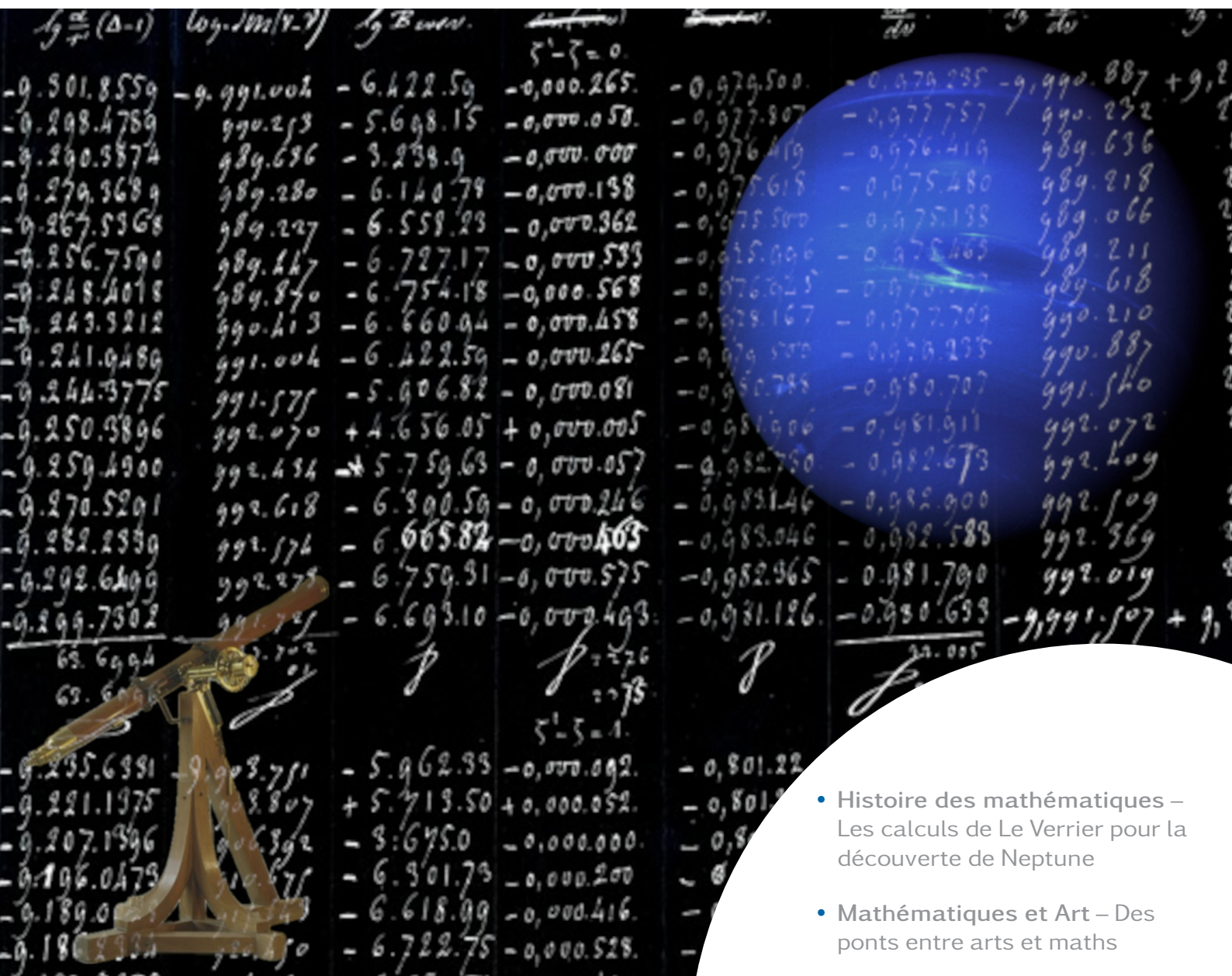


# la Gazette

de la Société Mathématique de France



- Histoire des mathématiques – Les calculs de Le Verrier pour la découverte de Neptune
- Mathématiques et Art – Des ponts entre arts et maths
- Jeux, livres et cie – Liste au père Noël

Société  
Mathématique  
de France



## Comité de rédaction

### Rédactrice en chef

**Pauline LAFITTE**

CentraleSupélec

[pauline.lafitte@centralesupelec.fr](mailto:pauline.lafitte@centralesupelec.fr)

### Rédacteurs

**Mikael de la SALLE**

CNRS, Université Lyon 1

[delasalle@math.univ-lyon1.fr](mailto:delasalle@math.univ-lyon1.fr)

**Emmylou HAFFNER**

CNRS, Éns Paris

[emmylou.haffner@ens.psl.eu](mailto:emmylou.haffner@ens.psl.eu)

**Charlotte HARDOUIN**

Université de Toulouse

[charlotte.hardouin@math.univ-toulouse.fr](mailto:charlotte.hardouin@math.univ-toulouse.fr)

**Mylène MAÏDA**

Université de Lille

[mylene.maida@univ-lille.fr](mailto:mylene.maida@univ-lille.fr)

**Magali RIBOT**

Université d'Orléans

[magali.ribot@univ-orleans.fr](mailto:magali.ribot@univ-orleans.fr)

**Julien SABIN**

Université de Rennes

[julien.sabin@univ-rennes.fr](mailto:julien.sabin@univ-rennes.fr)

**Susanna ZIMMERMANN**

Université de Bâle

[susanna.zimmermann@unibas.ch](mailto:susanna.zimmermann@unibas.ch)

### Secrétariat de rédaction :

SMF – Claire ROPARTZ

Institut Henri Poincaré

11 rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris cedex 05

Tél. : 01 44 27 67 96

[gazette@smf.emath.fr](mailto:gazette@smf.emath.fr) – <https://smf.emath.fr>

Directrice de la publication : Isabelle GALLAGHER

ISSN : 2825-8231



À propos de la couverture. Les calculs de Le Verrier (extrait du cahier n° 3 du dossier Ms 1063 (27). crédits : Bibliothèque de l'Observatoire de Paris) ont permis l'observation de Neptune (crédits : NASA/JPL) grâce à la Lunette de 23 cm de diamètre de l'observatoire de Berlin, construite par Fraunhofer (crédits : Deutsches Museum).



N° 186

## Éditorial

À vous qui lisez la *Gazette*,  
vous y découvrirez l'enquête haletante menée par Guy Bertrand ces dernières années sur les calculs effectués par Le Verrier entre 1845 et 1846. Ou comment 1300 pages d'opérations mathématiques complexes à la main ont conduit à observer une nouvelle planète : Neptune ! La puissance de calcul, maintenant au service de l'intelligence artificielle, ne remplacera pourtant pas l'ingéniosité et la persévérance humaines dans l'achèvement de quêtes jugées (par qui ?) impossibles...

Anne-Laure Dalibard nous livre un instantané de l'état de la recherche sur les couches limites en mécanique des fluides, vis-à-vis des conjectures que Prandtl avait formulées en 1904, et qui sont toujours d'actualité !

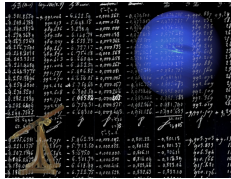
De Maurits Cornelis Escher il est question plusieurs fois : dans le compte rendu brillamment illustré de Sylvie Benzoni sur la conférence « Bridges » mêlant Art et Mathématiques, et dans l'inédite *Liste au Père Noël* que nous a concoctée avec talent Sonia Marichal, qui s'adresse à toutes les classes d'âges et recouvre une multitude de facettes mathématiques : livres, bien sûr, mais aussi jeux, expositions, spectacles de danse, etc. Gageons que vous saurez en faire bon usage avant fin décembre 2025...

Les deux entretiens, d'Yvette Kosmann-Schwarzbach avec Jean-Pierre Bourguignon, et de Pascal Massart avec Pierre Pansu et Vincent Rivoirard, brossent des portraits intimes marqués par des mathématiques inspirantes et des parcours aux débuts atypiques. Un point commun est l'attention à la place des femmes dans le monde mathématique.

Le comité de rédaction se joint à moi pour vous souhaiter un bel automne et une belle fin d'année (et de beaux cadeaux de Noël!).

Pauline LAFITTE





N° 186

## Sommaire

<b>SMF</b>	<b>5</b>
Mot de la présidente	5
<b>MATHÉMATIQUES</b>	<b>7</b>
Couches limites en mécanique des fluides : quelques avancées récentes – <i>A.-L. DALIBARD</i>	7
<b>HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES</b>	<b>18</b>
Les calculs de Le Verrier pour la découverte de Neptune – <i>G. BERTRAND</i>	18
<b>MATHÉMATIQUES ET ART</b>	<b>44</b>
Des ponts entre arts et maths – <i>S. BENZONI-GAVAGE</i>	44
<b>ENTRETIEN</b>	<b>50</b>
Un entretien avec Pascal MASSART	50
Un entretien avec Yvette KOSMANN-SCHWARZBACH	55
<b>PARITÉ</b>	<b>60</b>
Huitièmes Journées Parité en mathématiques – <i>M. THEILLIÈRE</i>	60
<b>INFORMATION</b>	<b>65</b>
Le musée Fermat – <i>M. SPIESSER</i>	65
Compte-rendu des activités du Comité d'Évaluation CE40 « Mathématiques » de l'ANR	67
Bilan de seconde partie de mandat de la section 41 du conrs : 2023-2025 – <i>S. SABOURAU et N. THOLOZAN</i>	70
<b>JEUX, LIVRES ET CIE</b>	<b>78</b>







N° 186

## Mot de la présidente

Je commencerai ce mot de rentrée par une bonne nouvelle qui ne vous a peut-être pas échappé : l'équipe du CIRM a obtenu cette année la médaille de cristal collectif du CNRS, qui vient récompenser de nombreuses années de travail au service de la communauté mathématique. Le CIRM a pour tutelles le CNRS, Aix-Marseille Université et la SMF, et nous sommes très fiers de cette récompense bien méritée ! Beaucoup d'entre nous avons eu l'occasion de séjourner à Luminy : que l'on organise une conférence ou que l'on y participe, on ne peut que louer l'accueil et le service exceptionnels du CIRM. J'en profite pour rappeler que la Maison de la SMF est située au CIRM, et je vous recommande d'y passer lors de votre prochaine visite à Luminy. Vous y trouverez toutes nos publications que vous pourrez acquérir à prix réduit !

Parmi les projets qui se préparent cet automne, j'aimerais signaler deux journées spéciales, organisées conjointement par la SMF, la SMAI et la SFdS. La première de ces journées aura lieu le 18 novembre prochain à l'IHP, sur le thème de l'utilisation de l'intelligence artificielle pour les mathématiques (voir <https://ai4maths.sciencesconf.org/>). On pourra par exemple écouter des exposés sur LEAN ou sur l'obtention de contre-exemples en théorie des graphes, et bien d'autres situations où l'IA peut être utilisée au service des mathématiques ; la journée se conclura par une table ronde. La seconde journée s'adresse aux personnes dont le premier recrutement dans un laboratoire de mathématiques date de 2023 ou 2024 : la onzième Journée d'Accueil en Mathématiques aura ainsi lieu le 10 décembre prochain à l'IHP, et son but est de présenter les diverses structures de la communauté mathématique française. Vous trouverez plus de détails ici <http://postes.smai.emath.fr/apres/accueil/index.php>. N'hésitez pas à vous inscrire !

Lorsque vous lirez ces lignes, la Fête de la Science 2025 aura déjà eu lieu. La SMF y a mis en avant le numéro spécial de la Gazette publié l'an dernier et consacré aux « Kits Mathématiques », des ressources ludiques et pédagogiques conçues pour faire aimer les mathématiques au plus grand nombre. Notre chargé de communication Clément Tauber a en effet fait une sélection de ces kits et ils ont été proposés, à raison d'un par jour, à nos

abonnés *LinkedIn* et *Bluesky*. Si vous êtes membres de ces réseaux, rejoignez-nous pour en savoir plus! J'en profite pour vous rappeler que les conférences filmées organisées par la SMF peuvent être vues et revues sur la chaîne Youtube de la SMF. Nous venons d'y rajouter les tables rondes du Congrès qui a eu lieu à Dijon en juin 2025 : si vous n'y étiez pas (mais aussi si vous y étiez) je vous invite à les visionner.

Je termine ce mot avec une pensée pour Gérard Laumon, qui nous a malheureusement quittés le 4 octobre. Comme il me l'avait rappelé il y a quelques semaines seulement, il était membre de la SMF depuis sa thèse soutenue en 1983 et il y était très attaché. Au delà de son immense influence mathématique, sa bienveillance, sa curiosité et son sourire souvent teinté d'ironie<sup>1</sup> vont beaucoup nous manquer.

Même si le semestre est déjà bien entamé, je vous souhaite néanmoins à tous et à toutes une bonne rentrée – et n'oubliez pas d'adhérer à la SMF pour 2026!

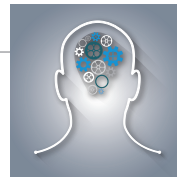
Le 4 octobre 2025

Isabelle GALLAGHER, présidente de la SMF

---

1. Comme rappelé par Jean-Benoît Bost ici : <https://www.imo.universite-paris-saclay.fr/fr/linstitut/actualites/décès-de-gérard-laumon/>





## Couches limites en mécanique des fluides : quelques avancées récentes

• A.-L. DALIBARD

On s'intéresse ici au comportement de fluides faiblement visqueux au voisinage d'un obstacle. Ludwig Prandtl a prédit en 1904 qu'une couche limite se forme près de la paroi. Dans cette zone, la composante tangentielle de la vitesse varie de façon très abrupte, et est régie par un jeu d'équations spécifiques (dites équations de Prandtl). Sur le plan mathématique, plusieurs questions se posent alors : le système de Prandtl admet-il une unique solution ? Si oui, dans quel espace fonctionnel ? Peut-on alors justifier rigoureusement, par un résultat de convergence, la prédiction de Prandtl ? Ces questions ont été l'objet de recherches très actives récemment, et le but de cet article est de dresser un panorama de l'état de l'art dans ce domaine.

Pour décrire la dynamique des fluides incompressibles, deux modèles sont fréquemment utilisés.

- Les **fluides visqueux** sont régis par l'équation de Navier–Stokes

$$\begin{aligned} \partial_t u + (u \cdot \nabla)u + \nabla p - \nu \Delta u &= 0, \quad t > 0, x \in \Omega \\ \operatorname{div} u &= 0, \quad t > 0, x \in \Omega \\ u|_{t=0} &= u^0. \end{aligned} \quad (1)$$

Ici,  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$  avec  $d = 2, 3$  est le domaine occupé par le fluide,  $u : \mathbb{R}_+ \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^d$  est la vitesse, et  $p : \mathbb{R}_+ \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  est la pression, qui sont toutes deux inconnues. On notera qu'il n'y a pas d'équation d'évolution à proprement parler sur la pression ; cependant, lorsque  $u$  et  $p$  sont régulières et suffisamment décroissantes à l'infini, la pression se déduit du champ de vitesse en résolvant l'équation elliptique

$$-\Delta p = \operatorname{div}((u \cdot \nabla)u).$$

On considère fréquemment (au moins d'un

point de vue formel) la pression comme un multiplicateur de Lagrange associé à la condition de divergence nulle. Dans toute la suite, on supposera pour simplifier que  $\Omega$  est un ouvert connexe de classe  $\mathcal{C}^\infty$ <sup>1</sup>. Le domaine  $\Omega$  peut être borné ou non ; des hypothèses plus spécifiques seront faites dans la suite du texte.

Le paramètre  $\nu$  est un nombre réel strictement positif. Si l'on écrit l'équation de Navier–Stokes dans des variables « adimensionnées », c'est-à-dire en choisissant au préalable des échelles de temps et d'espace typiques de l'écoulement, alors  $\nu^{-1}$  est appelé « nombre de Reynolds », et est défini par  $\nu^{-1} = \rho VL/\eta$ , où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $V$  (resp.  $L$ ) la vitesse (resp. la longueur) « typique » de l'écoulement, et  $\eta$  sa viscosité cinématique. Les valeurs de  $V$  et  $L$  découlent d'un choix de modélisation : par exemple,  $L$  correspond à l'échelle spatiale à laquelle on observe le fluide, et  $V$  à la vitesse moyenne mesurée à cette échelle.

1. On dit qu'un ouvert  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^d$  est de classe  $\mathcal{C}^k$  si pour tout  $x \in \partial\Omega$  il existe un voisinage  $V$  de  $x$  dans  $\mathbb{R}^d$  et un  $\mathcal{C}^k$  difféomorphisme  $\phi : B(0, 1) \rightarrow U$  tel que  $\phi(B(0, 1) \cap \{x_d > 0\}) = U \cap \Omega$  et  $\phi(B(0, 1) \cap \{x_d = 0\}) = U \cap \partial\Omega$ .

Il faut également munir le système (1) d'une condition au bord; plusieurs choix sont possibles, en fonction de la nature de la paroi et du phénomène que l'on cherche à modéliser. Ici, on s'intéressera au cas où la vitesse vérifie une condition de *non-glissement* sur la paroi, également appelée condition de Dirichlet :

$$u|_{\partial\Omega} = 0. \quad (2)$$

- Les **fluides non visqueux** sont décrits par l'équation d'Euler, qui correspond au cas où  $\nu = 0$  dans (1) :

$$\begin{aligned} \partial_t u + (u \cdot \nabla) u + \nabla p &= 0, \quad t > 0, x \in \Omega \\ \operatorname{div} u &= 0, \quad t > 0, x \in \Omega \\ u|_{t=0} &= u^0. \end{aligned} \quad (3)$$

On munit cette équation d'une condition dite de *non-pénétration*

$$u \cdot n = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega, \quad (4)$$

où  $n$  est la normale (sortante) à  $\Omega$ . Cette condition signifie que la vitesse est tangente au bord du domaine.

On remarquera que l'on n'impose pas la nullité de la vitesse tangentielle sur le bord. On reviendra ultérieurement sur ce point, qui sera central dans la description du comportement de fluides faiblement visqueux près de la paroi.

### Quelques résultats sur (1) et (3)

Le premier résultat d'existence globale de solutions du système (1) avec  $\nu > 0$  est dû à Jean Leray [35] dans le cas  $\Omega = \mathbb{R}^3$  : pour toute donnée initiale  $u^0$  de carré intégrable et à divergence nulle, il existe une solution de (1) dans un sens « faible » (typiquement, au sens des distributions) dans l'espace des fonctions de  $L^\infty(\mathbb{R}_+, L^2(\mathbb{R}^3))$  dont le gradient est de carré intégrable sur  $\mathbb{R}_+ \times \Omega$ . Ces solutions sont définies en tout temps  $t > 0$ . La preuve s'étend facilement au cas où  $\Omega = \mathbb{R}^2$ , et Hopf [25] l'a ensuite généralisée au cas de domaines bornés, avec la condition au bord (2). Lorsque le domaine  $\Omega$  est quelconque (et en particulier non borné, comme dans le cas qui nous intéresse), on renvoie à [6, Chapitre 2] pour une preuve d'existence. Par ailleurs,

en dimension 2, ces solutions, dites de Leray-Hopf, sont uniques [36]. En dimension 3, la question de l'unicité est un problème ouvert majeur en mécanique des fluides, sur lequel des progrès très récents ont toutefois été accomplis (voir [1] dans le cas avec terme source). Cependant, lorsque la donnée initiale appartient à  $H^{1/2}(\mathbb{R}^3)$ , il existe une unique solution locale en temps (dite solution forte) dans  $\mathcal{C}([0, T], H^{1/2}(\mathbb{R}^3)) \cap L^2([0, T], H^{3/2}(\mathbb{R}^3))$  pour un certain  $T > 0$  [15]. De surcroît, toute solution de Leray-Hopf coïncide avec l'unique solution forte sur le temps d'existence de cette dernière.

Par ailleurs, en dimension 2, lorsque le domaine  $\Omega$  est borné et régulier et lorsque la vitesse initiale  $u^0$  est telle que  $\operatorname{div} u^0 = 0$  et  $\operatorname{curl} u^0 := \partial_1 u_2^0 - \partial_2 u_1^0 \in L^\infty$ , l'équation d'Euler (3)-(4) admet une unique solution globale [53]. Ce résultat reste vrai dans l'espace entier sous des hypothèses supplémentaires de décroissance en l'infini pour la vorticité initiale  $\operatorname{curl} u^0$  : une hypothèse usuelle est  $\operatorname{curl} u^0 \in L^1(\mathbb{R}^2)$  (voir par exemple [40, Chapitre 3]). Ce résultat s'étend ensuite aisément au cas du demi-plan  $\Omega = \mathbb{R} \times ]0, +\infty[$  par un argument de symétrie.

On se concentre à présent sur le cas où  $d = 2$  et  $\Omega = \mathbb{R} \times ]0, +\infty[$ . On suppose que la donnée initiale  $u^0$ , à divergence nulle, est suffisamment régulière, disons de classe  $W^{1,\infty} \cap W^{1,1}(\Omega)$ . On notera alors  $u_\nu$  l'unique solution de Leray-Hopf du système de Navier-Stokes (1)-(2), et  $\bar{u}$  celle du système d'Euler (3)-(4).

La question est alors la suivante : est-ce que  $\lim_{\nu \rightarrow 0} u_\nu = \bar{u}$ , et si oui, dans quel espace? Par exemple, on voit immédiatement qu'il est illusoire d'espérer une telle convergence dans  $L^\infty([0, T] \times \Omega)$ , où  $T > 0$  est fixé. En effet, la solution  $\bar{u}$  de l'équation d'Euler est en générale non nulle sur le bord<sup>2</sup>, tandis que  $u_\nu$  vérifie (2).

Cela suggère que des phénomènes particuliers ont lieu près du bord. Ludwig Prandtl [46] a conjecturé en 1904 une approximation faisant intervenir plusieurs échelles dans la direction normale à la paroi. Cette prédiction, appelée « Ansatz » en allemand, porte son nom et prend la forme suivante :

$$\text{– lorsque } y \gg \sqrt{\nu}, \quad u_\nu(t, x, y) \simeq \bar{u}(t, x, y);$$

2. Notons que tout champ de vitesse du type  $(U_\delta(y), 0)$  est solution de (3)-(4). De telles solutions sont appelées « flots de cisaillement » et jouent un rôle important dans l'analyse des propriétés de l'équation. Elles fournissent en particulier des exemples de solutions de (3) ne vérifiant pas (2).

– lorsque  $y \lesssim \sqrt{\nu}$ ,

$$u_\nu(t, x, y) \simeq \begin{pmatrix} U_1\left(t, x, \frac{y}{\sqrt{\nu}}\right) \\ \sqrt{\nu} U_2\left(t, x, \frac{y}{\sqrt{\nu}}\right) \end{pmatrix} \quad (5)$$

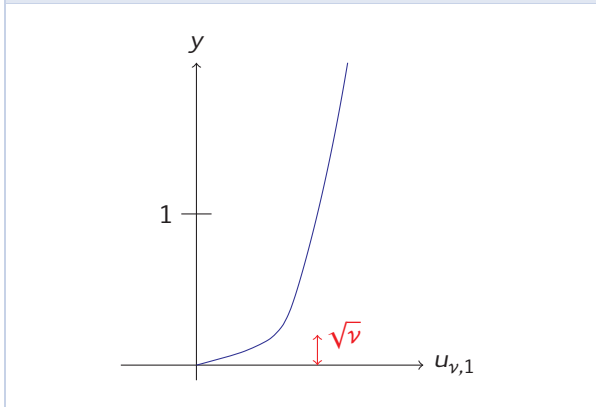
où  $(U_1, U_2)$  vérifient le système suivant, appelé système de Prandtl :

$$\begin{aligned} (\partial_t + U_1 \partial_x + U_2 \partial_Y) U_1 - \partial_{YY} U_1 &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}(t, x, 0), \\ \partial_x U_1 + \partial_Y U_2 &= 0, \\ U_1(t, x, 0) = U_2(t, x, 0) &= 0, \\ \lim_{Y \rightarrow \infty} U_1(t, x, Y) &= \bar{u}_1(t, x, 0), \\ U_1(0, x, Y) &= U_1^0(x, Y). \end{aligned} \quad (6)$$

Dans le système précédent,  $Y$  représente la quantité  $y/\sqrt{\nu}$  — autrement dit, la distance à la paroi après mise à l'échelle. La vitesse à l'infini  $\bar{u}_1(t, x, 0)$  et le champ de pression  $\bar{p}$  sont supposés connus :  $(\bar{u}, \bar{p})$  est l'unique solution du système d'Euler.

Cela signifie que la différence entre  $\bar{u}_1(t, x, 0)$  et  $u_{\nu,1}(t, x, 0) = 0$  crée une couche limite, de taille typique  $\sqrt{\nu}$ , au sein de laquelle la vitesse tangentielle du fluide varie fortement.

**FIGURE 1 – Vue en coupe de la vitesse tangentielle. Dans une région d'épaisseur  $\sqrt{\nu}$  au voisinage de la paroi, la vitesse varie fortement.**



L'Ansatz proposé par Prandtl soulève les questions suivantes.

1. Dans quels espaces fonctionnels le système de Prandtl (6) est-il bien posé<sup>3</sup> ?

3. Autrement dit, dans quels espaces fonctionnels le système de Prandtl admet-il une unique solution, dépendant continûment de la donnée initiale ? Lorsque cette solution n'est définie que sur un intervalle de temps borné, on dit que le problème est localement bien posé. Lorsqu'elle est définie sur l'intervalle  $[0, +\infty]$ , on dit que le problème est globalement bien posé.

2. Dans les cas où le système de Prandtl est bien posé, peut-on justifier rigoureusement l'Ansatz (5) ? Autrement dit, peut-on tout d'abord construire une fonction  $u_\nu^{\text{app}}$ , dite « solution approchée », telle que

$$\begin{aligned} u_\nu^{\text{app}} &\simeq \bar{u} \text{ lorsque } y \gg \sqrt{\nu}, \\ u_\nu^{\text{app}}(t, x, y) &\simeq (U_1, \sqrt{\nu} U_2)(t, x, y/\sqrt{\nu}) \\ &\text{lorsque } y \lesssim \sqrt{\nu}, \end{aligned}$$

puis montrer que  $\lim_{\nu \rightarrow 0} \|u_\nu - u_\nu^{\text{app}}\| = 0$  dans un espace fonctionnel bien choisi ?

Il est important de souligner ici que l'identification d'un « bon » espace fonctionnel est cruciale. De fait, comme on le verra par la suite, les réponses à chacune des questions ci-dessus dépendent de l'espace considéré : elles peuvent être positives dans certains espaces, et négatives dans d'autres.

Le but de cette note est de dresser un panorama des réponses obtenues à ces deux questions par de nombreux auteurs au cours des dernières décennies. Pour ce faire, nous serons amenés à distinguer le cas non stationnaire, qui correspond au problème de Cauchy (6), du cas stationnaire, pour lequel on s'intéresse à des solutions de (1), (3) ou (6) indépendantes du temps. Une partie des résultats exposés ici a été généralisée au cas tridimensionnel, mais nous ne les décrirons pas en détail par souci de concision.

Avant de décrire les résultats autour du système de Prandtl, mentionnons un théorème remarquable dû à Kato [30] : pour tout temps  $T > 0$ , la famille  $(u_\nu)_{\nu > 0}$  converge vers  $\bar{u}$  dans  $L^\infty([0, T], L^2(\Omega))$  si et seulement si pour toute constante  $c > 0$ ,

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} \int_0^T \int_{\mathbb{R} \times (0, c\nu)} \nu |\nabla u_\nu|^2 = 0.$$

Autrement dit, pour que la limite non visqueuse du système de Navier-Stokes vers celui d'Euler soit valide, seule compte l'énergie dissipée au sein d'une bande de taille  $O(\nu)$ , donc beaucoup plus petite que celle prédite par l'Ansatz de Prandtl. Ce résultat intrigant, sur lequel nous reviendrons, suggère que plusieurs échelles spatiales peuvent intervenir dans la description de la limite non visqueuse.

**Remarque 1.** L'équation (6) est une équation scalaire : la seule inconnue est la vitesse tangen-



tielle  $U_1$ , puisque la vitesse  $U_2$  est obtenue en intégrant la condition de divergence nulle :

$$U_2(t, x, Y) = - \int_0^Y \partial_x U_1(t, x, Y') dY'.$$

Au cours de l'analyse de l'équation de Prandtl, de nombreuses difficultés proviennent du terme de transport  $U_2 \partial_Y U_1$  : celui-ci est non local (en raison de l'intégration verticale dans la définition de  $U_2$ ) et présente une perte de dérivée. En effet, en passant à la limite lorsque  $\nu \rightarrow 0$ , on a abandonné dans (6) la diffusion dans la variable tangentielle à la paroi. Le contrôle de la dérivée tangentielle  $\partial_x U_1$  n'est donc pas acquis.

## 1. Le cas non stationnaire

### 1.1 – Résultats positifs

Les premiers résultats de caractère bien posé pour l'équation (6) remontent aux travaux d'Olga Oleinik [44, 43, 45] : si la donnée initiale  $U_1^0$  est *strictement croissante en  $Y$* , alors l'équation de Prandtl (6) est localement bien posée dans  $\mathcal{C}^3$  (voir également [37] dans le cas  $d = 3$ ). La preuve originelle d'Oleinik reposait sur un changement de variables (transformation de Crocco), mais d'autres auteurs ont donné plus récemment une autre démonstration de ce résultat [41, 2], reposant sur des estimations d'énergie dans des espaces de Sobolev à poids polynomiaux, et sur l'introduction d'une nouvelle inconnue tirant parti de la monotonie des solutions. L'intérêt de cette nouvelle inconnue réside dans le fait qu'elle vérifie une équation sans perte de dérivée (voir la Remarque 1) : en effectuant des combinaisons linéaires astucieuses, les termes avec le plus grand nombre de dérivées en  $x$  disparaissent. Par exemple (voir [41]), lorsque la vorticité<sup>4</sup>  $\partial_Y U_1$  reste strictement positive, on peut vérifier que la quantité

$$g_1 := \partial_x \partial_Y U_1 - \frac{\partial_x U_1 \partial_Y^2 U_1}{\partial_Y U_1} = \partial_Y \left( \frac{\partial_x U_1}{\partial_Y U_1} \right) \partial_Y U_1$$

(ou des quantités similaires d'ordre supérieur, impliquant des dérivées en  $x$  d'ordre  $s \geq 2$ ) vérifie une équation du type

$$(\partial_t + U_1 \partial_x + U_2 \partial_Y - \partial_{YY}) g_1 = \left( 2 \partial_Y \frac{\partial_Y^2 U_1}{\partial_Y U_1} - \partial_x U_1 \right) g_1.$$

4. Pour un fluide bi-dimensionnel dont la vitesse est  $u$ , la vorticité est généralement définie par  $\omega = \partial_x u_2 - \partial_y u_1$ . Cependant, à l'intérieur de la couche limite, si  $u(t, x, y) = (U_1, \sqrt{\nu} U_2)(t, x, y/\sqrt{\nu})$ , alors  $\omega(t, x, y) = (\nu^{1/2} \partial_x U_2 - \nu^{-1/2} \partial_Y U_1)(t, x, y/\sqrt{\nu})$ . Puisque  $\nu \ll 1$ , on appellera par abus de langage *vorticité* la quantité  $\partial_Y U_1$  lorsque  $U_1$  est solution du système de Prandtl (6).

Les termes  $\partial_x U_1, \frac{\partial_Y^2 U_1}{\partial_Y U_1}$  au membre de droite sont ensuite contrôlés par des combinaisons de  $g_1$  et de la vorticité  $\partial_Y U_1$ . La preuve de [2] s'appuie sur l'introduction d'une quantité analogue.

Dans ce contexte, autour de flots monotones et concaves, Gérard-Varet, Maekawa et Masmoudi ont montré (voir [18] pour le cas des flots de cisaillement et [19] pour le cas général) la validité de l'Ansatz de Prandtl (5), dans des espaces de régularité Gevrey 2 en  $x$  et Sobolev en  $Y$ .

Par ailleurs, Sammartino et Caflisch [47, 48] ont établi que l'équation de Prandtl (6) est *localement bien posée dans l'espace des fonctions analytiques sur  $\Omega$* , et ont justifié l'Ansatz de Prandtl dans ce cadre. Cette hypothèse d'analyticité a été affaiblie par la suite dans une succession de travaux, que nous ne nommerons pas tous ici. Mentionnons simplement que la régularité optimale dans la variable  $x$  (Gevrey 2), sur laquelle nous reviendrons plus tard, a été obtenue par Dietert et Gérard-Varet dans [12]. La preuve de Sammartino et Caflisch s'appuie sur l'idée suivante : on commence par relever les conditions aux bord en posant  $U_1 = \bar{u}_1(t, x, 0) + U_H + \tilde{U}_1$ , où  $U_H$  vérifie  $(\partial_t - \partial_{YY})U_H = 0$  et  $U_H(t, x, 0) = -\bar{u}_1(t, x, 0)$ ,  $\lim_{Y \rightarrow \infty} U_H(\cdot, Y) = 0$ . En notant alors  $S_H$  le semi-groupe de la chaleur associé à une condition de Dirichlet homogène en  $Y = 0$ , on en déduit que  $\tilde{U}_1$  vérifie

$$\tilde{U}_1(t) = \int_0^t S_H(t-s) F(s) ds,$$

où  $F = -U_1 \partial_x (U_H + \tilde{U}_1) - (U_H + \tilde{U}_1) \partial_x \bar{u}_1(t, x, 0) - U_2 \partial_Y U_1$ . On applique ensuite une variante du théorème de Cauchy-Kovalevskaya à cette expression.

Maekawa a également démontré un résultat connexe à ceux énoncés ci-dessus, portant sur la vorticité du fluide, c'est-à-dire sur la quantité  $\omega_\nu = \partial_x u_{2,\nu} - \partial_y u_{1,\nu}$  [39] : si le support de la vorticité se situe initialement à une distance strictement positive du bord du domaine, alors la solution du système de Prandtl existe sur un temps court et l'Ansatz de Prandtl peut être justifié. Il convient de souligner que l'annulation de la vorticité est liée à des propriétés d'analyticité de la solution. En effet, puisque  $u_\nu$  est à divergence nulle, il existe une fonction scalaire  $\psi_\nu$ , appelée fonction courant, telle que  $u_\nu = (-\partial_y \psi_\nu, \partial_x \psi_\nu)$ . La vorticité s'écrit alors  $\omega_\nu = \Delta \psi_\nu$ , et sa nullité dans un voisinage du bord entraîne l'harmonicité (et donc l'analyticité) de  $\psi_\nu$  à l'intérieur de ce domaine. Le résultat de [39] s'apparente donc à ceux de Sammartino et Caflisch.

## 1.2 – Résultats négatifs

Si la donnée initiale ne vérifie pas l'une des hypothèses mentionnées au paragraphe précédent (monotonie en  $Y$  ou régularité Gevrey en  $x$  inférieure ou égale à 2), alors en général, de fortes instabilités spectrales apparaissent : l'équation linéarisée autour d'une solution bien choisie possède des solutions qui croissent exponentiellement en temps, dites *modes instables*.

Gérard-Varet et Dormy [16] ont ainsi établi que l'hypothèse de monotonie est *nécessaire* pour que l'équation soit localement bien posée dans des espaces de Sobolev (voir [38] dans le cas  $d = 3$ ). Pour cela, ils ont analysé l'équation de Prandtl linéarisée autour d'une solution de la forme  $(U_s(Y), 0)$ , appelée « flot de cisaillement », où  $U_s$  admet un point critique non dégénéré (et n'est donc pas monotone!). Ils ont établi l'existence de modes instables dont le  $k$ -ième mode de Fourier en  $x$  croît comme  $\exp(\gamma\sqrt{|k|}t)$  pour un certain  $\gamma > 0$ . En particulier, ces solutions n'appartiennent pas en général à  $L^2(\Omega)$  pour  $t > 0$ . Cette croissance exponentielle montre par ailleurs que le résultat de Dietert et Gérard-Varet [12] (l'équation de Prandtl est localement bien posée pour des données initiales  $H^2$  en  $Y$  et Gevrey 2 en  $x$ ) est optimal<sup>5</sup>, du moins quant à la régularité en  $x$ . Le point remarquable dans [16] est l'articulation entre l'opérateur de transport  $U_s \partial_x - \partial_Y U_s \int_0^Y \partial_x$  et l'opérateur de diffusion : le premier fait apparaître des modes fortement oscillants en temps, tandis que le second engendre l'instabilité.

Une autre direction possible est d'analyser la formation de singularités dans l'espace physique (sans travailler en Fourier). Un des premiers résultats dans ce sens est dû à W. E. et B. Engquist [14] qui montrent, par des arguments proches d'une méthode du viriel, que pour certaines données initiales de (6), les normes de Sobolev d'ordre suffisamment élevées explosent en temps fini. Ces résultats ont ensuite été revisités dans [31], et récemment, Colot, Ghoul, Ibrahim et Masmoudi [7] ont donné une description quantitative d'un scénario d'explosion.

On pourrait raisonnablement espérer que ces instabilités ou singularités soient gommées lorsque l'on considère le couplage entre la couche limite et l'intérieur du domaine à un ordre plus élevé, par exemple lorsque l'on conserve les termes d'ordre  $\sqrt{\nu}$  dans le système de couche limite. L'intuition serait alors que les termes de diffusion dans l'équa-

tion de Navier-Stokes joueraient un rôle régularisant. Ce raisonnement a conduit plusieurs auteurs (voir par exemple [5, 34, 4]) à proposer des systèmes de couche limite alternatifs, rendant compte de la rétroaction de la couche limite sur le flot intérieur : il s'agit de systèmes d'équations aux dérivées partielles, voisins mais différents du système de Prandtl, et cherchant à décrire le comportement du fluide au voisinage de la paroi. On renvoie à [32] pour une présentation générale de ces systèmes, en particulier le système dit de « couche limite interactive » et le système du « triple pont ». Malheureusement, plusieurs travaux viennent contredire cette intuition : dans [10], Dietert, Gérard-Varet, Marbach et l'autrice montrent un résultat d'instabilité pour le système de couche limite interactive linéarisé autour d'un flot de cisaillement. Un résultat analogue a été obtenu par Dietert et Gérard-Varet [11] pour le système du triple pont.

On peut enfin s'intéresser au comportement du système de Navier-Stokes (1) au voisinage d'un profil de couche limite. Les premiers résultats rigoureux dans cette direction sont dus aux travaux pionniers de Grenier [21]. En considérant le système de Navier-Stokes (1) linéarisé autour d'un flot de cisaillement  $(U_s(t, y/\sqrt{\nu}), 0)$  tel que  $U_s(t = 0)$  possède des points d'inflexion, il a établi l'existence de solutions fortement oscillantes et croissant exponentiellement vite, de la forme

$$\exp(\gamma t \nu^{-1/2} + i x \nu^{-1/2}) v_\nu(y/\sqrt{\nu}) \text{ avec } \gamma > 0.$$

Ces résultats ont ensuite été repris et étendus par Grenier, Guo et Nguyen [22], qui ont établi rigoureusement la présence d'instabilités prédites par Tollmien et Schlichting [52, 49] (voir également la présentation dans [13]). Donnons quelques éléments sur la stratégie de preuve. On cherche des solutions de l'équation (1) linéarisée autour d'un flot de cisaillement, pouvant s'écrire

$$u_\nu(t, x, y) = \exp(i \alpha \nu^{-1/2} (x - ct)) \begin{pmatrix} -\psi'_\nu \\ i \alpha \psi_\nu \end{pmatrix} (y/\sqrt{\nu}),$$

où  $\psi_\nu$  est la fonction courant. On vérifie alors aisément que  $\psi_\nu$  est solution de l'équation d'Orr-Sommerfeld

$$\frac{\sqrt{\nu}}{i \alpha} (\partial_Y^2 - \alpha^2)^2 \psi_\nu = (U_s - c) (\partial_Y^2 - \alpha^2) \psi_\nu - U_s'' \psi_\nu =: \text{Ra} \psi_\nu \quad (7)$$

où l'opérateur différentiel  $\text{Ra}$  s'appelle opérateur de Rayleigh. Ce dernier intervient naturellement dans

5. Une fonction  $f \in L^2(\mathbb{T})$  appartient à la classe de Gevrey  $G^s(\mathbb{T})$  si et seulement s'il existe  $C, c > 0$ , tels que  $|\hat{f}(k)| \leq C \exp(-c|k|^{1/s})$  pour tout  $k \in \mathbb{Z}$ .

l'analyse de stabilité du profil de cisaillement  $U_s$  pour l'équation d'Euler. Le cas le plus simple est celui où le profil  $U_s$  est instable pour l'équation de Rayleigh : autrement dit, il existe  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $c \in \mathbb{C}$  avec  $\text{Im}(c) > 0$ , tels que l'équation  $\text{Ra} \psi = 0$ , munie de conditions au bord *ad hoc*, admet une solution non triviale. Le terme visqueux au membre de gauche de (7) est alors traité perturbativement, en ajoutant une nouvelle couche limite d'épaisseur négligeable devant  $\sqrt{\nu}$ . Lorsque le profil  $U_s$  est stable pour l'équation de Rayleigh, l'analyse est nettement plus délicate. Dans ce cas, Grenier, Guo et Nguyen montrent que pour tout profil de cisaillement  $U_s$  tel que  $U_s'(0) > 0$ , il existe un intervalle  $\alpha \in [\alpha_{\text{low}}(\nu), \alpha_{\text{up}}(\nu)]$ , avec  $\alpha_{\text{low}}(\nu)/\sqrt{\nu} \propto \nu^{-3/8}$ , tels que l'équation (7) admette des solutions non triviales avec  $\alpha \text{Im}(c) \nu^{-1/2} \propto \nu^{-1/4}$  pour  $\nu$  suffisamment petit, ce qui conduit donc à une croissance de cette solution modale en  $\exp(\gamma t \nu^{-1/4})$ . La construction repose sur une analyse fine des opérateurs de Rayleigh et d'Airy, ce dernier étant défini par  $\text{Ai} := \epsilon \partial_Y^4 - (U_s - c + 2\epsilon \alpha^2) \partial_Y^2$  avec  $\epsilon = \sqrt{\nu}/(i\alpha)$ . Remarquons que tous les modes instables décrits dans le paragraphe précédent correspondent à des longueurs d'ondes tangentielles  $k = \alpha/\sqrt{\nu}$  très grandes, se comportant comme  $\nu^{-a}$  avec  $a > 0$  ( $a = 1/2$  dans [21] et  $a \geq 3/8$  dans [22]). De petites échelles apparaissent donc *dans la variable tangentielle* à la paroi (la variable  $x$ ), et pas uniquement dans la variable normale  $y$ , comme postulé par Prandtl.

La présence de ces modes instables, dont la taille croît exponentiellement en temps, entraîne l'invalidité de l'Ansatz de Prandtl [21, 23, 3]. Plus précisément, il existe une solution  $u_\nu$  du système (1) de la forme  $u_\nu(t, x, y) = (U_s(t, y/\sqrt{\nu}), 0)$ , ainsi qu'une donnée initiale  $v_\nu^0$  et un terme source  $F_\nu$  tels que  $\|v_\nu^0 - u_\nu(t=0)\|_{H^s(\Omega)} \leq \nu^N$ ,  $\|F_\nu\|_{L^\infty(\mathbb{R}_+, H^s)} \leq \nu^N$ , où les entiers  $s$  et  $N$  peuvent être choisis arbitrairement grands, possédant la propriété suivante. Si on note  $v_\nu$  la solution de (1) avec donnée initiale  $v_\nu(t=0) = v_\nu^0$  et terme source  $F_\nu$ , alors il existe un temps  $T_\nu = O(\nu^{1/2} |\ln \nu|)$  tel que<sup>6</sup>

$$\|(u_\nu - v_\nu)(t = T_\nu)\|_{L^\infty} \gtrsim 1.$$

De façon remarquable, les auteurs de [23, 3] exhibent une cascade de petites échelles : l'instabilité du mode principal engendre une « sous-couche visqueuse ». Cette dernière est localisée dans une

couche d'épaisseur  $\nu^{3/4}$  (donc beaucoup plus mince que la couche de Prandtl d'épaisseur  $\sqrt{\nu}$ ), possède une longueur d'onde tangentielle plus grande que le mode principal (ce qui signifie que son échelle spatiale tangentielle de variation est plus petite), et croît exponentiellement en temps. Lorsque la sous-couche visqueuse a atteint une taille suffisante (et l'un des enjeux de l'analyse mathématique est précisément de quantifier cette « taille suffisante »!), elle excite une instabilité à une échelle spatiale encore inférieure, etc. On voit donc apparaître au fil du temps une famille de couches limites emboîtées les unes dans les autres. Chaque couche contient le support d'un mode instable non nul. Enfin, les taux de croissance exponentielle des différents modes instables sont distincts les uns des autres. Les auteurs de [23, 3] ont identifié les premiers éléments de cette famille, mais il est possible que leur méthodologie puisse être raffinée pour en construire encore d'autres. Il s'agit d'une description quantitative, en termes mathématiques, de la transition du fluide vers un état turbulent. Soulignons que l'apparition de ces échelles de taille inférieure n'est pas sans rappeler le résultat de Kato [30], qui faisait intervenir une couche de taille  $\nu$ .

L'ensemble de ces résultats montre que pour des données initiales quelconques, de petites échelles en  $x$  apparaissent dans la solution de (1). Ces petites échelles correspondent à des tourbillons microscopiques qui se forment près de la paroi. L'Ansatz de Prandtl (5), qui repose sur une séparation des échelles en  $x$  et en  $y$ , n'est donc pas valide. La question de savoir si on peut remplacer (5) par une autre description asymptotique, prenant en compte ces petites échelles, est un problème ouvert.

## 2. Le cas stationnaire

On s'intéresse maintenant aux solutions stationnaires de (1), (3) et (6), qui vérifient donc

$$\begin{aligned} U_1 \partial_x U_1 + U_2 \partial_Y U_1 - \partial_{YY} U_1 &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}(x, 0), \\ \partial_x U_1 + \partial_Y U_2 &= 0, \\ U_1(x, 0) = U_2(x, 0) &= 0, \\ \lim_{Y \rightarrow \infty} U_1(x, Y) &= \bar{u}_1(x, 0), \end{aligned} \quad (8)$$

où  $(\bar{u}, \bar{p})$  est une solution stationnaire du système d'Euler (3).

6. Le résultat cité ici correspond à une construction autour de modes instables pour l'équation d'Euler [23]. Pour le cas d'une construction autour de flots de cisaillement généraux, on aura une minoration légèrement plus faible :

$\|(u - v)(t = C\nu^{1/4} |\ln \nu|)\|_{L^\infty} \gtrsim \nu^{\frac{1}{4} + \delta}$  avec  $\delta > 0$  arbitrairement petit.



Les questions auxquelles on souhaite répondre demeurent celles énoncées à la fin de l'introduction (caractère bien posé de l'équation de Prandtl stationnaire (8) et justification de l'Ansatz de Prandtl (5)). Cependant nous verrons que les résultats et méthodes diffèrent du cas non stationnaire.

## 2.1 – Le cas « sans recirculation »

On commence par s'intéresser à des familles de solutions de (6) qui gardent un signe constant (disons positif) dans le domaine considéré, ce signe étant égal à celui du flot d'Euler  $\bar{u}_1(x, 0)$ . Un tel scénario est dit « sans recirculation ». Inversement, un sous-domaine dans lequel  $U_1$  prend un signe opposé à celui de  $\bar{u}_1(x, 0)$  sera appelé « bulle de recirculation ».

Dans le cas sans recirculation, on peut voir l'équation de Prandtl stationnaire (8) comme une équation d'évolution en  $x$ , non linéaire, de nature parabolique. On est donc amené à prescrire l'écoulement « entrant », par exemple en  $x = 0$  (disons  $U_1|_{x=0} = U_1^0$ ), et à résoudre l'équation pour  $x > 0$ .

Le premier résultat rigoureux sur cette équation a été obtenu par Oleinik [45]. La première étape de la stratégie consiste à changer de variable pour se ramener à une équation parabolique non linéaire, de type milieux poreux. Plus précisément, en posant

$$w = U_1^2, \quad \psi = \int_0^Y U_1,$$

on peut vérifier que  $w = w(x, \psi)$  est solution de l'équation

$$\partial_x w - \sqrt{w} \partial_\psi^2 w = -2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}(x, 0), \quad x > 0, \psi > 0,$$

$$w|_{x=0} = (U_1^0)^2,$$

$$w|_{\psi=0} = 0, \quad \lim_{\psi \rightarrow \infty} w(x, \psi) = \bar{u}_1(x, 0)^2.$$

(9)

L'équation (9) est une équation parabolique dégénérée, pour laquelle les outils paraboliques classiques (principe du maximum, méthodes de sur- et sous-solutions) sont utilisables. Grâce à cette observation, Oleinik a démontré l'existence locale de solutions régulières pour des données entrantes  $U_1^0 \in \mathcal{C}^{2,\alpha}(\mathbb{R}_+)$  avec  $\alpha > 0$ , bornées, vérifiant  $U_1^0(Y) > 0$  pour tout  $Y > 0$  et  $\partial_Y U_1^0(0) > 0$ . Ces solutions sont globales (autrement dit, elles existent sur tout l'intervalle  $[0, +\infty[$ ) lorsque le gradient de pression est favorable :  $\frac{\partial \bar{p}(x, 0)}{\partial x} \leq 0$  pour tout  $x > 0$ .

Lorsque  $\frac{\partial \bar{p}(x, 0)}{\partial x} > 0$  sur un intervalle de  $[0, +\infty[$ , le gradient de pression est dit « adverse » sur cet intervalle. En ce cas, les solutions régulières construites par Oleinik ne sont que locales. Compte tenu des hypothèses du résultat d'Oleinik, l'abscisse maximale  $x^*$  de définition des solutions doit nécessairement vérifier l'une des conditions suivantes :

- soit il existe  $Y^* > 0$  tel que  $U_1(x^*, Y^*) = 0$ ;
- soit  $\partial_Y U_1(x^*, 0) = 0$ .

Pour simplifier l'analyse mathématique, on suppose que la donnée entrante  $U_1^0$  est strictement croissante en  $Y$ . On peut démontrer que cette propriété est propagée par l'équation, et par conséquent le premier cas ci-dessus ne se produit pas. L'abscisse maximale  $x^*$  est alors caractérisée par la condition  $\partial_Y U_1(x^*, 0) = 0$ , et est appelée « point de séparation » dans la littérature physique. La zone  $x < x^*$  se situe donc en amont de la séparation, et la zone  $x > x^*$  en aval de celle-ci ; on abordera au paragraphe suivant la construction de solutions en aval de la séparation.

Un premier enjeu est de comprendre le comportement des solutions dans un voisinage à gauche de  $x^*$  (donc en amont de la séparation). En collaboration avec Nader Masmoudi [9], nous avons montré que pour une large classe de données entrantes et lorsque  $\frac{\partial \bar{p}(x, 0)}{\partial x} = 1$ , l'abscisse maximale d'existence  $x^*$  est finie, et  $x^* = O(\partial_Y U_1^0(0)^2)$ . De plus, il existe une constante  $C$ , dépendant de  $U_1^0$ , telle que

$$\partial_Y U_1(x, 0) \sim C \sqrt{x^* - x} \quad \text{lorsque } x \rightarrow x^*.$$

Le point important de ce résultat réside dans l'information quantitative sur le « taux de séparation »  $\partial_Y U_1(x, 0)$ . La loi en  $\sqrt{x^* - x}$  avait déjà été prédite par Goldstein [20] puis Stewartson [51] en calculant un développement en série de la solution en fonction de variables auto-similaires bien choisies. Le même taux avait été conjecturé par Landau [33, Chapitre 4, §40] par un argument entièrement différent. Le résultat ci-dessus constitue donc une justification rigoureuse de ce qu'on appelle la *singularité de Goldstein*. On donne également dans [9] une description quantitative de la solution en amont de la séparation : plus précisément,  $U(x, Y) \simeq C \sqrt{x^* - x} Y + Y^2/2$  et  $\partial_Y^2 U \simeq 1$  pour  $Y \lesssim (x^* - x)^{1/6}$ .

La preuve exploite une invariance par changement d'échelle de l'équation (8) et s'appuie sur les méthodes de modulation de variables introduites par Zakharov et Shabat [54], dont l'utilisation rigoureuse a été développée par Merle et Raphaël et leurs co-auteurs (voir par exemple [42]) dans

divers contextes (équation de Schrödinger, de la chaleur non linéaire, de Keller-Segel...). Cette méthode permet de construire une solution approchée possédant de « bonnes » propriétés de stabilité. Il faut ensuite mettre à jour des propriétés de dissipation de l'équation de Prandtl (ou de sa version mise à l'échelle), et les utiliser au cœur d'un argument de bootstrap pour contrôler la différence entre la vraie solution et la solution approchée. Notons qu'une partie des résultats de [9], comme le comportement de  $\partial_Y U$  le long de la courbe  $Y = (x^* - x)^{1/4}$ , a été retrouvée dans [50] par d'autres méthodes.

Un des corollaires de [9] est que la vitesse verticale  $U_2$  explose au point  $x = x^*$ , en raison de la singularité en  $\sqrt{x - x^*}$  (rappelons que  $U_2(x, Y) = -\int_0^Y \partial_x U_1$ ). Cela signifie qu'une quantité infinie de fluide quitte la couche limite et pénètre à l'intérieur du fluide. Par conséquent, les hypothèses menant (formellement) à l'obtention du système (8) ne sont pas vérifiées. Le consensus en mécanique des fluides est que la singularité de Goldstein est un artefact des équations de Prandtl, et qu'une telle singularité n'est pas présente au niveau du système de Navier-Stokes [32]. Pour pallier ce problème, il est souvent proposé d'utiliser d'autres modèles de couche limite prenant en compte le couplage avec l'intérieur du fluide, comme le modèle du triple pont [32], déjà mentionné plus haut. Un aspect crucial de ce type de modèle réside dans l'introduction de petites échelles dans la variable tangentielle au bord, afin de « régulariser » la singularité de Goldstein. L'heuristique est la suivante : bien en amont de la séparation, le système de Prandtl devrait décrire correctement le comportement du fluide au sein de la couche limite. Au voisinage de la séparation, en revanche, le système de Prandtl ne fournit pas une bonne approximation des solutions du système de Navier-Stokes. Ce système est donc remplacé localement par celui du triple pont sur un domaine dont les deux dimensions dépendent du paramètre  $\nu$ . Puis, en aval de la séparation, le système de Prandtl pourrait devenir valide à nouveau.

Aujourd'hui, une preuve mathématique rigoureuse des lignes qui précèdent reste assez largement ouverte. Les principaux résultats disponibles portent sur la validité de l'Ansatz de Prandtl en amont de la séparation [17, 24, 27]. Le système du triple pont stationnaire a été analysé par Iyer et Maekawa dans [26]. En revanche, les autres aspects mentionnés ci-dessus (validité du système du triple pont au point de séparation, régularisation de la singularité de Goldstein, connexion avec le système

de Prandtl en amont et en aval de la séparation) demeurent inexplorés.

## 2.2 – Le cas « avec recirculation »

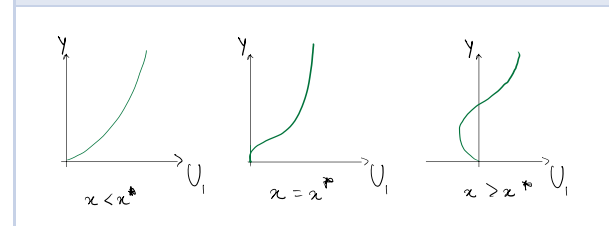
On se place à présent en aval du point de séparation, et on considère donc des solutions de (8) dont la composante tangentielle  $U_1$  change de signe. Certaines solutions semi-explicites de (8) changeant de signe sont connues : il s'agit de la famille de solutions de Falkner-Skan, qui sont des solutions auto-similaires de la forme

$$U_1(x, Y) = x^m f'(\zeta), \quad (10)$$

$$U_2(x, Y) = -Y^{-1} \zeta f(\zeta) - \frac{m-1}{m+1} Y^{-1} \zeta^2 f'(\zeta), \quad (11)$$

où  $\zeta := (\frac{m+1}{2})^{\frac{1}{2}} Y x^{\frac{m-1}{2}}$  est la variable auto-similaire,  $m$  un paramètre réel, et  $f$  la solution d'une équation différentielle dépendant de  $m$ . Pour certaines valeurs de  $m$ , la fonction  $f$  change de signe, et la solution correspondante possède donc une « bulle de recirculation ».

FIGURE 2 – Vues en coupe de la vitesse tangentielle dans la couche limite en différentes abscisses. Pour  $x > x^*$ , le flot possède une bulle de recirculation près de la paroi.



L'enjeu ici est donc de construire des solutions du système de Prandtl stationnaire (8) au voisinage de ces solutions (ou d'autres solutions de référence dont la composante  $U_1$  change de signe), entre deux abscisses  $x_0$  et  $x_1$  arbitraires, telles que  $x^* < x_0 < x_1$ . Puisque le système de Prandtl a un comportement parabolique lorsque  $U_1 > 0$ , son comportement lorsque  $U_1$  change de signe est de nature « forward-backward » (ou « direct-rétrograde »), c'est-à-dire parabolique dans la zone où  $U_1 > 0$ , et parabolique rétrograde dans la zone où  $U_1 < 0$ . On munit donc comme précédemment le système de conditions latérales entrantes, autrement dit sur  $\{x = x_0\} \cap \{U_1 > 0\}$  et sur  $\{x = x_1\} \cap \{U_1 < 0\}$ . Soulignons que le système change de nature le long de la courbe  $\{U_1 = 0\}$ , qui est une frontière libre.

Ce problème a été analysé par Iyer et Masmoudi dans [29, 28], ainsi que par l'autrice, Marbach et Rax dans [8]. La première étape est de redresser la courbe  $\{U_1 = 0\}$  afin que la courbe de changement de type de l'équation soit une ligne droite horizontale. Dans les nouvelles variables, dans la zone de recirculation, l'équation linéarisée sur la vorticité  $\omega$  s'écrit

$$z\partial_x\omega - \partial_{zz}(\alpha\omega) = f,$$

où  $\alpha$  est un coefficient strictement positif dépendant de la solution de référence. Cette équation est posée sur un domaine du type  $]x_0, x_1[ \times ]-\delta, \delta[$ , et munie de conditions aux bords en  $z = \pm\delta$  et sur les bords latéraux  $\{x_0\} \times ]0, \delta[$  et  $\{x_1\} \times ]-\delta, 0[$ . Une difficulté inattendue apparaît alors : même lorsque les données (terme source  $f$  et données aux bords) sont très régulières, génériquement la solution  $\omega$  de l'équation linéaire précédente possède des singularités près des points  $(x, z) = (x_0, 0)$  et  $(x_1, 0)$ . Pour éviter ces singularités, il faut supposer que les données appartiennent à un espace vectoriel de codimension finie dans

$$H^1([x_0, x_1], H^2(-\delta, \delta)) \times H_0^2(x_0, x_1)^2 \\ \times H_0^5(0, \delta) \times H_0^5(-\delta, 0).$$

Dans le cadre non linéaire du système de Prandtl, on peut ainsi montrer l'existence de solutions avec une bulle de recirculation, au voisinage d'un flot de référence, pourvu que les données du problème appartiennent à une variété de codimension finie dans un produit d'espaces de Sobolev.

Sur le plan de la modélisation, une telle hypothèse n'est pas raisonnable : en effet, l'appartenance à une variété de codimension finie n'est pas stable par perturbation, ce qui signifie que des singularités pourraient apparaître aux abscisses  $x = x_0$  et  $x = x_1$  si les conditions entrantes étaient légèrement modifiées. Dans la mesure où ces abscisses ont été choisies de façon arbitraire, de telles singularités n'ont pas de pertinence physique. Cela suggère que le modèle avec conditions aux bords entrantes n'est sans doute pas le bon pour décrire des modèles de couche limite avec recirculation. Il faudrait par exemple modifier les conditions sur les bords latéraux afin de prendre en compte le couplage avec le fluide en dehors de la zone  $(x_0, x_1)$ , et ainsi éviter les singularités mentionnées précédemment ; cependant, une fois encore, l'identification même d'un modèle pertinent est largement ouverte.

## Références

- [1] D. ALBRITTON, E. BRU   et M. COLOMBO. « Non-uniqueness of Leray solutions of the forced Navier–Stokes equations ». *Annals of Mathematics* **196**, né 1 (2022), p. 415–455.
- [2] R. ALEXANDRE et al. « Well-posedness of the Prandtl equation in Sobolev spaces ». *Journal of the American Mathematical Society* **28**, n   3 (2015), p. 745–784.
- [3] D. BIAN et E. GRENIER. « Instability of shear layers and Prandtl's boundary layers ». *arXiv preprint arXiv:2401.15679* (2024).
- [4] J. CARTER. « Solutions for laminar boundary layers with separation and reattachment ». *7th Fluid and Plasma Dynamics Conference* (juin 1974). DOI : 10.2514/6.1974-583. URL : <http://dx.doi.org/10.2514/6.1974-583>.
- [5] D. CATHERALL et K. MANGLER. « The integration of the two-dimensional laminar boundary-layer equations past the point of vanishing skin friction ». *Journal of Fluid Mechanics* **26**, n   1 (1966), p. 163–182.
- [6] J.-Y. CHEMIN et al. *Mathematical geophysics: An introduction to rotating fluids and the Navier–Stokes equations*. **32**. Clarendon Press, 2006.
- [7] C. COLLOT et al. « On singularity formation for the two-dimensional unsteady Prandtl system around the axis ». *Journal of the European Mathematical Society* **24**, n   11 (2022), p. 3703–3800.
- [8] A.-L. DALIBARD, F. MARBACH et J. RAX. « Linear and nonlinear parabolic forward-backward problems ». *Memoirs of the EMS* (2025). arXiv preprint arXiv:2203.11067.
- [9] A.-L. DALIBARD et N. MASMOUDI. « Separation for the stationary Prandtl equation ». *Publications mathématiques de l'IH  S* **130**, n   1 (2019), p. 187–297.
- [10] A.-L. DALIBARD et al. « High frequency analysis of the unsteady interactive boundary layer model ». *SIAM Journal on Mathematical Analysis* **50**, n   4 (2018), p. 4203–4245.
- [11] H. DIETERT et D. GÉRARD-VARET. « On the ill-posedness of the triple deck model ». *SIAM Journal on Mathematical Analysis* **54**, n   2 (2022), p. 2611–2633.
- [12] H. DIETERT et D. GÉRARD-VARET. « Well-posedness of the Prandtl equations without any structural assumption ». *Annals of PDE* **5**, n   1 (2019), p. 8.

- [13] P. G. DRAZIN et W. H. REID. *Hydrodynamic stability*. Cambridge university press, 2004.
- [14] W. E et B. ENGQUIST. « Blowup of solutions of the unsteady Prandtl's equation ». *Comm. Pure Appl. Math* **50**, n° 12 (1997), p. 1287-1293.
- [15] H. FUJITA et T. KATO. « On the Navier–Stokes initial value problem. I ». *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **16**, n° 4 (1964), p. 269-315.
- [16] D. GÉRARD-VARET et E. DORMY. « On the ill-posedness of the Prandtl equation ». *Journal of the American Mathematical Society* **23**, n° 2 (2010), p. 591-609.
- [17] D. GÉRARD-VARET et Y. MAEKAWA. « Sobolev stability of Prandtl expansions for the steady Navier–Stokes equations ». *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **233**, n° 3 (2019), p. 1319-1382.
- [18] D. GÉRARD-VARET, Y. MAEKAWA et N. MASMOUDI. « Gevrey stability of Prandtl expansions for 2-dimensional Navier–Stokes flows ». *Duke Mathematical Journal* **167**, n° 13 (2018), p. 2531.
- [19] D. GÉRARD-VARET, Y. MAEKAWA et N. MASMOUDI. « Optimal Prandtl expansion around a concave boundary layer ». *Analysis & PDE* **17**, n° 9 (2024), p. 3125-3187.
- [20] S. GOLDSTEIN. « On laminar boundary-layer flow near a position of separation ». *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **1** (1948), p. 43-69.
- [21] E. GRENIER. « On the nonlinear instability of Euler and Prandtl equations ». *Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences* **53**, n° 9 (2000), p. 1067-1091.
- [22] E. GRENIER, Y. GUO et T. T. NGUYEN. « Spectral instability of characteristic boundary layer flows ». *Duke Mathematical Journal* **165**, n° 16 (2016), p. 3085-3146.
- [23] E. GRENIER et T. T. NGUYEN. «  $L^\infty$  instability of Prandtl layers ». *Annals of PDE* **5**, n° 2 (2019), p. 18.
- [24] Y. GUO et S. IYER. « Validity of steady Prandtl layer expansions ». *Communications on Pure and Applied Mathematics* **76**, n° 11 (2023), p. 3150-3232.
- [25] E. HOPF. « Über die Anfangswertaufgabe für die hydrodynamischen Grundgleichungen. Erhard Schmidt zu seinem 75. Geburtstag gewidmet ». *Mathematische Nachrichten* **4**, n° 1-6 (1950), p. 213-231.
- [26] S. IYER et Y. MAEKAWA. « Local Rigidity of the Couette Flow for the Stationary Triple-Deck Equations ». *arXiv preprint arXiv:2405.10532* (2024).
- [27] S. IYER et N. MASMOUDI. « Global-in-x Stability of Steady Prandtl Expansions for 2D Navier–Stokes Flows ». *arXiv preprint arXiv:2008.12347* (2020).
- [28] S. IYER et N. MASMOUDI. « Higher regularity theory for a Mixed-Type parabolic equation ». *arXiv preprint arXiv:2212.08735* (2022).
- [29] S. IYER et N. MASMOUDI. « Reversal in the stationary Prandtl equations ». *arXiv preprint arXiv:2203.02845* (2022).
- [30] T. KATO. « Remarks on zero viscosity limit for nonstationary Navier–Stokes flows with boundary ». In : *Seminar on nonlinear partial differential equations*. Springer, 1984, p. 85-98.
- [31] I. KUKAVICA, V. VICOL et F. WANG. « The van Dommelen and Shen singularity in the Prandtl equations ». *Advances in Mathematics* **307** (2017), p. 288-311.
- [32] P.-Y. LAGRÉE. « Interactive boundary layer (IBL) ». In : *Asymptotic methods in fluid mechanics: survey and recent advances*. Vol. 523. CISM Courses and Lect. SpringerWienNewYork, Vienna, 2010, p. 247-286. doi : 10.1007/978-3-7091-0408-8\_8. URL : [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-7091-0408-8\\_8](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-7091-0408-8_8).
- [33] L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ. *Fluid mechanics*. Translated from the Russian by J. B. Sykes and W. H. Reid. Course of Theoretical Physics, Vol. 6. Pergamon Press, London-Paris-Frankfurt; Addison-Wesley Publishing Co., Inc., Reading, Mass., 1959, p. xii+536.
- [34] J.-C. LE BALLEUR. « Numerical Viscous-Inviscid Interaction in Steady and Unsteady Flows ». In : *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows II*. Sous la dir. de T. CEBECI. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1984, p. 259-284.
- [35] J. LERAY. « Sur le mouvement d'un liquide visqueux emplissant l'espace ». *Acta mathematica* **63**, n° 1 (1934), p. 193-248.
- [36] J.-L. LIONS et G. PRODI. « Un théorème d'existence et unicité dans les équations de Navier–Stokes en dimension 2 ». French. *C. R. Acad. Sci., Paris* **248** (1959), p. 3519-3521. issn : 0001-4036.
- [37] C.-J. LIU, Y.-G. WANG et T. YANG. « A well-posedness theory for the Prandtl equations in three space variables ». *Advances in Mathematics* **308** (2017), p. 1074-1126.
- [38] C.-J. LIU, Y.-G. WANG et T. YANG. « On the ill-posedness of the Prandtl equations in three-dimensional space ». *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **220**, n° 1 (2016), p. 83-108.
- [39] Y. MAEKAWA. « On the inviscid limit problem of the vorticity equations for viscous incompressible flows in the half-plane ». *Communications on Pure and Applied Mathematics* **67**, n° 7 (2014), p. 1045-1128.
- [40] C. MARCHIORO et M. PULVIRENTI. *Vortex methods in two-dimensional fluid dynamics*. Springer, 1984.

- [41] N. MASMOUDI et T. K. WONG. « Local-in-time existence and uniqueness of solutions to the Prandtl equations by energy methods ». *Communications on Pure and Applied Mathematics* **68**, n° 10 (2015), p. 1683-1741.
- [42] F. MERLE et P. RAPHAEL. « The blow-up dynamic and upper bound on the blow-up rate for critical nonlinear Schrödinger equation ». *Ann. of Math. (2)* **161**, n° 1 (2005), p. 157-222.
- [43] O. A. OLEINIK. « On the mathematical theory of boundary layer for an unsteady flow of incompressible fluid ». *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* **30**, n° 5 (1966), p. 951-974.
- [44] O. A. OLEINIK. « On the system of Prandtl equations in boundary-layer theory ». In : *Doklady Akademii Nauk*. Vol. 150. 1. Russian Academy of Sciences. 1963, p. 28-31.
- [45] O. A. OLEINIK et V. N. SAMOKHIN. *Mathematical models in boundary layer theory*. **15**. CRC Press, 1999.
- [46] L. PRANDTL. « Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung ». *Verhandl. 3rd Int. Math. Kongr. Heidelberg (1904), Leipzig (1905)*.
- [47] M. SAMMARTINO et R. E. CAFLISCH. « Zero viscosity limit for Analytic solutions of the Navier–Stokes equation on a half-space. I. Existence for Euler and Prandtl equations ». *Communications in mathematical physics* **192**, n° 2 (1998), p. 433-461.
- [48] M. SAMMARTINO et R. E. CAFLISCH. « Zero Viscosity Limit for Analytic Solutions of the Navier-Stokes Equation on a Half-Space. II. Construction of the Navier–Stokes Solution ». *Communications in mathematical physics* **192**, n° 2 (1998), p. 463-491.
- [49] H. SCHLICHTING. « Berechnung der Anfachung kleiner Störungen bei der Plattenströmung ». *ZAMM* **13**, n° 171-174 (1933), p. 50.
- [50] W. SHEN, Y. WANG et Z. ZHANG. « Boundary layer separation and local behavior for the steady Prandtl equation ». *Advances in Mathematics* **389** (2021), p. 107896.
- [51] K. STEWARTSON. « On Goldstein’s theory of laminar separation ». *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **11** (1958).
- [52] W. TOLLMIE. « Über die entstehung der turbulenz ». In : *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete: Aachen 1929*. Springer, 1930, p. 18-21.
- [53] V. YUDOVICH. « Non-stationary flows of an ideal incompressible fluid ». *Ž. Vyčisl. Mat. i Mat. Fiz.* **3** (1963), p. 1032.
- [54] V. E. ZAKHAROV et A. B. SHABAT. « Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media ». *Ž. Èksper. Teoret. Fiz.* **61**, n° 1 (1971), p. 118-134.



#### Anne-Laure DALIBARD

Sorbonne Université, Université Paris Cité, CNRS, Laboratoire Jacques-Louis Lions  
[anne-laure.dalibard@sorbonne-universite.fr](mailto:anne-laure.dalibard@sorbonne-universite.fr)

Anne-Laure Dalibard a été chargée de recherches au CNRS de 2008 à 2014, affectée au département de mathématiques et applications de l'ÉNS Paris. Elle a passé un an au Courant Institute of Mathematical Sciences (NYU) de 2013 à 2014. Elle est depuis 2014 professeure à Sorbonne Université, au Laboratoire Jacques-Louis Lions, et a été professeure à mi-temps à l'ÉNS Paris de 2021 à 2024.

Ce travail a reçu le soutien du projet BOURGEONS, bourse ANR-23-CE40-0014-01 de l'Agence nationale de recherche (ANR), ainsi que celui de l'Institut Universitaire de France.

Le comité de rédaction remercie Alexandre Afgoustidis et Gabriel Claret pour leur relecture attentive.





## Les calculs de Le Verrier pour la découverte de Neptune

• G. BERTRAND

À sa sortie de l'École polytechnique, Urbain Jean-Joseph Le Verrier (1811-1877) a initialement suivi des études de chimie, avant de se tourner vers l'astronomie [29]. Il a commencé sa carrière astronomique par des sujets difficiles et ambitieux ([27] et [18]), dont l'originalité et la profondeur l'ont fait rapidement remarquer par ses collègues astronomes [18]. Or, un des problèmes non résolus de l'époque était le comportement d'Uranus, qui s'éloignait systématiquement de ses éphémérides. C'est donc tout naturellement qu'Arago, alors directeur des observations à l'Observatoire de Paris, lui confia en juillet 1845 la tâche d'expliquer les irrégularités dans le mouvement d'Uranus. Au bout d'un an de calculs intenses, il fut en mesure de prédire la position d'une planète, qui pourrait être la cause des perturbations d'Uranus. Et effectivement, une telle planète fut découverte à l'observatoire de Berlin le 23 septembre 1846, à environ 1° de l'emplacement prédit par Le Verrier. Cette découverte eut un retentissement considérable et Le Verrier fut couvert d'honneurs.

### Comment a-t-on connaissance des calculs faits par Le Verrier ?

Il y a trois sources principales :

- 3 communications successives (10 novembre 1845, 1<sup>er</sup> juin 1846 et 31 août 1846) présentées à l'Académie, dans lesquelles Le Verrier présente ses objectifs et ses résultats ;
- le mémoire *Recherche sur les mouvements de la planète Herschel* (254 pages) publié juste après la découverte visuelle, qui contient l'essentiel des démarches et des résultats ;
- enfin et surtout, les manuscrits concernant la recherche de la planète perturbant Uranus, qui contiennent le détail des calculs. Ces ma-

nuscrits ne sont pas numérisés et doivent être consultés à la bibliothèque de l'Observatoire de Paris.

Dans ce document, je donne les principales idées gouvernant les calculs effectués par Le Verrier. Pour plus de détails, il faut consulter le mémoire de Le Verrier *Recherches sur les mouvements de la planète Herschel* (qui sera appelé *Herschel* dans ce document) [24] ou ma thèse [4].

J'essaierai de répondre aux questions suivantes.

- Que contiennent les manuscrits de Le Verrier pour expliquer les irrégularités d'Uranus ?
- A-t-il fait ses calculs seul ?
- Comment Le Verrier faisait-il ses calculs ? A-t-il fait des erreurs ?

Pour cela je présenterai dans l'ordre.

- Les manuscrits de Le Verrier pour la découverte de Neptune.
- Les calculs de Le Verrier pour localiser la planète perturbatrice et les polémiques qui suivirent la découverte visuelle.
- Les méthodes de calcul utilisées par Le Verrier pour Neptune.

† : signale un renvoi au glossaire, situé en fin de document.

### Manuscrits de Le Verrier pour la découverte de Neptune

#### Contenu des manuscrits pour la recherche de Neptune

Les manuscrits de Le Verrier contenant les calculs effectués pour la recherche de Neptune sont conservés à la bibliothèque de l'Observatoire de Paris sous la cote Ms 1063 (27) (voir fig. 1).

Ce dossier, comportant environ 1300 pages, est divisé en 7 cahiers dont voici les titres, donnés par Le Verrier lui-même.

cahier n°1. Brouillon du mémoire *Recherches sur les mouvements de la planète Herschel*.

cahier n°2. Perturbations produites par Saturne et Jupiter.

cahier n°3. Observations d'Uranus. Calcul des lieux théoriques correspondants.

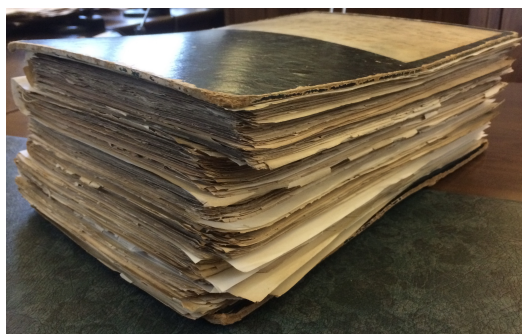
cahier n°4. Recherche du corps troublant. Première approximation.

cahier n°5. Recherche du corps troublant. Deuxième approximation.

cahier n°6. Recherche du corps troublant. Deuxième approximation (suite).

cahier n°7. Calcul des positions de Neptune.

FIGURE 1 – Dossier regroupant les calculs de Le Verrier consacrés à la recherche de la planète qui perturbe Uranus, dossier conservé à la bibliothèque de l'Observatoire de Paris, sous la référence Ms 1063 (27). Ce dossier comporte environ 1300 pages, inégalement remplies. © Bibliothèque de l'Observatoire de Paris.



Et voici quelques indications sur le contenu de chaque cahier.

cahier n°1. C'est le brouillon de *Herschel*. Il n'y a que quelques différences de détails de mise en page par rapport à la version imprimée.

cahier n°2. Ce cahier contient le calcul de la fonction perturbatrice exercée par Saturne sur Uranus et les perturbations induites sur les éléments elliptiques d'Uranus par Saturne

(voir p. 32). Il refait les mêmes calculs pour l'action de Jupiter.

cahier n°3. Le Verrier réduit<sup>†</sup> les 279 observations d'Uranus qu'il va utiliser par la suite. Il corrige la théorie de Bouvard. Il forme des équations de condition (voir p. 24) à partir de ces nouvelles données et il montre qu'il est impossible d'expliquer les irrégularités dans le mouvement d'Uranus dans le cadre connu du Système solaire.

cahier n°4. Le Verrier envisage l'action d'une planète extérieure à Uranus. Il forme 18 équations de condition (voir p. 25) qui lui permettent de prédire une position possible pour la planète perturbatrice au 1<sup>er</sup> janvier 1847.

cahiers n°5 et n°6. À l'aide de plusieurs systèmes à 33 équations (voir p. 27), il peut prédire les éléments elliptiques de la planète troublante.

cahier n°7. Ce cahier contient des calculs annexes, quelques tables numériques, et des éphémérides de Neptune à partir des valeurs corrigées des éléments orbitaux de Neptune.

### Aide apportée par Émile Gautier

Une fois que l'on a parcouru l'ensemble des 1300 pages consacrées à la recherche de Neptune, on ne peut pas s'empêcher de se demander comment il a été possible qu'une telle montagne de calculs ait pu être réalisée en moins d'un an<sup>1</sup>. On peut penser qu'une aide extérieure a permis d'accélérer tous ces calculs. Le Verrier a eu effectivement des calculateurs attitrés, mais plus tard, après la découverte de Neptune : Buisson à partir de 1847, Flammarion de 1858 à 1862, Gaillot à partir de 1861...

Et, de façon inattendue, Le Verrier a bien été en partie aidé (jusqu'en novembre 1845) pour ses calculs de perturbations d'Uranus par un de ses élèves au Collège de France, **mais cette aide devait rester secrète**<sup>2</sup>, et elle est restée secrète très longtemps!

1. Biot [5] indique que Le Verrier, confronté à une contradiction [masse négative pour la planète inconnue] n'avait pas avancé ses calculs pendant 3 mois!

2. Gautier écrit à ses parents le 5 juin 1845 : « Il [Le Verrier] m'a recommandé de ne rien dire de ce que je faisais avec lui, ainsi quand je vous en parlerai, ce sera pour vous et mon oncle Alfred seuls [Alfred Gautier, directeur de l'observatoire de Genève] ».



Photo d'Émile Gautier



© Bibliothèque de Genève

Cet élève, Émile Gautier<sup>3</sup> était venu de Suisse à l'automne 1844 pour suivre les cours de Le Verrier au Collège de France. Le Verrier avait remarqué son assiduité et ils étaient devenus très proches<sup>4</sup>. Gautier « apprendra le métier » auprès de Le Verrier, tout en « faisant de l'ouvrage » pour lui<sup>5</sup>. Durant son séjour d'environ un an à Paris, Gautier entretient une correspondance régulière avec ses parents restés en Suisse, correspondance par laquelle on découvre des informations précieuses concernant le caractère et la façon de travailler de Le Verrier<sup>6</sup>. On dispose aussi de lettres écrites par Le Verrier à Gautier<sup>7</sup>.

## Séquence de calculs utilisée par Le Verrier pour calculer les positions d'Uranus aux différentes dates d'observation

Pour corriger la théorie d'Uranus, Le Verrier dispose de 279 observations d'Uranus. Il doit comparer ces observations avec les positions prédites par les tables. Voici (fig. 3) le principe du calcul de la prédiction de la position d'Uranus au moment de l'observation faite par Flamsteed.

## Calculs pour localiser une planète perturbant Uranus

On reprend maintenant les étapes successives pour arriver à la prédiction de la position de la planète troublante et à sa découverte, soit dans l'ordre.

- Amélioration de la théorie d'Uranus (voir annexe 3) et conclusion qu'il n'est pas possible d'expliquer les irrégularités d'Uranus sans faire appel à une hypothèse supplémentaire sur le Système solaire.
- Formation des équations qui vont permettre de déterminer une planète troublante.
- Les résultats de ces calculs : prédiction des paramètres orbitaux de la planète troublante.
- Découverte visuelle à partir de la prédiction faite par Le Verrier.
- Polémiques résultant du décalage entre les valeurs prédites pour les éléments de Neptune et leurs valeurs réelles.

3. Émile Gautier (1822–1891) est un élève de Le Verrier au Collège de France. Il se lie d'amitié avec lui pendant ses études ; il aide Le Verrier dans différents calculs : tables de Mercure, éphémérides de la comète de 1770 et surtout calcul en double pour la première partie de la recherche de Neptune. Il dirigea l'Observatoire de Genève de 1882 à 1889.

4. Proximité dans la démarche scientifique, mais aussi proximité politique : ils étaient tous les deux très conservateurs. Mais cette longue amitié (qui dura jusqu'à la mort de Le Verrier) montre que Le Verrier n'avait pas un caractère épouvantable avant sa prise de fonction à l'observatoire, caractère épouvantable qui lui vaudra son renvoi de l'Observatoire le 6 février 1870 [12] et [28].

5. Extrait [adapté] d'une lettre de Gautier à ses parents datée de juin 1845.

6. Par exemple, dans une lettre à Le Verrier, écrite juste après son retour en Suisse, Gautier écrit : « j'ai eu le bonheur, le très grand avantage de passer, pendant 6 mois de suite, de 6 heures jusqu'à 12 heures par jour avec vous dans le sanctum sanctorum ». Ainsi, la journée de travail pouvait s'élever à 12 heures. Le « sanctum sanctorum » était le cabinet de travail de Le Verrier, qui n'était pas totalement sanctuarisé, car à une époque, il hébergeait des poules et plus tard un ouistiti ! selon une déclaration du fils, Raoul Gautier, d'Émile (fait cité par Wolf [36] p. 356). Raoul indique aussi que son père racontait que lorsque Le Verrier n'en pouvait plus, il s'asseyait brusquement par terre avec son violon (il était bon musicien) et jouait pendant une demi-heure ; après quoi, il était détendu et en état de reprendre ses calculs. (cité par Wolf [36] p. 332). Dans la lettre à ses parents du 10 juillet 1845, Émile Gautier écrit : « Mon patron [c'est ainsi que Gautier appelait Le Verrier] est toujours très bon pour moi, et nous sommes ensemble sur un pied de plaisanterie très agréable ». Il ajoute : « Il y met une ardeur inextinguible [dans le travail que lui a confié Arago], et il faut bien que je suive ! ». Et le 20 octobre 1845 « M. Leverrier est descendu de garde ce matin, ce qui ne l'a pas empêché de piocher toute la journée comme un possédé. Il y met un tel acharnement que cela le rend presque furibond et parfois insupportable ». Ces lettres sont conservées aux archives d'État de Genève [14].

7. Le Verrier ne semble pas avoir gardé les lettres de Gautier.

FIGURE 2 – Exemple de collaboration Le Verrier-Gautier : on voit ici l'alternance de colonnes écrites successivement par Le Verrier et Gautier, ainsi que les corrections de Le Verrier, suivies de son paraphe. Les colonnes écrites par Gautier (colonnes 1, 3, 4, 5, 6) sont en encre plus pâle et les chiffres sont assez différents de ceux de Le Verrier, en particulier le 4, le 5 et surtout le 7. Cette page de calcul est une des nombreuses étapes pour évaluer numériquement, en faisant intervenir une vingtaine de variables intermédiaires (sur la première ligne), la fonction perturbatrice  $R$  exercée par Saturne sur Uranus; Le Verrier a utilisé un échantillonnage de  $16 \times 16$  points; l'échantillonnage complet de  $R$  s'étend sur une quarantaine de pages (voir plus de détails p. 31.) [extrait du cahier n° 3 du dossier Ms 1063 (27).]

$\log \frac{dR}{ds}$		$\log \sin(\frac{1}{2}v)$		$\log \cos(\frac{1}{2}v)$		$\log \tan(\frac{1}{2}v)$		$\log \frac{dR}{ds}$		$\log \frac{dR}{ds}$		$\log \frac{dR}{ds}$	
$\log \frac{dR}{ds}$		$\log \sin(\frac{1}{2}v)$		$\log \cos(\frac{1}{2}v)$		$\log \tan(\frac{1}{2}v)$		$\log \frac{dR}{ds}$		$\log \frac{dR}{ds}$		$\log \frac{dR}{ds}$	
0.	-9.301.8559	-9.991.004	-6.422.59	-0.000.265	-0.979.500	-0.979.235	-9.990.887	+9.242.743					
1.	-9.298.4789	990.253	-5.698.15	-0.000.050	-0.977.807	-0.977.757	990.232	288.711					
2.	-9.295.3874	989.636	-3.238.9	-0.000.000	-0.976.419	-0.976.419	989.636	280.023					
3.	-9.292.3689	989.280	-6.140.79	-0.000.138	-0.975.618	-0.975.480	989.218	268.587					
4.	-9.289.5368	989.227	-6.558.23	-0.000.362	-0.975.500	-0.975.138	989.066	256.603					
5.	-9.286.7508	989.167	-6.727.17	-0.000.533	-0.975.096	-0.975.463	989.211	245.470					
6.	-9.284.1018	989.840	-6.754.18	-0.000.568	-0.976.625	-0.976.377	989.618	238.620					
7.	-9.281.3212	990.413	-6.660.94	-0.000.458	-0.978.167	-0.977.709	990.210	233.531					
8.	-9.278.1948	991.004	-6.422.59	-0.000.265	-0.979.500	-0.979.235	990.887	232.836					
9.	-9.275.3775	991.575	-5.698.15	-0.000.050	-0.980.788	-0.980.707	991.540	231.918					
10.	-9.272.3896	992.070	-4.656.05	-0.000.005	-0.981.906	-0.981.911	992.072	242.462					
11.	-9.269.4900	992.434	-3.759.63	-0.000.057	-0.982.730	-0.982.673	992.409	251.839					
12.	-9.266.5291	992.618	-6.300.59	-0.000.246	-0.983.146	-0.982.900	992.509	263.038					
13.	-9.263.2339	992.574	-6.665.82	-0.000.403	-0.983.046	-0.982.583	992.369	276.603					
14.	-9.259.6409	992.473	-6.759.31	-0.000.575	-0.982.965	-0.981.790	992.019	284.669					
15.	-9.256.7302	991.787	-6.603.10	-0.000.493	-0.981.126	-0.980.633	-9.991.507	+9.291.237					
$\Sigma$		$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$					
0.	-9.235.6381	-9.903.751	-5.962.33	-0.000.092	-0.801.22	-0.801.13	-9.903.703	+9.139.396					
1.	-9.231.1375	903.807	+5.713.50	+0.000.052	-0.801.32	-0.801.37	903.833	124.971					
2.	-9.227.1396	903.392	-3.675.0	-0.000.000	-0.806.11	-0.806.11	903.394	113.734					
3.	-9.223.0479	910.677	-6.301.73	-0.000.200	-0.814.09	-0.812.89	910.566	106.613					
4.	-9.218.0029	915.143	-6.618.99	-0.000.416	-0.823.46	-0.823.04	915.221	104.424					
5.	-9.213.2334	920.450	-6.722.75	-0.000.528	-0.832.63	-0.832.10	920.176	106.409					
6.	-9.207.5275	924.531	-6.689.59	-0.000.489	-0.840.49	-0.840.00	924.279	111.807					
7.	-9.202.5052	927.552	-6.517.10	-0.000.329	-0.846.85	-0.846.02	927.581	119.886					
8.	-9.197.6706	929.316	-6.107.86	-0.000.128	-0.849.80	-0.849.67	929.270	129.921					
9.	-9.191.3471	929.690	+5.217.21	+0.000.016	-0.850.53	-0.850.55	929.700	141.047					
10.	-9.183.5522	928.576	+5.446.05	+0.000.031	-0.848.35	-0.848.38	928.590	152.142					
11.	-9.175.6885	925.923	-6.001.59	-0.000.100	-0.843.19	-0.843.09	925.874	161.743					
12.	-9.166.3941	921.816	-6.501.80	-0.000.318	-0.835.25	-0.834.93	921.650	168.044					
13.	-9.156.9214	916.613	-6.994.58	-0.000.495	-0.825.30	-0.824.80	916.549	169.270					
14.	-9.146.5926	911.087	-6.707.30	-0.000.510	-0.814.87	-0.814.36	910.816	164.319					
15.	-9.136.3625	906.401	-6.527.52	-0.000.337	-0.806.12	-0.805.78	-9.906.217	+9.153.580					
$\Sigma$		$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$					
0.	-8.080.8361	-9.680.015	+5.977.68	+0.000.095	-0.478.65	-0.478.75	-9.680.109	+8.660.945					
1.	-8.074.15408	691.526	+6.149.55	+0.000.141	-0.491.53	-0.491.67	691.674	633.235					
2.	-8.068.4829	710.488	-3.835.9	-0.000.001	-0.513.44	-0.513.44	710.440	640.973					
3.	-8.062.8011	731.874	-6.362.49	-0.000.250	-0.539.35	-0.539.12	731.635	676.886					
4.	-8.057.1347	751.820	-6.614.57	-0.000.412	-0.564.70	-0.564.29	751.502	725.687					
5.	-8.051.4247	768.049	-6.658.16	-0.000.455	-0.586.20	-0.585.74	767.705	775.130					
6.	-8.045.6666	779.494	-6.545.75	-0.000.351	-0.601.86	-0.601.51	779.283	814.310					
7.	-8.039.2240	785.714	-6.202.37	-0.000.159	-0.610.54	-0.610.38	785.600	856.824					
8.	-8.032.71727	786.499	+5.418.25	+0.000.026	-0.611.64	-0.611.67	786.517	885.690					
9.	-8.026.0732	781.652	+6.057.21	+0.000.114	-0.604.86	-0.604.97	781.734	901.807					
10.	-8.019.3201	771.034	+5.738.01	+0.000.055	-0.590.25	-0.590.31	771.680	908.400					
11.	-8.012.2367	754.822	-6.112.80	-0.000.130	-0.568.62	-0.568.49	754.723	900.960					
12.	-8.005.1560	734.072	-6.530.56	-0.000.399	-0.542.09	-0.541.75	733.999	876.355					
13.	-8.000.1978	711.453	-6.642.57	-0.000.439	-0.514.58	-0.514.14	711.081	835.329					
14.	-8.005.2693	691.570	-6.541.72	-0.000.348	-0.491.55	-0.491.20	691.258	778.327					
15.	-8.005.5303	679.879	-6.067.26	-0.000.117	-0.478.50	-0.478.38	-9.679.773	+8.715.303					
$\Sigma$		$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$					



FIGURE 3

The image shows a handwritten page from a notebook, likely belonging to John Couch Adams or William Herschel, detailing the calculations for the discovery of Uranus. The page is filled with numbers and mathematical symbols, organized in columns and rows. The calculations involve various astronomical parameters and trigonometric functions, likely used to predict the position of Uranus based on observations.

Séquence de calculs utilisée par Le Verrier pour déterminer, à partir des tables qu'il avait formées, les diverses coordonnées d'Uranus au moment de l'observation de Flamsteed du 23 décembre 1690. Il se place sur 4 jours consécutifs : 22, 23, 24, 25 décembre 1690 à minuit. Pour chaque date, il commence par calculer la longitude moyenne héliocentrique, la grande inégalité d'Uranus<sup>†</sup> ainsi que l'équation du centre et le rayon vecteur, toutes ces valeurs se calculant aisément à partir des éléments elliptiques d'Uranus. Il ajoute ensuite les perturbations exercées par Jupiter et Saturne sur la longitude d'Uranus (3<sup>e</sup> ligne, Perturb), à partir des formules qu'il a établies dans son premier mémoire à l'Académie. Il convertit ces coordonnées héliocentriques en coordonnées géocentriques ((G, b), milieu des différentes colonnes) [voir Annexe 1]. En bas de page, il convertit ces coordonnées géocentriques en coordonnées équatoriales, ( $\alpha, \delta$ ), faciles à comparer aux coordonnées équatoriales observées. À partir de ces différentes positions il peut, au moyen d'interpolations, prédire la position d'Uranus au moment précis de l'observation de Flamsteed, c'est-à-dire le 23 décembre 1690 à 9h41. Ensuite, il recommence la même série de calculs pour chacune des 279 dates d'observation!! Une mise au propre de cette séquence de calculs a été faite dans la thèse (p. 143) [4]. (extrait du cahier n° 3).

### Amélioration de l'orbite d'Uranus

Uranus s'écartait progressivement des positions prédites par les tables de Bouvard<sup>8</sup> : l'écart en longitude géocentrique avait atteint 110'' d'arc en 1845 (voir fig. 4).

8. Bouvard avait établi des tables pour Jupiter, Saturne et Uranus en 1821 [8].

La théorie d'Uranus devait donc être améliorée.

Comment a-t-on amélioré la théorie d'Uranus (voir annexe 3), dont l'orbite était déjà approximativement connue? On connaissait donc les 6 éléments elliptiques (voir l'annexe 1 pour la définition des éléments elliptiques) de cette orbite approxima-

tive. Pour améliorer cette orbite provisoire, il fallait s'appuyer d'une part sur un grand nombre d'observations géocentriques d'Uranus : ce fut fait avec 279 observations d'Uranus retenues par Le Verrier ; il fallait d'autre part prédire, à partir des tables en vigueur (celles de Bouvard [8]), les positions d'Uranus à toutes ces dates d'observation.

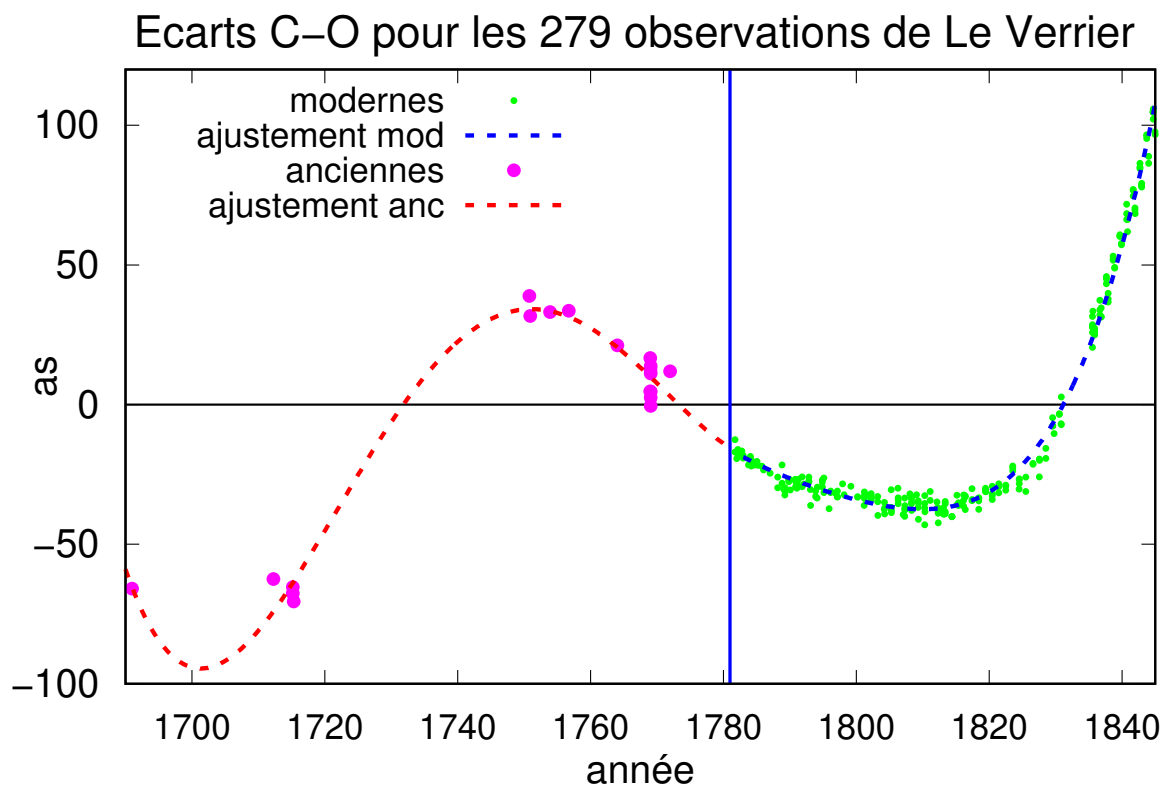
Pour prédire la position d'Uranus à une date donnée, on détermine ses coordonnées écliptiques héliocentriques (voir annexe 1) à partir de ses éléments elliptiques provisoires ; puis on ajoute les perturbations de ces coordonnées causées par les autres planètes, Saturne et Jupiter dans le cas d'Uranus et on les transforme en coordonnées géocentriques (voir fig. 3 la séquence de calcul pour obtenir les divers types de coordonnées d'Uranus à

une date donnée). Durant l'automne 1845, Le Verrier avait procédé au calcul complet des perturbations exercées sur Uranus<sup>9</sup> et il avait publié ses résultats le 10 novembre 1845 dans un premier mémoire à l'Académie [22].

Des deux éléments précédents (observations et prédictions), il a pu déduire les écarts  $O-C$  entre les longitudes géocentriques observées  $O$  et les longitudes géocentriques calculées  $C$  aux 279 dates d'observation.

J'ai tracé fig. 4 les écarts entre positions observées et positions calculées d'Uranus pour les observations retenues par Le Verrier pour ses calculs. La ligne bleue sépare les observations fortuites d'Uranus faites avant sa découverte par Herschel en 1781 de celles faites après la découverte.

FIGURE 4 – Représentation des écarts constatés entre les 279 longitudes géocentriques  $O$  d'Uranus retenues par Le Verrier et les prédictions correspondantes  $C$  données par les tables en vigueur (celles de Bouvard [8]) aux dates listées en abscisse. La plus ancienne date, 23 décembre 1690, correspond à une observation d'Uranus faite par Flamsteed : il n'avait pas reconnu la nature planétaire de l'objet observé et l'avait inclus dans son catalogue d'étoiles sous le nom de 34 Tauri. On peut facilement se convaincre que ces écarts ne sont pas aléatoires et doivent donc recevoir une explication adaptée. Les données proviennent de *Herschel* p. 127–136.



9. Ce calcul remplit tout le cahier n° 2.

Le Verrier s'est servi ensuite de ces données pour corriger les éléments elliptiques d'Uranus. Pour cela, il a déterminé la variation théorique  $\delta G_1$  de la longitude géocentrique d'Uranus produite quand on modifie légèrement ses coordonnées elliptiques :  $\delta a, \delta e, \delta \omega, \delta \theta, \delta \phi$ . Cette variation est de la forme

$$\delta G_1 = A\delta a + B\delta e + C\delta \omega + D\delta \theta + E\delta \phi$$

où  $A, B, C, D, E, F$  sont des coefficients faciles à calculer (voir *Herschel* p. 137) à partir des éléments elliptiques d'Uranus (dans un premier temps,  $\delta \theta = \delta \phi = 0$  suffit).

Ensuite, il sélectionne un ensemble  $\mathcal{O}$  de 18 observations : 3 observations anciennes (1690, 1712, 1715) et 15 observations (étalées de 1747 à 1845) séparées chacune de 7 ans<sup>10</sup>. Le principe du calcul est d'écrire que la variation théorique  $\delta G_1$  de la lon-

gitude est égale à l'écart constaté  $O - C$  et ce pour chacune de ces 18 dates d'observation

$$\delta G_1(t) = (O(t) - C(t)) \quad \forall t \in \mathcal{O} \quad (S_1).$$

Ces 18 équations sont approchées (du fait des erreurs d'observation). Le Verrier procède alors à des transformations d'une grande subtilité. Il ajoute à chaque équation la quantité – inconnue bien sûr – pour la rendre exacte, au sens mathématique du terme. Il note ces corrections successivement (voir fig. 5)

$$(1), (2), P, (3), (4), (5), Q, (6), (7), (8)$$

$$(9), (10), R, (11), (12), (13), (14), S.$$

Il obtient le système suivant noté ( $S_{exact}$ ) :

FIGURE 5 – Début du système ( $S_{exact}$ ) de 18 équations pour corriger les éléments elliptiques d'Uranus. Le carré bleu signale une équation contenant la correction  $P, Q, R$  ou  $S$ . (*Herschel* p. 147).

1690,98	0,977 $\delta a$ — 106,5 $\delta e$ — 1,912 $\delta \omega$ + 0,487 $\delta \theta$ — 63,1 + (1) = 0
1712,25	1,097 $\delta a$ — 96,2 $\delta e$ — 0,388 $\delta \omega$ — 2,086 $\delta \theta$ — 59,9 + (2) = 0
1715,23	1,099 $\delta a$ — 93,2 $\delta e$ + 0,111 $\delta \omega$ — 2,121 $\delta \theta$ — 64,6 + $P$ = 0 ■
1747,7	0,928 $\delta a$ — 48,5 $\delta e$ + 1,127 $\delta \omega$ + 1,542 $\delta \theta$ + 34,8 + (3) = 0
1754,7	0,912 $\delta a$ — 41,3 $\delta e$ + 0,254 $\delta \omega$ + 1,874 $\delta \theta$ + 32,8 + (4) = 0
1761,7	0,917 $\delta a$ — 35,1 $\delta e$ — 0,669 $\delta \omega$ + 1,775 $\delta \theta$ + 24,7 + (5) = 0
1768,7	0,941 $\delta a$ — 29,5 $\delta e$ — 1,461 $\delta \omega$ + 1,257 $\delta \theta$ + 10,0 + (6) = 0
1775,7	0,982 $\delta a$ — 23,9 $\delta e$ — 1,939 $\delta \omega$ + 0,393 $\delta \theta$ — 3,7 + $Q$ = 0 ■

FIGURE 6 – Début du système ( $S_{PQRS}$ ) de 18 équations aux inconnues ( $P, Q, R, S$ ). (*Herschel* p. 149).

Années.						
1690,98	— 1,913 $P$ + 0,904 $Q$ + 1,651 $R$ — 1,642 $S$ + (1) — 182,6 = 0					
1712,25	— 0,846 — 0,349 — 0,028 + 0,224 + (2) + 21,7 = 0					
1715,23	+ 0,000 + 0,000 + 0,000 — 0,000 + 0,0 = 0					
1747,7	— 2,745 + 3,351 + 1,958 — 3,565 + (3) — 263,3 = 0					
1754,7	— 2,364 + 2,721 + 1,862 — 3,221 + (4) — 246,3 = 0					
1761,7	— 1,715 + 1,668 + 1,470 — 2,423 + (5) — 190,3 = 0					
1768,7	— 0,887 + 0,354 + 0,823 — 1,289 + (6) — 105,6 = 0					
1775,7	+ 0,000 — 0,000 + 0,000 + 0,000 + 0,0 = 0					

10. Les observations disponibles ne sont naturellement pas espacées régulièrement de 7 ans ; Le Verrier procède à des regroupements d'observations et à des interpolations pour disposer « d'observations » espacées régulièrement de 7 ans.

À l'aide des équations sélectionnées (carrés bleus, contenant  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  ou  $S$ ), il calcule les éléments elliptiques ( $\delta n, \delta e, \delta e, e\delta\omega$ ) en fonction de ( $P, Q, R, S$ ); il reporte ces valeurs dans ( $S_{exact}$ ) pour obtenir un système ( $S_{PQRS}$ ) aux inconnues ( $P, Q, R, S$ ) dont on voit le début à la figure 6.

Il remplace ainsi un système ( $S_{exact}$ ) aux 4 inconnues ( $\delta n, \delta e, \delta e, e\delta\omega$ ) par un système ( $S_{PQRS}$ ) aux 4 inconnues ( $P, Q, R, S$ ). Quel avantage y a-t-il à faire cette transformation? C'est là toute la subtilité : il ne connaît pas les bornes des corrections à apporter aux éléments elliptiques; en revanche il sait borner  $P, Q, R, S$  :  $P$  est l'erreur d'observation en 1690; il estime que  $|P| < 15''$ ;  $S$  est l'erreur d'observation en 1845; il estime que  $|S| < 5''$  et il estime que  $|Q|$  et  $|R|$  sont majorés par  $10''$ .

Ensuite il prend une certaine combinaison  $\Sigma$  des 18 équations de ( $S_{PQRS}$ ) : il obtient une équation de la forme :  $\Sigma = 355''$  où  $\Sigma$  est une combinaison linéaire de (1), (2)..., (14),  $P, Q, R, S$ . Il est en mesure de majorer  $\Sigma$  : il trouve que  $|\Sigma|$  ne peut pas dépasser  $100''$ . Cette équation ( $\Sigma = 355$ ) est donc impossible à satisfaire; en conséquence les 18 équations dont elle est issue ne peuvent pas être satisfaites simultanément.

Par ce pur raisonnement par l'absurde, Le Verrier peut affirmer (*Herschel* p. 150) :

qu'il y a incompatibilité formelle entre les observations d'Uranus et l'hypothèse que cette planète ne serait soumise qu'aux actions du Soleil et des autres planètes conformément au principe de la gravitation universelle. On ne parviendra jamais, dans cette hypothèse, à représenter les mouvements observés.

## Perturbations causées par une planète inconnue extérieure à Uranus

Il fallait donc inventer une raison pour expliquer ce décalage. Dans le cas d'Uranus, il avait été avancé (*Herschel* p. 151) :

- la résistance de l'éther;
- le choc avec une comète;
- la perturbation exercée par un gros satellite d'Uranus;

- la non-applicabilité de la loi de Newton à cette distance du Soleil.

Comme ces propositions n'étaient pas vraiment argumentées, Le Verrier avait pu facilement éliminer ces différentes suggestions pour privilégier l'idée de l'existence d'une planète perturbatrice située au delà d'Uranus.

## Première approximation

Pour déterminer les paramètres d'une telle planète, Le Verrier a utilisé l'expression théorique de la perturbation  $\delta G_2$  exercée par cette planète sur la longitude d'Uranus. Cette expression, figurant dans la *Mécanique céleste* de Laplace [17], est au premier ordre des masses de la forme

$$\delta G_2 = A'm' + B'm'h' + C'm'l'$$

en appelant  $m'$  la masse de la planète perturbatrice, en posant  $h' = e' \cos \omega'$ ,  $l' = e' \sin \omega'$  et où les coefficients  $A', B', C'$  sont des fonctions très compliquées du rapport  $\alpha = \frac{a}{a'}$  des demi-grands axes d'Uranus et de la planète inconnue ainsi que de la longitude moyenne<sup>†</sup>  $\varepsilon'$  de l'époque de la planète perturbatrice.

Le principe du calcul est d'écrire que la perturbation totale de la longitude  $\delta G_1 + \delta G_2$  est égale à l'écart mesuré  $O - C$  entre observation et prédiction pour chacune des 18 dates d'observation retenues, soit

$$\delta G_1(t) + \delta G_2(t) = O(t) - C(t) \quad \forall t \in \mathcal{O} \quad (S_2).$$

L'ensemble  $\mathcal{O}$  des observations est défini p. 24. Les expressions de  $A', B', C'$  sont tellement compliquées qu'une résolution analytique est impossible; il est indispensable de passer par des équations numériques. Mais pour cela il faut choisir des valeurs – largement arbitraires – pour  $\alpha$  et  $\varepsilon'$ .

Pour  $\alpha$ , Le Verrier s'est appuyé sur la loi de Titius-Bode (voir Annexe 2) en choisissant  $\alpha = 0.5$ .

Pour  $\varepsilon'$ , il n'y avait aucun indice a priori, il a donc été nécessaire de procéder à un balayage complet sur  $[0 : 360^\circ]$ .

Il convient d'observer que ce système d'équations ( $S_2$ ) est un système très compliqué à 9 inconnues<sup>11</sup> : 4 pour corriger les éléments elliptiques

11. Il n'est pas possible de scinder la recherche en deux temps : corriger l'orbite d'Uranus et indépendamment déterminer les paramètres de la planète perturbatrice. En effet, pour connaître exactement l'action de la planète perturbatrice, il faut connaître exactement l'orbite d'Uranus et pour connaître exactement l'orbite d'Uranus, il faut connaître exactement les paramètres de la planète perturbatrice!



d'Uranus et 5 pour déterminer la planète perturbatrice (5 seulement, car Le Verrier l'avait supposée dans un premier temps située dans l'écliptique).

Le Verrier met ensuite en place un balayage sur  $\varepsilon'$  de  $9^\circ$  en  $9^\circ$ . Pour chacune des 40 valeurs de  $\varepsilon'$ , il forme le système correspondant ( $S_2$ ) de 18 équations numériques. Résoudre 40 systèmes, chacun comportant 18 équations à 9 inconnues est une tâche rédhibitoire même pour quelqu'un de la trempe de Le Verrier. Il dégrossit le calcul en formant pour chacune des 40 valeurs de  $\varepsilon'$ , à partir du système correspondant à 18 équations, un système comportant seulement 3 équations aux trois inconnues  $m', P, Q$ . Il résout ces 40 systèmes de 3 équations et retient les valeurs de  $\varepsilon'$  qui donnent des valeurs physiquement acceptables pour les paramètres de la planète inconnue :  $|P| < 15$ ,  $|Q| < 10$  et  $0 < m' < 4$  en prenant comme unité la masse d'Uranus. Il peut conclure que  $\varepsilon'$  doit se situer entre  $234^\circ$  et  $261^\circ$ . Pour chacune de ces 4 valeurs de  $\varepsilon'$ , il reprend les systèmes de 18 équations correspondants pour déterminer les valeurs de tous les paramètres utiles. Il montre alors que la longitude

héliocentrique de cette planète perturbatrice doit être de l'ordre de  $325^\circ$  (à  $\pm 10^\circ$ ) le 1<sup>er</sup> janvier 1847. C'est la conclusion du deuxième mémoire qu'il a présenté à l'Académie le 1<sup>er</sup> juin 1846 [23].

## Deuxième approximation

Dans un deuxième temps, Le Verrier a essayé d'améliorer ce premier résultat en faisant une recherche **locale** à partir de cette première solution ( $\alpha = 0.51$ ,  $\varepsilon' = 252$ ) en posant  $\alpha = 0.51 + 0.02\gamma$ ;  $\varepsilon' = 252 + 18\mathcal{C}$ , où  $\gamma$  et  $\mathcal{C}$  sont deux paramètres à déterminer. Pour cela, Le Verrier choisit 6 valeurs pour le couple  $(\gamma, \mathcal{C})$  : (0,0), (0,1), (1,0), (1,-1), (-1,0), (0,-1). Pour chaque couple  $(\gamma, \mathcal{C})$ , il forme un système de 33 équations linéaires en  $m'$ . Pour éviter de faire 6 résolutions pénibles, il regroupe ces 6 systèmes en un seul en remplaçant les coefficients numériques des 6 systèmes par des polynômes quadratiques<sup>†</sup> en  $(\gamma, \mathcal{C})$  (il existe en effet un unique polynôme quadratique en  $(\gamma, \mathcal{C})$  prenant 6 valeurs données pour les 6 couples  $(\gamma, \mathcal{C})$  énumérés ci-dessus). Le début de ce système se trouve à la figure 7.

FIGURE 7 – Début du système de 33 équations aux inconnues  $(m', \gamma, \mathcal{C})$  formé par Le Verrier pour affiner la position ( $325^\circ$ ) trouvée dans une première approximation.  $m'$  est la masse de planète inconnue,  $\gamma$  est un paramètre permettant d'ajuster la valeur du demi-grand axe de la planète inconnue et  $\mathcal{C}$  est un paramètre permettant d'ajuster sa longitude de l'époque. Avec cette représentation quadratique, Le Verrier peut combiner en un seul système les 6 systèmes obtenus pour les 6 valeurs du couple  $(\gamma, \mathcal{C})$ . (Herschel p. 231.)

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & +42,8 + 52,10\gamma + 2,00\mathcal{C} - 9,60\gamma^2 + 5,10\mathcal{C}^2 - 1,77\gamma\mathcal{C} \\
 & + (-52,8 - 23,15\gamma + 30,30\mathcal{C} - 0,85\gamma^2 + 9,60\mathcal{C}^2 + 11,47\gamma\mathcal{C})m' = 0, \\
 (2) \quad & +25,7 - 17,20\gamma + 18,40\mathcal{C} + 6,60\gamma^2 - 7,10\mathcal{C}^2 - 21,37\gamma\mathcal{C} \\
 & + (-8,7 - 2,45\gamma + 0,00\mathcal{C} + 1,35\gamma^2 + 3,00\mathcal{C}^2 - 0,67\gamma\mathcal{C})m' = 0, \\
 (3) \quad & - 0,8 - 15,65\gamma + 2,40\mathcal{C} + 5,55\gamma^2 - 19,50\mathcal{C}^2 - 14,07\gamma\mathcal{C} \\
 & + (-6,5 + 7,80\gamma + 2,30\mathcal{C} + 0,70\gamma^2 + 4,90\mathcal{C}^2 - 1,57\gamma\mathcal{C})m' = 0, \\
 (4) \quad & - 5,5 - 5,50\gamma - 0,35\mathcal{C} + 1,00\gamma^2 - 17,15\mathcal{C}^2 - 10,17\gamma\mathcal{C} \\
 & + (+1,8 + 5,65\gamma - 0,30\mathcal{C} - 5,35\gamma^2 - 2,30\mathcal{C}^2 - 7,27\gamma\mathcal{C})m' = 0, \\
 (5) \quad & - 6,2 + 9,15\gamma - 3,05\mathcal{C} - 6,65\gamma^2 - 10,15\mathcal{C}^2 - 3,37\gamma\mathcal{C} \\
 & + (+2,7 + 1,30\gamma - 2,30\mathcal{C} + 2,60\gamma^2 + 1,60\mathcal{C}^2 + 1,07\gamma\mathcal{C})m' = 0, \\
 (6) \quad & - 7,0 + 11,55\gamma - 3,65\mathcal{C} - 8,65\gamma^2 - 6,35\mathcal{C}^2 - 0,87\gamma\mathcal{C} \\
 & + (+4,6 - 1,00\gamma - 1,05\mathcal{C} + 3,40\gamma^2 + 0,95\mathcal{C}^2 + 1,57\gamma\mathcal{C})m' = 0, \\
 (7) \quad & + 5,1 + 11,25\gamma - 3,65\mathcal{C} - 7,55\gamma^2 - 3,85\mathcal{C}^2 + 1,67\gamma\mathcal{C} \\
 & + (+3,5 - 1,60\gamma - 0,35\mathcal{C} + 3,70\gamma^2 + 1,55\mathcal{C}^2 + 2,37\gamma\mathcal{C})m' = 0,
 \end{aligned}$$



Pour résoudre ce système, Le Verrier forme la somme  $\Sigma$  des carrés des premiers membres de ces 33 équations, et il en cherche le minimum en annulant ses 3 dérivées partielles (c'est d'ailleurs à cette occasion qu'il commet l'erreur signalée à la fig. 8). Il obtient les valeurs des paramètres qui minimisent cette fonction  $\Sigma$  et il en déduit les valeurs de tous les paramètres utiles, en particulier la masse  $m'$  de la planète perturbatrice.

On peut noter (voir table 1) que Le Verrier a affiché ces résultats avec un grand nombre de décimales, par exemple

$$\alpha = 0,530585, m' = 1,072714, \omega' = 284^\circ 5' 48''.$$

De fait, une si grande précision ne pouvait en aucun cas être atteinte par son calcul (*Herschel* p. 235-236 et [26]), et cet excès de précision lui sera reproché plus tard.

### Paramètres trouvés par Le Verrier

Le Verrier avait aussi essayé d'estimer l'incertitude sur les valeurs qu'il avait trouvées pour les paramètres de sa planète perturbatrice en examinant l'impact des incertitudes dans les observations sur

les résultats. Il avait affirmé par exemple que le demi-grand axe de la planète perturbatrice devait vérifier  $35,04 < a < 37,4$ ; or la valeur correcte de  $a$  est seulement 30,1. Cette contradiction apparente sera moquée (et attaquée) plus tard, en particulier par Babinet [2], mais Le Verrier se justifiera habilement à travers deux articles<sup>12</sup> à l'Académie des sciences ([21] et [25]).

### Découverte

Le Verrier publie ses résultats le 31 août 1846 dans son troisième mémoire à l'Académie [26]. Entretemps, l'Observatoire de Paris avait entrepris sur la base des annonces du 1<sup>er</sup> juin une recherche sommaire qui n'avait pas abouti (voir plus de détails dans [11]). Le Verrier a dû donc s'adresser à des observatoires étrangers (Berlin, Pulkovo notamment); voici un extrait de la lettre adressée à Johann Galle<sup>13</sup>, de l'observatoire de Berlin, datée du 18 septembre 1846 : « Aujourd'hui, je voudrais obtenir de l'infatigable observateur qu'il voulût bien consacrer quelques instants à l'examen d'une région du Ciel, où il peut rester une Planète à découvrir ».

TABLEAU 1 – Valeurs des éléments de la planète inconnue; les valeurs trouvées par Le Verrier sont données dans *Herschel*, p. 236 et les valeurs admises aujourd'hui sont prises de *Miriade* (IMCCE). On constate que les deux jeux de valeurs sont très éloignés l'un de l'autre (mis à part la longitude  $\ell'_{47}$ ), ce qui occasionnera des polémiques (en particulier de la part du physicien Babinet [2]).

Paramètre	Le Verrier	Valeurs réelles
Masse (en $1/10000 \odot$ )	$\frac{10000}{9322} = 1,072714$	$\frac{10000}{19418} = 0,515$
Rapport des axes : $\alpha$	0,530585	0,6382
Demi-grand axe : $a'$	36,1539	30,10
Période : $T'$ (ans)	217,387	164,75
Excentricité : $e'$	0,107 61	0,008 99
Longitude de l'époque : $\varepsilon'$	$240^\circ 17'$	$225^\circ 07'$
Longitude du périhélie : $\omega'$	$284^\circ 5' 48''$	$45^\circ 56'$
Rayon vecteur $r'$ au 01/01/1847	33,06	30,01
Inclinaison relative	$> 4^\circ 38'$	$1^\circ 30'$
Longitude vraie $\ell'_{47}$ au 01/01/1847	$326^\circ 32'$	$327^\circ 33'$

12. Le Verrier fait la distinction entre les incertitudes sur les observations ( $5''$  par exemple pour les observations modernes) et les incertitudes sur les données (qui peuvent résulter de l'incertitude sur la masse de Saturne, la présence éventuelle d'une planète perturbatrice au delà de Neptune...). Le Verrier a fait son encadrement avec les incertitudes sur les observations, mais il avance que son encadrement aurait été beaucoup plus large avec les incertitudes sur les données, ce que j'ai partiellement confirmé dans ma thèse (p. 236) [4].

13. Astronome allemand (1812–1910), auteur d'une thèse sur les réductions des observations de Rømer. Il deviendra plus tard directeur de l'Observatoire de Breslau.

Aujourd'hui, je voudrais obtenir  
de l'infatigable observateur qu'il  
voudrait bien consacrer quelque  
instant à l'examen d'une région  
du Ciel, où il peut rester une  
planète à découvrir C'est là

*Répondre le 1<sup>er</sup> Octobre*  
*Galle.* Berlin, le 25. Sept. 1846.  
  
Monsieur,  
  
La planète, dont vous avez signalé la position  
réellement existe. Le même jour, où j'ai reçu  
votre lettre, je trouvais une étoile de 8<sup>me</sup> gran-  
deur, qui n'était pas inscrite dans l'excellente  
carte Hora XXI (dessinée par Mr. le Dr. Bremker,

Et la planète fut découverte à l'observatoire de Berlin par Johann Galle et Heinrich d'Arrest<sup>14</sup> après une recherche visuelle d'à peine quelques heures, à environ  $1^\circ$  de la position annoncée par Le Verrier. Le 25 septembre, Galle envoie à Le Verrier sa fameuse annonce : *La planète, dont vous avez signalé la position, réellement existe.*

Cette découverte eut un retentissement énorme et Le Verrier fut couvert d'honneurs.

À partir de la position annoncée par Galle, Le Verrier avait estimé que l'écart entre la position qu'il avait prédite et la position exacte était de  $52'$ . En fait, dans la dernière interpolation, Le Verrier avait fait une légère erreur (ou plutôt une étourderie, voir fig. 8) – probablement la seule parmi la masse de calculs contenue dans ses 1300 pages de

manuscripts! – il aurait dû en fait annoncer un écart de  $1^\circ 11'$ ; ce n'est pas très différent, et cela n'aurait pas affecté la recherche visuelle à Berlin, mais on n'aurait pas pu répéter pendant des décennies que Le Verrier avait prédit la position de Neptune à moins de  $1^\circ$ .

Le Verrier apprendra en octobre 1846 qu'un mathématicien et astronome anglais, John Couch Adams (1819-1892), avait réalisé un calcul aboutissant à un résultat voisin, un an avant lui, mais Adams n'avait rien publié. En fait, Adams avait effectué 6 calculs successifs, entre 1843 et 1846, en les complexifiant au fur et à mesure. Ses calculs sont très concis et ont une grande élégance mathématique. Ses trois derniers calculs auraient prédit une localisation à  $2\text{--}3^\circ$  près.

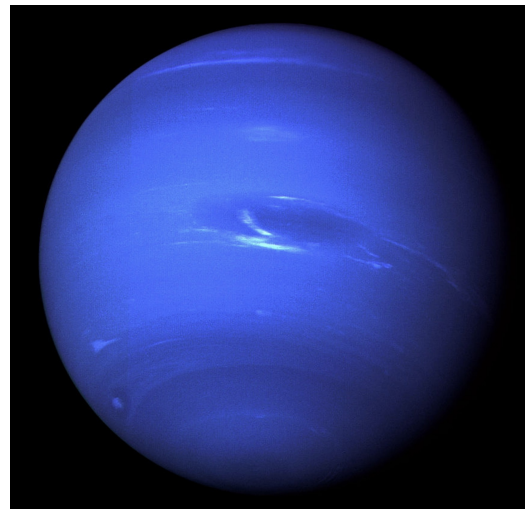
14. Astronome allemand (1822–1875). Il a pris une part active à la découverte de Neptune à Berlin [Dreyer, 1882]. Il a dirigé l'Observatoire de Copenhague de 1857 jusqu'à sa mort.

Lunette de 23 cm de diamètre de l'observatoire de Berlin, construite par Fraunhofer, utilisée pour la découverte de Neptune



© Deutsches Museum

Image de Neptune obtenue en août 1989 lors du survol de Voyager II



© NASA/JPL

FIGURE 8 – Erreur de Le Verrier dans son interpolation finale. Dans le calcul d'une dérivée partielle (de la fonction  $\Sigma$ ), il a mal placé la variable  $m'$  ; il a corrigé son erreur, mais pour le calcul final d'interpolation, il a utilisé la valeur numérique obtenue avec la version erronée de la formule (cahier n°6 des manuscrits).

$$\left. \begin{aligned} & (24,60m' + 41,97) \alpha^2 + (-88,16m' + 108,98) \alpha \beta + (-97,80m' + 186,26) \beta^2 \\ & + (140,36m' + 17,29) \alpha + (-109,80m' + 121,88) \beta + 369,26m' - 600,20 \end{aligned} \right\} = 0$$

## Polémiques

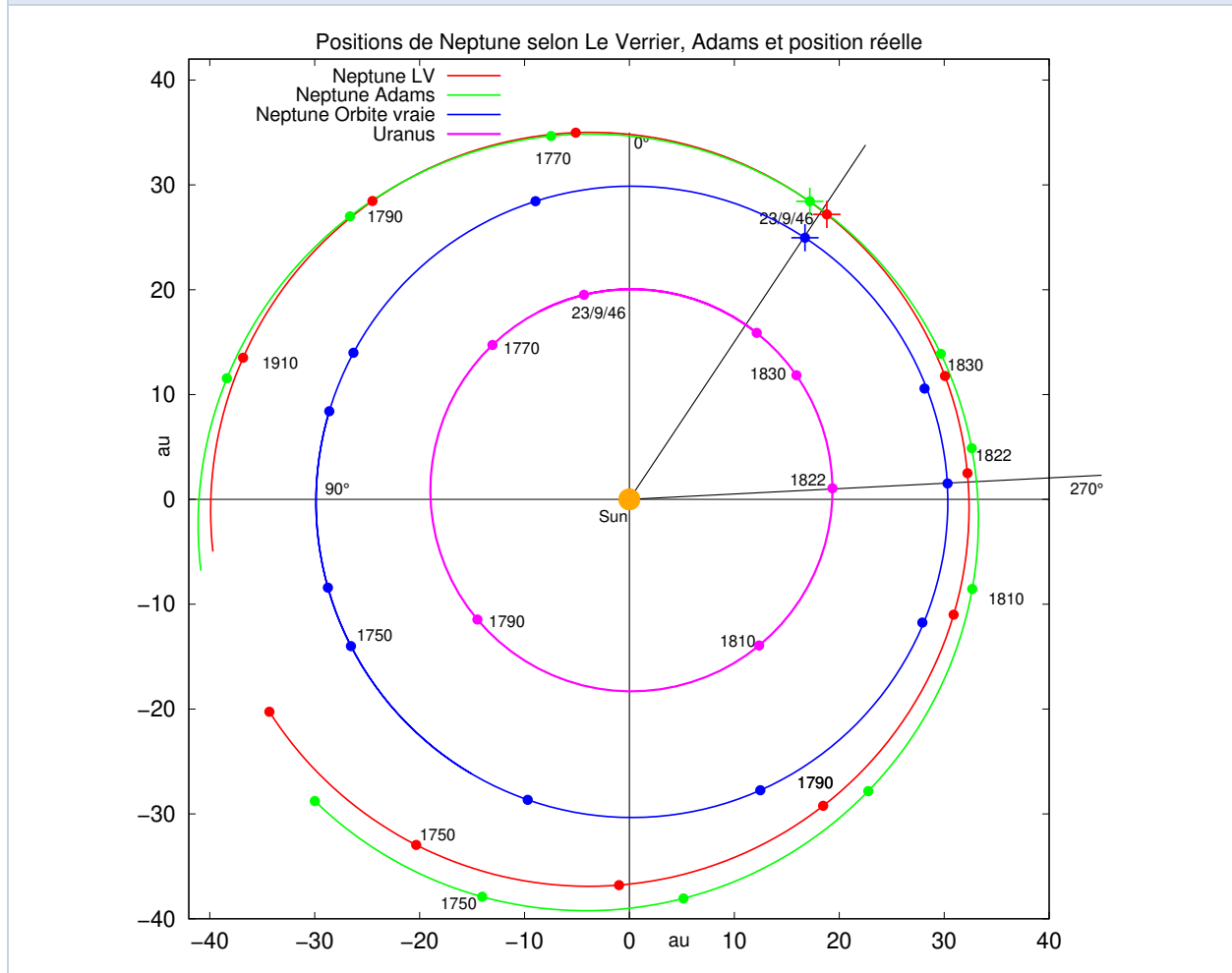
Comme les calculs d'Adams n'avaient été déclarés (par G. B. Airy et J. Herschel) qu'après la découverte visuelle de Berlin, des polémiques franco-anglaises s'élevèrent au sujet de la priorité de la découverte ainsi que sur le nom à donner à cette nouvelle planète. Rapidement, on découvrit que les paramètres trouvés par Le Verrier différaient beaucoup des paramètres réels<sup>15</sup> (sauf pour la longitude vraie au 1<sup>er</sup> janvier 1847, voir table 1). Un mathématicien américain, Benjamin Peirce, alla même

jusqu'à affirmer [32] « the planet Neptune is not the planet to which geometrical analysis had directed the telescope ». Mais, après plusieurs articles péremptoires et des calculs peu convaincants ([4] p. 240-246), Peirce reconnut que la planète Le Verrier pouvait finalement expliquer les irrégularités constatées dans le mouvement d'Uranus. En France la polémique vint surtout du physicien J. Babinet.

Finalement, les polémiques s'apaisèrent progressivement et le public ne retint que les exploits calculatoires de Le Verrier et d'Adams.

15. Pour expliquer ces écarts le physicien J. Babinet [2] imaginera l'existence d'une planète supplémentaire, qu'il appelle Hypérion, et dont il détermine les paramètres par un « raisonnement ingénieusement absurde » (commentaire de Danjon [10]).

FIGURE 9 – J’ai représenté, à partir de mes différents calculs, l’orbite de Neptune trouvée par Le Verrier (en rouge), celle trouvée par Adams (en vert), l’orbite réelle (en bleu) et l’orbite d’Uranus en rose. J’ai placé la prédiction de Le Verrier (croix rouge) :  $1^\circ$  avant la position correcte, celle d’Adams (croix verte) :  $2^\circ 30'$  après la position correcte, et la position réelle (croix bleue). On constate que les positions prédites sont bonnes au moment de la conjonction de 1822 et c’est cette conjonction qui, en fin de compte, impose les bonnes prédictions (voir plus de détails dans [4]).



La période suivant la découverte de Neptune est bien étudiée et documentée ([1], [13], [15], [31], [29], [11], [35]...). En particulier, la polémique sur la priorité de la découverte est bien décrite dans ces ouvrages. Donc, dans cette présentation, je ne détaillerai pas cette période.

- façon d’effectuer les calculs numériques ;
- précision des calculs ;
- calculs algébriques ;
- vérification des calculs.

## Méthodes de calcul de Le Verrier

Je donne quelques idées sur la façon dont Le Verrier faisait ses calculs, en privilégiant les calculs faisant intervenir la fonction perturbatrice de Saturne sur Uranus, soit :

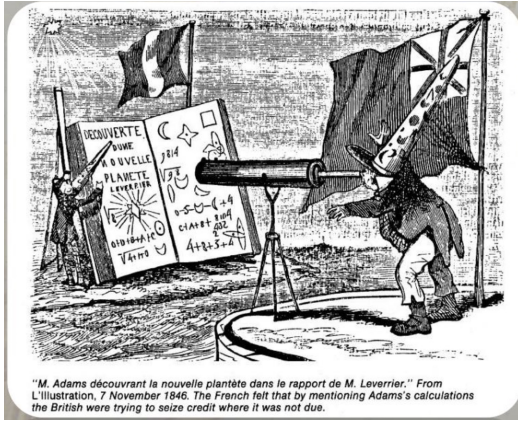
- fonction perturbatrice ;

## Fonction perturbatrice

Dans le problème des deux corps, Soleil (S) et une seule planète (P) par exemple, les éléments orbitaux de la planète (P) restent fixes avec le temps. En revanche, quand il y a une planète supplémentaire, que l’on peut qualifier de perturbatrice, cette planète perturbatrice modifie légèrement les éléments orbitaux de la planète étudiée ; on dit qu’elle crée des perturbations de ces paramètres orbitaux.



Caricature de Cham montrant Adams copiant les résultats de Le Verrier (tiré de *l'Illustration* du 7 novembre 1846)



La fonction perturbatrice  $R$  exercée par une planète sur une autre planète est l'outil essentiel dans le calcul des perturbations planétaires; la fonction perturbatrice exercée sur la planète ( $P$ ) par la planète ( $P'$ ) est donnée par la formule

$$R = \frac{1}{\Delta'} - \frac{rs}{r'^2}$$

où  $\Delta'$  est la distance mutuelle de ( $P$ ) et de ( $P'$ ),  $r$  et  $r'$  les rayons vecteurs respectifs de ( $P$ ) et de ( $P'$ ) et  $s$  le cosinus de l'angle  $\widehat{PSP'}$  ( $S$  Soleil). La fonction perturbatrice intervient dans les deuxièmes membres des équations de Lagrange<sup>†</sup>, qui permettent de déterminer les perturbations des éléments orbitaux de ( $P$ ).

La fonction  $R$  elle-même est relativement simple à évaluer numériquement, mais

1. il faut la développer en série trigonométrique à partir d'un échantillonnage numérique,
2. pour résoudre les équations de Lagrange, il faut d'abord la dériver par rapport aux éléments elliptiques de la planète ( $P$ ), comme on peut le voir sur une des équations de Lagrange<sup>†</sup>

$$\frac{de}{dt} = -\frac{k\sqrt{1-e^2}}{e} \frac{\partial R}{\partial \omega} - k \frac{e\sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial \varepsilon}. \quad (1)$$

## Fonction perturbatrice exercée par Saturne sur Uranus

La fonction perturbatrice  $R$  exercée par Saturne sur Uranus est une fonction de l'anomalie

moyenne<sup>†</sup>  $\zeta$  d'Uranus et de celle  $\zeta'$  de Saturne. En fait, Le Verrier préfère prendre comme variables  $\zeta$  et  $\tilde{\phi} = \zeta' - \zeta$ . Le Verrier choisit 16 valeurs équitablement réparties pour  $\zeta$  ( $\zeta_k = k\bar{\alpha}$ ,  $0 \leq k \leq 15$ ) et 16 valeurs aussi pour  $\tilde{\phi}$  ( $\tilde{\phi}_{k'} = k'\bar{\alpha}$ ,  $0 \leq k' \leq 15$ ) en posant  $\bar{\alpha} = \frac{\pi}{8}$ . Le Verrier calcule la valeur numérique de  $R$  pour chaque couple  $(k, k')$  à l'aide d'un algorithme comportant 20 calculs intermédiaires; on en voit un extrait à la figure 2. L'échantillonnage complet pour les  $16 \times 16$  valeurs de  $(\zeta, \tilde{\phi})$  s'étale sur une quarantaine de pages.

Il existe des formules permettant de calculer des valeurs approchées des coefficients du développement en série d'une fonction trigonométrique à deux variables. Dans le cadre retenu, ces formules contiendraient 256 termes, ce qui est mal commode. En conséquence, Le Verrier va obtenir le développement en série de  $R$  en deux temps, en fixant dans un premier temps la variable  $\tilde{\phi}$ , puis en la faisant varier dans un deuxième temps.

Donc, dans un premier temps – ce que Le Verrier appelle la première interpolation – Le Verrier fixe  $\tilde{\phi}$  à la valeur  $k'\bar{\alpha}$  ( $0 \leq k' \leq 15$ ) et développe en série l'application partielle  $\zeta \mapsto R_{\tilde{\phi}=k'\bar{\alpha}}$ :

$$R_{\tilde{\phi}=k'\bar{\alpha}} = \sum_{i=1}^7 A_i^{k'} \sin i\zeta + \sum_{i=0}^8 B_i^{k'} \cos i\zeta \quad (2)$$

les coefficients  $A_i^{k'}$  et  $B_i^{k'}$  se calculant facilement à partir de l'échantillonnage obtenu pour  $R$ .

On a par exemple

$$A_2^{k'} = \frac{1}{8} \left[ \left( (1) + (3) - (5) - (7) \right. \right. \\ \left. \left. + (9) + (11) - (13) - (15) \right) \sin \frac{\pi}{4} \right. \\ \left. + \left( (2) - (6) + (10) - (14) \right) \right] \quad (3)$$

en appelant  $(k)$  la valeur de  $R$  obtenue quand  $\zeta = k\bar{\alpha}$  et  $\tilde{\phi} = k'\bar{\alpha}$ . On voit dans la première colonne de la figure 12 les expressions algébriques successives utilisées par le Verrier pour déterminer la première interpolation.

Ensuite, pour toute valeur de  $i$  fixée, il considère des fonctions trigonométriques,  $S_i$  et  $T_i$ , de la variable  $\tilde{\phi}$  telles que

$$\forall (i, k') \quad S_i(k'\bar{\alpha}) = A_i^{k'} \quad \text{et} \quad T_i(k'\bar{\alpha}) = B_i^{k'} \quad (4)$$

fonctions qu'il développe en série de fonctions trigonométriques de la variable  $\tilde{\phi} = \zeta' - \zeta$  en utilisant

exactement les mêmes formules que pour la première interpolation. On voit dans les lignes supérieures de la figure 13 certains intermédiaires utilisés pour le calcul des développements des « fonctions »  $A_i$  et  $B_i$ .

$$\text{Si on pose } F(\zeta, \tilde{\phi}) = \sum_i S_i(\tilde{\phi}) \sin i\zeta + T_i(\tilde{\phi}) \cos i\zeta,$$

$F$  coïncide avec  $R$  sur l'échantillonnage des 256 valeurs.  $F$  est le développement en série de  $R$  (il faut simplement linéariser les produits de sinus et cosinus).

### Déterminations des perturbations des éléments elliptiques d'Uranus

Pour calculer les dérivées partielles de  $R$ , Le Verrier prolonge en fait l'échantillonnage de  $R$  avec suffisamment de variables intermédiaires pour obtenir les valeurs numériques des différentes dérivées partielles aux 256 points ; il en déduit leur développement en série double. Et après intégration des équations de Lagrange, il obtient les développements en série des éléments orbitaux d'Uranus en fonction de  $\zeta$  et  $\zeta'$ .

Voici par exemple (fig. 10) le début du développement en série de la perturbation exercée par Saturne sur l'excentricité  $e$  d'Uranus :

À partir de tous les développements partiels obtenus, en tenant compte de l'action de Saturne et de Jupiter, il peut obtenir l'élément essentiel pour la suite : le développement en série de la perturbation  $\delta v$  de la longitude vraie  $v$  d'Uranus (fig. 11).

### Façon d'effectuer les calculs numériques

#### Raccourcis

Le Verrier doit souvent évaluer les valeurs numériques d'expressions algébriques compliquées. La difficulté majeure est la multiplication ; dans l'ensemble des manuscrits, Le Verrier essaie de réduire au maximum le nombre de multiplications à effectuer.

Par exemple, quand il a à faire la somme de produits ayant un multiplicande commun, il effectue systématiquement les sommes avant de faire le produit ; par exemple  $aA + bA + cA + dB + eB$  est évalué comme

$$(a + b + c)A + (d + e)B$$

FIGURE 10 – Début du développement en série de la perturbation exercée par Saturne sur l'excentricité d'Uranus (Herschel p. 25)

$$\begin{array}{rclclclcl} \delta e = -0''.04649t & - & 2''.37 & \sin(\zeta' - \zeta) & - & 0.28 & \cos(\zeta' - \zeta) \\ & + & 3.01 & \sin(2\zeta' - 2\zeta) & + & 0.35 & \cos(2\zeta' - 2\zeta) \\ & - & 0.31 & \sin(3\zeta' - 3\zeta) & + & 0.42 & \cos(3\zeta' - 3\zeta) \\ & + & 0.24 & \sin(4\zeta' - 4\zeta) & + & 0.25 & \cos(4\zeta' - 4\zeta) \\ & + & 0.17 & \sin(5\zeta' - 5\zeta) & - & 0.11 & \cos(5\zeta' - 5\zeta) \\ \\ - & 0''.20 & \sin(\zeta) & + & 123''.38 & \sin(\zeta') & + & 25''.33 & \cos(\zeta') \\ + & 72.88 & \cos(\zeta) & + & 57.04 & \sin(\zeta' - 2\zeta) & + & 12.11 & \cos(\zeta' - 2\zeta) \end{array}$$

FIGURE 11 – Extrait du développement en série de la perturbation  $\delta v$  exercée par Saturne et Jupiter sur la longitude d'Uranus (Herschel p. 87).  $\zeta''$  désigne l'anomalie moyenne de Jupiter. Le développement complet contient 32 termes. Pour son évaluation numérique, voir p. 35

$$\begin{array}{l} + \quad 0,28 \sin(\zeta'' - 4\zeta' + 4\zeta + 46.28.10) \\ + \quad 0,73 \sin(2\zeta'' - 4\zeta' - 2\zeta + 296.55.0) \\ + \quad 0,35 \sin(2\zeta'' - 4\zeta' - 3\zeta + 325.24.30) \end{array}$$

ce qui fait gagner un temps précieux, en particulier dans le calcul des fonctions perturbatrices (voir équation (3)), où il exploite pleinement ce type de raccourci.

Il applique la méthode des moindres carrés de façon approchée<sup>16</sup>, ce qui lui permet de faire de nombreux calculs de tête, et cette simplification ne modifie pas beaucoup le résultat, par rapport à la méthode rigoureuse.

FIGURE 12 – Feuille de calcul (extraite du cahier n°2) pour déterminer la première interpolation de la fonction perturbatrice  $R$  exercée par Saturne sur Uranus. L'expression finale de  $R$  est très longue ; Le Verrier l'a formée pas à pas en calculant des expressions algébriques de plus en plus longues (expressions que l'on voit dans la colonne de gauche), comme on le fait dans un tableur. (Voir plus de détails p. 31). On peut voir le début du développement final de  $R$  à la page 36 (le format réel est voisin de A3).

© Bibliothèque de l'Observatoire de Paris

16. Il arrondit (à des valeurs entières, quand c'est possible) les facteurs par lesquels doivent être multipliées les différentes équations.



## Calculs à la manière d'un tableur

FIGURE 13 – Feuille de calcul pour la seconde interpolation de la fonction perturbatrice  $R$  exercée par Saturne sur Uranus (voir p. 32). Le Verrier utilise exactement le même formulaire que pour la première interpolation pour développer les « fonctions »  $A_i$  et  $B_i$  en série trigonométrique, mais les calculs se font ici en ligne, alors que pour la première interpolation, les calculs se faisaient en colonnes. Par exemple  $\frac{1}{8}(0)$  (sur la première ligne, première colonne) représente  $B_0^0/8$  pour la ligne  $B_0$ ,  $A_1^0/8$  pour la ligne  $A_1$ ... de même pour les autres colonnes. Le Verrier avait fait les mêmes calculs pour la théorie de Mercure en 1843 [20], mais l'organisation des calculs pour Mercure était beaucoup moins optimisée (extrait du cahier n°2).

The table shows a complex set of calculations for the second interpolation of the perturbing function  $R$  of Saturn on Uranus. The columns represent different functions  $A_i$  and  $B_i$ , and the rows represent different terms in the series. The calculations involve trigonometric functions and numerical values, with some terms being highlighted in red ink. The sheet is a reproduction of a historical document, showing the original handwriting and some corrections.

Reduction to Pl of SV exp table.										Σ <sub>2</sub> Δ <sub>1</sub> Δ <sub>2</sub>		
	Σ <sub>2</sub> 74	0,54	0,28	0,31	Σ <sub>2</sub> 74	0,54	0,28	0,31				
1768	517.50.10	17.17.28	50.5.10	516.24.36	1.414.38	+1.678	+1.531	+1.407	-21.97 + 0.14 + 0.21 - 0.08	51.96	+2.01	+0.54
1400	516.44	14.44.40	5.29.26	519.5.10	1.566.16	+1.168	+1.470	-1.407	-25.26 + 0.15 + 0.03 - 0.26	29.94	+2.10	+0.65
32	321.18	32.11.18	32.45.36	329.26.44	1.504.70	-1.401	-1.248	-1.197	-20.17 - 0.25 - 0.14 - 0.34	20.94	+3.05	
64	649.11	64.5.54	64.5.30	646.27.14	1.424.59	-1.725	-1.444	-1.506	-16.76 - 0.13 - 0.24 - 0.32	17.89		
	142.324	2.04	0.73	0.32	1.							
1768	70.59.52	252.94.8	186.17.5	55.57.2	12.071.46				-21.96	+117.84	-1.62	-0.07 - 0.13
44	60.16.31	200.5.10	256.44.9	67.47.50	1.051.74				-21.39	110.83	-0.70	-0.62 + 0.24
1800	10.15.10	167.37.55	240.36.1	114.57.14	1.148.1.54				-25.34	+96.46	+0.44	-0.64 + 0.24
16	40.49.49	151.4.17	312.50.5	162.4.26	1.190.9.57				-22.31	+41.17	+1.44	-0.22 - 0.07
52	30.46.26	102.4.1	34.24.5	264.18.14	1.402.27				-20.94	+63.43	+1.19	+0.41 - 0.32
48	20.45	70.18.45	56.18	556.24.22	1.641.40				-19.50	+49.79	+1.92	+0.17 - 0.13
									-17.49			
	0.48	3.08	1.28	0.78	Σ <sub>2</sub> 0.48	3.08	1.28	0.78				
1776	21.19.46	280.21.27	66.18.10	47.44.18	87.40 + 0.20	3.03	+1.17	+0.60	86.94	-4.41	-0.70 + 0.11	
44	94.24.3	504.24.19	20.11.25	80.46.29	85.36 - 0.12	2.54	+0.46	+0.77	81.93	-5.11	-0.15 + 0.50	
42	26.08.18	328.59.51	335.24.58	11.46.35	78.61 - 0.39	1.60	-0.53	+0.75	76.42	-5.26	+0.15 - 0.17	
1800	26.17.19	512.47.5	289.17.51	142.17.40	73.16 - 0.44	0.99	-1.20	+0.47	71.56	-5.11	-0.02 - 0.54	
08	227.26.87	16.57.56	244.51.1	175.48.47	66.48 - 0.55	0.90	-1.16	+0.04	66.45	-5.13	-0.60 - 0.72	
16	188.5.35	41.4.9	199.4.17	204.44.55	60.11 - 0.07	2.03	-0.42	-0.33	61.52	-5.75	-1.32 - 0.49	
24	148.44.49	41.12.41	179.57.50	231.51.2	52.62 + 0.25	2.40	+0.57	-0.65	55.59	-7.05	-1.81 + 0.10	
32	124.25.11	84.21.14	108.10.49	266.12.10	44.57 + 0.48	3.08	+1.22	-0.78	48.54	-7.46	-1.71	
40	74.2.14	113.29.46	62.49.56	247.58.17	35.96 + 0.45	2.82	+1.14	-0.69	39.68	-10.57		
48	30.42.7	157.98.27	17.17.12	248.14.24	26.81 + 0.25	2.04	+0.34	-0.41	29.11			

On ne peut pas affirmer que Le Verrier soit l'inventeur du tableur, mais la disposition adoptée est celle d'un tableur moderne : on a, de fait, une formule algébrique pour chaque cellule du tableau.

**Virtuosité calculatoire de Le Verrier.** On a vu que pour déterminer les éphémérides d'Uranus, il fallait connaître la perturbation  $\delta v$  exercée par Jupiter et Saturne sur la longitude héliocentrique d'Uranus. Cette perturbation à l'instant  $t$  est de la forme :

$$\delta v = \sum_{i=1}^{32} a_i \sin\left(2\pi \frac{t}{T_i} + \phi_i\right)$$

où les périodes  $T_i$  varient de quelques années à plus de 2000 ans. Il s'agit d'évaluer numériquement cette expression aux 260 dates modernes retenues par Le Verrier. Il est important de noter que les dates d'observation utiles sont comprises entre 1780 et 1845.

**Méthode naïve.** Chaque terme de la somme comporte deux multiplications (et une lecture de sinus); donc pour évaluer les 260 perturbations, il faut effectuer de l'ordre de  $2 \times 32 \times 260 \simeq 18000$  multiplications. Si une multiplication à l'aide d'une table de logarithmes prend de l'ordre de 2 mn, le temps total d'évaluation serait de l'ordre de 600 heures!

**Principe de la méthode de Le Verrier.** Le Verrier commence par calculer les termes pour lesquels  $T_i > 256$  ans (il y en a 4). Il calcule ces termes tous les 32 ans : 1768, 1800, 1832 et 1864. Pour préparer la suite, il interpole leurs valeurs aux dates intermédiaires : 1784, 1816 et 1848 (c'est une moyenne arithmétique). Ensuite, il considère les termes de la somme pour lesquels  $128 < T_i < 256$  (il y en a 4 aussi). Il les calcule tous les 16 ans, les ajoute aux précédents, et prend les moyennes arithmétiques pour avoir les valeurs de cette somme partielle tous les 8 ans. Il recommence exactement la même série de calculs avec les termes pour lesquels  $64 < T_i < 128$  (il y en a 4 également), qu'il calcule tous les 8 ans et qu'il interpole tous les 4 ans. Et il continue ainsi jusqu'à calculer tous les termes de  $\delta v$  tous les 6 mois. Avec ces accumulations progressives de termes, Le Verrier a obtenu au final les valeurs de  $\delta v$  tous les 6 mois. Il est alors facile de procéder à des interpolations pour avoir les valeurs de  $\delta v$  aux 260 dates voulues.

**En détaillant un peu :** sur la première tranche (4 premières lignes), on voit les calculs des termes pour lesquels  $a_i = 32,74, 0,58, 0,28, 0,35$  aux dates 1768, 1800, 1832, 1864; on a d'abord les arguments des sinus, puis les logarithmes des  $a_i \sin(2\pi \frac{t}{T_i})$ , les valeurs numériques de ces termes

et dans la colonne suivante la valeur de leur somme. Ces valeurs se retrouvent au milieu de la tranche suivante (6 lignes suivantes) complétées par leurs moyennes arithmétiques. Et il recommence le même travail dans cette tranche. Le calcul complet s'étale sur 4 pages.

Remarquons que certaines multiplications se transforment en fait en additions, car pour  $i$  donné et une période de calcul  $T$  donnée, on a :

$$2\pi \frac{t+T}{T_i} = 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{T}{T_i}.$$

On remarque, par exemple que, dans chaque tranche, les arguments du sinus (2<sup>e</sup> colonne) sont en progression arithmétique, ce qui accélère grandement les calculs.

Le temps de calcul est réduit par un facteur de l'ordre 50 : 600 h  $\rightarrow$  12 h!!!

### Précision des calculs

Le Verrier avait une capacité exceptionnelle pour effectuer des opérations numériques sans se trom-

per. Je n'ai naturellement pas vérifié chacune des opérations intermédiaires effectuées par Le Verrier, mais j'ai programmé les calculs effectués par Le Verrier à l'aide d'un outil de calcul moderne, TRIP<sup>17</sup>, en suivant exactement ses démarches. Dans chaque cas, j'ai constaté une parfaite concordance entre le résultat annoncé par Le Verrier et celui retourné par TRIP, et ce avec 5, voire 7 chiffres significatifs; cela indique que tous les calculs intermédiaires de Le Verrier ont la même précision. Ces vérifications ont été effectuées pour quasiment tous les calculs de Le Verrier. Voici, par exemple, la comparaison entre le calcul de Le Verrier et celui de TRIP pour la fonction perturbatrice<sup>18</sup> exercée par Saturne sur Uranus. Dans le développement donné par TRIP, j'ai marqué en rouge les décimales communes aux deux expressions : les concordances sont exceptionnelles, car il faut comprendre que le résultat final de Le Verrier est l'aboutissement d'une longue suite de calculs remplissant densément une quarantaine de pages (voir des extraits de ces calculs intermédiaires aux fig. 2, 12 et 13). Et on pourrait multiplier les exemples de ce type.

#### Début de la fonction perturbatrice exercée par Saturne sur Uranus obtenue à l'aide de TRIP

$6knR =$	436 091,90	–	1 385 917,97	$\sin(\zeta' - \zeta)$	–	285 586,94	$\cos(\zeta' - \zeta)$		
		+	28 930,44	$\sin(2\zeta' - 2\zeta)$	–	77 901,68	$\cos(2\zeta' - 2\zeta)$		
		–	28 095,83	$\sin(3\zeta' - 3\zeta)$	–	19 969,04	$\cos(3\zeta' - 3\zeta)$		
		–	10 935,29	$\sin(4\zeta' - 4\zeta)$	+	9 865,22	$\cos(4\zeta' - 4\zeta)$		
		+	3 103,32	$\sin(5\zeta' - 5\zeta)$	+	5 595,73	$\cos(5\zeta' - 5\zeta)$		
		+	2 654,12	$\sin(6\zeta' - 6\zeta)$	–	706,95	$\cos(6\zeta' - 6\zeta)$		
	+	19 963,31	$\sin(\zeta)$	+	113 532,38	$\sin(\zeta')$	+	19 521,73	$\cos(\zeta')$
	+	19 452,70	$\cos(\zeta)$	–	21 546,60	$\sin(\zeta' - 2\zeta)$	+	10 364,84	$\cos(\zeta' - 2\zeta)$
				–	176 029,27	$\sin(2\zeta' - \zeta)$	–	34 753,21	$\cos(2\zeta' - \zeta)$
				+	12 928,10	$\sin(2\zeta' - 3\zeta)$	–	7 920,64	$\cos(2\zeta' - 3\zeta)$
				+	2 388,12	$\sin(3\zeta' - 2\zeta)$	–	3 035,81	$\cos(3\zeta' - 2\zeta)$
				–	3 026,50	$\sin(3\zeta' - 4\zeta)$	–	8 359,51	$\cos(3\zeta' - 4\zeta)$
				–	1 465,76	$\sin(4\zeta' - 3\zeta)$	–	2 213,13	$\cos(4\zeta' - 3\zeta)$
				–	4 906,57	$\sin(4\zeta' - 5\zeta)$	+	705,85	$\cos(4\zeta' - 5\zeta)$
				–	1 498,60	$\sin(5\zeta' - 4\zeta)$	+	548,68	$\cos(5\zeta' - 4\zeta)$
				–	189,72	$\sin(5\zeta' - 6\zeta)$	+	2 697,20	$\cos(5\zeta' - 6\zeta)$
				+	87,05	$\sin(6\zeta' - 5\zeta)$	+	953,54	$\cos(6\zeta' - 5\zeta)$
				+	1 411,46	$\sin(6\zeta' - 7\zeta)$	+	436,81	$\cos(6\zeta' - 7\zeta)$

Comparaison des expressions trouvées pour le développement en série de la fonction perturbatrice exercée par Saturne sur Uranus par Le Verrier et par TRIP : les décimales communes dans les deux expressions ont été marquées en rouge ; on peut constater que les concordances sont remarquables.

17. Logiciel de calcul formel mis au point par Jacques Laskar et Mickaël Gastineau à l'IMCCE.

18. La fonction perturbatrice est l'élément-clé pour déterminer les perturbations exercées par une planète sur une autre planète (voir p. 30).



## Calculs algébriques

Le Verrier est capable d'effectuer des calculs sur des expressions algébriques considérables <sup>19</sup>, ces calculs pouvant s'étendre sur une vingtaine de pages des manuscrits, sans aucune erreur. Pour le calcul de la masse de la planète perturbatrice, il est ainsi amené à un moment à factoriser un po-

lynôme de degré 10 en s'appuyant sur la méthode des approximations successives <sup>20</sup>.

On peut signaler qu'à cette occasion, il fait des changements trigonométriques d'une incroyable complexité : exprimer dans une fraction rationnelle déjà compliquée  $\cos \varepsilon, \cos 2\varepsilon, \cos 3\varepsilon$  en fonction de  $x = \tan \frac{\varepsilon}{2}$ , calcul extrêmement pénible, mais qu'il mène à bien au bout de 10 pages de calculs denses.

FIGURE 14 – Page de calcul pour factoriser un polynôme de degré 10 par approximations successives. On voit en haut de page la vérification de la factorisation pour  $x = 1$  (Ms 1063 (27)).

The image shows a handwritten page from a manuscript, likely by Le Verrier, detailing the factorization of a degree 10 polynomial. The page is filled with dense, handwritten mathematical expressions and calculations. At the top, there is a verification of the factorization for  $x = 1$ . The main body of the page contains several large algebraic expressions, including a polynomial  $F(x)$  and its factors. The calculations involve numerical approximations and the use of successive approximations to find the roots of the polynomial. The handwriting is in French, and the page is numbered 27 in the top right corner.

At the top, the verification for  $x = 1$  is shown:

$$\left(\frac{1+x^2}{10}\right)^5 = (x+0,011491)(1+0,086767x)(7101+14664x+31341x^2+2102x^3-879x^4-7494x^5-18118x^6-1473x^7-3447x^8)$$

The main calculation shows the polynomial  $F(x)$  and its factors:

$$F(x) = 9447x^5 + 14664x^4 + 31341x^3 + 2102x^2 - 879x - 7494$$

The factors are found to be:

$$F(x) = (x+0,011491)(1+0,086767x)(7101+14664x+31341x^2+2102x^3-879x^4-7494x^5-18118x^6-1473x^7-3447x^8)$$

The page also includes several numerical calculations and approximations, such as:

$$x = -1,12748$$

$$x = -1,12748$$

The page is a detailed record of the mathematical work involved in the discovery of Neptune, showing the complexity of the calculations and the use of successive approximations to find the roots of the polynomial.

19. Le Verrier a établi l'expression algébrique de la fonction perturbatrice exercée par une planète sur une autre au degré 7 des excentricités et des inclinaisons. L'expression complète s'étend sur 65 pages! et est publiée dans [19].

20. et « sur le théorème de Mr Sturm », ainsi qu'il l'écrit lui-même dans le cahier n°4 des manuscrits. Mr Sturm était un collègue de Le Verrier à la Sorbonne.

## Vérification des calculs

### Obsession de Le Verrier pour la vérification de ses calculs

Le Verrier formule régulièrement dans ses manuscrits des commentaires pour expliquer ses calculs et ses orientations. Le mot qui revient le plus souvent est vérification. Il est obsédé par la justesse des calculs ; dès qu'il le peut, il vérifie ses résultats<sup>21</sup>. En cas d'erreur, Le Verrier colle parfois sur le calcul fautif une bande de papier comportant les valeurs corrigées.

### Apposition du paraphe

Au vu de l'organisation des manuscrits, on peut penser que Le Verrier faisait systématiquement deux fois chaque calcul. Quand la justesse du calcul est confirmée, il appose son paraphe à côté du résultat, paraphe qui a beaucoup évolué au fil du temps (voir fig. 15).

## Conclusion

Grâce à des dispositions exceptionnelles pour le calcul mental et des innovations remarquables pour organiser ses calculs, Le Verrier a résolu en un temps record (1 an) ce redoutable problème inverse : déterminer la cause d'un phénomène à partir de ses conséquences (irrégularités dans les mouvements d'Uranus). Il a été, sans le savoir, en concurrence avec un mathématicien anglais (John Couch Adams), qui l'avait devancé de quelques mois, mais qui n'avait rien publié. Malgré les polémiques qui agitérent leurs pays respectifs pendant un certain temps, les deux savants garderont une profonde estime réciproque après la découverte visuelle.

Les calculs de Le Verrier sont très longs. Plusieurs savants ([16], [9], [30]) essaieront de trouver des raccourcis, mais leurs méthodes comportent toutes au moins une erreur [4].

En revanche, on peut obtenir une excellente solution en effectuant des simulations – c'est-à-dire en faisant varier les valeurs initiales choisies pour  $\alpha$  et  $\varepsilon'$  et en confrontant les résultats obtenus avec ces valeurs avec les données historiques, comme

avait commencé à le faire Le Verrier – avec le logiciel INFOP servant à calculer les éphémérides planétaires au LTE (anciennement IMCCE), car ce logiciel procède à des intégrations numériques et cette méthode n'est donc pas limitée par la présence de petits dénominateurs (voir note 22 et [4]).

On peut aussi adapter des algorithmes génétiques et localiser assez précisément Neptune, sans aucune connaissance préalable de mécanique céleste [4].

On a vu que pour effectuer ses calculs, Le Verrier avait dû choisir une valeur pour  $\alpha$ , le rapport des demi-grands axes d'Uranus et de la planète perturbatrice. Le choix malheureux de  $\alpha = 0.5$ , valeur beaucoup trop faible (valeur exacte 0,63), mais justifiée par la loi de Bode<sup>†</sup>, avait fait que les calculs retournaient une orbite très elliptique, qui compensait en grande partie la valeur trop faible de  $\alpha$ , ce qui plaçait assez correctement Neptune au moment de sa conjonction avec Uranus en 1822 – et donc le plaçait aussi assez correctement en 1846, vu la lenteur des déplacements des deux planètes – mais au prix de paramètres orbitaux très éloignés de leurs valeurs réelles, hormis heureusement la longitude vraie au 1<sup>er</sup> janvier 1847 (voir table 1).

Cependant, le fait que Le Verrier n'ait pas trouvé une solution en tout point parfaite au problème d'Uranus<sup>22</sup> ne retire rien à son mérite : il a fait un calcul exceptionnel<sup>23</sup> en gardant une confiance inébranlable<sup>24</sup> dans ses calculs ; n'oublions pas que l'existence d'une planète perturbant le mouvement d'Uranus n'était qu'une hypothèse parmi d'autres : elle aurait pu aboutir à un échec, comme ce fut le cas pour la recherche de la planète Vulcain ([33] et [3]).

J'espère avoir montré que l'affirmation souvent répétée « la planète Neptune a été découverte par le calcul » cache un travail monumental, en fait une montagne de calculs qui n'ont pu aboutir que grâce à une ténacité hors du commun et une inventivité exceptionnelle dans la conduite des calculs.

La découverte de Neptune par le calcul restera un triomphe de la gravitation universelle de Newton<sup>25</sup>, des mathématiques et du génie humain quand il est bien orienté.

21. Dès qu'il le peut, il essaie de trouver le résultat par deux méthodes indépendantes ; ce sera par exemple le cas pour le calcul de la fonction perturbatrice exercée par Saturne sur Uranus : il utilisera d'abord une méthode complètement numérique et il vérifiera son résultat en appliquant une méthode algébrique (Herschel p. 35).

22. En fait, avec sa méthode – reposant sur le calcul de perturbations – Le Verrier ne pouvait pas aboutir à une solution parfaite : avec sa valeur ( $\alpha = 0,50$ ), il plaçait correctement Neptune, mais avec des éléments orbitaux très éloignés des vrais et avec la valeur correcte ( $\alpha = 0,63$ ), les calculs auraient divergé, du fait de la présence de petits dénominateurs dans les expressions théoriques des perturbations ! Le Verrier ne pouvait pas faire mieux que ce qu'il a fait.

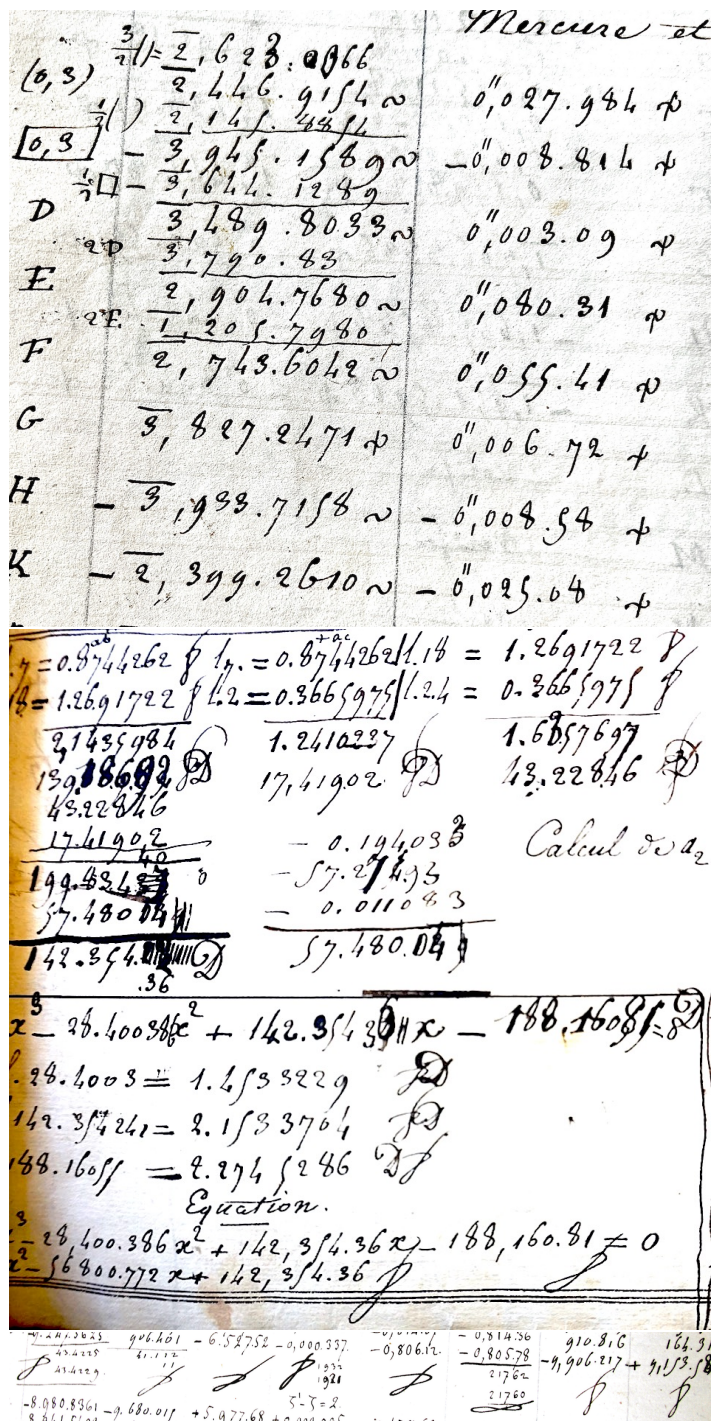
23. Et calcul impensable à réaliser de nos jours à la main !

24. À part la réserve indiquée dans la note 1.

25. Encke, directeur de l'observatoire de Berlin, écrit à Le Verrier : « Permettez-moi, Monsieur, de vous féliciter avec une entière sincérité de la brillante découverte dont vous avez enrichi l'Astronomie. Votre nom sera à jamais lié à la plus éclatante preuve de l'attraction universelle que l'on puisse imaginer ».



FIGURE 15 – Le Verrier faisait systématiquement chaque calcul deux fois. Quand le deuxième calcul confirmait le premier, Le Verrier apposait son paraphe, paraphe dont le graphisme a évolué au cours du temps. En haut, on voit les premiers symboles utilisés pour confirmer les calculs. La reproduction au milieu est extraite du dossier Ms 1063, consacré à la stabilité du système solaire, datant de 1840. Les paraphes situés sur la quatrième ligne et près de .36 sont soit un  $\mathcal{D}$  soit un  $\mathcal{L}$  avec une boucle hyper développée; en allant vers le bas de la reproduction, la boucle du  $\mathcal{D}$  augmente dans les paraphes suivants jusqu'à se séparer du  $\mathcal{D}$ . Dans les deux derniers paraphes, on ne voit plus que la boucle. Dans la reproduction du bas (extraite de Ms 1063 (27), datant de 1845), le paraphe a évolué et pris sa forme quasi définitive, à savoir une sorte de  $\infty$ . L'orientation du  $\infty$  est variable, selon l'espace disponible. On peut aussi noter la dégradation progressive du soin apporté à l'écriture des chiffres (et des lettres).



## Annexe 1. Éléments d'une orbite planétaire

En première approximation une planète décrit une ellipse autour du Soleil, et le Soleil occupe un des foyers de cette ellipse. Une ellipse est déterminée par 6 paramètres, appelés éléments orbitaux ou éléments elliptiques. Ces 6 paramètres sont listés dans le tableau ci-dessous. J'ai rajouté le moyen mouvement orbital  $n$ , qui est le déplacement angulaire de la planète autour du Soleil pendant 1 an. Pour la Terre on a  $n = 2\pi = 360^\circ$ , pour Uranus  $n \simeq 4^\circ$  et pour Neptune  $n \simeq 2^\circ$ .

Le demi-grand axe  $a$  mesure la distance moyenne au Soleil ; il est mesuré en unités astronomiques (au). Par définition la distance moyenne Terre-Soleil vaut 1 au. Pour Uranus  $a = 19,2$  au et pour Neptune  $a = 30,1$  au. Le rayon vecteur est la distance instantanée  $r$  entre le Soleil et la planète.

La longitude moyenne est la longitude d'un corps fictif tournant autour du Soleil sur une orbite circulaire avec un moyen mouvement égal à  $n$ . La longitude moyenne de l'époque est la longitude moyenne de la planète au 1<sup>er</sup> janvier 1800.

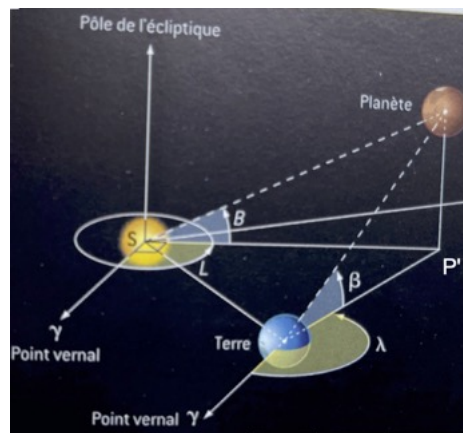
En première approximation, l'orbite d'une planète est plane. Pour repérer le plan de l'orbite par rapport à l'écliptique (plan contenant l'orbite terrestre), on utilise les angles  $\theta$  et  $\phi$  (voir fig. 16).

Le périhélie est le point de l'orbite le plus proche du Soleil ; on le repère dans son orbite par l'angle  $\omega$ , ou plus souvent par  $\varpi = \theta + \omega$ , appelé longitude du périhélie (fig.16).

L'excentricité  $e$  permet de mesurer l'écart de l'ellipse trajectoire par rapport à un cercle, pour lequel  $e = 0$ . Les orbites de la Terre, d'Uranus et de Neptune sont très proches de cercles. En revanche,

l'orbite de Mars et surtout celle de Mercure sont fortement elliptiques.

Quand l'observateur est au centre du Soleil, les coordonnées écliptiques sont appelées longitude et latitude héliocentriques et sont notées  $(L, B)$  sur le dessin et  $(v_1, \lambda)$  chez Le Verrier. Quand l'observateur est au centre de la Terre, les coordonnées écliptiques sont appelées longitude et latitude géocentriques et sont notées  $(\lambda, \beta)$  sur le dessin et  $(G, b)$  chez Le Verrier [34].

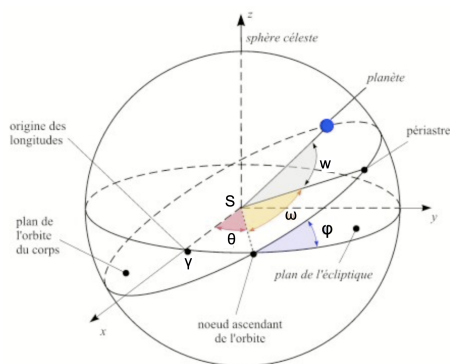


© Denis Saviole

Si on note  $P'$  la projection orthogonale de la planète sur l'écliptique et  $\gamma$  la direction du point vernal, on définit la longitude (écliptique) héliocentrique, notée  $L$  sur le dessin et  $v_1$  (ou  $v$ ) par Le Verrier, par  $L = v_1 = (S\gamma, SP')$ . Si on note  $T$  le centre de la Terre, la longitude (écliptique) géocentrique, notée  $\lambda$  sur le dessin et  $G$  par Le Verrier, est définie par :

$$\lambda = G = (T\gamma, TP').$$

FIGURE 16 – Le centre du Soleil est en  $S$  ; on voit certains éléments orbitaux :  $\theta$ , longitude du nœud ascendant ;  $\omega$ , argument du périhélie ; on utilise surtout  $\varpi$ , appelé longitude du périhélie, avec  $\varpi = \theta + \omega$  ;  $\phi$  inclinaison de l'orbite sur l'écliptique ;  $w$  l'anomalie vraie.



Éléments orbitaux d'une planète	
$a$	Demi-grand-axe
$\varepsilon$	Longitude moyenne de l'époque
$\varpi$	Longitude du périhélie
$e$	Excentricité
$\theta$	Longitude du nœud ascendant
$\phi$	Inclinaison de l'orbite sur l'écliptique
$n$	Mouvement orbital moyen

© IMCCE/Patrick Rocher



## Annexe 2. Loi de Titius–Bode

La loi de Titius-Bode, souvent raccourcie en loi de Bode, est une relation empirique donnant les valeurs des demi-grands axes des orbites des principales planètes. Elle avait été énoncée en 1766 par le mathématicien Johann Daniel Titius<sup>26</sup>, qui avait trouvé une relation numérique entre les distances moyennes des planètes au Soleil. La « loi » a été publiée et popularisée par Johann Elert Bode<sup>27</sup> dans un mémoire de 1772 [6]. Cette loi donne une expression pour le demi-grand axe  $a_n$  de la  $n^e$  planète du Système solaire :

$$a_n = 0,4 + 0,3 * 2^{n-1} \quad (5)$$

en posant Vénus=1, Terre=2... (distance en *au*).

Cette « loi » avait acquis une grande crédibilité avec la découverte d'Uranus ( $n = 7$ ,  $a_7 = 19,6$ , proche de la valeur exacte 19,2), et la découverte de Cères en 1801 ( $n = 4$ ,  $a_4 = 2,8$ , proche de la valeur exacte, 2,77), comblant ainsi la lacune entre Mars et Jupiter.

La planète suivant Uranus, si la loi était une vraie loi, aurait été à une distance moyenne de :

$$0,4 + 0,3 * 2^7 = 38,8 \text{ au}$$

Malheureusement pour Adams et Le Verrier, la loi n'est plus valable pour Neptune, dont la distance moyenne au Soleil est seulement de 30,1 *au*.

## Annexe 3. Théorie d'Uranus

Une planète décrit en première approximation une ellipse autour du Soleil. Mais cette ellipse est légèrement déformée par l'attraction des autres planètes : on dit qu'elle est perturbée par l'action des autres planètes. Pour pouvoir placer une planète dans le ciel à tout instant, il faut savoir calculer les valeurs numériques de ces perturbations (on dit aussi inégalités) à cet instant. On peut alors calculer les coordonnées écliptiques (voir annexe 1) de la planète. La théorie d'Uranus de Bouvard, qui sera revue et améliorée par Le Verrier, contient les éléments suivants :

- les 6 éléments orbitaux de l'orbite de référence (voir annexe 1);
- la grande inégalité (de période longue);
- les différentes inégalités de la longitude vraie, de la latitude et du rayon vecteur.

Les différentes perturbations sont données sous forme d'expressions trigonométriques faisant intervenir les anomalies moyennes de Jupiter, Saturne et Uranus.

L'utilisateur n'a pas à recourir à ces expressions littérales : leur utilisation serait beaucoup trop pénible. L'auteur de la théorie d'Uranus – en l'occurrence Bouvard ici – forme des tables, c'est-à-dire qu'il calcule avec un pas donné les différentes inégalités (il y a par exemple 15 inégalités pour la longitude). Ensuite, les déterminations de la longitude, de la latitude et du rayon vecteur se font par lecture directe dans ces tables. La théorie d'Uranus de Bouvard comporte 32 tables en tout. Le calcul complet d'une position d'Uranus en utilisant les tables de Bouvard a été fait dans la thèse p. 159 [4].

## Références

- [1] G. B. AIRY. « Account of some circumstances historically connected with the discovery of the Planet exterior to Uranus ». *MNRAS* 7 p. 121–144 (1846).
- [2] J. BABINET. « Sur la position actuelle de la planète située au-delà de Neptune, et provisoirement nommée Hypérion ». *CRAS*, 17(8) : p. 202–208 (1848).

26. Johann Daniel Titius (1729-1796). Astronome et physicien allemand.

27. Johann Elert Bode (1747–1826). Astronome allemand qui dirigea l'Observatoire de Berlin de 1785 à 1826. Il étudia des représentations artistiques des constellations [7].

- [3] R. BAUM et W. SHEEHAN. *In search of planet Vulcan*. Plenum Publishing, 1997.
- [4] G. BERTRAND. *Les calculs de Le Verrier pour la découverte de Neptune, à travers ses manuscrits*. Université PSL, Thèse effectuée à l'Observatoire de Paris sous la direction de J. Laskar et D. Aubin, 2023.
- [5] J.-B. BIOT. « Précis de l'histoire de l'astronomie planétaire écrit à l'occasion de la découverte de M. Le Verrier ». *Paris, imprimerie royale* (1847).
- [6] J. E. BODE. *Anleitung zur Kenntniss des gestirnten Himmels*. Berlin & Stettin, 1772.
- [7] J. E. BODE. *Uranographia sive astrorum descriptio viginti tabul oeneis incisa ex recentissimis et absolutissimis Astronomorum observationibus*. Berolini, Berlin, 1801.
- [8] A. BOUVARD. *Tables de Jupiter, Saturne et Uranus*. Bachelier, 1821.
- [9] E. W. BROWN. « On a criterion for the prediction of an Unkown Planet ». *Mon. Nat. R. astr. Soc.*, 92, p. 80–101 (1931).
- [10] A. DANJON. *La découverte de Neptune*. Bull. Soc. Astr. de France 60 p. 255–278, 1946.
- [11] P. DESCAMPS. « La découverte de Neptune : entre triomphe et camouflet ». *Revue d'histoire des sciences* 2015/1 (Tome 68), pages 47–79 (2015).
- [12] C. FLAMMARION. *Les mémoires d'un astronome*. Fe Éditions, 1911.
- [13] M. A. GAILLOT. « Le Verrier et son œuvre ». *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques tome 2, n° 1* (1878), p. 29–40 (1878).
- [14] É. GAUTIER. « Lettres à ses parents ». *Ces lettres ce trouvent aux archives d'État de Genève, dans le fonds Gautier* (1845–1846).
- [15] M. GROSSER. *The Discovery of Neptune*. Harvard, 1962.
- [16] J. HERSCHEL. *Outlines of Astronomy*. Lea & Blanchard, 1849.
- [17] P. S. LAPLACE. *Traité de Mécanique Céleste, t. I, II, III*. Duprat, 1802.
- [18] J. LASKAR. « Des premiers travaux de Le Verrier à la découverte de Neptune ». *C. R. Physique* 18 (2017) p. 504–519 (2017).
- [19] U. J. J. LE VERRIER. *Annales de l'Observatoire impérial de Paris*. Mallet-Bachelier, 1855.
- [20] U. J. J. LE VERRIER. « Détermination nouvelle de l'orbite de Mercure et de ses perturbations ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 16(19) p. 1054–1055 (1843).
- [21] U. J. J. LE VERRIER. « Mémoire sur la planète Neptune ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 27(14) : p. 325–332 (1848).
- [22] U. J. J. LE VERRIER. « Premier mémoire sur la théorie d'Uranus ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 21(19) : p. 1050–1055 (1845).
- [23] U. J. J. LE VERRIER. « Recherches sur les mouvements d'Uranus ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 22(22) : p. 907–918 (1846).
- [24] U. J. J. LE VERRIER. *Recherches sur les mouvements de la planète Herschel*. Bachelier (Paris), 1846.
- [25] U. J. J. LE VERRIER. « Sur la planète Neptune ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 27(11) : p. 273–279 (1848).
- [26] U. J. J. LE VERRIER. « Sur la planète qui produit les anomalies observées dans le mouvement d'Uranus. Détermination de sa masse, de son orbite et de sa position actuelle ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 23(9) : p. 428–438 (1846).
- [27] U. J. J. LE VERRIER. *Théorie du mouvement de Mercure*. Bachelier, 1845.
- [28] J. LEQUEUX. « La découverte de Neptune par Le Verrier (1846) ». *FMSH*, 692, p. 1–18 (2010).
- [29] J. LEQUEUX. *Le Verrier, savant magnifique et détesté*. EDP, 2009.
- [30] R. A. LYTTLETON. « The Rediscovery of Neptune ». *Vistas in Astronomy*, Vol 3, 1960, p. 25–46 (1960).
- [31] P. MOORE. *The Planet Neptune*. John Wiley & Sons, 1996.
- [32] B. PEIRCE. « Communication of Investigation into the action of Neptune on Uranus ». *Proc. Amer. Acad. Arts and Science* 1, 16/03/1847, p. 65 (1847).
- [33] É. SANCHEZ-PALENCIA. « La découverte de Neptune et le fiasco de Pluton ». *Académie des sciences* (2013).
- [34] D. SAVOIE. *Cosmographie*. H&O Science, 2023.
- [35] W. SHEEHAN. *Neptune : From Grand Discovery to a World Revealed*. Springer, 2021.
- [36] R. WOLF. « Auszüge aus Briefen von Émile Gautier und Urbain Leverrier ». *Astronomische Mitteilungen* 1892 p. 325–356 (1892).

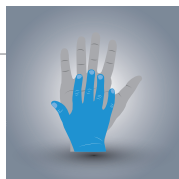
## Glossaire

Écliptique	Plan contenant l'orbite terrestre.
Longitude écliptique	Longitude de la projection de l'astre sur l'écliptique (voir annexe 1).
Réduction (d'une observation)	Une observation astronomique donne les coordonnées équatoriales d'un astre : ascension droite et déclinaison. Mais les valeurs observées doivent être corrigées (on dit aussi réduites) pour pouvoir être exploitées. Il y a deux types de corrections : corrections astronomiques et corrections instrumentales. Les corrections astronomiques tiennent compte de la température, de la pression, de la réfraction, de l'aberration. On corrige éventuellement de la précession et de la nutation. Les corrections instrumentales tiennent compte du fait qu'un instrument astronomique n'est jamais parfaitement réglé. Il existe des formulaires pour effectuer ces différentes corrections (voir [4]).
Anomalie moyenne	$\zeta = n(t - t_0)$ avec $t_0$ temps de passage au périhélie et $n$ moyen mouvement orbital.
as : arc-seconde	1/3600 degré
au : unité astronomique	C'est la distance moyenne de la Terre au Soleil, soit 150 000 000 km.
Polynôme quadratique	Ici, polynôme de la forme $a\gamma^2 + b\gamma'\mathcal{C} + c\mathcal{C}^2 + d\gamma + e'\mathcal{C} + f$ .
Conjonction de 1822	Alignement Soleil–Uranus–Neptune. C'est l'époque où l'action de Neptune sur Uranus est la plus forte et c'est cette action qui imprime l'essentiel de la forme des écarts $C - O$ de la figure 4 et qui permet de localiser Neptune correctement vers 1822 et donc correctement aussi vers 1846.
Série trigonométrique double	Série de la forme $\sum_{k,k'} A_k^{k'} \sin(k\zeta - k'\zeta') + B_k^{k'} \cos(k\zeta - k'\zeta')$ .
Équations de Lagrange	Système de 6 équations différentielles permettant de calculer les perturbations des éléments orbitaux d'une planète à partir de sa fonction perturbatrice. (Herschel p. 8). Une de ces équations est écrite en (1).
Grande inégalité	Perturbation de la longitude ayant la plus grande amplitude dans une théorie planétaire. La grande inégalité de Jupiter a pour amplitude 3662'', celle de Saturne 8866'' et celle d'Uranus 392'' [8]. La grande inégalité est en général associée à une longue période.



Guy BERTRAND

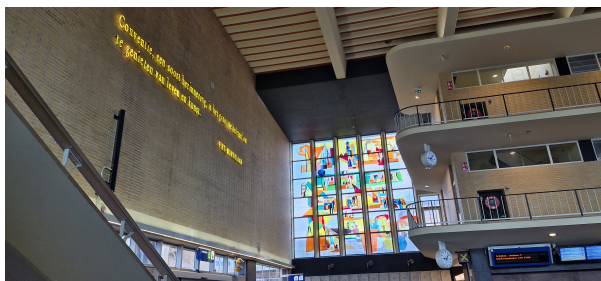
Guy Bertrand est né en 1948. À la sortie de l'ÉNS Saint Cloud, il a été nommé professeur de mathématiques au lycée Condorcet à Paris en 1973 dans la classe de Math Sup. Il y a enseigné pendant 42 ans les mathématiques et l'informatique, tout en continuant une activité d'astronome amateur. À sa retraite, il a repassé un master d'astronomie à l'observatoire de Paris, puis en 2017 il a commencé une thèse intitulée « Les calculs de Le Verrier pour la découverte de Neptune, à travers ses manuscrits » sous la direction de Jacques Laskar et David Aubin. Cette thèse combinait beaucoup de recherches documentaires, essentiellement à la bibliothèque de l'observatoire de Paris, et des calculs programmés. La thèse a été soutenue le 20 décembre 2023 à l'Observatoire de Paris.



## Des ponts entre arts et maths

• S. BENZONI-GAVAGE

Eindhoven, juillet 2025. Une phrase de Piet Mondriaan (1872-1944) brille en lettres jaunes dans la gare, devant un vitrail moderne : « Les conventions, une sorte de mémoire, sont le plus grand obstacle à l'appréciation de la vie et de l'art. »<sup>1</sup> Le ton est donné.



Son pays, et celui d'un autre artiste bien connu de la communauté mathématique, Maurits Cornelis « Mauk » Escher (1898-1972)<sup>2</sup>, accueille pour la troisième fois la conférence Bridges<sup>3</sup>.

Initiée à la fin du xx<sup>e</sup> siècle aux États-Unis par Reza Sarhangi (1952-2016)<sup>4</sup>, cette conférence annuelle faisant littéralement le pont entre arts et mathématiques est passée douze fois en Europe (Autriche, Espagne, Finlande, Hongrie, Pays-Bas, Portugal, Royaume-Uni, Suède). Jamais en France, malgré des appels du pied répétés de l'organisation Bridges. Il faut savoir que le déroulé bien huilé est assez exigeant en matière d'infrastructures et de moyens<sup>5</sup>. Autant dire que les États-Unis ne sont pas une option tant que l'administration Trump durera.



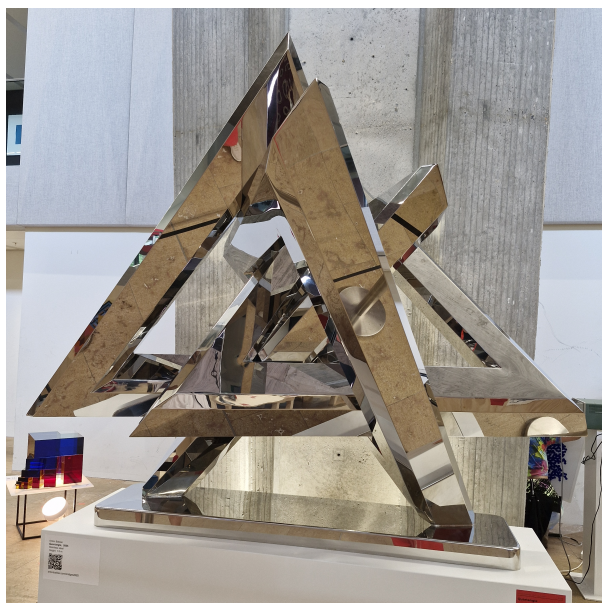
Accueillie sur le campus parsemé d'œuvres d'art moderne de l'université technique TU/e, dans un bâtiment où se côtoient un orgue de taille respectable et une enseigne de restauration rapide, la conférence Bridges Eindhoven bat des records avec plus de 400 participantes et participants aux profils variés : mathématicien·nes bien sûr, mais aussi artistes de toutes sortes, architectes, libraires, etc. venant de 39 pays.



1. « Conventie, een soort herinnering, is het grootste beletsel om te genieten van leven en kunst. »  
2. <https://www.connaissancedesarts.com/arts-expositions/pour-la-premiere-fois-a-paris-une-grande-exposition-va-nous-plonger-dans-le-monde-troublant-descher-le-maitre-de-lillusion-11204436/>  
3. <https://www.bridgesmathart.org/>  
4. <https://www.bridgesmathart.org/reza-sarhangi/>  
5. <https://www.bridgesmathart.org/wp-content/uploads/2024/01/Hosting-Bridges-2024.pdf>



Le principal organisateur local est Tom Verhoeff, fils de Jacobus « Koos » Verhoeff (1927-2018). Cet artiste mathématicien fut le mentor du sculpteur Anton Bakker, auteur du « Quartangle », un monumental entrelacs de triangles en acier poli, l'une des pièces maîtresses de l'exposition<sup>6</sup>, qui a en outre inspiré le logo de la conférence<sup>7</sup>.



À l'extérieur on peut admirer des œuvres exposées de manière permanente<sup>8</sup>, notamment « Objet Mathématique » de Le Corbusier (réalisé par Xenakis)<sup>9</sup>, un ruban de Möbius géant<sup>10</sup> donné par Philips, l'entreprise phare de la ville, ainsi qu'une sculpture de Rinus Roelofs<sup>11</sup>, le premier conférencier plénier<sup>12</sup> de Bridges 2025.



En se référant notamment à Escher, dont le fantôme semble planer, Rinus Roelofs surfe sur la notion de dualité et fait sensation en proposant des modules que l'on peut assembler à l'infini pour former des polyèdres et autres surfaces courbes.



La deuxième plénière<sup>13</sup> est donnée par un duo, Micky Piller et Kristoffel Lieten, autrice et auteur d'un livre sur Escher (Spectrum, 2025, en néerlandais) qui nous le racontent sous un jour méconnu (tout comme la Fondation Ars et Mathesis<sup>14</sup>, dans une brochure distribuée gracieusement aux participant-es). Précision qui pourrait vous être utile : la Fondation M.C. Escher<sup>15</sup> autorise les reproductions

6. <https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/bridges-2025-exhibition-of-mathematical-art>

7. <https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/bridges-2025-exhibition-of-mathematical-art/anton-bakker-tom-verhoeff>

8. <https://www.tue.nl/en/our-university/tue-campus/tue-art-collection/on-display/>

9. <https://www.tue.nl/en/our-university/tue-campus/tue-art-collection/on-display/le-corbusier-sculpture>

10. <https://www.tue.nl/en/our-university/tue-campus/tue-art-collection/on-display/hans-kalkhoven-sculpture>

11. <https://www.rinusroelofs.nl>

12. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-13.html>

13. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-3.html>

14. <https://www.arsetmathesis.nl/>

15. <https://mcescher.com/foundation/>



d'œuvres à des fins de recherche et de pédagogie, il « suffit » de demander. À leur suite, Tom Verhoeff racontera comment le mathématicien Nicolaas Govert « Dick » de Bruijn (1918-2012) fit se rencontrer Escher et la communauté mathématique. C'était en 1954, pour le congrès international dont l'Institut Henri Poincaré conserve une impressionnante photo de groupe (avec plus de 2000 personnes) et dont les actes<sup>16</sup> précisent : « On the occasion of the Congress, an exhibition was organized in the Municipal Museum of Amsterdam, showing the graphical work of Mr M. C. Escher, which shows many mathematical tendencies and is connected in a remarkable way with the mathematical way of thought. » L'exposition était une initiative de de Bruijn, qui à ses heures fabriquait des objets mathématiques, dont un nœud de trèfle en tuyaux de plomberie<sup>17</sup> et un « toit de Penrose » avec son étudiant de l'époque Rob Wieringa<sup>18</sup> (comme un clin d'œil au « plafond » commandé par Philips à Escher en 1950?).



À Bridges les arts ne se limitent pas à la sculpture, à la peinture ou plus généralement aux arts graphiques : la musique, la danse, la poésie et le théâtre sont aussi bien présents, bien que les textes soient un peu difficiles à suivre pour les non-anglophones car tout se passe en anglais. Aussi voit-on fleurir dans l'assistance des outils de traduction instantanée : pourrait-on en intégrer dans l'application Bridges qui a été proposée pour la première fois cette année ? Là encore, il faudrait trouver des « volunteers », c'est-à-dire des bénévoles, sur lesquels repose toute l'organisation.

16. <https://www.mathunion.org/fileadmin/ICM/Proceedings/ICM1954.1/ICM1954.1.ocr.pdf>

17. <https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/bridges-2025-exhibition-of-mathematical-art/n-g-dick-de-bruijn>

18. <https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/bridges-2025-exhibition-of-mathematical-art/n-g-dick-de-bruijn-rob-wieringa>

19. <https://janverschuren.nl>



Parfois la musique relie les langues. Lors de la traditionnelle soirée de musique « informelle », où tout le monde peut se produire, nous avons pu entendre chanter en particulier le farsi et l'hébreu, comme une douce parenthèse loin de l'effroyable actualité géopolitique. Avons-nous entendu le son de l'orgue ? Oui bien sûr ! À deux reprises : lors d'un mini-concert professionnel par un ancien de TU/e, Jan Verschuren<sup>19</sup>, qui avait une connaissance pour tourner les pages, à savoir Tiffany C. Inglis, informaticienne et elle aussi musicienne, qui nous a régales d'un autre mini-concert.

Quant au concert « formel », il était éclectique et plutôt contemporain. En première partie, une pièce intitulée « Borromean Rings », composée en 2021 et interprétée à la flûte assistée d'électronique par Paul J.W. Schauenburg (également compositeur d'une pièce spéciale pour la conférence, jouée lors du vernissage), accompagnée d'une chorégraphie de et par Maren Weertman (une jeune danseuse que l'on retrouvera en duo, pour l'ouverture du « Math+Fashion show »).





Puis un ensemble de pièces intitulé « Palindromes et polyrythmes », dont la composition s'étendait du <sup>xiii</sup>e siècle à 2025, par le groupe Heliosfero venu de Rotterdam. Autant dire qu'on prend la musique au sérieux, à Bridges!

Toujours en soirée, Ingrid Daubechies, que l'on ne présente plus, a rempli l'auditorium en racontant l'aventure, en pleine pandémie de Covid-19, du projet « Mathemalchemy »<sup>20</sup> : créer de toutes pièces une installation féérique pleine de maths à raconter et qui puisse voyager. Nombre de ses acolytes étaient là, signe d'une communauté bien soudée autour de l'art(isanat) mathématique, qui après avoir conçu les contenus de Mathemalchemy a mis la main à la pâte pour fabriquer toutes sortes d'objets.



À commencer par Ingrid Daubechies elle-même, qui a développé un savoir-faire pour les temari, dont voici quelques exemplaires de sa main sur l'estrade.



20. <https://mathemalchemy.org>

21. <https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2025-bridges-conference-math-fashion>

22. <https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2025-bridges-conference-math-fashion/carolyn-yackel>

23. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-21.html>

24. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-1.html>

25. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-2.html>

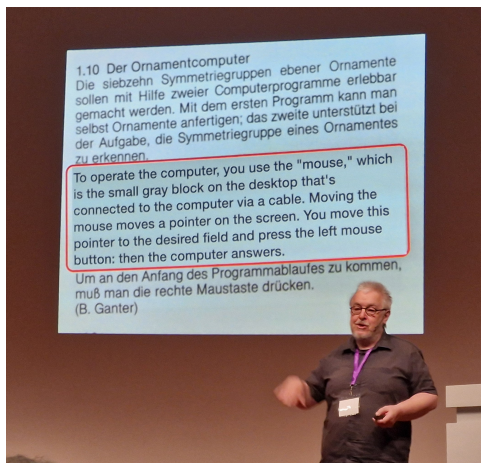
26. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-5.html>

Dans votre TODO-list, avez-vous : « faire un défilé de mode aux côtés d'Ingrid Daubechies ? » Je ne l'avais pas, mais c'est fait! Lors du « Math+Fashion show »<sup>21</sup>. Toutes deux dans des tenues pleines de symétries, conçues et réalisées en « itajime shibori » par Carolyn Yackel<sup>22</sup>. Je vous laisse deviner qui portait quoi.

Bon, et alors en journée, que s'est-il passé à Bridges? Les conférences plénières le matin, variées et passionnantes comme à l'habitude (vous pouvez vous en faire une idée en consultant les archives, toutes disponibles en ligne sur [archive.bridgesmathart.org](https://archive.bridgesmathart.org)). Outre celles déjà mentionnées, nous avons eu : un discours assez philosophique (je suis preneuse d'une traduction de l'expression « Genuine Pretending », titre d'un livre sur lequel il se base) concernant l'art mathématique par Edmund Harris<sup>23</sup>, l'un des piliers de la communauté « Illustrating mathematics » qui se réunira à l'Institut Henri Poincaré en 2026; une conférence décoiffante sur le design de vêtements par Brigitte Kock<sup>24</sup>, qui n'aimait pas les maths à l'école, contrairement à la majorité de l'assistance (à laquelle elle a posé la question), et qui prend aujourd'hui plaisir à concevoir des modules en impression 3D et des algorithmes pour les assembler;

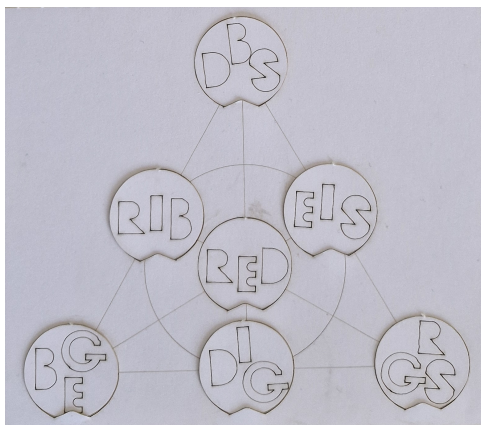


une présentation d'œuvres splendides en bambou (et leurs modèles en bandelettes de papier) par Alison Martin<sup>25</sup>, suivie de celle par Jürgen Richter-Gebert<sup>26</sup>, auteur d'une application hypnotisante (pour i-pad seulement) permettant de générer numériquement des ornements, nous rappelant au passage ce temps lointain où il fallait expliquer au public l'usage d'une souris.

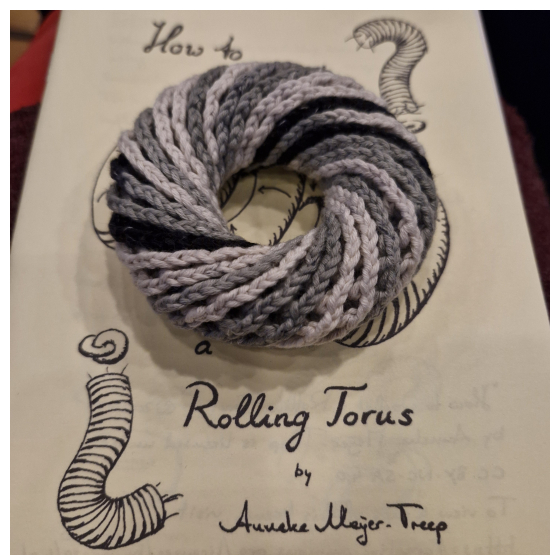


Enfin, la dernière matinée a vu l'avant-première d'un film documentaire (52mn) remarquable de Paul Dancstep<sup>27</sup> sur les « Cubes ouverts incomplets » de « Sol » LeWitt (1928-2007) et le lemme de Burnside.

Quant aux après-midis, avec leurs six sessions parallèles d'exposés et d'ateliers, il est impossible d'en faire un résumé. Je ne citerai que quelques exemples qui m'ont marquée dans ce que j'ai pu voir. Le jeu vidéo « Unknot » en préparation par Cameron Browne<sup>28</sup>. Un jeu en papier (dont chaque personne présente a reçu un exemplaire : il y a beaucoup de générosité dans cette conférence) sur les automorphismes du plan de Fano (auquel on peut aussi jouer en ligne) par Helena Verrill<sup>29</sup>.



Du lancer de rayons pour représenter les trous noirs par Steve Trettel<sup>30</sup>. Du point de croix réversible par D. Jacob Wildstrom<sup>31</sup>. Une technique inspirée de la fabrication de cordes pour crocheter des « tores qui roulent » par Anneke Meijer-Treep<sup>32</sup>. Le crochet topologique par l'experte mondiale Shiyong Dong<sup>33</sup>, pour fabriquer toutes sortes de surfaces, orientables ou non, bordées par des entrelacs. (Si le crochet ne vous tente pas et/ou si vous préférez les images numériques aux objets physiques, vous pouvez toujours utiliser SeifertView, logiciel conçu à Eindhoven par Jarke J. van Wijk il y a déjà 20 ans). Au passage, Shiyong Dong a un livre en préparation avec Eve Torrence, l'une des copilotes hyperactives de Bridges (« Unravelling Topological Crochet », à paraître avant Bridges 2026 si tout va bien). Et aussi, du crochet géométrique pour fabriquer des pavages hexagonaux du tore par Tiffany C. Inglis<sup>34</sup>. (Oui, j'aime le crochet.)



Comme à la tradition, le dernier jour (en fait l'avant-dernier, le tout dernier étant celui de l'excursion) était celui du « grand public », avec un festival d'activités manuelles<sup>35</sup>, un festival de court-métrages que l'on peut également voir en ligne<sup>36</sup>, des ateliers de danse<sup>37</sup> et une séance de lecture de poésie<sup>38</sup>.

27. <https://www.3blue1brown.com/>

28. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-45.html>

29. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-333.html>

30. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-475.html>

31. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-365.html>

32. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-231.html>

33. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-77.html>

34. <https://archive.bridgesmathart.org/2025/bridges2025-161.html>

35. <https://www.bridgesmathart.org/b2025/bridges-2025-family-day/>

36. <https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2025-bridges-short-film-festival>

37. <https://www.bridgesmathart.org/wp-content/uploads/2025/06/Dance-FD-activities.pdf>

38. <https://www.bridgesmathart.org/b2025/bridges-2025-poetry-reading/>

Bridges 2025 a remarquablement bien utilisé les compétences présentes à TU/e pour appuyer l'organisation, si l'on en croit le nombre de personnes et de départements cités dans le discours de clôture de Tom Verhoeff, qui nous a prodigué ses conseils pour une conférence Bridges réussie : s'y mettre tôt, se faire aider tôt, déléguer et faire confiance, se préparer aux éventualités, être amical avec tout le monde.

Dans les standards mathématiciens, ce fut donc une grosse conférence, même si elle reste loin derrière ce fameux congrès international de 1954. Ce fut aussi, comme la précédente à laquelle j'avais assisté, une conférence très chaleureuse, ce qui n'est pas si courant.

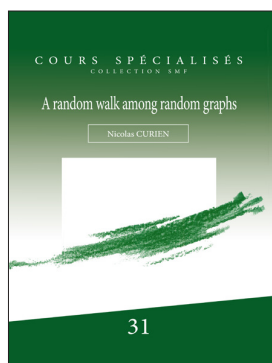
Si ce compte-rendu a attisé votre curiosité, rendez-vous à Galway en août 2026 pour la prochaine conférence Bridges<sup>39</sup>.



Sylvie BENZONI-GAVAGE

Université Claude Bernard Lyon 1, Institut Camille Jordan  
benzoni@math.univ-lyon1.fr  
<https://math.univ-lyon1.fr/perso/sylvie-benzoni-gavage/>

## Cours spécialisés - nouveauté



Vol. 31

### A random walk among random graphs

N. CURIEN

ISBN 978-2-37905-212-5

2025 - 199 pages - Hardcover. 17 x 24

Public: 59 € - Members: 41 €

Random graphs now stand at the forefront of modern probability and statistics, serving as powerful tools for modeling complex systems across disciplines. This course, tailored for Master's and PhD students, offers a rigorous and insightful introduction to the foundational models of random graph theory - among them the Bienaymé-Galton-Watson trees, the Erdos-Rényi graph, and preferential attachment models such as the Barabási-Albert graph. We present short and modern proofs of landmark results, including the emergence of a giant component in Erdos-Rényi graphs and the asymptotic behavior of distances and degree distributions in preferential attachment networks. Special emphasis is placed on the core probabilistic techniques that drive these analyses - such as the method of moments, random walk theory, and Poissonization - equipping students with versatile tools that apply far beyond the scope of this course.

Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <https://smf.emath.fr>

\*frais de port non compris



39. <https://www.bridgesmathart.org/b2026/>





# Un entretien avec Pascal MASSART

Propos recueillis par Pierre Pansu et Vincent Rivoirard, le 27 juin 2025.

### Pascal, parle-nous de ton parcours et de tes débuts comme mathématicien

Je suis issu du nord-est de la France, dernier né d'une famille ouvrière. À la différence de beaucoup de mes collègues, je ne suis pas passé par le système des grandes écoles et je dois tout à l'université en laquelle je crois profondément (on y revient). Après un passage par l'université de Reims où j'ai passé une licence et une maîtrise, je suis arrivé en 1980 à ce qui s'appelait alors l'université Paris Sud 11 (et qui est devenue depuis l'université Paris-Saclay) pour y préparer l'agrégation. J'ai connu dans les années qui ont suivi quelques amis, que j'ai gardés, comme Patrick Cattiaux, Francis Comets, Christian Léonard. En particulier, même si nous avions le même âge, Patrick m'a servi de mentor, m'expliquant que la recherche en mathématiques existait bel et bien et m'encourageant à faire ce qui s'appelait encore un DEA. Après l'obtention de l'agrégation, j'ai donc suivi le DEA de probabilités et statistique d'Orsay. Jean Bretagnolle y donnait un cours sur l'approximation forte. Le style de Bretagnolle détonnait, même pour l'époque, puisqu'il découvrait le sujet de son cours en même temps que ses étudiants. En cette année 1982, son cours s'arrêta quand il constata l'existence d'un trou dans la démonstration du résultat récent de mathématiciens hongrois qu'il était en train de décortiquer au fil des séances. J'ai particulièrement aimé la personnalité de celui que tout le monde appelait familièrement « Breta ». À l'issue de mon DEA, en 1982, Didier Dacunha-Castelle m'a suggéré de participer à l'École d'Été de Probabilités de Saint-Flour, avec pour mission de suivre le cours donné par Richard Dudley où il était question de théorèmes limites fonctionnels sur les processus empiriques (théorèmes généralisant celui de Donsker pour la fonction de répartition empirique). Le style de Dudley était connu pour être un peu abscons et son cours donnait peu de place à l'intuition mais il y avait de la matière et je me suis acquitté de ma mis-

sion avec plus de plaisir que je ne l'aurais cru. J'ai raconté en séminaire à Orsay un résumé du cours de Dudley en deux séances parfois houleuses car, péché de jeunesse, j'avais tendance à mal évaluer ce qui était digeste ou pas. Mais le sujet au fond m'a plu et inspiré. J'ai voulu reprendre les questions étudiées par Dudley mais en les traitant dans un cadre non asymptotique, c'est-à-dire en obtenant des vitesses de convergence fondées sur des inégalités exponentielles. C'était une approche novatrice pour l'époque avec une littérature pauvre sur cette thématique. Il y avait bien un résultat de Luc Devroye, mais celui-ci ne suffisait pas à retrouver les résultats asymptotiques établis par Dudley. Je me suis mis en quête d'un directeur de thèse. Patrice Assouad ne sentait pas trop le sujet, il m'a donc envoyé voir Bretagnolle. Ce dernier au départ ne semblait pas très chaud, mais mon enthousiasme l'a au bout du compte emporté et il a accepté de me revoir, devenant finalement le directeur de ma thèse de 3<sup>e</sup> cycle. Il l'a fait d'un peu loin comme c'était l'usage à l'époque mais avec une vraie complicité naissante et une réelle chaleur humaine. Dans cette thèse j'ai établi comme annoncé des inégalités exponentielles non asymptotiques pour les processus empiriques. Les classes de Vapnik ont joué un rôle essentiel pour l'obtention de ces résultats. Valiant s'en servait déjà pour de l'apprentissage. Assouad avait des résultats théoriques sur le sujet ; il aurait pu me diriger, mais ça ne s'est pas passé comme cela. Bretagnolle comme Assouad étaient férus de littérature chinoise, moi pas. Bretagnolle connaissait par ailleurs tout sur les champignons, c'était un signe... Nous aurions lui et moi de nombreuses conversations mycologiques !

### Après ta thèse, comment s'est déroulée la suite de ta carrière et à quoi t'es-tu intéressé ?

À la suite de ma thèse (et de mon service militaire) j'ai obtenu un poste d'assistant à Orsay. Une fois « posé », à la fin des années 80, j'ai commencé à tra-

vailler sur d'autres thèmes en lien avec les probabilités : des théorèmes d'approximation forte d'une part, et une conjecture de Dudley sur la distance de Prokhorov à la mesure empirique d'autre part. J'ai fourni une solution qui démontrait (à une puissance de log près) cette conjecture, que Talagrand a définitivement améliorée ultérieurement. C'est aussi dans ces années-là qu'avec Bretagnolle, nous avons comblé le fameux trou dans son cours de DEA de 1982 : la démonstration du Lemme de Tusnády. Ce lemme établit que l'écart entre une variable binomiale et une variable gaussienne convenablement couplées reste borné en probabilité. Il est au cœur de la démonstration de la célèbre approximation KMT établie par Komlós, Major et Tusnády pour la fonction de répartition empirique. Puis je me suis attaqué à la conjecture DKW. Cette inégalité, due à Dvoretzky, Kiefer et Wolfowitz, précise à quel point la fonction de répartition empirique est proche de la fonction de répartition théorique. Plus précisément, l'inégalité DKW contrôle la probabilité que la fonction de répartition empirique diffère de la fonction de répartition d'une valeur plus élevée que  $\epsilon$  uniformément sur  $\mathbb{R}$  pour toute taille  $n$  d'échantillon. Dvoretzky, Kiefer et Wolfowitz ont montré en 1956 que ce contrôle non asymptotique est proportionnel à  $\exp(-2n\epsilon^2)$  et conjecturaient que la constante de proportionnalité,  $C$ , dans l'inégalité suivante, valait 1 :

$$P(\sup_{t \in \mathbb{R}} (F_n(t) - F(t)) > \epsilon) \leq C e^{-2n\epsilon^2}, \forall \epsilon \geq \sqrt{\frac{1}{2n} \ln 2}.$$

C'est ce que j'ai démontré. Au-delà de la beauté du résultat mathématique, cette inégalité est essentielle pour des considérations pratiques. Par exemple, le résultat précédent permet de calibrer le test de Kolmogorov-Smirnov pour toute taille d'échantillon. Ce test est abondamment utilisé pour déterminer si un échantillon suit bien une loi donnée. Ce résultat méritait donc un effort. De fait, établir ce résultat m'a beaucoup coûté et je me suis senti vidé physiquement et psychologiquement pendant les quelques mois qui ont suivi. Mais c'est grâce à ce travail que j'ai obtenu un poste de professeur d'université à Orsay, la médaille de bronze du CNRS et le respect de Lucien Birgé...

Pascal, tu nous as beaucoup parlé de probabilités, mais voilà une transition toute trouvée pour nous expliquer comment tu en es venu à la statistique.

C'est Lucien Birgé qui m'a attiré vers la statistique, et plus précisément vers la sélection de modèles.

À l'époque, peu de gens en France s'intéressaient aux aspects théoriques de la statistique, mais Lucien en faisait partie. Birgé était dans mon jury de thèse de 3<sup>e</sup> cycle. Au lendemain de ma soutenance, Birgé est allé au MSRI ; il a donné ma thèse à Lucien Le Cam, qui en a parlé à David Donoho. Pourtant, ce n'était encore que des probabilités, mais Lucien voyait loin. On a commencé à travailler avec Birgé sur les estimateurs par maximum de vraisemblance sur un modèle fixé. Mais en lisant les travaux de Barron et Cover, on a compris qu'on pouvait traiter toute une famille de modèles, c'est-à-dire passer à la sélection de modèles, à condition de disposer d'inégalités de concentration. À l'époque, ce type de résultats n'existait pratiquement pas pour les suprema de processus empiriques, en tout cas pas sous une forme suffisamment précise. Il existait bien des inégalités de déviation qui permettaient de contrôler comment un tel supremum dévie de sa moyenne à constante près. Mais, pour ce que l'on voulait faire en statistique avec Lucien, il nous fallait connaître cette constante et même qu'elle soit égale à 1. J'avais vu passer un papier de Talagrand (1992) où il démontrait un ancêtre de la concentration pour les suprema de processus empiriques, avec une constante numérique alors inconnue dont on pouvait légitimement penser qu'elle devait être égale à 1 (ne serait-ce que par analogie avec le cas gaussien). Birgé et moi avons popularisé cette conjecture et montré ce qui en découlerait lors de la conférence en l'honneur de Le Cam à Yale en 1994. En revenant de Yale, j'ai trouvé un message de Talagrand qui disait en substance : « il paraît que tu as une conjecture intéressante pour moi ». Talagrand est venu discuter avec moi à Orsay. Un peu plus tard, en 1996, Talagrand, dans un papier publié à *Inventiones*, démontrait notre conjecture : la déviation par rapport à 1 et donc l'inégalité de concentration.

#### Pourquoi ce résultat était-il si important ?

Ce résultat de Talagrand serait au fondement de toute la théorie de la sélection de modèles que nous avons développée par la suite (pour ne parler que de ce que nous en avons fait). Quand on dispose de plusieurs modèles, chacun dépendant de plusieurs paramètres, le bon modèle ne doit pas comporter trop de paramètres, i.e. être d'une trop grande dimension. Ces questions de choix de modèle, en s'appuyant par exemple sur un critère de type log-vraisemblance pénalisé, remontent au début des années 70 avec les travaux précurseurs de Mallows et d'Akaike. Il se trouve que dans bon nombre



de problèmes, tels que la sélection de variables, il est souhaitable de laisser croître la taille des modèles (ou encore le nombre de modèles d'une dimension donnée) avec le nombre d'observations. Il a donc fallu bâtir une théorie non asymptotique de la sélection de modèles pour prendre en compte ce type de situations. L'enjeu central aussi bien sur le plan théorique que pratique était de comprendre comment pénaliser un critère de façon à garantir une performance de sélection optimale. L'idée était non seulement de donner la structure des pénalités qu'il convenait d'utiliser mais également la valeur des constantes qui intervenaient comme facteur de ces pénalités. Ces constantes dépendaient la plupart du temps de la loi inconnue des observations. Les inégalités de concentration « à la Talagrand » ont permis de promouvoir une méthode de calibration de ces constantes de pénalité à partir des données. Un phénomène de transition de phase permet de choisir un modèle optimal, que l'on peut décrire sommairement de la manière suivante. Lorsque la constante de pénalité est faible, le modèle sélectionné par la minimisation du critère pénalisé est de dimension quasi maximale, de l'ordre du nombre d'observations. Le modèle obtenu est sur-paramétré et conduit aux phénomènes d'overfitting. En augmentant progressivement cette constante, on constate empiriquement que, pour une valeur critique appelée « pénalité minimale », la dimension du modèle chute brutalement. On démontre qu'en choisissant comme pénalité le double de la pénalité minimale, on obtient des bornes théoriques non asymptotiques optimales. Cela donne une méthodologie générale, que j'ai appelée « heuristique de pente », pour choisir une pénalité qui s'applique dans un très grand nombre de problèmes statistiques. Il s'avère qu'elle fonctionne très bien en pratique. Beaucoup de gens se sont appuyés sur cette approche, notamment les membres de l'équipe INRIA SELECT que j'ai fondée avec Gilles Celeux et dirigée pendant plusieurs années. Le prix Abel obtenu par Talagrand en 2024 a mis un coup de projecteur sur ces questions de concentration et plus généralement de probabilité en grande dimension qui étaient plus en vogue aux États-Unis qu'en France où on a plutôt valorisé l'étude de modèles issus de la physique et les liens avec d'autres branches des mathématiques, « à la Werner ». Talagrand n'a pas souhaité avoir d'élèves, pensant sans doute qu'il aurait été un mentor trop exigeant. Il a des idées qui viennent de nulle part ! Sa ligne de pensée est très personnelle, difficile à partager, même si elle est ô combien inspirante et conduit à des résultats remarquables.

### Et toi, l'as-tu partagée, ta façon de penser ?

Oui ! En chemin, d'abord avec tous mes doctorants qui ont été aussi bien témoins qu'acteurs de l'élaboration de cette interface entre concentration et sélection de modèle. Puis avec Stéphane Boucheron et Gábor Lugosi nous avons creusé dans une direction un peu différente afin de digérer et raffiner les résultats de Talagrand et ceux de l'école de Michel Ledoux, en utilisant les outils de la théorie de l'information. Au passage, nous avons obtenu des résultats sur le phénomène de Wilks dans une version non asymptotique qui ne découlaient pas directement des travaux initiaux de Talagrand. Je suis alors redevenu probabiliste ! Nommé à l'iuF en 2010, j'ai eu du temps pour m'atteler, avec Stéphane et Gábor, à la rédaction d'un livre qui regroupe toutes ces idées sur les inégalités de concentration. Si j'écrivais au fil de la plume pour un public d'étudiants de maths, l'apport de Stéphane et Gábor a été déterminant pour rendre le livre accessible au-delà de la communauté mathématique, aux informaticiens notamment.

### Parle-nous à présent de tes thésards.

La majorité de mes thésards ont fait de la statistique. Au total, j'ai encadré une cinquantaine de thèses et, je tiens à le souligner, à parité de genre. Dans les années 1990-2000, la statistique avait l'image d'un domaine mathématique encore jeune, accueillant et ouvert avec des applications multiples dont celles qui touchent aux sciences du vivant. Il y avait donc ce sentiment qu'on pouvait aborder cette discipline sous des angles très variés et ce pour des profils d'étudiants et donc aussi d'étudiantes très divers, avec pour ces dernières un effet boule de neige vertueux : plus les jeunes femmes étaient nombreuses et plus elles se sentaient à leur place. L'encadrement de thèses, c'est la tâche qui m'a donné le plus de satisfaction, combinant tout ce que j'aime : l'exploration et la transmission. Yoccoz et moi avons choisi « d'habiter » au milieu des bureaux de doctorants, au bâtiment 430 à Orsay, et nous profitions des salles cafés pour faire des petits cours aux doctorants intéressés. C'était une époque bouillonnante et joyeuse dont l'évocation me fournit l'occasion de souligner le plaisir que j'ai eu de côtoyer Jean-Christophe Yoccoz aussi bien comme collègue que comme coéquipier au sein de l'équipe de football du département de mathématiques ! Je me souviens aussi des apparitions inopinées d'Adrien Douady qui n'engendraient pas la mélancolie. Mathématicien atypique aux allures de Père Noël, Adrien n'hésitait pas lui non plus à se mêler aux discussions en cours. Mes propres thésards,

je les voyais très fréquemment, mais de façon improvisée : ils pouvaient débarquer dans mon bureau à tout moment. Ils collaboraient beaucoup entre eux. Ma porte était ouverte aussi à d'autres doctorants. Par exemple, Olivier Bousquet, qui faisait une thèse à l'INRIA avec Michèle Sebag et a fait carrière au sein de Google, est venu me voir, ce qui a orienté une partie de sa thèse. Ma génération a eu la chance d'être celle qui a attiré des jeunes brillants vers la statistique. J'ai co-encadré de nombreuses thèses en entreprise, et fait aussi des co-encadrements avec des gens en poste à l'INRAE. Je me suis appuyé sur des amis : Jean-Michel Poggi et Sylvie Huet. J'avais envie de travailler avec des gens différents, de voir si la théorie marchait avec des données réelles. Une sorte d'expérience de laboratoire, qui viendrait confirmer ou infirmer la valeur de la théorie. En outre, j'ai toujours aimé accompagner les jeunes, y compris pour les mener vers des carrières extra-académiques. J'ai commencé par des co-encadrements de thèses, puis des rencontres fortuites à l'IFPEN, chez EDF, et plus récemment dans des start-ups comme Metafora. Une seule ombre au tableau, le manque de pérennité : les outils qu'on développe sont parfois trop sophistiqués pour les industriels, ils ont donc tendance à les oublier rapidement. Malgré tout j'ai le sentiment que c'est moins le cas aujourd'hui, dans un contexte où la culture dans le domaine de l'aléatoire et de la statistique s'est considérablement développée au sein des entreprises avec l'avènement de l'IA.

**Tu as évoqué la transmission. Est-ce que tu inclus l'enseignement dans cette mission ?**

Bien sûr ! Tout commence là, c'est mon cœur de métier et mon métier de cœur. J'y prends du plaisir, en particulier parce qu'il me permet de nouer des liens solides avec des jeunes que je revois de loin en loin. Mon style s'apparente à celui de Breton : j'aime garder un côté exploratoire, laisser une place à l'improvisation, au risque de faire des erreurs, de patauger devant les étudiants. Je crois aux vertus de la formation universitaire quand elle conjugue exigence avec diversité. Le système des grandes écoles possède de nombreuses qualités, bien entendu, mais au fil du temps il a encouragé l'auto-reproduction des élites. Il faut donner des moyens aux universités, pour qu'elles développent des formations comme les double-licences, avec de l'exigence et des débouchés bien identifiés mais menées dans un cadre qui favorise la réussite de profils très divers.

**Pascal, tu sembles avoir des idées sur la façon d'organiser l'enseignement supérieur. As-tu cherché à passer à la pratique, comme pour ta recherche ?**

Mon investissement dans la vie collective de l'enseignement supérieur a débuté dès 1992, quand j'ai été président de commission de spécialistes sous la houlette de Yoccoz. Plus tard, j'ai dirigé le laboratoire d'Orsay. L'année 2013 a été un tournant pour moi. J'étais au milieu de mon mandat à l'IUF, le livre avec Gábor Lugosi et Stéphane Boucheron était paru et l'université Paris-Saclay cherchait des bras pour l'aider à se construire. Je me suis demandé ce que j'avais envie de faire. J'aurais pu continuer à faire de la recherche de façon intensive. J'en avais toujours l'envie mais j'ai choisi d'infléchir ma trajectoire car j'ai ressenti un besoin plus fort encore, celui de rendre à l'université ce qu'elle m'avait accordé. Elle m'avait donné ma chance, sans me juger ni me tester. À Orsay, de jeunes collègues très forts venaient d'être recrutés et la relève me semblait assurée. À Paris-Saclay, il y avait une opportunité de moderniser l'université, de mettre la formation au même niveau de renommée que celui de la recherche en construisant un master à l'échelle de 22 établissements et organismes avec une chance unique de tirer le meilleur de ce que peuvent offrir les grandes écoles et l'université. C'est ce défi que j'ai voulu relever avec pour objectif de voir des étudiants d'origines diverses se rencontrer dans des cours de maths (voir ce que j'ai dit plus haut sur l'auto-reproduction des élites), sans exclure la sélection mais en donnant une chance au plus grand nombre, avec en prime une ouverture accrue à l'international. Que chaque diplômé de licence trouve master à son pied au sein d'un melting pot où il côtoierait élèves des grandes écoles et étudiants internationaux, c'était ça le défi. Il fallait dialoguer avec toutes sortes de gens : effectuer la tournée des établissements pour écouter ce que chacun désirait jusqu'à être capable de proposer des pistes. Nous avons finalement réussi à fédérer l'existant, et à ouvrir de nouvelles filières (dans le domaine de l'optimisation ou des mathématiques pour les sciences du vivant par exemple). Trouver un esperanto permettant le dialogue au sein de cette tour de Babel que constituait la communauté mathématique de Paris-Saclay en passe de se structurer n'a pas été chose aisée. Il faut reconnaître qu'en mathématiques, plus que dans d'autres disciplines, réaliser l'objectif fixé par la puissance publique d'augmenter la visibilité et l'attractivité de la communauté scientifique de Paris-Saclay tout en la structurant a été grandement facilité par la création en 2011

de la Fondation Mathématique Jacques Hadamard (FMJH). C'est d'ailleurs au sein de cette entité que j'ai naturellement poursuivi mon engagement au service de ce même objectif. À la tête de la FMJH depuis 2019, j'ai eu à cœur de lancer des programmes axés sur la diversité. Si FMJH-Care et Mathématique au Féminin sont destinés à promouvoir la diversité des profils doctorants en mathématiques, le programme MathTech valorise quant à lui la diversité des débouchés non académiques du doctorat.

Pour finir, laissez-moi vous conter une anecdote récente. J'ai été invité à déjeuner au Sénat, en tant que membre du board de STEM for all (Olympiades féminines de maths, avec des prix en numéraires). Étaient conviés de nombreux représentants du monde socio-économique sensibles au faible

nombre de femmes dans les carrières scientifiques. J'ai entendu parler de beaucoup de choses très intéressantes mais à aucun moment il n'a été question du rôle de l'université! Or je diffuse l'idée qu'il convient de parier sur l'université. C'est dans les licences - et en particulier celles qui sont sélectives, qu'on trouve et qu'on trouvera de plus en plus un vivier prometteur de jeunes femmes avec un flux suffisant. Compter encore et toujours sur les seules classes préparatoires aux grandes écoles n'a pas suffi jusqu'ici à constituer ce vivier et ne suffira pas plus dans l'avenir. C'est d'ailleurs un cheminement de pensée partagé par les grandes écoles elles-mêmes qui puisent de plus en plus dans les filières de licence universitaires et construisent leurs propres Bachelor pour diversifier les profils de leurs élèves.



Pascal MASSART, né en 1958 dans les Ardennes, est professeur de mathématiques à l'université Paris-Saclay (Orsay) depuis 1990. Reçu à l'agrégation de mathématiques en 1981, il a soutenu en 1987 un doctorat d'État consacré à la statistique mathématique. Ses recherches portent principalement sur la théorie des probabilités et la statistique, domaines dans lesquels il a exercé une influence majeure.

Il dirige depuis 2019 la Fondation Mathématique Jacques Hadamard, au sein de laquelle il œuvre au développement et à la structuration de la recherche mathématique en Île-de-France.

Ses travaux ont été reconnus par de nombreuses distinctions : médaille de bronze du CNRS (1988), copss Presidents' Award (1998), conférencier invité au Congrès européen de mathématiques (2004), prix Pierre-Simon de Laplace (2007), nomination comme membre senior de l'Institut Universitaire de France (2010), et plus récemment les Palmes académiques (2022).

## Un entretien avec Yvette KOSMANN-SCHWARZBACH

Propos recueillis par Jean-Pierre Bourguignon.

### Où as-tu grandi ?

Je suis née à Carcassonne dans l'Aude. Mes parents, qui habitaient Paris, s'y étaient réfugiés au début de la guerre en 1939. Plus précisément, ma mère et ma sœur aînée avec mes grands-parents maternels s'y sont réfugiés, rejoints par mon père quand il a été démobilisé après la déroute et l'armistice de juin 1940. La famille Kosmann-Sichel était parisienne, originaire d'Alsace, tandis que la famille Silverberg-Bernheim de ma mère habitait Bruxelles, ma mère devenant française par le mariage. Les deux familles étaient juives mais si mon père avait gardé quelques pratiques de son enfance bourgeoise à Paris, la famille de ma mère avait oublié toutes les traditions ou presque.

Les années de guerre ont été difficiles pour eux mais ma mère disait, paraît-il, qu'avoir un bébé – je suis née en 1941 – était un avantage car on avait quelques rations de farine ou de sucre de plus que le reste de la population ! Au moment le plus dangereux pour les juifs, toute la famille a été cachée, mon père dans la montagne, ma mère dans une ferme où elle faisait de grosses lessives, ma sœur dans la famille d'une camarade d'école, puis dans la famille Roubaud dont nous apprîmes plus tard qu'ils furent résistants, où elle jouait avec le futur poète-mathématicien Jacques Roubaud, et moi dans la famille Faure. Je disais, paraît-il, « J'ai deux Mamans », ce qu'on me sermonnait de ne pas dire ! À la Libération, nous sommes revenus à Paris. Mes premiers souvenirs sont de ce long trajet en train où j'ai souffert du mal du voyage.

Dès 1946, j'ai été inscrite à l'école maternelle du Parc des Princes, puis à l'école primaire du même nom, où j'ai eu d'excellents instituteurs et institutrices.

### Quand as-tu commencé à t'intéresser aux mathématiques ?

Au Lycée La Fontaine, qui était à l'époque un lycée de filles, j'ai eu de très bons professeurs de mathématiques, des femmes comme tout le personnel enseignant. Je me souviens de Mme Nicolas en 5<sup>e</sup> et de Mlle Félix en 4<sup>e</sup>. Mais ce n'était qu'une ma-

tière parmi d'autres qui toutes m'intéressaient, à l'exception des cours de musique.

### Y a-t-il un enseignant ou une enseignante de mathématiques dont tu as un souvenir particulier ?

Oui, sans aucun doute, Mlle Félix, qui a été à nouveau mon professeur de mathématiques en Terminale et qui a convoqué mon père et lui a dit : « Il faut qu'elle suive une classe préparatoire ». Sa classe de mathématicien était assez exceptionnelle : il y eut cette année-là trois prix d'excellence, Geneviève Nihoul, Michelle Simkin et moi. Plus tard, chacune obtint un doctorat d'État, en physique, en chimie et en mathématiques, respectivement. Je suis restée en relation avec Lucienne Félix jusqu'à son décès en 1994.

### Comment as-tu vécu les classes préparatoires ?

Je me suis retrouvée élève au Lycée Janson de Sailly, l'une des 6 filles parmi les 60 garçons de la Math. Sup. de Monsieur Caire. Il y avait un excellent jeune professeur de physique, Suardet, qui a eu ensuite un poste à l'université. Évidemment, ce fut plutôt difficile mais nous avons survécu ! L'année suivante, avec 3 autres filles parmi 40 garçons, fut avec un superbe professeur de mathématiques, Edmond Ramis, très sévère mais excellent mathématicien, un professeur de physique, Joyal, déjà vieux, des cours de dessin graphique et de dessin tout court car ces matières figuraient au concours de Polytechnique. Arriva l'époque des concours, il n'y avait guère que l'École normale supérieure de jeunes filles ouverte aux filles. Je m'y présentai. Le concours eut lieu rue de l'Abbé de l'Épée. Je me rappelle l'épreuve de physique, très difficile, mais, après un premier temps de désespoir, j'ai décidé « c'est une épreuve de mon niveau, il doit y avoir un moyen de résoudre ce problème » et je l'ai fait. L'oral s'était plutôt bien passé. J'eus l'agréable surprise d'être reçue dans un très bon rang, ignorant tout de l'enseignement à l'École, de l'organisation, du contenu des cours, du fait même que toutes les élèves étaient internes dans les locaux du 48 boulevard Jourdan que je découvrais.



### Comment s'est passé pour toi ton passage par l'École normale supérieure de Sèvres ? Quelle était l'ambiance entre élèves ?

Nous y fûmes reçues très aimablement par Mlle Chenot qui avait le rôle, je crois, de surveillante générale.

La scolarité fut sans problème. Nous avions surtout des cours à la Sorbonne et dans les locaux tout récents du Quai Saint-Bernard, cours qui étaient donc communs à tous les étudiants de la Faculté des Sciences. C'est là qu'enseignait Jacques Dixmier pour le certificat Math I, avec une clarté superbe qui n'était guère appréciée de l'auditoire car je me rappelle qu'il a dû, un jour, interrompre son cours – je crois que c'était sur les déterminants –, excédé par le chahut. Math II était enseigné par Madame Jacqueline Lelong-Ferrand. J'ai su plus tard que c'était la première année qu'elle enseignait ce cours de licence, et surtout que c'était la première fois qu'un tel enseignement était confié à une femme. Ses cours avaient lieu dans l'amphi Hermite à l'Institut Henri Poincaré, lieu traditionnel des cours de licence et suivants. C'est là aussi que se tenait, en deuxième année, le cours de Mécanique Céleste de Madame Yvonne Choquet-Bruhat que je choisis. Il me semblait tout naturel, en 1960 et 1961, que des femmes fussent titulaires de chaires !

En deuxième année nous avons eu, à l'École, un cours de Pierre Samuel, qui nous a ouvert les yeux sur la mathématique et la recherche. Ce fut une découverte, une préparation à l'étude d'un domaine divers et vivant.

J'ai aussi suivi les certificats de la licence de physique : électricité, optique, thermodynamique. « Suivi » n'est pas le mot juste : j'ai assisté au premier cours de Raimond Castaing, d'Alfred Kastler et du professeur dont le nom m'échappe qui enseignait la thermo, étudié les polycopiés, fait les travaux pratiques dans les laboratoires vétustes de la Sorbonne, puis passé les examens. L'enseignement de ces disciplines ne s'était pas encore modernisé. En parallèle, nous avions des travaux pratiques de physique dans les laboratoires de la rue Lhomond, qui étaient ceux qui dépendaient de l'École normale de la rue d'Ulm. Là, c'était une tout autre affaire : il fallait de l'initiative et ni mon binôme, Laure Gérardin, ni moi n'y entendions rien !

La troisième année a été studieuse, avec l'agrégation en fin d'année. Mais nous avons eu le privilège d'un séjour à la montagne, à Pelvoux dans les Alpes, qui a précédé le concours, pour nous ressourcer, dont je garde un excellent souvenir.

Durant les premières années de ma scolarité à Sèvres, de petits groupes s'étaient formés par affinités, d'un côté les « Talas », celles qui « vont à la messe », et de l'autre, les libre-penseuses et diverses. Nous formions un petit groupe, dont les liens ont subsisté assez longtemps, puis ont disparu avec le temps. J'ai le souvenir de repas animés dans la grande salle du « pot », de discussions et de far niente sur les pelouses du grand jardin ou dans la chambre de l'une d'entre nous. Les sorties nocturnes n'étaient pas autorisées mais certaines camarades prenaient la discipline avec une certaine liberté et réintégraient l'École de nuit, en escaladant discrètement la grille.

### Quand as-tu décidé de devenir mathématicienne ? Y a-t-il une personne particulière qui a joué un rôle décisif dans cette décision ? As-tu rencontré des obstacles pour poursuivre et finalement atteindre cet objectif ?

En fait, je n'ai jamais « décidé » de devenir une mathématicienne. J'étais une « douteuse », c'est-à-dire, j'hésitais entre mathématiques et physique. Je suis allée voir André Lichnerowicz alors que j'étais encore élève à l'École car ses domaines de recherche me semblaient correspondre à ce qui m'intéressait. Une quatrième année à l'École normale était accordée à un petit nombre d'entre nous. Je l'ai obtenue, suivie de cinq années au CNRS, ce qui était alors habituel à ce niveau, avant la thèse. J'ai publié mes premières Notes aux Comptes rendus en 1966 et 1967. Elles furent, évidemment, présentées par André Lichnerowicz.

### Est-ce qu'enseigner était une profession que tu avais envisagée quand tu étais adolescente ?

Quand j'étais au lycée, je n'avais vraiment pas une vue très claire de ma future profession. Mais enseigner était une voie normale après des études à Sèvres. D'autre part, après ma scolarité, il devenait clair que je ferais aussi de la recherche.

### Comment as-tu rencontré André Lichnerowicz, qui est devenu ton patron de thèse ?

Comme dit ci-dessus, je suis allée le voir quand j'étais encore élève à l'École normale, en quatrième année. Il m'a conseillé de lire Bogolioubov et Chirkov, un gros livre de théorie des champs récemment traduit du russe. À vrai dire, j'ai trouvé la lecture de ce livre très « indigeste ». Je l'ai avoué lors de ma visite suivante. C'est alors qu'il m'a orientée vers la question des spineurs.



Je ne me rappelle pas si ces visites furent dans son petit bureau du Collège de France, situé sous les combles, ou dans l'élégant bureau de son domicile, avenue Paul Appell, encombré de documents. Lorsqu'il a été élu à l'Académie des Sciences, en 1963, ses élèves lui ont offert l'épée d'académicien. Deux ans plus tard, nous avons organisé une fête pour son cinquantième anniversaire. Je crois me rappeler qu'elle eut lieu au Collège et je me rappelle avec certitude que nous lui avons offert le précieux cadeau qu'il souhaitait, une pipe.

Pendant de nombreuses années, j'ai suivi le cours et le séminaire au Collège de France de celui que ses élèves et ses amis appelaient « Lichné ». J'ajoute qu'en 2008, le prix André Lichnerowicz a été créé par les animateurs des colloques sur la géométrie de Poisson, pour perpétuer sa mémoire. Le matin même de la remise du prix, mon mari et moi avec Tudor Ratiu avons écrit les quelques lignes qui servent encore à le décrire : « le prix est établi à la mémoire d'André Lichnerowicz (1915-1998) dont les travaux fondamentaux furent essentiels dans la création de la géométrie de Poisson comme branche des mathématiques... »

**Avais-tu un intérêt particulier pour la physique mathématique ? D'autres sujets auraient-ils pu accrocher ton intérêt ?**

À partir de mes années d'études, plus précisément, en deuxième année de Sèvres, il m'a toujours semblé que la physique mathématique était un sujet fondamental que je devais étudier, sans négliger l'immense domaine des mathématiques dites pures. En fait, bien sûr, je n'ai touché qu'une infime fraction de l'un et de l'autre domaines. Je crois qu'une grande partie de mon travail a consisté à unifier des travaux de mes prédécesseurs.

**Au moment où tu t'y es intéressée dans le cadre de la préparation de ta thèse d'état, le sujet des spineurs n'était-il pas encore assez exotique malgré le rôle possible de l'opérateur de Dirac dans la preuve du théorème de l'indice d'Atiyah-Singer ?**

C'était, en effet, l'époque où les spineurs étaient étudiés par Michael Atiyah, Isadore Singer et d'autres chercheurs. Mais Lichnerowicz ne m'a pas orientée vers la topologie et le théorème de l'indice, qui avait été publié en 1963. Et je n'ai pas eu la curiosité ou l'initiative de m'y plonger. Cependant le sujet qu'il me proposait était riche et m'a conduite à des résultats, certes modestes mais qui, à ma grande surprise, sont à nouveau cités aujourd'hui,

de plus en plus, par les physiciens et souvent dans des contextes incompréhensibles pour moi. Et après ma thèse, je me suis orientée vers l'étude des propriétés de covariance des opérateurs différentiels.

**Quelle était ta façon de faire de la recherche, plutôt solitaire ou plutôt dans le cadre d'un séminaire régulier ?**

Au début, il y avait un petit groupe de recherche en physique mathématique qui se réunissait au sous-sol de l'ИР, amical et tout-à-fait informel, avec Richard Kerner, Hélène Kerbrat-Lunc et quelques autres. Mais l'essentiel de mon travail était solitaire et l'est resté. Plus tard, je suivais divers séminaires, dont celui de Paulette Libermann, depuis son arrivée à Paris en 1966, et beaucoup plus tard, nous sommes devenues amies. Plus tard encore, Pierre Cartier a dirigé le séminaire. J'avais fait sa connaissance lors d'un voyage en train vers Lille. C'était en 1986. Nous avons parlé de choses et d'autres, puis la conversation a porté sur un article de Drinfeld. C'est alors qu'il m'a raconté que c'était lui qui avait fait l'exposé de Vladimir Drinfeld, après une intense préparation de quelques heures, au Congrès international qui venait de se tenir à Berkeley, l'auteur n'ayant pas été autorisé à se rendre aux États-Unis. Il m'a ensuite envoyé le texte anglais de la présentation de Drinfeld et nous sommes toujours restés en relation. J'ai beaucoup bénéficié de son immense savoir.

**Tu as été professeure à Lille pendant une vingtaine d'années. Quelle était l'ambiance du département ? Quelles relations avais-tu avec tes collègues du département et aussi d'autres facultés ?**

J'ai eu un poste à Lille de 1969 à 1993. J'avais de bonnes relations avec les autres membres du département. Mais il faut dire que j'ai toujours habité Paris, tout en essayant de respecter mes obligations de service, qui au début n'étaient que de trois heures de cours par semaine. Ce fut, en 1976, l'époque de mon mariage et j'ai obtenu une autorisation d'absence 'pour suivre mon mari' à New York, où j'ai enseigné, d'abord dans une école, le New Jersey Institute of Technology, où j'ai réussi à instituer un séminaire, puis à Brooklyn College où le niveau était bien meilleur. Pendant ce temps, j'organisais aussi un modeste séminaire au Graduate Center à Manhattan. Pendant notre séjour aux États-Unis sont nés nos deux enfants, notre fille Yseult en 1977 et notre fils Joseph en 1980. À mon retour, après six ans d'absence, j'ai été chaleureusement accueillie

par mes collègues. Ils m'ont dit : « Tu vas refaire un séminaire ».

À Lille, avec les autres départements, j'avais des rapports épisodiques, surtout avec les physiciens et principalement au sujet de l'enseignement.

**Ensuite tu as continué ta carrière à l'École polytechnique. L'enseignement y avait une forme différente et le département un nombre beaucoup plus restreint de permanents. Cela t'a-t-il posé des problèmes ?**

J'ai été très heureuse d'obtenir ce poste à l'École polytechnique à partir de 1993, pour lequel ton appui, Jean-Pierre, fut décisif. C'était une étape, un changement important dans mon parcours. Les débuts ont été ardues, avec une nécessaire mise à niveau pour enseigner les 'petites classes' de première année. Les années suivantes, où j'ai été chargée de l'enseignement d'une option, dans laquelle je présentais la théorie des groupes et algèbres de Lie et quelques-unes de ses applications, et, aussi, de la mise au point de problèmes destinés au concours, ont été bien meilleures. Les collègues étaient tous brillants et agréables, les élèves intéressés et intéressants. C'était un plaisir de travailler dans ce milieu. Ce temps prit fin avec ma mise à la retraite pour limite d'âge en avril 2006. J'ai dû quitter mon grand bureau ensoleillé mais les contacts n'ont pas cessé pour autant.

Pendant cette période, j'ai dû faire face à la maladie puis au décès de notre fille. En 1997, Yseult fut atteinte d'une rare maladie auto-immune. Elle bénéficia in extremis d'une transplantation cardiaque à l'hôpital Foch de Suresnes et, grâce à tous les traitements qu'elle subit et à son esprit remarquable, elle reprit le cours de sa vie, ses études, un travail de rédactrice technique, des voyages, dont son dernier, en Australie, au cours duquel la maladie reprit le dessus. Elle décéda en septembre 2001 de complications d'un lymphome, nous laissant inconsolables de son absence. « Nous » incluait son frère Joseph, qui était entré à l'École des Mines en 1999, et qui se trouvait à San Francisco le jour de sa mort. Il fut terriblement frappé par la disparition de sa sœur.

**Ton fils a-t-il poursuivi une carrière scientifique ?**

Joseph est devenu ingénieur, puis il a suivi un master de mathématiques appliquées. Ce n'était pas la carrière scientifique que nous lui souhaitions mais c'est un domaine passionnant et dynamique. C'est en 2007 qu'il s'installe en Israël, dans un pays en

guerre mais où la vie intellectuelle, commerciale et quotidienne est florissante. Il a notamment travaillé à la conception, puis à la réalisation de centrales thermosolaires, aux États-Unis et dans le Néguev. Pour notre grande joie, il s'est marié avec Aurélie Goldberg et sont nés nos petits-enfants, une fille en 2014 et, deux ans plus tard, un garçon.

**Avais-tu des contacts avec l'étranger ?**

J'ai beaucoup voyagé, sur quatre continents, en commençant par un séjour à Madagascar en 1972 pour faire un cours à l'Université de Tananarive et du tourisme magnifique. J'ai fait de multiples séjours en Israël et c'est là, dans l'été 1972, que je rencontrai un certain Bertram Schwarzbach, qui deviendrait mon mari quatre ans plus tard. L'année suivante, j'étais en détachement à l'Université de Tel Aviv, année pendant laquelle la guerre israélo-arabe a éclaté et où mes cours mult copiés en hébreu étaient envoyés aux soldats stationnés sur le canal de Suez. J'ai effectué de nombreux séjours aux États-Unis, en particulier à Berkeley pour travailler avec Alan Weinstein et à Philadelphie où je rencontrais Murray Gerstenhaber, qui fut un collègue et ami très respecté et très cher, et Jim Stasheff. Je mentionnerai aussi Sheffield en Angleterre où travaillait le regretté Kirill Mackenzie. J'ai eu l'occasion de voir bien d'autres pays encore, notamment l'Inde.

**Tu t'es aussi intéressée de près à l'histoire des mathématiques. Qu'est-ce qui t'y a amenée ?**

Je pense que c'est un phénomène très naturel qui amène les chercheurs mathématiciens qui avancent en âge à étudier l'histoire des mathématiques ! C'est ce qui m'est arrivé. J'avais déjà publié un article sur les principes variationnels d'Emmy Noether en 1987 car je voyais les nombreuses applications du « théorème de Noether », c'est-à-dire de son premier théorème, qui relie l'invariance des équations de Lagrange à l'existence de quantités conservées, et inversement. Je m'intéressais au sujet, sans toutefois connaître l'existence du deuxième théorème, qui affirme qu'une invariance sous l'action d'un groupe de dimension infinie implique des identités, et inversement. Mon article est resté sans influence mais il m'a menée au livre sur les théorèmes de Noether que j'ai écrit et dont la traduction en anglais a finalement été publiée en 2011. Si je suis retournée au sujet, c'est parce que j'ai proposé à un polytechnicien, Laurent Meersseman, vers 1995, de traduire l'article de Noether en

français, et de préparer un commentaire de cet article dans le cadre de son diplôme. C'est ce qui nous a menés à la publication de la première version du livre, publié d'abord par les Éditions de l'École polytechnique en 2004 et réédité plusieurs fois. Quant à l'édition anglaise, elle résulte d'une vraie collaboration avec Bertram, mon mari, non mathématicien, de langue maternelle anglaise, spécialiste du 18<sup>e</sup> siècle et de Voltaire en particulier, grand connaisseur de littérature et de sujets hébraïques. Je lui en suis profondément reconnaissante. Ce texte a eu une grande diffusion et reste fréquemment cité aujourd'hui. En fait, il est cité de plus en plus fréquemment par les physiciens.

J'ai aussi publié d'autres travaux qui touchent de près ou de loin à l'histoire des sciences. En particulier, comme tu le sais, j'ai publié en 2022, en ton honneur, un article, écrit en anglais, qui comporte quelques éléments de la vie de Siméon-Denis Poisson suivis d'une analyse historique de sept de ses articles fameux. Plus récemment, ce texte a été traduit en français par Jean-René Chazottes pour publication dans la *Gazette de la Société Mathématique de France* n°181 (juillet 2024) et j'ai contribué à cette traduction. Cet article avait été précédé de l'édition en 2013 d'un livre sur Poisson, en partie traduit de l'anglais, en partie composé d'articles originaux dont j'avais écrit plusieurs. Ce livre en français fut publié aux Éditions de l'École polytechnique mais n'eut pas une grande diffusion. À partir de 2008 environ bon nombre de mes articles ont un aspect 'histoire des sciences'.

Récemment tu as beaucoup contribué à l'exposition sur Emmy Noether. As-tu découvert dans ce personnage exceptionnel des facettes que tu n'avais

pas imaginées ? Les temps ont-ils changé pour les femmes mathématiciennes et plus généralement scientifiques ?

Ta question contient deux interrogations. D'abord, mon travail sur Emmy Noether. En réalité, quand j'ai écrit les différentes versions du livre, je ne dominais pas du tout l'œuvre de Noether. Je savais que son article sur le Calcul des variations était, en quelque sorte, un travail de circonstance, dû à sa collaboration avec Félix Klein et David Hilbert qui, eux-mêmes, essayaient de comprendre la relativité générale d'Albert Einstein. Cet article était donc un point singulier dans l'œuvre de Noether. Alors il fallait s'intéresser à toute son œuvre d'algébriste. C'était au-delà de mes forces et de mes capacités ! Cependant j'ai acquis un peu de culture sur le sujet et j'ai découvert l'étendue de son travail sur les structures algébriques. Lorsque, en 2022, j'ai été invitée à parler de Noether pour un public de non spécialistes, j'ai un peu élargi mon propos. Bien sûr j'avais eu maintes occasions d'étudier sa vie et son œuvre en général et j'avais acquis une certaine familiarité avec la mathématicienne.

Et d'autre part, tu m'interroges sur l'évolution du rôle des femmes dans la recherche scientifique. A-t-il changé ? La réponse à la question est évidemment positive. En fait, il me semble que cette évolution est relativement récente, le nombre de femmes actives en recherche ne cesse d'augmenter et elles sont de plus en plus qui occupent des postes de direction. Mais en mathématiques, elles restent très minoritaires, du moins dans les postes de haut niveau. L'évolution se poursuivra-t-elle et la parité sera-t-elle atteinte ? La question reste posée mais il est permis de rêver.



Ancienne élève de l'École normale supérieure de jeunes filles (promotion 1960), Yvette KOSMANN-SCHWARZBACH est titulaire de deux licences de l'Université de Paris, en mathématiques et en physique. Elle a été reçue à l'agrégation de mathématiques en 1963 et en 1970, sous la direction d'André Lichnerowicz, elle a soutenu une thèse d'état ès sciences mathématiques à l'Université de Paris intitulée « Dérivées de Lie des spineurs ». Après un passage au CNRS, elle a enseigné à l'Université de Paris, à l'Université de Lille, puis à l'École polytechnique. Lors de séjours prolongés à l'étranger, elle a aussi enseigné à l'Université de Tel Aviv, au New York Institute of Technology et au Brooklyn College. Elle est l'auteure de quatre-vingt-dix publications et l'éditrice de sept livres. Elle est chevalier dans l'Ordre des palmes académiques et a reçu la médaille Wigner en 2023.



## Huitièmes Journées Parité en mathématiques

• M. THEILLIÈRE

Les Journées Parité de la communauté mathématique ont été lancées par l'Association *Femmes et Mathématiques* en 2011. Cette huitième édition a été accueillie par l'Institut de Recherche Mathématique de Rennes<sup>1</sup> les 23 et 24 juin 2025, et co-organisée par le Centre Henri Lebesgue<sup>2</sup>.

Le but de ces Journées est de créer un lieu d'échange et de réflexion autour de sujets touchant à la parité et à la diversité. Cette année, dans le contexte des résultats de l'enquête TIMSS publiée en décembre 2024, puis du plan Filles et maths<sup>3</sup> lancé en mai 2025, nous avons choisi le thème des Actions en Mathématiques et Informatique auprès des collégiennes et lycéennes, ainsi que le thème de la parentalité. Le choix des thèmes est très contraint par la durée de ces journées, seulement un jour et demi, et si d'autres thèmes vous intéressent, n'hésitez pas à jeter un œil à la page web des Journées Parité<sup>4</sup> ou à leur compte-rendu dans la *Gazette*<sup>5</sup>.

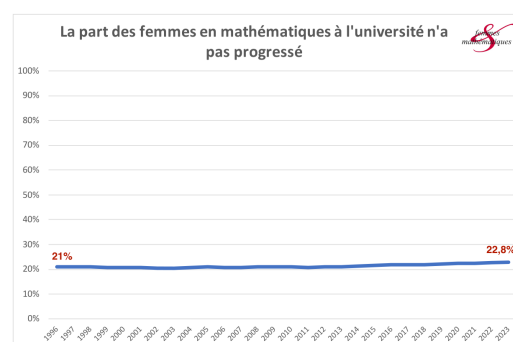
La suite de cet article présente un survol des discussions. Si cela vous intéresse, les slides et les dessins de la facilitatrice graphique, Fanny Didou, qui a accompagné ces journées, sont disponibles sur le site des journées<sup>6</sup>.

### 1. Lancement des journées

Ces journées ont commencé par un exposé sur la question *Où en est la parité en mathématiques? Quelques statistiques*, présenté par Laurence Broze, professeure émérite à l'Université de

Lille et présidente de l'association *Femmes et Mathématiques*. La présentation s'est accompagnée de graphiques et de scénarios de réflexion sur l'évolution de la part des femmes en section 25 et 26. Ci-dessous vous retrouverez quelques graphiques tirés des slides de Laurence. N'hésitez pas à consulter directement les slides sur la page des Journées pour un peu plus de contexte, ou les chiffres du site de *Femmes et Maths*<sup>7</sup>. Toutes les figures de cette section sont tirées des slides de Laurence disponibles sur le site des Journées Parité<sup>8</sup>.

FIGURE 1 – La part des femmes en mathématiques à l'université de 1996 à 2023 stagne entre 21% et 22,8%



Commençons par l'état des lieux sur l'évolution de la part des femmes en maths à l'université de 1996 à 2023 (figure 1). Une régression linéaire sur ces premiers chiffres prévoit une parité d'ici 425 ans si la tendance se maintient...

1. <https://irmar.univ-rennes.fr/>

2. <https://www.lebesgue.fr>

3. <https://www.education.gouv.fr/communique-de-presse-plan-filles-et-maths-450370>

4. <http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/index.php>

5. Précisément dans les numéros 130, 151, 162, 174, 178, 182.

6. <http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2025/>

7. <https://femmes-et-maths.fr/enseignement-superieur-et-recherche/statistiques/>

8. [http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2025/images/slide\\_LaurenceBroze\\_journeeParite8.pdf](http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2025/images/slide_LaurenceBroze_journeeParite8.pdf)



Si on considère le pourcentage de femmes professeures, on obtient alors le graphique de la figure 2. Le nombre de femmes professeures en section 26 commence à augmenter : après une croissance timide, on est à 20,6% de femmes professeures en section 26 en 2023. Pour la section 25, après avoir avoisiné pendant une longue période les 6%, la part des femmes professeures a finalement commencé à augmenter. En 2023, cette part est de 8,7% en 2023. Les chiffres restent encore très loin de la parité, Laurence a exploré divers scénarios dans son exposé sur les recrutements pour montrer la difficulté du problème. Je renvoie à nouveau les curieux et curieuses aux slides de Laurence et, par exemple, on pourrait remarquer qu'à ce rythme la part de femmes professeures en section 26 sera atteinte en 2214.

FIGURE 2 – L'évolution du pourcentage de femmes professeures entre 1996 et 2023 (section 25, section 26, en sciences, et au total)

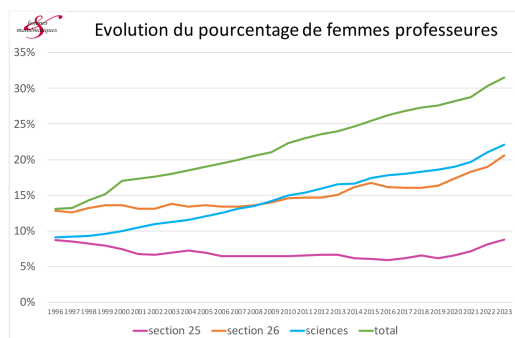
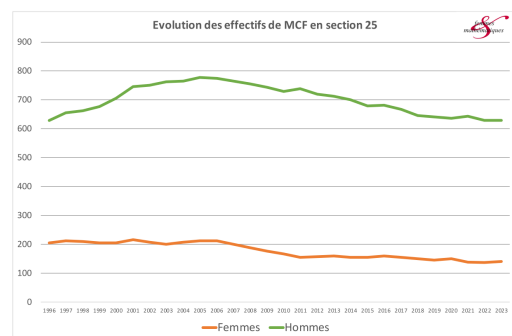
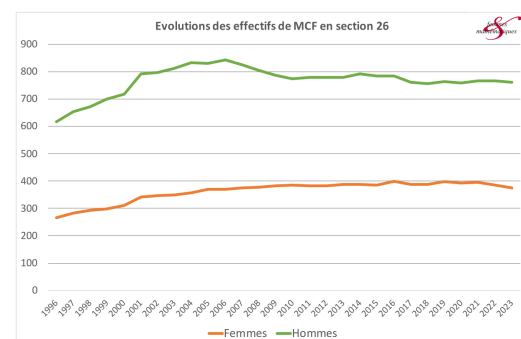


FIGURE 3 – L'évolution des effectifs MCF en section 25 par sexe



Regardons maintenant ce qu'il se passe pour les femmes maîtresses de conférences en section 25 et en section 26 grâce aux graphiques des figures 3 et 4. Ces graphiques reviennent chaque année aux Journées Parité, je vais donc juste parler de la tendance des dernières années : la part de femmes maîtresses de conférences en section 25 continuait de baisser en 2023 (on était à 18,2% de femmes en 2023), et en section 26, après une augmentation puis une stagnation, il y a eu récemment une baisse (on était à 33,1% de femmes en 2023).

FIGURE 4 – L'évolution des effectifs MCF en section 26 par sexe



À la lumière de ces données, Laurence a conclu son exposé par une discussion autour des objectifs que visent le CNRS et l'INRIA en termes de parité, et sur des idées de mesures qui pourraient être prises (à nouveau, voir les slides de Laurence pour les détails).

## 2. Des actions en Maths et en Informatique!

Ces journées sont aussi l'occasion de revenir sur les actions de médiation scientifique, et sur la question de leur coût (humain, financier, et en temps) et leur impact. En particulier, nous avons eu la chance d'en apprendre plus sur les deux actions suivantes :

- Tout d'abord, Marie-Pierre Étienne, maîtresse de conférences à l'ENSAI, nous a présenté *les Mouettes savantes*. Les Mouettes sont l'équivalent breton des Cigales de Marseille : elles accueillent pendant une semaine un groupe de 30 lycéennes pour les sensibiliser à l'intérêt de la modélisation mathématique et sa mise en œuvre informatique pour faire face aux enjeux écologiques et environnementaux.

FIGURE 5 – Les affiches des *Mouettes savantes* et de *L codent L créent* lors de leur dernière édition

- Puis Tassadit Bouadi, maîtresse de conférences en informatique à l'IRISA nous a présenté la version rennaise de l'action lilloise, *L codent L créent*. C'est une action qui propose 8 séances d'initiation à l'informatique à des collégiennes via la programmation créative. Le but est qu'à la fin de ces séances, chaque participante propose une œuvre artistique obtenue par un code python.

Ces présentations ont été suivies d'un exposé de Cécile Plaud, maîtresse de conférences en sciences de l'éducation à l'ENSTA Bretagne, sur *La médiation scientifique : un levier pour l'égalité à et dans l'école*. Dans cet exposé, Cécile nous a présenté ses recherches sur les dispositifs de médiation : *L codent L créent* et *Les Filles Qui*, ainsi que les méthodes d'analyse utilisées. Ces recherches portaient sur : les élèves de primaires/secondaires, le corps enseignant qui accueillait ces dispositifs, et les médiatrices scientifiques. Les articles de recherche et les données complètes sont données dans la bibliographie des slides de Cécile<sup>9</sup>.

Puis nous avons enchaîné par une table ronde sur les actions de médiations. Retrouvez le résumé de la table ronde en dessin, figure 6 page ci-contre.

La première journée s'est conclue par un théâtre-forum avec des saynettes<sup>10</sup> sur la parité et l'inclusion, et comment réagir dans ces situations.

La seconde journée a été ouverte par un ex-

posé de Nathalie Sayac, professeure des universités au LDAR et Inspectrice générale de l'éducation, du sport, et de la recherche. Cet exposé portait sur « Les filles moins bonnes en maths ? Une affaire de contexte et de points de vue ». Son exposé a commencé par présenter les résultats, tirés de divers travaux et rapport, sur les écarts filles-garçons. Puis Nathalie nous a présenté une étude en cours qui cherche à comprendre ces écarts, en particulier : Comment sont traitées les réponses ? Est-ce qu'on évalue bien ce qu'on veut ? Quelle place ont les non-réponses dans les Vrai-Faux (en particulier en temps limité) ? Quels sont les types d'écarts filles-garçons en fonction des types d'erreurs ? L'exposé s'est terminé par une discussion sur un protocole de Formation à l'Égalité en Mathématiques afin de donner des outils pour conscientiser les possibles biais présents dans nos classes. À nouveau je vous renvoie vers les slides très complets de Nathalie<sup>11</sup>.

Les journées se sont terminées par une table ronde sur la parentalité : les actions au niveau de l'université pour les parents (exemple de l'université de Rennes, en espérant que ça ait pu inspirer des gens), quand on accueille une conférence et qu'on veut l'ouvrir aux parents (témoignages de l'accueil de famille au CIRM), etc. Il n'y a pas de réponse toute faite à ces questions, et le but de cette table ronde était de proposer des pistes et des éclairages sur ce qui se fait. Retrouvez le résumé de la table ronde en dessin ci-après, figure 7 page suivante.

9. [http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2025/images/slides\\_CPlaud\\_JP2025.pdf](http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2025/images/slides_CPlaud_JP2025.pdf)

10. Animé par Échappées belles, <https://www.echappees-belles.io/>

11. [http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2025/images/slides\\_NathalieSayac.pdf](http://postes.smai.emath.fr/apres/parite/journee2025/images/slides_NathalieSayac.pdf)

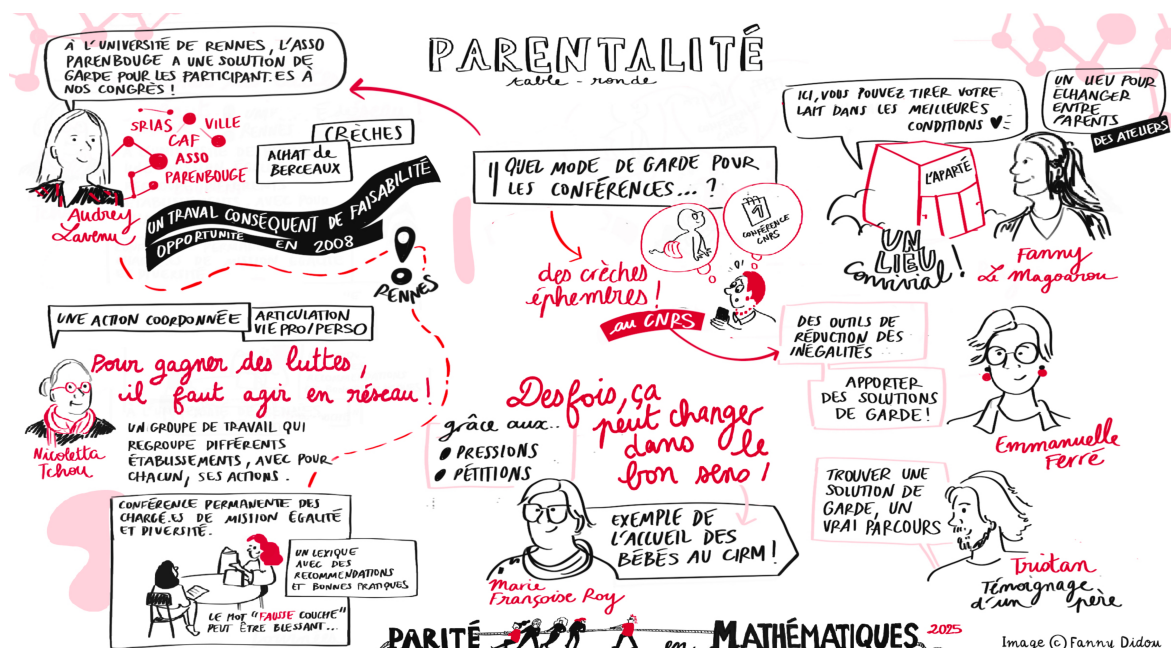
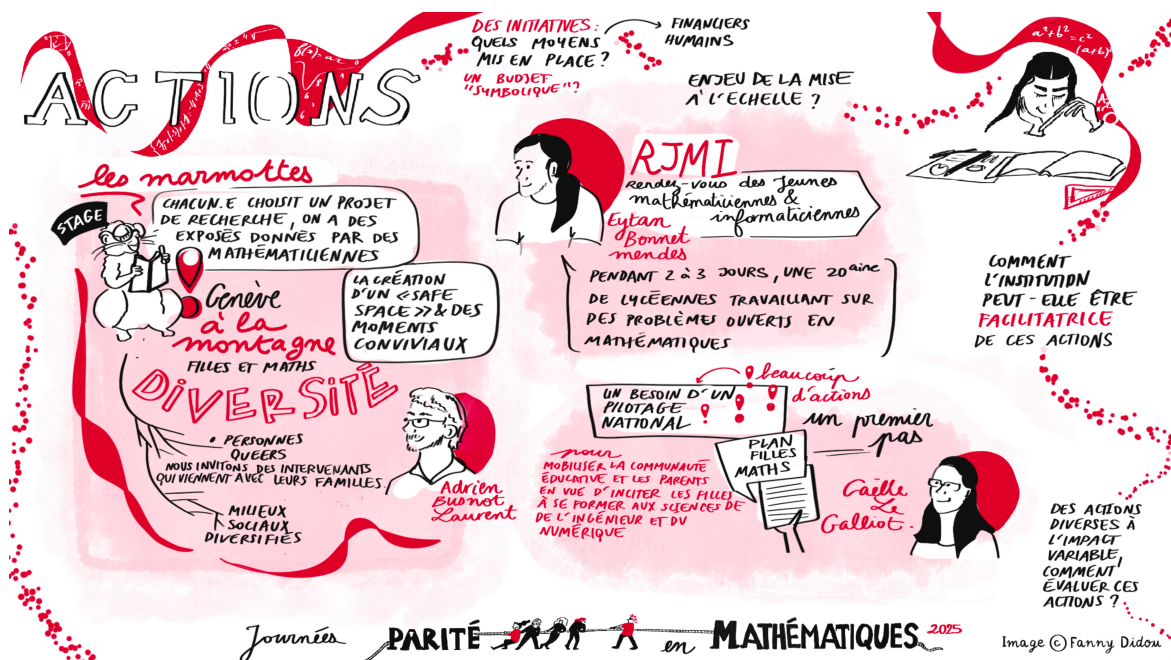




FIGURE 8 – Les participants et participantes des Journées Parité 2025!



### 3. Bilan

Cette édition des Journées Parité a aussi été l'occasion d'inviter les personnes venant de l'Édu-

cation nationale : sur un total de 74 participants et participantes nous avons eu 31% de personnes venant de l'Éducation nationale.



**Mélanie THEILLIÈRE**

IRMAR, Université de Rennes  
[melanie.theilliere@univ-rennes.fr](mailto:melanie.theilliere@univ-rennes.fr)

Mélanie Theillière est maîtresse de conférences à l'Université de Rennes depuis septembre 2024.

Ces journées ont été organisées par Nathalie Bertrand, Elisa Fromont, Audrey Lavenue, Frank Loray, Marie Amélie Morlais, Fabien Priziac, Kilian Raschel, Mélanie Theillière, et Joseph Viola. L'équipe d'organisation tient à remercier chaleureusement Rozenn Texier-Picard pour son aide précieuse!

Ces journées ont eu le soutien de : l'INSM, le CHL, l'IRMAR, la FHL, Rennes Métropole, et Femmes et Maths.





## Le musée Fermat, un nouveau lieu pour aimer les mathématiques

• M. SPIESSER



Depuis le mois de juillet 2024 un nouveau musée consacré aux mathématiques et à leurs acteurs a ouvert à Beaumont-de-Lomagne<sup>1</sup>, ville natale de Pierre (de) Fermat. Le maître d'œuvre de la conception de ce musée est l'association *Fermat Science*, créée dans les années 1990, dont les compétences en matière de diffusion des mathématiques vers le grand public et les scolaires est forte d'une longue expérience. Avec l'ouverture de ce musée, l'association voit la réalisation de ses objectifs initiaux : favoriser l'accès pour tous à la culture mathématique, populariser les mathématiques, animer la maison natale de Pierre de Fermat.

Le musée est en effet abrité dans l'hôtel particulier de la famille Fermat. Sa construction remonte au XVI<sup>e</sup> siècle, et dans ce lieu historique, les architectes ont créé une superbe structure muséale en conservant les éléments les plus prestigieux de l'ancienne demeure.

Beaumont-de-Lomagne est une ville d'un peu moins de 4000 habitants située dans le Tarn-et-Garonne, à une soixantaine de kilomètres de Toulouse. Les contraintes d'une implantation en milieu rural, éloigné des centres de culture, ainsi que le

public attendu, familial et scolaire essentiellement, ont conduit à penser un espace original en trois temps : au début de la visite, c'est le patrimoine architectural et l'histoire du XVII<sup>e</sup> siècle qui sont mis en valeur ; puis les mathématiques du XVII<sup>e</sup> siècle et enfin les mathématiques aujourd'hui.

Nous entrons donc d'abord dans l'intimité de Pierre de Fermat. Un hologramme recrée l'hôtel particulier tel qu'il se présentait au temps où le mathématicien y vivait. Un arbre généalogique représente les trois familles dont sont issus Pierre de Fermat et son épouse Claire Delong. S'y inscrivent les interactions entre les tenants des deux religions, catholique et protestante, ainsi que l'évolution de la société vers une importance croissante de la bourgeoisie marchande et son accession à la noblesse, via la magistrature. Fermat a été nommé magistrat au parlement de Toulouse en 1631. Il a vécu entre sa ville natale, Toulouse, et Castres où il a été nommé à plusieurs reprises pour siéger à la Chambre de l'Édit, chambre mi-partie composée à égalité de magistrats catholiques et protestants.

Les événements principaux du XVII<sup>e</sup> siècle, qu'ils soient politiques, religieux ou scientifiques sont relatés au moyen d'un jeu de l'oie, créé dans ce but.

Dans la partie suivante, nous imaginons la bibliothèque de Fermat. Nous connaissons ses principales lectures à partir de sa correspondance. Parmi les documents phares de cette bibliothèque, les *Coniques* d'Appolonius de Perge, et l'*Arithmétique* de Diophante dans une version gréco-latine. Fermat possédait un exemplaire (aujourd'hui perdu) de ce dernier ouvrage.

1. À une heure de route en voiture au nord-ouest de Toulouse. À 45 mn de l'aéroport de Toulouse-Blagnac, à 35 mn de Montauban, à 25 mn de Castelsarrasin. Il n'y a pas de gare SNCF à Beaumont-de-Lomagne, mais il y en a une à Montauban et à Castelsarrasin.



Il y avait écrit en marge sa célèbre conjecture, partiellement résolue par plusieurs mathématiciens et mathématiciennes au cours des siècles, mais finalement démontrée par Andrew Wiles en 1994, avec un retentissement mondial.

Sont aussi mis en exergue l'*Ars analytica* de Viète, livre de chevet de Fermat dans lequel il puisa ses connaissances algébriques, et les *Problèmes plaisans et delectables* de Bachet de Méziriac. De ce livre de « Récréations mathématiques » ont été tirées plusieurs activités pour le public, par exemple sur les carrés magiques.

La salle suivante est consacrée à l'effervescence scientifique de la première moitié du XVII<sup>e</sup> siècle, à cette *République des Lettres* animée à l'origine par le Père Mersenne qui créa un réseau européen de communication entre les savants. Un focus sur la cycloïde, la « reine des courbes » qui passionna beaucoup de mathématiciens contemporains de Fermat, illustre le propos.

La dernière partie de l'exposition permanente est consacrée aux mathématiques aujourd'hui.

Des dispositifs interactifs explorent quelques secteurs des mathématiques contemporaines en lien avec les travaux de Fermat (Probabilités, Optimisation, Théorie des nombres).

Le calcul des probabilités est évoqué à partir du *Problème des partis* qui fut le sujet essentiel de la correspondance entre Fermat et Pascal en 1654. Un jeu de hasard entre deux personnes (avec mises initiales) est interrompu avant que l'un des joueurs gagne. La question est de savoir comment, à partir du nombre de parties engrangées par chaque protagoniste, partager équitablement l'enjeu (« faire le parti »). Sous-entendu, de façon que si le jeu reprenait, il serait juste que chaque joueur mise le montant reçu. Un jeu vidéo a été imaginé pour faire comprendre ce problème.

Fermat a été l'un des pionniers du futur calcul infinitésimal, avec sa *Méthode pour la recherche du maximum et du minimum* (fortement contestée par Descartes). Ce domaine des mathématiques est représenté dans le musée par une vidéo commentée portant sur le contrôle optimal, à propos du transfert orbital de satellites.

Enfin, l'aventure du *Dernier* ou *Grand théorème* qui a passionné les mathématiciens les plus éminents pendant plusieurs siècles avant de faire la une des journaux du monde entier dans les années 1990, est évoquée par le biais de la BD et d'une interview exclusive du principal auteur de la démonstration, Andrew Wiles.

Une salle est également consacrée aux expositions temporaires. La première d'entre elles est intitulée *Entrez dans le monde de l'IA*. Elle a été créée par l'association *Fermat Science* en partenariat avec la *Maison des mathématiques et de l'informatique* de Lyon et la *Maison Poincaré* de Paris.

Les 3-8 ans ne sont pas oubliés. Un espace leur est dédié, organisé actuellement autour de formes géométriques via des jeux de construction. Il est destiné à évoluer pour abriter notamment *Emmy la renarde*, une activité créée dans le cadre des relations de *Fermat Science* avec ses partenaires européens, qui invitera les plus jeunes à aimer les mathématiques.

Dans ce lieu unique, destiné au public familial, touristique et scolaire, nous avons voulu impliquer le plus possible le visiteur tout au long du parcours, ce que permettent aujourd'hui les moyens techniques à disposition. Manipulations, énigmes à résoudre jalonnent le parcours.

Plonger le visiteur dans la vie d'une famille du XVII<sup>e</sup> siècle, honorer la mémoire de Pierre de Fermat et transmettre au public sa passion des mathématiques, donner une autre idée des mathéma-

tiques en proposant un espace innovant autour de la culture scientifique et mathématique, telles sont les ambitions qui ont présidé à la réalisation de cet espace.

Toute autre information se trouve sur le site web du musée : [museefermat.com](http://museefermat.com); contact à [contact@museefermat.com](mailto:contact@museefermat.com)



#### Maryvonne SPIESSER

Maryvonne Spiesser est maîtresse de conférences honoraire de mathématiques de l'université de Toulouse, et vice-présidente de l'association *Fermat Science*. Depuis les premiers mois de 2025, le président est Gautier Dietrich, professeur de mathématiques en CPGE au Lycée Bellevue de Toulouse.

## Compte-rendu des activités du Comité d'Évaluation CE40 « Mathématiques » de l'ANR à l'occasion de l'AAPG 2025

Ce rapport vise à informer la communauté mathématique française sur le travail du comité d'évaluation CE40 « Mathématiques » de l'ANR lors de l'appel à projets générique 2025. Il propose à la fois un bilan commenté des résultats ainsi que certaines recommandations sur la rédaction des propositions et des propositions qui pourront éventuellement s'avérer utiles à celles et ceux qui envisageraient de déposer lors de l'appel 2026.

### Organisation du travail du CE40 à l'occasion de l'AAPG 2025

Le CE40 était formé de 16 membres sur l'ensemble des deux phases, dont un président-référent et un vice-président qui en constituaient le bureau. Les membres du CE40 sont renouvelés chaque année, avec un mandat maximal de trois ans, choisis par le bureau en veillant aux différents équilibres (notamment thématique, géographique, générationnel et de parité). Le travail du comité est accompa-

gné par un chargé de projets scientifique (Eugenio Echagüe) et par un responsable scientifique pour les mathématiques à l'ANR (Mamadou Mboup) en tant qu'observateur. Ils n'interviennent ni dans les débats scientifiques, ni dans les décisions qui portent sur la sélection des propositions.

Le processus d'évaluation des propositions est en deux phases : la phase 1 concerne l'évaluation des pré-propositions (instruments JCJC, PRC, PRCE, PRME). La phase 2 correspond à l'évaluation des propositions détaillées sélectionnées en phase 1. À celles-ci s'ajoutent éventuellement les propositions non retenues mais apparaissant en liste complémentaire à l'issue de l'AAPG 2024 qui sont automatiquement sélectionnées en phase 2, ainsi que les propositions PRCI. Dans les deux phases, la sélection des pré-propositions et des propositions détaillées est collégiale. Elle s'effectue sur la base stricte des critères d'évaluation scientifique de l'AAPG publiés lors de l'appel à projets. En amont des réunions plénières, tous les membres du comité ont accès

aux documents de dépôt et aux rapports de toutes les propositions pour lesquels ils ne sont pas en conflit d'intérêts. Par ailleurs, en phase 2, le comité a également recours à des expertises externes qui sont communiquées à la personne coordinatrice de chaque proposition en amont de la réunion plénière du comité, avec un possible droit de réponse, exclusivement sur la base d'éléments factuels déjà présents dans la proposition détaillée.

Les questions d'impartialité dans le processus de sélection, comme l'absence de conflits d'intérêts, sont gérées très attentivement par l'ANR. En particulier, tout membre du comité qui est dans le même laboratoire qu'un des membres du consortium d'une proposition donnée ne rapporte pas sur cette proposition, n'a accès à aucun document ou rapport sur celle-ci et n'assiste pas aux discussions portant sur cette proposition. Cette règle s'applique bien évidemment aussi aux membres du bureau. Elle s'applique aussi au représentant de l'ANR qui n'assiste donc pas aux discussions le cas échéant.

La réunion plénière de phase 1 a eu lieu en distanciel sur 2 jours avec un support technique adéquat de l'ANR, qui a permis globalement un bon déroulement des discussions et de la gestion des conflits d'intérêts via des salles d'attente virtuelles. La réunion plénière de phase 2 a eu lieu en présentiel sur 3 jours et avec une gestion en direct des conflits d'intérêts.

## Résultats du CE40 à l'AAPG 2025

Le nombre des pré-propositions déposées éligibles dans la phase 1 était de 110 hors PRCI (51 JCJC, 46 PRC, 0 PRCE, 13 PRME). Cela représente globalement une légère baisse d'environ 6,8% par rapport à l'AAPG 2024 (118 projets éligibles en 2024) mais une petite hausse de 6,25% sur l'instrument JCJC (48 pré-propositions JCJC éligibles en 2024). Comme l'an passé, il n'y a pas eu de projet PRCE déposé. L'aide totale demandée en phase 1 était de 36,34 M€, ce qui représente un budget moyen de 336 k€, tous instruments confondus. Le comité a retenu 57 propositions pour la phase 2 (26 JCJC, 28 PRC, 3 PRME), soit un taux de réussite de 51,82% , sensiblement identique à celui de l'an passé (50,85% en 2024).

L'enveloppe budgétaire allouée au CE40 en phase 2 (hors PRCI) a été de 8,57 M€, n'incluant pas les fonds liés aux stratégies nationales en mathématiques et en intelligence artificielle. À l'issue de la réunion de phase 2, le budget alloué et les

plans stratégiques ont permis de financer 32 projets dont 15 projets JCJC, 16 projets PRC et 1 projet PRME pour un total de 9,52 M€. Cela représente un taux de réussite provisoire de 59,26% en phase 2 hors PRCI, sensiblement le même que l'an passé (60% en 2024). La légère baisse par rapport à 2024 d'environ 11% à la fois de l'enveloppe budgétaire allouée (9,62 M€ en 2024) et du nombre de projets financés (36 en 2024) reflète notamment l'écart entre l'aide totale demandée en 2024 (40,66 M€) et celle en 2025. Parmi les 32 projets financés en 2025, 3 projets le sont au titre du plan prioritaire en mathématiques, ce qui représente un budget supplémentaire de 957 k€.

Le taux de réussite global hors PRCI est à ce jour de 29,09%, très proche de celui de l'an passé (30,5% en 2024). Au moment de l'écriture de ce rapport, le processus de sélection de l'AAPG n'est pas terminé, certains projets en liste complémentaire pouvant être financés jusqu'à la fin de l'année, en fonction des reliquats et d'arbitrages à la fin de l'exercice budgétaire.

## Commentaires généraux sur les projets évalués et recommandations pour l'AAPG 2026

L'AAPG 2025 se place dans la continuité de celui de 2024 grâce au maintien de la priorité nationale de l'ANR en mathématiques. La légère baisse des dépôts peut notamment s'expliquer par l'effet de nouveauté et la forte publicité qui avait été faite sur cette priorité l'année dernière. On note cependant que le nombre de dépôts sur l'instrument JCJC continue d'augmenter, alors même qu'il avait connu une hausse record de 75% l'année dernière. Il faut toujours garder à l'esprit que l'enveloppe attribuée au comité, que ce soit le budget alloué ou le nombre-cible de projets, dépend à la fois du nombre de dépôts en phase 1 et de l'aide financière totale demandée par l'ensemble des dépôts.

Le taux de réussite est une nouvelle fois plus faible sur l'instrument PRME (5,55%). Certains dépôts n'ont pas évité l'écueil, déjà discuté dans ce rapport il y a deux ans, du caractère disparate et plus particulièrement de ne pas mettre en lumière une synergie nouvelle au sein de l'équipe, qui impliquerait l'ensemble des membres. Le comité aimerait rappeler qu'il attend des projets de recherche structurés comme tels au sein de cet instrument, conformément à la définition de l'instrument PRME



donné dans le guide de l'AAPG 2026. Le CE40 a évalué 16 projets PRCI en 2025 dont la majorité ont été construits avec l'Allemagne et l'Autriche. Les résultats seront connus au fil de l'eau et possiblement jusqu'au 31 décembre 2025.

Pour tous les instruments, la liste des critères d'évaluation annoncés lors de l'appel revêt un caractère essentiel. Les membres du comité et l'ANR veillent tout au long de la procédure à ce que ces critères soient scrupuleusement respectés, y compris lorsque sont utilisées les expertises externes en phase 2. C'est exclusivement sur la base de ces critères que les rapports sont rédigés, que les points forts et points faibles de chaque proposition sont dégagés et que la sélection est effectuée. Rappelons ici brièvement leur nature (nous renvoyons le lecteur au guide détaillé de l'appel pour une description complète).

- La qualité et l'ambition scientifique du projet s'apprécient au regard de son positionnement par rapport à l'état de l'art, des résultats visés, de la méthodologie envisagée et de la discussion des risques impliqués. Ce critère est central dans l'appréciation du projet.
- L'organisation et la réalisation du projet sont évaluées sur la base des cv de la personne coordinatrice avec son taux d'implication et des responsables d'équipes-partenaires, de la description du rôle de chaque membre, et, uniquement pour la phase 2, de la justification des moyens demandés, notamment en termes de personnel non permanent pour lesquels un programme de travail est attendu. Les cv doivent inclure une liste commentée de publications significatives possiblement en lien avec le projet. Pour tous les instruments hormis JCJC, un dernier critère porte sur la complémentarité des contributions, celui-ci étant remplacé dans le cas des JCJC par l'apport du projet à la prise de responsabilité de la personne coordinatrice et au développement de son équipe. Le taux d'implication du coordinateur est demandé dès la phase 1 pour tous les instruments confondus, ainsi que celui de chaque participant pour les projets PRME, dès la phase 1 aussi. Un point particulier à souligner est que les compétences nécessaires pour réaliser le programme scientifique envisagé doivent être représentées au sein du

consortium, à un niveau d'implication correspondant à l'ampleur du travail prévu.

- L'impact et les retombées du projet sont évalués en phase 2 exclusivement. Sont appréciés à la fois l'impact scientifique et l'impact socio-économique éventuel des résultats attendus ainsi que la stratégie de diffusion et valorisation. Dans le cas de l'instrument PRCE, une attention particulière est portée sur le potentiel d'innovation socio-économique du projet. Dans le cas de l'instrument PRCI, le bénéfice apporté par la collaboration internationale doit être soigneusement décrit.

Le comité souhaite rappeler que les personnes redéposant une pré-proposition et une proposition d'une année sur l'autre ont la possibilité de demander un effet-mémoire, c'est-à-dire que les rapports obtenus par celles-ci l'année précédente soient communiqués au comité avant la tenue des réunions plénières de phase 1 et de phase 2. Cette information peut être d'une grande utilité pour les membres du comité afin de mieux apprécier les raisons des choix stratégiques qui ont été faits sur une telle proposition. Les conditions pour qu'un dépôt soit considéré comme un re-dépôt figurent dans la page 24 du Guide de l'appel à projets générique<sup>1</sup>.

Le budget d'une proposition doit être préparé avec rigueur, au regard des besoins réels impliqués par les objectifs scientifiques. Le comité a pu demander des ajustements financiers sur certains projets lorsque la demande de moyens lui semblait surévaluée. Ces ajustements n'empêchent en aucun cas le bon déroulement du programme scientifique prévu.

En conclusion, le comité a constaté avec satisfaction que la communauté a à nouveau montré tout son dynamisme en se mobilisant pour répondre en force à l'AAPG 2025. Il a jugé que les dépôts ont été globalement d'une qualité tout à fait remarquable. De fait, ce niveau extrêmement relevé a souvent rendu les arbitrages particulièrement délicats. Nous souhaitons à la communauté un succès au moins comparable lors de l'AAPG 2026<sup>2</sup> pour lequel les mathématiques font de nouveau partie des priorités stratégiques définies par l'État.

Le bureau du Comité d'Évaluation « Mathématiques » (CE40) de l'ANR pour l'AAPG 2025

1. <https://anr.fr/fileadmin/aap/2026/anr-aapg-2026-guide-v1.0.pdf>

2. <https://anr.fr/fr/detail/call/aapg-appel-a-projets-generique-2026/>

# Bilan de seconde partie de mandat de la section 41 du CNRS : 2023-2025

- S. SABOURAU
- N. THOLOZAN

Ce texte reprend et met à jour les informations contenues dans le bilan de la première partie de mandat de la section 41, disponible sur le site de la section <https://cn.math.cnrs.fr/> et paru dans la *Gazette de la Société Mathématique de France* (2023, numéro 178) et *Matapli* (2023, numéro 132).

La section 41 du Comité national de la recherche scientifique (renumérotée section 01 à partir de l'automne 2025), intitulée *Mathématiques et interactions des mathématiques*, est chargée principalement de l'évaluation scientifique concernant les mathématiques au CNRS, et en particulier de l'étape d'admissibilité des concours de recrutement de chercheurs et chercheuses.

Elle travaille de manière indépendante en étroite collaboration avec l'INSM qui anime la politique scientifique. Plus précisément, la section 41 donne des avis consultatifs sur les points suivants :

- recrutements CR/DR : jury d'admissibilité (différent du jury d'admission);
- avancements de grade;
- évaluation des chercheurs et chercheuses;
- RIPEC C3;
- médailles du CNRS;
- accueils en délégation CNRS;
- écoles thématiques;
- chercheurs/chercheuses invités (postes rouges - invitations de 3 mois);
- évaluations de structures : UMR (HCERES), IRL, RT (GDR), etc.

La section se réunit lors de deux sessions – au printemps et à l'automne – et avant la session de printemps en ce qui concerne le jury d'admissibilité pour les concours CR et DR.

La section 41 sortante a exercé son mandat de l'automne 2021 au printemps 2025. Composée de 21 membres, elle était constituée en sa dernière année de mandat de : Jean-François Aujol, Guillaume Barraquand, Pierre Barthélemy, Isabelle Bellier, Anaïs Crestetto, Elena Di Bernardino, Stéphane Druel, Anna Floriot, Grégory Ginot, Yves Guiraud (membre du bureau), Daniel Han-Kwan, David Lannes (membre du bureau), Sophie Morel,

Pierre Neuvial, Anne Pichon, Éric Ricard, Simon Riche (membre du bureau), Stéphane Sabourau (président), Jean-Marc Sac-Épée, Nicolas Tholozan (secrétaire scientifique), Ariane Trescases.

## 1. Bilan des quatre années de mandat

Avant de dresser un bilan détaillé de nos activités de ces deux dernières années, il nous semble utile de mentionner quatre aspects de la politique scientifique du CNRS qui ont influé sur le travail de la section durant ce mandat.

### 1.1 – Coloriage géographique

Ces dernières années, l'INSM a mis en place l'ouverture au concours de postes coloriés géographiquement, pour affectation dans certains laboratoires disposant de peu de chercheurs CNRS. Cette initiative a effectivement permis de renforcer la présence du CNRS dans de nombreux laboratoires et d'en soutenir l'activité de recherche. La section 41 a pu constater cependant que le nombre de candidatures sur ces postes coloriés était inférieur par rapport au concours général.

- Au niveau CR, le concours colorié a été attractif, même si environ 40% des candidats et candidates du concours général ne postulaient pas sur le concours colorié. On note en particulier que les personnes ayant effectué leurs études à l'étranger postulent rarement au concours colorié et demandent le plus souvent à être affectées dans les grands laboratoires parisiens.
- Au niveau DR, le nombre de candidatures au concours colorié est resté plus limité, avec moins de 40% des candidatures du concours général, et pratiquement aucune candidature féminine. Conscient de cette difficulté, l'INSM n'a pas ouvert de poste de DR colorié en 2025, mais se réserve la possibilité d'ouvrir à nouveau un concours DR colorié dans le futur.

## 1.2 – Parité

Le CNRS revendique depuis plusieurs années une politique active en faveur de la représentation des femmes dans les corps de CR et DR. Ces dernières années, l'INSM a traduit cela par des objectifs chiffrés ambitieux en termes de recrutement, objectifs dont le jury du concours a tenu compte lors de ses discussions. Actuellement, la part des candidatures féminines au concours CR s'élève à près de 20%. Pour plus de détails, voir les statistiques ci-dessous.

## 1.3 – RIPEC

Le régime de primes PEDR, largement critiqué, a cédé la place depuis 2022 au régime indemnitaire des personnels enseignants et chercheurs (RIPEC), qui vise une meilleure répartition des primes. Depuis 2023, la section a décidé de participer à l'attribution de la RIPEC-C3 et a pu observer effectivement une augmentation notable du nombre de primes attribuées et une nette diminution de la pression au cours des années.

## 1.4 – Attractivité du CNRS à l'international

Depuis quelques années, le CNRS prélève sur le contingent de postes ouverts au concours 15 postes (toutes disciplines confondues) destinés à faire venir en France des chercheuses et chercheurs « de renommée internationale » en poste à l'étranger. Ceux-ci doivent postuler sur le concours DR général. La direction du CNRS exige qu'ils soient classés premiers devant les autres. Les noms ainsi proposés par toutes les sections sont ensuite discutés et interclassés par le jury d'admission sur le contingent des postes réservés. Un élément qui entre en compte dans cet arbitrage est le soutien en termes de moyens (création de postes de PR/MCF, financements de post-doc ou de thèse, etc.) de l'université d'accueil.

En définitive, ces postes viennent donc s'ajouter aux postes ouverts au concours DR. Si la section trouve ce fonctionnement opaque et alambiqué, elle a pu observer chaque année la présence de quelques excellentes candidatures qui correspondaient au profil, et a donc joué le jeu en proposant un ou plusieurs recrutements. Certaines opérations n'ont cependant pas pu aboutir.

# 2. Concours 2024 et 2025

Le jury d'admissibilité pour les concours CR et DR du CNRS en mathématiques, constitué des membres rangs A et B de la section 41, procède à des auditions pour les concours CR (pas d'auditions pour le concours DR) devant des sous-jurys généralement composés de quatre ou cinq membres représentant plusieurs domaines des mathématiques. Ces auditions ont lieu sur une journée à l'IHP (que la section remercie pour son hospitalité), et sont suivies de trois jours de délibération à l'issue desquels une liste d'admissibilité est établie pour chaque concours.

La section souligne que les listes des candidates et candidats auditionnés ou déclarés admissibles sont établies en fonction de critères et de profils spécifiques. Par conséquent, elles ne peuvent être utilisées comme référence dans un contexte différent ni pour d'autres concours.

Un jury d'admission distinct et indépendant du jury d'admissibilité établit un classement final à partir de la liste d'admissibilité pour chaque concours. Il est rappelé que, même si cela n'est pas arrivé au cours de ce mandat, le jury d'admission est tout à fait libre de modifier le classement du jury d'admissibilité, et ne s'en prive pas dans d'autres disciplines.

L'affectation des lauréates et lauréats est une prérogative de l'INSM.

Pour le recrutement DR, la politique du CNRS est de privilégier les candidatures des chercheurs et chercheuses ayant déjà soutenu leur HDR.

Les lettres de recommandations éventuelles – ces dernières n'étant en aucun cas obligatoires – doivent être déposées sur le site du concours du CNRS avant la clôture des inscriptions. Le jury ne peut pas prendre en compte les lettres parvenues en retard ou envoyées directement au président, au secrétaire scientifique ou à l'un des membres de la section.

## Bilan du concours 2024

En 2024, 27 postes étaient ouverts au concours, dont 10 DR et 17 CR :

- DR 41/01 : 6 postes de directeurs ou directrices de recherche de deuxième classe (DR2).
- DR 41/02 : 4 postes de DR2 « colorisés », dont prioritairement :
  - 1 DR2 affecté au LMR (Reims),
  - 1 DR2 affecté au LAMME (Évry),
  - 2 DR2 affectés au LAMFA (Amiens), à l'IECL (Nancy-Metz) ou au LMAP (Pau).
- CR 41/03 : 9 postes de chargé-e de recherche

de classe normale (CRCN).

- CR 41/04 : 6 postes de CRCN « coloriés », dont prioritairement :
  - 1 CRCN affecté au LMR (Reims),
  - 1 CRCN affecté au LMA (Poitiers),
  - 4 CRCN affectés au LAMFA (Amiens), au LMNO (Caen), à l'IMB (Dijon), au LMAP (Pau), ou au LMRS (Rouen).
- CR 41/05 : 1 poste de CRCN sur le thème « Aspects mathématiques de l'informatique (algorithmique, fondement des langages de programmation, optimisation, sciences des données) » dont le projet de recherche s'inscrit dans une unité rattachée à CNRS Sciences informatiques à titre principal.
- CR 41/06 : 1 poste de CRCN sur le thème « modélisation et analyse mathématique en mécanique des fluides, procédés, plasmas, transferts » dont le projet de recherche s'inscrit dans une unité rattachée à CNRS Ingénierie à titre principal.

Il convient de noter qu'une collègue a été recrutée DR par une autre section.

Dans chacun de ces tableaux, le nombre de femmes candidates ou sur liste principale d'admissibilité est indiqué entre parenthèses. L'expérience (sous forme de fourchette minimum-maximum) des personnes sur liste principale d'admissi-

bilité est indiquée en nombre d'années par rapport à la thèse, en excluant le cas échéant les périodes d'activité professionnelle hors monde de la recherche. Les données concernant le nombre d'admissibles et leur expérience ne prennent pas en compte les candidatures sur des postes de DR externe. La section a par ailleurs proposé deux chercheurs en poste à l'étranger sur des postes de DR externe.

Liste des personnes admises :

- DR 41/01 (6 postes + 1 poste supplémentaire\*) : Laurent Bartholdi\*, Scott Armstrong, Marianne Bessemoulin, Henri Guenancia, Yonatan Harpaz, Igor Kortchemsky, Pierre Py.
- DR 41/02 (4 postes) : Abed Bounemoura, David Burguet, Ludovic Goudenège, Camille Laurent.
- CR 41/03 (9 postes) : Russel Avdek, Andreia Chapouto, Giada Franz, Yvailo Hartarsky, Antoine Jegou, Tasos Moulinos, Rémi Reboulet, Athanasios Sourmelidis, Arthur Touati.
- CR 41/04 (6 postes) : Arthur Blanc-Renaudié, Noemi David, Yassine Guerch, Lucien Hennecart, Ayman Saïd, Julia Schneider.
- CR 41/05 (1 poste) : Antoine Maillard.
- CR 41/06 (1 poste) : Thomas Bellotti.

**TABEAU 1 – Données relatives à l'ensemble des concours CR et aux concours CR non fléchés thématiquement**

Concours CR 2024	CR 41/03-06	CR 41/03-04
Candidatures examinées	302 (59F, 19%)	273 (50F, 18%)
Admissibles en liste principale	17 (4F, 24%)	15 (4F, 27%)
Expérience	1-6	2-6

**TABEAU 2 – Données concernant chacun des concours CR**

concours CR 2024	CR 41/03	CR 41/04	CR 41/05	CR 41/06
Candidatures examinées	266 (50F, 19%)	165 (28F, 17%)	67 (16F, 24%)	17 (4F, 24%)
Admissibles en liste principale	9 (2F, 22%)	6 (2F, 33%)	1 (0F, 0%)	1 (0F, 0%)
Expérience	2-6	2-4	1	3

**TABEAU 3 – Données concernant les concours DR**

concours DR 2024	DR 41/01-02	DR 41/01	DR 41/02
Candidatures examinées	65 (9F, 14%)	63 (9F, 14%)	21 (2F, 10%)
Candidatures de CR	39 (3F, 8%)	39 (3F, 8%)	8 (0F, 0%)
Admissibles en liste principale	10 (1F, 10%)	6 (1F, 17%)	4 (0F, 0%)
Expérience	11-16	11-16	14-16



Sur les 17 personnes admises au concours CR, 6 sont de nationalité étrangère et ont effectué leur doctorat à l'étranger, et 9 ont soutenu leur thèse dans un laboratoire de la région parisienne. On observe également que la très grande majorité des personnes ayant effectué leurs études en France est passée par une ENS ou l'École polytechnique. Les personnes promues DR (hors poste de DR externe ou en position de détachement) sont issues des laboratoires CEREMADE, CMAP, FDMCS, LAGA, LJLL, LMJL, LPSM, IF, IMT.

La liste principale d'admission pour le poste de CR en section 10 dont le projet s'inscrit dans une unité rattachée à l'INSMI à titre principal est :

- CR 10/04 : Joris Labarbe.

Deux CR dont le projet de recherche s'inscrit dans des unités rattachées à l'INSMI à titre principal ont été recrutés par la commission interdisciplinaire 51 :

- CR 51/02 : Félix Foutel-Rodier, Laura Kanzler.

#### Bilan du concours 2025

En 2025, 26 postes étaient ouverts au concours, dont 11 DR et 15 CR :

- DR 41/01 : 11 DR2, dont prioritairement 2 DR2

sur des projets d'interaction des mathématiques avec d'autres disciplines.

- CR 41/02 : 11 CRCN, dont prioritairement 2 CRCN sur des projets d'interaction des mathématiques avec d'autres disciplines.
- CR 41/03 : 3 CRCN, dont prioritairement :
  - 1 CRCN affecté au LAMME (Évry),
  - 1 CRCN affecté au LMA (Poitiers),
  - 1 CRCN affecté au LMBA (Brest-Vannes).
- CR 41/04 : 1 CRCN dont le projet de recherche s'inscrit dans une unité rattachée à CNRS Physique à titre principal.

Dans chacun de ces tableaux, le nombre de femmes candidates ou sur liste principale d'admissibilité est indiqué entre parenthèses. L'expérience (sous forme de fourchette minimum-maximum) des personnes sur liste principale d'admissibilité est indiquée en nombre d'années depuis la thèse. Les données concernant le nombre d'admissibles et leur expérience ne prennent pas en compte les candidatures sur des postes de DR externe. La section a par ailleurs proposé deux chercheuses et un chercheur en poste à l'étranger sur des postes de DR externe.

**TABEAU 4 – Données relatives à l'ensemble des concours CR et aux concours CR non fléchés thématiquement**

concours CR 2025	CR 41/02-04	CR 41/02-03
Candidatures examinées	324 (63F, 19%)	319 (60F, 19%)
Admissibles en liste principale	15 (5F, 33%)	14 (5F, 36%)
Expérience	0-6	0-6

**TABEAU 5 – Données concernant chacun des concours CR**

concours CR 2025	CR 41/02	CR 41/03	CR 41/04
Candidatures examinées	308 (57F, 19%)	128 (22F, 17%)	44 (13F, 30%)
Admissibles en liste principale	11 (4F, 36%)	3 (1F, 33%)	1 (0F, 0%)
Expérience	0-5	3-6	2

**TABEAU 6 – Données concernant le concours DR**

concours DR 2025	DR 41/01
Candidatures examinées	60 (13F, 22%)
Candidatures de CR	41 (7F, 17%)
Admissibles en liste principale (hors DR externes)	11 (3F, 27%)
Expérience	11-18

Les listes principales d'admission diffèrent de celles d'admissibilité suite au désistement d'un candidat sur le concours CR pour un poste à l'étranger. Listes des personnes admises :

- DR 41/01 (11 postes + 2 postes supplémentaires\*) : Rowan Killip\*, Monica Visan\*, Omid Amini, Olivier Benoist, Oriane Blondel, Kestutis Cesnavicius, Laure Dumaz, Grégory Faye, Cécile Huneau, Marco Mazzucchelli, Ion Nechita, Andrés Sambarino, Samuel Vaiter.
- CR 41/02 (11 postes) : Thomas Blomme, Alice Contat, Charlotte Isabel Dietze, Matthieu Dolbeault, Veronica Fantini, Colin Faverjon, Danica Kosanovic, Dmitry Kubrak, Félix Loubaton, Franco Severo, Frank Trujillo.
- concours CR 41/03 (3 postes) : Martin Donati, Pierre Humbert, Lilia Mehidi.
- CR 41/04 (1 poste) : Baptiste Cerclé.

Sur les 15 personnes admises au concours CR, 4 sont de nationalité étrangère avec une thèse étrangère et 7 ont soutenu leur thèse dans un laboratoire de la région parisienne. On observe également que toutes les personnes ayant effectué leurs études en France sont passées par une ÉNS. Les personnes promues DR (hors poste de DR externe) sont issues des laboratoires CMLS, DMA (3), ICJ, LJAD, LMO, LPT, IMJ-PRG, IMT, UMPA.

Les listes principales d'admission pour les postes de CR en sections 02, 05 et 07 dont le projet s'inscrit dans une unité rattachée à l'INSM à titre principal sont :

- CR 02/03 : Alvis Bastianello,
- CR 05/03 : Nina Javerzat,
- CR 07/03 : Hugo Cui.

Deux personnes dont le projet de recherche s'inscrit dans une unité rattachée à l'INSM à titre principal et une chercheuse rattachée à la section 41 sont sur les listes principales d'admission de la commission interdisciplinaire 51 :

- DR 51/01 : Alice Cleylen,
- CR 51/02 : Nicoletta Prencipe, Chiara Villa.

### Recrutement de CR en situation de handicap

Chaque année, le CNRS ouvre des postes réservés au recrutement de chercheurs et chercheuses en situation de handicap par voie contractuelle<sup>1</sup>. Les personnes intéressées par cette voie d'accès sont invitées à prendre contract avec le directeur ou

la directrice du laboratoire où elles souhaiteraient être affectées afin que l'INSM puisse en être informé en amont. En pratique, il convient d'entreprendre les démarches en début d'année universitaire. Le dossier à monter comprend un cv, une description des travaux et du projet scientifique, les rapports de thèse et de soutenance, un exemplaire de la thèse et des travaux, et des lettres de recommandation éventuelles.

En 2024 et 2025, deux chercheurs ont été recrutés par voie contractuelle de cette manière.

## 3. Avancements de grade

Deux nouveautés ont eu lieu en 2022. D'une part, la création d'un échelon contingenté HEB pour les CRHC (comme c'est le cas pour les MCF-HC). D'autre part, la fin du contingentement pour les avancements DRCE (comme c'est le cas pour les avancements PRCE) qui a permis une hausse notable du nombre de promotions au niveau DRCE1 au cours du mandat.

La section est attentive à l'équilibre des dossiers entre les différentes missions des chercheurs. Pour le passage CRHC, les candidatures des CR ayant atteint les échelons 9 ou 10 sont actuellement prioritaires pour la direction du CNRS. Ces dernières années, le faible nombre de candidatures de CR à ces échelons n'a pas permis d'utiliser pleinement le contingent de promotions hors-classe réservé à la section. La section encourage donc vivement les CR concernés à déposer leur candidature à la hors-classe. Au niveau DR, parmi les dossiers présentant des résultats scientifiques marquants, la priorité est accordée à ceux témoignant d'un fort investissement en termes de responsabilités collectives et d'encadrement doctoral.

Les délibérations ont lieu lors de la session d'automne. Pour les promotions, plutôt qu'une description exhaustive des résultats obtenus, il est demandé par le CNRS de faire une présentation générale des travaux et de mettre en avant 5 à 10 productions scientifiques, depuis la dernière promotion et dans la limite de dix ans, en expliquant ce choix et en décrivant plus précisément leur contenu et leur portée scientifique. La section favorise la qualité des travaux plutôt que leur quantité.

1. voir <https://carrieres.cnrs.fr/actualites/recrutement-de-chercheurs-et-chercheuses-par-la-voie-contractuelle/>

TABLEAU 7 – Données relatives aux avancements de grade

2023	CRHC	CRHC-HEB	DR1	DRCE1	DRCE2
Candidatures	11 (2F, 18%)	10 (2F, 20%)	22 (3F, 14%)	21 (3F, 14%)	2 (1F, 50%)
Promotions	4 (0F, 0%)	5 (2F, 40%)	6 (1F, 17%)	6 (1F, 17%)	2 (1F, 50%)
Ancienneté	18-27	4-7	6-13	7-15	3
2024	CRHC	CRHC-HEB	DR1	DRCE1	DRCE2
Candidatures	6 (1F, 17%)	7 (0F, 0%)	20 (2F, 10%)	21 (4F, 19%)	4 (1F, 25%)
Promotions	2 (1F, 50%)	5 (0F, 0%)	6 (1F, 17%)	9 (2F, 22%)	4 (1F, 25%)
Ancienneté	21-23	5-7	5-23	5-15	3

Pour chaque grade, le nombre de femmes candidates ou promues est indiqué entre parenthèses. L'ancienneté (sous forme de fourchette minimum-maximum) est indiquée en nombre d'années par rapport à la dernière promotion, ou par rapport à la thèse pour le passage CRHC.

Listes principales des personnes proposées à une promotion.

#### Promotions CRHC

- 2023 : Christophe Cornut, Cyril Lecuire, Luc Piriou, Paul Ruet,
- 2024 : Frédérique Laurent-Nègre, Nefton Pali.

#### Promotions CRHC-HEB

- 2023 : Brigitte Bidegaray-Fesquet, Marc Charadin, Thierry de la Rue, Pascale Harinck, Jie Wu,
- 2024 : Alain Albouy, Michel Balazard, Philippe Gaucher, Robert Laterveer, Dominique Manchon.

#### Promotions DR1

- 2023 : Xavier Caruso, Arnaud Chéritat, Jean-François Coulombel, Frédéric Déglise, Bertrand Deroin, Cristina Toninelli,
- 2024 : Pierre Berger, Vincent Calvez, Emmanuel Dormy, Claudio Landim, Gilles Stoltz, Amandine Véber.

#### Promotions DRCE1

- 2023 : Yves André, Rémi Carles, Charles Favre, Louis Funar, Catherine Matias, Frédéric Nataf,
- 2024 : Christophe Breuil, Serge Cantat, Sylvain Crovisier, Anne De Bouard, Philippe Gille, Cyril Imbert, Wiesława Nizioł, Jérémie Szeftel, Abdelghani Zeghib.

#### Promotions DRCE2

- 2023 : Anne-Marie Aubert, Didier Bresch,
- 2024 : Laurent Manivel, Ellen Saada, Philippe Le Floch, Ofer Gabber.

## 4. Évaluations des chercheurs et chercheuses

Suivant la vague d'évaluation HCERES de leur laboratoire, les chercheuses et chercheurs doivent remettre :

- un compte-rendu annuel d'activité (CRAC) ;
- un rapport à mi-vague (sans projet de recherche) portant sur les 5 derniers semestres ;
- un rapport à vague (avec projet de recherche) portant sur les 10 derniers semestres.

La section émet un avis (favorable, différé, réservé, alerte ou insuffisance professionnelle) et écrit un rapport sur l'activité de chaque chercheuse ou chercheur. Il est également possible d'être évalué par deux sections. Les rapports de section peuvent contenir des recommandations. Il convient donc de les lire attentivement.

En cas d'avis réservé ou d'alerte, un suivi post-évaluation est mis en place impliquant la délégation régionale du CNRS et l'INSM pour trouver, dans le cadre d'un dialogue constructif avec les chercheurs ou chercheuses en difficulté, des solutions adaptées à la situation. Il convient de souligner que la mise en œuvre de ce suivi a permis à l'ensemble des personnes concernées de renouer avec une dynamique positive dans leur activité scientifique. En cas d'avis d'insuffisance professionnelle, une procédure auprès de la commission administrative paritaire du CNRS est mise en place pouvant conduire à un licenciement. Il faut recueillir deux avis favorables consécutifs pour que le suivi post-évaluation soit levé.

## 5. RIPEC-C3

La composante 3 du RIPEC est une prime individuelle d'un montant de 3 500€/an attribuée au mérite pour 3 ans qui remplace la PEDR. L'objectif

du CNRS est qu'en 2027, 55% des chercheurs et chercheuses en bénéficient. Depuis 2023, la section accepte de participer à l'évaluation des dossiers de candidatures. Les délibérations ont lieu lors de la session de printemps. Les décisions finales sont prises par le CNRS sur proposition de l'INSMI.

Lors de la campagne 2024, la section a examiné 57 candidatures pour 25 primes disponibles. Les candidatures étaient réparties de la façon suivante :

- 27 CR, soit 47% (dont 2 femmes, soit 7%),
- 30 DR, soit 53% (dont 6 femmes, soit 20%).

La section a classé 25 dossiers (suivie d'une liste complémentaire) répartis de la façon suivante :

- 13 CR, soit 52% (dont 1 femme, soit 8%),
- 12 DR, soit 48% (dont 5 femmes, soit 42%).

Lors de la campagne 2025, la section a examiné 80 candidatures pour 76 primes disponibles. Les candidatures étaient réparties de la façon suivante :

- 43 CR, soit 54% (dont 6 femmes, soit 14%),
- 37 DR, soit 46% (dont 9 femmes, soit 21%).

La section a classé 75 dossiers (suivie d'une liste complémentaire) répartis de la façon suivante :

- 41 CR, soit 55% (dont 6 femme, soit 15%)
- 34 DR, soit 45% (dont 9 femmes, soit 26%)

Conformément aux recommandations du CNRS, parmi les dossiers présentant une recherche de grande qualité, la section a classé en priorité les candidates et candidats pouvant obtenir la prime au titre de l'ensemble des missions d'un chercheur au sens de l'article L411-1 du code de la recherche (développement des connaissances ; transfert et leur application dans les entreprises, et dans tous les domaines contribuant au progrès de la société ; information des citoyens dans le cadre de la politique nationale de science ouverte et la diffusion de la culture scientifique et technique dans toute la population, notamment parmi les jeunes ; participation à la formation initiale et à la formation continue ; construction de l'espace européen de la recherche et participation aux coopérations européennes et internationales en matière de recherche et d'innovation ; administration de la recherche ; expertise scientifique). L'implication est appréciée au regard du corps d'appartenance et de l'ancienneté.

Par ailleurs, compte tenu du nombre limité de primes disponibles au regard de la qualité des dossiers lors de la campagne 2024, la section a choisi de classer en priorité cette année-là :

- les candidates et candidats dont les fonctions et responsabilités ne donnent pas lieu au versement de la composante fonctionnelle C2 du RIPEC, comme celles de DU, responsable de

projet ERC, etc.

- les candidates et candidats dont les activités ne donnent pas lieu par ailleurs à un complément de rémunération significatif, comme celles de chargé-es de cours à l'École polytechnique, MCF/PR attaché-es dans une ÉNS, etc.

Nous espérons que la communauté mathématique sera compréhensive vis-à-vis de ces critères qui, s'ils peuvent prêter à débat, nous semblent aller dans le sens d'une amélioration des conditions salariales du plus grand nombre. Compte tenu de l'augmentation significative du nombre de primes disponibles, ces critères ont été abandonnés lors de la campagne 2025.

Les dossiers de candidature devraient inclure une brève description de l'activité de recherche (2-3 pages) dans le cv et se limiter à la période de référence (soit les quatre dernières années en ajoutant 18 mois par congé maternité).

## 6. Médailles du CNRS

En réponse à la commande de l'INSMI, la section 41 propose chaque année quatre noms pour la médaille de bronze et deux noms pour la médaille d'argent (à parité). La sélection finale est effectuée en comité de direction du CNRS.

Les lauréates et lauréats des deux dernières années sont :

- Bronze 2024 : Charlotte Perrin, Danylo Radchenko,
- Argent 2024 : Julie Delon,
- Bronze 2025 : Laure Dumaz, Benjamin Wesolowski,
- Argent 2025 : Serge Cantat.

## 7. Délégations CNRS

La section 41 est consultée sur les demandes d'accueil en délégation au CNRS des enseignantes-chercheuses et enseignants-chercheurs demandant une affectation dans une unité de l'INSMI. Les décisions sont prises par le CNRS après proposition des instituts, en s'appuyant sur les avis des sections, de l'unité d'accueil et des établissements des candidats et candidates.

Outre la qualité scientifique du dossier, le projet de recherche est un élément déterminant du processus d'évaluation de la section. Ce projet doit donc être clairement décrit. La section prend également en compte sur les cinq dernières années :



- le nombre d’heures d’enseignement effectuées;
- le nombre de délégations/CRCT obtenues;
- l’implication dans les tâches d’intérêt collectif (selon l’ancienneté).

Une attention particulière est portée aux situations suivantes :

- projet de séjour long ou mobilité géographique;
- finalisation d’HDR;
- retour de congé maternité, parental ou maladie longue;
- mobilité thématique, par exemple l’interdisciplinarité;
- développement de collaborations avec des entreprises;
- activités importantes de diffusion des mathématiques;
- tâche collective où aucune décharge n’est prévue;
- préparation d’un projet ERC.

Les délégations peuvent également être un moyen d’aider les collègues EC à redynamiser leur activité de recherche.

Pour rappel, le nombre de délégations dont dispose l’INSMI est fonction de la pression entre les instituts. Ainsi, bien que le nombre de demandes à l’INSMI soit reparti à la hausse (198 en 2022, 221 en 2023, 238 en 2024, 241 en 2025), le nombre de délégations effectivement accordées à l’institut reste stable, en raison de la hausse parallèle du nombre de demandes dans les autres instituts. La section encourage vivement les enseignants-chercheurs et enseignantes-chercheuses à soumettre régulièrement leurs candidatures afin de préserver le nombre significatif de délégations dont bénéficie traditionnellement notre communauté. Les collègues dont la demande d’accueil en délégation n’a pas été retenue sont invités à ne pas se décourager et à postuler à nouveau.

## 8. Chercheuses et chercheurs invités (postes rouges)

Les laboratoires ont la possibilité de demander auprès de l’INSMI des financements pour l’invitation de chercheurs et chercheuses en poste à l’étranger, pour une durée de 3 mois. Les principaux critères d’évaluation reposent sur la qualité du dossier scientifique des personnes invitées et sur le projet de recherche proposé. Ce projet doit associer au moins un membre de l’unité d’accueil et mettre clai-

rement en valeur les apports attendus de la collaboration. Bien qu’une demande puisse se limiter à une collaboration entre la personne invitée et son hôte, les projets présentant une dimension collective sont particulièrement appréciés. Il convient de rappeler que les postes rouges ne sont pas destinés à remplir le rôle d’un post-doctorat.

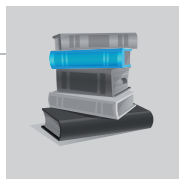
## 9. Écoles thématiques

Les écoles thématiques sont des rencontres scientifiques comportant des cours de niveau recherche destinés aux chercheuses et chercheurs, enseignantes-chercheuses et enseignants-chercheurs organisées dans le cadre de la formation continue des personnels CNRS. Le format colloque est par conséquent exclu. La contribution du CNRS a vocation à financer la participation des personnels CNRS. Ainsi, même si les écoles thématiques sont ouvertes aux doctorants et doctorantes, la participation du CNRS n’a pas vocation à les financer directement. Les dossiers d’écoles thématiques sont soumis à l’avis de la section lors de la session d’automne, après présélection par l’INSMI, et parfois plusieurs échanges pour cadrer le dossier. La section se prononce sur les aspects scientifiques et pas sur le montant attribué. Son avis est attendu sur la pertinence de la thématique par rapport au périmètre de l’INSMI, la cohérence des contenus proposés, le choix des intervenants, le programme proposé et le vivier du public visé, notamment parmi le personnel CNRS. La section est également sensible aux considérations de diversité et à la prise en compte de l’impact écologique de ces écoles thématiques.

## 10. Motion d’opposition au projet de « key labs »

La section a voté la motion suivante le 30 janvier 2025 :

« La Section 41 du Comité national de la recherche scientifique s’oppose à la proposition de labellisation de “key labs” faite par la direction du CNRS, sans aucune concertation avec les acteurs de la recherche et leurs instances représentatives. Cette proposition va à l’encontre du fonctionnement de la communauté mathématique française et ne peut que lui porter préjudice. La Section s’associe à la motion de la Coordination des responsables des instances du CNRS (C3N) et refuse une mesure qui serait néfaste à l’ensemble de la recherche française. »



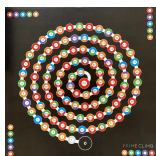
## JEUX, LIVRES ET CIE

### Liste au père Noël pour la Gazette

À l'approche des fêtes, il est de tradition de dresser une liste de souhaits. La *Gazette* vous propose ainsi, sous forme d'une liste au père Noël, quelques suggestions de lectures, spectacles et jeux à saveur mathématique. Que l'on y voie un clin d'œil ou une source d'inspiration, chacun pourra y trouver matière à enrichir sa bibliothèque ou à partager le plaisir des mathématiques autrement.

Nous remercions chaleureusement Sonia Marichal pour la rédaction de ces recensions inspirantes et pour son travail attentif de sélection.

### Pour jouer ensemble et avec les maths



Prime Climb  
Dan FINKEL et Katherine Cook  
ThinkFun Ravensburger, 2022

À partir de 10 ans (8 ans avec de l'aide). Pour 2 joueurs et plus.

*Prime Climb* est un jeu de hasard, stratégie et calcul, multi-primé, dont le but est d'être le premier à avoir atteint la case 101 avec ses deux pions. Les déplacements s'effectuent en appliquant à la valeur de la case où se trouve un pion le résultat d'une opération arithmétique usuelle (addition, soustraction, multiplication, division) en combinant avec les valeurs des deux dés à dix faces.

Exemple : un joueur qui a ses pions sur les cases 12 et 39 obtient 5 et 8 sur les dés. Voici deux de ses nombreuses possibilités de déplacement :

- avancer de 12 jusqu'à 20 grâce à  $+8$  puis avancer ce même pion de 20 à 100 grâce à  $\times 5$  et maintenir le second pion sur le 39 ;
- reculer le pion de 39 jusqu'à 31 grâce à  $-8$  et avancer l'autre de 12 à 60 grâce à  $\times 5$ . Ainsi, le premier pion tombe sur une case rouge « nombre premier » – *prime* en Anglais, d'où le nom du jeu – et permet de piocher l'une des cartes actions qui pimentent la partie : rejouer, renvoyer un pion adverse au départ, échanger les chiffres des dizaines et des unités de sa case etc.

#### Les atouts du jeu

- Le plateau de jeu est élégant, avec sa spirale d'Archimède qui enroule les entiers de 1 à 101. Chaque nombre est ceint d'un anneau comportant des secteurs colorés donnant sa factorisation en nombres premiers.
- *Prime climb* permet de percevoir les distances entre les entiers, selon qu'on utilise l'addition ou la multiplication.
- Certaines stratégies sont contre-intuitives : sur une case de valeur élevée, auriez-vous spontanément envie de « reculer pour mieux sauter » ?

- C’est un réinvestissement ludique pour les tables de multiplication à l’endroit ( $7 \times 8$ ?) et à l’envers (par combien puis-je diviser 56?).
- Ce jeu est idéal en famille, en club maths ou en Sacamaths à partir du CM1. En classe on peut proposer, en guise de rituel de calcul mental, la photo d’une partie en cours et demander de trouver les opérations qui avancent un pion le plus loin possible avec plusieurs lancers de dés successifs.



## SET

Marsha FALCO  
Gigamic, 1991

À partir de 6 ans. Pour 1 à 20 joueurs.

Vous aimez *Jungle Speed* ou *Qwirkle*, vous êtes imbattable à *Twin it!* ou au *Quarto*? Vous avez tout l’air d’être à point pour vous mesurer à SET! Ce jeu d’observation et de rapidité a pour but d’identifier avant les autres joueurs un « set » parmi 12 cartes exposées.

Chaque carte présente des symboles ayant 4 caractéristiques :

- nombre : un, deux, trois ;
- forme : losange, vague, patatoïde ;
- couleur : vert, violet, rouge ;
- remplissage : vide, hachuré, plein.

Un set est un ensemble de 3 cartes dont chacune des quatre caractéristiques est soit totalement identique, soit totalement différente de celles des deux autres cartes. On peut très rapidement enseigner la règle du jeu en exhibant d’abord des sets gagnants dont les joueurs doivent valider l’authenticité en détaillant les caractéristiques, puis des sets avec une carte incorrecte et enfin des sets partiels à compléter.

## Les atouts du jeu

- Ce jeu exerce la capacité de classification, en isolant ou en combinant les caractéristiques des cartes. Le choix de deux cartes amène à raisonner par condition nécessaire pour déterminer la troisième.
- Le cerveau est plutôt conditionné à percevoir des points communs, alors c’est un vrai défi pour l’œil de détecter les trois cartes d’un set quand elles diffèrent sur les quatre caractéristiques...
- Derrière l’apparente simplicité de SET, se cachent des mathématiques que Pierre Jalinière a décortiquées dans un article <sup>a</sup> piste bleue écrit en 2013 pour le site Image des maths du CNRS.
- On parie que vous aurez la pêche en découvrant la version fruitée programmée par Éric Elter sur GeoGebra <sup>b</sup>. C’est d’ailleurs un excellent support pour apprivoiser le jeu en classe entière.
- On peut détourner les cartes de SET pour explorer d’autres jeux de combinatoire ; Ève et Alex de la chaîne YouTube Thomaths <sup>c</sup> vous montreront la voie.

a. <https://images-des-maths.pages.math.cnrs.fr/freeze/Le-jeu-Set.html>

b. <https://www.geogebra.org/m/gdyafwmk>

c. <https://www.youtube.com/watch?v=O-V2o1rJgGc>

## Un peu de lecture



### L'univers de Pi

Anita LEHMANN, Jean-Baptiste AUBIN et Sildre JOONAS

Helvetiq, 2025. 88 p. ISBN : 978-2889770335

Tout public à partir de 9-10 ans.

À mi-chemin entre l'album et la bande dessinée, ce livre hybride fait le tour du nombre Pi avec une belle pédagogie. Cette fresque historique est en réalité très contemporaine dans sa narration et dans la scénarisation colorée avec une mascotte punchy. Les lecteurs pourront tout à la fois se cultiver, s'amuser du ton humoristique et se creuser les méninges pour démontrer certains paradoxes.

À noter : ce livre figure dans la sélection du Prix Tangente des lycéens 2026.

Au fil des pages on aime :

- les notes de bas de page qui définissent le lexique mathématique ;
- les citations de mathématiciennes et mathématiciens ;
- Les défis « prouvons-le »... surtout quand on y parvient !



### Ma petite histoire des nombres

Étienne GHYS

Odile Jacob, 2025. 216 p. ISBN : 978-2-415-01146-8

Grand public, à partir de 14 ans.

Avec son brillant talent de vulgarisateur et de conteur, le secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences nous embarque dans son voyage au pays des nombres et des opérations. Dans un style narratif accessible et sans formalisme excessif, Étienne Ghys partage son émerveillement pour les « petites histoires » des nombres en les replaçant dans la grande Histoire.

L'ouvrage se divise en six parties : Ressentir les chiffres ; Écrire les nombres ; Multiplier ; Diviser ; Des triangles, des carrés et des cubes ; Structures. Les nombres sont notamment étudiés par le prisme des sens (la synesthésie, le comptage sur les doigts), du calcul mental, de l'écoulement du temps (arithmétique modulaire), de la géométrie, de l'informatique et des ensembles.

L'auteur distille également des points de vue personnels sur les nombres et la manière dont il s'y est frotté enfant ou adulte avec des émotions parfois dures (aïe, la table de 6...) et parfois merveilleuses. À noter : ce livre figure dans la sélection du Prix Tangente des lycéens 2026 (tiens, tiens, encore un...).

Au fil des pages on aime :

- la préface dans laquelle Étienne Ghys exprime son envie d'aller à la rencontre des non-mathématiciens « Monsieur et Madame Tout-le-Monde » et où il s'adresse à sa lectrice en toute



- simplicité, en expliquant ce choix de genre, atypique et militant ;
- retrouver du plaisir à tester puis démontrer des propriétés par soi-même ;
  - les nombreuses illustrations et l'utilisation des couleurs dans l'écriture des nombres ; des choix pédagogiques qui font que cet essai peut plaire dès la fin du collège ;
  - la bienveillance malicieuse de l'auteur qui nous absout par avance de ne pas nous attarder sur les chapitres finaux plus ardue.

On peut compléter cette lecture par l'écoute d'un épisode<sup>a</sup> du podcast Être et Savoir intitulé « Personne n'est nul en maths » dont Étienne Ghys est l'invité.

a. Podcast Être et Savoir de Louise Tourret, France Culture, épisode du 9 juin 2025 : <https://edurl.fr/PasNulEnMaths>



### • Le Rulpidon sous toutes ses coutures. Une aventure mathématique et artistique

Sylvie BENZONI

Dunod, 2024. 184 p. ISBN : 978-2100866298

Public ayant des connaissances mathématiques.

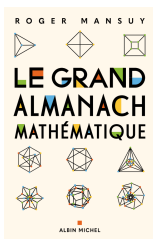
Le Rulpidon ? Un mot qui roule dans la bouche, un solide qui tient dans la main, un colosse d'acier de 2 m de diamètre qui trône au jardin parisien Jacqueline Ferrand de l'Institut Henri Poincaré (IHP). Ce drôle d'objet artistico-mathématique – équidomoïde à base carrée pour les intimes – est une intersection de cylindres orthogonaux et perforés. Dans le récit de Sylvie Benzoni-Gavage, mathématicienne et ex-directrice de l'IHP, tout part d'un cadeau du sculpteur Ulysse Lacoste, un « Rulpi-don » qui va entraîner la chercheuse dans une quête géométrique, topologique et artistique. Ce livre est une véritable narration de recherche, avec ses questions et conjectures (Combien de trous a cet objet ? Quelle est sa trace sur le sol quand il roule ? Quel est son nombre chromatique et comment le prouver ?), ses phases d'enthousiasme quand la résolution avance et ses tâtonnements quand Sylvie réalise une erreur ou ne sait pas par où attaquer un problème. L'objet de la quête : transposer le théorème des 4 couleurs du plan en un théorème des 9 couleurs pour le Rulpidon, coloriage à l'appui. Si vous réussissez à percevoir un quadrilatère comme un 1-tore mis à plat, vous aurez sans doute l'agilité mentale nécessaire à la topologie, pour visualiser dans l'espace les chemins d'une fourmi sur des surfaces courbes, ou les découpages, recollements et superpositions permettant de ne pas perdre le fil. Si le début du livre est tout à fait accessible à des lycéens, les chapitres sur la recherche du coloriage de la carte complète sont plus ardue, malgré le pas à pas et la pédagogie déployée par l'autrice (nous n'avons pas son entraînement!).

Au fil des pages on aime.

- Les mots du quotidien pour comprendre le genre mathématique d'un objet (façon *Topologie pour les Nuls*) : la chambre à air, la bouée à deux places, le bretzel.
- Le titre « Le Rulpidon sous toutes ses coutures » qui est à prendre au sens propre et au figuré. Il est question de jolies maths colorées à voir, toucher et bricoler. De fil en aiguille, ses questions amènent la chercheuse à découper du papier, coudre des polygones en feutrine, colorier des patrons, faire découper de la mousse ou demander une modélisation sur ordinateur.
- L'écriture à la première personne : sans chichis, Sylvie Benzoni-Gavage « ouvre grand [sa] cuisine intérieure » et nous prend à témoin de sa quête semée d'embûches. Cela donne l'impression de

feuilleter le journal de bord de cet accouchement scientifique.

- Les vignettes sous les titres de chapitres ; minimalistes et claires, chacune traduit en image un point d'étape de cette épopée rulpidonienne. Elles complètent les très nombreuses illustrations sans lesquelles un non-mathématicien serait perdu. À noter : la version e-book permet de consulter quantité de sites et vidéos sur les cartes complètes ou le Rulpidon.
- Enfin et surtout, la démarche de recherche explicitée : se poser une question, en parler aux collègues, invoquer les erreurs du passé sur la formule d'Euler, chercher de la littérature sur le sujet ou des prépublications en voyageant du XIX<sup>e</sup> au XXI<sup>e</sup> siècle, rédiger un article, vulgariser ses recherches et enfin tisser une petite communauté cosmopolite de « mathématiciennes expérimentales » découverte via un réseau social spécialisé... Probablement un argument de poids pour le jury qui lui a décerné le Prix Tangente en 2025.



Le grand almanach mathématique

Roger MANSUY

Albin Michel, 2025. 416 p. ISBN : 978-2-226-49445-0

Grand public à partir du lycée

À chaque jour de l'année, sa miscellanée ! Cet almanach met à l'honneur les maths dans leur diversité, ainsi que celles et ceux qui les ont faites. Au fil des 365+2 jours (février est deux fois facétieux !), Roger Mansuy, enseignant en classes préparatoires au lycée Saint-Louis et infatigable diffuseur de maths, nous régale d'anecdotes. C'est l'occasion pour lui de rendre un hommage appuyé aux mathématiciennes trop souvent oubliées par la communauté scientifique et méconnues du grand public. Il revient également sur certains défis des Olympiades internationales tels que « Soient  $a$  et  $b$  des entiers positifs tels que  $ab + 1$  divise  $a^2 + b^2$ . Montrer que le quotient est le carré d'un entier » (seriez-vous médaillé ?). Il dépeint une kyrielle de portraits et met en avant des théorèmes atypiques (connaissez-vous Marion et son théorème éponyme ?). Enfin, il présente des nombres aussi sympathiques que  $22/7$ , le voisin juilletiste de  $\pi$ .

Un livre à picorer chaque jour pour se coucher un peu plus cultivé.

Au fil des pages on aime :

- la culture foisonnante où les maths intersectent tous azimuts une foule d'autres disciplines dont l'histoire, la musique, la politique, la cuisine, la poésie, l'astronomie etc.
- l'humour et le suspense que l'auteur ménage de manière à muer certaines brèves en micronouvelles à chute ;
- la contrainte d'une seule page par jour qui devrait inciter les lecteurs et lectrices à explorer plus avant par eux-mêmes certains sujets, par exemple en consultant les musiques et vidéos mentionnées par l'auteur.



### Une mathématicienne au jardin

Claire LOMMÉ

Tana Éditions, 2024. 128 p. ISBN : 103010526X

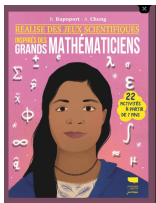
Grand public à partir du lycée.

Qui a dit que les mathématiciens étaient tous des hommes sérieux enfermés dans des bureaux ? Claire Lommé, enseignante chevronnée (et même doublement chevalier), autrice, formatrice et coordinatrice en ULIS, est un contre-exemple vivant de ce cliché austère, et elle le confirme dans cet essai mêlant mathématiques et nature. Au fil des saisons, son esprit effervescent saisit au vol la trame et la beauté mathématique dans tout ce qui l'entoure, de la toile d'araignée aux lignes du saule pleureur, en passant par les rosaces éphémères tracées sur une plage à marée basse.

À noter : ce livre figure dans la sélection du Prix Tangente des lycéens 2026 (jamais deux sans trois!).

Au fil des pages on aime :

- l'invitation à se questionner sur notre environnement observable et tangible. Cela induit l'envie d'expérimenter, de tester des modèles mathématiques, physiques ou informatiques et d'estimer avec des ordres de grandeur ;
- la conception poétique et scientifique du monde, qui est à la portée de qui veut bien aller se promener puis se poser pour le contempler ;
- ces maths où les équations sont remplacées par les douces illustrations de Jasmine Colin-Navaï.



### Réalise des jeux scientifiques inspirés des grands mathématiciens

Rebecca RAPOPORT, Allana CHUNG et Dalton Kelly ANNE

Delachaux et Niestlé jeunesse, 2024. 128 p. ISBN : 978-2603031216

Tout public à partir du primaire.

Cet album jeunesse original rassemble des jolis portraits pleine page de mathématiciennes et de mathématiciens inspirants, tels que Mary Everest Boole, David Blackwell, John Conway ou Nalini Joshi. À chacune des personnalités scientifiques présentées est associée une activité manuelle ou ludique. Origami, tissage, diffusion d'un colorant, réalisation d'un pavage, confection d'un bracelet, magie ou tirages au sort sont autant d'occasions de manipuler les maths en famille ou en classe, en s'amusant dès 7-8 ans.

Au fil des pages on aime :

- la sélection des personnalités qui fait la part belle aux contemporains (oui, il existe des mathématiciens vivants!) et qui honore un bel éventail de mathématiciennes ;
- la manière concrète de promouvoir un ou une scientifique via un angle de son domaine de recherche ;
- la clarté des manipulations, guidées par un tuto pas à pas en photos, ainsi que la présence d'annexes à recopier ou photocopier.

## En avant la musique !



### Les tables de multiplication, En mesure sans démesure par les Cuivres de Ménilmontant

MP3 ; CD

Label : Le temps de Chanter GRAML, 2018

.....

Tout public à partir du primaire.

Tralala, voilà un chouette album en neuf titres entraînants qui aidera les plus jeunes à automatiser les multiplications comme des gammes, mais avec plaisir et facilité. Grâce aux Cuivres de Ménilmontant, chacune des tables est ici une fable de multiplication, à travers une chanson dont le style musical se marie assez naturellement à sa valeur. Ainsi les enfants – pour les parents, vous n’avez pas de preuves – se dandineront sur le paso doble de la table de 2, tournoieront au rythme ternaire de la valse pour celle de 3 et se laisseront aller à danser le rock pour la table de 4... Les instruments de cette fanfare sont variés et originaux : basse, violon, trombone, trompette, euphonium, bugle, bombardon et percussions.

Un petit air de succès.

- La musique qui transforme un apprentissage en moment de fête et active par la même occasion de multiples canaux sensoriels facilitant la mémorisation.
- La diversité des styles électro, afro, valse etc. qui mettent à l’honneur des cultures variées, comme un écho implicite à l’universalité des mathématiques.
- Les moyens mnémotechniques chantés de la table de 9 et l’évocation du comptage duodécimal sur les phalanges dans la chanson de la table de 6, qui donnent du sens aux apprentissages.

## Des sorties mathématiques et artistiques cet hiver



### Spectacle Murmuration Level 2, chorégraphié par Sadeck Berrabah

.....

Tout public à partir de 7 ans. Durée 1 h 15.

Du 21 décembre 2025 au 4 janvier 2026 au Théâtre Marigny à Paris. En tournée dans toute la France jusqu’en avril 2026.

De 25 € à 77 € selon les théâtres et les catégories des places.

Fermez les yeux et imaginez...

Nous sommes en automne, le soleil décline et voici qu’apparaît dans le ciel crépusculaire une murmuration. Si ce mot inconnu et poétique vous surprend, vous allez pourtant reconnaître à sa description ce phénomène envoûtant. Au-dessus de votre tête se produit le tournoiement mystérieux d’une nuée de d’oiseaux noirs, probablement des étourneaux sansonnets. Ils donnent l’impression de



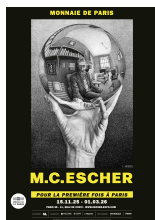
se mouvoir comme si l'ensemble était un fluide, tant le groupe évolue en volutes harmonieuses, avec une synchronisation presque surnaturelle des milliers de petits volatiles. Ce mot murmuration a été choisi par le chorégraphe et danseur autodidacte Sadeck Berrabah pour intituler son spectacle en 2023. Cet hiver, il revient sur scène avec quelques dizaines de danseurs pour « Murmuration Level 2 » avec des tableaux inédits. Les artistes sont tout de noir vêtus à l'exception de leurs avant-bras, dénudés pour capter la lumière. Ils disposent parfois d'accessoires : gros cubes pour le décor ou le son, chapeaux bicolores, lampes de poche, vestes réversibles, parapluies colorés. La musique rythmée, composée par le frère de Sadeck, accompagne la danse qui alterne entre synchronicité et ondulations très légèrement décalées. En interview <sup>a</sup>, Sadeck explicite toujours son goût pour les maths, en évoquant le nombre d'or et la suite de Fibonacci, ou encore la présence d'un Rubik's'kub virtuel dans lequel s'inscrivent les mouvements de bras élémentaires des danseurs.

On applaudit.

- La géométrie qui est présente en fil rouge à travers les bras des danseurs qui font apparaître toutes sortes de polygones, d'escaliers, de moulins et d'étoiles parfaitement mis en valeur par des symétries axiales et centrales. Ces bras sont comme les bâtonnets d'un affichage digital qu'on pourrait allumer ou éteindre de manière binaire, afin de dessiner des motifs ou d'écrire des caractères majuscules.
- La surprise qui est réservée au public en fin de spectacle... (mais si on la révélait ici, ce ne serait plus une surprise!).
- L'inventivité de Sadeck Berrabah qui a créé une danse ultra moderne permettant d'impliquer des artistes en situation de handicap, comme lors de la séquence de passation entre les JO de Pékin et ceux de Paris <sup>b</sup>.

a. Pour découvrir la personnalité de Sadeck et son art, on peut regarder le documentaire « Le théorème de Sadeck » (58 min) réalisé par Stéphane Carrel.

b. Une chorégraphie Originale par Sadeck Waff sur la chaîne de Paris 2024 : <https://www.youtube.com/watch?v=XCdsIkQqAmE>



### Expo rétrospective « Maurits Cornelis Escher »

Tout public à partir du primaire.

Du 15 novembre 2025 au 1<sup>er</sup> mars 2026 à la Monnaie de Paris, 11 Quai de Conti - 75006 Paris, Adultes : à partir de 17 €. Enfants 3-12 ans : à partir de 10 €. Tarifs réduits.

La Monnaie de Paris organise la première rétrospective parisienne consacrée à Maurits Cornelis Escher, artiste néerlandais visionnaire (1898-1972). Au carrefour entre mathématiques, art et poésie visuelle, Escher s'est illustré par ses gravures sur bois et ses lithographies reconnaissables en un coup d'œil. Entre figuration et abstraction, il a exploré les illusions d'optique, les paradoxes visuels et les pavages en métamorphoses (ce motif, est-ce un oiseau ou un poisson?). Sa célèbre œuvre *Relativité* est l'archétype des perspectives impossibles, qui ont inspiré plusieurs générations dont certainement les escaliers tournants des œuvres de la saga Harry Potter. L'exposition, conçue de façon chrono-thématique, présente les œuvres emblématiques d'Escher, ainsi que des pièces et

billets qu'il a créés et qui n'ont jamais été mis en circulation. Elle offre un voyage immersif grâce à des installations pédagogiques interactives et des vidéos. Une invitation pour le public à adopter son regard singulier, à remettre en question la perception de la réalité et à s'émerveiller devant la beauté cachée des mathématiques.

Si, après sa distribution traditionnelle, il devait rester au Père Noël quelque disponibilité dans son traîneau, il pourrait utilement enrichir vos bibliothèques par quelques ouvrages récents.

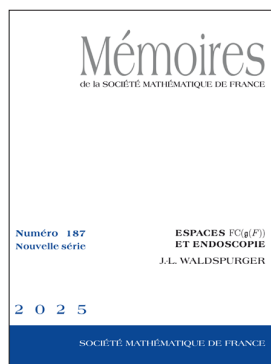
On mentionnera, à titre d'exemple, *Céleste Harmonie* de Chika Shimana et Nomame Mitsushiro (en deux volumes), ou encore l'ouvrage de Santi Selvi et Zarzo, *Sophie Germain, la mathématicienne autodidacte*, qui a récemment été retenu dans la sélection du premier Prix Tangente des collèges. Ces publications constituent une occasion privilégiée de faire découvrir aux plus jeunes l'œuvre et la pensée de Sophie Germain, figure essentielle de l'histoire des mathématiques et des sciences.

Dans un registre plus ludique, il existe également des accessoires originaux tels que des emporte-pièces en forme du symbole  $\pi$ , métalliques ou issus de l'impression 3D, permettant de confectionner des biscuits à l'occasion de la Journée de Pi, célébrée chaque année le 14 mars.

Cette liste ne saurait être exhaustive : de nombreuses nouveautés éditoriales à caractère mathématique paraîtront cet hiver et pourront trouver naturellement leur place dans vos bibliothèques.

Sonia Marichal

## Mémoires - nouveauté



Vol. 187

### Espaces $FC(g(F))$ et endoscopie

J.L. WALDSPURGER

ISBN 978-2-37905-218-7

2025 - 148 pages - Softcover. 17 x 24

Public: 51 € - Members: 36 €

Soient  $F$  un corps  $p$ -adique et  $G$  un groupe réductif connexe défini sur  $F$ . On suppose que  $p$  est grand Notons  $\mathfrak{g}$  l'algèbre de Lie de  $G$  et introduisons la transformation de Fourier  $f \mapsto \hat{f}$  de  $C_c^\infty(\mathfrak{g}(F))$ , normalisée d'une façon habituelle. Dans un article précédent, on a défini l'espace  $FC(\mathfrak{g}(F))$  des fonctions  $f \in C_c^\infty(\mathfrak{g}(F))$  telles que les intégrales orbitales de  $f$  et de  $\hat{f}$  s'annulent en tout élément de  $\mathfrak{g}(F)$  qui n'est pas topologiquement nilpotent. Ces espaces sont conservés par transfert endoscopique. Ici, on suppose que  $G$  est absolument quasi-simple et simplement connexe et on définit une décomposition de  $FC(\mathfrak{g}(F))$  en somme directe de sous-espaces de sorte que les propriétés relatives à l'endoscopie deviennent claires dans chaque sous-espace. En particulier, si  $G$  est quasi-déployé, on décrit le sous-espace  $FC^{st}(\mathfrak{g}(F))$  des éléments stables de  $FC(\mathfrak{g}(F))$ .

Disponible sur le site de la SMF (boutique en ligne) : <https://smf.emath.fr>

\*frais de port non compris



## Instructions aux autrices et auteurs

**Objectifs de la *Gazette de la Société Mathématique de France*.** Bulletin interne de la SMF, la *Gazette* constitue un support privilégié d'expression au sein de la communauté mathématique. Elle s'adresse aux adhérents, mais aussi, plus généralement, à tous ceux qui sont intéressés par la recherche et l'enseignement des mathématiques. Elle informe de l'actualité des mathématiques, de leur enseignement et de leur diffusion auprès du grand public, de leur histoire, de leur relation avec d'autres sciences (physique, informatique, biologie, etc.), avec pour objectif de rester accessible au plus grand nombre.

On y trouve donc des articles scientifiques de présentation de résultats ou de notions importants, ainsi que des recensions de parutions mathématiques récentes. Elle contient aussi des informations sur tout ce qui concerne la vie professionnelle d'un mathématicien (recrutements, conditions de travail, publications scientifiques, etc.) ainsi que des témoignages ou des tribunes libres.

La *Gazette* paraît à raison de quatre numéros par an avec, de temps en temps, un numéro spécial consacré à un sujet particulier de mathématiques ou bien à un grand mathématicien.

Elle est envoyée gratuitement à chaque adhérent. Les numéros actuel et anciens sont disponibles en ligne (<http://smf4.emath.fr/Publications/Gazette/>).

**Articles scientifiques.** Les articles scientifiques de la *Gazette* sont destinés à un large public intéressé par les mathématiques. Ils doivent donc être écrits avec un souci constant de pédagogie et de vulgarisation. Les auteurs sont en particulier invités à définir les objets qu'ils utilisent s'ils ne sont pas bien connus de tous, et à éviter toute démonstration trop technique. Ceci vaut pour tous les textes de la *Gazette*, mais en particulier pour ceux de la rubrique « Raconte-moi », destinés à présenter de manière accessible une notion ou un théorème mathématique important.

En règle générale, les articles doivent être assez courts et ne pas viser à l'exhaustivité (en particulier dans la bibliographie). Sont encouragés tous les artifices facilitant la compréhension, comme l'utilisation d'exemples significatifs à la place de la théorie la plus générale, la comparaison des notions introduites avec d'autres notions plus classiques, les intuitions non rigoureuses mais éclairantes, les anecdotes historiques.

Les articles d'histoire des mathématiques ou contenant des vues historiques ou épistémologiques sont également bienvenus et doivent être conçus dans le même esprit.

**Soumission d'article.** Les articles doivent être envoyés au secrétariat, de préférence par courrier électronique ([gazette@smf.emath.fr](mailto:gazette@smf.emath.fr)), pour être examinés par le comité de rédaction. S'ils sont acceptés, il faut alors en fournir le fichier source, de préférence sous forme d'un fichier  $\text{\TeX}$  le plus simple possible, accompagné d'un fichier .bib pour les références bibliographiques et d'un pdf de référence.

Pour faciliter la composition de textes destinés à la *Gazette*, la SMF propose la classe  $\text{\LaTeX}$  *gztarticle* fournie par les distributions  $\text{\TeX}$  courantes ( $\text{\TeX}$  Live et  $\text{\MacTeX}$  – à partir de leur version 2015 – ainsi que  $\text{\MiKTeX}$ ), et sinon téléchargeable depuis la page <http://ctan.org/pkg/gzt>. Sa documentation détaillée se trouve à la page <http://mirrors.ctan.org/macros/latex/contrib/gzt/doc/gzt.pdf>. On prendra garde au fait que l'usage de cette classe nécessite une distribution  $\text{\TeX}$  à jour.

---

**Classe  $\text{\LaTeX}$  :** Denis BITOUZÉ ([denis.bitouze@univ-littoral.fr](mailto:denis.bitouze@univ-littoral.fr))

**Conception graphique :** Nathalie LOZANNE ([n.lozanne@free.fr](mailto:n.lozanne@free.fr))

**Impression :** Duplirprint – 733 rue Saint Léonard – 53100 Mayenne

Nous utilisons la police Kp-Fonts créée par Christophe CAIGNAERT.

