité polynomiale en n .

Cette remarque vaut pour tous les algorithmes algébriques sur les polynômes en plusieurs variables. Les bons résultats de complexité sont ceux qui décrivent des algorithmes de complexité simplement exponentielle, bien parallélisables.

Suivant la philosophie exprimée par M. Demazure, les problèmes algébriques sont de complexité doublement exponentielle alors que les problèmes géométriques sont de complexité simplement exponentielle. Donnons deux exemples en géométrie algébrique classique ([26] et [35]).

La question de l'appartenance d'un polynôme à un idéal est de complexité doublement exponentielle, la question de l'appartenance au radical d'un idéal (qui signifie d'après le Nullstellensatz d'Hilbert une inclusion au niveau d'ensembles de zéros) est de complexité simplement exponentielle, grâce aux travaux récents sur le Nullstellensatz effectif (voir [35]).

Les résultats que nous décrivons ici dans le cas réel seront conformes à cette philosophie générale. On s'est borné dans cet article à résoudre le problème de décision "deux points sont-ils dans une même composante connexe d'un ensemble semi-algébrique?". D'autres problèmes liés comme la description semi-algébrique des composantes connexes d'un ensemble semi-algébrique peuvent être résolus par des techniques proches ([6], [22]).

6. Quelques outils d'algèbre réelle en une variable

Le cas de plusieurs variables que nous voulons étudier nécessitera des outils de bases pour les polynômes en une variable.

Nous allons introduire deux outils faciles mais fondamentaux pour l'étude des polynômes réels en une variable : le premier outil est le théorème de Sturm qui permet de connaître de manière exacte le nombre de racines réelles d'un polynôme P en une variable. Le second outil est le lemme de Thom qui permet de calculer les adhérences de certains ensembles semi-algébriques.

DÉFINITION. — Soit $f_0, f_1, \dots, f_k$ une suite de polynômes à coefficients réels. Si $a \in \mathbb{R}$ n'est pas racine de f_0 , on note $v(a)$ le nombre de changements de signe dans la suite $f_0(a), f_1(a), \dots, f_k(a)$: on compte un changement de signe quand $f_i(a)f_j(a) < 0$ avec $j = i+1$ ou $j > i+1$ et pour tout l , $i < l < j$, $f_l(a) = 0$.

THÉORÈME 4 (théorème de Sturm [33]). — Soit P un polynôme en une variable. Soit $f_0, \dots, f_k$ la suite de polynômes ainsi construite : $f_0 = P$, $f_1 = P'$, $f_{i-2} = f_{i-1}g_i - f_i$ avec $\deg(f_i) < \deg(f_{i-1})$ pour $i = 2, \dots, k$, et k tel que f_{k-1} est divisible par f_k .

Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ tels que ni a ni b ne sont racines de P . Alors le nombre de racines de P sur l'intervalle $]a, b[$ est égal à $v(a) - v(b)$.

On peut généraliser le théorème de Sturm pour étudier les signes pris par un polynôme Q aux racines réelles de P .

THÉORÈME 5 (théorème de Sylvester [34]). — Soient P et Q deux polynômes en une variable. Soit $f_0, \dots, f_k$ la suite de polynômes ainsi construite : $f_0 = P$, $f_1 = P'Q$, $f_{i-2} = f_{i-1}g_i - f_i$ avec $\deg(f_i) < \deg(f_{i-1})$ pour $i = 2, \dots, k$, et k tel que f_{k-1} est divisible par f_k .

Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ tels que ni a ni b ne sont racines de P . Alors la différence entre le nombre de racines de P sur l'intervalle $]a, b[$ rendant $Q > 0$ et le nombre de racines de P sur l'intervalle $]a, b[$ rendant $Q < 0$ est égale à $v(a) - v(b)$.

Passons maintenant au lemme de Thom.

DÉFINITION. — On appelle condition de signe > 0 , < 0 ou $= 0$. On appelle condition de signe généralisées > 0 ou < 0 ou $= 0$ ou ≥ 0 ou ≤ 0 .

Si $\epsilon = (\epsilon(i))_{i=0, \dots, n-1}$ est un n -uple de conditions de signe généralisées on note $\bar{\epsilon}$ le n -uple obtenu en relâchant les inégalités strictes de ϵ , c'est-à-dire en remplaçant > 0 (resp. < 0) par ≥ 0 (resp. ≤ 0).

Notons qu'on n'obtient pas en général l'adhérence d'un ensemble semi-algébrique défini par des inégalités strictes en relâchant ces inégalités. Il peut arriver qu'en relâchant les inégalités on obtienne plus que l'adhérence comme le montre l'exemple suivant : l'adhérence de $\{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - x^2 > 0\}$ n'est pas $\{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - x^2 \geq 0\}$ mais $\{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - x^2 \geq 0\} - \{0\}$.

On a toutefois le résultat suivant :

LEMME DE THOM. — Soit P un polynôme de degré d à coefficients réels, $P', \dots, P^{(i)}$ ses dérivées et $\epsilon = (\epsilon(i))_{i=0, \dots, d-1}$ un d -uple de conditions de signe généralisées.

Soit

$$A_\epsilon = \{x \in \mathbb{R} \mid P^{(i)}(x)\epsilon(i), i = 0, \dots, d-1\}$$

Alors

- (i) A_ϵ est soit vide soit un point ou un intervalle (ouvert ou fermé),
- (ii) si A_ϵ est non vide, l'adhérence de A_ϵ est $A_{\bar{\epsilon}}$.

Le lemme de Thom a plusieurs conséquences importantes que nous rencontrerons dans la suite de cet article. Par exemple, le fait qu'un intervalle entre deux racines d'un polynôme peut être caractérisé par une combinaison booléenne de conditions de signes portant sur les dérivées du polynôme. Citons encore le résultat suivant qui signifie qu'il est possible de caractériser une racine réelle d'un polynôme par les signes qu'elle attribue aux dérivées de ce polynôme :

COROLLAIRE ([9]). — Soit P un polynôme de degré d à coefficients réels. Soient x et x' deux racines réelles de P . Supposons que les signes $\epsilon(i)$ et $\epsilon'(i)$ de $P^{(i)}(x)$ et $P^{(i)}(x')$, $i = 1, \dots, d-1$, sont donnés. Si $\epsilon(i) = \epsilon'(i)$ pour tout $i = 1, \dots, d-1$ alors $x = x'$.

Ce résultat, ainsi qu'un autre corollaire facile du lemme de Thom, qui affirme qu'on peut connaître la relation d'ordre entre deux racines de P en examinant les signes qu'elle donnent aux dérivées de P , permet une approche non numérique des calculs avec les nombres algébriques (voir [9]).

7. La décomposition algébrique cylindrique ou saucissonnage

Nous allons maintenant exposer la méthode classique de décomposition algébrique cylindrique de Collins ([7]) qui résoudra les problèmes 1' et 2' et donner une idée de sa complexité. Sur le plan géométrique, l'idée est très simple : on projette variable après variable et on procède par récurrence sur la dimension de l'espace ambiant.

La technique est la suivante : on part d'une famille de polynômes $P_1, \dots, P_s$ en n variables et on calcule une famille de polynômes $P_{n-1,1}, \dots, P_{n-1,s_{n-1}}$ en $n-1$ variables qui permet de décomposer $\mathbb{R}^{n-1}$ en ensembles semi-algébriques T_i tels que sur chaque composante connexe des T_i on ait une situation cylindrique (ou un saucisson), c'est-à-dire que l'on ait pour tout i un nombre fini l_i et des fonctions semi-algébriques et continues $(\xi_{i,j})_{j=1, \dots, l_i}$ avec

$$\xi_{i,1}(x_1, \dots, x_{n-1}) < \dots < \xi_{i,l_i}(x_1, \dots, x_{n-1})$$

telles que

- pour tout $(x_1, \dots, x_{n-1})$ de T_i l'ensemble des racines des P_i non identiquement nuls sur $T_i \times \mathbb{R}$ soit

$$\{\xi_{i,1}(x_1, \dots, x_{n-1}), \dots, \xi_{i,l_i}(x_1, \dots, x_{n-1})\}$$

- pour tout $(x_1, \dots, x_{n-1})$ de T_i le signe des $P_k(x_1, \dots, x_{n-1}, X_n)$ entre deux racines $\xi_{i,j}(x_1, \dots, x_{n-1})$ et $\xi_{i,j+1}(x_1, \dots, x_{n-1})$ soit le même.

Les fonctions $\xi_{i,j}$ découpent donc des tranches de saucisson dans le cylindre au dessus de T_i , d'où le terme de saucissonnage.

Exemples :

1. Pour la fronce d'équation $Y = Z^3 - XZ$, il y a 3 fonctions $\xi_{1,j}$ au-dessus de T_1 et une fonction $\xi_{2,j}$ au dessus de T_2 .

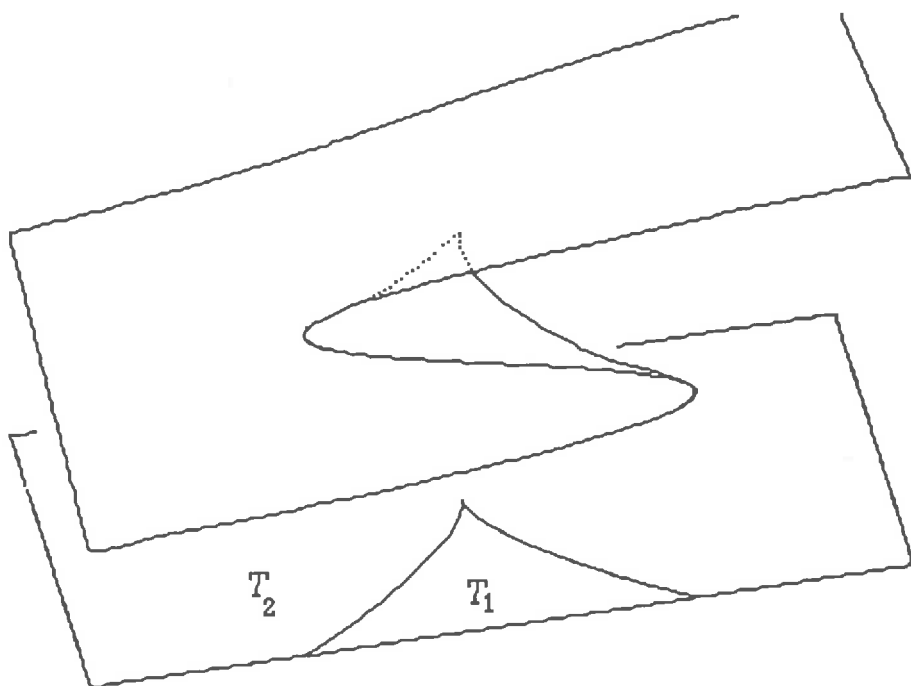


figure 2

2. Si on prend dans le plan une courbe donnée par l'équation $P(X, Y) = 0$, on élimine la variable Y et on obtient comme polynôme en une variable le discriminant $D(X)$.

Les T_i sont alors les racines de D et les intervalles entre deux racines de D .

Sur chaque T_i il est clair qu'on peut suivre continûment les racines réelles de $P(x, Y)$ en fonction de x , ce qui définit les $\xi_{i,j}$.

Nous avons donc notre structure de saucisson.

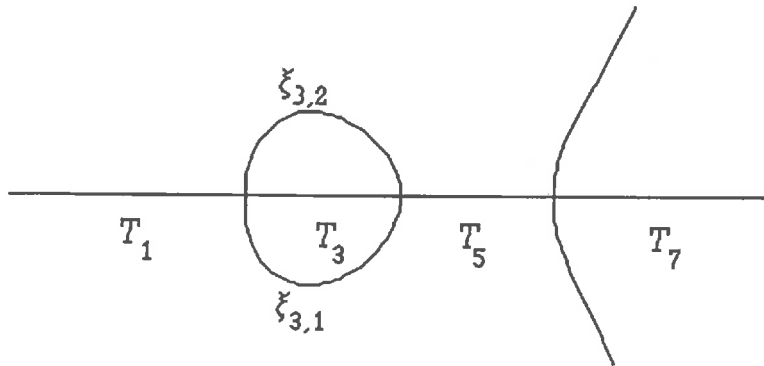


figure 3

Ici la courbe est la cubique $Y^2 = X^3 - X$. Il y a parmi les T_i 3 points et 4 intervalles. Au-dessus des points il y a une seule fonction $\xi_{i,j}$, au-dessus des intervalles T_3 et T_7 il y en a deux, et zéro au-dessus de T_1 et T_5 .

On étudie ensuite pour chaque racine de D et chaque intervalle entre ces racines les conditions de signes prises par le polynôme P . Ceci se fait en choisissant un point-test dans chaque intervalle entre deux racines, et en étudiant la situation dans chaque fibre au-dessus d'une racine ou au-dessus de ces point-tests, c'est-à-dire un nombre fini de problèmes en une variable.

Si on veut définir la projection d'un ensemble semi-algébrique du plan défini par une condition de signe portant sur P , il suffit de prendre la réunion des T_i au-dessus desquels la condition de signe se trouve vérifiée dans un des morceaux du saucisson.

Pour les composantes connexes, il faut connaître les relations d'adjacence entre morceaux du saucisson. On utilise pour cela le lemme de Thom sur l'axe des X et dans les différentes fibres.

Il faut noter qu'on doit disposer d'une description semi-algébrique explicite des T_j . On utilise le fait que pour les polynômes en une variable les intervalles entre deux racines sont définis par des combinaisons booléennes de conditions de signes portant sur les dérivées de ces polynômes, qui est, comme nous l'avons signalé en 4, une des premières conséquences du Lemme de Thom.

Maintenant qu'on a une des étapes de la décomposition cylindrique, correspondant à la projection d'une variable, on procède ensuite de manière itérative à partir de la famille de polynômes en $n - 1$ variables.

L'algorithme de saucissonnage comporte donc :

- a) une phase de projection où on élimine les variables une à une,
- b) une phase de remontée où on construit progressivement des conditions de signes pour décrire chaque partie des différents cylindres (ou saucissons).

Pour la phase a) on utilise la théorie classique de l'élimination : résultants, sous-résultants (voir [25])

Pour la phase b) on part des polynômes obtenus en une variable, et on caractérise leurs racines et les intervalles entre leurs racines, en utilisant le théorème de Sturm. On utilise ensuite le théorème de Sturm dans les fibres pour passer de la dimension k à la dimension $k + 1$.

Les problèmes 1' et 2 peuvent alors être résolus (voir [8]). Pour obtenir les composantes connexes, il est nécessaire de définir les relations d'adjacence entre des morceaux de saucissons au-dessus de différents T_i (voir [31]). Une possibilité consiste à utiliser une généralisation du Lemme de Thom en plusieurs variables ([9]). Il faut noter que pour rester dans une situation géométrique agréable, il est parfois nécessaire, pour la détermination des composantes connexes, de faire des changements linéaires de variables de telle sorte que les polynômes soient, à chaque étape, unitaires par rapport à la variable de projection.

Après quelques améliorations techniques basées sur la théorie moderne du calcul formel, on peut définir un algorithme de décomposition algébrique cylindrique ou saucissonnage de complexité polynomiale en d , somme des degrés des polynômes de départ, et doublement exponentielle dans le nombre de variables n . Cette complexité apparaît dans le degré des polynômes construits, et est intrinsèquement liée à la méthode choisie pour l'élimination : variable par variable. En effet si on élimine une variable entre des polynômes de degré d en n variables, on obtient des polynômes de degré d^2 en $n - 1$ variables. Si on recommence on obtient des polynômes de degrés d^4 en $n - 2$ variables et à la fin des polynômes en une variable de degré du type d^{2^n} . On peut d'ailleurs prouver un résultat de borne inférieure doublement exponentielle en n pour cette méthode ([37], [11]).

8. De nouvelles techniques

Des résultats plus récents, basés sur des idées qui apparaissent dans les travaux de Grigor'ev et Vorobjov ([13], [15]), montrent qu'on peut obtenir des algorithmes pour résoudre les problèmes 1' et 2' de complexité polynomiale en d simplement exponentielle en n .

L'idée géométrique fondamentale est la suivante : au lieu de faire des projections de manière itérative, on va étudier un nombre fini de niveaux critiques sur l'objet lui-même, en travaillant "en haut", grâce à des fonctions

de Morse, qui reviennent en fait à projeter directement sur une droite. Cette idée est fort classique en géométrie différentielle, et remonte au moins aux travaux de Morse. Les points critiques d'une fonction de Morse sont les points à étudier pour reconstituer la topologie d'une surface ([28]). Il est plus nouveau et peut-être plus surprenant de voir cette technique jouer un rôle en complexité d'algorithmes.

C'est cette simple idée qui est la clé pour passer de la complexité doublement exponentielle à la complexité simplement exponentielle.

Il est clair en effet qu'un certain nombre de points particuliers à étudier dans la décomposition algébrique cylindrique proviennent des projections elles-mêmes et n'ont rien à voir avec la situation de départ.

C'est ainsi que si on projette un tore penché sur $\mathbf{R}^2$ (le plan X, Y) puis sur $\mathbf{R}$ (l'axe des X) on obtient de nombreux points à étudier (voir figure 4 a)). En étudiant les points critiques de la fonction coordonnée X sur le tore, on a seulement 4 points à considérer (voir figure 4 b)).

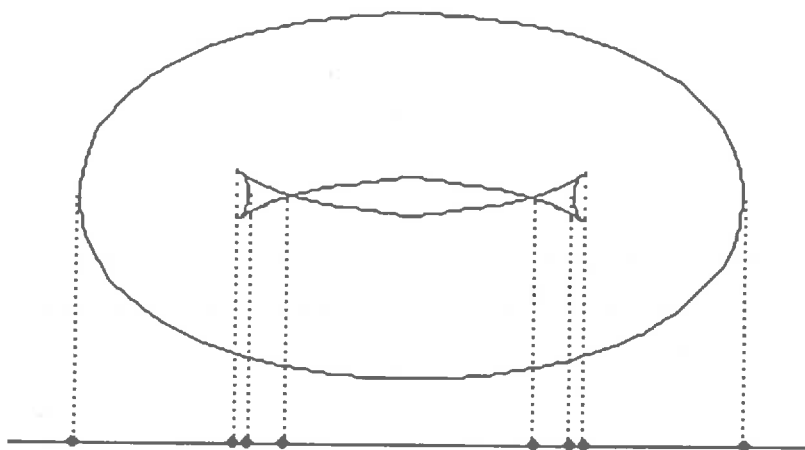


figure 4 a)

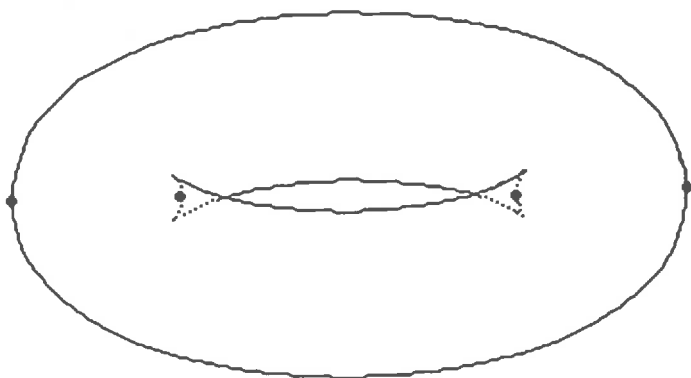


figure 4 b)

De nombreux travaux ont été consacrés à nos problèmes 1' et 2' ou à d'autres résultats de complexité simplement exponentielle en géométrie algébrique réelle (voir [4], [5], [6], [12], [13], [14], [15], [16], [18], [19], [20], [21], [22], [29]) et ils utilisent tous des idées et techniques assez similaires. Ici nous nous inspirerons de l'approche de [19].

Le théorème technique essentiel que nous montrons est le suivant.

THÉORÈME 6 ([19]). — *Soit S un ensemble semi-algébrique de $\mathbb{R}^n$ de degré d défini sur A .*

Il existe un algorithme de complexité $d^{n^{O(1)}}$ construisant :

- *une partition de $\mathbb{R}^k$ en ensembles semi-algébriques T_i*
- *pour chaque i une famille finie de fonctions semi-algébriques continues de T_i dans $\mathbb{R}^{n-k}$, $(\xi_{i,j})_{j=1,\dots,l_i}$ telle que le graphe de $\xi_{i,j}$ appartient à S et telle que pour tout $y \in T_i$ les graphes des $\xi_{i,j}$ intersectent chaque composante (semi-algébriquement) connexe de $S \cap (\{y\} \times \mathbb{R}^n)$.*

Ce théorème est une généralisation de la décomposition algébrique cylindrique. En effet lorsque $k = n - 1$ et que S est décrit par des équations, on retrouve notre saucisson précédent.

C'est aussi une généralisation du théorème suivant, qui correspond au cas $k = 0$.

THÉORÈME 7 ([15], [19]). — *Soit S un ensemble semi-algébrique de*

$\mathbb{R}^n$ de degré d défini sur A . Il existe un algorithme de complexité $O(L)d^{n^{O(1)}}$ qui décide si S est vide ou non. De plus si S est non vide, l'algorithme construit au moins un point par composante (semi-algébriquement) connexe de S . Les coordonnées de ces points vérifient des équations polynomiales de degré $d^{O(n)}$.

Autrement dit, on peut décider en temps simplement exponentiel si un ensemble semi-algébrique est vide ou non.

En fait l'énoncé du théorème 6 est une version paramétrique du théorème 7. Au lieu de considérer un seul ensemble semi-algébrique on considère une famille d'ensembles semi-algébriques paramétrée par $\mathbb{R}^k$. Au lieu de construire un point par composante connexe, on construit des fonctions qui suivent continûment des points dans les composantes connexes, en fonction des paramètres.

Lorsque $k = 1$, le théorème 6 prend la forme suivante.

THÉORÈME 8. — Soit S un ensemble semi-algébrique fermé et borné de $\mathbb{R}^n$ de degré d défini sur A .

Il existe un algorithme de complexité $d^{n^{O(1)}}$ construisant :

– un recouvrement fini de la projection de S sur $\mathbb{R}$ en intervalles semi-algébriques connexes fermés T_i

– pour chaque i une famille finie de fonctions semi-algébriques continues de T_i dans $\mathbb{R}^{n-1}$, $(\xi_{i,j})_{j=1,\dots,i_i}$ telles que le graphe de $\xi_{i,j}$ appartient à S et telle que pour tout $y \in T_i$ les graphes des $\xi_{i,j}$ intersectent chaque composante (semi-algébriquement) connexe de $S \cap (\{y\} \times \mathbb{R}^n)$.

Autrement dit, on a construit des courbes paramétrées connexes qui suivent continûment des points dans les composantes connexes des fibres.

Le principe de la démonstration du théorème 6 est le suivant :

a) on commence par démontrer le théorème 7 :

– on étudie d'abord le cas d'une hypersurface S lisse et bornée donnée par une équation de degré d , telle que la fonction coordonnée X_n soit une fonction de Morse. Pour une telle hypersurface on utilise le fait suivant : l'ensemble des points critiques de X_n sur S est fini et rencontre chaque composante connexe de S . D'autre part les équations qui définissent ces points critiques sont de degré inférieur ou égal à d . Elles définissent un idéal de dimension zéro et l'anneau quotient par cet idéal est d'après le théorème de Bezout un espace vectoriel de dimension finie inférieure ou égale à d^n . Tous les calculs se déroulent alors avec une complexité simplement exponentielle en n . Après des calculs de nature algébrique pour déterminer la base standard de cet idéal, il faut examiner des questions de réalité

des racines, ce qu'on fait par les théorèmes de Sturm et de Sylvester. La caractérisation des points réels utilise le lemme de Thom.

– on se ramène du cas général au cas d'une hypersurface lisse et bornée. Cette réduction se fait au prix d'une extension du corps de base : on doit essentiellement rajouter un infiniment grand (pour que la situation devienne bornée), un premier infiniment petit pour avoir une seule équation et un deuxième pour que la situation devienne lisse et que les fonctions coordonnées soient des fonctions de Morse.

– on mène alors les calculs avec des polynômes à coefficients dans $A[\Omega, \epsilon, \delta]$, et le corps réel clos associé est un composé de corps de séries de Puiseux ([36], [24]).

– tous les algorithmes qu'on utilise sont basés sur des sous-routines d'algèbre linéaire.

b) pour démontrer le théorème 6, on réexamine la démonstration du théorème 7, qui n'est, comme on l'a remarqué, qu'une version paramétrique du théorème 6. Vu les méthodes utilisées, qui reposent sur l'algèbre linéaire, on peut démontrer le résultat annoncé.

Le théorème 6 nous apporte une solution au problème 1' puisque la projection de S sur $\mathbf{R}^k$ est l'union des T_i pour lesquels le nombre des fonctions $\xi_{i,j}$ est nul.

Quant au problème 2' il est d'abord résolu dans le cas d'une hypersurface lisse et compacte en utilisant le théorème 8 et en travaillant par récurrence sur la dimension des fibres ([21]).

La construction géométrique est la suivante. On utilise le théorème 8 pour fabriquer des chemins dans la direction de l'axe des X_n . On considère toutes les fibres correspondant aux extrémités des intervalles T_i . Certaines de ces fibres sont singulières (lorsqu'elles contiennent un point critique) et on utilise le lemme de sélection des courbes pour connecter ces point critiques à des fibres lisses.

On peut alors travailler par récurrence sur la dimension, puisque toutes les fibres qu'on considère maintenant sont lisses et bornées. Un point essentiel pour éviter la complexité doublement exponentielle est le fait que les équations des fibres ont même degré que l'ensemble de départ.

Le passage au cas d'un ensemble semi-algébrique général utilise de manière répétée un théorème d'élimination des quantificateurs (qui est basée sur le théorème 6) et des petites déformations.

On construit de cette manière des chemins semi-algébriques décrits par des polynômes de degrés simplement exponentiels en n .

8. Quelques remarques

Remarque sur les aspects numériques.

On s'intéresse au nouveau problème 2'' suivant :

Problème 2'' : décider si deux points de S appartiennent à la même composante semi-algébriquement connexe et si c'est le cas, construire un chemin formé d'un nombre fini de segments de droite les connectant.

Contrairement au problème 2' pour lequel on obtenait des solutions polynomiales dans le degré d (et simplement exponentielle dans le nombre de variables n) le problème 2'' est intrinsèquement exponentiel en d comme le montre le contre-exemple suivant ([17]).

On part de la construction due à M. Mignotte [27] d'un polynôme de degré d , le polynôme $P(X) = X^d - (3X - 1)^2$ qui a, lorsque d est grand, deux racines x_1 et x_2 très proches de $1/3$, distantes de moins de $2 \times 3^{-(d+2/2)}$.

En considérant maintenant la courbe plane d'équation $P(X^2 + Y^2) = 0$ dont l'ensemble des zéros est formé des cercles dont le carré du rayon est une racine positive de P , on peut trouver facilement dans la couronne entre les cercles de rayon x_1 et x_2 des points tels que le nombre de segments d'un chemin les joignant en restant dans la couronne est nécessairement exponentiel en d .

Il est donc essentiel dans le problème 2' d'avoir droit à des chemins semi-algébriques, et il est essentiel pour obtenir la complexité annoncée d'utiliser des techniques algébriques globales non numériques.

Réalité et projets en manière d'implantation.

La décomposition algébrique cylindrique a été implantée par Collins et son école ([7],...). C'est un travail de programmation extrêmement impressionnant, qui a conduit au développement d'un système de calcul formel SAC 2 basé sur le langage ALDES. Peu répandu, ce système reste très intéressant par son caractère public, sa portabilité et la richesse de sa bibliothèque de programmes. Toutefois les performances du programme de décomposition algébrique cylindrique sont limitées, et seuls des exemples très simples ont pu être traités par lui. Différentes améliorations sont en cours. En France, une implantation de la décomposition algébrique cylindrique en SCRATCHPAD a été réalisée ([30]). Les progrès dans l'implantation et la structure de données (notamment une approche différente des nombres algébriques sans calculs d'éléments primitifs) amènent des progrès significatifs dans les temps de calculs. L'équipe de SAC 2 travaille également dans cette direction ([23]). On espère aussi améliorer la situation par une implantation en parallèle. La portabilité du système SAC 2 est dans ces conditions un atout intéressant.

En ce qui concerne les nouvelles méthodes de complexité simplement exponentielle, elles sont trop récentes pour avoir pu encore être implantées complètement. Signalons toutefois des implantations en REDUCE et en MAPLE pour les sous-routines de base en une variable ([10]). Une nouvelle implantation en SCRATCHPAD est en cours. Pour une implantation complète des nouvelles méthodes, le caractère paramétré des procédures en SCRATCHPAD, où on peut travailler avec le même programme sur des anneaux ordonnés variés, archimédiens ou non, est essentielle. Enfin, la programmation en parallèle des algorithmes de base est en projet.

9. En guise de conclusion

Le cadre semi-algébrique est un cadre naturel, adapté à l'étude de nombreux problèmes de géométrie algorithmique.

Les méthodes basées sur la topologie différentielle et les techniques modernes de la géométrie algébrique réelle se sont révélées être plus efficaces en matière de complexité d'algorithme que la méthode de décomposition algébrique cylindrique. Ainsi donc l'utilisation de techniques géométriques (légèrement) plus sophistiquées est la source d'un progrès dans la complexité des algorithmes.

Il faut bien comprendre toutefois que les résultats obtenus, même s'ils sont de complexité optimale, sont de nature essentiellement négatives puisqu'une complexité exponentielle est prohibitive.

Les seuls algorithmes efficaces implantés pour le problème du déménageur de piano concernent de très bas degrés et de très petits nombres de variables (typiquement des problèmes plans et polygonaux), et sont basés sur des méthodes ad hoc et non sur des méthodes algébriques générales ([32]).

Si la géométrie algébrique réelle est donc en principe le cadre mathématique naturel pour déménager les pianos, elle semble mal armée pour aider à les déménager en pratique.

Bibliographie

Références de base

Les ouvrages suivants sont des manuels ou des recueils d'articles consacrés à la géométrie algébrique réelle et peuvent donc servir de bibliothèque de base dans le domaine.

Algorithms in real algebraic geometry. Journal of Symbolic Computation. 5 (1988).

Benedetti R., Risler J.-J. : Real algebraic and semi-algebraic sets. Hermann 1990.

Bochnak J., Coste M., Roy M.-F. : Géométrie algébrique réelle. Ergebnisse des Mathematik, vol 12. Berlin, Heidelberg, New York : Springer Verlag 1987.

Géométrie algébrique réelle et formes quadratiques. Lecture Notes in Math. vol.959. Berlin, Heidelberg, New York : Springer Verlag 1982.

Geometry and Robotics. Springer Lecture Notes in Computer Science 391 1989.

Ordered fields and real algebraic geometry. Contemp. Math. 9. (1982).

Real analytic and algebraic geometry. Springer Lecture Notes in Math. 1420 (1990).

Références invoquées dans le texte

- [1] BENEDETTI R., RISLER J.-J. — *Real algebraic and semi-algebraic sets*, Hermann 1990.
- [2] BERKOWITZ S. J. — *On computing the determinant in small parallel time using a small number of processors*, Information Processing Letters **18** (1984), 147-150.
- [3] BOCHNAK J., COSTE M., ROY M.-F. — *Géométrie algébrique réelle*, Springer Verlag (1987).
- [4] CANNY J. — *Some algebraic and geometric computations in PSPACE*, ACM Symposium on the theory of computation, 460-467 (1988).
- [5] CANNY J. — *The complexity of robot motion planning*, MIT Press (1989).
- [6] CANNY J., GRIGOR'EV D., VOROBYOV N.. — *Describing connected components of semi-algebraic sets in subexponential time*, à paraître dans Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing.
- [7] COLLINS G. — *Quantifier elimination for real closed fields by cylindric algebraic decomposition*, Second GI Conference on Automata Theory and Formal Languages. Lecture Notes in Computer Sciences, vol. 33, pp. 134-183, Springer-Verlag, Berlin (1975).
- [8] COSTE M. — *Effective semi-algebraic geometry*, Springer Lecture Notes in Computer Science **391** 1-27 (1989).
- [9] COSTE M., ROY M.-F. — *Thom's lemma, the coding of real algebraic numbers and the topology of semi-algebraic sets*, J. of Symbolic Computation **5** 121-129 (1988).
- [10] CUCKER F., GONZALEZ VEGA L., ROY M.-F., SZPIRGLAS A. — *If a package for deciding systems of inequalities*, (1989), Rencontre d'Informatique du Chili 1989.

- [11] DAVENPORT J., HEINTZ J. — *Real quantifier elimination is doubly exponential*, J. of Symbolic Computation 5, 29-35 (1988).
- [12] GOURNAY L., RISLER J.-J. — *Construction of road-maps in semi-algebraic sets*, à paraître dans AAECC 91.
- [13] GRIGOR'EV D. — *Complexity of deciding Tarski algebra*, J. Symbolic Computation 5, (1988) 65-108.
- [14] GRIGOR'EV D., HEINTZ J., ROY M.-F., SOLERNO P., VOROBYOV N. — *Comptage des composantes connexes des ensembles semi-algébriques en temps simplement exponentiel*, Compte-Rendus de l'Académie des Sciences Paris 313 (1990) 879-882.
- [15] GRIGOR'EV D., VOROBYOV N. — *Solving systems of polynomial inequalities in subexponential time*, J. Symbolic Computation 5 (1988) 37-64.
- [16] GRIGOR'EV D., VOROBYOV N. — *Counting connected components of semi-algebraic sets in subexponential time*, à paraître dans Computational complexity.
- [17] HEINTZ J., KRICK T., SOLERNÓ P., SLISSENKO A. — *Le problème de la visibilité indirecte est intrinsèquement exponentiel dans le plan*, manuscrit (1990).
- [18] HEINTZ J., ROY M.-F., SOLERNÓ P. — *On the complexity of semi-algebraic sets*, Proc. IFIP San Francisco, North-Holland (1989) 293-298.
- [19] HEINTZ J., ROY M.-F., SOLERNÓ P. — *Sur la complexité du principe de Tarski-Seidenberg*, Bull. Soc. Math. France 118, 101-126 (1990).
- [20] HEINTZ J., ROY M.-F., SOLERNÓ P. — *Single exponential path finding in semi-algebraic sets I : The case of smooth compact hypersurface*, à paraître dans les Actes d' AAECC-8 1990.
- [21] HEINTZ J., ROY M.-F., SOLERNÓ P. — *Single exponential path finding in semi-algebraic sets II : The general case*, à paraître dans les Actes du Colloque Abhyankar 1990.
- [22] HEINTZ J., ROY M.-F., SOLERNÓ P. — *Description des composantes connexes d'un ensemble semi-algébrique en temps simplement exponentiel*, C. R. Acad. Sci. Paris 311, 167-70 (1991).
- [23] LANGEMYR L. — *New implantation of CAD in SAC 2*, preprint, Informatique, Université de Tübingen.
- [24] LIGATSIKAS Z., ROY M.-F. — *Séries de Puiseux sur un corps réel clos*, Compte-Rendus de l'Académie des Sciences Paris, 311, (1990) 625-628.

- [25] LOOS R. — *Generalized polynomial remainder sequences*, dans Computer Algebra, Symbolic and Algebraic Computation 115-138, édité par Buchberger, Collins, Loos, Springer Verlag 1982.
- [26] MAYR E., MEYER M. — *The complexity of the word problems for commutative semi-groups and polynomial ideals*, Adv. in Math. **46** 305-329 (1982).
- [27] MIGNOTTE M. — *Some useful bounds*, dans Computer Algebra, Symbolic and Algebraic Computation 259-263. Edité par Buchberger, Collins, Loos. Springer Verlag 1982.
- [28] MILNOR J. — *Morse theory*, Princeton University Press, 1983.
- [29] RENEGAR J. — *On the computational complexity and geometry of the first order theory of the reals*, Technical Report 856, Cornell University Ithaca (1989).
- [30] RIOBOO R. — *Quelques aspects du calcul exact avec les nombres réels*, Thèse, LITP, Université de Paris VI (1991).
- [31] SCHWARTZ J., SCHARIR M. — *On the "piano movers" problem II. General techniques for computing topological properties of real algebraic manifolds*, Adv. Applied Math. **4**, 298-351 (1983).
- [32] SCHWARTZ J., SCHARIR M. — *Motion planning and related algorithms in robotics*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Berkeley, Calofornia (1986) 1594-1611.
- [33] STURM C. — *Mémoire sur la résolution des équations numériques*, Ins. France Sc. Math. Phys., **6** (1835).
- [34] SYLVESTER J. T. — *On a theory of syzygetic relations of two rational integral functions, comprising an application to the theory of Sturm's function*, Trans. Roy. Soc. London (1853). Reprint in : Sylvester : Collected Math Papers. Chelsea Pub. Comp. NY 1983 vol. 1, 429-586.
- [35] TEISSIER B. — *Résultats récents d'algèbre commutative effective*, Séminaire Bourbaki **718**, (1989).
- [36] WALKER R. — *Algebraic curves*, Princeton University Press, (1950).
- [37] WEISPFENNING V. — *The complexity of linear problems in fields*, J. Symbolic Computation **5**, 3-27 (1988).

