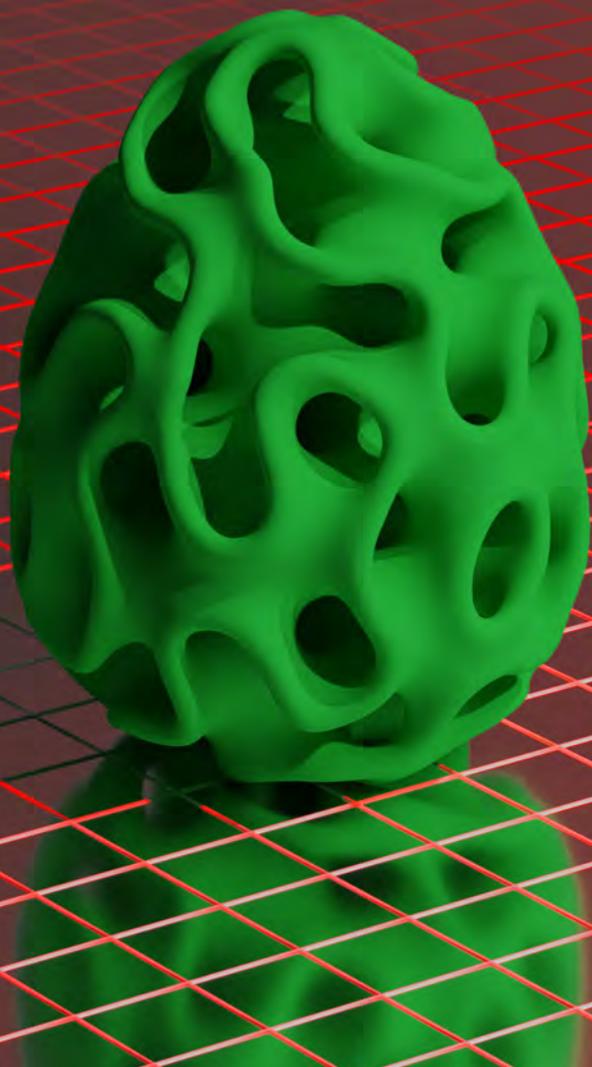


la Gazette

des Mathématiciens



- **Mathématiques** – Algorithmes Stochastiques pour l'Optimisation et Apprentissage Statistique
- **Entretien** – avec Nicole EL KAROUI
- **Parité** – Pourquoi des Comités Parités dans tous les laboratoires INSMI?
- **Information** – Bilan de l'INSMI : 2017-2021

Comité de rédaction

Rédacteur en chef

Damien GAYET

Institut Fourier, Grenoble
damien.gayet@univ-grenoble-alpes.fr

Rédacteurs

Mikael DE LA SALLE

École normale supérieure de Lyon
mikael.de.la.salle@ens-lyon.fr

Christophe ECKÈS

Archives Henri Poincaré, Nancy
eckes@math.univ-lyon1.fr

Sophie GRIVAUX

Université de Lille
grivaux@math.univ-lille1.fr

Charlotte HARDOUIN

Université de Toulouse
charlotte.hardouin@math.univ-toulouse.fr

Pauline LAFITTE

École Centrale, Paris
pauline.lafitte@centralesupelec.fr

Mylene MAÏDA

Université de Lille
mylene.maida@univ-lille.fr

Gabriel RIVIÈRE

Université de Nantes
Gabriel.Riviere@univ-nantes.fr

Secrétariat de rédaction :

SMF – Claire ROPARTZ
Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris cedex 05
Tél. : 01 44 27 67 96 – Fax : 01 40 46 90 96
gazette@smf.emath.fr – <http://smf.emath.fr>

Directeur de la publication : Fabien DURAND

ISSN : 0224-8999



À propos de la couverture. Cet objet en forme d'œuf est dérivé d'une surface minimale triplement périodique appelée le *gyroïde*. Le gyroïde a été découvert en 1970 par l'informaticien Alan H. Schoen alors qu'il travaillait pour la NASA. L'objet représenté a été créé par David Dalley. La surface a été modélisée avec Onshape et raffinée avec Meshmixer. Des fichiers d'impression 3D pour cet œuf ainsi que neuf autres peuvent être téléchargés de Thingiverse (#4789144). Le rendu de l'objet ainsi que la scène ont été réalisés par Matthew Dalley en utilisant Blender (crédit : Matthew DALLEY et David DALLEY).

N° 170

Éditorial

Après le caniche infernal de la couverture de la *Gazette* de janvier, nous versons de nouveau dans le bestiaire monstrueux, avec cette fois un œuf extraterrestre baigné dans une atmosphère dantesque. Le bichon maléfique était de nature organique puisqu'il s'agissait d'un ballet de bactéries enthousiastes et grégaires ; là, l'œuf est un morceau d'une surface minimale triplement périodique.

Cette couverture est liée au premier article de mathématiques de cette *Gazette* automnale, article consacré aux étonnants liens entre symétrie et régularité des EDP. Cette promenade tranquille dans le jardin élégant du sujet nous fait retrouver Emmy Noether, incontournable pour son fameux théorème liant symétries et lois de conservation, mais également deux autres mathématiciennes, cette fois soviétiques, Olga Ladyjenskaïa et Nina Ouraltseva, coautrices d'un frappant théorème de régularité. Les fans de curiosités y trouveront un surprenant xi majuscule (j'ai réalisé que c'est l'unique lettre grecque non connexe, modulo peut-être le theta majuscule, de connexité ambiguë), ainsi qu'un $\ln \ln$, qui ne bat certes pas le $\ln \ln \ln \ln$ taoesque de la *Gazette* d'avril.

Le second article de mathématiques traite d'un problème très contemporain, l'apprentissage statistique, ou comment trouver une bonne façon automatique de discriminer des données brutes appartenant souvent à des espaces de grande dimension, comme reconnaître un caniche, satanique ou pas, sur une image. Il s'avère que ce problème est lié à l'optimisation, dont le sens de la vie consiste à minimiser des fonctions. Mais un simple minimum à approcher donne vite lieu à d'infern timers de calculs, et il faut ruser avec le diable. L'article présente des méthodes actuelles d'approximation, déterministes comme stochastiques. Amateurs et amateurs de grands problèmes ouverts, la conclusion de l'article et l'intelligence artificielle, obscurcie par le défaut de convexité, vous attendent.

L'optimisation stochastique est également au cœur d'un nouvel entretien passionnant de la *Gazette*, avec Nicole El Karoui. À travers son parcours, décrit avec précision et beaucoup de recul, l'histoire française des liens entre mathématiques des marchés financiers et probabilités théoriques

et universitaires prend vie. Les jeunes lectrices et lecteurs découvriront une époque où les probabilités n'étaient pas considérées comme d'authentiques mathématiques, et s'étonneront sans doute, étant donnée l'actuelle prédominance masculine chez les quants, que les mathématiques financières françaises soient nées de l'énergie et de l'audace de (au moins) quatre femmes, soumises à la fois au sexisme et à la condescendance de notre communauté vis-à-vis de ce domaine naissant.

Sexisme et communauté mathématique toujours, dans un dynamique article faisant le bilan des comités parité de nos laboratoires. On y trouvera, outre une synthèse bien menée des actions de ces comités, un historique et un panorama des actions parité, comme la fameuse et excellente liste *forum-parité* (inscrivez-y-vous!). L'auteur de l'article a contacté les référent·e·s qui portent, souvent solitairement, ces problèmes. Il a rassemblé les difficultés qu'elles et ils rencontrent. Quelques questions pour vous appâter : que faut-il vraiment penser de la fameuse « autocensure » des femmes, qui semblait jusque-là un pilier de la réflexion en parité ? Parmi les 43 UMR de l'INSMI combien ¹ n'ont pas de référent·e parité ? Quel est le pourcentage de femmes référentes parmi les 91 référent·e·s nationaux ? Quel événement fondateur pour la réflexion sur la parité s'est déroulé en 1992 ?

Notre INSMI national, qui est largement à l'origine de ces comités parité, présente dans ce numéro son bilan des quatre dernières années. Parmi les informations importantes, on remarquera que 6 des 7 séries des CRAS sont passées à Mathdoc/Mersenne, un grand pas pour la science ouverte. Par ailleurs, connaissez-vous l'inquiétant *plafond d'emploi* ? Avez-vous une idée du budget de l'INSMI ? Savez-vous ce que recouvre la paire de chiffres 0/12 concernant les directrices et directeurs de recherche nommés en 2021 ? Combien y a-t-il de demandes de délégation, et combien sont acceptées ? Qu'est-ce que la nouvelle *Chaire Audin* ? Le texte se termine par un bilan des conséquences du Covid sur nos vies de chercheuses et chercheurs, avec une très timide mention de la réduction écologiquement positive de nos déplacements. Très bien, mais à quand une véritable discussion quant à l'empreinte carbone de nos déplacements professionnels, encouragés explicitement par nos instances ?

La SMF publie quant à elle son rapport moral. On y trouvera par exemple son soutien à divers mathématicienne et mathématiciens poursuivis pour des raisons politiques, de l'Égyptienne Leila Soueif au Russe Azat Miftakhov, en passant par notre collègue Tuna Altinel, maintenant de retour en France. Côté parité, notons qu'il est maintenant acté officiellement que la *Gazette* va (enfin ?) changer son nom pour un titre plus inclusif. Le point

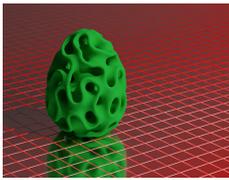
1. Vous aurez même des noms (d'UMR)!

est fait sur les très nombreuses activités de notre société savante préférée, allant des dons de livres pour le Burkina Faso aux conférences grand public (les connaissez-vous toutes ?) en passant par l'aide à l'APMEP pour son audition au Sénat, ou bien encore... le désherbage à la maison de la SMF au CIRM.

Dans un article parallèle, le président de la SMF présente la politique de cette société savante pour soutenir auprès du ministère et des rectorats les docteur·e·s ou doctorant·e·s agrégé·e·s qui sont menacé·e·s de devoir prendre un poste dans le secondaire, malgré un poste d'ATER ou un postdoc. Un autre article présente le bilan décennal dans l'académie de Toulouse de l'une des formidables actions de la SMF, MathC2+. On y verra des posters réalisés par des collégien·ne·s aux thèmes étonnants : isopérimétrie et produits de tresses. Un petit paragraphe concernant le taux de filles dans ces stages, décroissant avec les années d'étude, est très instructif et un peu déprimant.

Pour terminer, je souhaite la bienvenue dans le comité éditorial à Charlotte Hardouin, maître de conférences à Toulouse (IMT), ainsi qu'à Mikael de la Salle, directeur de recherche à Lyon (ICJ). Nos deux nouveaux membres ont profité dès leur premier comité du désormais légendaire pique-nique au Jardin du Luxembourg et de la traditionnelle glace d'un glacier avenue Soufflot dont je tairai le nom, deux temps qui, je l'avoue, me manquaient depuis le début de cette pandémie qui traîne en longueur. Au nom de toute l'équipe de la Gazette, je vous souhaite une bonne lecture.

Damien GAYET



N° 170

Sommaire

SMF	7
Mot du président	7
RAPPORT MORAL	9
	9
MATHÉMATIQUES	20
Symétries, lois de conservations et régularité elliptique – <i>P. LAURAIN</i>	20
Algorithmes Stochastiques pour l’Optimisation et Apprentissage Statistique – <i>F. BACH</i>	30
ENTRETIEN	37
Un entretien avec Nicole EL KAROU	37
PARITÉ	42
Pourquoi des Comités Parités dans tous les laboratoires INSMI? – <i>A. GUILLOUX</i>	42
TRIBUNE LIBRE	48
Pourquoi de nombreux mathématiciens ukrainiens n’assisteront pas au CIM en Russie	48
INFORMATION	50
Bilan de l’INSMI : 2017-2021	50
Journées de découverte Jeunes Talents Mathématiques – <i>J. AYMÈS</i>	60
Agrégé.e.s, doctorat, disponibilités et détachements : la SMF agit – <i>F. DURAND</i>	72
RÉTROVISEUR	76
CARNET	77
Pierre Molino – <i>C. ALBERT</i>	77
LIVRES	78



N° 170

Mot du président

Chères et chers collègues,

Je voudrais ne pas faire preuve de trop d'optimisme car il faut rester humble face à cette crise sanitaire. Néanmoins l'évolution semble favorable à un retour progressif vers une situation plus sereine en métropole. Il ne faut pourtant pas oublier les populations qui continuent de souffrir de cette vie. Plus de fraternité avec les pays qui ne sont pas en mesure d'offrir une couverture vaccinale à ces citoyens est plus que souhaitable.

Cette année sera festive espérons-le. En effet, tout d'abord le CIRM a fêté ses 40 ans les 13 et 14 octobre 2021. Puis ce sera au tour de la SMF de fêter ses 150 ans les 16-17-18 mars 2022 à l'IHP. Ces journées seront composées d'exposés de mathématiques et de tables rondes qui nous permettront de réfléchir ensemble aux actions de la SMF en matière de communication scientifique, de publication (notamment dans le cadre de la science ouverte), d'enseignement des mathématiques, des droits humains, et des actions à mener pour faire connaître les mathématiques sous toutes leurs formes auprès du grand public et des décideurs politiques et industriels. Chaque journée sera ponctuée par un spectacle ou une pièce de théâtre autour des mathématiques. Ainsi seront mis en valeur des acteurs et des diffuseurs de la culture scientifique si chers à la SMF. Réservez donc ces dates.

J'ai déjà parlé de nombreuses reprises du soutien que la SMF apporte aux doctorant.e.s et docteur.e.s agrégé.e.s dont la demande en détachement ou disponibilité est refusée. Je suis heureux que la SMAI à son tour intervienne en leur faveur. Cette initiative de la SMF, initiée par Marc Peigné et « industrialisée » par Stéphane Seuret, dépasse désormais le cadre des mathématiques puisque j'ai été contacté pendant l'été par un docteur en astrophysique (agrégé de mathématiques), un docteur en biochimie et l'Association des historiens contemporanéistes de l'enseignement supérieur et de la recherche. J'ai pu intervenir pour le premier cas et pour les deux autres je leur ai indiqué comment la SMF procédait. Mais sur ce thème une situation inédite est apparue cet été. Cela devrait vous intéresser car ce type d'événement pourrait se multiplier dans les années à venir. Deux

étudiants, agrégés en 2020, ont obtenu leur master recherche en juillet 2021 après avoir obtenu un report de stage d'agrégation pour l'année 2020-2021. Ces deux étudiants souhaitent poursuivre par une thèse mais faute de financement ils ont demandé, dans les temps, à leur académie de leur fournir un stage pour cette rentrée. Il leur a été répondu que faute d'un berceau de stages suffisant ils étaient mis en report de stage pour 2021-2022, et seront donc sans emploi au 1^{er} septembre 2021. Plusieurs personnes clés ont été sollicitées. Espérons qu'au moment où vous lisez ces lignes ces étudiants auront obtenu un stage. Cette situation semble être une conséquence de la réforme du bac et du volume de mathématiques à enseigner dans le secondaire qui a nettement chuté. Mais nous n'avons à ce jour pas suffisamment d'informations pour en être certain. Pour finir vous pourrez lire dans cette *Gazette* le rapport moral de la SMF pour l'année 2020. Vous y lirez comment la crise sanitaire a impacté l'activité de la SMF et vous constaterez que les équipes de la SMF sont restées très dynamiques, actives, et ont fait preuve d'une grande adaptabilité face aux événements que nous avons vécus. Cela nous permet de vous présenter un bilan dont nous sommes fiers. Nous espérons qu'il vous satisfera.

Bien à vous

Le 3 octobre 2021

Fabien DURAND, président de la SMF

1. Affaires générales

1.1 – Situation générale

L'année 2020 a été très particulière. La SMF a dû faire face et s'adapter aux circonstances provoquées par la pandémie de COVID-19.

D'un côté, et dès le début du confinement l'IHP a été fermé par Sorbonne Université et de l'autre l'accès au campus de Luminy ayant été très limité, la SMF a dû adapter son activité. Passage en télétravail pour l'ensemble du personnel et fermeture de la cellule de diffusion de Marseille impactant fortement la vente de livres.

De nombreux événements organisés tant par le CIRM (conférences, remises de prix, congrès, séminaires...) que par la SMF ont dû être annulés.

Néanmoins la SMF a continué de fonctionner.

Pour la première fois et conformément aux nouveaux statuts de 2019 le vote électronique a été mis en place pour les élections au Conseil d'Administration. Ce Conseil d'Administration a élu un nouveau président, Fabien Durand. Stéphane Seuret, président jusqu'alors, ne pouvait plus se représenter ayant déjà passé quatre années à la tête de la SMF, durée maximale autorisée par les statuts.

Stéphane a œuvré avec enthousiasme et détermination au bénéfice de la communauté mathématique menant à bien des projets complexes comme la refonte des structures informatiques de la SMF et l'agrandissement du CIRM. Il a profondément transformé la SMF permettant au nouveau président de travailler avec plus de sérénité. Qu'il en soit remercié très chaleureusement.

L'Assemblée Générale doit légalement se tenir en présentiel. Compte-tenu des circonstances, le gouvernement a autorisé que les Assemblées Générales des associations puissent avoir lieu en visioconférence, ce fut donc le cas cette année. Encore une première pour la SMF.

À partir de septembre la SMF a vu repartir significativement ses ventes et ses activités sans pour autant atteindre le niveau de 2019. Les quatre pre-

miers mois de 2021 sont néanmoins très encourageants car comparables, en termes d'adhésions, d'abonnements et d'achats de livres, aux années passées même si on observe une baisse des abonnements à nos revues.

Comme vous le verrez ci-après le CIRM a étoffé son offre en proposant de nouveaux formats de conférences. Ceci a permis de finir l'année plus sereinement. Rappelons au passage qu'après dix années passées à la tête du CIRM, P. Foulon a passé le relais à P. Hubert le 1^{er} septembre 2020. C'est à nouveau l'occasion de saluer le travail remarquable qu'il a accompli avec les équipes du CIRM au bénéfice de la communauté mathématique.

En fin d'année 2020, la SMF a organisé une campagne de dons en faveur du CIRM. À cette occasion, plus de 20 000 € ont été récoltés. Nous remercions ici chaleureusement les généreux donateurs.

Comme tous les ans au mois de juillet la SMF est intervenue auprès de différents rectorats afin de soutenir des demandes de recours de docteur.e.s agrégé.e.s à qui des détachements avaient été refusés. Les dix-huit soutiens demandés ont trouvé une issue favorable.

Cette année encore, la SMF a été active dans la vie de la communauté mathématique avec de nombreuses interventions, courriers et manifestes autour de l'enseignement et de la formation des enseignants, du financement de la recherche, des droits humains et des publications.

La SMF étend le spectre des publics concernés par ses activités de diffusion. Envisagé en 2019, la SMF a pu signer en 2020 une convention avec *Ani-math* et le Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports, pour la gestion du programme *MathC2+* qui propose des soutiens financiers pour organiser des stages en mathématiques pour les collégien.ne.s et lycéen.ne.s.

La SMF a également renouvelé une convention de partenariat avec le magazine *Tangente* autour du cycle « Un Texte, Un Mathématicien ». Une nouvelle initiative est venue étoffer cette collaboration. Il s'agit de ma « Thèse dans Tangente » : un.e doc-

teur.e fraîchement diplômé.e écrit un petit article pour le grand public décrivant le contenu mathématique de son travail de thèse. Le premier article est paru en mai 2021.

1.2 – Adhérents

Au 31 décembre 2020 la SMF comptait exactement 1800 adhérent.e.s. En 2019 elle en comptait 1841, 1783 en 2018, 1829 en 2017 et 1830 en 2016. L'année est si particulière que l'on peut considérer ce résultat comme très satisfaisant malgré la baisse.

Rappelons

- que la SMF n'a pas augmenté le montant des cotisations de ses adhérents depuis de nombreuses années ;
- que nos adhérents jouissent d'un accès électronique gratuit aux *exposés Bourbaki* ;
- que depuis quatre ans, les doctorant.e.s bénéficient de 3 années d'adhésion gratuite. En 2019 environ 125 doctorant.e.s avaient profité de cette opportunité. En 2020 ils étaient 185.

1.3 – Droits humains

L'année 2020 n'a pas été simple en matière de respect des droits humains pour certains de nos collègues mathématiciennes et mathématiciens.

La SMF, en collaboration avec la SMAI a poursuivi sa mobilisation pour soutenir notre collègue T. Altinel, enseignant-chercheur à l'université Claude Bernard Lyon 1 au sein de l'Institut Camille Jordan. Cela fait plus de deux ans que celui-ci est retenu en Turquie dans l'attente de la restitution de son passeport malgré son acquittement définitif dans son procès pour « propagande pour une organisation terroriste » en septembre 2020. Après avoir envoyé une lettre de soutien au tribunal administratif de Balikesir qui a statué en sa faveur fin janvier 2021, la SMF et la SMAI ont adressé fin avril 2021 une nouvelle lettre au tribunal administratif d'Izmir qui devra statuer sur la procédure d'appel à la demande de la préfecture.

Les sociétés savantes ont également été fortement mobilisées pour soutenir les collègues de Russie. Début janvier 2021, A. Miftakhov, doctorant en mathématiques à l'université d'état de Moscou, emprisonné depuis deux ans, a été condamné à six ans de prison par la cour de Moscou qui l'a déclaré coupable d'avoir cassé une vitre dans un bureau

du parti politique au pouvoir. La SMF et la SMAI ont envoyé une lettre au ministre de l'Europe et des Affaires étrangères demandant à ses services de mandater un représentant de l'ambassade de France au procès en appel. Fin février 2021, suite à l'arrestation de nombreux étudiants en mathématiques et du mathématicien A. Kuznetsov, professeur de l'académie des sciences de Russie, lors de manifestations pacifiques, elles ont également adressé une lettre au Président de la Fédération de Russie V. Poutine, pour demander leur libération immédiate et inconditionnelle et l'alerter sur la situation d'A. Miftakhov.

La SMF et la SMAI sont également intervenues en faveur de Laila Soueif, professeure d'Université au Caire, victime depuis de nombreuses années de la répression politique égyptienne envers elle et sa famille. Une lettre a été envoyée au Président de la République arabe d'Égypte, M. le Président Abdel Fattah El-Sisi, lui faisant part de leur vive préoccupation et demandant la libération de ses enfants et le rétablissement de leurs droits d'opinion, d'expression et de circulation.

1.4 – Parité

La SMF a été interpellée sur le manque de neutralité de genre du titre de sa publication à destination des adhérent.e.s : *Gazette des Mathématiciens*. La SMF en a pris acte et a enclenché le processus de modification de son titre. Celui-ci devrait changer courant 2021.

La représentativité féminine a été clairement améliorée au sein des comités de rédaction des revues. Dans les cycles de conférences, sur les 5 dernières années, la parité a été atteinte pour les conférenciers.

1.5 – Activités avec d'autres acteurs de la recherche et de l'enseignement

La SMF continue à travailler de concert avec les sociétés savantes (SMAI et SFDS) et les associations liées aux mathématiques (Animath, APMEP,...) et même avec elles de nombreuses actions qui seront décrites plus loin dans ce rapport moral.

Depuis 2018, la SMF collabore avec un collectif de sociétés savantes dont l'objectif est de porter la parole scientifique plus haut dans la vie politique française et les médias. D'abord intitulé la Société Savantes Académiques (SOCACAD), ce groupement

s'est constitué en association en ce début d'année 2021 s'appelant désormais le Collège des Sociétés Savantes Académiques de France (COSSAF). Elle regroupe 49 membres fondateurs au titre desquels la SMF.

La COSSAF n'a pas ménagé ses efforts concernant la « Loi de Programmation de la Recherche ». De nombreux textes de critiques constructives ont été écrits, diffusés dans différents médias et envoyés à des députés, sénateurs, dans des ministères ou au conseil d'État. Des amendements ont également été proposés.

Des représentants du COSSAF, dont la SMAI, la SFDs et la SMF ont été conviés le 27 juillet 2020 à échanger sur la LPR au ministère l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de l'Innovation.

La SMF s'est associée aux CNU 25 et CNU 26, ainsi qu'avec la SMAI et la SFDs, pour signer quelques textes d'alerte, notamment sur la suppression de la qualification ou bien sur la transparence des classements aux concours de chercheurs.

2. Conseil scientifique

Le Conseil scientifique a été renouvelé partiellement début 2019 : il a vu l'arrivée de G. Besson comme secrétaire (Géométrie, Grenoble), de J. Delon (Mathématiques appliquées, Paris Descartes) et de D. Picard (Probabilités, Paris Diderot) ainsi que le départ d'A. Desolneux, S. Jaffard et C. Prieur.

Plus récemment, c'est G. Giacomini, F. Pène et S. Salmon qui ont remplacé M.-C. Arnaud, V. Bonnaillie-Noël et J. Garnier.

Le fonctionnement du Conseil s'effectue essentiellement par courriel car aucune réunion n'a été possible depuis mars 2020. Nous échangeons régulièrement sur le renouvellement des membres des comités de rédaction avec l'objectif de développer une stratégie internationale. Un autre point d'attention est le montage de dossiers de candidatures par le Conseil scientifique et la SMF aux prix mathématiques internationaux. La SMF est souvent sollicitée et souhaiterait soutenir des candidats issus de l'ensemble de la communauté mathématique française, notamment en mettant en valeur des chercheuses et chercheurs dont les travaux n'ont pas encore la reconnaissance méritée. Enfin, en période normale le conseil scientifique de la SMF est appelé à se prononcer sur le parrainage des colloques lorsqu'il est souhaité par les organisateurs. Des critères simples, en particulier les questions liées à la pa-

rité, permettent de donner une réponse, positive ou négative, rapide. En 2020, aucune réunion physique annuelle n'a pas pu avoir lieu en raison du confinement, le travail du conseil a pu toutefois se poursuivre.

3. Le pôle de Luminy

3.1 – La maison de la SMF

Son rôle est de prendre en charge les publications de la SMF envoyées par les imprimeurs (réception, stockage, expédition, vente au numéro, lien entre le routeur et la SMF). Elle gère également l'envoi des exemplaires aux auteurs, à l'American Mathematical Society et s'occupe des réclamations.

La maison de la SMF travaille en étroite collaboration avec les secteurs des publications, des publicités et de la comptabilité.

Dans les circonstances habituelles, une présentation de la SMF est faite aux nouveaux congressistes du CIRM en début de semaine, avec un stand de vente des livres de la SMF chaque mardi et jeudi et contribue enfin à une présentation de qualité de nos ouvrages dans l'enceinte du CIRM. Néanmoins, depuis le printemps 2020, la situation sanitaire a réduit considérablement ce type d'activité en raison de l'annulation de nombreuses conférences et de la fermeture régulière du CIRM.

C. Munusami et M.-F. Koussémon n'ont pas ménagé leur peine pour rattraper le retard accumulé lors du premier confinement.

Un désherbage est effectué annuellement, conformément aux décisions prises en septembre 2016. En novembre 2020, un désherbage physique a été réalisé, ce qui n'avait pas été fait depuis 2016. À cette occasion, nous avons pu bénéficier de l'arrivée de L. Billal, étudiant en ingénierie des réseaux informatiques que nous avons recruté à l'automne 2020 et qui nous a apporté une aide précieuse.

Dans ce cadre, un effort a été fait pour effectuer des dons de livres à destination de pays en voie de développement. En particulier, des dons ont été organisés en faveur du Burkina Faso ainsi qu'en faveur de l'Association pour la Promotion Scientifique de l'Afrique (APSA). Toujours dans l'esprit du Développement durable et de la diffusion des connaissances mathématiques, la maison de la SMF a établi un lien avec le Service de Relations Internationales (RI) d'AMU afin d'assurer le traitement logistique (stockage, conditionnement, expédition) de leurs dons

de livres dans le cadre de leur coopération avec le Burkina Faso. Globalement, 1110 euros de dons en faveur de l'APSA et 3906 euros de dons en faveur du Burkina Faso ont été faits directement par la SMF. D'autre part, les dons du Service des RI d'AMU en faveur du Burkina Faso ont été traités par la maison de la SMF (frais de manutention et de port facturés 6000 euros).

Concernant l'infrastructure et l'organisation de la maison de la SMF, nous avons mis à profit les contraintes dues à la crise (télétravail) en renouvelant et modernisant le réseau informatique, le système de téléphonie, ainsi que le matériel informatique (ordinateurs, logiciels).

En juin 2020, S. Monniaux, vice-présidente de la SMF en charge de la cellule de diffusion, après deux ans de bons et loyaux services, a cédé sa place à S. Ballet. Merci Sylvie pour tout ce que tu as fait pour la maison de la SMF.

3.2 – CIRM 2020

Situation générale

Le CIRM a été très fortement affecté par la pandémie de Covid-19. En cette période difficile, il a bénéficié du soutien sans faille de la communauté mathématique ainsi que de ses tutelles (CNRS, AMU, SMF) qui ont débloqué des financements exceptionnels. La subvention du MESRI, des collectivités locales (Région Sud, ville de Marseille) ainsi que le soutien du labex CARMIN et de l'institut ARCHIMÈDE ont aussi permis au CIRM de créer un mode de fonctionnement totalement nouveau. Cette adaptation face à une situation sans précédent n'aurait pas été possible sans un investissement de tous les instants de la part de l'équipe du CIRM.

Bilan des activités scientifiques 2020

De nombreux événements ont été annulés, le CIRM a été fermé plusieurs fois suite aux différentes annonces gouvernementales. Il a néanmoins su très vite transformer son activité et mettre en place, dès le premier confinement des conférences en ligne et hybrides. La réponse à la crise sanitaire a permis de continuer une activité scientifique malgré la situation et a montré la réactivité du CIRM. Dans le monde, le CIRM est un des centres de rencontres mathématiques qui a été le plus actif en 2020.

Voici un bilan chiffré des activités de l'année.

- Annulation : 72 événements annulés (26 conférences et écoles, 1 session de longue durée, 1 programme pluri-annuel, 27 workshops, 1 programme interface, 16 recherches en résidence), 3036 participant.e.s ne sont pas venu.e.s.
- 17 reports en 2021.
- Événements maintenus : 12 conférences et écoles, 1 session de longue durée, 2 programmes pluri-annuels, 9 workshops, 9 recherches en résidence. 1257 participant.e.s présent.e.s et 545 en distanciel.
- Événements virtuels : 6 conférences et écoles, 1 programme pluri-annuel, 3 workshops. 1304 participant.e.s à distance.

Les événements virtuels ou hybrides permettent de toucher des collègues de pays très défavorisés qui ne viennent généralement pas au CIRM.

La Chaire Jean-Morlet¹. La Chaire Morlet a aussi été extrêmement affectée par la crise sanitaire. Néanmoins la plupart des événements ont eu lieu en ligne. Jorge Pereira (IMPA, Rio de Janeiro) et Robert Tichy (TU Graz) ont fait un travail extraordinaire pour maintenir une activité scientifique de grande qualité malgré la situation très difficile. Jorge Pereira a été le premier à organiser une conférence virtuelle et a rapporté son expérience dans un entretien émouvant au bureau du CNRS de Rio de Janeiro².

LabEx CARMIN et ARCHIMEDE. Cette année, l'institut ARCHIMEDE a soutenu financièrement une conférence, le mois thématique et un workshop. Le LabEx CARMIN a quant à lui participé au financement d'une école CIRM-IHP, du mois thématique et à la réalisation audiovisuelle.

Actions exceptionnelles

Transformation numérique. 2020 a permis au CIRM d'accélérer sa transformation numérique. En s'appuyant notamment sur l'infrastructure audiovisuelle installée dans le cadre du projet 2R-CIRM, il a pu déployer un nouvel écosystème informatique et audiovisuel afin de répondre rapidement aux nouvelles exigences de communication induites par la crise sanitaire. Le CIRM a ainsi acquis de nouvelles

1. www.chairejeanmorlet.com

2. <https://www.cnrrio.org/newsletter/numero-8-decembre-2020/entretien-avec-jorge-vitorio-pereira/>

compétences, intégré de nouvelles solutions à son offre. Ces nouveaux services font désormais partie de son quotidien, de sa façon de faire, de son identité. Ils ancrent le CIRM dans une démarche éco-responsable et durable. Concrètement :

- 4 salles sont désormais capables d'accueillir des conférences hybrides ;
- Installation dans toutes les salles d'un système vidéo en IP, de qualité broadcast ;
- système de visio conférence Big Blue Button dans toutes les salles ;
- réseau et matériel vidéo et informatique up-gradés, nouveau cœur de réseau pour diffuser le réseau vidéo ;
- évolution du réseau au 10 Gigas pour supporter les exigences de ce nouvel écosystème et permettre une connexion solide.

Le nombre de vues et d'abonnés sur la chaîne Youtube du CIRM a explosé dès le premier confinement, la bibliothèque audiovisuelle s'est bien enrichie (plus de 1700 vidéos).

Travaux. Le CIRM a aussi profité des périodes de confinement pour effectuer des travaux importants de rénovation qui sont difficiles à réaliser en temps normal. L'amphi gradiné a été entièrement rénové, le sol de la bibliothèque a été remis à neuf, des travaux de finition ont été effectués dans le nouveau bâtiment. Ces travaux ont été rendus possibles grâce à une subvention exceptionnelle de l'INSMI.

Ressources humaines. Enfin, l'équipe du CIRM a connu de nombreux changements. Au delà de l'arrivée d'un nouveau directeur, l'équipe technique a été entièrement renouvelée (un personnel CNRS et un personnel SMF ont été recrutés), la cellule informatique s'est aussi transformée avec le départ de deux personnels CNRS et l'arrivée d'un personnel SMF.

En conclusion, si l'activité du CIRM a été directement impactée par la pandémie, la réponse à la crise sanitaire a permis l'accélération de sa transformation numérique et la réhabilitation d'une partie de son patrimoine. Le CIRM a maintenant toutes les capacités pour organiser des conférences virtuelles et hybrides.

4. Secteur grand public

Conférences publiques. La crise sanitaire a empêché la tenue de nos événements publics sous le format habituel. Après avoir laissé passer une rentrée dominée par l'incertitude, il a été décidé de garantir nos événements en assurant au minimum une diffusion en direct avec animatrice et tchat.³ Le public (suivant la diffusion en direct) a systématiquement été un peu plus nombreux que le public usuel et certainement différent, au moins géographiquement. Ce minimum a coïncidé avec le maximum : les mesures sanitaires n'ont pas permis d'avoir même une partie du public présente.

Chacun de nos cycles a pu offrir à son public spécifique une partie au moins du programme prévu :

- « Un texte, un mathématicien » a offert aux lycéennes et lycéens trois des quatre conférences⁴ prévues ;
- « Une question, un chercheur », à l'intention des étudiants de licences et de classes préparatoires, a bien eu lieu dans sa partie mathématique ;⁵
- « Mathématiques étonnantes », le récent cycle destiné aux étudiants en fin de licences, enseignants du secondaire et autres collègues non mathématiciens, a donné lieu à une conférence (au lieu des quatre habituelles)⁶.

Les conférences « Un texte, un mathématicien » ont eu lieu à partir du grand auditorium de la BNF, tandis que les autres ont dû être entièrement virtualisées.

Journées diverses. La SMF a participé aux journées nationales de l'APMEP ainsi qu'au *Forum Emploi Math* sous la forme d'un stand virtuel permettant de discuter avec les collègues ou les étudiants lors de ces événements forcés à se replier en ligne par la crise sanitaire. Le salon de l'ONISEP a été annulé en présentiel.

Notre Société participe au *Salon international de la culture et des jeux mathématiques* : nous y tenons un stand avec les autres sociétés savantes mais surtout nous participons à son pilotage par *Animath* en tant que membre du consortium créé en 2019. L'édition 2021, prévue dans un format combinant le salon habituel et des animations en ligne,

3. Cette diffusion a été rendue possible grâce au soutien technique d'*Animath*.

4. Les orateurs étaient : J. Delon, V. Beffara et P. Popescu-Pampu. La dernière conférence a été empêchée par le déplacement inopiné des vacances de printemps.

5. Le programme mathématique consistait en une conférence de C. Demarche tandis que la conférence de physique a été annulée.

6. Les orateurs de cette conférence en duo étaient B. Maury et S. Bayat (pneumologue).

se tiendra finalement purement en ligne encore en 2021.

La *journée Sciences et médias* co-organisée avec plusieurs sociétés savantes et l'AJSP⁷ a finalement eu lieu fin janvier (thème : représentation des femmes scientifiques dans les médias) avec public à distance.

Préparation des 150 ans de la SMF. La SMF aura 150 ans en 2022. Il a été décidé de fêter cet anniversaire en organisant un colloque du 16 au 18 mars 2022. Il aura lieu à l'Institut Henri Poincaré qui héberge notre société depuis plus de cinquante ans. Un comité scientifique et un comité d'organisation ont été mis en place. Le programme est en cours de construction. La publication de courts articles historiques a commencé dans la *Gazette* sous l'impulsion d'Hélène Gispert et Christophe Eckes.

5. Rencontres, colloques et concours SMF Junior

Congrès SMF. À cause de la situation sanitaire, le 3^e congrès SMF, initialement prévu à Nancy du 25 au 29 mai 2020, a été reporté à l'automne 2020, puis définitivement annulé.

Congrès joint AMS-EMS-SMF. Ce congrès, initialement prévu du 5 au 9 juillet 2021 à Grenoble, a été reporté d'un an. Si la situation sanitaire le permet, il aura lieu du 18 au 22 juillet 2022⁸.

Semaines CIRM-SMF et États de la Recherche. Étaient prévus en 2020 trois états de la recherche SMF.

Le premier, organisé dans le cadre du mois thématique « Mathematical issues in biology » a bien eu lieu du 3 au 6 février, au CIRM (organisateurs : F. Hamel, F. Hubert, É. Pardoux et P. Pudlo).

Le deuxième, portant sur la théorie du contrôle et les problèmes inverses et organisé par F. Boyer, J. Dardé, S. Ervedoza et J. Royer aurait dû avoir lieu du 15 au 19 juin à Toulouse, mais a été annulé en raison de la crise sanitaire.

Le troisième, bénéficiant du label « semaine CIRM-SMF » a eu lieu en version hybride du 5 au 9 octobre

2020 (avec un taux important de participants présents au CIRM). Il était organisé par D. Gaboriau, C. Houdayer, N.G. Szöke et R. Tessera.

Aucun événement de type états de la recherche SMF n'aura lieu en 2021. On espère pouvoir reprendre la programmation en 2022.

Concours SMF junior. La troisième édition du concours SMF junior a eu lieu du 22 au 31 octobre 2020. Pour rappel, il s'agit d'un concours de mathématiques s'adressant aux étudiants de niveau Licence ou Master qui a pour but de promouvoir la recherche en mathématiques, et d'offrir aux étudiants l'occasion d'un événement fédérateur et divertissant.

Les candidats doivent concourir par équipe de 3 (au plus) et résoudre 10 problèmes en 10 jours, portant sur les 10 domaines suivants : algèbre, analyse, combinatoire, géométrie, modélisation, probabilités, systèmes dynamiques, théorie de la mesure, théorie des nombres et cryptographie, topologie.

Pour cette troisième édition, le comité d'organisation était constitué de F. Santambrogio (président), P. Baumann, J. Buzzi, R. Danchin, B. de Tilière et M. Paicu. Le jury, réuni en visio-conférence le 30 novembre, a décidé d'attribuer sept prix : quatre prix (dont deux troisièmes prix ex aequo) sur la base du total des points obtenus, et trois prix spéciaux pour les équipes ayant proposé une solution particulièrement élégante ou originale à l'un des problèmes.

En raison de la crise sanitaire, la cérémonie de remise des prix a été reportée en mars puis en juin 2021. En cas de nouvel empêchement, les prix seront remis à distance.

6. Enseignement

La SMF est membre de la CFEM⁹. Elle travaille en collaboration avec l'APMEP¹⁰.

Cette année a été surtout marquée par les conditions d'enseignement à distance et les conditions d'études des étudiants, et celle de la formation des enseignants. La question de la réforme du Lycée est également essentielle cette année, en raison de l'arrivée à l'université de la première cohorte d'étudiant avec le nouveau système. On peut également

7. L'association des journalistes scientifiques de la presse d'information.

8. Détails sur <https://smf.emath.fr/evenements-smf/congres-joint-ams-smf-ems-grenoble>

9. Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques.

10. Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

noter la publication cette année des résultats TIMMS qui placent les élèves français parmi les plus faibles des pays concernés.

- **Fonctionnement de la commission enseignement** : elle s’est réunie une seule fois le 9 février 2021. De nombreux échanges ont eu lieu par courriel.
- **Renouvellements** : 2 membres sont à renouveler en septembre 2021 pour remplacer les prochains départs prévus en juin : J. Michel (contact ADIREM) et J.-A. Weil. Un membre sera à renouveler en septembre 2022, pour remplacer le départ de L. Nyssen en juin 2022.
- **Événements** : pas d’organisation d’événement cette année.
- **Agrégation** : réunion avec le directoire du jury de l’agrégation en octobre 2020, organisée par la SMF et la SMAI. Elle a eu lieu en ligne. On retient une relative satisfaction du jury sur l’ajustement du barème de l’écrit pour compenser l’absence d’oral. À noter également la très faible proportion de femmes dans les reçus cette année comparée aux années précédentes. Pour l’année 2021, les oraux devaient avoir lieu mais sans mise à disposition de la bibliothèque. Peu d’information officielle circule à ce sujet suscitant l’inquiétude chez les candidats.
- **Réforme de la formation des enseignants** : participation à la rédaction d’un texte conjoint publié par la CFEM au sujet des dispositifs pré-professionnalisants AED qui sont de nature à surcharger significativement les étudiants en M1, mettant en danger leur réussite au master.
- **Réforme du CAPES, liste débat-meef** : suite à la réforme de la formation initiale et du concours du CAPES, la SMF a créé en 2019 une liste de référents des masters MEEF Maths qui est très active. Après les publications des sujets zéros du CAPES 2022, un groupe de travail s’est constitué pour travailler sur l’écrit 2. La réflexion sur les contenus des épreuves se poursuit. Beaucoup de réactions au sujet de l’élaboration des maquettes dans des conditions très compliquées, encore aggravées par les conditions sanitaires.
- **Audition au Sénat de l’APMEP** : participation à la préparation de l’audition au Sénat par l’APMEP sur les questions liées aux problèmes de recrutement d’enseignants en sciences (audition du 23 mars 2021).
- **Enseignement supérieur, enseignement à**

distance : plusieurs tribunes ont été rédigées en réaction aux décisions liées au confinement, pour le maintien d’un accès équitable des étudiants aux lieux d’enseignement (2 prises de position de la SMF les 9/11 et 5/12/2020); le second texte a été soutenu par plusieurs autres sociétés savantes.

- **Réforme du lycée** : publication d’un communiqué sur le choix des options en Première et Terminale au lycée et l’évolution des effectifs de lycéens poursuivant un enseignement de maths (texte de Fabrice Vandebrouck).
- **Résultats TIMMS** : les élèves français ont été évalués en fin de CM1 et en 4^e, ils sont les avant-derniers du classement international des pays participants. Deux interviews ont été réalisées en lien avec le sujet (*Le Monde* et *Les Échos*), dont 1 publiée dans *Les Échos*.
- **Projet en cours** : rédaction d’une réflexion sur la formation des élèves en mathématiques, suite aux publications des évaluations TIMMS et de la baisse des effectifs de lycéens conservant un enseignement de maths.
- **Publication de la brochure Zoom** : après le travail initié par la SMAI auquel la SMF avait participé avec la SFDS et la SIF, la nouvelle brochure *Zoom* sur les métiers des mathématiques, de la statistique et de l’informatique est parue.

7. Publications

La SMF gère 9 revues internationales et collections de livres. Elle prend en charge l’ensemble du processus de publication, depuis la soumission, l’édition d’épreuves, jusqu’à la diffusion dans le monde entier. La SMF développe également des politiques adaptées à la transformation numérique du monde des publications scientifiques. Rappelons que la SMF, maison d’édition indépendante, ne bénéficie d’aucun soutien financier récurrent de la part d’une institution ou d’une société privée pour cette activité.

7.1 – Bilan de l’année

Grâce à l’implication des deux responsables du suivi éditorial des publications, O. Boubakeur pour la plupart des revues et M.-F. Koussémon pour les *Annales Scientifiques de l’ÉNS*, et grâce aux nouvelles procédures mises en place (planification, calendrier de production,...), nos publications sont glo-

blement sorties sans retard en 2020. Toutefois, le planning reste extrêmement serré et il convient de rester vigilant pour que cette situation perdure.

La crise sanitaire a bien évidemment impacté l'activité publications de la SMF. Les abonnements étant souscrits pour la plupart avant le mois de mars, ils n'ont pas eu à souffrir de cette crise, et comme depuis plusieurs années maintenant, on constate une relative stabilité des abonnements électroniques et une diminution des abonnements papier. En revanche, le volume des livres vendus est sensiblement en baisse. Plusieurs facteurs expliquent ceci. D'une part, presque aucun livre n'a été vendu au cours du premier confinement. Ensuite, le report ou l'annulation de nombreuses conférences au CIRM a réduit mécaniquement les ventes réalisées par la cellule de Marseille. Enfin, la SMF n'a publié que deux nouveaux livres en 2020, et une part importante de nos ventes est réalisée par les nouveautés.

Un travail important a été fait concernant nos tarifs d'abonnement. L'augmentation très importante des frais de port et, dans une moindre mesure, des frais d'impression, a fait que les prix des suppléments papiers et des frais d'envoi facturés à nos clients étaient sous-évalués. Nous avons donc continué, pour les tarifs 2022 (décidés en mars 2021), un rééquilibrage de nos tarifs, avec une quasi-stabilité du tarif des abonnements électroniques et une hausse substantielle du tarif des suppléments papiers et des frais d'envoi, hausse différenciée suivant la revue concernée.

Un événement très important pour les publications de la SMF est la signature d'une licence nationale avec le CNRS-INSMI-RNBM concernant l'accès électronique à *Astérisque* sur la période 2021-2025. Cette licence, qui reprend essentiellement les termes de la licence en cours 2020-2022 portant sur les autres revues de la SMF, permet l'accès électronique à *Astérisque* à toutes les structures de recherche affiliées à l'INSMI. Par sa durée, elle offre une grande visibilité à la SMF pour les années futures.

Le travail de renouvellement des comités éditoriaux s'est poursuivi, avec notamment un fort renouvellement du comité du *Bulletin/Mémoires*, de *Panoramas et Synthèse*, et de la *Revue d'Histoire des Mathématiques*. La SMF remercie vivement les membres actuels et passés des comités de rédaction pour la qualité de leur travail, et leur implication. Afin de faciliter le travail de ses comités, la SMF a procédé au changement de son logiciel de base

éditoriale. Le logiciel précédent manquait de fonctionnalités indispensables, et son fonctionnement, trop dépendant des serveurs de l'IHP, n'était plus garanti toute l'année. Le choix du nouveau logiciel s'est porté sur Editflow, mis à disposition par l'éditeur Mathematical Sciences Publishers, logiciel très utilisé dans le monde de l'édition mathématique (c'est par exemple le logiciel utilisé par l'AMS). Sa facilité d'emploi est appréciée par les membres de nos comités.

Nous avons au cours de l'année passée mis fin au contrat qui nous liait à Springer concernant la copublication des livres issus de la chaire Jean Morlet du CIRM, contrat qui nous était très défavorable. Grâce au travail de P. Hubert, directeur du CIRM, et de Bertrand Rémy, directeur du comité éditorial de *Panoramas et Synthèses*, les prochains livres publiés dans ce cadre le seront dans une sous-collection de *Panoramas et Synthèses*. Un travail est en cours avec une graphiste pour une refonte légère de la couverture et pour intégrer au mieux cette sous-collection.

La dernière réalisation pour l'année en cours concerne la signature d'un consentement à publier pour les articles parus dans les revues de la SMF. Rappelons que, jusqu'à présent, la SMF ne faisait rien signer aux auteurs, ce qui ne protégeait ni les auteurs, ni la SMF. Nous avons fait appel à une juriste afin de nous aider à écrire un consentement à publier, qui à la fois respecte la loi, et notamment le plan S, respecte nos convictions (ouverture vers l'Open Access), et protège les auteurs. Ce consentement à publier est en cours de déploiement sur le site internet de la SMF.

7.2 – Projets en cours et à venir

La SMF a décidé de s'inscrire dans le mouvement général vers la « Science Ouverte ». Elle réfléchit à ses modes de diffusion, dans le but d'avoir une diffusion la plus ouverte possible de ses collections sans mettre en danger sa situation financière et l'emploi de ses salariés. Ainsi, la SMF souhaite ouvrir ses collections *Cours Spécialisés* et *Panoramas et Synthèses*. Les livres papier seront toujours vendus, mais les versions électroniques seront disponibles, dès publication, sur le site internet de la SMF. Cela implique bien sûr d'inventer un nouveau modèle économique et de trouver des financements, à la fois pour la mise en place de cette initiative (par exemple, pour couvrir les frais de rétronumérisation) et pour sa pérennité. Le projet que nous avons

déposé l'an passé à l'appel d'offres du Fonds National pour la Science Ouverte a été rejeté; nous l'avons modifié en tenant compte des remarques faites par le rapporteur, et nous l'avons déposé à nouveau cette année.

Les deux autres projets importants sont plus techniques : ils concernent la gestion des DOI (Digital Object Identifier) et les classes éditoriales de la SMF. Les DOI permettent l'identification unique de nos articles. Leur gestion à la SMF est pour le moment artisanale, et dépend trop du travail bénévole d'une personne. Nous réfléchissons à la mise en place d'une procédure automatisée par récupération des méta-données ou bien sur le site web, ou bien lors de la phase de compilation des fichiers sources \LaTeX . Il faudrait pour cela modifier nos classes \LaTeX , comme cela a déjà été fait pour le *Bulletin*. Ce sont des compétences qui ne sont pas faciles à trouver.

8. Rapport financier année 2020

Les deux faits marquants de l'exercice 2020 sont

- d'une part le changement des normes comptables pour les associations, qui modifie la présentation des comptes et rend la comparaison avec les comptes des années précédentes plus compliquée;
- d'autre part, la crise sanitaire qui impacte significativement les comptes de résultat 2020. Les produits d'exploitation, en particulier du CIRM, connaissent une baisse très importante (-1242 k€ soit -53%) due à l'annulation de nombreuses conférences. Les charges diminuent également fortement pour les mêmes raisons et grâce à la mise en place du chômage partiel pendant certaines périodes de l'année, et par la flexibilité apportée par le recours au sous-traitant EUREST.

Pour l'année 2020, l'ensemble SMF-CIRM affiche un résultat net comptable de -85 k€. Pour comparaison, le résultat net 2019 était de +107 k€.

Le total des ventes de biens et services s'élève à 1181 k€ pour 2020 dont 499 k€ de chiffre d'affaires pour la SMF et 682 k€ pour le CIRM. Pour comparaison, le chiffre d'affaires était de 2469 k€ en 2019 dont 537 k€ de chiffre d'affaires pour la SMF et 1932 k€ pour le CIRM.

Les paragraphes qui suivent sont destinés à présenter de manière plus détaillée les finances des

activités de la SMF, puis celles des activités du CIRM de manière plus globale.

8.1 – La SMF

La vocation de la SMF est de mener à bien des missions que nous répartissons en trois catégories :

- assurer des services aux membres;
- produire, vendre et diffuser des livres et des revues;
- communiquer sur les mathématiques auprès du grand public.

Le total des produits s'élève à 800 k€ (867 k€ en 2019) :

- les produits d'exploitation totalisent 799 k€ (847 k€ en 2019), dont des ventes de biens et services pour 499 k€ hors cotisations (contre 537 k€ en 2019). Les cotisations passent de 86 k€ en 2019 à 80 k€ en 2020;
- auxquels s'ajoute 1 k€ de produit financier.

Le total des ventes est de 499 k€ (contre 535 k€ en 2019), le total des cotisations est de 80 k€ (contre 86 k€ en 2019) et le montant total des subventions est de 16 k€ (contre 18 k€ à 2019). Le total des charges est de 813 k€ (881 k€ en 2019).

La SMF présente un résultat négatif de 13,4 k€ en 2020. En 2019, ce résultat était négatif de 14,7 k€. Dans la suite, nous détaillons ces comptes poste par poste.

Produits d'exploitation et produits financiers

1. *Ventes de revues et de livres.* Le montant global est de 453 k€, contre 455 k€ en 2019.
2. *Cotisations.* Le montant global est de 80 k€, contre 86 k€ en 2019. Ce montant a à nouveau légèrement baissé par rapport à 2019; l'arrêt de l'érosion des cotisations constatée en 2019 ne se confirme pas en 2020.
3. *Subventions.* La SMF a touché 16 k€ de subventions de l'INSMI (18 k€ en 2019).
4. *Recettes diverses.* Le montant global est de 51,8 k€, contre 79,8 k€ en 2019; ces recettes proviennent de la facturation des frais de ports et de refacturations variées pour des actions avec des associations partenaires (sociétés savantes, *Animath*...). La baisse la plus significative est enregistrée dans le produit des activités annexes, consécutif à des frais refacturés au CIRM en $n - 1$.

5. *Transfert de charges.* Cela correspond au reversement des salaires des personnels du CIRM détachés à la SMF et d'autres charges du CIRM. Le montant global est de 151 k€ contre 181 k€ en 2019. La mise en chômage partiel du personnel SMF affecté au CIRM explique en partie que le transfert de charges est moins important cette année.
6. *Produits financiers.* Ces produits correspondent à la rémunération des fonds placés. Le montant global est de 1 k€, en baisse par rapport à 2019 (2,5 k€). Cette variation est due à la baisse du taux de rémunération des livrets de la SMF.
7. *Variation de stocks.* La production stockée sur l'exercice s'élève à -6 k€, en diminution par rapport à 2019 (+17,5 k€).
8. *Vie de l'Association.* Cette ligne inclut les soutiens aux opérations scientifiques, les frais de déplacement, et divers « frais de mission ». Le montant global est de 7,2 k€, contre 15,2 k€ en 2019.
9. *Entretien, réparation, maintenance.* Le montant global est de 56,2 k€, contre 37,4 k€ en 2019. Le nouveau site web de la SMF nécessite le développement de nouvelles fonctionnalités, et il y a eu des coûts de mise à jour du logiciel Sage, ce qui explique l'augmentation des coûts de maintenance informatique.
10. *Dépenses diverses.* Cette « ligne » inclut entre autres la sous-traitance générale (9,4 k€), la publicité (60 €), la formation (10 k€).
11. *Amortissements sur immobilisations.* Cela correspond pour l'essentiel à l'amortissement du site internet (130 k€ amortis sur 5 ans, soit un amortissement de 26 k€ chaque année). Le montant global est de 45 k€ contre 45,9 k€ en 2019.

Charges d'exploitation

1. *Masse salariale.* Le montant des salaires et indemnités hors charges de l'ensemble du personnel (SMF + CIRM) est de 300 k€, contre 312 k€ en 2019. Il faut ajouter 85,2 k€ de charges (109 k€ en 2019). Le total s'élève à 385 k€. À noter le versement de 26,9 k€ de chômage partiel.
2. *Frais de fabrication et composition.* Le montant global des dépenses de fabrication et composition des revues et collections est de 136 k€ (145 k€ en 2019). Tous ouvrages confondus, les frais de fabrication s'élèvent à 93 k€, contre 108 k€ en 2019. Les frais de composition sont de 43 k€, contre 37 k€ en 2019.
3. *Honoraires, assurances, loyers.* Les honoraires pour le commissaire aux comptes et l'expert comptable s'élèvent à 20,4 k€, les frais d'assurances sont de 1,9 k€, et les loyers versés à l'IHP et à Luminy représentent 16,6 k€.
4. *Affranchissements et routage.* Tous envois confondus, le montant global des affranchissements est de 76 k€, contre 77,5 k€ en 2019.
5. *Impôts et taxes.* Ce poste est de 17,8 k€, contre 12,9 k€ en 2019, dont 4,1 k€ correspondent à la taxe sur les salaires.
6. *Frais bancaires et téléphone.* Le montant global est de 5,4 k€.
7. *Achat de fournitures.* Il y a eu 7,3 k€ d'achats de fournitures contre 6,7 k€ en 2019.
12. *Provisions diverses.* Le montant total est de 0,9 k€, contre 0,4 k€ en 2019, ce qui correspond à des factures impayées.
13. *Dépréciation du stock.* Aucune dépréciation du stock n'a été réalisée sur l'exercice.

8.2 – Le CIRM

Depuis 2000, le CIRM est une Unité Mixte de Service placée sous la responsabilité conjointe du CNRS-INSMI et de la SMF. Une convention signée le 7 décembre 2010 a eu pour objet de fixer la répartition des domaines d'intervention entre l'unité CNRS et la SMF : par l'intermédiaire du CNRS, le CIRM apporte le contenu scientifique des rencontres mathématiques. Par ailleurs le CIRM confie à la SMF l'organisation et la gestion des rencontres mathématiques.

L'exercice 2020 du CIRM est déficitaire de 72 k€, il était excédentaire de 122 k€ en 2019. L'année 2020 est marquée par la pandémie de Covid et la situation sanitaire. Le CIRM enregistre une baisse significative de son activité due à l'annulation de nombreuses conférences et à sa fermeture pendant le confinement. Ceci impacte très significativement les ventes ainsi que les charges d'exploitation, en particulier de restauration et d'hôtellerie (baisse de l'ordre de 58% des charges facturées par EU-REST). Le CIRM a progressivement mis en place des rencontres en visioconférence au cours de l'année 2020 pour conserver une activité, servir la communauté et pallier les annulations des rencontres

en présence. Le CNRS a pris en charge des travaux d'entretien et de réparation des bâtiments.

Les produits d'exploitation s'élèvent à 1109 k€ en 2020 (contre 2357 k€ en 2019), auxquels il faut rajouter 1 k€ de produits financiers (1,5 k€ en 2019) et 114 k€ de « produits exceptionnels » (132 k€ en 2019). Ces produits dits exceptionnels, correspondent à l'étalement des subventions d'investissement perçues lors de précédents travaux et investissements au CIRIM. Une campagne de dons a été menée par la SMF pour aider le CIRIM ; ces ressources représentent 20 k€.

Les produits comprennent à la fois des ressources propres, 682 k€ de ventes (1 932 k€ en 2019) ainsi que des subventions de différents organismes (MENESR, Aix-Marseille université, Conseil Régional, Ville de Marseille) s'élevant à 403 k€ (420

k€ en 2019). La baisse d'activité est de l'ordre de 65 %.

Les charges d'exploitation s'élèvent à 1293 k€ en 2020 contre 2367 k€ en 2019.

8.3 – Conclusion

L'ensemble CIRIM-SMF affiche un résultat négatif de 85 k€, contre un résultat positif de 107 k€ en 2019. La SMF et le CIRIM sont respectivement déficitaires de 13 k€ et 72 k€.

Il est clair que la pandémie de Covid a eu un impact significatif sur l'activité de la SMF, en particulier sur le site du CIRIM durement affecté dans son activité. Il est difficile d'évaluer l'impact que la pandémie aura à nouveau sur l'exercice 2021.

Ce rapport moral se veut le bilan de l'ensemble des activités au sein de la SMF depuis un an. Le personnel de la SMF et de très nombreux bénévoles y ont contribué, nous les remercions tous : membres du Bureau, du Conseil d'administration et du Conseil scientifique de la SMF, directeurs et membres des comités de rédaction, ainsi que tous ceux qui interviennent, ponctuellement ou plus régulièrement, et qui offrent leurs compétences sans compter leur temps avec une très grande générosité.

Ce rapport a été rédigé par S. Ballet, F. Bayart, G. Besson, H. Biermé, J. Buzzi, R. Danchin, D. Dos Santos Ferreira, F. Durand, D. Gayet, P. Hubert, M. Puel, avec l'aide de S. Albin, O. Boubakeur, M.-F. Koussémon, C. Munusami, E. Iket et C. Ropartz. Remercions enfin F. Petit pour sa relecture attentive (de ce rapport mais aussi des épreuves de la Gazette et autres textes tout au long de l'année).



Symétries, lois de conservations et régularité elliptique

• P. LAURAIN

Introduction

Le but de ce texte est d'illustrer comment les symétries d'une équation aux dérivées partielles entraînent la régularité de ses solutions. Par symétrie on entend l'existence d'un groupe de transformations géométriques (sur l'espace de départ ou d'arrivée) qui, lorsqu'on le fait agir sur une solution de l'équation, redonne une solution de cette même équation. Par exemple, si notre équation ne fait intervenir que des dérivées radiales alors on peut précomposer toute solution par une rotation, on obtiendra encore une solution. De plus, comme nous le verrons notamment à travers le théorème de Noether, cette invariance par symétrie induit une symétrie de l'équation elle-même.

Mais commençons avec un exemple élémentaire afin d'appréhender les questions de régularité. On considère l'équation aux dérivées ordinaires

$$\frac{d^2 u}{dt^2}(t) = f(t) \text{ sur } [0, 1].$$

Si f est C^0 alors u est C^2 , en d'autres termes u est plus régulière que la donnée f et on dit qu'on gagne deux dérivées. Ceci reste également vrai dans des espaces plus faibles. En effet, si $f \in L^p$ alors $\frac{d^2 u}{dt^2} \in L^p$. Dans ce cas, d'après l'inégalité de Hölder, u est hölderienne :

$$\left| \frac{du}{dt}(x) - \frac{du}{dt}(y) \right| = \left| \int_x^y f(t) dt \right| \leq \left| \int_x^y |f(t)|^p dt \right|^{1/p} |x - y|^{p-1/p},$$

1. Il s'agit d'une classe d'équations dont le terme principal est de la forme $\sum_{ij} a_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}$, où a_{ij} est symétrique définie positive, le laplacien étant l'exemple canonique.

c'est-à-dire $\frac{du}{dt} \in C^{0, \frac{p-1}{p}}$ et donc $u \in C^{1, \frac{p-1}{p}}$. Ici le facteur limitant à la régularité est évidemment la régularité de f , mais que se passe-t-il dans le cas d'une équation dont les dérivées de u dépendent de u lui-même? Évidemment le cas linéaire est parfaitement compris. Regardons un exemple non linéaire

$$\frac{d^2 u}{dt^2}(t) = 2u(t)^3 \text{ sur } [0, 1]. \quad (1)$$

Pour les mêmes raisons que ci-dessus, si le membre de droite est régulier alors u est encore plus régulière. Mais comme maintenant le membre de droite dépendant de u , on peut donc réinjecter ce gain régularité, par exemple

$$u \in C^0 \Rightarrow u^3 \in C^0 \Rightarrow u \in C^2 \\ \Rightarrow u^3 \in C^2 \Rightarrow u \in C^4 \dots \Rightarrow u \in C^\infty.$$

On appelle ce phénomène un phénomène d'amorçage. Par contre, sans ce minimum de régularité initiale, il se peut qu'on ne puisse jamais amorcer le processus de régularité. En effet $t \mapsto 1/t$ vérifie l'équation (1) mais comme $u^3 \notin L^1$ on ne peut pas amorcer le processus.

En dimension supérieure, on observe également ce phénomène de gain de régularité, notamment pour des équations elliptiques¹. Dans le cadre de cet exposé, on se limitera au cas du Laplacien

$$\Delta u = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} \text{ pour } u : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n.$$

La théorie standard des équations elliptiques nous

assure que si $\Delta u = f$ avec $f \in L^p$ et $p > 1$ alors

$$\nabla^2 u = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{1 \leq i, j \leq n}, \nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)_{1 \leq i \leq n} \text{ et } u \in L^p.$$

On dit de nouveau qu'on gagne deux dérivées. Là aussi, comme en dimension 1, le fait de contrôler des dérivées dans un espace L^p donne un meilleur contrôle sur la fonction elle-même : ce sont les injections de Sobolev. Nous parlerons plus en détails des espaces de Sobolev dans la partie 1, mais on peut mentionner le résultat particulier suivant

$$u, \nabla u \in L^1 \Rightarrow u \in L^2,$$

pour u définie sur un compact de \mathbb{R}^2 . De plus, ce résultat est optimal dans le sens où il existe des fonctions dont le gradient est intégrable mais qui ne sont dans aucun L^p avec $p > 2$.

Toutefois, il est important de noter que, quand la dimension est strictement plus grande que un, on ne gagne deux dérivées que si $p > 1$. Et même si on gagnait deux dérivées, on ne peut pas forcément amorcer le processus de régularité. Par exemple, toujours sur un domaine compact de \mathbb{R}^2 , si u vérifie

$$\Delta u = |\nabla u|^2, \quad (2)$$

et $u, \nabla u \in L^2$. Alors $|\nabla u|^2 \in L^1$, ce qui n'est pas suffisant pour appliquer la théorie standard des équations elliptiques. Et même si on gagnait deux dérivées, c'est-à-dire que $\nabla^2 u \in L^1$, alors l'injection de Sobolev ci-dessus nous dirait seulement que $\nabla u \in L^2$, on ne peut pas amorcer le processus de régularité. L'équation (2) en dimension 2 est ce qu'on appelle **une équation critique** dans cette double acception que la théorie elliptique ne s'applique pas et qu'il n'y a pas d'amorçage dans l'espace naturel². On est toutefois dans un cas limite et on peut vérifier que le moindre gain de régularité, par exemple $\nabla u \in L^{2+\epsilon}$, amorce le processus de régularité et donne autant de régularité que l'on souhaite sur u .

Les équations issues de la physique ou de la géométrie sont souvent par nature critiques, dans le sens défini ci-dessus. Ce fait n'est pas étranger au fait que les problèmes physiques ou géométriques sont, par exemple, invariants par changement d'échelle. Notamment, si u est solution d'une équation, on aimerait que $u_\lambda : x \mapsto u(\lambda x)$ soit aussi solution pour $\lambda > 0$. En effet, dilater les coordonnées

ne devrait pas changer la géométrie ou la physique. Or si on considère une équation de la forme

$$\Delta u = |\nabla u|^\alpha,$$

et que l'on remplace u par u_λ , on a

$$\lambda^2 \Delta u = \lambda^\alpha |\nabla u|^\alpha.$$

L'invariance d'échelle impose $\alpha = 2$ qui est le cas critique discuté plus haut.

Un des objectifs de ce texte est de démontrer comment l'invariance du problème qui est à l'origine de cette difficulté peut également apporter un regain de régularité. Un principe classique qui remonte aux travaux de Noether et que nous développerons dans la seconde partie permet en effet de démontrer qu'à toute invariance ou symétrie correspond une loi de conservation. Cette dernière permet alors un gain de régularité, phénomène connu aussi sous le nom de compacité par compensation que nous développerons dans la troisième partie.

Le point de départ que nous avons choisi est celui des applications harmoniques à valeurs dans une variété dont la résolution court des travaux fondateurs de Eells et Sampson [2] en 1964 jusqu'à une preuve complète de la régularité par Hélein [5] en 1991. Nous nous intéresserons uniquement au cas de la dimension 2 et nous ne parlerons pas de l'aspect théorie géométrique de la mesure, même si la question de la régularité des applications harmoniques a été un véritable moteur dans le développement de cette théorie.

1. Des applications harmoniques aux problèmes conformément invariants

On fixe une sous-variété lisse compacte sans bord³ $\mathcal{N} \subset \mathbb{R}^n$. En pratique on gardera en tête le cas de la sphère $S^{n-1} \subset \mathbb{R}^n$.

Étant donné un ouvert $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, on appelle espace de Sobolev, que l'on note $W^{1,p}(\Omega, \mathbb{R}^n)$, l'ensemble des fonctions $u \in L^p$ à valeurs dans \mathbb{R}^n telles que $\nabla u \in L^p$, où ici le gradient est compris au sens des distributions.

Intéressons-nous à la fonctionnelle de Dirichlet,

2. Nous verrons plus clairement dans la partie 1 pourquoi $\nabla u \in L^2$ est l'hypothèse naturelle quand le terme principal est un laplacien.

3. On pourrait considérer une variété à bord en revanche l'hypothèse compacte est assez importante et ne peut être enlevée sans ajouter de nouvelles difficultés.

$$E(u) = \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dz,$$

où

$$|\nabla u|^2 = \sum_{k=1}^2 \left| \frac{\partial u}{\partial x_k} \right|^2$$

qui est naturellement définie sur l'espace d'énergie

$$W^{1,2}(\Omega, \mathcal{N}) = \{u \in W^{1,2}(\Omega, \mathbb{R}^n) \mid u(x) \in \mathcal{N} \text{ p.p.}\}.$$

En plus de son caractère simple et naturel, cette fonctionnelle intervient dans des théories physiques telles que les σ -modèles dans la théorie quantique des champs, voir [6].

Soient maintenant Ω et Ω' deux domaines et $\phi : \Omega' \rightarrow \Omega$ une transformation conforme bijective (i.e. holomorphe ou anti-holomorphe). Alors

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u \circ \phi)}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \phi^1}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \phi^2}{\partial x} \\ \frac{\partial(u \circ \phi)}{\partial y} &= \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \phi^1}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \phi^2}{\partial y}. \end{aligned}$$

Or, si ϕ est holomorphe, on a $\phi_x = -i\phi_y$ et on en déduit alors que

$$|\nabla(u \circ \phi)|^2 = (|\nabla u|^2 \circ \phi) \det(d\phi).$$

Et on a donc, par changement de variables, l'invariance de l'énergie de Dirichlet par transformation conforme :

$$E(u \circ \phi) = \int_{\Omega'} |\nabla(u \circ \phi)|^2 dz = \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dz = E(u).$$

Ce qui montre que cette fonctionnelle ne dépend pas de la représentation conforme que l'on a choisie. En particulier, si on avait considéré une surface de Riemann comme espace de départ, alors la notion d'application harmonique, définie au paragraphe suivant, ne dépendrait que de la classe conforme.

On appelle application harmonique⁴, un point critique de E , c'est-à-dire toute application $u \in W^{1,2}(\Omega, \mathcal{N})$ telle que, pour tout $v \in W^{1,2} \cap L^\infty(\Omega, \mathbb{R}^n)$, on ait

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{E(u_\varepsilon^v) - E(u)}{\varepsilon} = 0 \quad (C)$$

où $u_\varepsilon^v = p(u + \varepsilon v)$ et $p : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathcal{N}$ la projection⁵ sur \mathcal{N} . On en déduit que u vérifie alors

$$-\Delta u \perp T_u \mathcal{N} \text{ au sens des distributions}$$

4. La dénomination précise est faiblement harmonique.

5. Cette projection n'est bien définie que dans un voisinage de \mathcal{N} , ce qui ne pose pas de problème dès que ε est assez petit.

6. Il s'agit d'une application bilinéaire qui mesure la courbure extrinsèque de \mathcal{N} , elle est définie par $A_x(v, w) = (\nabla_v P_x^\perp)(w)$ où $P^\perp := Id - dp : \mathbb{R}^n \rightarrow (T\mathcal{N})^\perp$.

7. Théorie dite de Calderon-Zygmund.

ou encore que, toujours au sens des distributions,

$$-\Delta u = A(\nabla u, \nabla u), \quad (3)$$

où $A : T\mathcal{N} \times T\mathcal{N} \rightarrow (T\mathcal{N})^\perp$ est la seconde forme fondamentale⁶ de \mathcal{N} . Dit autrement, la contrainte sur u , c'est-à-dire le fait de rester à valeurs dans \mathcal{N} , donne naissance à un multiplicateur de Lagrange que l'on peut considérer comme une généralisation du théorème des extrema liés en dimension finie.

Contrairement aux fonctions harmoniques, i.e. vérifiant $\Delta f = 0$, la contrainte de rester à valeurs dans la sous-variété induit que cette équation est non linéaire. Elle est par ailleurs critique. En effet, A étant bilinéaire, une estimée naïve nous conduit à $|\Delta u| \lesssim |\nabla u|^2$. Or, par hypothèse, on a seulement $|\nabla u|^2 \in L^1$ et la théorie de la régularité elliptique⁷, que nous avons évoquée dans l'introduction, nécessiterait d'avoir $\Delta u \in L^p$ avec $p > 1$ pour en espérer déduire que $\nabla^2 u \in L^p$. On peut le vérifier avec le « contre-exemple » suivant : la fonction $v(x) = \ln(|\ln(|x|/2)|)$ vérifie bien $\Delta v = |\nabla v|^2$ et n'est évidemment pas régulière.

Malgré tout, comme nous allons le voir, les applications harmoniques sont régulières. La structure du membre de droite de l'équation des applications harmoniques va donc s'avérer cruciale pour démontrer leur régularité. Cette structure particulière vient précisément du fait que notre fonctionnelle possède un sens géométrique fort, se qui ce traduit par une certaine invariance par symétrie de cette dernière.

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, pour des dérivées ordinaires, si $u, \frac{du}{dt} \in L^p$, avec $p \geq 1$, alors en fait u appartient automatiquement à L^∞ . Ce phénomène se généralise en toute dimension et est connu sous le nom d'injection de Sobolev. On peut le résumer sous la forme $W^{1,p} \hookrightarrow L^q$, pour un certain q dépendant de p et de la dimension de l'espace de départ.

En dimension 2 on sait, grâce à la théorie des espaces de Sobolev, que tout élément de $W^{1,2}$ (en particulier tout point critique de la fonctionnelle de Dirichlet) appartient à L^p pour $p < \infty$. En revanche, ces applications harmoniques ne sont pas *a priori* dans L^∞ et donc *a fortiori* pas continues. D'après le résultat suivant, pour obtenir que les applications harmoniques soient lisses, il suffit toutefois qu'elles soient continues.

Théorème 1 (Ladyzhenskaya et Ural'tseva, 1961). *Toute application harmonique continue est lisse.*

Depuis les années 80, notamment grâce aux travaux de Schoen et Sacks-Uhlenbeck, on sait que les applications harmoniques *stationnaires*⁸ sont régulières. Pour le cas général, il faut attendre les travaux de Frédéric Hélein au début des années 90, et une compréhension fine de la structure du terme non linéaire. Nous détaillerons ces idées dans les parties suivantes.

Avant cela et comme ces idées vont donner naissance à une théorie dépassant largement le cadre des applications harmoniques, nous commençons par élargir notre classe de problèmes.

Pour cela, gardons seulement les deux caractéristiques principales de la fonctionnelle de Dirichlet. D'une part, le fait d'être critique, c'est-à-dire que par rapport à notre espace d'énergie $W^{1,2}(\Omega, \mathcal{N})$ la fonctionnelle dépend de manière quadratique de ∇u et d'autre part que la fonctionnelle ne dépende pas du paramétrage conforme. Ceci est physiquement et géométriquement naturel, car, comme nous l'avons vu dans l'introduction, on aspire généralement à une certaine invariance d'échelle de notre système physique ou des propriétés géométriques. Ceci nous amène à la définition suivante.

Définition 1. Soit $\mathcal{N} \subset \mathbb{R}^n$ une sous-variété. On dit qu'une fonctionnelle L est *conformément invariante* si

$$L(u) = \int_{\Omega} l(u, \nabla u) dz$$

où $l : \mathbb{R}^n \times (\mathbb{R}^2 \otimes \mathbb{R}^n) \rightarrow \mathbb{R}$ avec $u \in W^{1,2}(\Omega, \mathcal{N})$, et si elle vérifie

- i) pour tout $\phi \in \mathcal{M}(\Omega)$, on a $L(u \circ \phi) = L(u)$,
- ii) il existe $C > 0$ telle que

$$\frac{|p|^2}{C} \leq l(\cdot, p) \leq C|p|^2.$$

Ici, $\mathcal{M}(\Omega)$ désigne le groupe de Möbius du domaine, c'est-à-dire l'ensemble des difféomorphismes conformes du domaine dans lui-même qui préservent le bord. Par exemple dans le cas du disque unité \mathbb{D} de \mathbb{R}^2 , il s'agit de l'ensemble des applications de la forme $z \mapsto e^{i\theta} \frac{z+a}{1+\bar{a}z}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{D}$.

8. C'est-à-dire des points critiques pour des variations de l'image (c'est-à-dire au sens de l'équation C) mais aussi pour des variations du paramétrage, c'est-à-dire de la forme $u_\epsilon = u \circ \phi_\epsilon$ où ϕ_ϵ est un difféomorphisme proche de l'identité.

9. ω est une 2-forme non dégénérée, $J : T\mathcal{N} \rightarrow T\mathcal{N}$ est telle que $J^2 = -Id$ et $\omega(J, \cdot)$ soit une métrique, par exemple \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ et toutes leurs sous-variétés complexes.

Voici deux exemples classiques, en plus de celui des applications harmoniques.

- i) $\mathcal{N} = \mathbb{R}^3$ et soit $H : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, on pose

$$E(u) = \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dz + \frac{1}{3} \int_{\Omega} Q(u) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \wedge \frac{\partial u}{\partial y} dz,$$

où $Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ avec $\operatorname{div}(Q) = H$. Pour $Q(u) = u$, la seconde intégrale représente le volume partiellement délimité par l'image de u dans \mathbb{R}^3 .

L'image des points critiques sont les **surfaces à courbure moyenne prescrite** égale à H (H -surfaces). Elles vérifient

$$\Delta u = 2H(u) \frac{\partial u}{\partial x} \wedge \frac{\partial u}{\partial y},$$

lorsque u est conforme, i.e. $|\frac{\partial u}{\partial x}|^2 = |\frac{\partial u}{\partial y}|^2$ et $\langle \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \rangle = 0$.

- ii) Soit (\mathcal{N}, ω, J) une variété presque-Kählérienne⁹ et $E(u) = \int_{\Omega} u^* \omega$.

Les points critiques sont les applications J -holomorphes et elles vérifient

$$\frac{\partial u}{\partial x} = J(u) \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Ce dernier exemple correspond à la généralisation des équations de Cauchy-Riemann et joue un rôle central en géométrie symplectique depuis les travaux de Gromov [3].

Notre but va donc être de démontrer que toutes les solutions de ces problèmes sont régulières, mais ceci en s'appuyant uniquement sur leur dénominateur commun : l'invariance conforme.

2. Le théorème de Noether et l'équation $-\Delta u = \Xi \nabla u$

Dans ce paragraphe nous présentons le théorème de Noether qui, d'une certaine manière nous assure que plus le groupe de transformations qui laisse invariant la fonctionnelle est gros, plus l'équation vérifiée par les points critiques sera symétrique.

Si on considère des applications harmoniques à valeurs dans une sphère euclidienne $S^{n-1} \subset \mathbb{R}^n$, l'équation (3) se simplifie considérablement, plus

précisément $u : \Omega \rightarrow S^{n-1}$ est harmonique si et seulement si

$$-\Delta u = u|\nabla u|^2.$$

Cette équation ressemble beaucoup à l'équation scalaire $-\Delta v = |\nabla v|^2$ qui admet des solutions non bornées, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent. Pourtant la présence de u à droite est précisément ce qui va donner une loi de conservation même si cette équation semble à première vue nettement plus compliquée que l'équation scalaire ci-dessus. En effet, en utilisant le fait que $\|u\|^2 = 1$, on en déduit que u est orthogonal à $\frac{\partial u}{\partial x_i}$ pour tout i , on obtient, en notant u^i la i -ième composante du vecteur u , que

$$\begin{aligned} u^i |\nabla u|^2 &= \sum_{j=1}^n u^i \langle \nabla u^j, \nabla u^j \rangle \\ &= \sum_{j=1}^n u^i \langle \nabla u^j, \nabla u^j \rangle - \underbrace{\sum_{j=1}^n \langle u^j, \nabla u^j \rangle \nabla u^i}_0 \\ &= \sum_{j=1}^n \underbrace{\langle u^i \nabla u^j - u^j \nabla u^i, \nabla u^j \rangle}_{\chi^{ij}}. \end{aligned}$$

Ce qui nous permet d'écrire de manière synthétique

$$-\Delta u = \langle X, \nabla u \rangle$$

où

$$\langle X, \nabla u \rangle^i = \sum_{j=1}^n \langle X^{ij}, \nabla u^j \rangle$$

et

$$\chi^{ij} = u^i \nabla u^j - u^j \nabla u^i.$$

On vérifie que

$$\operatorname{div}(X^{i,j}) = 0 \text{ pour tout } i, j,$$

où div , désigne la divergence du champ de vecteur, ici en dimension 2 cela donne

$$\operatorname{div}(X) = \frac{\partial X^1}{\partial x_1} + \frac{\partial X^2}{\partial x_2},$$

où $X = (X^1, X^2)$. L'équation s'écrit alors

$$\operatorname{div}(\nabla u + \langle X, u \rangle) = 0. \quad (4)$$

Comme on a mis l'équation sous forme d'une divergence nulle, on parle de loi de conservation.

Ce phénomène n'est pas propre à la sphère. Il est plutôt dû au fait que la fonctionnelle est invariante par le groupe des rotations qui agit sur la sphère par isométrie. Chaque rotation donne alors naissance à une loi de conservation. Ce résultat général est dû à Noether et peut s'énoncer (de manière simplifiée et approximative) ainsi

Théorème 2 (Noether, 1918). Soient Ω un domaine de \mathbb{R}^m , \mathcal{N} une sous-variété de \mathbb{R}^n et une action de la forme

$$\mathcal{A}_\Omega(u) = \int_\Omega L(x, u, \nabla u) dx,$$

définie pour $u : \Omega \rightarrow \mathcal{N} \subset \mathbb{R}^n$ de classe C^1 . Soit $\vec{U} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ un champ de symétrie infinitésimal pour \mathcal{A} , c'est-à-dire tel que $\mathcal{A}_\omega(\Phi_{\vec{U}}^t(u)) = \mathcal{A}_\omega(u)$ pour tout $t \in \mathbb{R}$ et tout sous-domaine $\omega \subset \Omega$, où $\Phi_{\vec{U}}^t$ est le flot de \vec{U} . Alors, pour tout point critique u , le champ de vecteurs $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^m$, de coordonnées

$$X^\alpha = \sum_{i=1}^n U^i(u(x)) \frac{\partial L}{\partial u^\alpha_i}(x, u(x), \nabla u(x)),$$

est à divergence nulle, où $u^\alpha_i = \frac{\partial u^i}{\partial x^\alpha}$.

On retrouve alors aisément l'équation (4), en remarquant que le champ $\vec{U}_{ij} = x^i \frac{\partial}{\partial x_j} - x^j \frac{\partial}{\partial x_i}$ est un champ de symétrie infinitésimal pour la fonctionnelle de Dirichlet puisqu'il engendre une rotation qui est une isométrie de la sphère.

Plus généralement, dès que l'espace d'arrivée possède des symétries infinitésimales, on obtient autant de lois de conservation que de symétries. Ce principe a été développé par Noether dans le but d'étudier la conservation du tenseur énergie impulsion en relativité générale¹⁰.

On peut pousser cette idée encore un peu plus loin, en regardant non pas les symétries de l'espace d'arrivée mais celles du domaine de départ. C'est précisément le cas des fonctionnelles qui nous intéressent, puisque, pour tout $\phi : \Omega' \rightarrow \Omega$ conforme bijective, on a par définition

$$E(u \circ \phi) = \int_{\Omega'} L(u \circ \phi) = \int_\Omega L(u) = E(u).$$

10. Ces travaux suscitèrent l'admiration d'Einstein, dont les recommandations ne suffiront malgré tout pas à lui faire obtenir un poste. Au sujet de quoi, ce dernier écrivit, dans une lettre à Hilbert du 24 mai 1918 : « cela n'aurait fait aucun tort à la vieille garde de Göttingen d'être envoyée comme élève à Mlle Noether. Elle semble très bien connaître son affaire! »

Dans le cas précis des applications harmoniques, on en déduit que la différentielle de Hopf

$$\Phi(z) = \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^2 - \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^2 + 2i \left\langle \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle$$

est holomorphe, ce qui peut s'interpréter comme une loi de conservation.

Plus généralement, on dit que $\vec{X} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$ est un champ de symétrie interne si

$$\mathcal{A}_{\Psi_{\vec{X}}^s(\omega)}(u \circ \Psi_{\vec{X}}^{-s}) = \mathcal{A}_{\omega}(u)$$

pour tout sous-domaine $\omega \subset \Omega$, où $\Psi_{\vec{X}}^s$ est le flot engendré par X .

L'existence d'un champ de symétrie interne donne également alors une loi de conservation. On peut en effet démontrer que le champ $J : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^m$ de coordonnées

$$J^\alpha = \sum_{i=1}^n \sum_{\beta=1}^2 X^\beta \frac{\partial u^i}{\partial x^\beta} \frac{\partial L}{\partial u_\alpha^i} - X^\alpha L$$

est à divergence nulle, où $u_\alpha^i = \frac{\partial u^i}{\partial x^\alpha}$. Nous renvoyons au chapitre 3 du livre de Hélein pour plus de détails [4]. Le théorème suivant montre comment les symétries internes de la fonctionnelle contraignent la forme de l'équation d'Euler-Lagrange pour les problèmes conformément invariants.

Théorème 3 (Gruter 84-Rivière 07). *Soit $u \in W^{1,2}(\Omega, \mathcal{N})$ un point critique d'une fonctionnelle conformément invariante, alors il existe $\Xi \in L^2(\Lambda^1 \Omega \otimes so(n))$ ¹¹ telle que*

$$-\Delta u = \Xi \cdot \nabla u \quad (*)$$

Par exemple l'équation de courbure moyenne prescrite

$$\Delta u = -2H(u) \frac{\partial u}{\partial x} \wedge \frac{\partial u}{\partial y}$$

peut s'écrire sous la forme (*) avec

$$\Xi = H(u) \begin{pmatrix} 0 & -\nabla^\perp u^3 & \nabla^\perp u^2 \\ * & 0 & -\nabla^\perp u^1 \\ * & * & 0 \end{pmatrix}.$$

Il est très important de noter ici que contrairement au cas où H est constant, Ξ ne peut être mis sous forme divergence sans supposer que H est régulier (au moins C^1). En particulier la théorie de la compacité par compensation, que nous discuterons

dans la section suivante, ne s'applique pas directement à cette équation. Mais, comme nous l'expliquerons dans le quatrième paragraphe, l'anti-symétrie de Ξ sera suffisante pour trouver une bonne jauge dans laquelle on pourra appliquer la compacité par compensation.

3. Compacité par compensation

Revenons au cas des applications harmoniques à valeurs dans la sphère. Le but est d'exploiter la forme divergence, i.e.

$$-\Delta u = \langle X, \nabla u \rangle \quad (5)$$

avec

$$X^{ij} = u^i \nabla u^j - u^j \nabla u^i.$$

On a déjà expliqué qu'a priori $\langle X, \nabla u \rangle \in L^1$ mais que dans ce cas la théorie elliptique donne des estimées trop faibles. C'est donc en exploitant le fait que $\operatorname{div}(X) = 0$ qu'on va pouvoir gagner le petit cran de régularité qui nous donnera des estimées L^2 et nous permettra d'amorcer un processus de régularité. Ce phénomène est connu sous le nom de compacité par compensation, il a été découvert par Wentz en 1969 et a été amplement développé depuis lors. Avant de donner un énoncé précis, précisons pourquoi on parle de compacité par compensation et non de régularité par compensation. Il se trouve que le problème originel qui intéressait Wentz était de démontrer l'existence de disques à courbure moyenne constante par des méthodes variationnelles. Le point clef consiste à montrer que si u_n converge faiblement vers u dans $W^{1,2}$ et $v \in W^{1,2} \cap L^\infty$ alors

$$\int_{\Omega} v \cdot \frac{\partial u_n}{\partial x} \wedge \frac{\partial u_n}{\partial y} dz \rightarrow \int_{\Omega} v \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \wedge \frac{\partial u}{\partial y} dz.$$

Pour arriver à cette fin, il a exploité de manière cruciale le fait que $\frac{\partial u}{\partial x} \wedge \frac{\partial u}{\partial y}$ est un jacobien, ce qui assure la convergence par un phénomène de compensation.

Voici donc le résultat fondamental qui a donné naissance à une vaste littérature, voir par exemple [1, 11]. Pour ne pas alourdir le texte, on se limite au cas du disque unité \mathbb{D} .

11. $\Lambda^1 \Omega \otimes so(n)$ désigne les 1-formes sur Ω à valeurs dans les matrices antisymétriques.

Lemme 1 (Wente 69). *Il existe une constante universelle $C > 0$ telle que si $a, b \in W^{1,2}(\mathbb{D})$ et si u est une solution (au sens des distributions) de l'équation suivante*

$$\begin{aligned} \Delta u &= \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial x} \text{ sur } \mathbb{D} \\ u &= 0 \text{ sur } \partial \mathbb{D} \end{aligned}$$

alors

$$\|u\|_\infty + \|\nabla u\|_2 \leq C \|\nabla a\|_2 \|\nabla b\|_2.$$

On peut voir ce lemme comme une version L^1 de la régularité elliptique, c'est-à-dire comme si on gagnait deux dérivées, c'est-à-dire que $\nabla^2 u \in L^1$. En effet, on a ici Δu qui appartient à L^1 et on réussit malgré tout à démontrer que u est dans L^∞ contrairement au contre-exemple discuté plus haut. C'est la structure particulière du membre de droite qui est responsable de ce gain de régularité.

Preuve. Par densité des fonctions lisses, on supposera que les fonctions sont assez régulières. Commençons par remarquer que l'estimée L^2 se déduit de l'estimée L^∞ . En effet, on a

$$\begin{aligned} \|\nabla u\|_2^2 &= \int_\Omega -\Delta u u \, dz \\ &= \int_{\mathbb{D}} (a_x b_y - a_y b_x) u \, dz \leq 2 \|u\|_\infty \|\nabla a\|_2 \|\nabla b\|_2. \end{aligned}$$

Maintenant estimons u en 0, la formule de Green nous donne

$$\begin{aligned} u(0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{D}} \ln(r) (a_x b_y - a_y b_x) \, dz \\ &= \int_{\mathbb{D}} \ln(r) \left(\left(\frac{a_r b}{r} \right)_\theta + \left(-a \frac{b_\theta}{r} \right)_r \right) \, dz, \end{aligned}$$

où, après être passé en coordonnées polaires, on a pris le soin de récrire le membre de droite de l'équation comme une divergence. C'est ici qu'intervient la structure jacobienne : $a_x b_y - a_y b_x$! Après avoir remarqué que l'intégrale du premier terme est nulle, nous intégrons par parties, ce qui donne

$$u(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{D}} \frac{1}{r^2} a b_\theta \, dz = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{D}} \frac{1}{r^2} (a - \bar{a}) b_\theta \, dz,$$

où $\bar{a} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a r d\theta$. Enfin, en appliquant successivement l'inégalité de Cauchy-Schwarz, puis de Poincaré et de nouveau celle de Cauchy-Schwarz,

on obtient

$$\begin{aligned} |u(0)| &\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} |a - \bar{a}|^2 d\theta \right)^{\frac{1}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left| \frac{b_\theta}{r} \right|^2 d\theta \right)^{\frac{1}{2}} dr \\ &\leq C \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} |a_\theta|^2 d\theta \right)^{\frac{1}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left| \frac{b_\theta}{r} \right|^2 d\theta \right)^{\frac{1}{2}} dr \\ &\leq C \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} \left| \frac{a_\theta}{r} \right|^2 d\theta \right)^{\frac{1}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left| \frac{b_\theta}{r} \right|^2 d\theta \right)^{\frac{1}{2}} r dr \\ &\leq C \|\nabla a\|_2 \|\nabla b\|_2. \end{aligned}$$

Enfin, et c'est la seconde fois qu'on utilise la structure jacobienne, on remarque que l'équation est invariante par le groupe de Möbius. Celui-ci agissant de manière transitive sur le disque, l'estimée en 0 vaut pour chaque point du disque, ce qui achève la preuve. \square

Revenons maintenant à (5), comme X est de divergence nulle, le lemme de Poincaré nous assure qu'il existe $B \in L^1$ tel que

$$X = \nabla^\perp B$$

où $\nabla^\perp = \left(-\frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial x} \right)$, on a donc

$$-\Delta u = \nabla^\perp B \cdot \nabla u = - \left\langle \frac{\partial B}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial B}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle.$$

Pour appliquer l'inégalité de Wente, il faut que ∇B soit dans L^2 et c'est justement cette inégalité qui va l'assurer, puisque

$$\Delta B^{ij} = \text{curl}(\nabla^\perp B^{ij}) = \text{curl}(u^i \nabla u^j - u^j \nabla u^i) = 2 \nabla^\perp u^i \nabla u^j.$$

Au final on en déduit que si $\int_{B(0,2r)} |\nabla u|^2 \leq \varepsilon_0$ pour $\varepsilon_0 > 0$ assez petit, on a une estimée de type Morrey,

$$\int_{B(0,r)} |\nabla u|^2 \, dz \leq \frac{1}{2} \int_{B(0,2r)} |\nabla u|^2 \, dz.$$

De là, des résultats classiques de théorie du potentiel nous assurent que u est continue et donc lisse d'après le théorème 1.

4. La conjecture de Hildebrandt et un peu plus

Nous venons de voir dans les paragraphes précédents la méthode développée par Hélein afin de

démontrer la régularité des applications harmoniques à valeurs dans la sphère. Peu de temps après avoir démontré ce résultat, il a développé une théorie du repère mobile [5], qui lui a permis de trouver dans une variété quelconque un bon jeu de coordonnées dans lequel il a exhibé une structure jacobienne. Il a ainsi pu obtenir finalement la régularité des applications harmoniques pour toute variété compacte. Pour ce qui est de la régularité des solutions de l'équation des surfaces à courbure moyenne prescrite, pour H suffisamment régulier, elle fut d'abord démontrée par Hildebrandt. Suite à ce résultat, ce dernier a conjecturé en 1980 que tout point critique d'une fonctionnelle conformément invariante était régulier. Ceci redonnerait à la fois le résultat de Hélein et la régularité des surfaces à courbure moyenne prescrite lorsque H est simplement continue.

Cette conjecture a été démontrée en 2007 par Rivière [8]. Dans son travail, Rivière a montré non seulement la continuité des points critiques des fonctionnelles invariantes conformes mais plus généralement de toutes les solutions d'équations de la forme (*).

Théorème 4 (Theorem I.1 [8]). *Soit $u \in W^{1,2}(\Omega, \mathcal{N})$ qui vérifie (*), alors pour tout $p > 2$ on a $u \in W^{1,p}(\Omega, \mathcal{N})$. En particulier u est continue.*

D'une part ce théorème apporte donc une réponse positive à la conjecture de Hildebrandt. D'autre part il exhibe un gain de régularité pour les systèmes linéaires à potentiel antisymétrique alors que ce type de phénomène est généralement une caractéristique des équations non linéaires.

Idées de la preuve.

Le problème étant local, on peut supposer que $\Omega = \mathbb{D}$.

Tout d'abord on veut récrire l'équation de sorte à faire apparaître un terme jacobien et à pouvoir appliquer l'inégalité de Wentz. Ici l'antisymétrie est cruciale et, pour ce faire, Rivière s'est inspiré des travaux de Uhlenbeck sur l'existence de jauges de Coulomb pour l'équation de Yang-Mills. En effet, l'idée est de faire agir $SO(n)$ sur Ξ de sorte à se rapprocher le plus possible d'un potentiel à divergence nulle. Plus précisément, au lieu d'estimer ∇u on va chercher à estimer ${}^t P \nabla u$ pour un certain $P : \mathbb{D} \rightarrow SO(n)$. Ceci ne change évidemment pas la norme de ${}^t P \nabla u$.

On vérifie que l'équation satisfaite par ${}^t P \nabla u$ est

$$\operatorname{div}({}^t P \nabla u) = ({}^t P \nabla P - {}^t P \Xi P) {}^t P \nabla u.$$

Comme ceci a été observé plus récemment par Schikorra [9] en s'inspirant de la théorie du repère mobile de Hélein, il suffit alors de minimiser la fonctionnelle

$$\int_{\mathbb{D}} |P^{-1} \nabla P - P^{-1} \Xi P|^2 dz, \quad (6)$$

pour $P \in W^{1,2}(\mathbb{D}, SO(n))$, afin d'exprimer $({}^t P \nabla P - {}^t P \Xi P)$ comme une divergence. On obtient ainsi $\xi \in W^{1,2}(\mathbb{D}, M_n(\mathbb{R}))$ telle que

$${}^t P \nabla P - {}^t P \Xi P = \nabla^\perp \xi.$$

Ceci donne la nouvelle équation,

$$\operatorname{div}({}^t P \nabla u) = \nabla^\perp \xi {}^t P \nabla u.$$

Le membre de droite est presque de la forme jacobienne mais cela reste insuffisant pour appliquer directement¹² le lemme 1. Pour régler ce problème, Rivière donne une version plus précise de cette réécriture que l'on peut considérer comme une décomposition de Hodge non linéaire.

Théorème 5 (Rivière 07). *Il existe $\varepsilon_0 > 0$ tel que si $\Xi \in L^2(\Lambda^1 \mathbb{D} \otimes so(m))$, et $\|\Xi\|_2 \leq \varepsilon_0$ alors il existe $A \in L^\infty \cap W^{1,2}(\mathbb{D}, GL_n(\mathbb{R}))$ et $B \in W^{1,2}(\mathbb{D}, M_n(\mathbb{R}))$ tels que*

$$\nabla A - A \Xi = \nabla^\perp B.$$

De plus on a $\|\nabla A\|_2 + \|\nabla B\|_2 \leq C \|\Xi\|_2$, pour $C > 0$, indépendante de Ξ .

Dans ce cas, (*) devient

$$\begin{cases} \operatorname{div}(A \nabla u) = \nabla^\perp B \nabla u \\ \operatorname{curl}(A \nabla u) = \nabla^\perp A \nabla u \end{cases}$$

On a alors un système div-curl à gauche, qui est elliptique et un jacobien à droite, et donc on est dans le cadre du lemme de Wentz. On peut alors conclure comme à la fin de la section précédente pour les applications harmoniques à valeurs dans la sphère.

5. Généralisations et un problème ouvert

Nous venons d'exposer comment des travaux successifs ont permis d'apporter une réponse complète au problème de la régularité en dimension 2. Qu'en est-il pour les autres dimensions ?

12. Schikorra a en fait montré que l'on peut en déduire la régularité de u avec une version améliorée de l'inégalité de Wentz.

Tout d'abord en dimension 4, dans la continuité de ses travaux en dimension 2, Rivière a démontré avec Lamm [7] la régularité des points critiques d'une classe très large de fonctionnelles. Celles-ci possèdent des symétries similaires à celles rencontrées dans cet article, incluant les applications bi-harmoniques extrinsèques et intrinsèques, c'est-à-dire des points critiques de

$$u \mapsto \int_{B^4(0,1)} |\Delta u|^2 dx \text{ et } u \mapsto \int_{B^4(0,1)} |(\Delta u)^T|^2 dx,$$

où $(\Delta u)^T$ représente la projection sur $T_u\mathcal{N}$ du laplacien. Toujours en s'appuyant sur l'existence d'une jauge particulière, Rivière et Da Lio ont démontré la régularité des applications 1/2-harmoniques en dimension un, c'est-à-dire des points critiques de

$$u \mapsto \int_{\mathbb{R}} |(-\Delta)^{\frac{1}{4}} u|^2 dt,$$

où $(-\Delta)^{\frac{1}{4}} u = \mathcal{F}^{-1}(|\xi|^{\frac{1}{2}} \mathcal{F}(u))$ où \mathcal{F} désigne la transformée de Fourier. Il est important de noter qu'ici, contrairement à tout ce que nous avons vu jusqu'à présent, l'équation des 1/2-harmoniques, i.e. $\Delta^{\frac{1}{2}} u \perp T_u\mathcal{N}$ est une équation non-locale¹³, ce qui engendre des difficultés supplémentaires. En particulier les intégrations par parties deviennent plus délicates. Par la suite, Mazowiecka et Shikorra ont développé une jolie théorie en introduisant un s -gradient d_s et une s -divergence, pour $s = \frac{n}{2}$, donnant naissance à des généralisations de l'inégalité de Wentz en dimension impaire.

Enfin, une autre généralisation, pas forcément moins naturelle, des applications harmoniques en dimension p consiste, plutôt que d'augmenter l'ordre des dérivées tout en gardant une fonctionnelle quadratique, à garder le gradient et simplement changer l'exposant pour l'adapter à la

dimension. Précisément on considère, pour $u \in W^{1,p}(B^p(0,1))$,

$$u \mapsto \int_{B^p(0,1)} |\nabla u|^p dx.$$

Les points critiques sont connus sous le nom d'applications p -harmoniques et ils vérifient

$$\operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u) \perp T_u\mathcal{N}.$$

Dans la foulée, des travaux de Hélein, Strzelecky a démontré, par des techniques similaires, que de telles applications à valeurs dans la sphère sont régulières. Par contre, le cas général reste complètement ouvert à ce jour et aucun progrès notable n'a été effectué depuis 20 ans et ceci pour plusieurs raisons. La première tient au fait que l'équation n'est plus uniformément elliptique puisque le terme principal dégénère si le gradient s'annule. Même, pour l'équation $\operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u) = 0$, la régularité est loin d'être évidente et il fallut attendre les travaux d'Uhlenbeck dans les années 70 [12]. De plus, on ne peut espérer mieux qu'une régularité hölderienne. Par ailleurs, sauf dans le cas de la sphère, l'existence de lois de conservations reste un problème compliqué. En effet si on cherche à minimiser une fonctionnelle du type de celle de (6), celle-ci va se retrouver pondérée par $|\nabla u|^{p-2}$ et *a priori* perdre sa coercivité. Enfin, et nous ne rentrons pas dans ces détails¹⁴, même en supposant l'existence de lois de conservations nous ne sommes pas capables de conclure avec les techniques décrites dans ce texte.

Après les deux avancées qu'ont constituées la régularité des applications harmoniques par Hélein et la résolution de la conjecture de Hildebrandt par Rivière clôturant la problématique en dimension 2, le cas des dimensions supérieures offre toujours de belles perspectives.

Références

- [1] R. COIFMAN et al. « Compensated compactness and Hardy spaces ». *J. Math. Pures Appl.* (9) 72, n° 3 (1993), p. 247-286.
- [2] J. EELLS Jr. et J. H. SAMPSON. « Harmonic mappings of Riemannian manifolds ». *Amer. J. Math.* 86 (1964), p. 109-160. DOI : 10.2307/2373037.
- [3] M. GROMOV. « Pseudo holomorphic curves in symplectic manifolds ». *Invent. Math.* 82, n° 2 (1985), p. 307-347.
- [4] F. HÉLEIN. *Constant mean curvature surfaces, harmonic maps and integrable systems*. Lectures in Mathematics ETH Zürich. Notes taken by Roger Moser. Birkhäuser Verlag, Basel, 2001, p. 122.

13. On parle d'équation non-locale, ou d'opérateur non-local, lorsque l'on a besoin de la donnée de u sur tout l'espace pour calculer l'équation en un point donné, ce qui est bien le cas ici à cause de la présence de la transformée de Fourier dans la définition du laplacien fractionnaire.

14. Schikorra et Strzelecky dans ce très bon article de revue [10].

- [5] F. HÉLEIN. *Harmonic maps, conservation laws and moving frames*. Second. 150. Cambridge Tracts in Mathematics. Translated from the 1996 French original, With a foreword by James Eells. Cambridge University Press, Cambridge, 2002, p. xxvi+264.
- [6] J. JOST. *Geometry and physics*. Springer-Verlag, Berlin, 2009, p. xiv+217.
- [7] T. LAMM et T. RIVIÈRE. « Conservation laws for fourth order systems in four dimensions ». *Comm. Partial Differential Equations* **33**, n° 1-3 (2008), p. 245-262.
- [8] T. RIVIÈRE. « Conservation laws for conformally invariant variational problems ». *Invent. Math.* **168**, n° 1 (2007), p. 1-22. issn : 0020-9910.
- [9] A. SCHIKORRA. « A remark on gauge transformations and the moving frame method ». *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire* **27**, n° 2 (2010), p. 503-515. issn : 0294-1449.
- [10] A. SCHIKORRA et P. STRZELECKI. « Invitation to H -systems in higher dimensions: known results, new facts, and related open problems ». *EMS Surv. Math. Sci.* **4**, n° 1 (2017), p. 21-42.
- [11] L. TARTAR. « Compensated compactness and applications to partial differential equations ». In : *Nonlinear analysis and mechanics: Heriot-Watt Symposium, Vol. IV*. Vol. 39. Res. Notes in Math. Pitman, Boston, Mass.-London, 1979, p. 136-212.
- [12] K. UHLENBECK. « Regularity for a class of non-linear elliptic systems ». *Acta Math.* **138**, n° 3-4 (1977), p. 219-240.



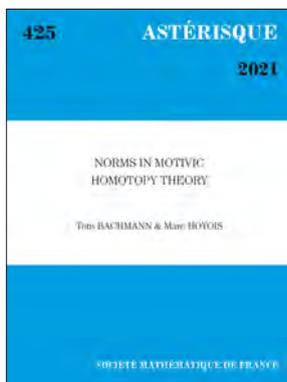
Paul LAURAIN

Université de Paris
paul.laurain@imj-prg.fr

Paul Laurain est maître de conférences. Il s'intéresse à des problèmes d'analyse géométrique, un domaine à la frontière entre les EDP et la géométrie différentielle.

Enfin j'aimerais remercier chaleureusement Frédéric Hélein et Baptiste Chantraine pour leur lecture attentive et leurs précieux conseils.

Astérisque - nouveauté



Vol. 425

Norms in motivic homotopy theory

T. BACHMANN, M. HOYOIS

ISBN 978-2-85629-939-5
2021 - 208 pages - Softcover. 17 x 24
Public: 45 € - Members: 32 €

If $f : S' \rightarrow S$ is a finite locally free morphism of schemes, we construct a symmetric monoidal “norm” functor $f_{\otimes} : H_*(S') \rightarrow H_*(S)$, where $H_*(S)$ is the pointed unstable motivic homotopy category over S . If f is finite étale, we show that it stabilizes to a functor $f_{\otimes} : SH(S') \rightarrow SH(S)$, where $SH(S)$ is the P^1 -stable motivic homotopy category over S . Using these norm functors, we define the notion of a *normed motivic spectrum*, which is an enhancement of a motivic E_{∞} -ring spectrum. The main content of this text is a detailed study of the norm functors and of normed motivic spectra, and the construction of examples. In particular: we investigate the interaction

of norms with Grothendieck’s Galois theory, with Betti realization, and with Voevodsky’s slice filtration; we prove that the norm functors categorify Rost’s multiplicative transfers on Grothendieck-Witt rings; and we construct normed spectrum structures on the motivic cohomology spectrum $H\mathbb{Z}$, the homotopy K-theory spectrum KGL , and the algebraic cobordism spectrum MGL . The normed spectrum structure on $H\mathbb{Z}$ is a common refinement of Fulton and MacPherson’s multiplicative transfers on Chow groups and of Voevodsky’s power operations in motivic cohomology.



Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <https://smf.emath.fr>

*frais de port non compris

Algorithmes Stochastiques pour l'Optimisation et Apprentissage Statistique

• F. BACH

L'apprentissage statistique est au cœur des progrès récents de l'intelligence artificielle, car il fournit des algorithmes de prédictions numériquement efficaces à partir de données de grande taille. La plupart des méthodes actuelles sont formulées comme des problèmes de minimisation de l'erreur commise sur les données observées. Dans cet article, je vais présenter certains progrès récents permettant aux algorithmes stochastiques de descente de gradient de combiner efficacité algorithmique et bonne performance statistique.

1. Introduction

Les données numériques sont devenues omniprésentes dans les domaines scientifiques, industriels et personnels. Elles sont de tous types (textes, images, sons, vidéos, historiques de navigation internet, capteurs divers, etc.) et massives. Ces données requièrent des traitements automatisés de plus en plus complexes, qui vont au-delà de leurs indexations ou de calculs de statistiques simples, afin par exemple de reconnaître des objets dans une image, traduire un texte d'une langue à une autre, diagnostiquer une maladie à partir de tests sanguins, ou prédire quel produit proposer à ses clients. Pour toutes ces tâches dites d'intelligence artificielle (IA), qui semblaient trop difficiles pour une machine il y a quelques années, les performances actuelles permettent une utilisation par de nombreux scientifiques et ingénieurs. Ces progrès récents sont dus à une capacité de calcul fortement accrue, à un volume de données important, ainsi qu'au développement de nouvelles architectures algorithmiques d'apprentissage automatique pour en tirer parti.

Le but principal de cet article est de présenter certains développements récents du domaine de l'apprentissage automatique (« machine learning » en anglais, souvent aussi appelé « apprentissage statistique » en français). Je vais choisir un angle particulier en me focalisant sur les algorithmes d'optimisation. Les domaines de l'apprentissage statistique et de l'optimisation ont toujours beau-

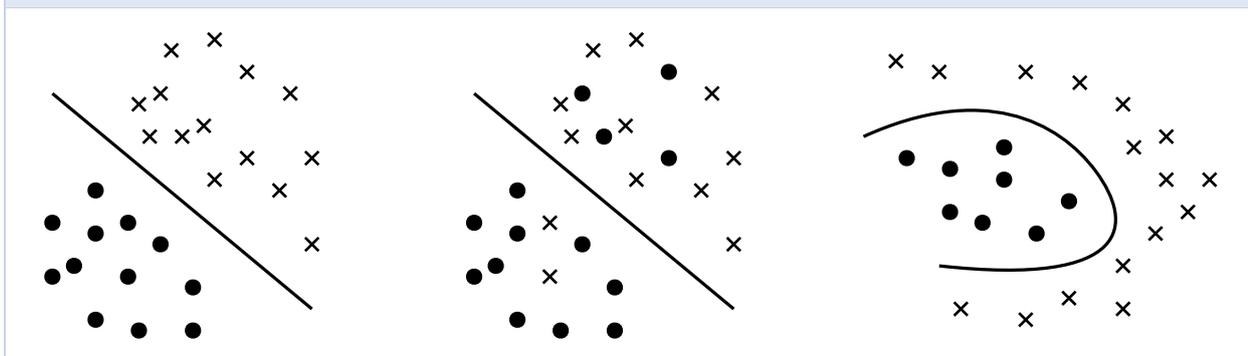
coup interagi. En effet, comme je vais le montrer ci-dessous, la plupart des méthodes d'apprentissage et de statistique sont formulées comme des problèmes d'optimisation de la fonction de prédiction.

Après avoir décrit la formalisation la plus simple de l'apprentissage supervisé [6] dans la Partie 2, je présenterai dans la Partie 3 les algorithmes classiques et plus récents à base de descente de gradient, en partant des algorithmes déterministes jusqu'aux algorithmes stochastiques les plus rapides. Ces algorithmes seront illustrés par leurs propriétés fortes de convergence pour les problèmes d'optimisation convexes. Enfin, dans la Partie 4, je présenterai des pistes pour les problèmes d'optimisation non convexes liés à l'apprentissage automatique.

2. Apprentissage supervisé

On considère n observations $(x_i, y_i) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, pour i allant de 1 à n , de paires d'« entrées/sorties », ou « co-variables/réponses ». Par exemple \mathcal{X} peut être un ensemble d'images et \mathcal{Y} un ensemble discret d'étiquettes possibles pour l'image associée (chien, chat, piéton, etc.). Le but de l'apprentissage est d'estimer une fonction de prédiction des sorties, de \mathcal{X} dans \mathbb{R} , paramétrée par un vecteur $\theta \in \mathbb{R}^d$; nous utiliserons la notation $h(x, \theta) \in \mathbb{R}$ pour cette prédiction. Ainsi, on cherchera à prédire une nouvelle sortie y à partir d'une entrée non observée x auparavant à l'aide de $h(x, \theta)$.

FIGURE 1 – Problèmes de classification binaire en deux dimensions (classes ● et ×). Gauche : séparation linéaire stricte. Milieu : séparation linéaire non stricte. Droite : séparation non linéaire stricte.



Pour simplifier l'exposition, nous nous limiterons aux problèmes où la sortie est réelle, i.e., $\mathcal{Y} = \mathbb{R}$, en notant que tous les algorithmes et résultats théoriques s'étendent à des situations plus complexes (c'est le domaine dit de la « prédiction structurée »). On peut prendre comme exemple une sortie *binnaire*, avec $\mathcal{Y} = \{-1, 1\}$; on parle alors de *classification binnaire*. Une fois donnée la fonction de prédiction, on prédira 1 si la fonction est strictement positive, et -1 si elle est négative.

En figure 1 sont représentés différents jeux de données avec $\mathcal{X} = \mathbb{R}^2$, montrant les difficultés classiques liées à la classification.

2.1 – Fonctions de prédiction

Les fonctions de prédiction dépendent du type de relation entre entrée et sortie. Nous en présentons trois types ici.

Fonctions linéaires. En supposant que les données d'entrées x vivent dans un espace euclidien, comme par exemple $\mathcal{X} = \mathbb{R}^d$, alors on peut choisir $h(x, \theta) = \langle \theta, x \rangle$ pour un vecteur de paramètres $\theta \in \mathbb{R}^d$. Pour les problèmes de classification binaire, la prédiction sera parfaite s'il existe un hyperplan passant par 0 séparant les données en deux (on peut facilement étendre à la séparation affine en rajoutant une composante constante à x); on parle alors de séparation linéaire *stricte* (figure 1, à gauche). Si des erreurs sont commises, on parle alors de séparation linéaire *non stricte* (figure 1, au milieu).

Dans certaines situations, comme par exemple quand x est un vecteur à valeurs dans $\mathcal{X} = \{0, 1\}^d$, où d est grand (jusqu'à 10^6), et où chaque com-

posante de x égale à 1 indique la présence d'une certaine propriété (si x représente un individu, cette propriété peut être la visite préalable d'un certain site web pour les applications sur internet, ou la présence d'un gène dans les applications en bio-informatique), ces prédicteurs linéaires donnent de bonnes performances prédictives.

Par contre, il existe de nombreux exemples où une prédiction linéaire n'est pas suffisante, par exemple ne donne pas des prédictions satisfaisantes, notamment quand les données d'entrée ne vivent pas dans un espace euclidien (comme pour une image ou les données textuelles). Il existe aussi de nombreuses situations où les données sont euclidiennes mais le séparateur non linéaire (figure 1, à droite).

Fonctions non linéaires paramétrées linéairement. Les fonctions linéaires en θ (mais pas forcément linéaires en x) sont de la forme $h(x, \theta) = \langle \Phi(x), \theta \rangle_{\mathcal{F}}$, où $\Phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{F}$ est une fonction donnée par les utilisateurs de ces méthodes et dont les composantes sont souvent appelées « descripteurs » (ou « features » en anglais), et est spécifique au domaine d'application considéré. L'espace \mathcal{F} est typiquement un espace euclidien (disons \mathbb{R}^d pour simplifier), mais peut aussi être un espace hilbertien. Ces situations de paramétrisation linéaire sont importantes pour les raisons suivantes :

- le problème d'optimisation obtenu sera généralement convexe. Nous verrons ci-dessous que c'est important pour établir des garanties de convergence.
- en choisissant correctement le vecteur $\Phi(x)$ de grande dimension, il est possible d'obtenir des prédictions arbitrairement complexes.

On peut même dans certains cas choisir une dimension infinie si les produits scalaires $\langle \Phi(x), \Phi(x') \rangle$ sont calculables facilement (on utilisera alors une formalisation par *noyau* et espace de Hilbert à noyaux reproduisants [15]).

Fonctions non linéaires paramétrées non linéairement. Lorsque $\mathcal{X} = \mathbb{R}^d$, Il existe une multitude de manières de décrire des fonctions non linéaires. Les réseaux de neurones combinent efficacité algorithmique et propriétés théoriques intéressantes.

Les réseaux de neurones, qui combinent des applications linéaires et des non-linéarités, avec des fonctions de la forme $h(x, \theta) = \theta_m^T \sigma(\theta_{m-1}^T \sigma(\dots \theta_2^T \sigma(\theta_1^T x)))$, où la notation $\sigma(\cdot)$ correspond à une fonction non linéaire appliquée à chaque composante d'un vecteur [8]. Le problème d'optimisation obtenu sera généralement non convexe.

2.2 – Formulation en problème d'optimisation

Une fois choisi un modèle pour la fonction de prédiction, afin d'obtenir la formulation d'optimisation, il faut introduire :

- une fonction de perte $\ell : \mathcal{Y} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, telle que, $\ell(y_i, h(x_i, \theta))$ caractérise la performance de la prédiction $h(x_i, \theta)$ pour l'étiquette y_i de x_i . Les fonctions de pertes typiques sont convexes par rapport à la seconde variable, comme les moindres carrés si $\mathcal{Y} \subset \mathbb{R}$, i.e., $\ell(y, h(x, \theta)) = \frac{1}{2}(y - h(x, \theta))^2$, mais il en existe d'autres plus adaptées à la classification, comme la perte logistique $\ell(y, h(x, \theta)) = \log(1 + \exp(-yh(x, \theta)))$ quand $\mathcal{Y} = \{-1, 1\}$.
- une fonction de régularisation $\Omega(\theta)$ qui s'assure que le paramètre appris θ se généralise à des données non observées. Typiquement, celle-ci est une norme, comme la norme ℓ_1 , ou le carré d'une norme, comme le carré de la norme ℓ_2 .

Finalement, le problème d'optimisation est le suivant :

$$\min_{\theta \in \mathbb{R}^d} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ell(y_i, h(x_i, \theta)) + \Omega(\theta). \quad (1)$$

Ainsi, l'apprentissage supervisé peut se formuler comme un problème d'optimisation. Ceci a donné lieu depuis plusieurs années à des échanges

constants entre la communauté « optimisation » et la communauté « apprentissage statistique » (machine learning en anglais), d'abord en transférant et adaptant les dernières innovations en optimisation (comme par exemple les méthodes proximales et l'accélération [11]).

Cependant, l'apprentissage n'est pas qu'un problème d'optimisation et requiert des développements propres, souvent communs avec le traitement du signal et les statistiques. En particulier :

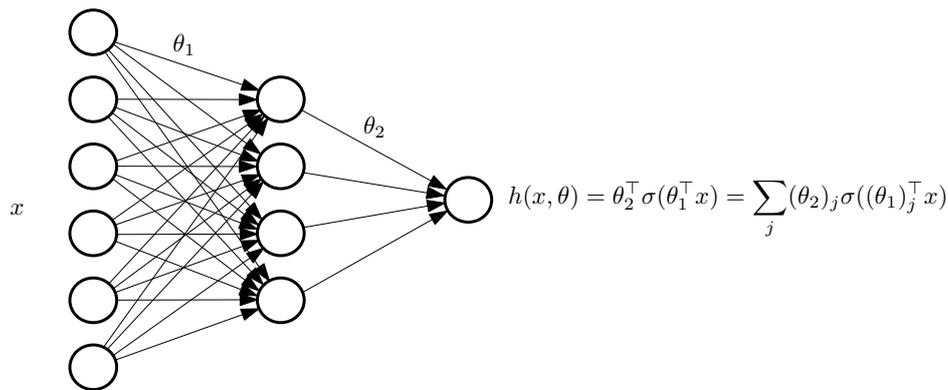
- la fonction objectif est une moyenne des n fonctions $\theta \mapsto \ell(y_i, h(x_i, \theta)) + \Omega(\theta)$, $i = 1, \dots, n$, et donc les algorithmes d'optimisation utilisant cette particularité peuvent être plus efficaces que ceux qui l'ignorent.
- le but final n'est souvent pas d'optimiser l'erreur sur les données observées, $(x_i, y_i)_{1 \leq i \leq n}$, mais sur des données non observées (souvent appelées données de « test »), le problème étant alors formulé comme un problème d'approximation stochastique [13].
- la fonction de régularisation permet, en plus d'éviter le sur-apprentissage, d'imposer certaines contraintes, comme la parcimonie, ou la parcimonie structurée [7]. Les problèmes d'optimisation associés sont alors souvent non lisses.

Difficultés du problème d'optimisation. Le problème d'optimisation défini en équation (1) a quelques spécificités qui le rendent difficile :

- large échelle : dans les applications les plus courantes, le nombre d'observations n et le nombre de paramètres peuvent dépasser le milliard, ce qui contraint les types d'algorithmes pouvant être utilisés.
- problèmes non-lisses : le manque de régularité peut venir de la fonction de perte, de la fonction de prédiction ou de la régularisation, et nécessite l'utilisation d'algorithmes dédiés, comme les méthodes proximales [4].
- absence de convexité : c'est le cas pour les réseaux de neurones. L'établissement de garanties théoriques est alors beaucoup plus difficile.

3. Algorithmes de descente de gradient

Une grande partie des travaux en optimisation pour l'apprentissage a porté sur l'optimisation à

FIGURE 2 – Réseau de neurones à une couche cachée, avec une matrice de poids d'entrée θ_1 et un vecteur de poids de sortie θ_2 .


grande échelle pour les problèmes de type exposé en équation (1). Les méthodes du premier ordre reposant sur le gradient de la fonction objectif souffrent de la nécessité de calculer le gradient, ce qui a une complexité proportionnelle au nombre d'observations n à *chaque itération*.

3.1 – Descente de gradient classique

Afin d'optimiser la fonction

$$g(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \underbrace{\left\{ \ell(y_i, h(x_i, \theta)) + \Omega(\theta) \right\}}_{f_i(\theta)},$$

la descente de gradient est un algorithme itératif dont l'itération est la suivante :

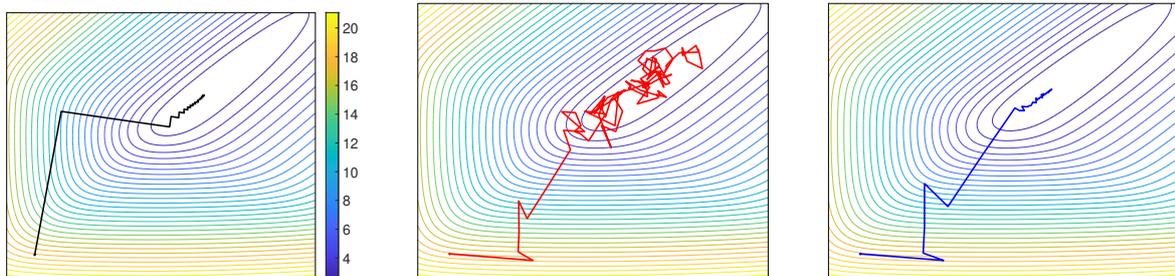
$$\theta_t = \theta_{t-1} - \gamma_t \nabla g(\theta_{t-1}) = \theta_{t-1} - \frac{\gamma_t}{n} \sum_{i=1}^n \nabla f_i(\theta_{t-1}),$$

où γ_t est le pas de descente (dont le choix sera discuté ultérieurement).

Dans les situations les plus simples (valeurs propres du Hessien de g bornées supérieurement par L et inférieurement par μ), le nombre d'itérations pour aboutir à une erreur ε (qui est ici la différence entre la valeur de $g(\theta)$ obtenue et sa valeur minimale) est proportionnel à $\kappa \log \frac{1}{\varepsilon}$, où $\kappa = \frac{L}{\mu} \geq 1$ est la *nombre de conditionnement*. La présence du logarithme indique que la convergence est exponentielle, mais est aussi communément appelée « linéaire ». Pour les problèmes classiques en apprentissage où les descripteurs sont de grande dimension, et la forte convexité (borne inférieure sur les valeurs propres μ) provient du terme de régularisation, κ est souvent de l'ordre de n . Donc, plus il y a d'observations, plus le problème est mal conditionné.

Malheureusement, à chaque itération, les gradients de chacune des n fonctions f_i doivent être calculés, donnant lieu à une complexité computationnelle proportionnelle à dn par itération, et donc un temps de calcul global égal à $dn\kappa \log \frac{1}{\varepsilon}$. Voir une illustration en figure 3 (gauche).

FIGURE 3 – Descentes de gradient en deux dimensions. Gauche : déterministe. Milieu : stochastique. Droite : stochastique avec réduction de variance.



Algorithmes du second ordre. L'algorithme de Newton, dont l'itération est

$$\theta_t = \theta_{t-1} - \nabla^2 g(\theta_{t-1})^{-1} \nabla g(\theta_{t-1}),$$

permet d'aboutir rapidement à des erreurs d'optimisation ε petites, grâce à une convergence dite « quadratique » (doublement exponentielle). Cependant, l'itération a une complexité proportionnelle à $d^2 n + d^3$ pour calculer la Hessienne et résoudre le système linéaire. Nous verrons ci-dessous que les algorithmes stochastiques les plus récents permettent d'arriver à de très faibles erreurs à un coût nettement inférieur.

3.2 – Descente de gradient stochastique

Afin d'éviter le calcul du gradient complet à chaque étape, la méthode du gradient stochastique, introduite dans [13], ne considère le gradient que d'une seule fonction $f_{i(t)}$ où $i(t)$ est sélectionné aléatoirement et uniformément dans $\{1, \dots, n\}$. L'itération devient :

$$\theta_t = \theta_{t-1} - \gamma_t \nabla f_{i(t)}(\theta_{t-1}),$$

et sa complexité n'est plus que proportionnelle à d . Par contre, le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre l'erreur ε est de l'ordre de κ/ε . La dépendance exponentielle a ainsi disparu. Voir une illustration en figure 3 (milieu).

3.3 – Réduction de variance

Il est possible d'obtenir une convergence exponentielle tout en gardant une complexité indépendante de n à chaque itération. Différents algorithmes ont été proposés, en commençant par SAG [14], puis SVRG [9], et enfin SAGA [5] que nous allons présenter.

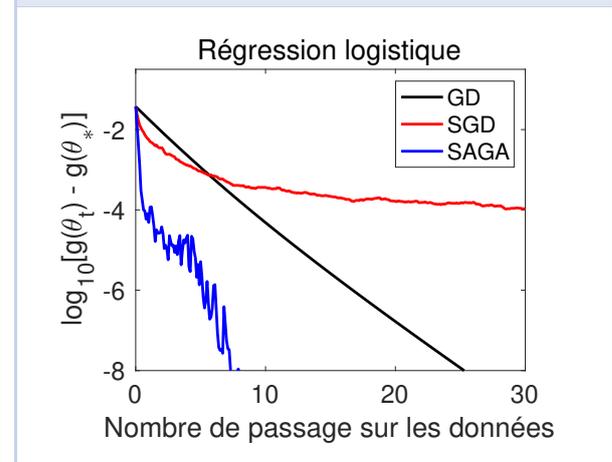
L'idée sous-jacente à ces algorithmes est d'utiliser une direction de descente aléatoire dont l'espérance conditionnelle est égale au gradient complet $\nabla g(\theta_{t-1})$ (c'est le cas pour le gradient stochastique), mais dont la variance est inférieure. Pour cela, il est naturel dans les algorithmes de simulation numérique, d'utiliser une « variable de contrôle » qui est corrélée au gradient stochastique, mais dont l'espérance est facile à calculer. L'itération est alors la suivante :

$$\theta_t = \theta_{t-1} - \gamma \left[\nabla f_{i(t)}(\theta_{t-1}) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^t - z_{i(t)}^t \right],$$

où $z_{i(t)}^t \in \mathbb{R}^d$ est la variable de contrôle à l'itération t . La direction de mouvement est par construction non biaisée par rapport au gradient. En choisissant pour z_i^t la dernière version calculée du i -ième gradient, on obtient une bonne variable de contrôle dont l'effet bénéfique peut être analysé finement. On obtient alors les taux présentés en figure 1. On voit que par rapport au gradient déterministe, la convergence exponentielle a été conservée, mais que le facteur $n\kappa$ a été remplacé par $n + \kappa$, ce qui est un gain de l'ordre de n quand $\kappa \approx n$. Voir une illustration en figure 3 (droite).

Cet avantage se voit en pratique, avec un gain significatif sur les méthodes existantes, comme illustré en figure 4 sur un problème de classification binaire en dimension $d = 40$ avec $n = 1000$ observations.

FIGURE 4 – Comparaisons de performance pour un problème de classification binaire avec trois méthodes de gradient (simple : GD, stochastique : SGD et stochastique avec réduction de variance : SAGA).



Accélération. L'accélération dite « de Nesterov » peut s'appliquer aux méthodes de réduction de variance, et offre une complexité meilleure, qui est alors « optimale » [11] : aucun algorithme accédant aux gradients d'une somme finie et les combinant linéairement ne pourra avoir une meilleure complexité.

Extensions. Enfin, ces accélérations par réduction de variance s'étendent naturellement à la recherche de zéros de sommes d'un grand nombre d'opérateurs monotones (une situation classique pour les recherches de points-selles, avec des applications potentielles en théorie des jeux).

TABLEAU 1 – Temps de calcul pour l'optimisation afin d'obtenir une précision d'optimisation ε (avec d : nombre de paramètres du vecteur θ , n : nombre d'observations, κ : nombre de conditionnement).

Descente de gradient stochastique [13]	$d \times \kappa \times \frac{1}{\varepsilon}$
Descente de gradient	$d \times n \kappa \times \log \frac{1}{\varepsilon}$
Descente de gradient accélérée [11]	$d \times n \sqrt{\kappa} \times \log \frac{1}{\varepsilon}$
Méthodes de réduction de variance [14, 9, 5]	$d \times (n + \kappa) \times \log \frac{1}{\varepsilon}$
Réduction de variance + accélération [10]	$d \times (n + \sqrt{n \kappa}) \times \log \frac{1}{\varepsilon}$

3.4 – Algorithmique à grands pas

En apprentissage, la bonne performance de prédiction sur les données non vues est cruciale. Ceci peut se formaliser exactement comme un problème d'approximation stochastique, c'est-à-dire comme la minimisation d'une espérance $\mathbb{E}[\ell(y, h(x, \theta))]$ alors que des échantillons indépendants et identiquement distribués (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ sont disponibles. L'excès de risque (la différence entre la performance future et la performance optimale) tend alors vers 0 quand n tend vers l'infini.

Pour les problèmes bien conditionnés de petite taille, un pas γ_t proportionnel à $1/t$ a d'abord été conseillé [13]. Des pas plus grands, jusqu'à $1/\sqrt{t}$ ont ensuite été proposés, combinés à un moyennage des itérés [12] pour une robustesse accrue au mauvais conditionnement. Un choix de pas constant [2] permet un oubli plus rapide des conditions initiales, tout en atteignant dans les situations favorables les performances statistiques optimales.

4. Au-delà des problèmes d'optimisation convexes

Alors que l'optimisation pour les modèles paramétrés linéairement est bien comprise, l'analyse fine des méthodes d'optimisation pour l'apprentissage de modèles non linéaires comme les réseaux de neurones reste largement ouverte.

La difficulté principale est l'absence de convexité de la fonction objectif. Si localement, une descente de gradient légèrement perturbée aléatoirement va avec forte probabilité converger vers un minimum local (et ainsi éviter les points-selles), il n'est pas possible, à l'aide d'une information locale, de s'assurer que le minimum local est global.

Ainsi, pour la classe des fonctions objectifs lipschitziennes, il n'existe pas d'algorithmes qui

puissent atteindre, quelle que soit la fonction choisie, le minimum global en temps non exponentiel dans la dimension [11]. Ce sont en réalité des situations de pire cas, sur un ensemble très grand de fonctions objectifs.

En se restreignant aux problèmes d'optimisation liés à l'apprentissage, une analyse plus fine est possible. Par exemple, la situation idéalisée d'un réseau à une couche cachée avec un nombre de neurones cachés tendant vers l'infini, se formalise naturellement comme un problème d'optimisation sur les mesures de probabilité. On peut alors montrer [3] que les algorithmes classiques de descente de gradient (appelés dans ce cas « rétro-propagation ») correspondent exactement au flot gradient de Wasserstein [1]. Avec une initialisation aléatoire adéquate, ce flot converge vers l'optimum global du problème (bien qu'il existe des minima locaux).

Ces résultats ne sont encore que qualitatifs, car le temps nécessaire pour atteindre l'optimum global ou le nombre de neurones nécessaires pour atteindre le comportement limite ne sont pas encore connus.

5. Conclusion

En résumé, les méthodes de descente de gradient sont largement utilisées en apprentissage statistique. Il existe de nombreuses pistes de recherche afin de parfaire notre compréhension et proposer des algorithmes les plus efficaces possibles (et les moins gourmands en énergie) pour des problèmes de taille croissante. En particulier, le calcul distribué constitue un enjeu majeur car l'augmentation de la puissance de calcul se fait actuellement par la mise en parallèle de plusieurs processeurs ou plusieurs machines en réseau. De même, l'obtention de garanties quantitatives dans le monde non convexe des réseaux de neurones fait l'objet de nombreux

travaux.

Dans cet article, j'ai présenté brièvement certains liens entre optimisation et apprentissage statistique, en me focalisant sur l'analyse des méthodes de descente de gradient. Les liens entre ces deux disciplines vont au-delà : en particulier, de nombreux problèmes, comme le « clustering » (discrimination non supervisée) se formulent comme des problèmes d'optimisation discrète où les liens sont riches notamment avec les multiples relaxa-

tions convexes qui peuvent être établies.

Enfin, au-delà de l'optimisation, on voit poindre de nouveaux liens entre les méthodes d'apprentissage et des champs mathématiques classiques mais encore peu explorés dans ce cadre, notamment les équations aux dérivées partielles (comme pour l'étude des flots gradient de Wasserstein), et la théorie du contrôle pour les problèmes d'apprentissage par renforcement.

Références

- [1] L. AMBROSIO, N. GIGLI et G. SAVARÉ. *Gradient Flows: in Metric Spaces and in the Space of Probability Measures*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [2] F. BACH et E. MOULINES. « Non-strongly-convex smooth stochastic approximation with convergence rate $O(1/n)$ ». In : *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2013.
- [3] L. CHIZAT et F. BACH. « On the Global Convergence of Gradient Descent for Over-parameterized Models using Optimal Transport ». *Advances in Neural Information Processing Systems* (2018).
- [4] P. L. COMBETTES et J.-C. PESQUET. « Proximal splitting methods in signal processing ». In : *Fixed-point algorithms for inverse problems in science and engineering*. Springer, 2011, p. 185-212.
- [5] A. DEFAZIO, F. BACH et S. LACOSTE-JULIEN. « SAGA: A fast incremental gradient method with support for non-strongly convex composite objectives ». In : *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*. 2014.
- [6] J. FRIEDMAN, T. HASTIE et R. TIBSHIRANI. *The Elements of Statistical Learning*. Springer Series in Statistics, 2001.
- [7] C. GIRAUD. *Introduction to High-Dimensional Statistics*. 138. CRC Press, 2014.
- [8] I. GOODFELLOW, Y. BENGIO et A. COURVILLE. *Deep Learning*. MIT Press, 2016.
- [9] R. JOHNSON et T. ZHANG. « Accelerating stochastic gradient descent using predictive variance reduction ». In : *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*. 2013.
- [10] H. LIN, J. MAIRAL et Z. HARCHAOUI. « A universal catalyst for first-order optimization ». In : *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*. 2015.
- [11] Y. NESTEROV. *Lectures on Convex Optimization*. 137. Springer, 2018.
- [12] B. T. POLYAK et A. B. JUDITSKY. « Acceleration of stochastic approximation by averaging ». *SIAM Journal on Control and Optimization* 30, n° 4 (1992), p. 838-855.
- [13] H. ROBBINS et S. MONRO. « A stochastic approximation method ». *Ann. Math. Statistics* 22 (1951), p. 400-407.
- [14] M. SCHMIDT, N. LE ROUX et F. BACH. « Minimizing finite sums with the stochastic average gradient ». *Mathematical Programming* 162, n° 1-2 (2017), p. 83-112.
- [15] B. SCHÖLKOPF et A. J. SMOLA. *Learning with Kernels*. MIT Press, 2001.



Francis BACH

INRIA, ÉNS
francis.bach@ens.fr

Francis Bach est chercheur INRIA au sein du département d'Informatique de l'École normale supérieure et membre de l'Académie des Sciences.

Je tiens à remercier Laurent Dumas pour sa relecture détaillée de cet article.



Un entretien avec Nicole EL KAROUÏ

Propos recueillis par Caroline Hillairet et Gilles Pagès

Tu t'intéresses à de nombreux domaines : pourquoi et comment as-tu choisi de faire des mathématiques puis une carrière de mathématicienne ?

J'ai grandi à Nancy dans une famille nombreuse, la troisième de 8 enfants. Dans les années 1950, faire des études secondaires était encore assez exceptionnel pour les filles, quatre ou cinq classes de sixième dans l'unique lycée de filles pour tout Nancy et sa banlieue. Les déterminismes sociaux étaient évidemment très présents ; de plus, dans le milieu protestant réformé où j'ai grandi, socialement très minoritaire, historiquement filles et garçons devaient savoir lire pour étudier la Bible, donc il n'y avait pas de frein par rapport aux études des filles.

Comme toutes les bonnes élèves de l'époque, j'ai fait des études secondaires littéraires (français, latin, grec, allemand), mais en Seconde il y avait la possibilité de faire en plus des maths-physique renforcées en gardant les lettres. Ce que j'ai fait, mais sans véritable passion pour les maths, moins en tout cas que pour la philo en Terminale. Les débouchés me semblaient néanmoins un peu limités, aussi ai-je opté pour une classe préparatoire au lycée de garçons Henri Poincaré de Nancy. Un choc quand même : dans ma classe de sup nous n'étions que 3 filles pour 40 garçons ; heureusement, nous nous connaissions depuis la Seconde !

C'était le début de l'enseignement des « maths modernes » à la « Bourbaki », du rôle des structures mathématiques ; et là, j'étais bluffée, par l'existence des structures semblables en algèbre et en analyse, des éléments neutres présents partout et tout ce que cela impliquait. Malgré le lancinant leitmotiv que les filles n'étaient pas faites pour les maths, nous rentrons toutes les trois à Sèvres, rejointes par trois élèves de notre classe de Seconde en Lettres. Pendant des années, il continuera d'y avoir dans cette prépa au moins une élève reçue à Sèvres. D'où l'importance des exemples.

Cela ne fait pas encore de moi une mathéma-

ticienne. Il faudra attendre le cours de DEA de Jacques Neveu, à l'INP, où à l'ombre des barricades (1968), il nous initie à la théorie des martingales et aux processus de Markov. Les probabilités ont très mauvaise réputation auprès de Bourbaki, et ne sont a priori pas pour les normaliens, parce que ce ne sont pas vraiment des maths, mais pourquoi pas pour des normaliennes...

Que peux-tu nous dire sur ce moment singulier où, au moment même où tu as entrepris ta thèse de Probabilités, l'idée d'une thèse composée à plusieurs a émergé et comment l'as-tu vécu ?

À la sortie de l'ÉNS en 1968, je suis proposée à ma grande surprise pour un poste d'assistante à Orsay, par Pierre Samuel (directeur des études de Sèvres). Je ne savais pas ce qu'était la recherche, mais je savais que je voulais faire des probabilités. Neveu m'a proposé un article à lire comme test, [The sweeping-out of additive functionals and processes on the boundary, by M. Motoo (*Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, vol. 16 :317–345 (1964))] mais il me manquait beaucoup d'éléments pour le comprendre. Heureusement, deux étudiants du DEA, un peu plus avancés que moi, étaient aussi intéressés par l'article, suggèrent qu'on le travaille ensemble : Bernard Roynette, aussi assistant à Orsay, et Hervé Reinhard, chercheur au Corps des Tabacs. Très vite, nous travaillons ensemble toute la journée (quand l'un s'absente pour enseigner les autres continuent). L'article initial proposé par Neveu est un peu mis de côté, et nous travaillons sur nos propres problèmes, très liés à la théorie des processus de Markov. Ce fut une période incroyable. Trois personnalités différentes, passionnées, complémentaires, jamais de temps morts. Pas question de savoir quoi appartient à qui, nous signons ensemble tous les articles (en français à l'époque). À Orsay, il n'y avait pas de probabilistes mais nous avions des contacts assez réguliers avec Pierre Priouret, de l'équipe de Probabilités de Paris, qui venait de se structurer en Laboratoire CNRS et, plus épisodique-

ment, avec Jacques Neveu, notre directeur. L'ambiance post-68 était bien différente de celle d'aujourd'hui à l'entrée du département de maths d'Orsay, il y avait la liste des enseignants-chercheurs qui ne faisaient pas des maths, essentiellement les probabilistes ou les « graphistes ».

Très vite se pose la question de la soutenance d'une thèse d'État (il n'y a pas de thèse de 3^e cycle à l'époque). La soutenance est possible si nous présentons chacun un article individuel. Le mien portera sur le problème des martingales dans un domaine avec frontière. Nous sommes donc « Docteur d'État » en juin 1971 (aujourd'hui on dirait « habilités »). Les contraintes militaires font éclater le groupe, mais pas la recherche, puisqu'avec Hervé nous revenons sur l'article de Motoo, à l'origine de notre collaboration, qui nous a donné beaucoup de mal avant d'aboutir un an après à un numéro d'*Astérisque*. Je dois dire que durant cette période, la question du genre ne s'est jamais posée.

J'ai cherché durant toute ma carrière à recréer ce genre de collaboration, mais l'environnement a beaucoup changé, notamment avec la raréfaction des postes à partir des années 1975, la compétition devenant très forte. Heureusement, j'avais eu un poste de Professeur au Mans en 1973, où j'ai essayé de créer une équipe de recherche en « Processus stochastique », toujours active.

Tu as été à la fois une actrice importante et une spectatrice privilégiée du développement de l'école française de probabilités dans les années 1970. Dans quelles conditions a-t-elle acquis son autonomie, sa légitimité entre mathématiques fondamentales et appliquées ?

C'était un moment magique, de voir naître et grandir une « théorie mathématique », connue sous le nom de « théorie générale des processus », en France principalement, entre Paris et Strasbourg avec Jacques Neveu et Paul-André Meyer comme leaders. L'objectif avoué de Meyer était de rendre « autonome » la théorie des processus stochastiques en temps continu, grâce à la puissance du théorème de convergence des martingales, sans emprunt spécifique aux nombreux domaines d'analyse qui l'entouraient : théories des semi-groupes, du potentiel, des équations aux dérivées partielles. Grâce à la théorie des capacités qui permettait de résoudre rigoureusement les problèmes des ensembles négligeables et les problèmes de mesurabilité, la théorie devenait de plus en plus épurée, lisible, puissante mais... de moins en moins utilisable par le commun des mortels. Indissociable évidemment était le calcul différentiel stochastique

initié par Kiyoshi Itô, qui rendait « intuitive » la vision de ces processus. Une foule de jeunes chercheurs, tous plus talentueux les uns que les autres, sont venus renforcer les équipes balbutiantes du début. Évidemment, la révolution informatique des années 1980 qui accompagne cette période va rendre concrète cette représentation, par les méthodes de simulation de type Monte Carlo. Le message récurrent est de penser l'aléatoire, de jouer avec les trajectoires, les arrêter, les recoller, les découper, en reculant au dernier instant le moment de « calculer » probabilités ou espérances. La pureté mathématique a ses inconvénients, bien mis en évidence avec l'expérience Bourbaki.

Maintenant qu'on était sûr des mathématiques « pures » qui soutenaient l'édifice, les champs d'application se sont considérablement élargis, avec le calcul de Malliavin en analyse, mais aussi dans de nombreux problèmes très concrets. Le symbole : les probabilités sont depuis des années maintenant enseignées à l'ÉNS rue d'Ulm.

À la lumière de ton expérience de normalienne Sèvres, puis, plus tard, directrice des études de mathématiques à l'ÉNS de Fontenay (l'autre ÉNS de filles), que penses-tu de la réforme des ÉNS de filles mise en œuvre dans les années 80 (généralisation de la mixité pour faire court) ? Cela a-t-il été un progrès vers la parité ?

Il est temps effectivement d'évoquer la question des « filles » en mathématiques, et de refaire rapidement un point sur la parité en mathématiques dans le milieu académique. La mixité obligatoire dans l'enseignement primaire et secondaire date seulement de la fin 1976 ; elle ne concerne pas les ÉNS qui en dehors de Cachan sont non mixtes, avec pour les filles les ÉNS Sèvres et Fontenay. Les épreuves du concours sont les mêmes mais les classements séparés.

Je suis recrutée comme Directrice des Études de Maths (Professeure) à Fontenay en 1979, avec comme mission d'orienter plus d'élèves (sur les 20) vers la recherche. La période est difficile car il y a très peu de postes pour les jeunes dans le supérieur, et de préparer l'Agrégation. À cette période, je me suis beaucoup investie dans la communauté mathématiques (SMF, IHP) afin de pouvoir orienter mes étudiants le mieux possible.

L'accès de la gauche au pouvoir en 1981 change rapidement la situation, et le nombre de postes à l'Agrégation augmente. Un ministère des Droits de la femme est créé, dirigé par la ministre Yvette Roudy, qui décide de mettre en place une « loi d'éga-

lité » homme-femme, dans laquelle elle inclut la mixité des Écoles normales supérieures. La directrice de l'ÉNS Sèvres qui connaît l'impact que cela aura sur les maths, résiste pendant trois ans. Avec d'autres enseignantes de Fontenay, nous essayons d'intervenir au ministère, pour qu'on réfléchisse avant au mode de sélection des élites scientifiques féminines. Sans succès. Les résultats ne se font pas attendre, nous passons de 22 filles à 19 garçons, les 3 autres ayant été à Saint-Cloud. En physique, les écarts sont moins marqués. La preuve par 9 que les filles sont nulles en maths... Depuis cette date, le nombre de filles en sciences dures dans les ÉNS est resté très bas, et le temps où la France était le pays du monde qui avait le plus de femmes professeurs à l'université, ou de conférencières plénières dans les congrès internationaux a disparu depuis longtemps. Les protestations masculines ont été rares, car ce sont eux qui ont récupéré une partie des postes.

1981, cela fait quarante ans, et c'est de pire en pire. Avec des classements séparés, mais des épreuves identiques, on minimisait le biais culturel « masculin » de la compétition des classes préparatoires, et nos promos de filles « nulles » ont eu avec le temps, des réussites remarquables mais souvent plus visibles au fil de leur carrière plutôt qu'au début.

Tu es très active pour promouvoir les femmes en sciences (événements Women In Science entre autres). As-tu l'impression d'avoir dû plus batailler dans ta carrière de chercheuse mathématicienne, du fait d'être une femme ?

Oui tout le temps, sauf pendant ma thèse où la question ne s'est jamais posée, on avait une vision assez naïve de la science, très collaborative, avec peu de pression sur les postes (merci encore Bernard et Hervé). Par ailleurs avec cinq enfants, il était exclu de faire des longs séjours à l'étranger, et il était difficile de trouver le temps de rédiger des articles, un livre. Mais plus frustrant était la condescendance générale de la communauté mathématique par rapport au type de recherche que nous pouvions faire. Les impératifs de timing, standards dans la communauté, « tout se joue avant 30 ans », excluent d'office beaucoup de jeunes femmes...

Les choses ont-elles changé aujourd'hui ?

Non, pas vraiment en interne, au moins dans les grands labos que je connais (en 50 ans, deux profs femmes recrutées au laboratoire de probabilités sous ses différentes appellations), mais le monde extérieur change, la loi oblige les entreprises à œuvrer vers un meilleur équilibre hommes-femmes,

de nombreux postes pour scientifiques femmes s'ouvrent dans le privé. Le monde académique des sciences dures est très en retard dans ce domaine. Mais, les changements ne se feront pas sans une vraie mobilisation, des idées et initiatives nouvelles, de la solidarité. Les domaines d'applications sont très friands (nécessité oblige) de diversités, notamment pour limiter les biais dus à l'auto-reproduction.

Quels conseils souhaiterais-tu apporter aux jeunes mathématiciennes ?

Apprenez à programmer, remuez-vous ensemble, faites preuve d'imagination, mais surtout reprenez le goût de travailler ensemble, dans des équipes équilibrées de filles et de garçons. Tout est possible, aux filles qui le veulent vraiment, pas toujours facilement, mais on peut faire ou découvrir des trucs super, en vous affirmant comme fille, femme. Dans la période actuelle, les femmes et plus généralement les « autres moins standards » ont une place à prendre dans la redéfinition de l'univers scientifique qui se redessine de manière accélérée. La question n'est pas tellement le « pas sans elles » mais beaucoup plus le « ensemble », dans la diversité des regards, des perceptions. « Ne pas en être », ne pas y « aller » est vraiment une responsabilité des filles, qu'elles auront à assumer. Et n'oublions que les femmes enthousiastes font des mères formidables.

Comment es-tu devenue la « boss des mathématiques » financières (article du *Monde*, mais surtout, un peu avant, le *Wall Street Journal* tous deux en mai 2006) ?

Je suis tombée dans la « finance de marché » par hasard (c'est le moins pour une probabiliste!), lors d'un semestre sabbatique dans le centre de statistiques d'une grande banque; après deux mois, j'apprends que, dans le département de « finance de marché » d'à côté, le mouvement brownien était utilisé – le « toy model » au laboratoire de probabilités – mais que c'était à HEC que les gens de ce département étaient formés. Intrigant et difficile de laisser faire sans y aller voir.

Leur problème était de protéger les agents économiques contre les fluctuations de marché, en les assurant contre la hausse ou la baisse de quantités comme le dollar ou les taux d'intérêt et autres paramètres très liquides. Le flux garanti apparaît comme une cible à « atteindre » en poursuivant les hausses et baisses de marché avec un portefeuille qu'on adapte tout le temps s'il le faut. En d'autres termes, ce que je venais d'apprendre ou de faire depuis une vingtaine d'années en contrôle stochastique, était à la base des problèmes de marché. C'est ce qu'on

appelle un problème de cible stochastique, popularisé par Kalman lors de l'envoi de la première fusée sur la lune. Nous avons tous les outils théoriques pour penser les problèmes.

J'avais décidé de ne pas être une mathématicienne appliquée, qui ne connaissait rien au domaine d'application, donc j'ai appris la finance de marché à 45 ans, noué de nombreux contacts et effectué des missions de conseil dans les salles de marché. Il faut rappeler que l'émergence de ces marchés (en France) et la création du DEA Probabilités & Finance ont été concomitantes, ainsi que la révolution qu'a constituée l'apparition des premiers pc (Personal Computers d'IBM). Il faut souligner l'originalité de faire en fac de sciences « dures » et non en grande école ou à Dauphine, un master de finance. Avec Hélyette Geman de l'ESSEC, nous avons constitué une équipe pédagogique paritaire entre académiques des mathématiques et de la finance et professionnels et un programme de cours combinant un niveau mathématique exigeant (avec théorèmes et démonstrations) et un cours de marché financier, des enseignements professionnalisant, couronné par un stage de 5 mois en entreprise obligatoire. Le tout dispensé à des promotions constituées de 70% d'élèves-ingénieurs (sous la pression des banques) et de 30% d'étudiants de l'université. Le Quant (analyste quantitatif) français est devenu très recherché notamment à la City de Londres, d'où l'intérêt du *Wall Street Journal* (puis plus tard du *Monde*).

La formation a toujours été fortement accrochée à la recherche académique, qui en a été fortement impactée, y compris la mienne par le développement des mathématiques financières (arrêt optimal, équations différentielles rétrogrades, théorie des taux d'intérêt, etc). D'autres domaines ont connu leur révolution à cette époque, notamment les méthodes de simulation des processus stochastiques (Monte Carlo et ses avatars).

Pourquoi tant de femmes (au moins 4...) au début des « mathsf » en France à la fin des années 1980, au moins en France ?

Alors, pourquoi tant de femmes en « mathfi » : Laure Elie (à Paris VII), Monique Jeanblanc (à Évry) Hélyette Geman (à l'ESSEC) et moi-même à Paris VI. Sauf avec Monique, nous n'avions pas vraiment la même culture probabiliste. Je pense qu'en dehors de Nicolas Bouleau à l'ENPC, l'hostilité de la communauté mathématique universitaire a sérieusement freiné la concurrence masculine, et a créé une vraie solidarité entre nous. En travaillant avec les acteurs des marchés, nous avons les premières compris

qu'il y avait là un vrai champ d'applications des processus stochastiques, où tout était à faire, théorie, structures informatiques, réglementation que les acteurs habituels du monde de la finance (HEC) ne pouvaient fournir ; nos collègues, certes hostiles et qui n'y connaissaient vraiment rien, croyaient à un feu de paille. Face à la désaffection dont souffrait le DEA de probabilités à l'époque, son directeur, Jean Jacod, a accepté d'y adjoindre une filière « Probabilités & Finance », malgré l'hostilité de nombreux (jeunes) collègues, qui ont bloqué pendant longtemps tout recrutement.

Comment analyses-tu les réactions de la communauté mathématique face à l'émergence des data sciences (IA) aujourd'hui et comment les compares-tu avec celles provoquées par celles de la finance quantitative et des « mathsf » ?

Il me semble que la communauté est beaucoup plus tolérante face à l'IA, qui induit une révolution qui, vue du côté académique, a beaucoup de points communs dont certains idéologiques, avec celle de la finance de marché des années 1990. Le premier point est qu'il y a beaucoup de jobs, et notamment pour les filles qui sont trop peu présentes. Le deuxième point est que, comme tout raz de marée, tout se passe comme si c'était la première fois : redécouvrir les problèmes des données, de leur biais, de leur difficulté à faire de la prévision robuste, n'est pas une nouveauté et de nombreux textes des années 1960 soulevaient de profondes questions à cette époque. Discuter éthique, déontologie, conservation des données, coût de traitement, absence de régulation pourra se faire à une autre occasion...

Comment te vois-tu, plutôt comme une mathématicienne appliquée ou comme une mathématicienne ?

Cinquante ans de recherche m'ont amenée à explorer naturellement plusieurs domaines, théoriques ou appliqués comme la finance mais plus récemment la dynamique de populations et bien d'autres domaines. Mais le fil conducteur de toute cette activité reste l'optimisation stochastique, autour de laquelle la plupart de mes travaux théoriques et appliqués se sont développés.

Il y a très longtemps, dans les années 70, les laboratoires de probabilités et d'analyse numérique entretenaient une certaine forme de concurrence, tout du moins sur le plan de la réputation. L'aléatoire commençait à être introduit dans de nombreux problèmes appliqués, et j'avais été amenée à référer un papier qui me semblait avoir une solution probabiliste plus simple. Il s'agissait en fait d'un problème

d'arrêt optimal, un très vieux problème de probabilités mais complexe dans le cas des processus de Markov qui était envisagé.

Cela a été un virage majeur, mais toujours dans le respect de la formation que je venais de recevoir : poser des bases mathématiques précises (vrais problèmes profonds) au carrefour de plusieurs disciplines, généraliser de manière la plus abstraite possible pour comprendre l'essentiel, la voie pure et juste, etc. Généraliser l'arrêt optimal aux problèmes de contrôle stochastique était très naturel, même si ce n'était pas toujours trivial ; les problèmes d'optimisation avec observation partielle, étaient vraiment difficiles et nous avons montré avec Monique Jeanblanc qu'il n'y avait pas en général de solution non relaxée. Le cours de Saint-Flour 79 illustre la première étape de ces travaux. Sur cette ligne de force, se greffent de nombreuses branches, comme les problèmes de temps locaux, les décompositions de semi-martingales dans l'algèbre max-plus, tantôt plus calcul stochastique, tantôt plus optimisation.

Toute cette activité de recherche s'est développée avec une équipe de chercheurs venant d'autres universités que Paris VI, lors d'un groupe de travail sur le contrôle et le filtrage qui a duré une quinzaine d'années jusqu'à mon départ à l'École polytechnique en 1997. Cette thématique n'était pas du tout valorisée à l'intérieur du laboratoire. C'est pourtant elle qui va être immédiatement opérationnelle dans le cadre de la finance, même dans sa dimension « super-abstraite ». Le public était mixte,

mais mes thésards étaient souvent des femmes qui ont bien sûr participé à ce GT.

La finance a été une source importante de nouveaux problèmes mathématiques, que j'ai pu développer à l'École polytechnique ; un élan important est venu de ma rencontre avec le professeur Shige Peng de l'université de Shandong, qui avait introduit avec Étienne Pardoux les équations rétrogrades (Backward Stochastic Differential Equations). J'ai tout de suite vu le potentiel de cette notion en optimisation stochastique et en finance, pour résoudre de manière très simplifiée de nombreux problèmes d'optimisation, dont ceux de la finance étaient l'outil parfait. Même l'arrêt optimal de mes débuts pouvait être envisagé de ce point de vue. Le succès de ce point de vue m'a valu d'être invitée au congrès mondial des mathématiciens en 2002, et à celui des mathématiciens appliqués la même année. Depuis mes thématiques de recherche se sont diversifiées dans des directions proches des sciences sociales, notamment la dynamique de population et ses impacts sur la longévité qui est ma thématique principale depuis dix ans.

Je suis mathématicienne tout simplement, toujours séduite par la puissance de l'abstraction. Néanmoins je n'ai pas oublié mes amours de jeunesse autour de la philosophie, et l'émergence des méthodes dites d'intelligence artificielle est l'occasion de se reposer de nombreuses questions philosophiques, notamment « qu'est-ce que le vrai ? » dans un monde où on ne formalise plus les concepts fondamentaux des problèmes.



Photo : Hervé Thouroude

Nicole EL KAROU (née Schwartz) est une mathématicienne probabiliste, dont la dominante de recherche et d'enseignement est le contrôle stochastique, mais déclinée selon des thématiques très différentes selon les périodes. Après l'ÉNSJF Fontenay (Promotion 1964), elle soutient à Orsay en 1971 une thèse d'État « collective » très théorique sur les processus stochastiques. Elle est ensuite professeur au Mans à partir de

1973 puis à l'ÉNS Fontenay de 1979 à 1988, où elle vit l'expérience, qu'elle décrit comme « traumatisante », de la disparition des filles avec la mixité du concours à partir de 1981. Elle est ensuite professeur à Paris VI à partir de 1988 et à l'École polytechnique de 1997 à 2008. Elle découvre alors les marchés financiers, dont les outils théoriques sont des applications directes du contrôle stochastique. Elle crée en 1990 à Paris VI le Master Probabilités & Finance, aujourd'hui encore appelé « Master El Karoui », ainsi qu'une équipe de recherche en mathématiques financières, internationalement reconnus par les milieux professionnels et académiques, tandis que la recherche théorique en mathématiques financières explose. Depuis 2012, elle est professeur émérite à l'UPMC-Sorbonne Université et ses recherches s'orientent vers des problèmes de longévité et de dynamique de population. Tout au long de sa carrière, Nicole El Karoui, mère de cinq enfants, s'est toujours investie pour la communauté mathématique (SMF, CNU, IHP) et en particulier pour la promotion des sciences dures auprès des jeunes filles.



Pourquoi des Comités Parités dans tous les laboratoires INSMI ?

• A. GUILLOUX

Il y a cinq ans, nous ne connaissions pas la notion de référent·e ou de comité Parité. Après des expériences pionnières en 2016, les trois dernières années ont vu la grande majorité des laboratoires de mathématiques¹ se doter d'un·e référent·e Parité ou d'un comité Parité. Aujourd'hui, sur les 43 UMR de l'INSMI, une seule n'a pas de référent·e².

Cette évolution très rapide dans le paysage des laboratoires découle directement d'une politique volontariste de l'INSMI qui a émis des recommandations à ce sujet fin 2017 et a instauré des incitations financières depuis 2019. L'INSMI a d'ailleurs publié un bilan de son action pour la Parité³ en janvier 2021.

Nous allons dans ce texte décrire les missions de ces référent·es et les actions des comités. Nous tenterons ensuite de dresser un tableau des grandes actions pour la parité dans le paysage mathématique français et des limites structurelles auxquelles elles se confrontent.

Je pense qu'il est utile que je précise « d'où je parle » et pourquoi je parle à ce sujet. J'incarne en effet l'image qu'il vient en tête à la majorité des gens quand on utilise l'expression « un chercheur en maths » : homme, blanc, normalien, etc. Très protégé, par exemple des problèmes de légitimité⁴, je considère important de participer aux combats pour faire évoluer les mentalités et la situation dans notre communauté.

1. Mise en place et missions des référent·es ou comités

1.1 – Des recommandations et une incitation

Fin 2017, le Conseil scientifique de l'INSMI publie une recommandation sur la Parité⁵. Après le bref constat que la situation est préoccupante et tend à se détériorer, une liste de recommandations est proposée. Un des points de cette liste concerne justement la création des référent·es ou comités. Un autre propose la formation à ces sujets des directeur·ices d'unités. Les autres, enfin, dressent une liste de leurs missions ou de celles de l'INSMI en général.

Les grands axes de ces recommandations sont les suivants.

- Bâtir des statistiques fiables et exhaustives sur le nombre de femmes dans chacun des différents statuts des enseignant·es-chercheur·euses (MCF, PR, CR, DR, section 25 ou 26) pour suivre l'évolution de la situation.
- Porter une grande attention à la carrière des femmes : être vigilant·e sur leur recrutement ; les inviter à postuler aux promotions, délégations, CRCT, HDR, etc. en veillant à ce qu'elles les obtiennent justement ; s'assurer qu'elles soient présentes dans les lieux de pouvoir symboliques ou effectifs (oratrices et organisatrices de colloques, comités de sélection,

1. On parle ici des UMR qui relèvent de l'INSMI.

2. La liste de ces référent·es est publique, accessible sur la page Parité de l'INSMI : <https://parite.math.cnrs.fr/>. Le Laboratoire Alexandre Grothendieck (IHÉS) est le seul aujourd'hui à ne pas avoir nommé de référent·e.

3. <https://www.insmi.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/parite-en-mathematiques-un-bilan-janvier-2021>.

4. Mais je m'y confronte pour cet article !

5. <http://www.cnrs.fr/comitenational/csi/reco/Recommandations/INSMI/Recommandation-2-Insmi-22122017.pdf>. À noter que le précédent Conseil avait aussi émis des recommandations similaires.

comités de rédaction).

- S’associer aux actions existantes pour favoriser l’engagement des jeunes femmes dans la carrière scientifique, notamment au lycée et au moment de l’orientation en master.
- Informer sur le harcèlement et les discriminations.
- Réfléchir aussi à la parité pour les personnels de support à la recherche.

Comme rappelé dans le bilan de l’INSMI, ces recommandations ont été accompagnées d’une politique incitative : sur les années 2019-2020-2021, les laboratoires pouvaient se voir attribuer environ 1000€ en nommant un·e référent·e chargé·e de faire remonter les statistiques genrées des laboratoires et 1000€ supplémentaires si un au moins des trois derniers recrutements d’enseignant·e-chercheur·euse a été féminin⁶.

1.2 – Mais alors : référent·e ou comité ? Et pour quoi faire ?

Il est temps de voir ce que recouvrent ces deux expressions que j’utilise depuis le début de ce texte. La *personne référente* est le contact de l’INSMI dans les UMR sur ces questions. Elle est en particulier chargée de faire remonter les statistiques genrées. Ces statistiques concernent l’*Indice de Parité Académique* – description des proportions de femmes sur les différents statuts dans les laboratoires – et l’*Indice de Mobilité Académique* – proportion, par genre, de membres formés localement dans les laboratoires. Notons que cette deuxième statistique n’est presque jamais remplie. C’est dommage, alors que la règle de non-recrutement local et son application parfois erratique sont fortement soupçonnés d’avoir des effets négatifs en particulier sur les carrières des femmes, notamment au moment du recrutement PR.

Dans une partie des laboratoires, la personne référente est en réalité membre d’un plus ambitieux *comité Parité*. Cet espace d’échange permet de réfléchir à l’échelle du laboratoire et d’envisager des actions concrètes. Ces actions recoupent souvent les recommandations déjà citées. Plusieurs de ces comités ont des pages web sur le site de leur laboratoire pour décrire leur activité et rendre disponibles des ressources utiles⁷. Plusieurs de ces sites pointent vers des ressources du comité Parité d’INRIA, très fourni. Il est utile de présenter les ac-

tions que ces comités entreprennent - même si ces années de pandémie ont mis un coup de frein à leur activité ou ont empêché leur mise en place.

Un premier axe d’action concerne les jeunes du lycée à la Licence. Les journées « Femmes, Maths et Info, une équation lumineuse » et de « RDV des Jeunes Mathématiciennes et Informatiennes » sont plébiscitées pour susciter des vocations. Elles sont organisées avec l’appui précieux d’*Animath* et *Femmes et Mathématiques*. Un enjeu crucial est ensuite d’éviter que les étudiantes abandonnent des études de mathématiques entreprises. Pour ça, des comités ont mis en place des tutorats spécifiques des étudiantes ou des expositions permanentes dans les couloirs faisant la part belle aux femmes mathématiciennes.

Ces dernières initiatives ciblent aussi les étudiantes de niveau master ou les doctorantes. Cependant, d’autres actions leur sont consacrées. On peut citer des bourses spécifiques pour les étudiantes en M2; les « Lectures Sophie Kovalevski » à Angers, masterclass pour les étudiant·es à partir du master, avec des cours donnés par des femmes et des financements en priorité pour les étudiantes; des déjeuners entre mathématiciennes, ou d’autres types de réunion non mixtes pour pouvoir sereinement aborder les problèmes.

Ces réunions peuvent intéresser plus largement toutes les mathématiciennes, en thèse, précaires ou titulaires. Certains comités se préoccupent des conditions de travail des mathématiciennes et de comment les améliorer. Ces réflexions se rapprochent parfois de considérations syndicales : information sur les droits autour des congés maternels et parentaux, et du retour après ceux-ci, par exemple.

Le harcèlement et les violences sexistes et sexuelles font partie des préoccupations des comités. De la « blague lourde » parfois quotidienne aux actes pénalement répréhensibles, tout un éventail d’évènements a comme fonction de passer un message clair aux mathématiciennes : elles ne seraient pas vraiment à leur place. Les comités, comme d’autres instances, s’assurent que l’information sur ces questions circule. Le but est à la fois de donner les moyens de se défendre et aussi de faire prendre conscience à tout le monde de la situation pour sortir de l’acceptation.

Les comités attirent l’attention des laboratoires sur la parité dans les manifestations scientifiques

6. Plutôt que cette politique incitative, il a été envisagé de sanctionner financièrement les laboratoires sur ces critères.

7. On peut citer l’ICJ, l’IMB, l’IF, le LMBA, l’IRMAR, le LMJL, l’IECL, l’IMJ-PRG, le LJLL et le CMAP.

(séminaires, colloques, écoles d'été...). Plusieurs laboratoires conditionnent les financements à la présence significative de femmes parmi les organisatrices et les oratrices. Des membres de comités, comme par exemple à Lille⁸, s'intéressent à la proportion de femmes invitées dans les différents séminaires du laboratoire. Les chiffres obtenus montrent, domaine par domaine, que cette proportion est moindre que celle des enseignantes-chercheuses en général. Cela participe à un phénomène d'invisibilisation des femmes.

Enfin, un des gros chantiers concerne les recrutements. De l'information des comités de spécialistes sur les biais de recrutement à l'attention aux statistiques genrées à chaque étape des recrutements, les comités essaient de faire en sorte de rendre ces lieux de pouvoir plus conscients des mécanismes qui perpétuent de fait la situation actuelle.

On le voit, les comités tentent de couvrir un très large spectre, qui part de missions de sensibilisation et de communication et s'étend à des missions d'observation et d'alerte. Aucun ne fait toutes les actions décrites ci-dessus à la fois! Ces activités sont chronophages et énergivores. On peut à ce propos noter que parmi les 91 personnes apparaissant comme référent·e ou membre d'un comité, 51 sont des femmes.

Ces actions demandent parfois un budget conséquent. Si certains laboratoires soutiennent avec enthousiasme ces initiatives, on peut poser la question de leur financement récurrent. Le montant de l'incitation mentionnée plus haut montre que ce n'est pas du tout un soutien financier à ces actions, mais bien une incitation, symbolique mais efficace, à bouger un peu dans les laboratoires.

1.3 – Donc... tout va s'arranger?

Bien sûr que non! D'abord, du point de vue statistique la situation est catastrophique, nous y reviendrons dans la prochaine partie. Mais aussi, parmi ces 91 personnes, nombreuses sont celles qui expriment un désarroi à lutter contre des représentations qui semblent dépasser largement notre com-

munauté. Le stéréotype « les filles, c'est pas bon en maths » est présent dans la société en général, dans la communauté pédagogique large notamment, tout comme il est présent dans notre communauté⁹.

Dès lors, que faire, « en bout de chaîne », quand les filles ont déjà été découragées par tous les rapports sociaux de sexe, par les stéréotypes de genre, par le cyber-harcèlement qu'encourt toute femme s'exprimant sur les questions de sciences? Que faire quand les politiques générales vont dans un sens défavorable aux carrières des femmes¹⁰? Que faire quand les référent·es et les membres de comité parité n'ont, à part leur bonne volonté et leur curiosité personnelle, pas de formation ni d'outils ni de compétences particulières pour animer les réflexions et les actions? Plusieurs des référent·es contacté·es m'ont indiqué n'avoir pas vraiment d'idées des pistes explorées ailleurs et avaient un sentiment de fort isolement sur ces questions. Que faire aussi quand les initiatives institutionnelles s'empilent, entre les tutelles universitaires (de plus en plus souvent multiples pour une UMR), l'INSMI, le comité Parité du CNRS et la *Mission pour la Place des Femmes* au CNRS? Notons par exemple que certaines délégations du CNRS expérimentent en ce moment des « Correspondant·es Égalité », COREGAL dans notre belle langue administrative, dont les missions semblent recouper celles des référent·es parité. Il est à craindre que cette floraison d'initiatives, si elles ne sont pas rapidement coordonnées, épuise les volontaires et ne soit finalement contre-productive.

Alors bien sûr, la création de ces comités est une bonne nouvelle. Elle permet de faire vivre le débat plus largement dans les laboratoires, de sortir de la discussion entre collègues intéressées pour toucher une partie plus large de la communauté. Elle permet de créer un réseau assez dense dans les UMR de personnes au courant de la situation, des statistiques, de certaines mesures efficaces. On peut espérer que ça suffira par exemple

8. Merci à Claire Chainais d'avoir compilé et d'avoir partagé avec moi ces chiffres en avant première.

9. On ressent parfois ce stéréotype y compris dans des interventions bienveillantes. Imaginez, messieurs, ce que vous auriez ressenti si vous aviez été l'objet dans vos années étudiantes de commentaires encourageants sur le ton de « c'est pas parce que tu es une fille que tu ne peux pas faire de maths ».

10. Rappelons ici l'épisode de la Loi de Programmation de la Recherche (LPR) : notre ministère a commencé par ignorer ses obligations de procéder à une étude d'impact sur ces questions. Quand le Haut Commissariat à l'Égalité a fini par être saisi, son avis très défavorable a simplement été ignoré. Cela montre l'ambivalence de nos tutelles, qui semblent parfois très volontaristes mais qui mettent en place des politiques structurellement défavorables aux carrières des femmes.

à transmettre le flambeau des luttes pour la parité en évitant une certaine amnésie d'une génération à l'autre¹¹. L'implication des tutelles est sensible dans la pression forte de l'INSMI sur ces sujets, dans la communication du CNRS, dans la multiplication des organes de réflexion, au CNRS, à INRIA, dans les universités. Elle peut amener des solutions ou au moins des ressources d'excellente qualité pour aider les comités parité.

Mais il faut pour ça des volontés politiques fortes, constantes dans un temps long et cohérentes entre les différentes tutelles pour appuyer les actions locales. Il faut aussi mettre en commun nos énergies pour informer sur ce qui se fait ici ou là; pour diffuser les résultats des études de sciences sociales qui pointent les raisons profondes des biais de perceptions; pour éviter certains écueils qui peuvent sembler anodins, comme des expressions pièges¹² contre-productives. Deux espaces de discussion pour la communauté autour des questions de parité existent depuis 2011 : il s'agit d'une part des *Journées Parité*, et d'autre part de la liste *Forum-Parité*¹³ qui abrite des échanges variés, du partage d'expériences ou d'informations à la discussion autour de certaines revendications. Comme nous allons le voir, leur création concomitante n'est pas tout à fait un hasard.

2. Contexte et bref historique

La vague de création des *comités Parité*, décrite dans la partie précédente, peut surprendre par sa rapidité. Je vais essayer maintenant d'expliquer – trop – rapidement comment la comprendre dans le contexte récent des actions militantes au sein de notre communauté et des débats sociétaux plus larges. Rappelons en effet à ce dernier sujet les relativement récentes lois sur l'égalité hommes-femmes qui s'appliquent aussi, parfois difficilement, à notre monde et nos institutions.

11. De tels phénomènes d'amnésie sont apparus dans des entretiens que j'ai menés pour cet article, notamment avec Laurence Broze et Catherine Goldstein et sont bien décrits dans le livre « Ne nous libérez pas, on s'en charge. Une histoire des féminismes de 1789 à nos jours », Florence Rochefort, Bibia Pavard et Michelle Zancarini-Fournel.

12. Laurence Broze m'a fait noter que des expressions du type « autocensure des femmes », utilisées jusqu'à la présidence du CNRS, faisait en réalité porter aux femmes le poids d'une responsabilité individuelle si elles ne postulent pas pour des promotions ou autres. Il est clair que le problème est systémique et pas le résultat d'une somme de décisions individuelles.

13. Les *Journées Parité* passées sont décrites sur cette page : <http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/>. Les archives et la possibilité de s'inscrire à la liste *Forum-Parité* se trouvent à cette adresse : <https://listes.math.cnrs.fr/www/info/forum-parite>.

14. À titre d'exemple, l'association Femmes et Mathématiques, citée plusieurs fois ici, a été créée en 1987. La mixité de l'enseignement secondaire dix ans avant et la fusion des ÉNS demandaient une réflexion sur la place des filles dans les études mathématiques et des femmes dans les métiers, comme on peut le lire dans leur historique sur leur site internet. La *Mission pour la Place des Femmes* au CNRS est, elle, créée en 2001.

15. Une mise à jour de ces chiffres et une comparaison de l'évolution de la situation dans les différents pays seraient très intéressantes, mais hors de propos pour cet article.

Avant de me consacrer aux années plus récentes, je dois mentionner que les réflexions sur la parité en mathématiques existent depuis bien longtemps¹⁴; il est hors de l'ambition de ce papier de les retracer. Je veux quand même esquisser un panorama des quinze dernières années pour donner un contexte à ces créations.

2.1 – Des statistiques comme point de départ

C'est un motif récurrent : tout commence par des statistiques. Tant que ces statistiques ne sont pas produites, diffusées, répétées, le débat n'avance pas. Une étape décisive avait été l'obtention de statistiques européennes comparatives, grâce au travail d'Eva Bayer, à l'occasion du premier congrès européen en 1992; ceci a permis de constater à quel point des pays proches du point de vue du rayonnement mathématique étaient très différents du point de vue du nombre de mathématiciennes et donc de réfléchir sur les facteurs causant ces situations¹⁵. En 2007, à l'occasion des 20 ans de Femmes et Mathématiques, L. Broze produit des chiffres précis sur les proportions, année par année, de femmes dans les différents statuts de la recherche en mathématiques en France ainsi que dans les comités de sélection. Le constat est sans appel : la situation est catastrophique. Elle a de plus empiré dans la vague de création de postes des années 1990-2000. Ce constat est réitéré en 2011 lors de la première *Journée Parité*, devant plusieurs figures importantes de notre communauté. L'étendue de la catastrophe est résumée dans une expression qui aura son amer succès, reprise notamment par Christian Kassel dans la première recommandations du cs de l'INSMI déjà évoquée : « les femmes PR25 sont une espèce en voie d'extinction ». Ces chiffres, mis à jour année après année, sont toujours accessibles sur le site de Femmes et Ma-

thématiques¹⁶. Des chiffres similaires sont aussi disponibles sur le site de la parité à l'INSMI et dans le bilan de l'INSMI sur la parité. Sans rentrer dans les détails, il me suffira de rappeler que la part de femmes titulaires à l'université comme au CNRS est autour de 20% ; que ce chiffre est désespérément stable ; et qu'il cache d'assez grandes disparités suivant les statuts. La pire situation est donc pour les PR25, dont environ 6% sont des femmes. Les mathématiques, en particulier fondamentales, font partie des sections les moins paritaires du CNU. Enfin, les carrières universitaires font apparaître un évident « *plafond de verre* » au niveau du passage PR : les proportions de femmes sont divisées par deux entre MCF et PR.

2.2 – Des discussions communautaires et des volontés institutionnelles

La publication de ces statistiques et les débats sociétaux plus généraux permettent une prise de conscience au début des années 2010. On assiste alors à l'ouverture d'espaces de réflexions sur ces questions. Une première *Journée Parité* est organisée en 2011, et d'autres éditions ont lieu en 2013, 2016 et 2019. La liste *Forum-Parité* est créée en 2011 par Peggy Cénac, Magalie Ribot et Barbara Schapira, d'abord principalement autour des difficultés spécifiques des femmes dans leur carrière. La discussion s'y est ensuite ouverte à d'autres thèmes. Elle compte aujourd'hui plus de 250 abonné-es. Par ailleurs, un groupe de travail *Parité* est créé à l'INSMI, avec notamment Peggy Cénac et Christian Kassel. Enfin, le CNRS, à travers sa *Mission pour la Place des Femmes* porte au niveau européen le projet INTEGER (INstitutional Transformation for Effecting Gender Equality in Research), avec l'IMJ-PRG comme laboratoire français de mathématiques choisi.

L'avis d'actrices directement impliquées, comme par exemple Catherine Goldstein, montre que cette institutionnalisation des problèmes et de la discussion fait une vraie différence avec des effets variés, certains positifs, d'autres moins. Une conséquence est ainsi l'implication obligée des hommes, notamment dans les lieux de pouvoir, car ils sont obligés de répondre aux demandes des tutelles sur ces questions. Cependant, il reste difficile dans ce

paysage éclaté de mener des actions cohérentes et pérennes, entre autres car les intervenant-es changent sans cesse. Un autre problème, rencontré par exemple par le projet INTEGER, réside dans la difficulté de faire cohabiter des considérations nationales voire internationales et la prise en compte des spécificités réelles de notre communauté. La question de la mobilité au moment du passage PR est un exemple d'une situation très spécifique à notre communauté mathématique¹⁷ française dont les impacts en terme de (non-)parité semblent évidents.

Au milieu des années 2010, la question de la parité est ainsi une préoccupation importante pour les tutelles et elle intéresse toute une partie des enseignant-es-chercheur-es. Les premiers comités naissent donc, notamment à l'IMJ-PRG suite à INTEGER. Des tribunes apparaissent dans la *Gazette* ou *MATAPLI*, comme celles d'I. Chatterji. Les recommandations du CS de l'INSMI apparaissent avec cette fois une pression importante pour qu'elles soient prises en compte. Et la vague de création des comités arrive !

3. Conclusion

La création de ces comités est un signe d'espoir pour les personnes préoccupées par la place des femmes dans notre communauté. Ils représentent un espace local mais institutionnalisé d'échange, d'information et d'organisation autour de ces questions. Ils participent à amplifier une discussion déjà présente mais toujours en danger d'épuisement.

Il ne faut cependant pas se faire d'illusions. Il reste des échelons fragiles, dont la formation sur les questions de parité et l'organisation nationale ne pourra être faite que par des initiatives personnelles ou locales. Ils ne pourront surtout pas se substituer à une remise en question profonde de nos pratiques. La question du recrutement, centrale, en est un bon exemple : après plus d'une décennie de ce qui semble une politique volontariste, voire intrusive pour certains, le résultat est le statut quo. On ne peut se cacher derrière des dynamiques qui nous échapperaient : seuls les mécanismes et représentations propres à notre communauté expliquent le niveau abyssal où nous nous trouvons. Un point soulevé par Catherine Goldstein m'a fait noter que tant que l'archétype unique du bon recrutement,

16. Une présentation synthétique par L. Broze est accessible ici, par exemple : <https://femmes-et-maths.fr/enseignement-superieur-et-recherche/>.

17. La règle du non-recrutement local, en particulier au moment du passage PR, est une singularité à la fois par rapport à la majorité des sections CNU et à de nombreux systèmes d'autres pays.

que ce soit à l'université ou au CNRS, en rang A ou en rang B, sera le « jeune brillant international », rien ne bougera profondément. Cette image trop présente biaise souvent les critères partagés d'évaluation des dossiers. Or, d'autres incarnations de l'excellence, appréciée sur ces critères, existent !

Je trouve important de tisser explicitement le lien avec l'article « Pourquoi avons nous si peu de collègues noir·e·s ? » d'Ivar Ekeland paru notamment dans la dernière *Gazette*. Réfléchir sur les mécanismes de discrimination genrée dans notre communauté amène facilement à élargir la réflexion

aux autres types de discriminations et à leurs superpositions intersectionnelles. Je regrette de constater qu'une de nos fonctions sociales, malgré toutes les bonnes volontés individuelles et l'envie de bien faire, est de dire très fort à de nombreux·es étudiant·es – femmes donc, mais aussi de classe populaire ou racisé·es – que les études scientifiques ou la carrière académiques ne sont pas pour elles et eux. Nous ne sommes pas neutres dans un monde discriminant : nous participons à exclure et mettons en place les conditions d'une extrême homogénéité. Je souhaite que ça change et je pense que nous sommes nombreux·ses.



Antonin GUILLOUX

IMJ-PRG et OURAGAN, Sorbonne Université, université de Paris, CNRS, INRIA
antonin.guilloux@imj-prg.fr

L'auteur est maître de conférences à l'Institut de Mathématiques de Jussieu - Paris Rive Gauche depuis 2009. Il s'intéresse aux structures géométriques et aux sous-groupes discrets des groupes de Lie. Cela l'amène à voyager des géométries hyperboliques et leurs cousines aux applications en théorie des nombres, en passant par des expérimentations informatiques.

Je souhaite exprimer mes remerciements à toutes les personnes qui ont bien voulu me consacrer du temps : les référent·es Parité pour m'expliquer leurs actions, Laurence Broze, Peggy Cénac, Claire Chainais, Catherine Goldstein, Magalie Ribot et Barbara Schapira pour m'avoir permis de mieux saisir la situation.

Revue d'histoire des mathématiques 2021



Tome 27, fascicule 1

Sommaire

Recenser des articles mathématiques pour l'occupant : une étude sur les comportements de mathématiciens français sollicités par les autorités d'occupation allemandes
Christophe ECKES

The Spanish symbol 'U' for thousands : Some answers
Carlos Enriquez TURINO

Revue (électronique/papier) disponible par abonnement

ISSN 1777-568X/1262-022X
2021 - Vol. 27 - 2 fascicules



Tarifs disponibles sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <https://smf.emath.fr>



Pourquoi de nombreux mathématiciens ukrainiens n'assisteront pas au Congrès international des mathématiciens (CIM) en Russie

En 2014, en réponse aux actions du président en disgrâce Yanukovich¹, une révolution a éclaté en Ukraine. La Russie a répondu en annexant le territoire ukrainien et en entamant une guerre en Ukraine orientale. Tout cela, tout en colportant des mensonges à la fois sur la nature de la Révolution ukrainienne de la Dignité et sur l'implication de l'armée russe dans la guerre. Le monde a vu les actions de la Russie pour ce qu'elles étaient : une violation du droit international et une tentative pour empêcher les Ukrainiens de choisir leur propre avenir en tant que nation.

La guerre de la Russie en Ukraine a déjà pris plus de 13 000 vies et a obligé plus de deux millions de personnes à fuir leurs foyers. Si cette guerre a disparu des actualités internationales, le pilonnage continue et le nombre des morts croît chaque semaine. Cela a dévasté l'économie ukrainienne et causé une blessure énorme dans le monde académique ukrainien. Des universités ont été déplacées², des carrières ont été brisées. Beaucoup de liens scientifiques ont été rompus, des collaborations abandonnées. Nos collègues de Crimée sont persécutés pour leur résistance au régime de Poutine³.

Ces dernières années, beaucoup d'entre nous se sont sentis gênés lorsque nous rejetons une invitation à un événement scientifique en Russie. Qu'est-ce que les organisateurs ont à voir avec la

guerre? Probablement rien. Cependant, comme des millions de personnes de notre pays, nous ne pouvons tout simplement pas mettre un pied sur le territoire russe depuis 2014.

Imaginez le choc que les mathématiciens ukrainiens ont éprouvé quand en 2018 l'Union mathématique internationale (UMI) a offert à la Russie l'honneur d'organiser le CIM. Le gouvernement russe a investi des ressources considérables pour remporter l'appel d'offres contre la France. Le fait est que des événements internationaux importants comme le CIM légitiment des régimes qui ont du sang sur les mains. Ils se vantent de ce que, même si nous les condamnons moralement, nous n'avons aucun scrupule à prendre leur argent. Un haut responsable du gouvernement russe, Arkady Dvorkovich, a été personnellement impliqué dans la bataille pour amener le CIM en Russie. Le Comité d'organisation exécutif du CIM est présidé par le vice-premier ministre Dmitry Chernyshenko. Un haut responsable du FSB (l'ancien KGB), Dmitry Derevyashkin, et le major général Aleksey Zinin de la Garde nationale font partie des organisateurs officiels. Étant donné tout cela, il n'est pas improbable que l'organisation du CIM et l'élaboration des plans de guerre s'effectuent depuis des bureaux voisins.

Le 26 février 2021, le Comité exécutif de l'UMI a publié une déclaration dans laquelle il déclare son indifférence totale à toute considération mo-

1. Viktor Yanukovich a fui le pays en 2014. En 2019 il a été condamné par contumace à 13 ans de prison. <https://www.reuters.com/article/us-ukraine-crisis-yanukovich-idUSKCN1PI27B>

2. Dix-huit collègues ukrainiens sont exilés dans leur propre pays : neuf de la région de Donetsk, huit de la région de Luhansk et un de la péninsule de Crimée. <http://euromaidanpress.com/2017/02/25/displaced-universities-how-18-ukrainian-colleges-from-donbas-and-crimea-are-living-in-exile-in-their-own-country/>

3. Un exemple très récent concerne les poursuites contre un leader tatar de Crimée, Nariman Dzhelyal. En plus de son activité sociale et politique, Dzhelyal était maître de conférences d'histoire et de droit à l'École internationale de Simferopol <https://www.rferl.org/a/crimean-tatar-leader-charges/31446750.html>. La plus grande université de Crimée, l'université nationale V.I. Vernadsky-Taurida, à Simferopol, a été fermée par le gouvernement russe. Le gouvernement ukrainien a déplacé l'université de Taurida à Kiev. Seuls 7 des 14 départements ont été rouverts à Kiev, tous en lettres <https://p.dw.com/p/1Hv1J>

rale lorsqu'il prend des décisions : « L'UMI ainsi que le Conseil international des sciences, dont l'UMI est membre, s'oppose à tous les boycotts d'événements scientifiques et à toutes les tentatives pour lier les activités scientifiques à des questions politiques et sociétales, parce que les boycotts sont considérés comme nuisibles à toutes les personnes concernées. » Nombre d'entre nous vivent dans une société assez évoluée pour se préoccuper de choses comme le commerce équitable du café ou pour s'inquiéter de savoir si les produits que nous utilisons sont fabriqués avec le travail d'enfants. Donc, pourquoi l'UMI, qui est censée nous représenter, devrait-elle rester si neutre moralement ? Prendre en compte les droits humains ne peut être étiqueté seulement comme de la « politique » et rejeté simplement parce que c'est difficile. Nous savons qu'il y a des conflits dans le monde sur lesquels notre communauté est divisée. Cela veut-il dire que nous ne devrions pas avoir de jugements moraux quand il s'agit d'évidence ? La Russie a annexé une partie d'un pays européen indépendant, une chose qui n'avait plus été vue depuis la première moitié du siècle précédent. Pourquoi est-ce ambigu ? Pourquoi ne pas se soucier des nombreuses autres violations des droits humains commises par la Russie, comme la suppression de la libre expression, les assassinats politiques, la persécution de la communauté LGBT ? L'UMI veut-elle que nous soyons d'impassibles machines à produire des théorèmes ?

Historiquement, la question n'est pas sans précédents et l'UMI a déjà pris en compte des événements politiques. En avril 1982, le Comité exécutif

de l'UMI a décidé d'annuler le CIM à Varsovie, à cause de la mise en place d'une loi martiale et de la répression brutale du mouvement Solidarnosc. L'UMI d'aujourd'hui aime prétendre que le Congrès international n'a à voir qu'avec les mathématiques ; pourtant, depuis 2002, à peu près, elle a été prête à offrir à des responsables politiques des pays hôtes des occasions pour leurs relations publiques. Beaucoup de ces dirigeants ont ensuite dû faire face à des accusations sérieuses de corruption, certains sont en prison. Mais jamais jusqu'en 2022, l'UMI n'a été prête à serrer des mains dégoulinantes de sang. Si Poutine veut remettre en personne les médailles Fields, l'UMI aura-t-elle le courage de dire non ? Nous ne le pensons pas. Elle n'a même pas demandé au gouvernement russe de relâcher notre collègue injustement emprisonné, Azat Miftakhov.

Qu'en est-il des mathématiciens russes ? Nous estimons et respectons nos collègues de Russie. Nombre d'entre eux ont montré leur courage en résistant au régime de Poutine. Cependant, accueillir un CIM dans son pays n'est pas un droit humain fondamental. Ne pas être tué par les mortiers russes l'est.

En écrivant cela, nous nous sentons un peu comme David devant Goliath. Nous n'avons pas les ressources d'un pays riche en pétrole à distribuer. Nous défendons ce que nous croyons être juste. L'indifférence morale de l'UMI doit cesser, et nous invitons ceux et celles qui sont d'accord avec nous à rejoindre le boycott du CIM 2022.

La liste des signataires se trouve sur le site <http://www.icm2022boycott.org/ukrainians/>



Bilan de l'InSMI : 2017-2021

Ce texte présente un bilan des actions de l'InSMI sur les 4 dernières années, qui correspondent au mandat de Pascal Auscher à la direction de l'institut. Il complète le bilan publié à l'automne 2019¹.

1. Les actions de l'InSMI entre 2017 et 2021

L'InSMI est un institut du CNRS auquel il échoit une mission nationale d'animation et de coordination dans le domaine des mathématiques. Il implémente donc les moyens qu'il reçoit du CNRS en subvention d'État pour ce qui est du fonctionnement, de l'équipement et de l'investissement et des ressources humaines. Ces moyens sont négociés chaque année.

L'InSMI a continué d'affirmer la vision globale des mathématiques dans le continuum des mathématiques les plus fondamentales vers les plus appliquées. Cela se voit dans le recrutement ou dans l'avancement où l'InSMI demandait à la section 41 de veiller aux grands équilibres et de couvrir tout le spectre. Les actions spécifiques (PEPS, contrats doctoraux internationaux) ont aussi contribué à soutenir l'ensemble du spectre. Soit dit en passant, la communauté devrait réfléchir à faire évoluer la terminologie mathématiques fondamentales et mathématiques appliquées. Le passé récent a montré que cette classification n'est pas forcément pertinente à l'intérieur comme à l'extérieur de notre communauté. Des mathématiques fondamentales trouvent des applications (pensons par exemple à la cryptographie) comme des mathématiques dites appliquées peuvent être très théoriques (pensons aux matrices aléatoires). Ne convient-il pas de ne jamais oublier la provenance des sujets que nous explorons avec nos outils pour un meilleur affichage ?

Dans le cadre du Contrat Objectif Performance du CNRS avec l'État, l'InSMI a affiché comme priorité les fondements de l'IA, les mathématiques pour l'humain et son interaction avec la Planète Terre, les mathématiques pour les sciences du vivant et la médecine. Ce n'est pas sans oublier le socle de

toutes les autres mathématiques, le temps long et la sérendipité.

Le soutien dit de base aux unités a été maintenu, même lorsque le budget de l'InSMI a connu une baisse. Il a augmenté pour la dernière année grâce à un abondement du MESRI financé par la loi de programmation de la recherche (LPR).

Le maintien du nombre de recrutements de CR a pu être réalisé (au moins 16 recrutements par an). Cette politique semblait essentielle au moment où on constatait une baisse du nombre de recrutements d'enseignantes-chercheuses et enseignants-chercheurs (au niveau MCF). Le signal vers les jeunes générations est qu'il doit y avoir des possibilités de carrière en recherche en mathématique. Notre école mathématique est toujours performante et attractive sur tous les sujets ; elle doit se renouveler. Dans le même temps, l'InSMI a aussi souvent que possible alerté les universités des tendances à la baisse des postes en mathématiques, qui s'accompagnent aussi de forts biais de profils où certaines thématiques peinent à se renouveler (même en section CNU 26). Avec l'autonomie des établissements universitaires, ce sont les actions locales qui resteront les plus efficaces, avec les messages que l'InSMI a partagés avec vous.

La baisse significative du nombre de postes de professeurs et professeurs d'université en sections CNU 25 ou 26 a aussi une conséquence : moins de CR du CNRS en mathématiques envisagent une carrière universitaire. Cela induira mécaniquement une baisse du nombre de possibilités de recrutement CR.

Dans un contexte extrêmement contraint, le nombre d'IT dans les unités de l'InSMI a globalement augmenté. Il reste cependant inférieur à nos besoins. Nous menons à chaque fois une discussion avec l'unité pour évaluer les évolutions des charges de travail internes à celle-ci. Des redéploiements ont été effectués suivant les différentes branches d'activité professionnelle.

Nos centres prestigieux que sont l'IHP et le CIRM ont été une source d'attention constante pour l'InSMI. D'abord notre budget a financé les actions

1. <https://www.insmi.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/quelques-nouvelles-de-linsmi>

CPER les concernant. Leurs budgets de base ont été maintenus. L'INSMI est attentif, avec les tutelles partenaires, à ce que ces unités disposent des personnels adéquats. En 2020, le CIRMA a bénéficié d'apports exceptionnels suite à un redéploiement de crédits.

Nos réseaux (RNBM, Mathrice, AuDiMath) ont bénéficié de notre soutien. Pour Mathrice, il s'agissait d'évolutions techniques importantes. Le RNBM négocie et met en œuvre les licences nationales payées par l'INSMI. Grâce à leur travail, avec celui de Mathdoc, le portail maths² propose toujours plus d'outils pour la communauté. AuDiMath continue son action de réseautage des actions de diffusion depuis vos laboratoires. En ce qui concerne les postes de la branche d'emploi professionnelle F, l'INSMI a demandé une réflexion sur le métier de documentaliste (qui est une spécificité de l'INSMI et de l'institut des sciences humaines et sociales au CNRS) : cette réflexion (un peu ralentie par la situation sanitaire) débouchera sur une évolution du référentiel sur le métier, ce qui est essentiel pour le recrutement.

L'unité Mathdoc a connu un fort développement lié au positionnement du centre Mersenne (un projet de l'Initiative d'Excellence de l'université Grenoble Alpes, soutenu par l'INSMI). Grâce notamment à l'accueil de 6 des 7 séries des Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, cette plateforme d'édition en accès ouvert diamant a été mise sur le devant de la scène de la Science Ouverte.

Voilà quelques actions que l'INSMI a suivi particulièrement. Le renouvellement des LabEx en 2019, le deuxième appel EUR (le premier ayant été très insatisfaisant pour la communauté) et le pré-lancement de l'appel SFRI ont été l'occasion d'échanges avec le SGPI utiles pour la communauté. Nous avons aussi particulièrement soutenu le travail pour le renouvellement de Carmin et AMIES, LabEx atypiques de portée nationale. Certains LabEx se retrouvent maintenant dans les IdEx ou I-Site pérennisés et c'est dans ce contexte qu'ils doivent évoluer ou se transformer en s'appuyant sur des dynamiques locales (c'est le cas à Strasbourg, Marseille). L'INSMI peut rester en appui (et est sollicité par le CNRS en qualité de partenaire des IdEx et I-site pour des avis de toutes façons).

L'année des mathématiques 2019-2020 (partenariat entre le CNRS et le Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports) a été, malgré la crise sanitaire, un succès et une suite est envi-

sagée impliquant l'appui des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), qui sont souvent implantés près de vos laboratoires, de façon à faire inscrire les actions dans les plans de formation rectoraux. Nous remercions Louise Nysen sans qui cette action n'aurait pas pu se déployer et qui laisse un bel héritage. Annoncé dans le bilan de 2019, la création de l'Institut des Mathématiques pour la Planète Terre (IMPT³) est maintenant effective avec les premières actions financées en 2021. Un grand merci à Arnaud Guillin pour tout le travail de mise en place. Avec AMIES et AudiMath (et aussi la Fondation Blaise Pascal) mis en place par les directions précédentes, cet institut est le troisième volet de l'action de l'INSMI aux interactions : avec les industries, avec la société (diffusion) et avec les autres disciplines.

La crise sanitaire a été aussi l'occasion d'afficher que les mathématiques et les autres disciplines peuvent se mobiliser sur les aspects de modélisation. À l'initiative de Jean-Stéphane Dhersin, la plateforme modcov19⁴, a été mise en place. Sa portée dépasse le cadre de l'INSMI et même du CNRS. Nous remercions la PLM team et GRICAD pour leur appui logistique.

Pour finir, la PLM team, forte de ses douze membres actuels, s'est vu décerner un cristal collectif du CNRS pour l'action qu'elle a eue pendant l'année 2020 en support vers nos laboratoires mais aussi vers le CNRS en général. Cette action n'aurait pas été possible sans l'expérience collective accumulée au cours des 15 dernières années au service de la communauté mathématique. Félicitations à eux.

2. Politique de ressources humaines

2.1 – État des lieux du plafond d'emploi de l'INSMI

L'INSMI se trouve actuellement confronté à un problème structurel de plafond d'emploi qui réduit ses possibilités de recrutement aussi bien au niveau des chercheurs et chercheuses que des ingénieurs, ingénieures, techniciennes et techniciens (IT) et également CDD (voir la rubrique postes rouges plus loin). Plusieurs facteurs sont à l'origine de cette situation : ces dernières années la direction a souhaité

2. <https://portail.math.cnrs.fr/>

3. <https://impt.math.cnrs.fr/>

4. <https://modcov19.math.cnrs.fr/>

maintenir un niveau élevé de postes offerts aux concours de CR en mathématiques, avec entre 16 et 19 nouveaux et nouvelles CR recrutés chaque année. Par ailleurs, la diminution du nombre de postes de professeurs et professeurs d’université a réduit le nombre de sorties vers ce corps. Nous avons dû renoncer en 2021 aux CDD de chercheurs et chercheuses invités dans les laboratoires (« postes rouges labos ») qui ont été convertis en des accueils avec prise en charge des frais de mission.

2.2 – Affectation des chercheurs et chercheuses

La direction de l’INSMI affecte les chercheurs et chercheuses (CR ou DR) nouvellement recrutés dans ses laboratoires et les sections du comité national donnent un avis sur ces affectations lors de leur session d’automne. La politique d’affectation de l’INSMI a été expliquée dans le précédent bilan et nous donnerons ici (tableau 1) des statistiques d’affectation sur l’ensemble du mandat. Les statistiques indiquées agglomèrent le concours classique et la campagne au titre du handicap. Les postes concernés sont ceux qui correspondent à des affectations à l’INSMI et pas nécessairement à des affichages via la section 41.

TABEAU 1 – Nombre de CR et DR affectés suite au concours dans des laboratoires de l’INSMI au cours des 4 dernières années. Les deux premières lignes indiquent les affectations en région parisienne (RP) et hors région parisienne (HRP) au format n/m, en distinguant les corps CR et DR (ligne 1) et les genres (H et F) des CR (ligne 2).

		2018	2019	2020	2021
RP/HRP	CR	6/13	10/7	5/12	7/9
	DR	3/3	3/4	4/3	0/12
RP/HRP	CR H	4/8	7/6	3/10	5/7
	CR F	1/5	3/1	2/2	2/2

Dans le précédent bilan, nous avons consacré un paragraphe à l’opération mobilité chercheurs et chercheuses⁵ mise en place par l’INSMI au printemps 2019. Dans la continuité de cette action, l’INSMI a souhaité expérimenter en 2021 un concours de directeurs et directrices de recherche fléché géographiquement. Une liste de 10 laboratoires de l’INSMI a été établie de sorte à fournir un vivier d’unités à la fois assez large pour permettre un concours fructueux et assez restreinte pour permettre à l’action d’exprimer une politique scientifique. Le critère retenu correspond aux unités (parmi les 43 UMR de l’INSMI) qui avaient (au moment de la rédaction de l’appel d’offres, à l’automne 2020) au plus un DR et au plus 2 CR du CNRS affectés dans ce laboratoire. Cette expérience unique s’est avérée fructueuse puisqu’elle a permis le recrutement de 4 DR qui seront affectés dans 4 laboratoires de la liste. Le prochain directeur de l’INSMI décidera, avec son équipe, de l’opportunité de reconduire une telle expérience.

2.3 – Accueils en délégation au CNRS

Le CNRS finance annuellement un total d’environ 475 années d’accueils en délégation (AD) dans l’une de ses structures et ce chiffre est stable depuis plusieurs années. (Les sciences humaines et sociales, SHS, ont bénéficié de la part du MESRI d’une augmentation significative des possibilités d’AD en 2020 qui n’est pas prise en compte dans ce chiffre). Bien que le nombre d’AD accordées aux mathématiques reste important (ce nombre est une conséquence de la forte demande dans la discipline), on observe une baisse du nombre de demandes en mathématiques sur les dernières années (tableau 2), et donc mécaniquement une baisse du nombre d’accueils (le taux de succès étant uniforme sur les instituts et calculé sur le volume équivalent temps plein – ETP – demandé). Les désistements après notification existent et ne permettent pas toujours à l’INSMI de récupérer l’AD.

TABEAU 2 – Accueils en délégations CNRS à l’INSMI

Année	2018	2019	2020	2021
Nb. de demandes (Nb. ETP demandés)	277 (175,5)	232 (153,5)	255 (166,5)	226 (146,5)
Nb. de personnes ayant obtenu 6 mois	157	142	151	146
Nb. de personnes ayant obtenu 1 an	28	23	20	20
Total des délégations INSMI en année	106,5	94	95,5	94

5. https://www.insmi.cnrs.fr/sites/institut_insmi/files/news/2020-02/Mobilite_Insmi_2019.pdf

Notez que les chiffres 2019 ont été légèrement corrigés par rapport au dernier bilan pour tenir compte de ces désistements. De la même façon, d'autres désistements sont susceptibles de se produire sur la campagne 2021. Nous rappelons que l'INSMI ne traite que les dossiers pour lesquels le laboratoire d'accueil demandé relève de l'institut à titre principal. Les mathématiciennes et mathématiciens qui souhaiteraient être accueillis dans un laboratoire ne relevant pas de l'INSMI sont invités à prendre contact avec l'INSMI en amont de leur demande. Les demandes d'AD sont évaluées par au moins une section du comité national, choisie par le candidat ou la candidate. Pour un accueil en délégation dans une structure de l'INSMI, il convient de systématiquement demander l'avis de la section 41. Une liste de critères, élaborée conjointement par l'INSMI et la section 41 est publiée sur le site internet⁶ de cette dernière.

Le projet scientifique est un élément déterminant de l'évaluation du dossier. Les informations concernant les services faits lors des années précédentes, les décharges, les CRCT et les délégations auprès d'autres organismes de recherche (INRIA par exemple) doivent apparaître clairement dans les dossiers de candidature. Enfin, concernant les accueils dans les structures internationales (IRL), il faut se signaler auprès du directeur adjoint scientifique en charge de l'international (Jean-Stéphane Dhersin). Pour mémoire, un appel d'offre spécifique est envoyé aux laboratoires via les correspondantes et correspondants internationaux en parallèle.

Le processus de traitement des dossiers entre les établissements et le CNRS a évolué ces dernières années. À présent, chaque établissement classe les demandes issues de ses personnels selon 3 catégories : « prioritaire » ; « soutenu mais non prioritaire » et « refusé ». Dans le 3^e cas, le dossier ne parvient ni à la section d'évaluation ni à l'institut et est automatiquement exclu du processus.

L'étape finale d'attribution des accueils en délégation se fait au niveau des sites (universitaires). En particulier, la pression de sélection se veut uniforme à travers les instituts mais également uniforme à travers les sites (géographiques). Cette pression uniforme sur les sites peut expliquer que des collègues n'obtiennent ponctuellement pas d'accueil en délégation malgré un projet scientifique pertinent. Elles et ils sont invités à ne pas se décourager et à réitérer leur candidature l'année suivante.

6. <http://cn.math.cnrs.fr/>

7. <https://www.insmi.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/des-investissements-pour-la-communaute-mathematique>

3. Budget

L'évolution du budget alloué par le CNRS à l'INSMI (hors masse salariale) entre 2018 et 2021 est donnée dans la tableau 3. L'année 2020 a été marquée par une baisse importante, que l'INSMI n'a pas répercutée sur le budget récurrent de ses structures. Cependant cette année-là, nous avons dû renoncer à l'action PEPS jeunes chercheuses et jeunes chercheurs. Comme déjà mentionné plus haut, le budget a augmenté en 2021 grâce à un abondement du MESRI financé par la loi de programmation de la recherche (LPR). Cette augmentation a été globalement répercutée sur le budget récurrent des laboratoires. Le contrat plan-État-région (CPER) correspond à deux financements spécifiques qui ont bénéficié au CIRM et à IHP+.

TABLEAU 3 – Évolution du budget alloué par le CNRS à l'INSMI (hors masse salariale), exprimé en k€

Année	2018	2019	2020	2021
Budget	5 992	6 302	5 966	6 430
dont CPER	350	400	350	150

Compte-tenu de la situation sanitaire, une partie des crédits habituellement affectés par l'INSMI à ses laboratoires pour les missions et invitations a été réorientée en 2020 permettant des soutiens exceptionnels⁷ à des laboratoires mais surtout des investissements à destination de la communauté pour les années à venir :

- abonnement à *Astérisque* en licence nationale pour 5 ans ;
- CIRM : développement de la possibilité d'hybridation des conférences et travaux d'entretien et rénovation ;
- Mathrice : renouvellement et acquisition de matériel, mise en place avec le GDR Calcul d'un service de formation à l'utilisation de cartes GPU ;
- GRICAD : acquisition de matériel et notamment de processeurs GPU ;
- Fondation Blaise Pascal : subvention exceptionnelle pour favoriser la relance des actions de diffusion des connaissances mathématiques envers les jeunes et le grand public interrompues par la première crise COVID 19 et la mise en place de nouvelles modalités

- d'actions de diffusion de ces connaissances, notamment numériques ;
- bibliothèque Jacques Hadamard : achat d'un scanner ;
- CIMPA : soutien exceptionnel pour le développement d'une plateforme *learning management system* pour les événements du CIMPA.

4. Soutien sur projets

4.1 – Doctorantes et doctorants CNRS

En février 2019, le CNRS a obtenu l'autorisation de financer des allocations doctorales en utilisant une partie de son fond de roulement libre d'engagement. D'abord prévu sur des appels en 2019 et 2020, l'appel a perduré en 2021. Les fléchages ont été décidés par le CNRS, en particulier pour développer son action à l'international et aux interactions. Trois axes considérés comme prioritaires ont été annoncés : l'interdisciplinarité, le soutien aux actions internationales et certaines actions transverses en appui d'une demande sociétale. Le résultat au niveau de l'INSMI a été le suivant.

- **Un renforcement des liens entre nos UMR et nos IRL**

Pour cela, l'INSMI a lancé à chaque fois un appel à manifestation d'intérêt (AMI). Il était demandé non seulement un sujet de thèse, avec programmation de séjours du doctorant ou de la doctorante dans un IRL du CNRS, mais également le nom d'un référent ou d'une référente scientifique appartenant à cet IRL. Ce référent ou cette référente était responsable, en lien avec le directeur ou la directrice de thèse, de l'avancement des travaux du doctorant ou de la doctorante lors de sa(ses) visite(s) dans l'IRL. Nous avons reçu de nombreuses réponses à cet AMI. L'arbitrage final, rendu par le CNRS, a attribué 16 allocations doctorales pour cet appel sur les 3 années.

- **Un renforcement des partenariats entre le CNRS et certaines institutions**

Le CNRS a décidé qu'une partie de ces allocations internationales étaient attribuées pour consolider des partenariats entre le CNRS et certaines institutions. Tous les appels ont eu le même format : en lien avec un partenaire privilégié, le CNRS demande le dépôt d'un projet scientifique entre un chercheur ou une chercheuse (ou enseignant-chercheur ou enseignante-chercheuse) d'une UMR et un chercheur ou une chercheuse de l'institution

partenaire, avec financement d'une allocation doctorale par le CNRS pour un étudiant ou une étudiante en France, et financement d'une allocation doctorale par le partenaire pour un étudiant ou une étudiante dans l'institution partenaire. La répartition entre instituts se fait en partie en fonction de la pression par institut, mais l'arbitrage est effectué par une commission mixte CNRS/partenaire, sans représentant de l'INSMI. Le faible nombre de candidatures issues des laboratoires INSMI, et les priorités souvent assez appliquées des commissions d'arbitrages ont fait que seules 3 allocations de ce type ont été attribuées à des projets INSMI sur les 3 ans.

- **Un renforcement de l'interdisciplinarité**

Plusieurs appels ont été ciblés actions transverses/interdisciplinarité. Si la première année, l'INSMI n'a eu qu'un lauréat, les deux années suivantes ont été meilleures pour l'institut, puisque nous avons obtenu 6 allocations en 2020, et 7 en 2021. Ces financements sont essentiellement ceux repris plus bas dans la description des actions de la MITI. La description de ces appels est reprise plus bas dans la partie « Programmes de la MITI ».

4.2 – Actions de l'INSMI

Chercheurs et chercheuses invités et ingénieurs et ingénieures sur projets

Tous les ans au moment de la campagne de demande de moyens, les unités (UMR, UMS, FR) peuvent faire des demandes de postes de chercheurs ou chercheuses invités (« postes rouges »), qui permettent de faire venir un ou une collègue de l'étranger pour 3 mois. Les demandes (projet de recherche + curriculum vitæ de la personne invitée) sont évaluées par la section 41 du comité national. Jusqu'en 2020 (inclus), ces invitations étaient proposées sous la forme de contrat à durée déterminée de 3 mois, au niveau CR ou DR.

En 2020, la crise sanitaire a bouleversé ces visites. Parmi les 14 contrats attribués cette année-là, seuls 6 ont été débutés mais ont bien sûr été perturbés. L'INSMI a proposé des reports de ces contrats en 2021 à tous les chercheurs et chercheuses dont le séjour n'avait pu avoir lieu en raison de cette crise ; 7 d'entre eux sont venus ou vont donc venir en 2021. Par ailleurs, depuis 2021, la marge d'emploi de l'INSMI ne permet plus d'envisager ces visites sous la forme de recrutements. Ainsi, en 2021, les

nouvelles demandes ont été basculées vers un format de remboursement de frais de missions (avec une borne supérieure). En 2022, le même format sera proposé.

Un autre appel de chercheurs et chercheuses invités proposé par l'INSMI concerne le renforcement du lien avec les structures à l'étranger (IRL/LIA/IRN). Relayées et recensées par les responsables de structures, ces invitations, en raison du petit nombre de personnes concernées, restent pour le moment sur l'ancien format : CDD pour 3 mois. La crise sanitaire a cependant mis un arrêt (que nous espérons provisoire) à ce programme, puisqu'aucun des 7 lauréats n'a pu venir sur 2020, et qu'il en est de même pour le premier semestre 2021.

Depuis 2018, l'INSMI a par ailleurs proposé un volant de CDD d'une durée de 6 mois pour recruter des ingénieures et ingénieurs afin de mener à bien des projets de développement informatique. Là aussi, les demandes transitent via la demande de moyens de l'unité et sont évaluées par la section 41. Pour l'année 2020, nous avons accordé 1 contrat de 6 mois (pour 4 demandes); en 2021, aucun contrat n'a été accordé (sur 4 demandes également).

Chaire Audin

En mémoire de Maurice Audin, assistant de mathématiques français de la faculté d'Alger, disparu de la guerre d'Algérie⁸, l'INSMI a créé une *Chaire Audin*. Le lauréat ou la lauréate, mathématicien ou mathématicienne membre d'un laboratoire algérien ou université algérienne est accueilli dans un laboratoire français pour une durée d'un mois. Le lauréat 2019 est Abdennasser Chekroun, maître de conférences à l'université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen qui sera accueilli à l'Institut Camille Jordan pour un travail en collaboration avec Laurent Pujo-Menjouet. Le lauréat 2020 est Samir Bedrouni, maître de conférences à l'université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene à Alger. Il sera accueilli à l'Institut de recherche mathéma-

tique de Rennes pour un travail en collaboration avec Dominique Cerveau et Frank Loray.

Programme Exploratoire de Premier Soutien Jeunes Chercheurs et Jeunes Chercheuses (PEPS-JCJC)

Depuis 2016 et sauf en 2020 (pour des raisons budgétaires), l'INSMI a reconduit annuellement un Programme Exploratoire de Premier Soutien (PEPS) dédié aux jeunes chercheurs et jeunes chercheuses de ses laboratoires (conditions d'ancienneté calculées sur la catégorie « starting » de l'ERC). L'objectif de ce programme est d'aider les jeunes collègues à développer leur recherche (en particulier en nouant des collaborations en France et à l'international) et amorcer des projets de plus grande ampleur pouvant mener à terme à un dépôt de projet auprès d'une agence de moyens.

Le financement (tableau 4) est versé sous forme de subvention d'état au laboratoire et les crédits doivent donc être consommés dans l'année civile, en respectant les règles habituelles de la comptabilité publique.

Accompagnement des dépôts de projets au conseil européen de la recherche (ERC)

L'auto-censure est très présente chez les mathématiciennes et mathématiciens dans les réponses aux appels à projets. L'ERC n'échappe pas à cette règle, ce qui est dommage (en particulier, les répartitions des financements entre les différents comités d'évaluation étant faites en fonction du nombre de dépôts par comité, les mathématiques voient leur dotation relative diminuer). Les raisons de cette auto-censure sont nombreuses. L'INSMI, comme les autres instituts, a décidé depuis quelques années d'accompagner les candidates et candidats. Jusque récemment, cet accompagnement se limitait à la préparation à l'oral dans les catégories « starting » et « consolidator ».

TABLEAU 4 – Nombre de projets et montants alloués dans le cadre du PEPS JCJC

Année	2018	2019	2020	2021
Nb. de demandes (non retenus)	66 (7)	98 (20)	-	33(6)
Montant total des demandes (k€)	395	470	-	154
Montant total distribué (k€)	179	246	-	117

8. www.elysee.fr/emmanuel-macron/2018/09/13/declaration-du-president-de-la-republique-sur-la-mort-de-maurice-audin

Depuis peu, nous proposons la relecture des documents écrits (en général en demandant l'aide d'un ancien lauréat ou d'une ancienne lauréate ou d'un ou une ancien membre de comité ERC).

Le programme H2020 (2014-2020) s'est achevé cette année : nous pouvons faire un point, dans le tableau 5, sur la place de la France dans les différents programmes (« Starting », « Consolidator » et « Advanced ») sur l'ensemble de la période 2014-2020 pour le panel des mathématiques (PE1).

TABLEAU 5 – Nombre d'ERC en mathématiques pour le programme H2020 (2014-2020)

Pays	StG	CoG	AdG
France	24	16	10
Royaume-Uni	24	17	13
Allemagne	3	14	9
Israël	13	8	8
Total	92	75	63

L'accompagnement ne s'arrête pas à la préparation, puisqu'a été créée sur suggestion de l'INSMI une liste de diffusion math-ERC⁹ où les lauréates et lauréats, anciennes lauréates et anciens lauréats peuvent échanger sur les différents problèmes auxquels elles et ils sont confrontés dans la gestion de leur ERC.

4.3 – Programmes de la MITI

La Mission pour les initiatives transverses et interdisciplinaires (MITI, <https://miti.cnrs.fr>) est une instance transversale du CNRS qui coordonne et met en œuvre une politique de soutien et de renforcement de l'interdisciplinarité. Les initiatives de la MITI se regroupent principalement autour de quelques dispositifs qui sont par définition évolutifs car ils s'adaptent aux opportunités détectées : défis, programme 80prime, etc. Les appels d'offre de la MITI sont relayés dans la lettre de l'INSMI et/ou sur son site internet. Le tableau 6 résume les financements reçus par des laboratoires de l'INSMI via des programmes interdisciplinaires.

Le programme 80prime a été lancé en 2019 pour les 80 ans du CNRS et reconduit annuellement depuis. C'est un programme « top-down » pour lequel chaque institut doit sélectionner des projets de recherche inter-instituts multi-équipes (Prime) et destiné à faire émerger de nouvelles questions

scientifiques et méthodologiques sur des thématiques stratégiques pour le CNRS. Depuis sa création, l'INSMI a choisi de procéder via un appel à manifestation d'intérêt, sur la base duquel une sélection des projets présentés à la MITI est faite. Les projets sont financés pour 2 ans et donc dès 2020, le montant de financement inclut deux promotions de projets (le nombre de dossiers et les taux de succès affichés ne concernent que les nouveaux projets).

Globalement, on observe une faible pression du côté des mathématiques dans ces différents programmes et les collègues sont vivement encouragés à postuler. Les dossiers de candidature sont légers (4 à 6 pages) et nécessitent un faible niveau de détails. Les projets portés par nos jeunes collègues sont très appréciés par les évaluateurs et évaluatrices. Ces appels étant interdisciplinaires, les projets sont évalués par des expertes et experts d'au moins deux disciplines et il est donc important que le projet soit rédigé de façon compréhensible et pertinente pour un non-mathématicien ou une non-mathématicienne. L'INSMI incite fortement les collègues qui ont une activité inter-disciplinaire et qui n'ont jamais répondu à ces appels à s'y intéresser de près.

5. Accompagnement et structuration

5.1 – Évolution des structures de l'INSMI

Concernant les laboratoires, l'INSMI a créé deux UMR au cours de ce mandat, le Laboratoire de Mathématiques de Reims (LMR) et le laboratoire Alexandre Grothendieck (LAG) de l'Institut des Hautes Études Scientifiques (IHÉS). Un projet est en cours concernant le laboratoire de Modélisation aléatoire de Paris Nanterre (Modal'X) qui pourrait voir le jour en 2022. Par ailleurs, l'UMR Centre Borelli a été créée par fusion du CMLA et d'une UMR dépendant de l'Institut des Sciences Biologiques (laboratoire Cognac-G).

Concernant les fédérations de recherche, la Fédération Parisienne de Modélisation Mathématique (FP2M) et la Fédération mathématique de recherche en région Nouvelle Aquitaine (MARGAUX) ont été créées. Le périmètre de l'ancienne Fédération de Recherche en Mathématiques Nord Pas de Calais a évolué pour devenir la Fédération de Recherche Mathématique des Hauts-de-France. Les périmètres

9. erc-math@listes.math.cnrs.fr

TABLEAU 6 – Tableau des financements MITI en k€ et par année. Entre parenthèses figure, lorsque l'information est disponible, le nombre de projets financés sur le nombre de projets éligibles (relevant de l'INSMI à titre principal). Les données pour 2021 sont incomplètes.

	2018	2019	2020	2021
80prime	-	98 (7/37) 1 contrat doctoral	123 (5/35) 6 contrats doctoraux	82,2 (6/19) 5 contrats doctoraux
MITI (autres)	120 (15/-)	245 (13/-)	105 (6/-)	-

de la fédération de recherche des unités de mathématiques de Marseille (FRUMAM) et de la fédération de recherche mathématiques des Pays de Loire ont aussi évolué très marginalement. Nous avons par ailleurs arrêté deux fédérations qui n'avaient plus d'objet : la fédération Mathématiques Informatique de Paris Centre ainsi que la Fédération Lyonnaise de Modélisation et Sciences Numériques (FLMSN).

Au cours du mandat 4 groupements de recherche (GDR) ont été créés : Calcul des Variations (CALVA); Didactique et Épistémologie des Mathématiques, liens avec l'Informatique et la Physique dans le Supérieur (DEMIPS); Équations fonctionnelles et Interactions (EFI); Trajectoires Rugueuses (TRAG). Il est difficile à budget constant d'envisager la création de nouveaux GDR sans remettre en question le renouvellement de projets plus anciens.

Au niveau de l'international, nous avons assisté durant le mandat à un changement de nom de quasiment toutes les structures et programmes. Ainsi, au niveau des structures, les UMI (Unités Mixtes Internationales), dont le statut administratif est comparable à celui des UMR, sont devenues des IRL (International Research Laboratories), les LIA (Laboratoires Internationaux Associés), laboratoires hors les murs, ont disparu (mais ceux en cours continuent d'exister jusqu'à la fin de leur contrat), les IRN (International Research Networks) ont remplacé les GDRI (GDR Internationaux). On a vu l'arrivée d'IRP (International Research Projects), projets de 5 ans de structuration de petits groupes français/étrangers, et les PICs (Projets Internationaux de Collaboration Scientifique) ont laissé la place aux IEA (International Emerging Action) qui, comme leur nom indique, sont des projets (de deux ans) permettant l'émergence de collaborations à l'international.

5.2 – Appels à projets structurants

Le Programme d'Investissements d'Avenir (PIA4) comporte un appel dit Programmes et Équipements

Prioritaires de Recherche (PEPR) qui s'adresse principalement aux organismes nationaux de recherche (tels le CNRS, l'INSERM...). Il s'agit de proposer des programmes ambitieux et transformants (une thématique, des disciplines...) de portée nationale. Vingt programmes seront financés à une hauteur moyenne de 50 millions d'euros sur une période de 5 à 10 ans. L'État a par ailleurs établi une liste de thèmes sur lesquels il souhaite voir émerger des propositions; cette liste contient en particulier le thème « Mathématiques pour l'environnement, le vivant, la société ». L'INSMI s'est positionné pour piloter au sein du CNRS un projet de PEPR intitulé Maths-Vives (Mathématiques pour le vivant, l'environnement et la société) où les mathématiques apparaîtront comme une majeure et pas seulement au service des autres disciplines : un développement disciplinaire devra accompagner tout projet sur ces interfaces. Il devra soutenir un nombre conséquent de contrats doctoraux, post-doctoraux, d'ingénieurs et ingénieurs pour avoir un impact pour la discipline et donc sur l'économie du pays.

L'appel en est au stade de la réponse à la première vague (une lettre d'intention a été diffusée aux unités INSMI et des enquêtes ont été menées auprès de vos unités pour recueillir des données) et il est trop tôt pour présager de la suite. Les projets seront évalués par un jury international.

5.3 – IHP et CIRM

Un CPER (contrat plan-État-région) de 14M€, dont 1M€ apporté par l'INSMI, permettra l'une des plus importantes mutations de l'IHP. Les autres partenaires de ce projet sont la ville de Paris, la région Île-de-France, l'État et Sorbonne Université qui apporte le bâtiment Perrin valorisé à 9M€. Lorsqu'il sera achevé, ce projet offrira une extension de plus de 1700 m² dans le bâtiment Jean Perrin, situé en face du bâtiment actuel de l'institut. Ce sont ainsi 1100 m² supplémentaires qui seront dédiés aux ac-

tivités et échanges scientifiques, avec des bureaux de 1 à 6 places, des salons avec tableau, une salle de conférences, une salle de séminaires, des galeries, des terrasses et un jardin. Une salle d'exposition permanente de 400 m² au rez-de-chaussée et un espace de médiation et d'exposition temporaire de 200 m² permettront de plus l'accueil du grand public. Après du retard inhérent à ce type de chantier et amplifié par la pandémie, l'ouverture au public est prévue en janvier 2023. Une autre partie du programme est achevée : la rénovation du rez-de-chaussée du bâtiment Borel qui abrite actuellement l'IHP; vous êtes tous et toutes bienvenus dans notre maison commune.

Tant le CIRM que l'IHP ont entamé leur transition numérique qui, après avoir permis un fonctionnement à distance pendant les restrictions sanitaires permettra d'organiser des événements hybrides lors desquels seuls certaines participantes et certains participants seront présents.

6. Bilan parité

De 2019 à 2021, l'INSMI a souhaité inciter les UMR à se doter d'outils de réflexion sur la problématique parité/égalité. Pour cela un plan a été mis en place qui apportait un financement aux unités suivant leur niveau.

- Niveau 1 : avoir désigné un référent, une référente ou un comité parité au sein de l'unité et avoir rempli les données permettant le calcul sexué des indices de parité et mobilité académiques comme recommandé par le conseil scientifique de l'INSMI¹⁰.
- Niveau 2 : être de niveau 1 et, avoir, lors des trois derniers recrutements d'enseignant-chercheur ou enseignante-chercheuse, recruté au moins une enseignante-chercheuse.

En 2021, 5 des 43 unités de l'INSMI n'ont pas nommé de référent, référente ou comité parité et 9 n'ont pas atteint le niveau 1.

Un état des lieux de la parité en mathématiques a été rédigé en 2021, à l'aide des fiches démographiques des sections 25 et 26 du CNU et du bilan social et parité du CNRS. Ce bilan, accompagné d'une synthèse des réponses à une enquête auprès des comités parités des unités, a été publié sur le site de l'INSMI¹¹.

Enfin, un site internet¹² dédié regroupe différentes données de suivi de la parité en mathématiques et fournit quelques ressources.

7. L'année des mathématiques 2019-2020, pérennisation de l'action de formation

L'Année des mathématiques a été un succès malgré le contexte sanitaire. Un partenariat a été signé le 14 mars 2019 entre le CNRS et le ministère de l'Éducation nationale lors d'une demi-journée notamment rythmée par des exposés de collègues du MAP5. Elle a été officiellement lancée le 2 octobre 2019 lors d'une cérémonie dans le grand amphithéâtre de la Sorbonne au cours de laquelle 7 exposés ont été offerts au public. Les films de cette conférence sont disponibles sur le site <https://annee.math.cnrs.fr>. Lors de cette cérémonie, différentes structures partenaires présentaient des ressources à destination des enseignantes et enseignants du secondaire.

Le point culminant de cette année des mathématiques a été l'offre de 77 formations aux enseignantes et enseignants du secondaire dans les UMR de l'INSMI. Parmi celles-ci, 35 ont finalement pu se tenir, accueillant environ 500 participants et participantes.

Un bilan de cette année des mathématiques a été rédigé, disponible sur le site de l'INSMI.¹³

L'action phare de cette année des mathématiques, l'organisation de formations d'enseignantes et enseignants du secondaire dans les unités de recherche, a été pérennisée par une entente entre l'assemblée des directeurs et directrices d'Instituts de recherche en enseignement des mathématiques signée en juillet 2021.¹⁴

8. La crise sanitaire et son impact sur notre communauté

La crise sanitaire a d'ores et déjà profondément marqué nos vies personnelles et professionnelles. L'impact sur le quotidien post-crise de nos laboratoires est encore très incertain. Si certaines et certains d'entre nous se réjouissent d'un certain

10. <https://www.cnrs.fr/comitenational/csi/reco/Recommandations/INSMI/Recommandation-2-Insmi-22122017.pdf>

11. <https://www.insmi.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/parite-en-mathematiques-un-bilan-janvier-2021>

12. <https://parite.math.cnrs.fr>

13. <https://www.insmi.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/bilan-de-lannee-des-mathematiques>

14. <https://www.insmi.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/signature-dune-entente-entre-ladirem-et-linsmi>

nombre de points jugés positifs (l'accès à une plus grande offre de séminaires ou de conférences ; la réduction des déplacements qui induit gain de temps, diminution de la fatigue et de l'impact écologique de notre activité ; la tranquillité induite par le télétravail), ceux-ci ne sont clairement pas vécus par tous et toutes de la même façon (réduction des interactions scientifiques dans les séminaires et conférences à distance ; fatigue provoquée par l'accumulation des réunions en visio-conférence ; impact écologique du numérique ; isolement et perte de lien social).

Cette crise sanitaire et son impact doivent être pensés en étroite interaction avec nos préoccupations de plus en plus marquées sur le développement durable. Le conseil scientifique de l'INSMI a émis une recommandation¹⁵ aux laboratoires afin que les unités se dotent de référentes ou référents sur cette question. Sur le budget de 2022, l'INSMI va

déployer une incitation financière à la réflexion sur ces questions, sur le même mode que celle mise en place relativement à la parité.

Il nous appartient de collectivement rester vigilantes et vigilants pour que nos laboratoires redeviennent rapidement les lieux privilégiés de notre vie scientifique et de nos échanges. Les plus jeunes (étudiantes et étudiants, (post)-doctorantes et (post)-doctorants) sont évidemment les plus fragiles et méritent toute notre attention.

La direction scientifique de l'INSMI : Pascal Auchscher, Philippe Briand, Jean-Stéphane Dherisin, Catherine Matias, Emmanuel Royer.

15. csi.math.cnrs.fr/recommandations/2019-10-09/CS-INSMI_Recommandation-sur-limpact-environnemental-de-lactivite-des-laboratoires.pdf

Journées de découverte Jeunes Talents Mathématiques Un bilan de dix années

• J. AYMÈS

Un état des lieux d'une action MathC2+, les Journées de découverte Jeunes Talents Mathématiques dans l'académie de Toulouse.

1. Les Journées de découverte Jeunes Talents Mathématiques

Dès 2011, à titre expérimental, MathC2+, l'Institut de Mathématiques de Toulouse et l'Académie mettent en œuvre un stage à l'Institut pour les huit départements de l'académie autour d'un contenu délibérément centré sur la recherche vivante, dans un lieu où elle se fait, avec l'accompagnement de praticiens.

1.1 – Immersion dans le milieu de la recherche

Le stage dure quatre jours, il réunit des Quatrième. Le premier et le troisième sont journées recherche, sous la conduite d'un chercheur : présentation d'un thème, questions à chercher en ateliers avec visée de publication par posters. C'est une imitation de la démarche du chercheur, faite d'inconnu sur la question à traiter, de conjectures, de réfutations, de confrontations aux autres, de tentatives de validation, de publication. Le deuxième jour propose un atelier résolution de problèmes dans le but de commencer à cultiver une démarche réflexive et une expérience : apprendre à chercher de manière réfléchie et méthodique, éprouver la résistance du problème, la durée de celle-ci. Le quatrième jour, après retour sur cette résolution de problèmes, c'est le peaufinage de l'écriture des posters avant leur affichage pour une séance de clôture en présence de mathématiciens et de parents. Cette

immersion inclut la rencontre de professionnels des mathématiques de métiers divers pour accompagnement des travaux en groupe : des doctorant-e-s¹, quelques professeur-e-s de mathématiques collège-lycée invité-e-s eux aussi à participer, souvent des professeur-e-s de jeunes participant-e-s. C'est fait pour mettre en confiance². À cela, richesse du campus scientifique toulousain oblige, s'ajoute une heure consacrée à un accueil dans un laboratoire hors mathématiques (physique, chimie, biologie, robotique). Tout cela est déployé grâce à la mobilisation de bénévoles, professeurs en activité ou pensionnés, membres de la régionale de l'APMEP, actifs dans l'IREs³, actifs pour *femmes & mathématiques*.

1.2 – Esprit de pépinière

L'idée d'un suivi s'est imposée d'emblée. D'abord par un lien conservé avec les jeunes avec un site numérique ; l'expérience a montré que l'usage en est resté modeste, que c'est lourd à animer pour un déploiement plus à hauteur. Le suivi par un deuxième stage en fin de Troisième, puis un troisième en cours de Seconde a montré plus de vigueur. Ce parcours, offrant huit jours en trois stages, tisse un lien plus continu, fait vivre une activité de recherche sur quatre thèmes successifs⁴. L'atelier résolution de problèmes est repris et prolongé deux fois avec des activités d'inter-stage propices à des recherches à domicile à partir de viviers de problèmes ; les résultats des recherches sont exploités en stage.

1. C'est sur heures de formation doctorale; effort est fait pour que des femmes universitaires interviennent, éventuellement modèles pour les jeunes filles.

2. Très rares ont été les situations de crainte, les jeunes s'engagent avec spontanéité, le sentiment d'une présence inappropriée est aussi rare, deux fois en neuf ans.

3. À Toulouse, depuis quelques années, le « M » de IREM est devenu « S » pour Sciences.

4. Par exemple, la génération 2015 a travaillé sur « Isopérimétrie », Fanny Delebecque et « Nœuds et tresses », Joan Millès en 2015; « Modèles mathématiques pour l'astronomie », Xavier Buff en 2016; « Polyominoes », Damien Bouloc en 2017.

De plus un camp d'été est régulièrement organisé par le Labex CIMI (Centre International de Mathématiques et d'Informatique porté par l'Institut de Mathématiques de Toulouse et l'Institut de Recherche en Informatique de Toulouse). C'est le stage Recherche-MIDI (fin août) pour des lycéens à partir de la fin de la 1^{re}, à bac+2. Quelques Jeunes Talents Mathématiques volontaires ont pu être retenus pour cinq jours de stage. Enfin, pratiquement tous les ans, un ou deux Jeunes Talents Mathématiques effectuent à l'Institut de Mathématiques de Toulouse le stage collégien de découverte du monde économique et professionnel.

1.3 – Éloge de l'universitaire

Cet apport scientifique et sa qualité reposent sur des universitaires engagés. Cela est fait avec talent ! D'abord, sur un sujet, dans le fait de transposer une expertise en tour habile à placer de jeunes collégiens en situation de chercher. Depuis 2011, 28 interventions ont été assurées par 25 universitaires et quelques ingénieurs (EADS). Brillant ! Manifestation de « l'explosion des mathématiques⁵ » en quelque sorte. Puis, le talent est aussi dans la présence, la disponibilité à susciter la passion de la recherche toute une journée auprès des jeunes ; c'est une offre différente de celle de l'École, liée à celle de l'École mais qui la transcende, lui donne sens en soulevant autrement la passion de l'étude ; on peut être chercheur quand on a 14 ans. Un tel investissement universitaire ne va pas de soi. Du moins, selon une idée reçue voulant que chacun reste dans sa tour d'ivoire. Non, ces universitaires ont une conception ouverte de leur rôle, ils s'impliquent pour faire comprendre ce qui les anime, pour être stimulateurs de réflexion plutôt que dispensateurs de réponses, ce qui, s'agissant de recherche mathématique, est une richesse essentielle à entretenir.

1.4 – La session 2015, par exemple

Les Jeunes Talents Mathématiques 2015 sont 28 élèves venant de terminer leur Quatrième.

Dès le premier jour, sur le thème « Isopérimétrie », ils sont placés en situation de recherche par groupes, ils produiront sept posters liés entre eux : quadrilatères de périmètre fixé ayant deux côtés consécutifs égaux ; triangles de périmètre et de base fixés ; côtés consécutifs égaux pour un quadrilatère de périmètre fixé ; isopérimétrie et aire maxi-

male, convexité ; trois posters techniques pour aire de l'hexagone, de l'octogone, du polygone régulier.

Isopérimétrie

Est-ce que les quadrilatères à périmètre fixé, ayant un côté consécutif égal, un angle droit et qui sont convexes ont la plus grande aire ?

Soit $x < y < x$
Soit $x \neq y$

$d_{ABCD} = \frac{x \cdot y}{2} \times 4$
 $= \frac{x \cdot y}{2} \times 2 \times 2$
 $= 2 \cdot x \cdot y$

$d_{EFGH} = y \cdot x$
 $= y \cdot x$
 $y^2 = x^2 + x^2$

On sait que pour $x \neq y$
 $(x - y)^2 > 0$
 Donc $x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y > 0$
 $x^2 + y^2 > 2 \cdot x \cdot y$
 Or $d_{EFGH} = x^2 + y^2$
 $d_{ABCD} = 2 \cdot x \cdot y$
 Donc $d_{EFGH} > d_{ABCD}$ pour $x \neq y$

CONCLUSION : Les quadrilatères avec angle droit, 2 côtés consécutifs égaux et périmètre fixé ont une plus grande aire que ceux sans angles droits.

Isopérimétrie et aire maximale

Problématique : Pourquoi, à périmètre fixé, le quadrilatère de plus grande aire ne peut-il pas avoir deux côtés consécutifs de longueurs différentes ?

Un triangle isocèle de même base et de même périmètre qu'un triangle quelconque aura son aire plus grande.

$\text{périmètre } ABCD = AB + BC + CD + AD$
 $= AB + BC + CD + AB = \text{périmètre } ABCD$

$\text{aire } BCD > \text{aire } BCD$ car $\angle C$ est isocèle
 $\text{aire } ABCD > \text{aire } ABCD$ car l'aire de ABD n'a pas changé

Donc pour qu'un quadrilatère ai une aire maximale il faut qu'il soit convexe et qu'il ai ses côtés consécutifs de même longueur.

5. Selon le titre de deux brochures publiées en 2012 et 2013 par la SMAI, la SFdS et la SMF : <http://smai.emath.fr/spip.php?article121ethttps://smf.emath.fr/node/98056>.

Sachant qu'à périmètre et à base fixés
le triangle de plus grande aire est isocèle
montre qu'à périmètre fixé le triangle de plus
grande aire est équilatéral

Nous allons démontrer qu'en augmentant le nombre de côtés d'un polygone à périmètre fixé sa surface augmente.

Supposons que le triangle ABC a un périmètre P fixe montrons que si ABC a 2 côtés de longueurs différentes, on peut former un triangle de même périmètre mais d'aire plus grande.

On suppose que AB ≠ AC. On fixe une base BC. On peut construire un triangle de même périmètre et d'aire plus grande. On peut construire un triangle isocèle avec P et BC.

En conclusion, si on se permet de modifier le nombre de côtés d'un triangle on arrive à augmenter son aire. Le triangle équilatéral est le triangle qui a la plus grande aire.

I supérimétrie et aire maximale.
Convexes

Définition:
 Un polygone convexe n'a aucun angle rentrant contrairement au polygone non-convexe qui a un ou plusieurs angles qui rentrent vers l'intérieur.

On peut savoir si un polygone est convexe en mettant un élastique autour, si l'élastique touche tous les angles alors le polygone est convexe, si l'élastique ne touche pas tous les angles alors le polygone est non-convexe.

Conclusion:
 ABCD est un polygone non convexe dont on cherche à agrandir l'aire en gardant la même périmètre. Pour cela on fait sortir l'angle rentrant BOD en utilisant une symétrie d'axe (d). On note O' l'image de O. D ∈ (d) donc [DO'] est l'image de [DO] par rapport à (d) ainsi ces deux segments font la même longueur. Comme le reste de la figure n'a pas été modifié, le périmètre est inchangé, par contre l'aire du polygone a été augmentée.

Le deuxième jour, en matinée seulement : un atelier Mathématiques et sudoku et un atelier résolution de problèmes. L'après-midi est temps de détente : visite guidée de Toulouse, puis jeux.

Le troisième jour, sur le thème « Nœuds et tresses » la recherche en groupes conduira à sept posters : mouvements sur les dessins de nœuds ; enlacements ; invariants de tresses ; tresses et nœuds :

la tricolorabilité ; une tresse est-elle triviale ? ; la somme de nœuds est-elle commutative ? ; le produit de tresses est-il commutatif ?

Mouvements sur les dessins
de nœuds

I) La simplification de nœuds par différentes méthodes

II) Application

Ces deux diagrammes représentent-ils les mêmes nœuds ? Réponse : non ! Sur un nœud on entoure les brins (1) et (2) en les numérotant grâce à la 1^{ère} méthode, ce que l'on répète pour le nœud de droite. On obtient ensuite un nœud de droite, mais les brins sont donc de part et d'autre.

On peut aussi utiliser la 3^{ème} méthode pour passer du nœud de gauche au nœud de droite. On obtient ensuite un nœud de gauche, mais les brins sont donc de part et d'autre.

Enlacements

Problématique : Comparer les entrelacs.

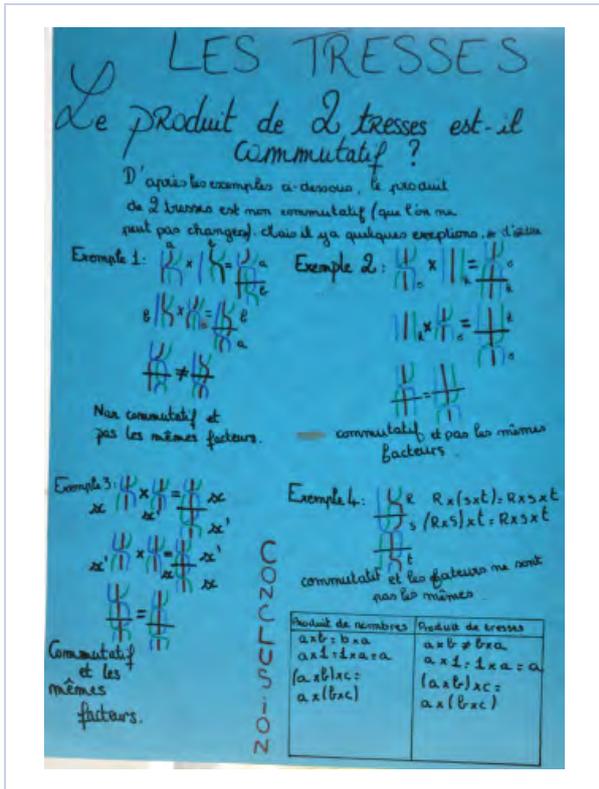
Étude de cas : Les deux entrelacs sont-ils les mêmes ?

En première lieu nous avons observé la configuration des deux entrelacs. Nous nous sommes ensuite concentrés sur les intersections entre les brins de chaque entrelacs. Plus nous avons dessiné toutes les possibilités et intersections entre les brins, plus nous avons observé qu'il n'y avait que deux configurations possibles.

* On peut changer le dessin d'un entrelacs à l'aide du mouvement :

On peut aussi remarquer que si les deux entrelacs ont la même configuration de brins, ils sont identiques.

Conclusion :
 Les deux entrelacs ne sont pas les mêmes car pour le premier les entrelacs sont différents tandis que pour le deuxième ils sont identiques.



Après un retour réflexif sur l'atelier résolution de problèmes, le quatrième jour est voué à la mise en forme des posters avant leur publication. Quatre phases scandent cette mise en recherche : une exploration en atelier, un moment de séminaire plénier avec travaux présentés et discutés par tous, l'écriture des posters, une discussion sur les posters publiés avec chercheurs et parents.



En parallèle, les deux derniers jours, les Jeunes Talents Mathématiques 2014 volontaires ont cherché à partir des thèmes « Comment les mathématiciens ont inventé l'ordinateur » et « Math., Stat. et Big Data ». Avec bien sûr un atelier résolution de problèmes, une visite de laboratoire.

2. Les Jeunes Talents Mathématiques

2.1 – Une implication des collèges et de leurs professeurs de mathématiques

Depuis 2011, 204 des 318 collèges de l'académie ont proposé des candidatures au moins une fois (64%) et parmi ceux-ci 23 ont participé au moins cinq fois. Environ 55 collèges par an (selon les années de 40 à 62) postulent, avec 2 à 5 élèves par collège (sauf quelques-uns avec plus de 10). C'est, au cours des neuf années, 200 candidatures par an en moyenne; pour environ 28 000 élèves en classe de Quatrième dans l'académie, on a donc une candidature pour à peu près 140 élèves. Quelques collèges sont fidèles. Ils perçoivent l'opportunité comme bien adaptée à leur contexte propre⁶; opportunité d'une initiative stimulante envers les élèves. Probablement, aussi, parce que le projet correspond à une motivation propre aux professeurs. La candidature procède d'un alliage : un contexte spécifique à des profils d'élèves qu'on a identifiés, un engagement de professeurs⁷. En 2020 l'appel à candidature venait d'être adressé lorsque l'accueil des élèves dans les collèges a été interrompu mi-mars. Des candidatures ont peu à peu été reçues en mai et juin. Avec l'atténuation du risque sanitaire le processus de sélection et l'organisation d'un stage ont été relancés. Avec la réouverture de l'université, le stage décidé pour la dernière semaine d'août, intégralement préparé, a finalement été annulé mi-août.

2.2 – Une candidature répondant au projet

Distribution géographique. Au vu de la configuration de l'académie cette observation s'impose⁸. Ces candidatures proviennent systématiquement des huit départements, même si parfois pour certains l'effectif est assez faible (trois fois, deux candidatures par exemple). La distribution départementale de cette candidature se distingue assez claire-

ment de la distribution départementale de la population scolaire. La part prise par les départements les moins peuplés, éloignés de la métropole régionale, Ariège (09), Gers (32), Hautes-Pyrénées (65) et dans une moindre mesure Lot (46), est clairement majorée. Ceci indique une compréhension des collèges de la volonté d'impliquer les zones plus rurales ainsi que les collèges relevant de zones d'éducation prioritaire.

Filles et garçons. Le taux de jeunes filles en collège est environ 49 %. Cette proportion s'érode au cours du parcours dans les voies d'études scientifiques : 47,4 en Terminale S (RERS-2019⁹), 42,5 en Terminale SVT-enseignement de spécialité mathématiques, 29,3 en Terminale SVT-enseignement de spécialité informatique, 28,3 en université Sciences fondamentales et applications, 31,2 en classe préparatoire aux grandes écoles scientifiques. On comprend l'accent mis par le projet MathC2+ pour tenter de pallier un déficit essentiellement causé par des stéréotypes tenaces. Dans la candidature, la proportion de jeunes filles, de 47 à 56% est en moyenne supérieure à sa valeur globale pour les collèges. Avec cette répartition filles-garçons, l'intention d'adresse du stage aux jeunes filles semble bien prise en compte.

Bourses. L'attribution de bourse a été un critère utile pour le choix, elle a un relatif degré d'objectivité¹⁰. Il y a environ 25,5% de boursières ou boursiers en collège (donnée nationale RERS-2019); la classe sans bourse est rare¹¹. Capital socio-culturel et accomplissement dans les études ont été depuis longtemps reliés par la recherche sociologique; le premier donnant un avantage avéré pour le second. Et notre temps voit des modes d'avantages pour les jeunes issus de milieux favorisés renforcés au travers de comportements nouveaux, de stratégies délibérées employées par certains milieux sociaux. Le capital socio-culturel inclut de plus en plus une compétence dans la compréhension du système éducatif qui contribue à le mieux

6. Conscience de la sociologie locale ou perception d'une distance à traiter, comme le dit un professeur : *nos élèves ne rencontrent que très rarement l'occasion d'appréhender la réalité des métiers scientifiques.*

7. Souvent de plusieurs professeurs, parfois même, pas seulement de mathématiques, en concertation.

8. L'académie : 400 km de diamètre, hétérogène avec un département très peuplé (46% de la population collège-lycée en Haute-Garonne, essentiellement aux alentours de Toulouse, grande métropole) et sept départements bien moins peuplés ou moins drainés de science, avec de vastes zones rurales, éloignées.

9. *Repères et références statistiques-2019.* <https://www.education.gouv.fr/reperes-et-references-statistiques-sur-les-enseignements-la-formation-et-la-recherche-2019-3806>.

10. La bourse est attribuée par l'académie sur constitution d'un dossier prenant en compte notamment les ressources et le nombre d'enfants à charge.

11. À distribution aléatoire (?) il y a moins d'une chance sur 1000 pour qu'il n'y ait pas de bourse dans une classe de 25 élèves.

utiliser. Dans la candidature, selon les années, la proportion de bourses varie de 11 à 20%. Que cette proportion soit inférieure au niveau global moyen et qu'elle apparaisse fluctuante au cours des années n'a rien de très étonnant. Pourrait-il y avoir davantage de propositions de cette sorte ? Y a-t-il une retenue des professeurs dans le degré d'incitation envers les jeunes concernés ? Le caractère boursière ou boursier n'est pas secondaire au regard de l'action dont il s'agit, c'est l'une des cibles de la conquête de nouveaux territoires sur laquelle le projet MathC2+ met l'accent. Ceci étant on peut ne pas avoir de bourse et se trouver dans des conditions peu porteuses vers un horizon d'études supérieures scientifiques. *L'état de l'École* édition 2019 donne 36% d'élèves d'origine sociale défavorisée en collège, puis 20% en série générale scientifique au lycée (voir : <https://www.education.gouv.fr/1-etat-de-l-ecole-2019-11246>).

La valeur générale de ces candidatures est bien en accord avec le propos du stage, ce qui rend le fait d'une sélection tout de même drastique d'autant plus préoccupant vis-à-vis de l'intérêt manifesté par ces jeunes ¹².

2.3 – La sélection

Les circonstances des moyens disponibles ont imposé un taux de retenu-e-s dépassant rarement 20%. Pour hébergement et encadrement agréé Jeunesse et Sport le coût dépend fortement de l'effectif. Le montage du financement est toujours incertain, avec des subventions relativement sûres (de la part de MathC2+, de la Fondation Blaise Pascal ou d'institutions scientifiques locales) mais qui ne suffisent pas ; puis des subventions plus incertaines (notamment de conseils départementaux). C'est l'ensemble qui décide d'un format de stage, généralement une décision de dernière heure. La sélection renforce la proportion de jeunes filles, la plaçant en moyenne pour les neuf années à 63%. La sélection renforce la proportion de boursières ou boursiers, avec 42% en moyenne mais elle dépasse à peine 30% en 2018 et 2019. Depuis 2011, 126 collèges ont eu au moins un élève retenu (39% des collèges) : 60 un seul, 25 deux, 20 trois, 8 quatre, 7 cinq, 2 six, 3 sept et 1 neuf. Cette répétition pour près d'une quinzaine de collèges ayant eu au moins cinq participant-e-s est le fait de la candidature à

plusieurs sessions et aussi le fait de participations multiples pour une même session parce que le profil des jeunes l'a imposé.



2.4 – L'adhésion au suivi

En suivi du stage, année n , il y a Suivi 1 à l'année $n+1$ (Troisième) et Suivi 2 à l'année $n+2$ (Seconde), proposés aux volontaires. Depuis le début, une liste supplémentaire a permis de pallier les rares retraits avant le premier stage. À partir de 2015, au vu d'un nombre plus important d'abandons pour le premier suivi après 2014, cette liste supplémentaire a servi à associer au deuxième stage de nouveaux élèves, tout à fait ravi-e-s, tout à fait à leur place, très facilement intégré-e-s ¹³. On peut donc être Jeune Talent Mathématiques par une entrée en Quatrième ou bien par une entrée en Troisième. Celles ou ceux qui ne participent pas au suivi, abandonnent ou bien sont indisponibles, ils reparticipent ensuite en Seconde. Les raisons d'abandon ne sont pas toujours exprimées par les jeunes et lorsqu'elles le sont il s'agit essentiellement du fait que le stage n'est plus approprié, la voie d'orientation étant choisie. Parfois aussi les correspondances restent sans réponse ¹⁴. Le taux d'abandon total s'établit de 14 à 43%, très fluctuant. Qu'en retenir ?

Les filles abandonnent plus souvent que les garçons. En neuf ans, 42 filles sur 162 (26 %) ont abandonné et 17 garçons sur 94 (18 %).

Les boursières ou boursiers abandonnent un peu moins. 22 boursières ou boursiers ont abandonné sur les 106 retenu-e-s au cours de neuf années, soit

12. Depuis 2018 une journée spécifique est proposée à l'automne, environ 25 qui n'avaient pas été retenus participent.

13. Le vivier des candidatures est clairement riche en talents.

14. Courriel, courrier, parfois téléphone avec la famille, le jeune ; sans une certaine assiduité le contact est menacé de se perdre.

20,7%. Alors qu'il y a 37 abandons parmi les sans bourse, soit 25% (27 jeunes filles sur 99, soit 27% et 9 garçons sur 50, soit 18%). Pour les garçons être ou ne pas être boursier ne semble pas jouer dans l'abandon. Par contre la non boursière abandonne un peu plus souvent que la boursière. Même s'il s'agit d'effectifs peu élevés cette observation devrait être prise en compte pour l'avenir. Dès lors le nombre de sessions suivies s'établit ainsi.

Sess.	4 ^e an n	Trois sessions	Entrants 3 ^e	Suivi 1 an $n+1$	Deux sessions
2011	22	11		19	8
2012	22	13		17	5
2013	28	15		20	5
2014	28	10		14	10
2015	28	15	3	24	9
2016	28	16	4	26	13
2017	31	13	5	26	11
2018	34	15	8	27	
2019	36		3	34	

L'entrée dans le parcours en fin de Troisième, depuis 2015 et jusqu'en 2019, a concerné 23 élèves : 11 jeunes filles (dont 2 boursières) et 12 garçons (dont 3 boursiers). Malgré ce petit nombre on peut observer que : 13 ont participé aux deux stages (Troisième et Seconde, pour 2018 seulement inscrits, le stage est en attente). Là encore l'abandon après le premier stage est le fait de 2 jeunes filles et de 4 garçons, un peu plus important donc. Cependant, tous ces abandons sont sans bourse, aucune boursière ou boursier parmi les entrants par liste supplémentaire n'a abandonné.

D'année en année, le taux d'abandon des boursières ou boursiers varie de 9% à 50%.

Les abandons selon les départements. Le taux moyen d'abandon (2011 à 2019) vaut 23% ; Ariège et Hautes-Pyrénées sont au-delà, Aveyron et Tarn-et-Garonne en deçà. L'éloignement géographique explique incomplètement ce résultat. Les trois premiers de ces quatre départements peuvent être considérés comme éloignés, le Tarn-et-Garonne bien moins, le Lot plus nettement éloigné. D'autres éléments entrent en jeu. Par exemple le fait de vouloir participer avec un ou une camarade du même collège ; cela a pu jouer parfois, un abandon entraînant un autre. Pour autant qu'on puisse l'avérer, ceci interférerait avec les interprétations précédentes : accentuation de l'abandon des jeunes filles, accentuation aussi pour 2018.

Le camp d'été, de cinq jours, a eu lieu en 2015, 2016, 2017, 2019 ; 12 Jeunes Talents ont participé

(une jeune fille boursière trois fois et un garçon deux fois), dont 7 jeunes filles et 4 boursières, 2 boursiers.

3. Le parcours scolaire et étudiant

Les générations 2011 à 2016 ont atteint le baccalauréat. Cela concerne 163 jeunes pour lesquels, on peut observer les résultats à l'examen ainsi que, dans la mesure du possible, la voie d'étude commencée dans l'enseignement supérieur.

3.1 – Résultats au baccalauréat

Le résultat au baccalauréat est relevé sur le site de l'Académie dans la période de publication (sauf rares cas particuliers). La génération 2016 a vécu en 2020 le dernier baccalauréat par séries (ainsi que la situation sanitaire). Les Jeunes Talents Mathématiques se sont répartis dans diverses séries : séries générales telles que économique et sociale, littéraire, scientifique sciences de l'ingénieur ou scientifique sciences de la vie et de la terre, séries technologiques telles que sciences et technologies de l'industrie et du développement durable, sciences et technologies de la santé et du social, sciences et technologies de l'hôtellerie et de la restauration, sciences et technologies du design et des arts appliqués. Ce baccalauréat peut comporter l'indication section européenne. Le tableau ci-dessous donne les résultats par série, mention, avec éventuellement section européenne. Le résultat n'est pas connu pour seulement 9 jeunes sur 163, probablement des changements d'académie. Avec le code ST pour sciences et technologies.

163 JTM	Inc.	ES ou L	S-SI ou SVT	ST
TB		13	44	1
Europ.		6	18	1
B		6	33	0
Europ.		1	5	0
AB		3	34	3
Europ.		0	4	0
Admis		5	12	1
Europ.		2	1	0
Total	9	27	123	3
Refusé			1	

Un seul échec, 42% de mentions très bien, près de trois fois plus qu'au plan national. Très bons élèves lors de leur entrée dans le parcours JTM, ils le sont restés ! Naturellement on attend ces Jeunes Talents Mathématiques du côté des sciences : 75%

obtiennent un baccalauréat scientifique (64% S-SVT, 11% S-SI). On notera 12 lauréat-e-s en L avec 67% de mentions très bien, ce qui dénote un choix d'excellence déterminé.

3.2 – Après le baccalauréat

Un enjeu de conquête de nouveaux territoires. Le projet MathC2+ veut agir sur l'insuffisance en étudiants post-bac, qu'ils se destinent à devenir professeurs de mathématiques en collège ou lycée ou qu'ils accèdent à des carrières universitaires de chercheurs ou celles des métiers des mathématiques. L'un des indicateurs critiques très représentatif réside dans la situation des candidatures au CAPES de mathématiques telle que les rapports publiés de ce concours la donnent (<https://capes-math.org>). Le fléchissement du nombre de candidats sur la période, brutalement accentué avec la réforme du recrutement des enseignants dite de masterisation en 2011, relative stagnation sur les années récentes sans que soit retrouvé un régime satisfaisant. Depuis 2011, ceci a induit la vacance d'un certain nombre de postes, ceux-ci n'étant pas attribués au terme du concours¹⁵. Il y a un impératif de recherche d'enseignants de qualité; une hypothèse du projet MathC2+ est de susciter des candidatures non traditionnelles¹⁶, un enjeu de « conquête de nouveaux territoires » selon l'expression imagée du projet national.

Entrée en post-bac des Jeunes Talents Mathématiques de 2011 à 2016. Obtenir par voie administrative les informations sur les voies d'études entreprises après le baccalauréat étant impossible, il a fallu enquêter directement auprès des jeunes. Cela pour la première année post-bac. Pour 55 jeunes on ne sait pas car ils n'ont pas répondu aux enquêtes, c'est 34% d'inconnu (près de 3 jeunes filles sur 10, plus de 4 garçons sur 10, 4 sur 10 pour celles ou ceux ayant une bourse en Quatrième). Le mode enquête directe ne suffit pas à une pleine information. Environ 45 libellés différents pour les 108 réponses obtenues! En les associant dans une acception très large, on peut proposer quelques regroupements : des formations liées aux arts, à l'agronomie et apparentés, au commerce et administration, aux lettres, histoire et sciences humaines, au médical, les DUT sciences, licences de biologie, sciences de la vie et de la terre, de physique, chimie, de mathématiques, leurs parcours spéciaux éventuels, classes prépara-

toires aux grandes écoles MPSI, PCSI et PTSI, écoles d'ingénieurs. Comme les réponses sont parfois assorties de commentaires, on perçoit un choix mis en perspective, réfléchi, (ce qui n'a rien d'étonnant!) :

- description du parcours envisagé sur plusieurs années avec un horizon professionnel, il y a un projet explicite;
- expression de positionnement par rapport au vécu, appréciation d'un apport, expression d'une distance prise. Par exemple, cette jeune qui après le baccalauréat L mention Très Bien choisit un CAP Pâtissier et dit : *je me suis beaucoup éloignée des sciences et ai suivi mon rêve de toujours*. Ou cette autre mention Bien série S-SVT : *je m'oriente vers une première année de licence Gestion, à la TSM. Je déciderai de la voie professionnelle que j'arpenterai une fois mon master choisi. Merci pour ce suivi et cette expérience mathématique que vous nous avez offerts durant ces dernières années*. Un jeune homme, S-SVT Bien : *ai réussi ma L1 Sciences fondamentales Mathématiques à l'université Paul Sabatier à Toulouse; actuellement toujours dans cette université en L2 Mathématiques option Algorithmique. Mon projet étant toujours de devenir enseignant en mathématiques*. Ou encore après un baccalauréat S-SVT TB Européenne, une jeune femme : *À la suite des Jeunes Talents Mathématiques, j'ai gardé un goût prononcé pour les maths et les sciences en général. C'est pourquoi, j'entre l'année prochaine en première année en prépa MPSI (maths physique science de l'ingénieur) au lycée Pierre de Fermat à Toulouse. Cela me permettra de tenter le concours aux grandes écoles, même si je n'ai pas de préférence quant au choix de l'école d'ingénieur pour l'instant. Je vous remercie de m'avoir permis de participer trois années consécutives aux stages des Jeunes Talents Mathématiques, j'en garde de bons souvenirs ainsi qu'une ouverture d'esprit scientifique qui j'espère me sera bénéfique dans les années à venir*.
- un choix d'excellence, probablement parmi divers possibles. À titre d'exemple, trois jeunes filles optant pour CPGE Chartes (deux série L TB Européenne, une série ES B), assidues et brillantes lors des Journées de découverte dont une ayant participé, après sa Terminale,

15. Ce qui ne signifie pas des classes sans professeur puisqu'on a recours à des non-titulaires, éventuellement non admis!

16. Il y a d'autres hypothèses, par exemple ce qui fait la valeur du métier, son positionnement par rapport à d'autres à formation équivalente, ce qui fait davantage de réussite dans les études universitaires ...

au Camp d'été CIMI (cinq jours sur l'intelligence artificielle). Cette dispersion se comprend eu égard au fait qu'il s'agit de jeunes entrés dans le parcours en Quatrième. Elle est en partie soupçonnable, mais pas complètement, par les abandons en cours de parcours : plus nombreux dans les voies les moins scientifiques que dans les plus scientifiques. Pas complètement cependant, par exemple 6 sur les 10 optant pour lettres, histoire, sciences humaines ont participé à la totalité de l'action. Le but était d'agir à ce niveau de Quatrième où commencent à se jouer des choix importants afin d'espérer un infléchissement. Ce but est-il atteint ? Certainement un peu. Un constat s'impose ainsi : au regard des choix des jeunes filles, ce bilan demeure encore inscrit dans les tendances dominantes – lourdes depuis des dizaines d'années et que l'action veut combattre. Par exemple : leur proportion plus élevée que celle des garçons en commerce et administration, lettres, histoire et sciences humaines, médical surtout. Ou bien dans le domaine des sciences plus portées vers la biologie, l'agronomie. Ou encore dans le choix de prudence vers les DUT sciences (4 parmi les 7 indiquant que leur projet est de poursuivre ensuite soit vers une licence, soit vers une école d'ingénieurs).

Les choix de voies scientifiques. 38 jeunes (sur 163, dont 56 non réponses) ont choisi les voies les plus scientifiques, 23%. Ce nombre reste grévé par l'observation précédente, mais détaillons davantage.

	Licence		CPGE			Éc.	Tot.
	PC	M	PT	PC	MP	Ing.	
Eff.	4	10	3	4	11	6	38
Filles	3	4	1	1	4	4	17
Fi. B	2	3	1	1	1	2	10
Garç.	1	6	2	3	7	2	21
G. B	0	4	1	1	1	2	9

Dans ce groupe des choix les plus scientifiques :

- la proportion de jeunes filles est à 17 sur 38, avec 59% de filles dans la population des 163,
- le taux de bourses (en classe de Quatrième) à 19 sur 38, avec 44% de boursières ou boursiers dans la population des 163.

Ce bilan est à remarquer !

Précisons la répartition en termes d'origine géographique lors du collège. Dans le tableau suivant,

les mentions LM, LPC pour licence de mathématiques et apparentées, respectivement physique chimie et apparentées puis MP, PC, PT pour classes préparatoires, Ing. pour école d'ingénieurs. Trois entrent en parcours spécial en licence, signalés par une étoile. Les soulignés indiquent une bourse en Quatrième, 21 en tout, plus de 50% dans ce regroupement de voies d'études.

	Filles	Garç.	Effect.	Non rép.
Ariège	<u>LPC*</u>	<u>LM</u> <u>PT</u> <u>MP</u>	4/14	3
Aveyron	<u>MP</u> <u>Ing</u>		2/14	5
Haute-Garonne	<u>Ing</u> <u>LPC</u> <u>Ing</u> <u>LM*</u> <u>LPC</u>	<u>MP</u> <u>PC</u> <u>PT</u> <u>LPC</u>	9/39	11
Gers	<u>MP</u>	<u>PC</u>	2/15	5
Lot	<u>LM</u> <u>MP</u>	<u>LM</u> <u>MP</u> <u>LM</u>	5/12	4
Hautes-Pyrénées	<u>PT</u> <u>Ing</u>	<u>MP</u>	3/23	9
Tarn	<u>MP</u> <u>LM</u>	<u>LM</u> <u>PC</u> <u>LM</u> <u>Ing</u> <u>LM</u>	7/26	9
Tarn-et-Garonne	<u>LM*</u> <u>PC</u>	<u>MP</u> <u>MP</u> <u>MP</u> <u>Ing</u>	6/20	9
Total	17	21	38/163	55

32 collèges d'origine sont concernés, 19 peuvent être qualifiés de ruraux, deux collèges sont en préfecture classés RAR (réseau ambition réussite), les autres plus proches des préfectures ou en préfecture ou sur les grands axes routiers rayonnant vers Toulouse. Dans ce constat d'un flux favorable et modeste vers les voies scientifiques, on voit, au moins, se vérifier l'ambition d'impliquer sur l'étendue du territoire, ainsi que les titulaires de bourse (en Quatrième), cela dans le droit fil de la volonté lors de la sélection. Là encore est-ce « ++ » par rapport à ce qui serait sans action MathC2+ ?

4. Pour une appréciation

L'action Journées de découverte Jeunes Talents Mathématiques repose sur des composantes caractéristiques :

- une immersion dans la recherche mathématique là où elle se fait ;
- une inscription dans le territoire académique ;
- la volonté de distinction positive de jeunes filles, d'enfants en situation personnelle moins favorable ;
- une continuité dans l'intéressement au cours du parcours scolaire.

Cette immersion dans le milieu de la recherche mathématique apparaît réussie. Cela du fait de l'implication des universitaires, forte de sens social, on l'a souligné. La satisfaction des jeunes au terme de chaque stage est patente, toujours exprimée. Au-delà des marques d'enthousiasme en fin de stage, c'est ce qui résulte de la consultation qui leur est soumise quelques mois après le stage Quatrième : ils sont satisfaits des activités proposées, qu'il s'agisse des journées recherche, des ateliers résolution de problèmes, des brèves visites de laboratoire (physique, chimie, . . . , bibliothèque universitaire) pour une ouverture hors des mathématiques. Ceci est dans le droit fil des comportements constatés en stage : des jeunes bien investis, prenant des initiatives, coopératifs. Cette centration sur la recherche, par la forme qu'elle impose est une occasion d'impliquer des professeur-e-s collège-lycée à travers tout le processus de constitution du groupe. Certain-e-s sont invité-e-s pour accompagner les travaux en atelier, généralement sur une journée. C'est l'opportunité d'observer le déroulement, de saisir un thème de recherche, de dialoguer avec le chercheur, la chercheuse ; c'est certainement utile au professeur de mathématiques en Collège ou Lycée pour sa manière de voir et d'utiliser la fonction de la discipline dans la société, manière de porter cette image auprès des élèves. La volonté d'action sur l'étendue du territoire est ici un impératif : ce que veut être MathC2+ doit prendre cela en compte dans cette académie.

L'intérêt soulevé par l'offre de stage oblige à rechercher une proposition pour les non sélectionnés. Par contre, l'un des traits du résultat en termes d'intéressement aux voies scientifiques est sa distribution géographique, satisfaite ; les choix de voies scientifiques sont répartis sur le territoire. On l'a vu,

les jeunes filles font des choix encore marqués par les stéréotypes connus, dominants. Il faudrait certainement plus que des stages de mathématiques pour infléchir un peu plus les flux. Ces flux sont défavorables pour la distribution générale entre voies scientifiques et autres ; ayant vu les grandes qualités, la fidélité aux stages et l'implication de certaines jeunes filles, on reste déçu de les retrouver dans des voies d'études éloignées du milieu. Certes ce seront d'excellentes responsables dans le commerce, l'entreprise peut-être, d'excellentes archivistes paléographes, des doctresses de grande qualité ; qui plus est ayant vécu une expérience de pratique des mathématiques à même d'en cultiver une image positive dans leur esprit, dans leurs responsabilités éventuelles. Mais ce qui les inciterait davantage à s'accomplir dans les sciences reste à trouver.

Cependant à l'interne des voies scientifiques, la part prise par les jeunes filles va dans le sens attendu, avec un résultat ténu, se jouant à quelques unités, mieux que l'existant ! L'enjeu de la place des femmes dans les sciences, dans les mathématiques, est posé depuis longtemps, avec une prise de conscience peu à peu manifeste. Cet enjeu interpelle société, famille, école. Connaissance de l'ampleur du déficit dans les voies scientifiques (études, professions), notamment par les professeurs, mise à jour active des représentations stéréotypées, mise en évidence ou rencontre de modèles féminins, visibilité de la diversité des métiers du domaine (mathématiques, informatique, statistique), sont quelques axes pour travailler le sujet.

À l'école, des actions spécifiques sont tentées, dans les établissements parfois, dans un cadre plus étendu¹⁷. Sans doute est-il plus que jamais nécessaire de développer ce qui relève de l'accompagnement des apprentissages : à partir de cette prise de conscience des professeur-e-s, atteindre plus encore des manières de conduire la classe construisant davantage l'égalité. Les titulaires de bourses (en Quatrième) ont été, autant que possible, recherché-e-s comme participant-e-s. Cette qualité figure honorablement dans le résultat du choix des voies d'études scientifiques. Elle en est un des éléments les plus positifs : boursières et boursiers tirent parti de l'offre faite. Le suivi est d'abord celui du stage avec ses trois occurrences. L'analyse des abandons oblige à estimer qu'on n'a peut-être pas suffisamment pris en compte d'autres besoins que la participation au stage : que pourrait-

17. Voir par exemple les actions *Filles, maths et informatique : une équation lumineuse* réalisées.

on apporter dans l'inter-stage ? On a cherché à apporter une activité mathématique autour de l'atelier résolution de problèmes. L'ambition d'un dialogue ayant une certaine régularité autour de problèmes à chercher, éventuellement par usage d'un site numérique, n'a pas été atteinte. Peut-être était-ce trop exigeant par rapport à des collégiens normalement investis dans leur scolarité. En outre, alors qu'une documentation¹⁸ est donnée en fin du premier stage, on sait par enquête qu'elle est largement occultée. Cette documentation vise à donner accès aux nombreuses ressources du milieu et que la communauté mathématique s'est évertuée à proposer depuis une trentaine d'années. Retrouvant le collège, les jeunes font assez peu état de ce qu'ils ont vécu, ce n'est pas souvent sollicité par le collègue, le professeur de mathématiques (il est vrai que, souvent, ce n'est plus celui de Quatrième qui a suscité la candidature). Entretenir une articulation entre le fait d'avoir été stagiaire (et d'être amené à l'être à nouveau) et le fait d'être élève reste une attente, pour renforcer à la fois ce que fait le stage et ce qui se déroule dans les apprentissages ; une coupure, sans qu'on y prenne garde, peut induire une perte. Avec une intention analogue, la suggestion des universitaires d'inviter les parents à la séance de clôture durant laquelle sont montrées et discutées les affiches des travaux, leur ouvre une occasion de rencontre : rencontre avec l'univers universitaire, conversations informelles entre parents et acteurs du stage. Cela peut-il encourager les parents dans leur rôle pour la construction avec le jeune d'un parcours scolaire quelque peu éloigné de vues premières ? En tout cas cet accueil est une ouverture.

Un procès d'élitisme a été parfois émis autour

de cette action. Elle atteint d'excellentes et d'excellents élèves, souvent pas qu'en mathématiques. Articulé aux autres caractéristiques du profil des candidatures dont il a été longuement question ci-dessus, cette option de prise en compte de la très bonne qualité des résultats scolaires fait-elle un élitisme ? Est-ce *favoriser au dépend de la masse* selon une définition de dictionnaire ? C'est bien favoriser ou plus modestement tenter de favoriser, mais préférentiellement celles ou ceux qui, tout en étant méritants par le talent scolaire sont généralement promis à ne pas pouvoir tirer parti des faveurs héritées par le milieu de vie, par le fait d'être fille plutôt que garçon ... Parfois certains procès s'ébrouent, occultant un fonctionnement aux tours confiscateurs de chances d'égalité.

L'action est symbolique. Elle n'est que symbolique parce qu'elle atteint trop peu de jeunes pour forcer un effet nettement conséquent. Elle est symbolique quant aux formes de réponses qu'appelle la mobilisation, la dynamisation de l'excellence dans le cadre scolaire ordinaire. Question bien difficile, tant il y a à faire et à tant d'égards. Mais ce que draine l'action apporte possibilité d'action, information pour d'autres vecteurs ... Elle est symbolique de valeurs. Des valeurs que veut porter, avec l'appui institutionnel, la communauté des mathématiciennes et des mathématiciens de ce pays aujourd'hui. Ce qui est dit par quelques parents et qu'une mère a écrit ainsi en 2016 à l'attention de toute l'équipe organisatrice : *Je me réjouis que les JTM perdurent cette année, et vous remercie en tant que parent, en tant que citoyenne, de l'énergie que vous donnez en faveur de l'éveil de la curiosité intellectuelle que vous participez à faire circuler.*



Jean AYMÈS

Académie de Toulouse
 jaymes.apmep@wanadoo.fr
 Inspecteur pédagogique régional honoraire.

18. Par exemple : informations d'accès à des ressources prolongeant les stages, viviers ou activités liés à la résolution de problèmes, brochures Métiers des mathématiques.

Agrégé.e.s, doctorat, disponibilités et détachements : la SMF agit

• F. DURAND

Tous les ans entre avril et juin de nombreuses doctorantes, de nombreux doctorants ou des docteur.e.s fraîchement diplômé.e.s et ayant obtenu l'agrégation font des demandes à leurs rectorats afin d'obtenir un détachement ou une disponibilité. De telles demandes sont faites soit parce qu'elles ou ils sont en troisième année et ont besoin d'une année supplémentaire pour soutenir leurs doctorats, soit pour effectuer un postdoctorat, qu'il soit en France (par exemple sous la forme d'un poste d'ATER), ou bien à l'étranger. Bien que réalisées dans les délais, tous les ans des refus sont prononcés par les rectorats « compte tenu des besoins d'enseignement dans l'académie ». Étant donné l'attachement de la communauté mathématique, et donc de la SMF, au concours de l'agrégation en mathématiques et, notamment, sa conjugaison avec le doctorat, depuis 2013 au moins, la SMF propose d'apporter son soutien aux recours des requérant.e.s. Cette initiative semble avoir été initiée par Marc Peigné. Ensuite Stéphane Seuret, observant une augmentation des cas, a réalisé que la SMF pouvait soutenir efficacement ces demandes en interpellant les interlocuteurs clés et en proposant un argumentaire méthodique, travaillé et formel.

1. Pourquoi sommes-nous attachés au concours de l'agrégation ?

L'agrégation est un concours qui mène vers l'enseignement dans les établissements scolaires, majoritairement vers les lycées publics. Pour les mathématiques, le grand nombre de concepts abordés, la longueur des épreuves, leur difficulté et leur variété (avec l'épreuve de modélisation pas si facile à appréhender) rendent ce concours difficile d'accès. Cependant, même si le nombre de candidats diminue, l'agrégation reste encore très

populaire, en particulier auprès des étudiants de master qui se dirigent vers un doctorat. Ceci est tout d'abord dû à ce que la préparation à l'agrégation constitue une excellente formation généraliste et exigeante en mathématiques. La réussite au concours est également un gage de plus de sérénité pour celle ou celui qui souhaite poursuivre par des études doctorales. En effet, plus aujourd'hui que dans les années 1990 et 2000, la raréfaction des postes d'enseignants-chercheurs fait que l'éventualité d'obtenir un tel poste est hasardeuse. Il est donc rassurant d'avoir obtenu l'agrégation. Cela constitue une alternative intéressante lorsque l'on a le souhait d'enseigner. Néanmoins, le monde académique et le monde de l'éducation ne sont pas les seules alternatives à la sortie de thèse. De beaux défis professionnels attendent les docteurs en mathématiques dans le privé. Beaucoup d'entreprises sont prêtes à recruter des docteurs, qui ont acquis des compétences cruciales et uniques pendant leurs années de thèse, qui constituent une véritable expérience professionnelle. C'est un enjeu important pour nos filières et notre matière que les débouchés qu'elles offrent soient nombreux et variés (voir la brochure de l'ONISEP¹) ou encore les statistiques post-doctorat². C'est notre rôle et notre responsabilité de directrice et directeur de thèse de diffuser le plus largement possible ces informations.

2. Retour dans le secondaire et poursuite d'études doctorales

Une spécificité de l'agrégation, en mathématiques au moins, est que le stage d'enseignement est validé par des enseignements effectués dans le cadre d'un contrat doctoral (autrefois appelé « monitorat ») à l'université. Ainsi, on peut être titula-

1. <https://smf.emath.fr/actualites-smf/sortie-nouveau-zoom-2021>

2. <https://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr/cid123844/devenir-des-docteurs-trois-ans-apres-les-indicateurs-par-discipline.html>

risé.e comme fonctionnaire en n'ayant finalement pas véritablement fait ses preuves d'enseignant devant une classe de lycée. C'est une chance qu'il faut s'attacher à préserver et à justifier.

La SMF est très attachée à la formation pour et par la recherche que représente le doctorat, que ce soit à des fins de devenir enseignant.e.s, chercheuses, chercheurs, ingénieur.e.s ou autres (par exemple hauts-fonctionnaires en entrant à l'ENA). La méthodologie, l'ouverture d'esprit, la patience, l'opiniâtreté, l'expertise, l'originalité, la recherche de compétences ou de ressources, qui doivent être développées pendant la thèse sont autant de qualités, et il y en a bien d'autres, très spécifiques au doctorat et qui seront autant d'atouts pour les milieux, les équipes, qui accueilleront nos doctorant.e.s, en particulier pour l'Éducation nationale.

Par ailleurs, nous connaissons toutes et tous les difficultés de recrutement de professeur.e.s de mathématiques en collège et en lycée. Ainsi, l'Éducation nationale souhaite absolument recruter, et peut parfois exiger le retour de « ses » agrégés en poste. Cet état de fait crée des tensions que beaucoup d'entre nous constatons. Notons qu'avec la réforme du bac, les mathématiques y étant devenues optionnelles en Première et Terminale, le volume horaire global des mathématiques à enseigner dans le secondaire a chuté³. Cette tension devrait donc baisser.

Nos docteur.e.s ou doctorant.e.s se trouvent ainsi pris entre deux feux ; terminer ou prolonger leurs travaux de recherche ; partir enseigner dans le secondaire. Ces deux directions ne sont pas incompatibles mais l'exercice de les réaliser conjointement n'est pas aisé.

3. Les recours

Heureusement elles et ils disposent de la possibilité de demander un détachement (si poste d'ATER) ou une disponibilité (si post-doc à l'étranger, par exemple). Cette situation est connue de l'ensemble des acteurs impliqués dans ces processus. Une note de service du ministère de l'Éducation nationale datant de décembre 2016 donnait justification aux recteurs d'académie pour refuser les délégations pour nécessité de service. À l'époque, la SMF, notamment avec la SMAI, a signalé les dérives que l'application brutale d'une telle note pouvait engendrer, notamment dans le cas de doctorants qui n'auraient pas

encore soutenu leur thèse au terme de leur contrat doctoral. Ainsi, les doctorant.e.s doivent bien réaliser la délicatesse potentielle d'une telle situation, et garder plusieurs choses à l'esprit. Tout d'abord, il est important de respecter les délais légaux pour les procédures et les recours - le site web de l'agrégation agreg.org procure de précieuses informations sur les démarches et le timing à respecter, en fonction de sa situation. Il faut également dresser un dossier complet et intelligible par les services rectoraux. Par exemple, cette demande doit inclure une lettre prouvant l'embauche sur un poste d'ATER ou de post-doc. Un tel manquement est réhibitoire. Nous reviendrons sur l'intelligibilité du dossier.

Si malgré cela l'on est confronté à un refus, la SMF, lorsqu'elle est prévenue à temps (disons entre mi-juin et fin juillet, mais elle est déjà intervenue avec succès début septembre), peut intervenir auprès des recteurs et d'autres interlocuteurs pour débloquer la situation. Voici les statistiques de ces deux dernières années.

TABLEAU 1 – Soutiens de la SMF aux demandes de recours

	2020	2021
Demandes de soutien	19	12
Recours SMF refusés	1	0
Recours acceptés	16	12
Recours refusés	1	0
Sans nouvelles	1	0
Démarche SMF après recours négatifs	1 avec succès	0

Les académies concernées en 2020 : Créteil (11), Versailles (6), Amiens (1). En 2021 : Créteil (8), Versailles (3), Paris (1).

4. Conseils pour la demande de disponibilité ou de détachement

Lorsqu'une telle demande est refusée, la SMF demande à voir le dossier. Nous pouvons ainsi nous faire une idée de la raison du refus.

À la faveur des nombreux dossiers (12 cette année) traités par la SMF, on peut tenter d'y trouver les raisons des refus. Dans l'un de ses dossiers, un candidat indique qu'il démissionnera en cas de refus à son recours. D'autres ont été tentés de l'écrire

3. <https://eduscol.education.fr/634/cycle-terminal-de-la-voie-generale>

mais la SMF les en a dissuadé.e.s. En effet, c'est un argument provocateur qui ne fait pas du bien au dossier et qui, me semble-t-il, n'a aucun poids auprès des services rectoraux qui traitent ces dossiers. Trois de ces douze dossiers n'ont pas joint de lettre de motivation à leur requête. Cela peut être perçu comme méprisant et peu professionnel. L'un d'entre eux y a par contre joint deux articles de mathématiques. Cela n'a de toute évidence pas joué en sa faveur. Un autre justifie sa demande en indiquant qu'il est proche d'obtenir de très jolis résultats et donne un résumé de son projet de recherche. Le mot « enseignement » est dans le paragraphe de conclusion mais à aucun moment ce thème n'est développé. Il ne faut pas oublier que l'on s'adresse aux services du rectorat, qu'ils traitent de très nombreux dossiers et ne sont sans doute pas en mesure d'apprécier des travaux mathématiques. Cinq demandes incluent un paragraphe motivant le souhait d'enseigner mais uniquement dans le supérieur. Je pense qu'il est préférable de rester vague quant au niveau dans lequel on souhaite enseigner mais d'affirmer avec conviction que l'on a le désir d'enseigner à l'issue du détachement ou de la disponibilité. Le dernier des douze dossiers est très bien rédigé, sincère, avec des motivations très équilibrées entre enseignement et recherche. J'ai le sentiment que ce dossier a été refusé en raison de sa trop grande honnêteté. En effet, il apparaît clairement que le candidat serait ravi d'enseigner dans le secondaire mais exprime par ailleurs le souhait de devenir enseignant-chercheur... Au même titre que le souhait déclaré d'enseigner dans le supérieur, il est peut-être inutile d'indiquer une telle préférence.

Je n'ai évidemment pas pu lire les dossiers qui ont été acceptés directement. Il est donc difficile d'établir une liste de conseils. Je ne connais par ailleurs pas les directives rectorales. Néanmoins, en voici quelques-uns, élémentaires, que je communique régulièrement.

- Il faut bien avoir à l'esprit que la personne qui lira le dossier ne connaît a priori rien à la recherche.
- Il faut faire sa première demande avec anticipation, avril pour la plupart des dossiers. En cas de recours, il ne faut surtout pas attendre.
- Ne pas oublier de joindre sa lettre d'acceptation pour le poste justifiant la « demande ».
- Bien rédiger son cv (parfois la chronologie est peu lisible).
- Si l'on a organisé des séminaires doctorants, des conférences, participé à Maths.en.Jeans,

MathC2+ ... il faut le mettre en valeur et indiquer que cette expérience sera mise à profit dans l'établissement qui l'accueillera.

- Éviter de monter le dossier comme pour une demande de poste d'ATER ou de post-doc. Il faut déclarer avoir rédigé, voire publié, des articles, mais je pense qu'il est inutile de les envoyer.
- Faire au moins un paragraphe argumenté, positif et enthousiaste, sur son souhait d'enseigner à court terme en mettant en valeur l'agrégation et sa formation par la recherche.
- Surtout ne pas indiquer que l'on démissionnera en cas d'issue défavorable. La lettre doit être positive.

Il arrive parfois que la SMF refuse d'apporter son soutien. Cela m'est arrivé pour un dossier l'an passé. Il s'agissait d'une agrégation passée en 2014 et donc d'une septième année de report. Il est légitime de s'interroger sur le bien fondé de telles demandes. D'expérience, la SMF intervient jusqu'à une cinquième année de report, soit agrégation, master recherche, trois années de thèse et une année de post-doctorat. Rarement pour une sixième année : un cas. Et très exceptionnellement pour une septième année : un cas. Il faut dans ces deux derniers cas que le dossier présente des éléments singuliers et le dossier de la candidate ou du candidat, ainsi que la lettre de soutien de la SMF, soient solidement argumentés. En effet, l'Éducation nationale est en droit de se questionner sur la véritable motivation d'un.e agrégé.e qui souhaite partir 2 ans en post-doc alors qu'elle ou il a été reçu.e il y a déjà 6 ans. Soutenir ces dossiers sans plus d'arguments est de nature à décrédibiliser les autres soutiens. Dans tous les cas les dossiers sont soigneusement étudiés par la SMF.

5. Quelle est la nature de l'intervention de la SMF ?

Après étude des dossiers la SMF écrit une lettre reprenant certains éléments s'y trouvant, puis l'adresse à des interlocutrices et interlocuteurs clés du rectorat et du ministère. Dans un courrier daté du 3 novembre 2017 adressé aux sociétés savantes en mathématiques, E. Geffray avait encouragé ce type d'intervention. La SMF rappelle tous les bénéfices de la formation pour et par la recherche et que le défi représenté par une thèse induit des durées qui peuvent dépasser 36 mois, d'autant que ces derniers mois ont ajouté des difficultés supplémen-

taires. Il est donc important que les doctorant.e.s et docteur.e.s aillent au bout de leurs parcours. Nous indiquons que la SMF est tout à fait consciente des difficultés à pourvoir les postes de professeur.e.s de mathématiques dans le secondaire et qu'elle contribue à promouvoir les mathématiques auprès des jeunes pour augmenter le vivier de professeur.e.s. C'est l'une des missions de la SMF d'attirer les jeunes vers les mathématiques et les métiers d'enseignants et d'enseignants-chercheurs. Nos actions (conférences, stages) à destination d'un très large public allant du collège à la recherche en mathématiques, en passant par le Grand Public, en témoignent.

Lorsqu'il s'agit d'une docteure ou doctorante, nous pouvons également invoquer Antonio Guterres, secrétaire général de l'ONU, qui a déclaré, le 11 février 2020 lors de la « Journée internationale des femmes et filles de science », je cite : « Face aux enjeux du xx^e siècle, nous devons exploiter pleinement notre potentiel. Et cela suppose de venir à bout des stéréotypes de genre. Il faut soutenir les

femmes qui choisissent de faire carrière dans les sciences et la recherche ».

6. En guise de conclusion

Les statistiques présentées plus haut montrent bien les inégalités géographiques. Elles sont à ce point prégnantes qu'une académie cette année n'est pas en mesure de fournir de stages à deux de ses agrégés. On se retrouve donc dans une situation où des académies ont de forts besoins en enseignement « justifiant » des refus de délégations ou disponibilités, et que d'autres n'en ont pas assez. Plus de fluidité, moins d'imperméabilité, entre les rectorats seraient souhaitables afin d'éviter ce type de situation. À leur décharge ces configurations étaient peu fréquentes, sans doute inédites, mais avec la réforme du bac il devrait y avoir à l'avenir moins de refus de détachements et disponibilités mais plus d'agrégés sans stages... La SMF suivra avec attention l'évolution de ce dossier et est intéressée par toutes informations à ce sujet.



Fabien DURAND

Université de Picardie Jules Verne
president@smf.emath.fr

Fabien Durand est président de la SMF depuis juin 2020



pour profiter de la simplicité de MacWrite et de la perfection typographique de TeX.

EasyTeX

Un préprocesseur TeX sous MacWrite

EasyTeX est un accessoire de bureau pour traduire le contenu du presse-papier/MacWrite en un fichier TeX. EasyTeX comprend les modes exposant, indice, italique, gras de MacWrite et le passage à la police Symbol.

Pour aider la frappe EasyTeX est livré avec un installateur de commandes clavier pour changer de police de caractère.

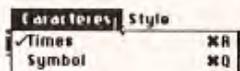
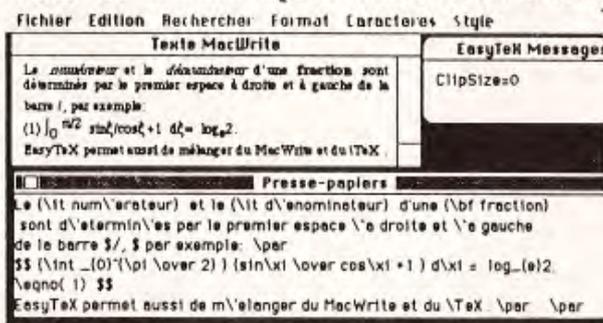


Photo de l'écran après traduction d'un texte



Résultat avec une imprimante Laser et TeX:

Le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont déterminés par le premier espace à droite et à gauche de la barre /, par exemple:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\xi}{\cos\xi+1} d\xi = \log_e 2. \quad (1)$$

EasyTeX permet aussi de mélanger du MacWrite et du TeX.

EasyTeX: 300FF HT.

Numérica: 23 Bd de Brandebourg, BP 215, 94203 IVRY.

Tel: 42 85 09 17

Autres produits: MacFEM, FEMplot et FEMsolid: des logiciels de résolutions d'Equations aux Dérivés Partielles.

MacWrite et Macintosh sont des marques déposées d'Apple Computer Co.

TeX est une marque déposée de l'American Math. Society.

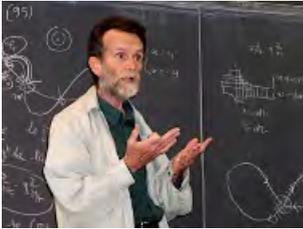
EasyTeX et MacFEM sont des programmes déposés de Numérica S.A.R.L.



Pierre Molino

1935 - 2021

• C. ALBERT



Pierre Molino est né le 12 décembre 1935 à Carcassonne (Aude). Polytechnicien (X1955), il soutient en 1963 une Thèse « Champs d'éléments sur un espace fibré principal différentiable » sous la direction d'André Lichnerowicz à l'université de Paris. De 1964 à 1996, il est professeur à l'institut de mathématiques de l'université Montpellier II.

Il crée et anime à Montpellier une équipe de recherche en géométrie et topologie différentielles (GétoDim), qui deviendra quelques années plus tard la première équipe de recherche mathématique montpelliéraine à être associée au CNRS. Travaillant dans un premier temps sur la théorie des G -structures et les pseudogroupes de Lie, il démontre le « Théorème d'équivalence » assurant que toute structure formellement plate est plate. Puis

il travaille sur la théorie des feuilletages, publiant des travaux remarquables sur les feuilletages riemanniens. En 1983, il est l'un des fondateurs du Séminaire Sud-Rhodanien de Géométrie, regroupant des géomètres des universités de Montpellier, Lyon, Marseille et Avignon. Les activités de ce groupe s'orientent vers la géométrie symplectique et de contact. Ses travaux personnels dans ce domaine touchent les variétés de Poisson, les variables action-angle (éventuellement avec singularités), et les actions hamiltoniennes.

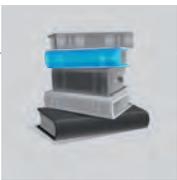
Il dirige les thèses de Claude Albert (1974), Javier Turiel (1978), Alberto Medina (1979), Georges Giraud (1983), Patrick Jean (1983), Grant Cairns (1987), Vincent Cavalier (1987), Robert Brouzet (1991), Hassam Boualem (1993), Alain Veeravalli (1993), Marie-Hélène Rigal (1995), Anne Toulet (1995).

Tous ceux qui l'ont connu se souviennent de sa disponibilité, sa gentillesse, et son sens profond des mathématiques.

Il nous a quittés le 16 juin 2021.

Références

- [1] C. ALBERT et P. MOLINO. *Pseudogroupes de Lie transitifs t1. Structures principales*. Hermann, 1984.
- [2] C. ALBERT et P. MOLINO. *Pseudogroupes de Lie transitifs t2. : Théorèmes d'intégrabilité*. travaux en cours. Hermann, 1987.
- [3] P. MOLINO. « Riemannian foliations ». *Progr. Math.* (1988).
- [4] P. MOLINO. « Théorie des G -Structures: Le Problème d'Equivalence Notes rédigées avec la collaboration de F. Toupin » (1977).



LIVRES



Qu'est-ce que le pic d'une épidémie et comment le contrôler

Claude LOBRY

Vuibert, 2021. 234 p. ISBN : 978-2842252755

La modélisation mathématique s'intéresse depuis longtemps aux questions de propagation des maladies. La pandémie de COVID-19, apparue dès le 16 novembre 2019 et toujours en cours, a fait émerger brutalement auprès d'un large public de nombreuses questions de santé publique, parmi lesquelles celle de savoir prédire l'évolution de l'épidémie. On peut en effet rappeler ici que, selon l'article L3131-1 du code de santé publique : « En cas de menace sanitaire grave appelant des mesures d'urgence, notamment en cas de menace d'épidémie, le ministre chargé de la santé peut, par arrêté motivé, prescrire dans l'intérêt de la santé publique toute mesure proportionnée aux risques courus et appropriée aux circonstances de temps et de lieu afin de prévenir et de limiter les conséquences des menaces possibles sur la santé de la population ».

L'ouvrage de C. Lobry cherche à présenter, pour un public non spécialiste en mathématiques (mais qui aura quand même besoin d'un bagage minimal pour suivre l'exposé), en quoi peut consister la modélisation mathématique d'une épidémie et dans quelle mesure elle peut permettre d'en prévoir l'évolution et le pic.

L'auteur, lui-même spécialiste en modélisation, fait preuve d'une pédagogie remarquable, et commence, dans le premier chapitre de ce livre, par présenter pas à pas le modèle Susceptible-Infecté-Retiré, le plus courant dans ce type de phénomène (et qui remonte à 1927). L'auteur évoque d'abord le modèle Susceptible-Infecté, et introduit progressivement la formulation différentielle du modèle. Il souligne bien l'analogie avec d'autres modèles de type cinétique chimique ou proie-prédateur, par exemple. Les limites du modèle, et de ses capacités prédictives, sont également abordées, en particulier à travers la question difficile de l'ajustement des paramètres.

Le chapitre suivant est consacré plus largement à la modélisation mathématique dans divers secteurs (ingénierie, économie, physique) et explique les difficultés supplémentaires que pose la modélisation de la propagation d'une pandémie par rapport à celle de phénomènes physiques (une des différences essentielles étant l'absence de lois fondamentales et la prise en compte d'un certain aléa dans le comportement des populations, conduisant à des modèles stochastiques). Des simulations explicites sont proposées à plusieurs reprises dans l'ouvrage. L'auteur explore également, de manière moins technique, d'autres voies possibles : contrôle optimal, systèmes multi-agents, voire même commande sans modèle.

Revenant à des modèles reposant sur des systèmes d'équations aux dérivées partielles, C. Lobry aborde ensuite la manière dont les modèles pourraient incorporer la question des variants (donc de la compétition entre variants), et celle de la saisonnalité. La présentation aborde aussi d'intéressantes questions liées au principe d'exclusion compétitive en modélisation.

Avant l'annexe, qui permet de donner quelques précisions mathématiques pour les lecteurs et lectrices qui souhaitent aller plus avant dans l'étude du sujet, le dernier chapitre cherche à recenser les acteurs de la modélisation mathématique en épidémiologie en France. Dans la liste et les descriptions proposées, on pourra s'étonner que ne soient mentionnés ni le CNRS, ni les laboratoires universitaires en mathématiques, où se trouve pourtant une importante activité en modélisation, et notamment en épidémiologie et biologie. Si on suit l'auteur lorsqu'il regrette l'insuffisance des moyens consacrés

par les pouvoirs publics aux travaux sur les modèles mathématiques dans les instituts de recherche médicale, on pourra regretter que C. Lobry ne fasse pas preuve dans ce dernier chapitre de la même rigueur que dans tous les précédents (on notera que l'auteur se décrit lui-même page 182 comme « devenu beaucoup trop ignorant des particularités du fonctionnement de la recherche en France pour avoir la moindre opinion sur le type de structure qu'il faudrait mettre en place »). Ainsi, on aimerait par exemple savoir ce qui permet d'affirmer (p. 198) que « Il y a cinquante ans, il y avait encore des hommes de science de grand renom qui disposaient de la confiance des chercheurs et avaient du pouvoir au sein des institutions scientifiques », et pourquoi il en serait autrement aujourd'hui.

Malgré ces réserves mineures, on appréciera beaucoup cet ouvrage, bienvenu dans le contexte actuel, qui présente, avec pédagogie, clarté et honnêteté, les principes, limites et enjeux de la modélisation mathématique face à la pandémie actuelle de COVID-19. Il met aussi un accent salutaire sur les règles d'évaluation et de vérification que doivent continuer à suivre les publications scientifiques dans ce domaine, malgré l'urgence de la situation et la pression médiatique et politique à y apporter des réponses. Il situe ainsi à sa juste place, en s'adressant à un large public, l'apport possible des mathématiques dans le contexte de cette pandémie de COVID-19.

Emmanuel Russ
Université Grenoble-Alpes



Les audaces de Sophie Germain

Adriana FILIPPINI et Elena TARTAGLINI

Petit A Petit BD Eds., 2021. 64 p. ISBN : 238046085X

Voici l'histoire d'une mathématicienne française née le 1^{er} avril 1776 et qui découvre et se passionne pour les mathématiques durant les années de la Révolution Française alors qu'elle avait à peine 13 ans. La vie et l'œuvre de *Sophie Germain* – car c'est de cette femme qu'il s'agit – est racontée en bande dessinée et le scénario d'*Elena Tartaglino* s'inspire essentiellement de la notice nécrologique de *Guglielmo Libri*, mathématicien italien et ami de *Sophie Germain*, et de la biographie que lui a consacrée *Hippolyte Stupuy*, poète et écrivain du XIX^e siècle.

Cette bande dessinée, dont les dessins sont dus à *Adriana Filippini* et les couleurs à *Annalisa Ferrari*, est constituée de dix chapitres. Chaque chapitre est consacré à une phase particulière de la vie et de l'œuvre de Sophie. Ils sont tous accompagnés d'éclairages historiques et/ou scientifiques rédigés par des spécialistes reconnu(e)s dans leur domaine (Histoire, Mathématiques, Histoire des Mathématiques, Philosophie).

Celles et ceux qui connaissent Sophie Germain constateront, dès le début de la lecture, que ce travail est fidèle aux connaissances qui ont été accumulées sur cette mathématicienne et philosophe. Les autres découvriront comment Sophie rencontre les mathématiques en 1789, à la lecture, dans la bibliothèque de son père, de *L'Histoire des Mathématiques* de *Montucla* et de la légende qui y est relatée sur la mort d'Archimède. Puis, guidée par sa passion naissante pour les mathématiques, elle se procurera les cours de l'École polytechnique (de création récente) en se faisant passer pour un certain Leblanc. Quelques-uns des enseignants, comme Lagrange ou Legendre, marqueront et orienteront par la suite ses travaux mathématiques. La lecture d'une œuvre de Legendre la conduira à l'Arithmétique, au théorème de Fermat et à Gauss. Avec ce dernier, elle aura une correspondance mathématique sous le nom de Leblanc et une histoire assez étonnante, liée aux guerres napoléoniennes, amènera Sophie à dévoiler sa véritable identité.

Sur cette première période, Clarisse Coulomb, historienne, rappellera le contexte historique (et économique...) de la Révolution de 1789 et la situation des droits des femmes à cette époque

d'effervescence sociale et politique. Jean Dhombres (mathématicien et historien des mathématiques) et Hervé Pajot (mathématicien) donnent un aperçu de l'apport de la Révolution quant à la place faite à l'enseignement des sciences et, en particulier, aux mathématiques qui prendront de plus en plus d'importance. Sarah Checcoli, mathématicienne, rappellera à la fin du chapitre trois, la ténacité dont a dû faire preuve Sophie pour que ses parents l'autorisent à étudier les mathématiques. Elle expliquera aussi le Théorème de Fermat et la relation de Sophie avec cette conjecture que les mathématiciens mettront plus de trois cents ans à résoudre. Au chapitre suivant, Vanessa Vitse, mathématicienne, rappellera ce qu'il faut savoir pour comprendre ce que sont les nombres de Sophie Germain.

Les auteur(e)s conduisent la lectrice et le lecteur à la découverte des différentes phases de la vie de Sophie. On passera ainsi par le concours lancé par l'Académie suite aux expériences de Chladni et dont elle finira par obtenir le prix (une première pour une femme...) malgré l'hostilité de mathématiciens, comme Poisson en particulier. On y découvrira son amitié avec Guglielmo Libri, mathématicien italien et admirateur de ses travaux, ses écrits philosophiques et une fin de vie bien douloureuse.

Cette bande dessinée se termine par une ouverture sur les femmes et les sciences au XIX^e siècle. On y rappelle qu'il faudra attendre 2014 pour que, pour la première fois, la médaille Fields soit attribuée à une femme : Maryam Mirzakhani, décédée à 40 ans d'un cancer du sein... comme Sophie Germain. Peut-être que le lecteur, que la question de la place des femmes dans les sciences intéressera, sera surpris (comme je l'ai été il y a quelques années) d'apprendre que Yvonne Choquet-Bruhat est la première femme élue à l'Académie des sciences... en 1979!

Farid AMMAR KHODJA
Université de Franche-Comté

Instructions aux auteurs

Objectifs de la *Gazette des Mathématiciens*. Bulletin interne de la SMF, la *Gazette* constitue un support privilégié d'expression au sein de la communauté mathématique. Elle s'adresse aux adhérents, mais aussi, plus généralement, à tous ceux qui sont intéressés par la recherche et l'enseignement des mathématiques. Elle informe de l'actualité des mathématiques, de leur enseignement et de leur diffusion auprès du grand public, de leur histoire, de leur relation avec d'autres sciences (physique, informatique, biologie, etc.), avec pour objectif de rester accessible au plus grand nombre.

On y trouve donc des articles scientifiques de présentation de résultats ou de notions importants, ainsi que des recensions de parutions mathématiques récentes. Elle contient aussi des informations sur tout ce qui concerne la vie professionnelle d'un mathématicien (recrutements, conditions de travail, publications scientifiques, etc.) ainsi que des témoignages ou des tribunes libres.

La *Gazette* paraît à raison de quatre numéros par an avec, de temps en temps, un numéro spécial consacré à un sujet particulier de mathématiques ou bien à un grand mathématicien.

Elle est envoyée gratuitement à chaque adhérent. Les numéros actuel et anciens sont disponibles en ligne (<http://smf4.emath.fr/Publications/Gazette/>).

Articles scientifiques. Les articles scientifiques de la *Gazette* sont destinés à un large public intéressé par les mathématiques. Ils doivent donc être écrits avec un souci constant de pédagogie et de vulgarisation. Les auteurs sont en particulier invités à définir les objets qu'ils utilisent s'ils ne sont pas bien connus de tous, et à éviter toute démonstration trop technique. Ceci vaut pour tous les textes de la *Gazette*, mais en particulier pour ceux de la rubrique « Raconte-moi », destinés à présenter de manière accessible une notion ou un théorème mathématique important.

En règle générale, les articles doivent être assez courts et ne pas viser à l'exhaustivité (en particulier dans la bibliographie). Sont encouragés tous les artifices facilitant la compréhension, comme l'utilisation d'exemples significatifs à la place de la théorie la plus générale, la comparaison des notions introduites avec d'autres notions plus classiques, les intuitions non rigoureuses mais éclairantes, les anecdotes historiques.

Les articles d'histoire des mathématiques ou contenant des vues historiques ou épistémologiques sont également bienvenus et doivent être conçus dans le même esprit.

Soumission d'article. Les articles doivent être envoyés au secrétariat, de préférence par courrier électronique (gazette@smf.emath.fr), pour être examinés par le comité de rédaction. S'ils sont acceptés, il faut alors en fournir le fichier source, de préférence sous forme d'un fichier \TeX le plus simple possible, accompagné d'un fichier .bib pour les références bibliographiques et d'un pdf de référence.

Pour faciliter la composition de textes destinés à la *Gazette*, la SMF propose la classe \LaTeX *gztarticle* fournie par les distributions \TeX courantes (\TeX Live et Mac \TeX – à partir de leur version 2015 – ainsi que MiK \TeX), et sinon téléchargeable depuis la page <http://ctan.org/pkg/gzt>. Sa documentation détaillée se trouve à la page <http://mirrors.ctan.org/macros/latex/contrib/gzt/doc/gzt.pdf>. On prendra garde au fait que l'usage de cette classe nécessite une distribution \TeX à jour.

Classe \LaTeX : Denis BITOUZÉ (denis.bitouze@univ-littoral.fr)

Conception graphique : Nathalie LOZANNE (n.lozanne@free.fr)

Impression : Jouve Print – 733 rue St. Léonard 53100 Mayenne

Nous utilisons la police Kp-Fonts créée par Christophe CAIGNAERT.