LA MULTIPLICATION BABYLONIENNE: LA PART NON ÉCRITE DU CALCUL

Christine Proust (*)

RÉSUMÉ. — Certains types d'erreurs de calcul dans les textes numériques babyloniens, aussi bien anciens (époque paléo-babylonienne) que plus récents (époque séleucide), sont récurrents et caractéristiques des nombres à plus de 5 positions sexagésimales. Ces erreurs pourraient donner des indices sur le procédé de multiplication des nombres à plus de 5 chiffres. Les nombres de grande taille seraient coupés en deux morceaux, les morceaux étant multipliés séparément, puis recollés par addition. Cette méthode met en lumière une limitation des capacités de traitement de la multiplication aux nombres à 5 chiffres, résultant d'une contrainte matérielle que pourrait imposer un instrument de calcul. Dans son origine, sa conception ou son fonctionnement, cet instrument de calcul pourrait être tributaire des cinq doigts de la main. La présence insistante et souvent énigmatique du mot « main » dans le vocabulaire sumérien de la numération est un indice à prendre en considération.

Abstract. — Babylonian multiplication: the unwritten side of CALCULATION. — Certain kinds of calculation errors found in Babylonian texts, dating either from the Old Babylonian period or the more recent Seleucid period, recur and are characteristic in the use of numbers with more than five sexagesimal positions. These errors might give clues about the multiplication process of such numbers. Numbers of a large size would have been cut into two pieces, each of which was then multiplied separately, and the pieces recombined by addition. This method brings to light a limitation to five digits in the multiplication process, which might have been induced by the use of some kind of a counting instrument. The instrument possibly depended on the five fingers of the hand, either in its origin, concept or operation. The persistent and often enigmatic occurrence of the word "hand" in the Sumerian vocabulary for numeration are worth looking into in order to substantiate this hypothesis.

LAPSUS NUMÉRIQUES

Les observations qui suivent ont été suscitées dans leur enchaînement par une note à paraître de Jens Høyrup [2000]. Elles voudraient contribuer à la réflexion concernant les méthodes du calcul numérique babylonien, en particulier la part non écrite des procédés de multiplication. Jens Høyrup

C. Proust, 18 rue de Turbigo, 75002 Paris (France). Courrier électronique : christine.proust@wanadoo.fr

Mots clés: calcul numérique, multiplication babylonienne, nombres abstraits, numération sexagésimale de position, zéro séleucide, erreurs de calcul, abaque, calcul digital.

Classification AMS: 01A17, AO6456, N3958.

^(*) Texte reçu le 16 mars 2001.

revient sur ce problème dans sa note à propos d'erreurs dans le calcul du carré de 10.50 (BM 13901) et de 14.48.53 20 (TMS XIX)¹. Par exemple, le calcul du carré de 14.48.53.20 recèle une erreur d'un genre assez répandu dans les textes de calcul numérique : ligne 4, le scribe trouve

 $3.39.28.44.26.40 \quad \text{au lieu de} \quad 3.39.28.4 \\ \underline{\textbf{3.27.2}} 4.26.40$

comme s'il avait oublié les quatre chiffres centraux. D'après J. Høyrup, l'analyse de ces erreurs apporte de nouveaux arguments en faveur de l'existence d'outils de calcul non écrits, évoquée de façon récurrente par les historiens des mathématiques babyloniennes. D'autre part, les étapes du calcul ne sont pas écrites (elles ne le sont jamais dans les tablettes qui donnent le carré numérique d'un nombre) et on peut difficilement croire que le seul calcul mental puisse suffire à mener à bien une telle suite de multiplications et d'additions élémentaires, sans l'aide d'un support matériel. Des erreurs du même type se retrouvent dans les grands textes de calcul numérique babylonien, en particulier la table d'inverses AO 6456 et la table de triplets pythagoriciens Plimpton 322, ainsi que plusieurs textes provenant de Nippur. Ces tablettes, quoique provenant toutes de la même région, l'ancien pays de Sumer, sont très éloignées chronologiquement, puisque plus de mille ans les séparent, AO 6456 étant d'époque séleucide (contemporaine de la Grèce hellénistique), tandis que les autres datent de l'époque paléo-babylonienne (vers -1800). Néanmoins, une cause unique est vraisemblablement à la source de ces erreurs apparentées et persistantes sur une très longue période.

LES NOMBRES ABSTRAITS

Avant de présenter les anomalies de calcul dans les textes ci-dessus, peut-être est-il utile de préciser quelques caractéristiques de l'écriture des nombres dans le milieu savant des écoles de scribes. Tout d'abord, plusieurs systèmes coexistent, remplissant des fonctions tout à fait différentes. Divers systèmes de principe additif et de bases variables sont utilisés dans la mesure². Ces nombres peuvent être qualifiés de « concrets » :

 $^{^{\}rm 1}$ Pour des précisions concernant l'écriture et la transcription des nombres babyloniens, voir le paragraphe suivant.

² Les principaux systèmes additifs impliqués dans la mesure sont les systèmes S et G. Pour une description détaillée de ces systèmes et de leur origine archaïque, voir les travaux de J. Friberg et de J. Ritter, notamment [Friberg 1995 et 1997] et [Ritter 1999].

ils renvoient à des grandeurs, et, du fait même de leur principe additif, la position des unités (donc leur ordre de grandeur) est identifiée; les fractions sont à ranger dans cette catégorie. Les nombres des textes et des tables mathématiques sont de tout autre nature. Ils sont caractéristiques des textes savants écrits dans un contexte scolaire. Ces nombres, de principe positionnel et de base 60, n'ont pas de marque permettant de déterminer la position des unités, donc l'ordre de grandeur (comme par exemple ce qui correspondrait à nos zéros en positions finales ou à notre virgule). Ils sont utilisés exclusivement pour le calcul. On peut les qualifier de «nombres abstraits»³. Ce sont d'eux qu'il s'agit dans le présent article. Les chiffres de 1 à 59 sont écrits en système additif et en base 10. Il y a donc une base 10 auxiliaire et des «sous-chiffres» pour les unités et les dizaines des chiffres principaux. La transcription adopte le même système :

WT ** TT

se transcrit 21 42 05, ou bien 21.42.5, et équivaut à $21 \cdot 60^2 + 42 \cdot 60 + 5$ à un facteur 60^n près, puisque le chiffre des unités n'est pas fixé⁴. Dans ce nombre, 42 est un chiffre principal, tandis que 4 et 2 sont des «souschiffres». Une des grandes faiblesses de l'écriture paléo-babylonienne est l'absence de signe pour indiquer des chiffres manquants dans la liste des puissances de 60 successives. Ainsi, 12.34 et 12.0.34 sont écrits de la même façon. Les astronomes de l'époque séleucide ont remédié à cet inconvénient en utilisant un signe spécial pour le zéro en position médiane. Leur usage du zéro n'est cependant pas tout à fait stable, et il arrive que le zéro séleucide intervienne comme sous-chiffre. Par exemple, dans 27.20. $\underline{\mathbf{0}}$.15, le zéro en caractère gras peut être un chiffre (il s'agit alors d'un zéro fautif, comme le contexte de la tablette l'indique sans ambiguïté); mais ce zéro peut aussi avoir une fonction de sous-chiffre, et la transcription serait alors 27. $\mathbf{20}$.15 (il n'y a alors pas d'erreur). L'usage du zéro comme

³ Cette distinction entre nombres abstraits et concrets a été faite par Thureau-Dangin [1932, p. 131]. J'ai abordé certaines questions soulevées par cette distinction dans mon mémoire de DEA « Activités mathématiques dans la Nippur paléo-babylonienne» (1999) et je me propose de les approfondir dans ma thèse en cours.

 $^{^4}$ Il serait plus clair d'adopter systématiquement dans la transcription le système de « translitération conforme » de J. Friberg : les dizaines sont surlignées, ce qui évite l'usage anachronique du « sous-chiffre » zéro. Par exemple, 1.30 serait transcrit $1\,\overline{3}$.

sous-chiffre n'étant pas systématique, il est difficile de trancher entre ces deux interprétations. Dans ce qui suit, ce type de zéro est présenté comme une erreur, mais il ne faut pas exclure l'autre explication.

LES ERREURS DANS AO 6456

La tablette AO 6456, conservée aujourd'hui aux Antiquités Orientales du Louvre, est une grande table d'inverses d'époque séleucide (≈ 300 av. J.C.), provenant d'Uruk, le grand centre savant de la Mésopotamie d'alors. La copie a été publiée par Thureau-Dangin en 1922 (planches 55–58), la transcription par Neugebauer en 1935 (p. 14–22) et une interprétation mathématique par Bruins en 1970. On se bornera ici à lister les erreurs, sans entrer dans une analyse de l'ensemble du texte. La tablette comporte 140 lignes en tout. Le tableau suivant donne la transcription de toutes les lignes qui présentent des erreurs, quel que soit leur type; celles qui nous intéressent ici sont en caractères gras.

- colonne 1 : numéro de la ligne;
- colonnes 2 et 3: transcription de la tablette;
- colonne 4 : corrections (les corrections écrites dans cette colonne remplacent la partie soulignée des nombres écrits dans les colonnes 2 et 3); remarques éventuelles en-dessous.

face, colonne 1

5	1.1.2.6.33.45	58.58.56. <u>33.45</u> *	*38.24	
14	1.4. <u>17</u> *.1.28.53.20	55.59.13.55.12	*18	
15	1.4.48	<u>45</u> *.33.20	*55	
30	1.12.49.4	49.26. <u>17</u> *.30.56.15	*18	

face, colonne 2

3	1.16.53.12.11.15	46.49.19. <u>54.58</u> *.53	.20 *40.14.48
	(40 et 14 ont été ajoutés fautivement + erreur de dizaine)		
5	1.17.40.20.16	46.20.54.51. <u>54</u> *.3.4	45 *30.14
	(30 et 14 ont été ajoutés fautivement + erreur de dizaine)		
12	1.21.22.48.45	44.14.12.28. <u>45</u> *	*48
16	1.22.23. <u>51</u> *.51.33.45	43.41.26.24	*50
21	1.24. <u>13</u> *.47.24.26.40	42.42.53.26.15	*16

23	1.25.25.46.52.30 (8 et 23 ont été ajoutés	42.31 *. 42.13.20 fautivement)	*8.23
28	1.27.53.26.15	40. <u>47</u> *.36	*57
32	1.29.12.19.26.34.23.19 59.43.20.12.20.34*.26.4		*38.8.36.52.20.44 **22, ***0
33	1. <u>19</u> *.40.50.24.27	40. <u>0</u> **.8.32.44.57.28. 29.55.20.9.52.35.33.20	*29, **zéro fautif (en trop)
34	1.31.7.30	39.30. <u>23</u> *.13.20	*22
		revers, colonne 1	
3	1.32.41.49.43.*.28.7.30) 38.50.10. <u>0</u> **.8	*zéro omis, **zéro fautif (en trop)
4	1.33. <u>15</u> *.43.12	38. <u>24</u> **.48.53.20	*18, **34
6	1.34.48.53.20	37. <u>48</u> *.7.30	*58
7	1.34.55.18.35*	37. <u>45</u> **.33.20	*45, **55
8	1. <u>37</u> *.27.**.13.20	37. <u>9</u> ***. 29.16.48	*38, **2, ***19
9	1.37. <u>29</u> *.22.30	36.51.50.24	*39
10	1.37.32.45.58.50.	36.54.20. <u>0</u> *.15	*zéro fautif (en trop)
	51.51.6.40		
13	1.38.52. <u>27</u> *.1.52.30	36.24.32	*37
18	1. <u>43</u> *.20.59.15.33.20	34.10.18. <u>48</u> **	*45, **45
22	1.49.21	32. <u>45</u> *.18.31.6.40	*55
26	1.53.46.40	31.38. <u>25</u> *.15	*26
33	1. <u>57</u> .*.53.16.48	30.31. <u>6</u> **. <u>13</u> ***.52.30	*57 manquant, **3, ***16
			(permutation $6 \leftrightarrow 3$)
34	1.58.31.6.40	30. <u>32</u> *.30	*22
35	1.58. <u>36</u> *.15	<u>29</u> **.20.26.40	*39.8.26 oubli de tous les chiffres entre 3 et 6, **30

revers, colonne 2

1	2.0.25.38. <u>4</u> *.52.25.29.	29.53.36.48.9	*14,
	46.**.29.37.46.40		**0
6	2.4.24.57. <u>33</u> *	28.56.6.40	*36
10	2.11.41.14.4.26.40	27.20. <u>0</u> *.15	*pas de zéro
11	2.13.20	<u>24</u> *	*27
12	2.16.41. <u>0</u> *.15	26.20.0. <u>18</u> **.53.20	*pas de zéro, **14.48
13	2.16. <u>33</u> *	26.22.01.52.30	*32
19	2.27.37.21	<u>27</u> *.23.11.29.42.	*24
		42.57.46.40	
22	2.33.36	23. <u>36</u> *.15	*26
24	2.35.20.40.32	23.10.27.25. <u>52</u> *.01.52.	36 45.7
31	2.57.46.40	20. <u>0</u> *.15	*pas de zéro

Le type d'erreurs le plus courant n'est pas pour le présent propos significatif : il s'agit d'oublis de signes des unités ou des dizaines (par exemple, dans les lignes 14 et 15 de la face, colonne I, le scribe écrit : 17 au lieu de 18; 45 au lieu de 55). Il sera ici rangé dans la catégorie « étourderie » ou erreur de copie, et exclu des commentaires qui suivent. Une deuxième catégorie d'erreurs est plus intéressante. Il s'agit de l'addition fautive de deux chiffres qui devraient être écrits successivement (type I); de l'insertion d'un zéro fautif (type II); de l'oubli d'un ou plusieurs chiffres en position médiane (type III). Ces erreurs ont pour points communs d'intervenir en position médiane (en général, dans la partie centrale du nombre) et dans des nombres à plus de quatre chiffres. Le tableau suivant donne la liste classée par genre de ces fautes (souvent, plusieurs types de fautes se cumulent; les caractères gras attirent l'attention sur un seul type) :

type	les nombres tels qu'il figurent dans AO 6456 (parties fautives en gras)	les nombres tels qu'ils devraient figurer (parties corrigées en gras)
Ι	46.49.19. <u>54</u> .58.53.20	46.49.19. 40.14 .48.53.20
	46.20.54.51. <u>54</u> .3.45	46.20.54.51. 30.14 .3.45
	42.31.42.13.20	42. 8.23 .42.13.20

	23.10.27.25. <u>52</u> .01.52.30	23.10.27.25. <u>45.7</u> .01.52.30
I bis	1.29.12.19.26.34.23.19.49.	1.29.12.19.26.34.23.19.49.
	59.43.20.12 .20.34.26.40	38.8.36.52 .20.44.26.40
II	2.16.41. <u>0</u> .15	2.16.41.15
	40. <u>0</u> .8.32.44.57.28.29.55.	40.8.32.44.57.28.29.55.20
	20.9.52.35.33.20	9.52.35.33.20
	38.50.10. <u>0</u> .8	38.50.10.8
	$36.54.20.\underline{0}.15$	36.54.20.15
	27.20. <u>0</u> .15	27.20.15
III	40.21.42.41.*.9	40.21.22.41. <u>0</u> .9
	1.32.41.49.43.*.28.7.30	$1.32.41.49.43.\underline{0}.28.7.30$
	1.58. 36 .15	1.58. 39.8.26 .15
	2.0.25.38. <u>4</u> .52.25.29.	2.0.25.38. <u>14</u> .52.25.29.
	46.*.29.37.46.40	46. <u>0</u> .29.37.46.40
	26.20. <u>0.18</u> .53.20	26.20. <u>14.48</u> .53.20

- Type I : deux chiffres sont ajoutés au lieu d'être écrits successivement; I bis peut se rattacher à ce type d'erreur, mais de façon non évidente;
- Type II : insertion fautive de zéro médian ; rappelons que si le zéro est admis comme sous-chiffre, seul le premier nombre comporte une erreur.
- Type III : oubli de chiffres (y compris les zéros) et sous-chiffres en position médiane. On note un nombre (l'avant dernier) où le même type d'erreur intervient à deux endroits.

Dans Plimpton 322, on trouve ligne 8 une erreur de type I, celui des additions fautives de chiffres successifs : le scribe écrit 41.33.<u>59</u>.3.45 au lieu de 41.33.<u>45.14</u>.3.45.

LES COUPURES DANS LES GRANDS NOMBRES: N 3958

Les erreurs insistantes et de natures apparemment diverses que nous venons de repérer pourraient avoir une explication unique révélée par un texte numérique paléo-babylonien provenant de Nippur. La tablette N 3958 a été publiée par Sachs en 1947. C'est la liste des doublements

successifs de 2.5, de 2.5 à $2.5 \cdot 2^{39}$. Sachs [1947, p. 228–229] a ainsi restitué le texte (les lignes 1 à 8 sont manquantes, ainsi que les lignes 37 à 40).

ligne	face	ligne	revers
1	2.5	21	10 + 6.48.53.20
2	4.10	22	20 + 13.37.46.40
3	8.20	23	40 + 27.15.33.20
4	16.40	24	1.20 + 54.31.6.40
5	33.20	25	$2.\underline{40} + \underline{1}.49.2.13.20$
6	1.6.40	26	5.20 + 3.38.4.26.40
7	2.13.20	27	$10.\underline{40} + \underline{7}.16.8.53.20$
8	4.26.40	28	21.20 + 14.32.17.46.40
9	8.53.20	29	42. 40 + 29 .4.35.33.20
10	17.46.40	30	1.25. 20 + 58 .9.11.6.40
11	35.33.20	31	$2.50.\underline{40}(+)1.\underline{56}.18.22.13.20$
12	1.11.6.40	32	5.41. 20 (+)3. 52 .36.44.26.40
13	2.22.13.20	33	$11.22.\underline{40}(+)7.\underline{45}.13.28.53.20$
14	4.44.26.40	34	22.45. 20 (+)15. 30 .26.57.46.40
15	9.28.53.20	35	$45.30.\underline{40}(+)31.\underline{0}.53.55.33.20$
16	18.57.46.40	36	1.31.1. 20 (+)1.2. 1 .47.51.6.40
17	37.55.33.20	37	
18	1.15.51.6.40	38	
19	2.31.42.13.20	39	
20	5.3.24.26.40	40	

Une curiosité dans l'écriture des nombres apparaît à la ligne 21, c'est-à-dire lorsque les termes de la suite dépassent 5 chiffres. Le nombre est coupé en deux par un signe de séparation (clou vertical + clou oblique) et les deux parties sont à partir de la ligne 21 doublées séparément. Ainsi, 10.6.48.53.20 est écrit 10+6.48.53.20, puis 10 d'une part et 6.48.53.20 sont doublés indépendamment. Il faut ensuite ajouter ces deux parties pour obtenir la valeur correcte, en tenant compte évidemment des positions sexagésimales relatives des chiffres. C'est pourquoi j'ai transcrit ce signe par «+». Le procédé continue dans tout le revers de la tablette, mais le scribe a omis de noter le signe de séparation à partir de la ligne 31.

Je l'ai restitué entre parenthèses. J'ai également souligné en caractères gras les chiffres des deux nombres à ajouter qui occupent la même position sexagésimale pour faciliter l'addition. Cette écriture des grands nombres en deux morceaux à ajouter explique ce que Neugebauer prend pour une « erreur » dans CBS 29 13 21 [Neugebauer 1945, note 68]. Dans la deuxième ligne de la colonne II, 1.26.18.9.11.6.40 est écrit 1.25.20.58.9.11.6.40, soit en réalité 1.25.20(+)58.9.11.6.40, le scribe ayant omis le signe de séparation. De même, dans les lignes 8 et 9 de la même colonne,

18.32.21.56.30 6.5.37.30

doit se lire : 18.32.21.56.30(+)6.5.37.30, c'est-à-dire 18.32.21.56.36.5.37.30; ici, la séparation est signalée par un passage à la ligne suivante.

TRACES DE RECOLLEMENTS

N 3958 donne une clé du mécanisme de multiplication d'un nombre de grande taille : lorsque le nombre à doubler (ou à multiplier par un facteur simple⁵) atteint cinq positions sexagésimales, il est coupé en deux et les deux parties sont doublées (ou multipliées) séparément. Le recollement se fait dans N 3958 par juxtaposition des deux morceaux, séparés (pas toujours d'ailleurs) par un signe spécial (clou vertical + clou oblique). Mais en général, le recollement se fait par addition : il ne laisse pas de traces, sauf par les erreurs qu'il engendre. L'addition est une opération qui, contrairement à la multiplication, exige un repérage précis des positions, au moins relatives, des chiffres dans le nombre, ce que ne permet pas de faire l'écriture babylonienne. Des erreurs découlent de ce défaut d'écriture : les recollements ne se font pas toujours au bon endroit. En particulier, deux chiffres occupant des positions voisines se retrouvent dans la même position et sont ajoutés, donnant des erreurs de type I; ou bien tous les chiffres situés entre eux deux sont escamotés, donnant des erreurs de type III. À l'inverse, des chiffres occupant la même position peuvent être fautivement écartés et laisser une place à un zéro erroné. La présence d'erreurs de cette nature dans AO 6456 laisse penser

 $^{^5}$ C'est-à-dire, en général, un nombre régulier à une position sexagésimale ou son inverse.

que les nombres de la liste sont obtenus par multiplications répétées d'une liste initiale par un (ou plusieurs) facteurs, les inverses étant multipliés par les inverses de ces mêmes facteurs. Une méthode de factorisation est également à l'œuvre, comme Friberg l'a montré de façon très détaillée, dans Plimpton 322 [Friberg 1981]. En résumé, toutes les erreurs décrites ici pourraient être des erreurs de raccordement dues à un mauvais repérage des positions relatives des deux nombres à ajouter : ce sont les cicatrices du recollement des deux morceaux séparés à partir de cinq chiffres. On peut même percevoir dans AO 6456 des recollements de trois morceaux (avant-dernier nombre de type III).

PROFIL D'UN HYPOTHÉTIQUE INSTRUMENT DE CALCUL

La contrainte persistante, au cours de la très longue histoire du calcul babylonien, de cette limitation des nombres à cinq chiffres est très étonnante : si l'hypothétique machine à calculer évoquée plus haut était de capacité insuffisante pour traiter des nombres de plus en plus importants (du point de vue du nombre des chiffres), pourquoi ne pas l'avoir agrandie, par ajout de tiges, ou de colonnes, ou de baguettes, ou tout autre support des différents chiffres? L'objet en question ne devait pas être une «abaque de poussière», comme Høyrup le montre dans sa note [2000, p. 4]. Une abaque dessinée dans le sable, du reste, aurait été indéfiniment extensible. Il est d'autre part constitué d'un matériau périssable, puisqu'on n'en connaît aucune trace archéologique. Un objet périssable, congénitalement limité à cinq éléments, étroitement lié au calcul, fait penser irrésistiblement à la main, mot qui est par ailleurs fréquent dans la terminologie sumérienne des nombres. Par exemple, un nombre à cinq positions (ou plus) du système S (système de numération affecté à une mesure de capacité et à une mesure de poids) est dit « šu nu taga », c'est-àdire mot à mot « que la main ne peut pas atteindre ». J. Høyrup (communication privée) a relevé de son côté nombre d'expressions énigmatiques faisant référence à la main. Le fonctionnement pratique d'une telle machine à calculer digitale reste à reconstituer, et à défaut de progrès significatifs dans ce sens, l'hypothèse avancée ici resterait ce qu'elle est : une simple association d'idées.

BIBLIOGRAPHIE

- Bruins (E.M.)
 - [1970] La construction de la grande table de valeurs réciproques AO 6456, Rencontres assyriologiques internationales, 17 (1970), p. 99–115.
- Friberg (Joran)
 - [1981] Plimpton 322, Pythagorean Triples, and the Babylonian Triangle Parameter Equations, Historia mathematica, 8 (1981), p. 277–295.
 - [1996] Bricks and Mud in Metro-Mathematical Cuneiform Texts, Max Planck Institute for the History of Science, Preprint No 32, Berlin, 1996.
 - [1997] Round and almost numbers in proto-literate metro-mathematical field texts, Archiv für Orientforschung, 44–45 (1997/1998).
- Høyrup (Jens)
 - [2000] A Note on Old Babylonian Computational Techniques, Filosofi og videnskabsteori på Roskilde Universitetscenter, 3, Raekke: Preprints og Reprints, 2000, No 3.
- Neugebauer (Otto)
 - [1935] Mathematische Keilschrifttexte I, Berlin: Springer-Verlag, 1935.
- NEUGEBAUER (Otto) & SACHS (A.J.)
 - [1945] Mathematical Cuneiform Texts, American Oriental Series, vol. 29, Lancaster: Lancaster Press, 1945.
- RITTER (Jim)
 - [1999] Metrology, Writing and Mathematics in Mesopotamia, Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum, New series, 3 (1999), p. 215–241.
- SACHS (A.J.)
 - [1947] Babylonian Mathematical Texts, Journal of Cuneiform Studies, 1 (1947), p. 219–240.
- Thureau-Dangin (François)
 - [1922] Tablettes d'Uruk, Textes cunéiformes du Louvre, VI/31, Paris : Geuthner, 1922.
 - [1932] Nombres abstraits et nombres concrets, Notes assyriologiques, Revue d'assyriologie et d'archéologie orientale, 29 (1932), p. 116–119.