Revue d'Histoire des Mathématiques

Weyl et la géométrisation de la physique

Christophe Eckes

Tome 20 Fascicule 1 2014

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : `revues@smf.ens.fr` / URL : `http//smf.emath.fr/`

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 80 €; prix public hors Europe : 89 €; prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
20 (2014), p. 95–170

WEYL ET LA GÉOMÉTRISATION DE LA PHYSIQUE

Christophe Eckes

Résumé. — Dans cet article, nous entendons décrire les rapports entre géométrie et physique dans l'œuvre de Weyl entre la fin des années 1910 et le début des années 1930. À cette fin, nous montrerons tout d'abord que Weyl s'intéresse aux théories relativistes à partir de 1916 via différents protagonistes : Grossmann, Einstein ou encore Hilbert. Minkowski est également une source d'inspiration pour Weyl. Ce dernier est alors convaincu qu'il existe une harmonie préétablie entre les développements de la physique et de la géométrie, illustrée par sa première théorie de jauge. Ensuite, nous souhaitons repérer les points communs, mais aussi les nombreuses divergences entre Hilbert et Weyl en physique mathématique d'un point de vue tant scientifique que philosophique en 1915–1921. Enfin, au cours de la seconde moitié des années 1920, Weyl s'intéresse à la mathématisation de la mécanique quantique et il développe une seconde théorie de jauge. Son épistémologie se caractérise par un tournant empirique. De plus, il est amené à relativiser l'importance de la géométrie (riemannienne et différentielle) pour mathématiser la physique. Il critique par ailleurs frontalement le projet de théorie unitaire fondée sur la notion de parallélisme absolu développé par Einstein.

Abstract (Weyl and geometrization of physics). — In this article, we describe the relationships between geometry and physics in Weyl's work between the end of the 1910s and the beginning of the 1930s. To this end, we first show that

Texte reçu le 23 octobre 2012, accepté et modifié le 2 avril 2013.

C. Eckes, Laboratoire d'Histoire des Sciences et de Philosophie, Archives Henri-Poincaré, UMR 7117 CNRS – Université de Lorraine, 91 avenue de la Libération – BP 454. F-54001 Nancy Cedex.

Classification mathématique par sujets (2010) : 01A60, 03A05, 53A30, 53B50.

Mots clefs : Weyl, Hilbert, Einstein, relativité générale, variétés de Weyl, théories unitaires, théories de jauge.

Key words and phrases. — Weyl, Hilbert, Einstein, general relativity, Weylian manifolds, unified field theories, gauge theories.

Weyl was interested in relativistic theories from 1916 onwards thanks to different actors : Grossmann, Einstein and Hilbert. Minkowski was also a source of inspiration for Weyl. At that time, Weyl was convinced by the idea that there exists a pre-established harmony between the developments of physics and of geometry. His first gauge theory is fully in accordance with this idea. Second, we identify the similarities, but also the numerous differences, between Hilbert and Weyl on the foundations of physics at a scientific and epistemological level between 1915 and 1921. Finally, during the second part of the 1920s, Weyl was interested in the mathematization of quantum mechanics and he developed a second gauge theory. His philosophy is characterized by an empirical turn. Moreover, he was led to relativize the role played by differential and Riemannian geometry in physics. He also criticized Einstein's project of building up a unified field theory based on the geometrical notion of absolute parallelism.

INTRODUCTION

Les liens entre géométrie et physique jouent un rôle essentiel chez Weyl, tant dans sa pratique de physicien-mathématicien que dans ses réflexions épistémologiques sur les sciences mathématiques et leur rapport à la physique. Cela est particulièrement vrai lorsqu'il participe à la mathématisation de la relativité générale à partir de 1916–1917. Il élabore dès 1918 une théorie unifiée de l'électromagnétisme et de la gravitation qui dérive de ce qu'il appelle une géométrie purement infinitésimale ([Weyl 1918b ;c]). Il projette alors de décrire la structure de la matière à partir de ce cadre géométrique élaboré *a priori*, comme en atteste en particulier la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie* (1919).

Même si la théorie unitaire de Weyl constitue un point d'ancrage essentiel pour comprendre les rapports qu'il établit entre géométrie et physique, nous ne pouvons pas nous limiter à elle. En effet, les textes qui, dans l'œuvre de Weyl, portent sur la géométrie et ses applications à la physique, ne sont pas restreints à la théorie unitaire qu'on lui doit à la fin des années 1910. Par exemple, il prononce en 1931 à l'université de Cambridge une conférence intitulée « Geometrie und Physik » ; il formule alors une série d'objections contre la théorie unitaire d'Einstein fondée sur la notion de parallélisme absolu ([Weyl 1931]). Or, le point de vue de Weyl sur les rapports entre géométrie et physique a sensiblement changé entre la fin des années 1910 et le début des années 1930. Il nous faudra donc être attentifs à ces changements et savoir les expliciter. Ensuite, il convient de souligner que Weyl est tout sauf un acteur isolé, aussi bien lorsqu'il s'investit en relativité générale à la fin des années 1910 que lorsqu'il s'intéresse à la mécanique quantique dès le milieu des années 1920. On ne peut donc pas évoquer la « géométrisation de la physique » dans l'œuvre de Weyl en négligeant les productions dues à d'autres acteurs qui ont inspiré Weyl ou dont la démarche est sensiblement différente voire même totalement opposée à celle de Weyl, d'un point de vue tant scientifique qu'épistémologique.

Avant de préciser l'objet du présent article, nous voudrions mettre en évidence la diversité et la complexité des problèmes qui se cachent derrière l'expression « géométrisation de la physique ». Elle repose sur le présupposé suivant : la géométrie interviendrait après coup pour formaliser une théorie physique. Dans cette perspective, on pourrait par exemple parler d'une géométrisation de la relativité restreinte, en nous référant notamment aux conférences prononcées par Minkowski dans les années 1907–1908, soit après les textes fondateurs d'Einstein en relativité restreinte. En première analyse, la théorie unitaire de Weyl ne correspond pas à ce schéma. Il commence par proposer une généralisation de la géométrie riemannienne, parce qu'il estime qu'elle ne constitue pas une géométrie *purement* infinitésimale. Il montre ensuite que sa géométrie correspond au cadre mathématique semble-t-il adéquat pour unifier la gravitation et l'électromagnétisme. Il déduit donc une théorie physique à partir de sa géométrie, conformément au point de vue *aprioriste* et *spéculatif* qui est alors le sien ([Scholz 2011]). Einstein, Reichenbach ou encore Hilbert reprocheront moins à Weyl d'avoir géométrisé une théorie physique que de croire qu'une théorie physique peut se déduire d'un cadre géométrique construit indépendamment de l'expérience (Voir à ce propos la correspondance Einstein / Weyl à la fin des années 1910 et au début des années 1920 qui a été analysée par E. Scholz dans [Scholz 2009] ; Reichenbach critique l'*apriorisme* de Weyl dans [Reichenbach 1920] ; pour sa part, Hilbert montre dans [Hilbert 1991] que la théorie unitaire de Weyl repose sur un processus extrême d'idéalisation).

Ensuite, le terme de « géométrisation » caractérise *un* mode de mathématisation des théories physiques parmi d'autres. Rien n'exclut d'envisager d'autres branches des mathématiques qui participent à la mathématisation d'une théorie physique. Il convient donc de savoir pourquoi Weyl met l'accent sur le domaine de la géométrie, en particulier à la fin des années 1910 et au début des années 1920. Encore faut-il préciser de quelle géométrie il est question. Autrement dit, lorsque l'on parle de « géométrisation de la physique », il est nécessaire de s'entendre sur le type de géométrie et d'espace géométrique que l'on se donne. Or, dans les écrits de Weyl consacrés aux rapports entre la géométrie et la physique, le terme géométrie a un sens relativement circonscrit : il est généralement question de géométrie différentielle, de géométrie riemannienne et des généralisations que cette dernière admet (nous pensons en particulier à la géométrie « weylienne » que nous présenterons dans la deuxième partie de notre article).

Mais l'expression « géométrisation de la physique » est tout aussi vague du côté de la physique. À quelles théories physiques fait-on alors référence et quels sont les « objets » physiques susceptibles d'être « géométrisés » ? Les réponses de Weyl à ces questions varient sensiblement entre la fin des années 1910 et le début des années 1930. À partir de 1916–1917, il s'appuie essentiellement sur la relativité générale qu'il interprète comme une géométrisation de la gravitation. Dans les premières versions de sa théorie unitaire (1918–1920), il estime même que la gravitation, l'électromagnétisme et la structure de la matière peuvent être entièrement décrits par un cadre géométrique adéquat, à savoir sa géométrie purement infinitésimale. Mais, avec les développements de la théorie des quanta puis de la mécanique quantique, il *relativise* de plus en plus fortement ce processus de « géométrisation » au cours des années 1920. C'est ce que l'on peut déjà observer à la fin de la quatrième édition de *Raum, Zeit, Materie* (1921). En outre, dès les années 1927–1928, il met en exergue d'autres domaines des mathématiques qui s'imposent progressivement pour formaliser la mécanique quantique : analyse fonctionnelle, algèbre abstraite, théorie des groupes et des représentations de groupes.

Par ailleurs, il nous faut clarifier les rapports entre géométrie et physique. D'une manière générale, un même formalisme mathématique peut admettre plusieurs interprétations physiques — c'est par exemple le cas des théorèmes de Noether (1918) qui reposent sur un formalisme lagrangien généralisé et qui sont susceptibles d'être interprétés dans une diversité de théories physiques (voir à ce propos [Kosmann-Schwarzbach & Meersseman 2004] et [Kosmann-Schwarzbach 2010]) — ; réciproquement, une même théorie physique peut être mathématisée en faisant intervenir et / ou en combinant divers formalismes. L'exemple de la mécanique quantique est particulièrement approprié ici : Weyl prend connaissance des travaux de Heisenberg, Born et Jordan dès 1925 (formalisme matriciel), il est en contact étroit avec Schrödinger à Zürich jusqu'en 1927 (formalisme ondulatoire), il entretient parallèlement une correspondance avec von Neumann (axiomatisation des espaces de Hilbert abstraits) et, enfin, à l'instar de von Neumann et Wigner, il s'appuie sur la théorie des groupes et des représentations de groupes pour rendre compte des phénomènes quantiques. On verra cependant qu'à la fin des années 1910, Weyl n'envisage pas des relations aussi complexes entre une théorie physique et sa mathématisation. Inspiré par Minkowski, dont il a édité les œuvres complètes avec Speiser en 1911, marqué par les travaux de Hilbert en physique mathématique (axiomatisation de la théorie du rayonnement et de la théorie cinétique des gaz, relativité générale et programme de Mie-Hilbert), Weyl croit en une harmonie préétablie entre géométrie et physique qui le guide d'ailleurs dans l'élaboration de sa théorie unitaire.

Ajoutons que diverses fonctions peuvent être prêtées au processus de géométrisation : clarification des fondements d'une théorie physique, visualisation des phénomènes qu'elle met en jeu, unification de diverses théories ou interactions, etc. La théorie unitaire de Weyl illustre parfaitement ce dernier point puisqu'elle vise à fondre la gravitation et l'électromagnétisme dans un unique cadre géométrique. Quelques questionnements supplémentaires méritent enfin d'être soulevés. Tout d'abord une théorie physique se réduit-elle à sa géométrisation ? En particulier, plusieurs contradicteurs de Weyl tels que Pauli lui montreront qu'il survalorise la place de la géométrie (pseudo-riemannienne) dans la théorie einsteinienne de la gravitation au détriment des principes physiques sur lesquels elle repose, en particulier le principe d'équivalence. Ensuite, toute interaction physique se prête-t-elle à un processus de géométrisation ? Nous verrons que Weyl abordera cette difficulté avec scepticisme dans sa célèbre conférence de 1931 intitulée « Geometrie und Physik ».

S'agissant de la constitution de notre corpus, nous devons tout d'abord rappeler la grande diversité des textes qui, dans l'œuvre de Weyl, se rapportent au processus de géométrisation de la physique : articles de recherche — nous pensons en particulier à la série d'articles qu'il consacre, entre 1918 et 1920, à la géométrie purement infinitésimale et la théorie unifiée des champs —, monographie sur la relativité générale déclinée en cinq éditions entre 1918 et 1923 ([Weyl 1918a]), conférences pour un public plus large, etc. Le problème de la relation entre physique et géométrie est également abordé dans la correspondance entre Einstein et Weyl à la fin des années 1910 et au début des années 1920. En outre, signalons qu'à la fin des années 1920, une lettre de von Neumann à Weyl porte sur le parallélisme absolu qu'Einstein introduit dès 1928 pour parvenir à une théorie unifiée de la gravitation et de l'électromagnétisme ([von Neumann 1929]). Weyl et von Neumann sont alors engagés dans la mathématisation de la mécanique quantique. Ils jugent le projet d'Einstein avec scepticisme. Dans sa conférence intitulée « Geometrie und Physik », Weyl indique d'ailleurs sans ambiguïté qu'il n'est pas convaincu par le *Fernparallelismus* d'Einstein. Plus généralement, il entend établir les limites du processus de géométrisation de la physique auquel il était pourtant attaché à la fin des années 1910.

Dans un premier temps, nous entendons montrer comment Weyl s'intéresse à la géométrisation des théories relativistes dès 1916. Certes, l'article fondateur d'Einstein intitulé « die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie » ([Einstein 1916]) a un impact indéniable sur Weyl en 1916. Nous ne devons néanmoins pas survaloriser la portée de ce texte dans la genèse de *Raum, Zeit, Materie.* Lorsqu'il écrit cette monographie, Weyl s'appuie sur une grande diversité de sources (Einstein, Hilbert, Grossmann, Freundlich, Kretschmann, Mie, etc.). Nous voudrions évoquer deux noms en particulier : Minkowski et Grossmann. Minkowski décède en 1909. Son influence sur le jeune Weyl, qui est *Privatdozent* à Göttingen de 1908 à 1913, est attestée par plusieurs sources, à commencer par le curriculum vitae que Weyl envoie pour être recruté à l'ETH de Zürich en 1913 (reproduit dans [Frei & Stammbach 1992, 9]). La conclusion de la célèbre conférence de Cologne de Minkowski inspire Weyl pour penser les rapports entre géométrie et physique ([Minkowski 1909a]), comme en attestent certains passages de *Raum, Zeit, Materie.* Enfin, Grossmann qui est professeur à l'ETH de Zürich joue sans doute un rôle de premier plan pour attirer l'attention de Weyl du côté de la relativité générale.

Dans un deuxième temps, nous reviendrons sur le projet de géométrie purement infinitésimale et de théorie unifiée des champs de Weyl et nous essaierons des comprendre les liens très complexes entre Hilbert et Weyl en physique mathématique à la fin des années 1910 et au début des années 1920. Tout d'abord, Weyl n'est pas convaincu par le projet de théorie unitaire esquissé par Hilbert dès sa première conférence sur les fondements de la physique en 1915. Néanmoins, Weyl prolonge une tradition hilbertienne en physique mathématique à différents niveaux : usage de méthodes variationnelles, programme de réduction de la matière à une théorie classique des champs, physique envisagée comme un prolongement de la géométrie. Inversement, en 1919–1920, Hilbert juge avec sévérité la théorie unitaire de Weyl, qu'il considère comme de la « physique hégélienne » (Hegelsche Physik). Ces désaccords proviennent notamment de styles de philosophie très différents : Weyl s'inspire alors essentiellement de l'idéalisme ficthéen, alors que Hilbert demeure attaché à des concepts d'inspiration kantienne.

Enfin, dans un dernier temps, nous montrerons que Weyl se distancie de plus en plus de cet idéal d'une physique géométrisée à mesure qu'il s'intéresse à la théorie des quanta et à la mécanique quantique. Ce fait apparaît avec éclat dans sa conférence intitulée « Geometrie und Physik » dans laquelle il critique le projet einsteinien d'une théorie unitaire fondée sur la notion de parallélisme absolu.

1. L'HÉRITAGE DE GROSSMANN ET DE MINKOWSKI

Weyl est *Privatdozent* à l'université de Göttingen à partir de 1908 avant d'être recruté à l'ETH (Eidgenössische Technische Hochschule) de Zürich à la fin du mois de juin 1913. En première approximation, de 1908 à 1915, ses travaux semblent relever essentiellement des mathématiques pures. Ils se répartissent alors en deux domaines : 1. équations intégrales, 2. surfaces topologiques et surfaces de Riemann. Entre le printemps 1915 et le printemps 1916, Weyl est réquisitionné par l'armée allemande. À la demande du gouvernement suisse, il est déchargé de ses obligations militaires et il enseigne donc de nouveau à l'ETH de Zürich à partir de 1916. Le traumatisme lié à la participation de Weyl à la première guerre mondiale explique en partie les changements que l'on peut observer dans sa carrière scientifique, comme il l'affirme lui-même à titre rétrospectif en 1946 :

> My mathematical mind was as blank as any veteran's, and I did not know what to do. I began to study algebraic surfaces ; but before I had gotten far, Einstein's memoir came into my hand and set me afire ([Weyl 2009, 168]).

Le « mémoire » d'Einstein auquel Weyl fait allusion ici n'est autre que l'article intitulé « Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie » publié dans les *Annalen der Physik* en 1916 ([Einstein 1916]). Si donc l'on en croit Weyl, la concomitance du traumatisme de la Grande Guerre et la découverte de cet article fondateur d'Einstein expliqueraient la brusque réorientation de ses propres recherches en direction de la relativité générale.

1.1. *Grosmann comme intermédiaire*

Plusieurs éléments nous conduisent néanmoins à relativiser la portée de ce témoignage : tout d'abord Weyl découvre vraisemblablement la théorie einsteinienne de la gravitation via Grossmann qui est alors professeur de géométrie descriptive à l'ETH de Zürich ; ensuite, Weyl n'ignore pas les contributions de Minkowski et de Hilbert en physique mathématique.

Rappelons qu'Einstein et Grossmann se lient d'amitié alors qu'ils sont étudiants à l'École Polytechnique de Zürich à la toute fin du XIXᵉ siècle. Grossmann devient professeur à l'École Polytechnique de Zürich à partir de 1907. Il y restera jusqu'en 1927. Einstein est lui-même recruté à l'ETH en 1912. Il quittera Zürich pour Berlin en 1914. Grossmann et Einstein publient en 1913 un article intitulé « Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und die Theorie der Gravitation » ([Einstein & Grossmann 1913]). Il s'agit du premier article dans lequel le calcul tensoriel est appliqué à la théorie de la relativité générale dont les fondements ne seront pleinement assurés qu'en 1915. La partie physique de cet article est rédigée par Einstein. La partie mathématique, notamment consacrée au calcul tensoriel, est due à Grossmann qui introduit d'ailleurs le terme de « tenseur » : sous sa plume, le calcul différentiel absolu de Ricci et Levi-Civita s'appelle désormais le calcul tensoriel. Non seulement Grossmann indique à Einstein qu'il s'agit là de l'instrument mathématique adapté à la formalisation de la relativité générale, mais de plus il lui montre que le *Habilitationsvortrag* de Riemann (1854) constitue une référence essentielle pour concevoir la géométrie de l'espace-temps en relativité générale.

le 8 août 1916, Grossmann et Weyl participent à la septième réunion ordinaire de la Société mathématique suisse dont Grossmann est alors le président. Weyl y présente un exposé intitulé « le problème de l'Analysis situs » qui est essentiellement consacré à la triangulation des surfaces topologiques. L'exposé de Grossmann est entièrement dévolu à la relativité générale. Le résumé de son intervention, qui paraît dans l'*Enseignement mathématique* l'année suivante, indique qu'il met en valeur les derniers travaux d'Einstein en relativité générale et, plus particulièrement, l'article fondamental reçu le 20 mars 1916, à savoir « die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie » :

> M. le professeur Dr Marcel Grossmann (Zurich). Remarque concernant la théorie générale de la relativité. M. Albert Einstein, qui a établi avec MM. Lorentz et Minkowski la théorie de la relativité, vient de mener à bien, d'une manière absolument satisfaisante, la généralisation complète de cette théorie.
>
> Il en résulte maintenant la covariance générale des équations décrivant la marche des phénomènes physiques ainsi que celle des équations différentielles qui déterminent le domaine de la gravitation. Les coordonnées de l'espace et du temps perdent ainsi le dernier reste de leur signification intuitive ; elles se réduisent entièrement à des paramètres servant à la détermination du point dans l'espace à quatre dimensions dont la géométrie différentielle représente les phénomènes physiques — Le résultat devient encore plus éclatant lorsqu'on le compare aux idées que Riemann développa en 1854 dans son discours inaugural.[1]

Dans cette conférence, Grossmann insiste sur le caractère abouti de la théorie de la gravitation élaborée par Einstein en 1915–1916 ; de plus il rapproche les idées d'Einstein et celles développées par Riemann dans son *Habilitationsvortrag*. Les recherches menées par Weyl à partir de 1916 se situent dans le prolongement des arguments développés par Grossmann dans cette conférence. D'une part, Weyl s'approprie la théorie de la relativité générale et, en particulier, le formalisme mathématique

1 « Chronique » de la revue *L'enseignement mathématique*, **19**, 1917, chapitre consacré à la Société mathématique suisse, p. 94–95.

qu'elle suppose (calcul tensoriel, géométrie différentielle et géométrie riemannienne). D'autre part, dès 1919, Weyl publie une édition commentée du *Habilitationsvortrag* de Riemann. Il précise alors le rapprochement établi par Grossmann entre la géométrie de la relativité générale et les hypothèses que Riemann formule au sujet de l'espace physique. L'article fondateur d'Einstein (1916) ne tombe donc pas fortuitement entre les mains de Weyl. On ne peut pas ignorer le rôle joué par Grossmann pour expliquer la réorientation de Weyl en relativité générale dès 1916.

1.2. *Minkowski : une source d'inspiration tacite*

En outre, l'intérêt de Weyl pour la physique mathématique et les théories relativistes ne survient pas brusquement en 1916, comme en témoigne l'héritage de Hilbert[2] et de Minkowski. Rappelons tout d'abord qu'entre 1912 et 1914, Hilbert met en exergue l'importance des équations intégrales en physique mathématique dans deux cas en particulier : la théorie cinétique des gaz et la théorie du rayonnement (Voir notamment [Hilbert 1912a] et [Hilbert 1912b]). Les articles qu'il publie alors lui permettent d'investir à nouveaux frais le programme d'axiomatisation de la physique qu'il avait déjà énoncé dans son sixième problème (1900)[3]. Durant cette même période, plusieurs contributions de Weyl montrent qu'il s'intéresse aux applications de la théorie des équations intégrales au domaine de la physique dans une veine hilbertienne (voir notamment [Weyl 1912b]). Il n'est donc pas exact de supposer que Weyl s'en tient à des travaux relevant des mathématiques pures jusqu'à sa découverte de l'article fondateur d'Einstein sur la relativité générale en 1916. En outre, même si Weyl ne publie rien sur les théories relativistes avant 1917, on devine déjà une grande proximité avec Hilbert dans ses premiers travaux de physique mathématique datant de 1912–1913. Nous verrons cependant dans ce qui suit que les rapports entre Hilbert et Weyl sont très complexes s'agissant de la mathématisation de la relativité générale. Par exemple, Weyl ne se contente pas de suivre l'héritage de Hilbert lorsqu'il élabore sa propre théorie unitaire en 1918 ; inversement, Hilbert rejette assez vivement en 1919–1920 le projet d'unification de la gravitation et de l'électromagnétisme proposé par Weyl.

[2] Nous reviendrons plus spécialement sur la première conférence de Hilbert consacrée aux fondements de la physique en deuxième partie.

[3] À propos du programme d'axiomatisation de la physique chez Hilbert, voir en particulier [Corry 2004].

Il convient ensuite de rappeler qu'au cours de sa période de formation à l'université de Göttingen, Weyl est très marqué par les contributions de Minkowski en mathématiques pures et en physique mathématique. Dans le curriculum vitae qu'il envoie en juin 1913 pour candidater à l'ETH de Zürich — reproduit par [Frei & Stammbach 1992, 9], Weyl précise qu'au cours de son cursus d'étudiant, deux professeurs l'ont particulièrement stimulé, à savoir Hilbert et Minkowski qui est mort tragiquement de l'appendicite en 1909. Weyl ajoute entre parenthèses qu'il a participé avec Andreas Speiser à l'édition des œuvres complètes de Minkowski publiées sous la direction de Hilbert en 1911.

Rappelons à ce propos qu'à partir de 1905, Minkowski s'investit en physique mathématique. Il consacre alors un cours à la mécanique et à l'électrodynamique. La même année, il organise avec Hilbert, Herglotz et Wiechert un séminaire dédié à la théorie de l'électron et, par la suite, aux équations de l'électrodynamique de Lorentz (Voir en particulier [Gauthier 2007, 50] et [Walter 1996, 8]). Les contributions les plus marquantes de Minkowski en relativité restreinte se situent dans les années 1907 et 1908. On lui doit une première conférence non publiée de son vivant sur le principe de relativité devant la Société mathématique de Göttingen le 5 novembre 1907 ([Minkowski 1915]). Il prononce une deuxième conférence sur les équations fondamentales des phénomènes électromagnétiques des corps en mouvement devant l'Académie des Sciences de Göttingen le 21 décembre 1907 ([Minkowski 1908]). Enfin, il donne une troisième conférence intitulée « *Raum und Zeit* » le 21 septembre 1908 à Cologne dans le cadre de la *Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte* ([Minkowski 1909a] et [Minkowski 1909b] pour la traduction en français). Publiée après la mort de Minkowski, cette dernière conférence fera date : il y montre qu'en relativité restreinte, le temps ne peut pas être envisagé indépendamment de l'espace et il traduit ensuite géométriquement ce fait.

> La conception de l'espace et du temps que je voudrais développer devant vous a grandi sur le sol de la Physique expérimentale. C'est ce qui fait sa force. La tendance en est radicale. Dès maintenant, l'espace indépendant du temps, le temps indépendant de l'espace ne sont que des ombres vaines ; une sorte d'union des deux doit seule subsister encore. Je voudrais d'abord indiquer comment, à la rigueur, par des considérations de pure Mathématique, on aurait pu passer de la Mécanique actuellement admise aux idées nouvelles sur l'espace et le temps [Minkowski 1909b, 499–500]

L'intervention de Minkowski n'est pas neutre du point de vue des rapports entre disciplines scientifiques. Certes, il reconnaît que cette nouvelle conception de l'espace et du temps tire son origine de la physique expérimentale, mais elle peut être fondée sur des bases purement mathématiques. Dans sa conférence de Cologne, malgré l'usage du conditionnel, il attribue une position de surplomb aux mathématiques par rapport aux sciences physiques, ce qui n'est pas sans provoquer des tensions disciplinaires. Comme le précise Scott Walter

> il nous semble que Minkowski et ses contemporains regardaient ses contributions au principe de relativité comme une expansion de la frontière disciplinaire des mathématiques. L'expansion du terrain mathématique était naturellement interprétée par quelques physiciens allemands comme impérialiste, parce qu'elle devait avoir lieu aux dépens de la sous-discipline naissante et croissante de physique théorique. Le désir d'étendre le domination mathématique sur la terre neuve de la physique relativiste était l'une des raisons pour lesquelles Minkowski n'a jamais décrit son travail comme faisant partie de la physique théorique. C'est aussi pour cette raison qu'il ne s'est jamais présenté comme un physicien théoricien, ou comme un physicien mathématicien [Walter 1996, 14].

Lorsqu'en 1918, Weyl développe sa théorie unifiée des champs, il radicalise le point de vue de Minkowski sur le rôle qu'ont à jouer les mathématiques dans la constitution d'une théorie physique. En effet, Weyl ne mentionne pas même la physique expérimentale dans ses articles de 1918 sur sa théorie unitaire. Il croit pouvoir la déduire à partir d'un cadre géométrique élaboré indépendamment de l'expérience. En outre, les tensions disciplinaires décrites par S. Walter dans le cas de Minkowski seront ravivées avec le projet de théorie unitaire développé par Weyl, comme en témoigne en particulier la correspondance de ce dernier avec Einstein au cours de l'année 1918.

Weyl emprunte également à Minkowski une thèse développée en particulier à la fin de « Raum und Zeit » : il s'agit de l'idée selon laquelle il existerait une harmonie préétablie entre les mathématiques et la physique. Minkowski conclut sa conférence en ces termes :

> Le postulat de relativité, admis sans exception, pourra, je crois, devenir pour l'univers le noyau d'une représentation électromagnétique qui, trouvée d'abord par Lorentz, développée par Einstein, apparaît progressivement en pleine lumière. Le développement des conséquences mathématiques conduira à des vérifications expérimentales suffisantes, et par là même ceux qu'effraie ou que chagrine l'idée de changer quelque chose aux vieilles conceptions habituelles pourront se réconcilier avec lui, à la pensée d'une harmonie préétablie [prästabilierte Harmonie] entre la Mathématique pure et la physique [Minkowski 1909b, 517].

Minkowski voit une certaine continuité entre les travaux de Lorentz en électromagnétisme, ceux d'Einstein en relativité restreinte et ses propres contributions sur l'espace-temps relativiste. Il estime corrélativement que l'on peut passer de proche en proche des « conséquences mathématiques » impliquées par le principe de relativité à des « vérifications expérimentales ». Ainsi, l'idée d'harmonie préétablie implique que mathématiques et physique s'éclairent mutuellement et qu'elles sont parfaitement coordonnées. Cela signifie que certains principes physiques et certaines données expérimentales nous contraignent à opter en faveur de la géométrie de Minkowski. C'est d'ailleurs ce qu'il affirme au cours de sa conférence puisqu'il motive son cadre géométrique en invoquant tour à tour l'expérience de Morley-Michelson et les « équations différentielles pour la propagation en espace vide des ondes lumineuses ».

1.3. *Minkowski ou Poincaré*

Cet argument montre que l'idée d'une harmonie préétablie entre mathématiques et physique, défendue par Minkowski et reprise par Hilbert[4], n'a rien de commun avec la thèse poincaréenne d'une sous-détermination de la géométrie par l'expérience. Rappelons que Poincaré estime dès 1887 que l'expérience constitue seulement une occasion pour construire une géométrie ; en revanche, elle ne permet pas de trancher entre diverses géométries possibles. Seul un critère de commodité permet de choisir l'une ou l'autre de ces géométries ([Poincaré 1887, 214–216], [Poincaré 1891, 773–774], ces premières réflexions étant reprises dans [Poincaré 1902a, 64–67]). Il applique d'abord cette thèse aux géométries euclidienne et non-euclidiennes. Il l'étend ensuite au problème de la géométrisation de la relativité restreinte. Ainsi, dès 1906, donc avant même que Minkowski ne publie ses premiers travaux en relativité restreinte, Poincaré écrit

> Il semble bien en effet qu'il serait possible de traduire notre physique dans le langage de la géométrie à quatre dimensions ; tenter cette traduction ce serait se donner beaucoup de mal pour peu de profit, et je me bornerai à citer la mécanique de Hertz où l'on voit quelque chose d'analogue. Cependant, il semble que la traduction serait toujours moins simple que le texte, et qu'elle aurait toujours l'air d'une traduction, que la langue des trois dimensions semble le mieux appropriée à la description de notre monde, encore que cette description puisse se faire à la rigueur dans un autre idiome [Poincaré 1906, 15].

---

[4] Dans un article plus tardif intitulé « Naturerkennen und Logik », Hilbert généralise cette thèse d'une harmonie préétablie entre les mathématiques et la physique à la relativité générale et à la mécanique quantique. De plus, il en précise le sens en affirmant qu'elle correspond à une réalisation [*Realisation*] et à une incarnation [*Verkörperung*] des idées mathématiques dans des théories physiques [Hilbert 1930, 960].

Plus tardivement, alors qu'il a pris connaissance de la conférence de Cologne de Minkowski et qu'il y fait d'ailleurs allusion[5], Poincaré maintient son critère de commodité qui apparaît comme une attitude de compromis entre une ancienne et une nouvelle conception géométrique de l'espace-temps de la physique :

> Quelle va être notre position en face de ces nouvelles conceptions ? Allons-nous être forcés de modifier nos conclusions ? Non certes : nous avions adopté une convention parce qu'elle nous semblait commode, et nous disions que rien ne pourrait nous contraindre à l'abandonner. Aujourd'hui certains physiciens veulent adopter une convention nouvelle. Ce n'est pas qu'ils y soient contraints ; ils jugent cette convention nouvelle plus commode, voilà tout ; et ceux qui ne sont pas de cet avis peuvent légitimement conserver l'ancienne pour ne pas troubler leurs vieilles habitudes. Je crois, entre nous, que c'est ce qu'ils feront encore longtemps [Poincaré 1913, 54].

Ce passage montre de manière saisissante la différence radicale entre l'idée minkowskienne d'une harmonie préétablie entre mathématiques et physique et la thèse conventionnaliste et pragmatiste de Poincaré.

Plusieurs documents montrent que Weyl connaît l'argument poincaréen d'une sous-détermination de la géométrie par l'expérience bien avant de publier *Raum, Zeit, Materie*. En effet, il rédige une courte notice nécrologique en hommage à Poincaré en 1912 ([Weyl 1912a]). Cette notice s'ouvre sur une citation de deux passages figurant au début et à la fin de l'introduction à l'ouvrage de Poincaré intitulé *La valeur de la science* ([Weyl 1912a, 161], les passages cités par Weyl se trouvent dans [Poincaré 1905a, 6, 10]). Poincaré reprend alors l'argument selon lequel les axiomes de la géométrie sont des conventions. Mais, pour éviter toute extrapolation, il montre que cet argument ne doit pas être étendu aux lois de la nature. Poincaré rejette alors dos-à-dos le réalisme naïf selon lequel les lois de la nature permettraient de connaître la réalité intrinsèque des choses[6] et le nominalisme qui consisterait à affirmer que les théories physiques sont exclusivement fondées sur des conventions[7]. Certes, Poincaré évoque à plusieurs reprises l'idée d'une « harmonie interne du monde »

---

[5] [Poincaré 1913, 53] : « l'essentiel est de remarquer que dans la nouvelle conception l'espace et le temps ne sont plus deux entités distinctes et que l'on puisse envisager séparément, mais deux parties d'un même tout et deux parties qui sont comme étroitement enlacées de façon qu'on ne puisse plus les séparer facilement ».

[6] [Poincaré 1913, 9] : « une réalité complètement indépendante de l'esprit qui la conçoit, la voit ou la sent, c'est une impossibilité ».

[7] [Poincaré 1913, 9] : « Quelques personnes ont exagéré le rôle de la convention dans la Science ; elles sont allées jusqu'à dire que la Loi, que le fait scientifique lui-même étaient créés par le savant. C'est là aller beaucoup trop loin dans la voie du nominalisme ».

qui est d'ailleurs soulignée par Weyl dans sa notice nécrologique. Mais, à la différence de Minkowski, le concept d'harmonie désigne seulement pour Poincaré les relations invariables entre les objets physiques exprimées par les lois de la nature. En revanche, il n'y a pas, chez Poincaré, d'harmonie *préétablie* entre mathématiques et physique. Le concept d'harmonie n'a donc pas le même sens et il ne s'applique pas aux mêmes objets chez Poincaré et chez Minkowski.

Dans ses souvenirs ([Weyl 2009, 208–209]), Weyl affirme que, lors de ses années de formation à Göttingen, il a été marqué par le positivisme de Mach et par les thèses développées par Poincaré dans la *Science et l'hypothèse* et dans la *Valeur de la science*. Autrement dit, Weyl ne peut pas ignorer les thèses conventionnalistes et pragmatistes de Poincaré en géométrie. Mais, au moment où il s'intéresse à la mathématisation de la relativité générale, Weyl ne se situe absolument pas dans le sillage de Poincaré dont les thèses conventionnalistes viennent pourtant d'être réactivées par Schlick en 1917 dans le cadre même de la théorie einsteinienne de la gravitation ([Schlick 1917, 1919, 1920, 26–28], pour une analyse critique des thèses de Schlick, voir en particulier [Friedman 2008, 318–319])[8]. Dans *Raum, Zeit, Materie* comme dans les articles qu'il consacre à sa théorie unitaire, Weyl reprend à son compte et il radicalise l'idée minkowskienne d'une harmonie préétablie entre mathématiques et physique. Pour Weyl, tout se passe comme si le choix d'un bon cadre géométrique suffisait à construire une théorie physique susceptible d'être vérifiée empiriquement. Il fait d'ailleurs le parallèle entre le passage de la géométrie euclidienne à la géométrie riemannienne d'une part, entre la relativité restreinte et la relativité générale d'autre part :

> Pour atteindre les principes de la relativité générale que nous sommes maintenant à même d'obtenir en partant de la théorie « restreinte » (...) nous accomplissons pour l'univers quadridimensionnel, conformément à l'esprit de continuité, le même chemin qui nous mena, au chapitre II, de la géométrie euclidienne à la géométrie riemannienne [Weyl 1922a, 194].

Non seulement mathématiques et physique peuvent être coordonnées d'un point de vue théorique, mais de plus elles suivent des développements similaires et elles finissent par converger. D'ailleurs, Weyl estime par extrapolation que, si l'on construit une géométrie plus générale que la géométrie riemannienne, alors à ce cadre mathématique doit

---

8 L'ouvrage de Schlick est mentionné par Weyl dès la première édition de *Raum, Zeit, Materie*, cf. [Weyl 1918a, 230].

correspondre une théorie physique qui unifie la gravitation et l'électromagnétisme. Son projet de théorie unifiée des champs manifeste cette croyance en une harmonie préétablie entre mathématiques et physique qu'il partage avec Minkowski et Hilbert. Mais, sous la plume de Weyl, cette idée prend une forme radicale entre 1918 et 1920. Même si Minkowski accorde une place centrale à la mathématique dans la constitution d'une théorie physique, il ne nie pas l'importance de la physique expérimentale. En revanche, Weyl croit tellement en une harmonie préétablie entre mathématiques et physique qu'il succombe à une forme d'*apriorisme* : il estime qu'une théorie physiquement concevable et vérifiable expérimentalement peut être régulièrement déduite à partir d'un cadre géométrique construit *a priori*.

En résumé, l'intérêt de Weyl pour la physique mathématique et, plus spécialement, pour la relativité générale, ne résulte pas simplement du choc occasionné par la découverte de l'article fondateur d'Einstein intitulé « Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie ». En effet, nous avons mis en évidence plusieurs éléments de continuité entre les premiers travaux de Weyl en relativité générale et ses années de formation à Göttingen en nous référant à Hilbert et à Minkowski. Outre cela, nous avons souligné le rôle de Grossmann dans la réorientation de Weyl en relativité générale. Cela posé, notre comparaison entre les thèses de Poincaré et de Minkowski sur les rapports entre géométrie et physique montre que Weyl se situe dans le prolongement de Minkowski et non de Poincaré. En effet, pour Poincaré un cadre géométrique est toujours sous-déterminé par une théorie physique. En revanche, l'idée d'une harmonie préétablie entre mathématiques et physique défendue par Minkowski indique qu'elles se conditionnent mutuellement. Or, aussi bien dans la première édition de *Raum, Zeit, Materie* que dans son projet de théorie unitaire, Weyl s'inspire des thèses de Minkowski sur les rapports entre géométrie et physique : c'est au nom d'une harmonie préétablie entre ces deux domaines que Weyl prétend que sa géométrie purement infinitésimale peut s'interpréter comme une théorie unifiée des champs.

2. LES THÉORIES UNITAIRES DE HILBERT ET DE WEYL

Nous voudrions à présent revenir sur les liens complexes qu'entretiennent Weyl et Hilbert en physique mathématique à la fin des années 1910 et au début des années 1920. Ils sont souvent éclipsés en raison d'une survalorisation de la controverse qui les oppose alors sur les fondements des mathématiques. Rappelons qu'en physique mathématique, dès sa première conférence du 20 novembre 1915, Hilbert développe une théorie unitaire de la gravitation et de l'électromagnétisme en se réclamant notamment de Mie[9]. Weyl reprend à son compte les méthodes variationnelles développées par Hilbert dans cet article et il rejoint également Hilbert sur le rapport entre géométrie et physique. En revanche, nous verrons que Weyl n'est pas convaincu par la théorie unitaire de Hilbert. Autrement dit, à partir de 1918, Weyl suit une voie qui lui est propre pour unifier la gravitation et l'électromagnétisme. En retour, au cours de l'année universitaire 1919–1920, Hilbert critique avec véhémence la théorie unitaire de Weyl : elle s'apparenterait à une idéalisation extrême détachée de tout rapport à l'expérience. Nous proposons donc de revenir sur la première des deux conférences de Hilbert avant d'aborder sa réception par Weyl. Symétriquement, nous présenterons à grands traits la théorie unitaire de Weyl avant de commenter les critiques que Hilbert oppose à ce projet.

2.1. *La première conférence de Hilbert*

La première conférence de Hilbert sur les fondements de la physique paraît fin 1915 dans les *Göttinger Nachrichten.* Il entend unifier la conception de la matière développée par Mie en 1912 et la théorie einsteinienne de la relativité générale. Le projet de Hilbert est très différent de celui d'Einstein. Alors que ce dernier cherche avant tout à formuler les équations de la gravitation satisfaisant à la contrainte de la covariance générale en 1915–1916, Hilbert se situe davantage dans le sillage de Mie : il souhaite décrire la structure de la matière exclusivement à partir d'une théorie classique des champs.

En outre, Einstein et Hilbert n'emploient pas les mêmes méthodes. Dans sa conférence, Hilbert met en avant l'importance de la méthode axiomatique dans la constitution d'une théorie physique. Le choix du titre est d'ailleurs significatif : Hilbert se donne pour but d'établir *les* fondements de la physique. L'usage du pluriel renvoie à la méthode axiomatique que Hilbert a déjà mise en œuvre en géométrie, notamment avec la publication des *Grundlagen der Geometrie* (1899). En outre, Hilbert envisage un vaste projet d'axiomatisation de *la* physique dès 1900, comme en

---

9 Nous n'aborderons pas ici la seconde conférence de Hilbert dont la version initiale date de décembre 1915. On ne dispose que de la version finale soumise le 23 décembre 1916. Pour plus de détail sur cette seconde conférence, voir en particulier [Hilbert 2009, 17–23]. Weyl se réfère principalement à la première conférence, qu'il critique.

témoigne son sixième problème. Entre 1906 et 1912, il applique d'ailleurs la méthode axiomatique à une diversité de théories physiques, dont la relativité restreinte[10]. Remarquons par ailleurs que dans sa première conférence (1915), Hilbert parle des fondements *de la physique* et non des fondements *de la relativité générale*. Ceci traduit le fait qu'il souhaite parvenir à une théorie *unitaire* englobant les interactions alors connues : la gravitation d'une part, l'électromagnétisme d'autre part. La méthode axiomatique constitue l'un des moyens pour parvenir à cette fin. Elle n'est toutefois pas suffisante : il faut lui ajouter les techniques du calcul variationnel qui permettent d'aboutir aux équations recherchées pour rendre compte de ces deux types d'interactions.

Par constraste, Einstein choisit d'intituler son article fondateur « die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie » en opposition marquée à Hilbert. Le fondement de la relativité générale n'est autre que le principe de covariance générale[11]. De plus, Einstein critique explicitement dans cet article l'utilisation par Hilbert de la méthode axiomatique en physique [Einstein 1916, 777]. Plus tardivement, dans une lettre à Weyl du 23 novembre 1916, Einstein réaffirme avec fermeté son opposition à l'usage de la méthode axiomatique en physique [Einstein 1998, 366].

Ainsi, les conférences de Hilbert traduisent l'importance que ce dernier accorde aux techniques variationnelles et à la méthode axiomatique en physique. Ce sera d'ailleurs également le cas dans les cours que Hilbert donnent sur les fondements de la physique au cours du semestre d'été et du semestre d'hivers 1916–1917 [Hilbert 2009, 73–307]. En particulier, dans le premier cours (semestre d'été), Hilbert commence par axiomatiser la géométrie, pour ensuite axiomatiser la mécanique classique et la relativité restreinte. Les écrits de cette période montrent également son attachement à la théorie de Mie. Par exemple, Hilbert postule que l'on peut décrire la *structure de la matière* en termes de champs. Justement, au début de la première de ses conférences intitulées « die Grundlagen einer Theorie der Materie », Mie écrit

> Pour progresser de manière significative, il me semble vraiment nécessaire de créer un nouveau fondement pour la théorie de la matière. (...) Les autres buts que je me suis fixé sont d'expliquer l'existence de l'électron indivisible et de saisir le lien nécessaire entre le phénomène de la gravitation et l'existence de la matière. Je crois qu'il faut commencer par là, car les effets électriques et

10 Pour plus de détails, voir en particulier [Corry 2004]

11 L'article d'Einstein est reçu le 20 mars 1916. Plusieurs indices montrent qu'il a dû prendre connaissance de cette première conférence de Hilbert avant la parution de la « Grundlage ». Voir en particulier [Hilbert 2009, 18–19]

> gravitationnels sont certainement les expressions les plus immédiates des forces sur lesquelles la matière est fondée. Ce serait un non-sens que d'envisager la matière sans gravitation ou telle que les plus petites particules qui la composent seraient dépourvues de charge électrique (...).
>
> La principale hypothèse de ma théorie est que *les champs magnétiques et électriques agissent à l'intérieur des électrons.* D'après cette conception, les électron et, par suite, les plus petits constituants de la matière, ne diffèrent pas essentiellement de l'éther, contrairement à ce que l'on pensait peut-être depuis vingt ans, ils ne sont pas des corps étrangers à l'éther, *au contraire ils ne sont que des endroits où l'éther admet un état très particulier que nous désignons par l'expression « charge électrique »* [Mie 1912, 511–512][12].

Pour Mie, un électron ne diffère pas de l'éther considéré comme le support des interactions électromagnétiques. Weyl résume en détail cette conception très particulière de la matière défendue par Mie ainsi que la théorie qui en découle dans les §§ 24 et 25 de *Raum, Zeit, Materie* (première édition) :

> *Les atomes ne sont évidemment pas des éléments ultimes invariables* (...) mais ils sont eux-mêmes distribués continûment et, dans leurs plus petites parties, ils sont sujets à des changements analogues à ceux d'un fluide. Ce n'est pas le champ qui a besoin du support de la matière pour exister ; au contraire, la *matière* est une *émanation du champ* [Weyl 1918a, 162][13].

Les travaux de Mie constituent donc une source d'inspiration commune à Hilbert et Weyl. Comme le souligne T. Sauer [Sauer 1998], Hilbert découvre la théorie de Mie à la fin de l'année 1913 via Born [Born 1914] et il prend également connaissance, à la même époque, des avancées significatives réalisées par Grossmann et Einstein en relativité générale. De son

---

12 « Es scheint mir also für den weiteren Fortschritt unserer Erkenntnis unbedingt notwendig zu sein, der Theorie von der Materie eine neue Grundlage zu schaffen. (...) Die nächste Ziele, die ich mir gesteckt habe sind : die Existenz des unteilbaren Elektrons zu erklären, und : die Tatsache der Gravitation mit der Existenz der Materie einem notwendigen Zusammenhang zu sehen. Ich glaube, daß man hiermit beginnen muß, denn die elektrischen und die Gravitationswirkungen sind sicher die unmittelbarsten Äußerungen der Kräfte, auf denen die Existenz der Materie überhaupt beruht. Es wäre sinnlos, Materie zu denken, deren kleinste Teilchen nicht elektrische Ladungen haben, ebenso sinnlos aber Materie ohne Gravitation. (...) Die Grundannahme meiner Theorie ist, *daß auch im Innern der Elektronen elektrische und magnetische Felder auftreten.* Die Elektronen und demnach überhaupt die kleinsten Teilchen der Materie sind nach dieser Auffasung also mit dem Weltäther nicht wesensverschieden, sie sind nicht, wie man sich das vielleicht vor zwanzig Jahre dachte, Fremdkörper im Äther, sondern *sie sind nur Stellen, wo der Äther einen ganz besonderen Zustand angenommen hat, den wir durch das Wort elektrische Ladung bezeichnen* »

13 « Freilich sind *die Atome und Elektronen keine letzten unverändlichen Elemente* (...) sondern sie sind selber kontinuierlich ausgebreitet und in ihren feinsten Teilen feinen fließenden Veränderungen unterworfen. Nicht das Feld bedarf zu seiner Existenz der Materie als seines Trägers, sondern *die Materie* ist umgekehrt *eine Ausgeburt des Feldes* ».

côté, Weyl réalise l'importance des contributions de Mie par l'entremise de Hilbert [Scholz 2006a, 184]. Hilbert et Weyl ne suivent toutefois pas les mêmes voies pour adapter la théorie de Mie afin qu'elle s'accorde avec la théorie einsteinienne de la gravitation. Hilbert énonce deux axiomes dans sa première conférence sur les fondements de la physique : le premier axiome renvoie à la théorie de Mie, le second axiome à la théorie d'Einstein.

> Axiome I (Axiome de Mie pour la fonction d'univers) : *la loi du devenir physique est déterminée par une fonction d'univers H, qui contient les arguments suivants*
>
> $$g_{\mu\nu}, \quad g_{\mu\nu\ell} = \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial w_\ell}, \quad g_{\mu\nu\ell k} = \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial w_\ell \partial w_k},$$
>
> $$q_s, \quad q_{s\ell} = \frac{\partial q_s}{\partial w_\ell}, \qquad (\ell, k = 1, 2, 3, 4)$$
>
> *et l'intégrale de la variation*
>
> $$\int H\sqrt{g}\mathrm{d}\omega$$
>
> $$(g = |g_{\mu\nu}|, \mathrm{d}\omega = \mathrm{d}w_1, \mathrm{d}w_2, \mathrm{d}w_3, \mathrm{d}w_4)$$
>
> *doit s'annuler pour chacun des 14 potentiels* $g_{\mu\nu}, q_s$ [Hilbert 1915a, 396][14]

Autrement dit, tous les phénomènes physiques, qu'ils soient gravitationnels et électromagnétiques, dépendent d'une unique fonction hamiltonienne H construite de telle sorte qu'on puisse déduire à partir d'elle les lois de la gravitation et de l'électromagnétisme. Ce premier axiome montre que Hilbert veut établir une théorie unitaire. Le second axiome correspond au principe de relativité, entendu comme *principe général d'invariance* : la fonction H doit demeurer invariante par changement arbitraire de coordonnées d'espace-temps, c'est-à-dire sous l'action du groupe des difféomorphismes d'espace-temps.

---

14 « Axiom I (Mie's Axiom von der Weltfunktion) : *Das Gesetz des physikalischen Geschehens bestimmt sich durch eine Weltfunktion H, die folgende Argumente enthält*

$$g_{\mu\nu}, \quad g_{\mu\nu\ell} = \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial w_\ell}, \quad g_{\mu\nu\ell k} = \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial w_\ell \partial w_k},$$

$$q_s, \quad q_{s\ell} = \frac{\partial q_s}{\partial w_\ell}, \qquad (\ell, k = 1, 2, 3, 4)$$

und zwar muß die Variation des Integrals

$$\int H\sqrt{g}\mathrm{d}\omega$$

$$(g = |g_{\mu\nu}|, \mathrm{d}\omega = \mathrm{d}w_1, \mathrm{d}w_2, \mathrm{d}w_3, \mathrm{d}w_4)$$

für jedes der 14 Potentiale $g_{\mu\nu}$, q_s *verschwinden* ».

Ces axiomes étant posés, Hilbert déduit les lois fondamentales de la gravitation et de l'électromagnétisme grâce à des techniques variationnelles[15]. Il n'introduit donc pas de cadre géométrique spécifique avant de construire cette théorie unitaire. Par contraste, l'objectif de Weyl consiste à montrer que l'on ne peut aboutir à pareille unification qu'en s'appuyant sur une classe de variétés qui généralise les variétés riemanniennes. Il donne à cette généralisation le nom de géométrie purement infinitésimale. Un tel projet ne se trouve pas même à l'état d'ébauche dans la première conférence de Hilbert. Cependant, à la fin de cette conférence, Hilbert précise le lien qu'il entend établir entre la géométrie et la physique et ceci constitue indéniablement une source d'inspiration pour Weyl :

> Comme nous le voyons, les hypothèses formulées dans les axiomes I et II suffisent pour construire la théorie : Comme l'a expliqué Einstein, cette théorie modifie en profondeur nos représentations de l'espace, du temps et du mouvement ; mais de plus, je suis convaincu que, grâce aux équations fondamentales formulées ici, nous parviendrons à mettre en lumière les états internes de l'atome qui étaient demeurés cachés jusque-là ; plus précisément, il doit être en général possible de ramener les constantes physiques à des constantes mathématiques — de manière équivalente il est possible de transformer par principe la physique en une science de type géométrique — ceci, conformément à la grande fortune de la méthode axiomatique à laquelle sont adossés, comme nous le voyons, les puissants instruments de l'analyse que sont le calcul des variations et la théorie des invariants [Hilbert 1915a, 407].[16]

Hilbert affirme donc que la physique — et non pas seulement la théorie de la gravitation — pourrait être entièrement fondée sur la géométrie. Signalons toutefois qu'il met finalement en exergue le calcul variationnel et la théorie des invariants pour mathématiser la physique. Weyl reprend la première partie de l'argument de Hilbert — qui concerne les liens entre la géométrie et la physique — pour justifier son propre projet de théorie

15 Pour une analyse du raisonnement de Hilbert, voir en particulier [Sauer 1998].

16 « Wie man sieht, genügen bei sinngemäßer Deutung die wenigen einfachen in den Axiomen I und II ausgesprochenen Annahmen zum Aufbau der Theorie : durch dieselbe werden nicht nur unsere Vorstellungen über Raum, Zeit und Bewegung von Grund aus in dem von Einstein dargelegten Sinne umgestaltet, sondern ich bin auch der Überzeugung, daß durch die hier aufgestellten Grundgleichungen die intimsten bisher verborgenen Vorgänge innerhalb des Atoms Aufklärung erhalten werden und insbesondere allgemein eine Zurückführung aller physikalischen Konstanten auf mathematische Konstanten möglich sein muß — wie denn überhaupt damit die Möglichkeit naherückt, daß aus der Physik im Prinzip eine Wissenschaft von der Art der Geometrie werde : gewiß der herrlichste Ruhm der axiomatischen Methode, die hier wie wir sehen die mächtigen Instrumente der Analysis, nämlich Variationsrechnung und Invariantentheorie, in ihre Dienste nimmt ».

unitaire. Ajoutons que l'approche de Weyl est nettement plus géométrique que celle de Hilbert. Il n'en demeure pas moins inexact de supposer que Weyl développe sa théorie unifiée des champs isolément à l'ETH de Zürich. En réalité, les liens qu'il entretient avec l'université de Göttingen demeurent effectifs et ils ont une incidence *directe* sur la méthode employée et le mode d'exposition adopté dans « Reine Infinitesimalgeometrie » et « Gravitation und Elektrizität » [17] même si la théorie unitaire qu'il développe diffère de celle proposée par Hilbert. En particulier, on ne peut pas nier que Weyl prolonge le programme de Mie-Hilbert de réduction de la matière à une théorie classique des champs.

Dans le passage de la première conférence de 1915 que nous venons de traduire, Hilbert affirme d'ailleurs sans ambiguïté que l'on pourrait connaître la structure dernière de la matière à l'échelle atomique en se fondant exclusivement sur le concept de champ. Ce parti-pris réductionniste qu'il emprunte à Mie se retrouvera chez Weyl au moins jusqu'au début des années 1920. En outre, Hilbert prétend ramener les constantes physiques à des constantes mathématiques. Une chose est de souligner l'interpénétration de la géométrie et de la physique en relativité générale, une autre de dire que la physique se réduit à la géométrie. Hilbert réactive ici une tension disciplinaire entre mathématiques et physique que nous avons déjà pu souligner en commentant la fin de « Raum und Zeit » de Minkowski. Les mathématiques occupent dans les conférences de Minkowski et de Hilbert une position de surplomb dans la constitution et le développement des théories physiques. Weyl reprend exactement à son compte l'argument de Hilbert dans le § 1 de « Reine Infinitesimalgeometrie » intitulé justement : « Introduction : le rapport entre physique et géométrie ». En effet, à l'instar de Hilbert qui, dans les dernières lignes des « Grundlagen der Physik », identifie constantes physiques et constantes mathématiques, Weyl soutient l'idée selon laquelle « les concepts physiques ne sont rien d'autre que ceux de la géométrie ». Il ajoute cependant :

> La seule différence qui subsiste entre la géométrie et la physique vient de ce que la géométrie découvre ce qui constitue l'essence des concepts métriques en général, alors que la physique a pour tâche de trouver la loi, en vertu de laquelle on distingue le monde réel, parmi tous les univers quadridimensionnels que la géométrie permet de construire, et de tirer les conséquences de cette loi [Weyl 1918c, 385][18].

---

[17] Voir à ce propos [Scholz 2000, 70] : « Weyl blieb auch in Zürich gewissermassen ein externer Vertreter der Göttinger Mathematik und mathematischer Physik ».

[18] « Der einzige Unterschied, der zwischen Geometrie und Physik besteht, ist der, daß die Geometrie allgemein ergründet, was im Wesen der metrischen Begriffe liegt, die Physik aber das Gesetz zu ermitteln und in seine Konsequenzen zu verfolgen hat,

Ainsi, parmi tous les univers possibles — c'est-à-dire mathématiquement concevables — de la géométrie, la physique s'occupe exclusivement de l'univers actuel. Weyl parle alors du réel effectif [das Wirkliche]. Il n'identifie pas purement et simplement géométrie et physique. En revanche, il subordonne les connaissances physiques aux connaissances géométriques. Weyl est donc persuadé qu'il suffit de généraliser la géométrie riemannienne pour parvenir à une théorie qui englobe les phénomènes gravitationnels et électromagnétiques. De même, il croit qu'il suffit de modifier substantiellement le cadre géométrique de la relativité restreinte pour parvenir à la relativité générale. Au début du § 35 de *Raum, Zeit, Materie,* il affirme que « l'extension de la relativité restreinte à la relativité générale (...) concerne d'abord les fondements géométriques de la physique »[Weyl 1922a, 248]. Comme la relativité générale semble faire ses preuves sur un plan empirique, il en irait de même pour la théorie unifiée des champs de Weyl, qui est fondée sur une géométrie purement infinitésimale, i.e. une généralisation de la géométrie riemannienne.

Nous pouvons maintenant synthétiser ce que Weyl emprunte à Hilbert et préciser comment il s'en démarque. Tout d'abord, il n'estime pas que la méthode axiomatique puisse s'étendre aux théories physiques. Dans *Raum, Zeit, Materie,* il l'utilise exclusivement pour définir implicitement des concepts *mathématiques.*[19] En revanche, il n'assujettit ni la relativité générale, ni sa théorie des champs à des systèmes d'axiomes. Sur ce point, Weyl s'accorde avec Einstein contre Hilbert. Ensuite, Weyl estime que Hilbert n'est pas parvenu à la bonne fonction hamiltonienne pour déduire *à la fois* les équations de la gravitation et les équations de l'électromagnétisme. D'ailleurs, dès la première édition de *Raum, Zeit, Materie,* Weyl présente la théorie originale de Mie (1912) plutôt que sa reconfiguration par Hilbert en 1915. Selon E. Scholz, ce choix est un indice qui suggère que Weyl n'est pas convaincu par le projet de Hilbert :

> In addition to the unclear role of energy conservation in Hilbert's approach (and general relativity more broadly), which was clarified only step by step, Weyl was not convinced that Hilbert's approach was able to lead to a unification of gravitation and electromagnetism, in which matter structures were better derivable than in Mie's original version. Probably these were the main reasons

---

durch welches die wirkliche Welt unter allen der Geometrie nach möglichen vierdimensionalen metrischen Räumen ausgezeichnet ist ».

19 Voir également [Weyl 1944, 653] : « The maze of experimental facts which the physicist has to take into account is too manifold, their expansion too fast, and their aspect and relative weight too changeable for the axiomatic method to find a firm enough foothold, except in the thoroughly consolidated parts of our physical knowledge ».

> for him to discuss the field theoretic matter concept in the first edition of his book essentially like in Mie's original purely electromagnetic approach [Scholz 2006a, 185].

D'ailleurs, Weyl formule explicitement des réserves à l'encontre de la théorie de Hilbert dès cette première édition [Weyl 1918a, 170]. Malgré cela, entre 1918 et 1921 Weyl estime que les méthodes variationnelles utilisées par Hilbert constituent le bon instrument pour déduire les relations généralement covariantes qui permettent de décrire les interactions gravitationnelles et électromagnétiques. Enfin, sa théorie unifiée des champs se conforme à la thèse de Hilbert selon laquelle la physique et la géométrie seraient une seule et même chose.

2.2. *La géométrie purement infinitésimale de Weyl et sa théorie unitaire*

Nous avons insisté dans le paragraphe précédent sur le fait que Weyl conserve des liens étroits avec l'école de physique mathématique de Göttingen à partir de 1916 et donc qu'il ne travaille pas dans l'isolement sur son propre projet de théorie unitaire à l'ETH de Zürich. En-deçà de son intérêt pour la théorie de Mie, Weyl entend résoudre un problème de mathématique pure qui provient de sa lecture du *Habilitationsvortrag* de Riemann. En effet, Weyl se demande pourquoi ce dernier se restreint *in fine* aux variétés « riemanniennes » qui satisfont à la condition suivante : on peut toujours comparer les longueurs de deux vecteurs attachés à des points distincts dans une variété riemannienne. Weyl cherche justement à construire une classe de variétés qui ne satisfont plus à cette hypothèse. Il réalise *après coup* que ce nouveau cadre géométrique est pertinent pour élaborer une théorie unifiée des champs (voir à ce propos [Weyl 1918b, 465] et la lettre de Weyl à Einstein du 10 décembre 1918 citée par E. Scholz dans [Scholz 2009]). Si nous admettons ce point, nous nous inscrivons cependant en faux contre l'hypothèse selon laquelle Weyl serait parvenu *par hasard* à une telle unification. En effet, il connaît le programme de Mie-Hilbert *avant* d'élaborer sa géométrie purement infinitésimale, il est donc *préparé* à interpréter ce cadre géométrique dans le prolongement de Mie et Hilbert. En outre, nous ne connaissons pas de textes de Weyl dans lesquels il décrirait ses avancées en géométrie différentielle indépendamment de toute interprétation physique.

Les articles inauguraux de Weyl sur sa théorie unitaire sont publiés peu après la parution de la première édition de *Raum, Zeit, Materie*. Il s'agit en l'occurrence de « Gravitation und Elektrizität » — que Weyl envoie à Einstein en mars 1918 pour publication dans les *Sitzungsberichte* *der Berliner Akademie der Wissenschaften* [les Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Berlin] — et de « Reine Infinitesimalgeometrie » qui paraît peu de temps après ce premier article dans la *Mathematische Zeitschrift*. Weyl s'adresse dans les deux cas à des publics différents, ce que traduit d'ailleurs le choix de ces deux revues. Le premier article vise des physiciens théoriciens, parmi lesquels Einstein : Weyl présente donc de manière ramassée le cadre géométrique nécessaire à la construction de sa théorie, avant de montrer comment il parvient à déduire les lois de la gravitation et de l'électromagnétisme à partir de cette géométrie. Il entend alors convaincre des physiciens que son projet de théorie unitaire a une réelle effectivité sur un plan empirique. Le second article s'adresse davantage à des mathématiciens et des physiciens mathématiciens : Weyl revient alors en détail sur les fondements de la géométrie différentielle (transport parallèle sur une variété différentielle munie d'une connexion affine).

Pour résumer ce que Weyl entend par géométrie purement infinitésimale, nous allons nous référer au second article qui est donc plus détaillé sur le plan du formalisme mathématique. À la fin du § 1 de « Reine Infinitesimalgeometrie », Weyl présente l'organisation d'ensemble de ses réflexions[20]. Chaque étape de son raisonnement géométrique est associée à une interprétation physique déterminée. Cette manière de procéder permet de vérifier qu'il adhère à l'idée d'une harmonie préétablie entre géométrie et physique :

> Dans cet article, je souhaiterais développer une géométrie *purement infinitésimale*, qui contient l'univers physique [die physikalische Welt] comme cas particulier. La construction d'une géométrie des actions de contact [Nahegeometrie] s'effectue adéquatement en trois étapes. Dans la premier temps, on a le *continuum* dépourvu de toute détermination métrique au sens de l'*Analysis Situs* — physiquement parlant l'univers vide ; dans un second temps le continuum *muni d'une connexion affine* — j'entends par là une variété dans laquelle le concept de transport parallèle infinitésimal de vecteurs a un sens — en physique, la connexion affine se manifeste par le *champ gravitationnel* ; dans un dernier temps, le continuum *métrique* — physiquement parlant l'éther dont les états correspondent aux phénomènes liés à la matière et à l'électricité [Weyl 1918c, 386][21].

20 Nous signalons qu'une traduction en français ainsi qu'une présentation de « Reine Infinitesimalgeometrie » est maintenant disponible dans [Chorlay 2013].

21 « In dieser Note, möchte ich jene *reine Infinitesimalgeometrie* entwickeln, die nach meiner Überzeugung die physikalische Welt als einen Sonderfall in sich begreift. Der Aufbau der Nahegeometrie vollzieht sich sachgemäß in drei Stufen. Auf der ersten Stufe steht das aller Maßbestimmung bare *Kontinuum* im Sinne der Analysis Situs — physikalisch gesprochen, *die leere Welt* ; auf der zweiten das *affin zusammenhängende*

Weyl élabore donc un dictionnaire ou une correspondance stricte entre concepts géométriques et concepts physiques. La hiérarchie qu'il établit entre continuum amorphe, variété à connexion affine et variété métrique n'est pas conditionnée par une pensée ou une démarche de type structural ; elle dépend du sens physique que l'on peut prêter à ces notions géométriques.

Nous ne reviendrons pas sur la notion de continuum amorphe au sens de l'*analysis situs* que Weyl aborde au cours du § 2 de son article. Signalons seulement qu'il ne reprend pas la définition axiomatisée des variétés topologiques (bidimensionnelles) à laquelle il était parvenu dans la première partie de *Die Idee der Riemannschen Fläche* (voir en particulier [Weyl 1913, 16–18]). Cela vient du fait qu'à partir de la fin des années 1910, Weyl estime que la théorie des ensembles n'est pas susceptible de rendre compte de la notion de continu, comme en témoigne l'ouvrage intitulé *Das Kontinuum* qu'il vient alors de faire paraître (voir [Weyl 1994] pour une traduction de ce texte en français). Attardons-nous davantage sur le concept de variété différentielle à connexion affine. L'une des motivations de Weyl est de concevoir le transport parallèle sur cette classe très générale de variétés.

Explicitons cet argument : en 1917, Levi-Civita définit le transport parallèle pour des sous-variétés contenues dans un espace euclidien ambiant ([Levi-Civita 1917]). Intuitivement, le transport parallèle le long d'une courbe tracée sur une sous-variété d'un espace euclidien munie de la métrique induite équivaut au roulement d'un vecteur tangent sans glissement ni retournement le long de cette courbe. La connexion de Levi-Civita est déduite à partir de la métrique $\mathbf{g}$ sur cette variété. En 1918, Weyl ne procède pas de la sorte. Il raisonne sur une variété différentielle M de dimension n en elle-même. Il formalise l'idée de transport parallèle en définissant la notion de connexion affine. Pour le dire autrement, la notion de transport parallèle n'est plus assujettie à une métrique — riemannienne — et elle peut ainsi servir de pierre de touche pour fonder tout un pan de la géométrie différentielle.

Voici comment Weyl définit la notion de connexion affine au début du § 3 de son article — étant précisé qu'intuitivement, la notion de connexion affine permet de décrire comment un vecteur peut être déplacé le long d'une courbe tracée sur une variété en demeurant parallèle à lui-même :

Kontinuum — so nenne ich eine Mannigfaltigkeit, in welcher der Begriff der infinitesimalen Parallelverschiebung von Vektoren einen Sinn hat ; in der Physik erscheint der affine Zusammenhang als *Gravitationsfeld* — ; auf der dritten endlich das *metrische* Kontinuum — physikalisch : der "Äther", dessen Zustände sich in den Erscheinungen der Materie und Elektrizität kundgeben ».

> Soit P' un point infiniment voisin d'un point P fixé, P' est *en connexion affine* avec P si l'on sait dans quel vecteur en P' un vecteur en P s'est transformé quand on l'a déplacé parallèlement à lui-même de P vers P'. En outre, le transport parallèle de l'ensemble des vecteurs en P dans P' doit bien entendu satisfaire aux conditions [Forderungen] suivantes :
>
> A. *La propagation de l'ensemble des vecteurs en P par parallélisme jusqu'au point infiniment voisin P' nous donne une application affine de l'ensemble des vecteurs en P aux vecteurs en P'* (...)
>
> B. [axiome de commutativité] *soient P_1 et P_2 deux points infiniment voisins de P, si le vecteur infinitésimal $\overrightarrow{PP_1}$ se transforme en $\overrightarrow{P_2P_{21}}$ par transport parallèle de P à P_2 et $\overrightarrow{PP_2}$ en $\overrightarrow{P_1P_{12}}$ par transport parallèle vers P_1, alors P_{12} et P_{21} coïncident* (on obtient un parallélogramme infinitésimal) [Weyl 1918c, 389–390].[22]

Weyl se fonde sur une série d'axiomes pour parvenir à une définition intrinsèque de la notion de transport parallèle. Si, d'un côté, il s'accorde avec Einstein pour reconnaître le caractère trop simplificateur d'une pensée par axiomes lorsqu'elle est appliquée à la physique, de l'autre il admet avec Hilbert la pertinence des procédures axiomatiques pour préciser les contours de certains concepts mathématiques. Preuve qu'il n'est pas possible de proposer une vision monolithique du rapport que Weyl entretient avec l'héritage hilbertien à la fin des années 1910 et au début des années 1920. En particulier, la polémique très vive qui oppose Weyl à Hilbert en 1921 sur les fondements des mathématiques ne constitue pas une donnée suffisante pour situer les travaux de Weyl par rapport à ceux de Hilbert en mathématiques et en physique mathématique.

Attardons-nous davantage sur le § 4 de « Reine Infinitesimalgeometrie », intitulé « variété métrique (l'éther) ». Dans ce paragraphe, Weyl commence par montrer que la géométrie riemannienne n'est pas une géométrie *purement* infinitésimale : elle conserve un résidu de « géométrie à distance » qu'il entend mettre de côté. Précisons la nature de ce « résidu ». Une variété riemannienne M est une variété lisse munie d'une

---

22 « Ist P' ein zu dem festen Punkt P unendlich benachbarter, so *hängt P' mit P affin zusammen*, wenn von jedem Vektor in P feststeht, in welchen Vektor in P' er durch *Parallelverschiebung* von P nach P' übergeht. Die Parallelverschiebung der sämtlichen Vektoren in P von dort nach P' muß dabei selbstverständlich der folgenden Forderungen genügen.

A. *Die Verpflanzung der Gesamtheit der Vektoren von P nach dem unendlich benachbarten Punkte P' durch Parallelverschiebung liefert eine affine Abbildung der Vektoren in P auf die Vektoren in P'* (...)

B. *Sind P_1, P_2 zwei zu P unendlich benachbarte Punkte und geht der infinitesimale Vektor $\overrightarrow{PP_1}$ durch Parallelverschiebung von P nach P_2 in $\overrightarrow{P_2P_{21}}$ über, $\overrightarrow{PP_2}$ aber durch Parallelverschiebung nach P_1 in $\overrightarrow{P_1P_{12}}$, so fallen P_{12} und P_{21} zusammen.* (Es entsteht eine unendlich kleine Parallelogrammfigur.) »

métrique déterminée localement par une forme différentielle quadratique (définie positive) :

(1) $$\mathrm{d}s^2 = g_{ij}(x)\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j.$$

En géométrie riemannienne, il existe une notion de déplacement parallèle intrinsèque correspondant à la connexion dite de Levi-Civita. Si l'on déplace par parallélisme un vecteur $v_p \in T_p(M)$ le long d'un lacet d'origine p, alors sa *longueur* n'est pas modifiée lorsqu'il revient en p. En revanche, son *orientation* l'est. De même, soient p et p' deux points quelconques de M, le transport parallèle des longueurs est indépendant du chemin reliant p à p' que l'on a choisi ; il est possible de comparer directement la longueur entre deux vecteurs même lorsqu'ils sont localisés en des points distincts. Riemann estime que cette hypothèse est un préalable nécessaire avant de décrire les éventuelles propriétés que comporte l'espace physique.

Pour Weyl, il s'agit là du résidu de géométrie à distance qu'il convient de rejeter si l'on veut construire une géométrie des actions de contact [*Nahegeometrie*]. Celle-ci semble d'autant plus justifiée qu'elle constitue aux yeux de Weyl un analogue de la physique des actions de contact héritée de Faraday. Pour Weyl, les « lois d'action de contact [*Nahewirkungsgesetze*] doivent être considérées comme la vraie expression des dépendances entre les actions qui s'exercent dans la nature » ([Weyl 1922a, 55]). Par analogie, une géométrie purement infinitésimale doit avoir la plus grande effectivité possible en physique puisqu'elle met définitivement fin à toute forme d'action à distance.

Pour parvenir à une telle géométrie, Weyl considère une structure conforme sur une variété lisse M, c'est-à-dire une classe d'équivalence conforme $[g]$ de métriques riemanniennes ou lorentziennes : deux métriques (g_{ij}) et (g'_{ij}) sont équivalentes s'il existe une fonction à valeurs strictement positives λ appelée fonction d'échelle — ou de jauge — telle que

(2) $$g'_{ij}(x) = \lambda(x)g_{ij}(x),$$

pour tout point x dans M. Weyl rappelle à ce propos que la « géométrie conforme » s'est développée dans le domaine des variétés bidimensionnelles (surfaces de Riemann) en raison de son importance [Wichtigkeit] en théorie des fonctions d'une variable complexe. Il renvoie le lecteur à son ouvrage fondamental sur les surfaces de Riemann (1913).

Pour l'instant, les points de M sont « isolés les uns des autres » d'un point de vue métrique. Pour pallier ce manque, il convient donc de munir M d'une *connexion métrique.* Intuitivement cela signifie qu'il doit être possible de transporter une unité de longueur ou jauge d'un point $p \in M$

à tout point qui est infiniment voisin de p. De même qu'une connexion affine permet de comparer les orientations de deux vecteurs attachés à des points infiniment voisins l'un de l'autre, de même une connexion métrique permet de comparer les longueurs de deux tels vecteurs.

Explicitons ce point de manière intuitive. Donnons-nous un vecteur $v_p \in T_p(M)$ de longueur ℓ ; lorsque l'on déplace p vers un point p' infiniment voisin, la longueur $\ell + \mathrm{d}\ell$ du vecteur déplacé doit être de la forme

$$\ell + \mathrm{d}\ell = (1 + \varphi)\ell, \tag{3}$$

où φ est une forme différentielle linéaire. En effet, le changement de longueur est décrit par une similitude infinitésimale puisque la classe conforme de la métrique est fixée. On obtient ainsi l'identité : $\mathrm{d}\ell = \varphi \cdot \ell$. Opérons maintenant un changement d'échelle ou de jauge : la métrique initiale est multipliée par une fonction λ à valeurs strictement positives. Comme précédemment, la variation de la nouvelle longueur ℓ' du vecteur v_p est de la forme : $\mathrm{d}\ell' = \varphi' \cdot \ell'$, où φ' est une forme différentielle linéaire.

Un calcul élémentaire montre que les formes différentielles φ' et φ satisfont à la relation :

$$\varphi' = \varphi - \frac{\mathrm{d}\lambda}{\lambda}. \tag{4}$$

Ainsi, selon Weyl « *une métrique sur une variété consiste en une forme différentielle quadratique et une forme différentielle linéaire*

$$\mathrm{d}s^2 = g_{ij}(x)\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j \qquad \textit{et} \qquad \varphi = \varphi_i \mathrm{d}x^i \text{ »}^{23} \tag{5}$$

modulo la relation d'équivalence :

$$\mathrm{d}s'^2 = \lambda \cdot \mathrm{d}s^2, \quad \varphi' = \varphi - \frac{\mathrm{d}\lambda}{\lambda}.^{24} \tag{6}$$

Une variété métrique au sens de Weyl est une variété lisse définie par la donnée d'une classe conforme $[g]$ de métriques riemanniennes (resp. pseudo-riemanniennes) et d'une classe $[\varphi]$ de formes différentielles assujetties aux relations que nous venons d'introduire. Weyl formalise ainsi rigoureusement les réquisits d'une géométrie purement infinitésimale.

Weyl établit ensuite le résultat suivant, qui constitue rien moins qu'une généralisation du théorème de Levi-Civita selon lequel la connexion de

---

[23] Cf. [Weyl 1918c, 398].

[24] En termes modernes, une structure métrique au sens de Weyl sur une variété différentielle M est la donnée d'une classe conforme de métriques sur M — que l'on peut représenter par un fibré principal P de groupe $\mathbb{R}^\times$ — et d'une *connexion* sur P. Comme dans la définition de Weyl, une telle connexion est décrite par une forme différentielle si l'on spécifie une métrique dans la classe conforme.

Levi-Civita est l'unique connexion (sans torsion) compatible avec la métrique **g** d'une variété riemannienne : soit M une variété lisse munie d'une métrique $([g], [\varphi])$, il existe une et une seule connexion affine compatible avec la métrique $([g], [\varphi])$. Ainsi, les apports de Weyl en géométrie différentielle et métrique sont de trois ordres : (1) il conçoit la notion de transport parallèle de manière purement intrinsèque, (2) il définit une classe très générale de variétés métriques, (3) une telle généralisation n'est pas gratuite d'un point de vue mathématique et philosophique, puisqu'elle permet de supprimer le résidu de géométrie à distance que contenait encore la *Leçon d'habilitation* de Riemann.

Cela posé, Weyl introduit un tenseur $F = \mathrm{d}\varphi$ (*metrischer Wirbel*, litt. tourbillon métrique) qui s'annule si et seulement si M est une variété riemannienne, munie de sa connexion de Levi-Civita.[25] Les variétés riemanniennes constituent donc une classe particulière parmi les variétés « weyliennes ». Le tenseur F est un invariant de jauge, et donc un invariant métrique au sens de Weyl.

On peut se demander comment les recherches menées ici par Weyl peuvent avoir une signification physique. Pour l'instant, nous avons une classe de variétés métriques qui généralise les variétés riemanniennes et une analogie entre la géométrie *purement* infinitésimale et la physique des actions de contact. Pourtant, Weyl écrit :

> Dans le langage de la physique, on peut considérer une variété métrique comme un monde rempli d'éther. La métrique déterminée qui gouverne la variété en question renvoie à un état déterminé de l'éther contenu dans l'univers. La donnée des fonctions g_{ij}, φ_i (construction arithmétique) nous permet de décrire cet état par rapport à un certain système de référence [Weyl 1918c, 398].[26]

La notion d'éther ne renvoie pas ici à un référentiel privilégié. Weyl utilise ce concept pour montrer qu'une variété munie d'une structure métrique n'est pas une forme indépendante de la matière des phénomènes. Autrement dit, il insiste sur le fait suivant : la géométrie purement infinitésimale qu'il a élaborée a un sens physique qui est entièrement contenu dans le type de métrique qu'il a nouvellement introduit.

---

25 De même que l'annulation du tenseur de courbure caractérise les variétés plates en géométrie riemannienne, de même l'annulation du tenseur F caractérise les variétés riemanniennes en géométrie purement infinitésimale au sens de Weyl.

26 « Eine metrische Mannigfaltigkeit bezeichnen wir in physikalischer Ausdrucksweise als eine vom Äther erfüllte Welt. Die bestimmte, in der Mannigfaltigkeit herrschende Metrik zeigt einen bestimmten Zustand des die Welt erfüllenden Äthers an. Dieser Zustand ist also relativ zu einem Bezugssystem durch Angabe (arithmetische Konstruktion) der Funktion g_{ik}, φ_i zu beschreiben ».

En outre, le terme éther n'est pas sans évoquer la théorie de l'électromagnétisme. L'argument suivant confirme cette hypothèse d'interprétation. En effet, Weyl identifie purement et simplement le tenseur $F = \mathrm{d}\varphi$ au tenseur de champ électromagnétique, également appelé tenseur de Faraday. Cette assertion est d'une importance capitale pour deux raisons : (1) Weyl construit bel et bien une théorie unifiée des champs, susceptible de rendre raison des interactions gravitationnelles et électromagnétiques ; (2) il explique mathématiquement pourquoi la théorie d'Einstein a exclusivement pour objet le champ gravitationnel. En effet, sur un plan géométrique, Einstein se fonde sur des variétés pseudo-riemanniennes. Dans ce cas, le tenseur F s'annule. Or, physiquement parlant, celui-ci s'identifie au tenseur de Faraday. Voilà pourquoi la géométrie d'univers proposée par Einstein ne peut pas englober les phénomènes électromagnétiques. Maintenant, si l'on raisonne sur une variété au sens de Weyl, on peut rendre raison de la gravitation et de l'électromagnétisme à partir de la métrique définie sur une telle variété. Weyl lève une restriction qu'Einstein formule en toute lettre dans « die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie ». En effet, Einstein estime alors que le champ gravitationnel admet un statut particulier par rapport aux autres types d'interactions puisque les 10 fonctions qui le représentent déterminent en même temps les propriétés métriques de l'univers. Pour Weyl, les interactions électromagnétiques constituent également une émanation de la métrique de l'univers, à condition d'envisager ce dernier non pas comme une variété pseudo-riemannienne mais comme une variété « weylienne ».

À partir des pages 408 et suivantes de son article, Weyl introduit l'action $\mathfrak{W}$ — littéralement, la fonction d'action (*Wirkungsfunktion*) — adaptée à sa théorie unifiée des champs. Celle-ci est censée décrire « l'état de l'éther ». L'intégrale d'action est tout simplement notée $\int \mathfrak{W}\mathrm{d}x$. Il impose à cette intégrale d'être invariante par changement de jauge. Autrement dit, elle doit rester inaltérée lorsque l'on remplace les g_{ik} par λg_{ik} et les φ_i par $\varphi_i - \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x_i}$. Ainsi, $\int \mathfrak{W}\mathrm{d}x$ est invariante sous l'action du groupe des transformations d'échelle — qui est un groupe de Lie de dimension infinie dépendant d'une fonction arbitraire. Elle doit également demeurer inchangée sous l'action du groupe des difféomorphismes d'espace-temps — qui est un groupe de Lie à un nombre infini de paramètres dépendant de quatre fonctions arbitraires. Weyl considère cette double invariance comme l'argument le plus fort en faveur de sa théorie. Il le met en avant dans l'article de 1919 intitulé « eine neue Erweiterung der Relativitätstheorie » ainsi que dans la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie* pour répondre aux premières objections qu'Einstein formule à l'encontre de cette théorie unifiée des champs ([Weyl 1919, 68]).

Weyl se fonde ensuite sur un principe de Hamilton : l'état réel de l'univers correspond au fait que $\int \mathfrak{W}\mathrm{d}x$ soit extrémale. Il retrouve les équations de Maxwell et les équations de la gravitation en utilisant des techniques de calcul variationnel dans une veine hilbertienne. En outre, il établit une correspondance entre (a) la conservation des composantes du tenseur d'énergie-impulsion et l'invariance de $\int \mathfrak{W}\mathrm{d}x$ par le groupe des difféomorphismes d'espace-temps et (b) la conservation de la charge électrique et l'invariance de $\int \mathfrak{W}\mathrm{d}x$ par le groupe des transformations d'échelle. Dans son article intitulé « Gravitation und Elektrizität » Weyl affirme d'ailleurs de manière très synthétique :

> *De même que*, d'après des recherches de Hilbert, Lorentz, Einstein, Klein et l'auteur lui-même, *les quatre lois de conservation de la matière* (du tenseur d'énergie-impulsion) *sont liées à l'invariance de l'action par rapport aux transformations des coordonnées* (dépendant de quatre fonctions arbitraires), *de même la loi de conservation électromagnétique est liée à la nouvelle invariance par transformation d'échelle*, exprimée à l'aide d'une cinquième fonction arbitraire ([Weyl 1918b, 37–38])[27].

Ainsi, les phénomènes gravitationnels et électromagnétiques dérivent d'une même métrique d'univers, ils s'inscrivent dans un cadre géométrique surplombant auquel Weyl donne le nom de « géométrie purement infinitésimale ». Weyl introduit une unique fonction d'action qui lui permet de déduire aussi bien les équations de la gravitation que les équations de l'électromagnétisme. Il parvient donc à une théorie unifiée des phénomènes physiques, étant entendu qu'il croit pouvoir les réduire à deux types d'interactions : les interactions gravitationnelles et les interactions électromagnétiques.

C'est seulement dans la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie*, publiée en 1919, que Weyl présente sa théorie unitaire comme un prolongement semble-t-il « naturel » de la relativité générale. Pour ce faire, il reprend certains passages tirés de « Gravitation und Elektrizität » et de « Reine Infinitesimalgeometrie » qu'il distribue en fonction de l'économie générale de sa monographie. Rappelons que *Raum, Zeit, Materie* est le premier ouvrage sur la relativité générale destiné simultanément à un public de physiciens et de mathématiciens. Certes, avant la parution de la première édition de

---

[27] [...] *in der gleichen Weise* wie nach Untersuchungen von Hilbert, Lorentz, Einstein, Klein und dem Verfasser *die vier Erhaltungssätze der Materie* (des Energie-Impuls-Tensoren) *mit der*, vier willkürliche Funktionen enthaltenden, *Invarianz der Wirkungsgrösse gegen Koordinatentransformationen zusammenhängen, ist mit der hier neu hinzutretenden*, eine fünfte willkürliche Funktion hereinbringenden *"Maßstabinvarianz"* (...) *das Gesetz von der Erhaltung der Elektrizität verbunden* ».

cet ouvrage en 1918, il existe déjà quelques monographies sur la relativité générale, par exemple celle d'Erwin Freundlich intitulée *Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie* (1917). Mais Freundlich cherche à vérifier les prédictions déduites à partir des équations d'Einstein. L'originalité de la monographie de Weyl vient de ce qu'il y aborde de manière détaillée le formalisme mathématique nécessaire à la construction de cette théorie. Au fur et à mesure de ses rééditions et de ses traductions en anglais et en français, l'ouvrage de Weyl suscite l'intérêt des mathématiciens, dont É. Cartan qui en consulte la traduction par Leroy et Juvet en 1922.

Les deux premiers chapitres constituent la partie mathématique de l'ouvrage. Weyl commence alors par aborder des éléments de connaissance en algèbre linéaire, en géométrie euclidienne et en calcul tensoriel (chapitre premier) avant de présenter les géométries non-euclidiennes, la théorie des surfaces courbes de Gauss et sa « généralisation » par Riemann (chapitre deux). Les réflexions menées par Weyl en 1918 sur les fondements de la géométrie différentielle et à propos de sa géométrie purement infinitésimale viennent compléter ce deuxième chapitre dans la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie.* Les chapitres trois et quatre correspondent à la partie physique de l'ouvrage. Weyl aborde tout d'abord la théorie de la relavitié restreinte et la conception de la matière développée par Mie (chapitre trois), avant de proposer une présentation exhaustive de la théorie einsteinienne de la gravitation (chapitre quatre). Dans la troisième édition, Weyl complète ce chapitre quatre en y ajoutant une série de paragraphes dédiés à sa théorie unitaire.

La monographie de Weyl est donc composée de manière à ce qu'il y ait une parfaite symétrie entre la partie mathématique et la partie physique. Au premier chapitre — qui ne fait intervenir que des rudiments d'algèbre linéaire — correspond le troisième chapitre dédié à la relativité restreinte. Le deuxième chapitre est construit de telle sorte que lui fassent écho, dans le chapitre quatre, la théorie einsteinienne de la gravitation puis la théorie unitaire de Weyl. Bref, l'organisation même de *Raum, Zeit, Materie* manifeste cette idée d'harmonie préétablie entre mathématiques et physique que Weyl emprunte à Minkowski et à Hilbert. En outre, tout se passe comme si la géométrie purement infinitésimale de Weyl et sa théorie unifiée des champs constituaient un point d'aboutissement en géométrie et en physique : la partie mathématique de l'ouvrage s'achève sur la géométrie de Weyl, la partie physique sur sa théorie unitaire. Ainsi se concrétise dans toute sa radicalité le projet d'une géométrie *et* d'une physique des actions de contact. D'ailleurs nombreux sont les passages qui, dans *Raum, Zeit, Materie,* montrent que Weyl adhère à une vision téléologique de l'histoire de la géométrie et de la physique, les développements dans ces deux domaines étant parfaitement coordonnés à ses yeux. En témoigne le rapprochement entre Riemann et Faraday qu'il emprunte à Klein et qu'il répète à l'envi à la fin des années 1910 pour justifier le parallèle entre la géométrie infinitésimale et la physique des actions de contact. Cette mise en perspective historique, que l'on trouve par exemple dans le chapitre 2 de *Raum, Zeit, Materie*, a pour fonction de légitimer en retour le projet de théorie unifiée des champs qu'il développe.

Dans la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie*, Weyl maintient sa conception de la matière qu'il emprunte à Mie et il prétend donc que sa théorie unitaire doit permettre de comprendre la structure de la matière dans l'infiniment petit. Au travers de sa correspondance avec Klein au cours de l'année 1920 et dans la quatrième édition de *Raum, Zeit, Materie* (1921), Weyl modifie substantiellement ce point de vue : il renonce à la possibilité de réduire la structure de la matière à une théorie classique des champs, étant donné les progrès de la théorie des quanta. Mais il n'abandonne pas encore totalement son projet de théorie unifiée des champs. Par ailleurs, dès 1919, Weyl doit répondre aux objections formulées par Einstein dans plusieurs lettres : Einstein met en exergue une série de conséquences de la théorie de Weyl qui s'avèrent contraires aux observations empiriques les plus élémentaires. Aussi bien dans [Weyl 1919] que dans la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie*, Weyl cherche donc une parade aux contre-arguments d'Einstein.

Ainsi, entre 1918 et 1920, de nombreux textes de Weyl — dont la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie* — ont trait à sa théorie unitaire. Ses articles sont publiés dans des revues qui font autorité parmi les physiciens (nous pensons par exemple aux *Annalen der Physik*) et parmi les mathématiciens (c'est notamment le cas de la *Mathematische Zeitschrift*). Si l'on y ajoute la quatrième édition de *Raum, Zeit, Materie* (1921) et sa traduction en anglais ainsi qu'en français en 1922, on peut comprendre que la diffusion et la réception de la théorie de Weyl soit extrêmement complexe. C. Goldstein et J. Ritter ont établi que, pour l'année 1920, les scientifiques de langue allemande travaillant à des projets de théorie unitaire gravitent essentiellement autour de l'université de Göttingen [Goldstein & Ritter 2003, 102]. Dans leur grande majorité, ils font référence à la théorie de Weyl. Hilbert ne peut donc pas ignorer cette théorie et nous allons voir qu'il y fait référence dans des leçons prononcées à l'université de Göttingen en 1919–1920.

Avant cela, nous voudrions lever une ambiguïté par rapport à l'argument précédent : dans leurs travaux, C. Goldstein et J. Ritter s'intéressent à l'ensemble des publications scientifiques qui se rapportent à des théories unitaires pour l'année 1920. Autre chose est d'étudier la diffusion et la réception des écrits de Weyl consacrés à cette théorie. Sa portée va bien au-delà de la seule université de Göttingen. En Angleterre, Eddington la discute dès la première édition de *Space, time and gravitation* (1920) et il la mentionnera de manière récurrente afin de situer son propre projet de théorie unitaire par rapport à celui de Weyl. En France, le mathématicien suisse de langue française Juvet présente la théorie de Weyl dans le cadre du séminaire Hadamard au Collège de France en 1921. Ceci fait l'objet d'une note intitulée « Les formules de Frenet pour un espace de M. Weyl » présentée à l'Académie des Sciences par Hadamard le 27 juin 1921. Juvet s'appuie alors sur la quatrième édition (en allemand) de *Raum, Zeit, Materie* qu'il traduira avec l'aide de Leroy en 1921–1922. Outre Juvet, Becquerel joue un rôle non négligeable dans la diffusion de la théorie de Weyl en France puisqu'il la présente notamment dans la monographie qu'il publie sur la relativité générale en 1922 [Becquerel 1922]. Là encore, la quatrième édition de *Raum, Zeit, Materie* lui sert de référence. Par ailleurs, Cartan insère la géométrie purement infinitésimale de Weyl à l'intérieur de sa théorie des espaces généralisés dès 1922–1923. Il s'appuie alors pour l'essentiel sur la traduction par Leroy et Juvet de la quatrième édition de la monographie de Weyl. Enfin, du côté des Etats-Unis, comme l'a établi J. Ritter, la théorie de Weyl joue un rôle essentiel dans le développement de l'école de géométrie différentielle à l'université de Princeton, notamment à travers les figures de Veblen, Thomas et Eisenhart [Ritter 2011]. Ajoutons que la réception de la théorie de Weyl va bien au-delà d'un public de spécialistes puisque Reichenbach et Cassirer l'évoquent dans leurs ouvrages philosophiques respectifs sur les théories relativistes.

Ces quelques données nous permettent de mesurer à quel point la diffusion de la théorie unitaire de Weyl est étendue, dès la publication de *Gravitation und Elektrizität*, de *Reine Infinitesimalgeometrie* et surtout de la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie.* Hilbert ne peut donc pas ignorer l'existence du projet de théorie unifiée des champs de Weyl pour une triple raison : 1. Hilbert a lui-même initié un projet du même ordre dans sa première conférence sur les fondements de la physique que Weyl mentionne dès la première édition de *Raum, Zeit, Materie*[28], 2. la théorie de Weyl fait l'objet d'intenses discussions parmi des scientifiques liés de près à l'université

[28] Hilbert a très tôt pris connaissance de la première édition de *Raum, Zeit, Materie*, puisque Weyl lui en a envoyé les épreuves : Hilbert fait référence à un passage de la monographie de Weyl dans sa conférence de Bucarest sur l'espace et le temps de mars 1918 [Hilbert 2009, 362]. On peut donc présumer que Hilbert connaît également très

de Göttingen, 3. l'évolution du projet de Weyl est connue à Göttingen au fur et à mesure des rééditions de *Raum, Zeit, Materie*, comme en atteste en particulier la correspondance de Weyl avec Klein.

2.3. *Hilbert et la « Hegelsche Physik » de Weyl*

La théorie unifiée des champs de Weyl se situe donc au moins partiellement dans le prolongement de la première conférence de Hilbert (novembre 1915). Hilbert et Weyl partagent l'idée selon laquelle la physique pourrait être réduite à la géométrie. En outre, lorsqu'il présente sa théorie unitaire, Weyl utilise des méthodes variationnelles dans une veine hilbertienne. On pourrait s'attendre à ce que Hilbert accueille avec enthousiasme la théorie unitaire de Weyl. Il n'en est rien, pour des raisons à la fois épistémologiques et scientifiques. Ainsi, à la fin de l'ouvrage intitulé *Natur und mathematisches Erkennen* — dans lequel sont reproduites des conférences sur les mathématiques et la physique prononcées à Göttingen en 1919 et en 1920 —, Hilbert se montre particulièrement sévère à l'encontre de Weyl. La théorie unitaire élaborée par ce dernier serait une idéalisation poussée à sa dernière extrémité : elle serait déconnectée de tout rapport au réel empirique. Hilbert condamne même le dogmatisme de Weyl en affirmant que la théorie proposée par ce dernier s'apparenterait à de la physique hégélienne. Hilbert commet ici une erreur d'appréciation : Weyl est alors moins marqué par la philosophie de Hegel que par celle de Fichte, comme en attestent ses liens d'amitié avec le professeur de philosophie Fritz Medicus à l'ETH de Zürich qui est notamment chargé d'éditer les Œuvres de Fichte. Sur cette question de l'héritage de Fichte chez Weyl, nous renvoyons le lecteur aux travaux fondateurs d'E. Scholz dans [Scholz 2005], prolongés par les recherches menées par N. Sieroka sur les archives Medicus à l'ETH qui ont confirmé l'importance des liens Medicus / Weyl au moment où ce dernier développe sa théorie unifiée des champs [Sieroka 2010].

Au premier abord, les recherches menées par E. Scholz et N. Sieroka ont de quoi surprendre. En effet, plusieurs données pourraient nous laisser croire que l'épistémologie implicite de Weyl est avant tout inspirée de Husserl lorsqu'il développe son projet de théorie unifiée des champs. T. Ryckman a d'ailleurs très fortement soutenu cette hypothèse dans les chapitres V et VI de [Ryckman 2005]. Pour l'étayer, il rappelle tout d'abord

tôt les versions ultérieures de *Raum, Zeit, Materie*, dont la troisième édition en particulier puisqu'il fait référence à la théorie unitaire de Weyl dans ses conférences de 1919–1920 en épistémologie.

certaines données factuelles à propos de Weyl et de Husserl. Ainsi Weyl s'intéresse déjà à la phénoménologie de Husserl alors qu'il est étudiant puis *Privatdozent* à Göttingen. Plusieurs documents, mentionnés par T. Ryckman, indiquent qu'il a suivi des cours de Husserl à Göttingen [Ryckman 2005, 111]. En outre, la femme de Weyl est une élève de Husserl. Elle initie Weyl à la phénoménologie. De plus, il existe une correspondance entre Weyl et Husserl à la fin des années 1910 et au début des années 1920. Seules quatre lettres ont été conservées ; elles ont été rédigées entre 1918 et 1921, soit très exactement au moment où Weyl développe sa théorie unifiée des champs. Ces lettres montrent que Husserl a consulté l'ouvrage de Weyl sur le continu (1918), ainsi que la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie* dans laquelle figure le projet d'une géométrie purement infinitésimale couplée à une théorie unitaire. Le problème de l'espace est également abordé dans cette correspondance. Enfin, dans sa préface à *Raum, Zeit, Materie*, Weyl reprend à son compte le vocabulaire conceptuel hérité de la phénoménologie de Husserl. À partir de ces données factuelles, T. Ryckman présente les grandes lignes de la méthode phénoménologique de Husserl [Ryckman 2005, 136–144] et il estime que « Reine Infinitesimalgeometrie » serait une stricte application de cette méthode pour constituer une théorie unifiée des champs.

Nous ne partageons pas la thèse de Ryckman selon laquelle la phénoménologie de Husserl permettrait à elle seule de rendre raison du projet d'une géométrie purement infinitésimale accompli par Weyl dès 1918. Quatre raisons expliquent nos réserves. (1) La référence à des sources mathématiques ou physiques — Riemann, Hilbert, Mie, etc. — nous paraît bien plus cruciale pour comprendre la genèse d'un tel cadre géométrique. En effet, Weyl veut lever un résidu de géométrie à distance chez Riemann pour parvenir à une géométrie purement infinitésimale et réaliser complètement le projet d'une physique des actions de contact. (2) Il n'est pas exact de supposer que la phénoménologie de Husserl constituerait la seule source philosophique que privilégierait Weyl durant cette période. En effet, dès 1916, il entre en contact avec F. Medicus, professeur de pédagogie et de philosophie à l'ETH de Zürich, qui est spécialisé dans l'idéalisme allemand et, plus particulièrement, dans la philosophie de Fichte. (3) Si, indéniablement, la préface à *Raum, Zeit, Materie* est d'inspiration phénoménologique, comme le souligne d'ailleurs T. Ryckman [Ryckman 2005, 115–119], ce n'est pas le cas du début de « Reine Infinitesimalgeometrie » (1918) qui constitue l'un des deux articles fondateurs de Weyl sur sa théorie unitaire. (4) Enfin, Ryckman suggère que Weyl reprendrait la phénoménologie husserlienne jusque dans sa cohérence interne. En réalité, Weyl ne se réfère jamais à des philosophies dans un esprit de système, c'est-à-dire pour reconstituer un système philosophique et faire en sorte que ses apports scientifiques s'y conforment point par point. Ryckman fait donc une reconstruction *a posteriori* lorsqu'il présente en détail la méthode phénoménologique de Husserl pour ensuite en inférer que Weyl la suit exactement dans « Reine Infinitesimalgeometrie ».

Grâce aux recherches d'E. Scholz et de N. Sieroka, nous disposons d'une série de données qui montrent qu'à la fin des années 1910, l'idéalisme fichtéen constitue une référence philosophique centrale chez Weyl. Dans l'un de ses derniers écrits intitulé « Erkenntnis und Besinnung » (1955), récemment traduit en anglais sous le titre « Insight and Reflection », Weyl écrit :

> There [at the Federal Institute of Technology in Zurich], through the assistance of Medicus, whose seminar my wife visited, she and I were led to Fichte's philosophy of science. Metaphysical idealism, toward which Husserl's phenomenology was then shyly groping, here received its most candid and strongest expression. It captured my imagination, even though I had to concede to my wife, who was more at home with Husserl's careful methodology than with Fichte's dash, that Fichte could not help being swept to ever more abstruse constructions by his stubbornness, which made him blind to facts and reality in the pursuit of an idea [Weyl 2009, 209].

Weyl rappelle en filigrane que sa femme Helene a été une élève de Husserl et qu'il est bien conscient des différences notables qui séparent la phénoménologie de Husserl et l'idéalisme de Fichte, bien qu'il s'agisse dans les deux cas de philosophies de la conscience. Ce souvenir montre que Weyl a été très marqué par la philosophie de Fichte à la fin des années 1910 et au début des années 1920, avant de s'en distancier dans la mesure où l'idéalisme fichtéen est aveugle devant les faits. Peut-être un aveuglement du même ordre caractérise-t-il les travaux que Weyl consacre à sa théorie unifiée des champs en 1918 : il suit une démarche spéculative, sans s'assurer que les conséquences empiriques de sa théorie sont conformes aux conditions de l'expérience. Nous avons tenu compte des contributions d'E. Scholz et de N. Sieroka et nous avons confirmé dans [Eckes 2011, 423–434] que l'idéalisme de Fichte constitue une source d'inspiration essentielle chez Weyl lorsqu'il élabore sa théorie unifiée des champs entre 1918–1921. Nous avons ajouté dans [Eckes 2011, 477–484], qu'au moment où il formule et résout son problème de l'espace (1921–1923), son épistémologie implicite est davantage inspirée de Husserl. Ainsi, à la différence de T. Ryckman, nous estimons que la phénoménologie de Husserl inspire Weyl non pas dans son projet de géométrie purement infinitésimale, mais lorsqu'il cherche à caractériser « l'essence » des variétés pythagoriciennes dans l'infinitésimal — i.e. dont la structure métrique est définie par la donnée d'une forme quadratique non dégénérée. Un passage tiré de la quatrième édition de *Raum, Zeit, Materie* atteste de cette corrélation entre la phénoménologie de Husserl et la résolution par Weyl de son problème de l'espace [Weyl 1922a, 128].

Comme l'a montré E. Scholz [Scholz 2005], Weyl a été marqué plus particulièrement par la conception dynamique de l'espace défendue par Fichte dans le *Grundriß des Eigenthümlichen der Wissenschaftslehre : in Rü[c]ksicht auf das theoretische Vermögen* (1795) [*Précis de ce qui est propre à la doctrine de la science au point de vue de la faculté théorique*]. Au préalable, nous voudrions rejeter deux surinterprétations possibles concernant le rapport que Weyl entretient avec la philosophie de Fichte. Le fait qu'il s'approprie certains éléments de l'idéalisme fichtéen ne suffit pas pour expliquer comment il aboutit à une géométrie purement infinitésimale et à une théorie unifiée des champs. Les motivations de Weyl sont à fois philosophiques, physiques et géométriques au moment où il publie « Gravitation und Elektrizität » et « Reine Infinitesimalgeometrie ». Inversement, il ne faudrait pas croire que son attachement à l'idéalisme fichtéen constitue une donnée secondaire que l'on pourrait négliger pour saisir sa théorie unifiée des champs. Weyl a sans doute trouvé dans la philosophie de Fichte un moyen de justifier philosophiquement sa démarche et sa conception dynamique de l'univers.

Pour accréditer cette hypothèse, revenons sur le § 4 du *Précis* de Fichte. Ce dernier prend pour point de départ une « composition synthétique d'intuitions opposées ». Il raisonne donc à rebours de Kant qui, au cours de « l'Esthétique transcendantale », montre que la représentation de l'espace ne dépend pas des phénomènes contenus dans l'espace. Pour Fichte, il est inadéquat de définir l'espace comme une forme indépendante de la matière des phénomènes ou comme un contenant vide. Cela posé, Fichte assigne trois propriétés à l'espace : (a) il est *étendu*, (b) il doit être considéré *d'un seul tenant* (zusammenhängend) et (c) il est *divisible à l'infini*. Mais surtout, Fichte refuse de considérer l'espace comme un ensemble de points que l'on pourrait nettement distinguer les uns des autres. Si l'on veut traduire cet argument en termes mathématiques, seuls des points accompagnés de leurs voisinages immédiats ont un sens spatial aux yeux de Fichte. On peut aisément comprendre en quoi Weyl utilise cette source philosophique pour critiquer une vision ensembliste et formaliste de la continuité dans *das Kontinuum*. Qu'il nous suffise en effet de mentionner ce passage, issu du *Précis* de Fichte :

> La plus petite partie de l'espace jusqu'à l'infiniment petit est toujours un espace, quelque chose qui complète la continuité et non pas un simple point ou la limite entre des lieux déterminés de l'espace ([Fichte 1795, 94] et [Fichte 1964, 231] pour la traduction en français)[29].

Contrairement à Kant, qui envisage l'espace *globalement*, Fichte adopte ici un point de vue infinitésimal. Weyl trouve là un écho philosophique à son projet de géométrie purement infinitésimale. Mais il y a plus : Fichte défend une conception dynamique de la matière et de l'espace. Il corrèle grandeurs extensives (i.e. spatiales) et grandeurs intensives (forces), comme en atteste la suite immédiate du passage que nous venons de citer :

> pour cette raison, cet [espace], parce qu'il est possible de poser en lui et dans la mesure où il est effectivement posé par l'imagination, [est] une force, qui se manifeste nécessairement et qui ne peut être posée sans être posée comme s'extériorisant [Fichte 1795, 94] et [Fichte 1964, 231][30].

L'idée selon laquelle l'espace serait une force montre que Fichte rejette tous les présupposés qui se trouvent dans « l'Esthétique transcendantale » de Kant. En effet, pour Fichte, il est inconcevable de décrire l'espace comme une forme ou une intuition pure que l'on pourrait évider de tout contenu phénoménal. Fichte radicalise d'ailleurs sa thèse lorsqu'il ajoute : « Par conséquent, intensité et extension sont nécessairement synthétiquement composées et l'on ne doit pas vouloir déduire l'une sans l'autre. Toute force remplit nécessairement une place de l'espace (eine Stelle im Raume) par son produit nécessaire qui est le lien synthétique de l'intensité et de l'extension. (La force ainsi ne remplit pas l'espace elle-même, *elle n'est pas dans l'espace*, et est en soi (mais), sans une manifestation *elle n'est rien*). L'espace n'est rien d'autre que ce qui est rempli ou qui doit l'être par ce produit » [Fichte 1795, 94] et [Fichte 1964, 232][31]. Le raisonnement de Fichte est quelque peu heurté ; toujours est-il qu'il

---

29 « Der unendlich kleinste Theil des Raums ist immer ein Raum, etwas das Continuität hat, nicht aber ein bloßer Punkt, oder die Grenze zwischen bestimmten Stellen im Raume ».

30 « und dieses darum, weil in ihm gese[t]zt werden kann, und inwiefern er selbst gese[t]zt wird, wirklich durch die Einbildungskraft gese[t]zt wird, eine Kraft, die sich nothwendig äussert, und die nicht gese[t]zt werden kann, ohne als sich äussernd gese[t]zt zu werden ».

31 « Demnach sind Intensität und Extensität nothwendig synthetisch vereinigt, und man muß das eine nicht ohne das andere deduciren wollen. Jede Kraft erfüllt (nicht durch sich selbst, *sie ist nicht im Raume* und ist an sich, ohne eine Aeusserung [Äusserung], *gar Nichts*) aber durch ihr nothwendiges Produkt, welches eben der synthetische Vereinigungsgrund der Intensität und Extensität ist, nothwendig eine Stelle im Raume ; und der Raum ist nichts weiter, als das durch diese Produkt, erfüllte, oder zu erfüllende ».

défend une conception dynamique de l'espace, comme en atteste l'idée de « lien synthétique de l'intensité et de l'extension ». De plus, il montre que le couple contenant / contenu n'est pas opératoire pour penser le rapport entre l'espace et la matière : ces deux polarités s'interpénètrent et se conditionnent mutuellement. Enfin, Fichte refuse de penser que l'espace pourrait préexister réellement ou idéellement aux forces qui le remplissent. Pour le dire autrement, la matière vient structurer l'espace qui n'est *rien* sans elle.

On peut comprendre pourquoi Weyl s'intéresse aux thèses de Fichte sur l'espace. En effet, dans « Reine Infinitesimalgeometrie », Weyl défend une conception dynamique de l'univers métrique dans le prolongement de la relativité générale. Il montre également que des grandeurs intensives — à savoir la force gravitationnelle ou la charge électrique — sont en étroite relation avec des grandeurs extensives — en l'occurrence les déterminations métriques de l'univers. Enfin, à l'instar de Fichte, Weyl décrit l'univers en adoptant un point de vue infinitésimal. Ici se confirme l'analogie établie par E. Scholz entre la conception fichtéenne de l'espace et la géométrie purement infinitésimale de Weyl :

> We find here [i.e. chez Fichte] a clear and beautiful affinity to three essential topics in Weyl's « purely infinitesimal geometry » and his first unified gauge field-and-matter theory of 1918 :
> — construction of a spacelike continuum from infinitesimal parts (...)
> — characterization of the space-filling entities as forces, the actions of which were initially specified only in the infinitesimal parts (...)
> — formation of matter as a form of appearance of space-filling forces (dynamical theory of matter, going back to Kant and mathematically rejuvenated by Mie and Hilbert) [Scholz 2005, 340].

Le lien étroit entre la conception fichtéenne de l'espace et la théorie unifiée des champs de Weyl montre qu'il serait simplificateur voire fautif de survaloriser l'incidence de la phénoménologie de Husserl sur Weyl. Entre 1918 et 1922, ce dernier n'utilise pas une mais plusieurs sources philosophiques qui ne sont d'ailleurs pas nécessairement compatibles entre elles.[32] E. Scholz ajoute que les réflexions philosophiques de Weyl sont conditionnées à la fois par ses travaux scientifiques et par son environnement culturel. La première guerre mondiale est un facteur indéniable pour expliquer l'adhésion de Weyl à des philosophies de la conscience. Weyl entend se démarquer du « positivisme » de Mach, alors dominant en

[32] [Scholz 2005, 331] : « Among philosophies to which Weyl referred, Husserl's phenomenology is the best known. Weyl's relationship to phenomenology has been investigated and documented in several publications, but Weyl never became a devoted adherent of any single philosophy ».

philosophie des sciences. Par « positivisme », il faut comprendre ici une doctrine qui assujettit la philosophie aux sciences positives et en particulier aux sciences expérimentales. À partir de 1917, Weyl rejette clairement le positivisme de Mach, mais aussi le « formalisme » tel qu'il est défini et critiqué par Brouwer en mathématiques. Pour ce faire, il invoque parfois simultanément les noms de Fichte — dont la philosophie s'apparente à un subjectivisme absolu — et de Husserl, comme en atteste sa lettre à Hölder de 1919 traduite dans [Weyl 1994].

Il ne se demande pas si les philosophies de Fichte et de Husserl sont vraiment compatibles ; il se réfère à elles pour contrer non seulement le positivisme, mais aussi une conception formaliste des mathématiques qu'il croit voir à l'œuvre chez Hilbert. Weyl ne cherche donc pas à s'imprégner d'une doctrine en particulier et il ne se donne pas non plus pour but de construire un système philosophique pleinement consistant. Justement, il faut savoir qu'en 1917 — soit deux ans avant que Weyl ne rédige cette lettre à Hölder — Husserl professe un cours sur Fichte à l'université de Göttingen. Comme le montre O. Lahbib, Husserl s'intéresse alors aux ouvrages « les plus populaires » de Fichte, à savoir la *Die Bestimmung des Menschen* (1800) [*Destination de l'homme*] et l'*Anweisung zum seligen Leben oder auch die Religionslehre,* 1806 [L'*Initiation à la vie bienheureuse ou encore la doctrine de la religion*]. En revanche il n'accorde aucun crédit aux « productions spéculatives [de la] *Wissenschaftslehre* » dont il souligne l'opacité [Lahbib 2004, 421]. Or, en 1918, Weyl se réfère indirectement à des textes de Fichte qui sont issus de la *Doctrine de la science.* Weyl croit donc pouvoir faire coexister les noms de Fichte et de Husserl parce qu'il s'agit là de deux philosophies de la conscience qu'il oppose au formalisme et au positivisme. Mais Weyl ne précise pas en 1918 qu'il y a une incompatibilité de fond entre Fichte et Husserl. En effet, Fichte part du moi qu'il érige au rang de principe absolu sur un plan tant pratique que théorique. En revanche, Husserl fonde sa philosophie sur le processus de réduction phénoménologique par lequel nos évidences naturelles sont mises en suspens.[33]

Ces rappels étant faits sur les liens que Weyl entretient avec la philosophie de Fichte, on peut dire qu'en employant l'expression « physique

---

33 Il ne faudrait pas croire que Weyl ignore les divergences fondamentales entre l'idéalisme fichtéen et la phénoménologie de Husserl. Voir en particulier [Weyl 2009, 214] : « Fichte states the basic position of epistemological idealism even more radically than Husserl. He is everything but a phenomenologist ; he is a constructivist of the purest form who, without looking left or right, follows his stubborn path of construction ».

hégélienne », Hilbert critique le fait que Weyl suit une démarche purement spéculative en physique mathématique. Il convient donc de ne pas amalgamer les différents désaccords qui opposent Weyl et Hilbert à la fin des années 1910 et au début des années 1920. En particulier, Weyl rejoint progressivement au cours de cette période les thèses intuitionnistes de Brouwer sur les fondements des mathématiques : les contraintes imposées par la logique intuitionniste impliquent de renoncer, au moins à titre provisoire, à tout un pan des mathématiques classiques telles qu'on les trouve, par exemple, dans l'œuvre de Hilbert. Rien ne garantit en effet pour un intuitionniste que les objets manipulés en mathématiques classiques existent effectivement au sens où ils pourraient être construits au moyen de procédures algorithmiques. Pour un intuitionniste, la non-contradiction n'est pas synonyme d'existence en mathématiques. Mais, lorsque l'on passe des fondements des mathématiques à la physique mathématique sur cette même période, on peut dire que les rôles s'inversent entre Hilbert et Weyl. En effet, Hilbert affirme que la théorie de Weyl n'admet aucune réalisation empirique : il s'agit d'une pure spéculation vide de sens.

Par ailleurs, le différend entre Hilbert et Weyl en physique mathématique provient également du fait qu'ils ne convoquent pas les mêmes sources philosophiques à l'appui de leur pratique. En effet, alors que Weyl est très marqué par l'idéalisme de Fichte, Hilbert demeure attaché à un cadre conceptuel hérité du criticisme kantien. L'expression « physique hégélienne » laisse deviner toute la distance qui sépare Hilbert de la philosophie de Hegel. Cette dernière n'est pour Hilbert qu'une référence repoussoir dont il se sert pour invalider la théorie de Weyl. Plus généralement, cette expression indique en creux l'absence d'empathie de Hilbert pour les idéalismes postkantiens. Néanmoins, il ne faudrait pas croire que Hilbert se contente d'appliquer servilement les thèses de Kant lorsqu'il s'intéresse aux fondements de la relativité générale et à la conception de la matière développée par Mie. S'il emprunte ses concepts à Kant, il en déplace le sens et il les adapte aux théories physiques sur lesquelles il raisonne. Par exemple, Hilbert s'approprie la notion d'idée régulatrice que Kant introduit dans la « Dialectique transcendantale » ; en revanche, il transforme en profondeur la notion d'intuition pure que l'on trouve notamment dans « l'Esthétique transcendantale ». Nous nous proposons donc de repérer les modifications que Hilbert fait subir à la philosophie kantienne dans le cadre de la formalisation de la relativité générale avant de décrire la teneur de ses arguments à l'encontre de Weyl.

Pour situer Hilbert par rapport à la théorie kantienne de la connaissance, nous pouvons notamment nous appuyer sur [Brading & Ryckman 2008] avec certaines précautions : K. Brading et T Ryckman étudient les conférences de Hilbert sur les fondements de la physique en insistant de manière presque exclusive sur son attachement au kantisme. Il est vrai que Hilbert interprétera plus tardivement le principe de relativité comme une idée régulatrice de la raison [Hilbert 1991]. Mais cela ne signifie pourtant pas que la philosophie de Kant constituerait une source d'inspiration « essentielle » pour Hilbert lorsqu'il élabore ses premiers projets de théorie unitaire. Toujours est-il qu'à plusieurs reprises jusqu'au début des années 1930, Hilbert défend un point de vue épistémologique sur les sciences mathématiques et la physique qui le singularise nettement par rapport aux différentes variantes du positivisme logique représentées par Reichenbach, Schlick ou encore Carnap : Hilbert se situe dans le prolongement du kantisme alors que le positivisme logique se construit à partir d'une opposition systématique à la théorie kantienne de la connaissance. En particulier, Hilbert n'envisage pas de réduire les mathématiques à un ensemble de connaissances analytiques *a priori*. Plusieurs documents indiquent qu'il refuse de concevoir les mathématiques comme de simples « déductions ». En particulier, il se défend d'être « formaliste » au sens que lui prêtent aussi bien ses détracteurs — Brouwer et Weyl au moins jusqu'en 1924 — que ses défenseurs — par exemple Schlick dans son *Allgemeine Erkenntnislehre* — : Hilbert se garde bien de définir les sciences mathématiques comme une combinaison de symboles vides de sens, notamment dans la série de leçons qu'il prononce à Göttingen en 1919–1920. À la différence des positivistes logiques, il ne cherche donc pas à invalider la théorie kantienne de la connaissance. En particulier, Hilbert défend la thèse selon laquelle nos sources de connaissances ne se limitent pas à l'expérience et à la déduction. Il introduit une troisième source de connaissance qu'il qualifie de « point de vue intuitif *a priori* » [*anschauliche Einstellung a priori*] qui, toute proportion gardée, joue un rôle similaire à l'intuition pure de l'espace et du temps dans la philosophie kantienne. Ainsi, dans sa conférence de 1930 intitulée « Naturerkennen und Logik », Hilbert présente les arguments suivants :

> Qui veut malgré tout nier que les lois de l'univers proviennent de l'expérience, doit affirmer qu'outre la déduction et l'expérience, il existe une troisième source de connaissance. À la vérité, plusieurs philosophes — et Kant est le défenseur classique de ce point de vue — ont soutenu qu'en dehors de la logique et de l'expérience, nous possédons certaines connaissances *a priori* au sujet de la réalité. J'admets donc que certains actes d'intellection *a priori* sont nécessaires pour construire des ouvrages théoriques et qu'ils président toujours à

> la réalisation de nos connaissances. Je crois qu'en dernière instance, le savoir mathématique repose également sur une forme d'intellection intuitive de cette nature, et que nous avons également besoin d'un certain point de vue intuitif et *a priori* pour construire la théorie des nombres. De la sorte, la pensée fondamentale la plus générale de la théorie kantienne de la connaissance conserve toute sa pertinence : à savoir le problème philosophique qui consiste à déterminer un tel point de vue intuitif *a priori* mais aussi à rechercher la condition de possibilité de toute connaissance conceptuelle et, en même temps, de toute expérience [Hilbert 1930, 961][34].

Hilbert admet donc avec Kant qu'il existe une intuition *a priori* qui conditionne la production de connaissances. Mais, à la différence de Kant, il n'identifie pas cette intuition aux deux formes de notre sensibilité que sont l'espace et le temps ; il semble d'ailleurs que cette « Anschauung » soit plus intellectuelle que sensible aux yeux de Hilbert. Ce dernier motive de tels déplacements par rapport à la lettre même du criticisme pour les raisons suivantes : les réflexions menées par Gauss et Helmholtz sur les fondements de la géométrie nous éloignent irrémédiablement des thèses soutenues par Kant dans son « Esthétique transcendantale »[35]. Toujours est-il que pour Hilbert, il doit y avoir des représentations intuitives sous-jacentes à nos connaissances en mathématiques — théorie des nombres comprise — et en physique. Hilbert entend donc résoudre le problème de style kantien qui consiste à déterminer les conditions de possibilité de nos connaissances, qu'elles soient purement conceptuelles ou empiriques. Cependant, il estime que Kant assigne un rôle beaucoup trop contraignant à l'intuition et aux principes *a priori* dans sa théorie de la connaissance : « Kant a largement surévalué le rôle et l'étendue de l'*a priori* ».[36] De plus,

---

34 « Wer trotzdem leugnen will, daß die Weltgesetze aus der Erfahrung stammen, muß behaupten, daß es außer der Deduktion und außer der Erfahrung noch eine dritte Erkenntnisquelle gibt. Es haben in der Tat Philosophen — und Kant ist der klassische Vertreter dieses Standpunktes — behauptet, daß wir außer der Logik und der Erfahrung noch a priori gewisse Erkenntnisse über die Wirklichkeit haben. Nun gebe ich zu, daß schon zum Aufbau der theoretischen Fachwerke gewisse apriorische Einsichten nötig sind und daß stets dem Zustandekommen unserer Erkenntnisse solche zugrunde liegen. Ich glaube, daß auch die mathematische Erkenntnis letzten Endes auf einer Art solcher anschaulicher Einsicht beruht. Und daß wir sogar zum Aufbau der Zahlentheorie eine gewisse anschauliche Einstellung a priori nötig haben. Damit behält also der allgemeinste Grundgedanke der Kantschen Erkenntnistheorie seine Bedeutung : nämlich das philosophische Problem, jene anschauliche Einstellung a priori festzustellen und damit die Bedingung der Möglichkeit jeder begrifflichen Erkenntnis und zugleich jeder Erfahrung zu untersuchen ».

35 Dans sa conférence de Bucarest de mars 1918, Hilbert commence par se référer à l'« Esthétique transcendantale » de Kant. Il juge la conception kantienne de l'espace et du temps insatisfaisante pour les mathématiciens. [Hilbert 2009, 347]

36 [Hilbert 2009, 383]

Hilbert affirme que les thèses de Kant dépendent encore trop largement d'une vision subjective et anthropomorphe de la nature. Hilbert opère en conséquence une distinction entre les *conditions de l'expérience*, qui sont tributaires de notre sensibilité, et les *conditions de la physique* qui dépendent en dernière instance du principe de relativité, ce dernier constituant un élément essentiel pour parvenir à une connaissance de la nature décentrée par rapport à notre subjectivité : tous les référentiels sont équivalents pour formuler les lois de la nature qu'il ne faut donc pas rapporter à notre intuition sensible.

Nous avons décrit les transformations que Hilbert fait subir à la théorie kantienne de la connaissance. Voyons ce qu'il conserve d'elle. Par exemple, dans ses écrits à caractère épistémologique, Hilbert s'appuie à plusieurs reprises sur la notion d'idée régulatrice dont il connaît rigoureusement le sens. Ainsi, dans son article sur l'infini, il rappelle qu'une idée régulatrice de la raison au sens kantien transcende l'expérience sensible ; elle permet d'unifier les connaissances établies par notre entendement. Cela posé, il affirme que l'infini peut être élevé au rang d'idée régulatrice de la raison [Hilbert 1926, 190]. Dans le domaine de la physique, il considère également le principe de relativité comme une *idée régulatrice* de la raison qui sert à unifier les lois de la nature. Celles-ci dépendent en dernière instance d'un même principe d'invariance qui impose des contraintes drastiques sur la forme qu'elles doivent prendre. Pour le dire autrement, Hilbert reprend à son compte la hiérarchie entre expérience, concepts et idées qui nous éclaire sur l'architecture d'ensemble de la *Critique de la raison pure*. Hilbert utilise d'ailleurs implicitement cette hiérarchie pour garantir leur unité à des théories mathématiques et physiques. Cette unité n'est toutefois pas réalisée une fois pour toutes, elle est seulement projetée en tant qu'horizon régulateur. Comme le soulignent K. Brading et T. Ryckman dans [Brading & Ryckman 2008], Hilbert est très marqué par la thèse de Kant selon laquelle la raison, dans son usage régulateur, consiste à

> diriger l'entendement vers un certain but dans la perspective duquel les lignes directrices de toutes ses règles convergent en un point qui, bien qu'il ne soit qu'une idée (focus imaginarius), c'est-à-dire un point d'où les concepts de l'entendement ne partent pas réellement, puisqu'il se situe tout à fait en dehors des limites de l'expérience possible, sert cependant à leur fournir la plus grande unité avec la plus grande extension. [Appendice à la Dialectique transcendantale, A 664-B 672]

L'épistémologie implicite de Hilbert est très tôt inspirée de la « Dialectique transcendantale ». Même s'il ne faut pas survaloriser cette donnée, nous pouvons néanmoins rappeler que les *Grundlagen der Geometrie* (1899) s'ouvrent sur la référence au fameux passage qui vient clore la « Dialectique transcendantale » : « Ainsi toute connaissance commence par des intuitions, va de là à des concepts et finit par des idées » [A 702 - B 730]. La méthode axiomatique joue, dans les *Grundlagen der Geometrie*, un rôle similaire aux idées régulatrices de la raison chez Kant. Cette citation indique que la méthode axiomatique vient après coup pour formaliser une théorie déjà constituée. Cette hiérarchie entre intuitions, concepts et idées traverse également les travaux que Hilbert consacre aux fondements de la relativité générale fin 1915. Ainsi, le principe général d'invariance des lois de la nature est érigé au rang d'axiome fondamental de la relativité générale à côté d'un principe de moindre action. Pour Hilbert, cet axiome est donc une idée régulatrice au sens de Kant.

En résumé, Hilbert conserve deux traits du kantisme. Tout d'abord il admet l'existence d'une intuition *a priori* qui garantit l'existence de connaissances synthétiques *a priori* en mathématiques, à condition de préciser que cette intuition *a priori* n'a pas le même sens chez Hilbert et chez Kant. Ensuite il reprend à son compte la notion d'idée régulatrice qu'il relie étroitement à la méthode axiomatique. Ajoutons que Hilbert s'inspire également de Kant lorsqu'il analyse les rapports entre mathématiques et physique. Hilbert fait sien le célèbre argument de Kant selon lequel « il n'y a de science proprement dite qu'autant qu'il s'y trouve de mathématique » [Kant 1990, 11] (cité explicitement dans [Hilbert 1930, 962]). Hilbert l'interprète de manière bien précise. Il ne se contente pas de souligner la fonction constitutive des mathématiques au sens où elles garantissent aux sciences de la nature leur caractère de science. L'argument de Kant lui permet surtout de souligner le rôle fondamental de la physique mathématique. On retrouve alors la tension disciplinaire qui oppose physiciens mathématiciens (Minkowski, Hilbert ou encore Weyl) et physiciens théoriciens (par exemple Einstein). Kant sert ici de caution philosophique pour mettre en avant le rôle fondamental que la physique mathématique est appelée à jouer, tant en relativité générale qu'en mécanique quantique.

À notre sens, la charge de Hilbert contre la théorie unitaire de Weyl vient de ce que Hilbert interprète celle-ci à travers une grille de lecture kantienne. En effet, Hilbert rejette vigoureusement ce qu'il appelle « la physique hégélienne » ou « la conception hégélienne de la réalité » qu'il définit comme suit : elle repose sur le postulat selon lequel le devenir physique est une manifestation de nos idées — ce qui est rigoureusement contraire à la thèse kantienne selon laquelle nos connaissances s'élèvent progressivement des intuitions aux concepts, puis des concepts aux idées.

Hilbert introduit cette terminologie dans les conférences qu'il prononce à Göttingen en 1919–1920 [Hilbert 1991, 100]. Notre but n'est pas ici de vérifier la conformité de cette définition avec la lettre même de la philosophie hégélienne. Il s'agit seulement pour nous de savoir comment Hilbert s'y prend pour réfuter la théorie de Weyl en s'appuyant sur cette notion de physique hégélienne qui n'appartient qu'à lui et qu'il emploie de manière récurrente dans différents écrits à caractère épistémologique — on retrouve par exemple une définition de cette physique hégélienne dans [Hilbert 1930, 961]. Pour Hilbert, l'idée selon laquelle tout le devenir naturel [Naturgeschehen] dérive de simples idées est une pétition de principe contraire à la théorie de la connaissance de style kantien qu'il développe par ailleurs. En effet, conformément à l'argument de Kant, Hilbert est convaincu que les idées de la raison n'ont aucune objectivité. Dans le cas contraire, on succomberait à ce que Kant appelle l'apparence transcendantale : croire qu'un objet correspond immédiatement à une idée engendrée par la raison. En outre, derrière l'expression de physique hégélienne, Hilbert critique tout projet théorique qui viserait à embrasser la réalité empirique dans son intégralité.

Justement, au début de « Reine Infinitesimalgeometrie », Weyl franchit ces deux lignes : il fait comme si une théorie physique pouvait dériver d'une simple idée géométrique et il prétend en plus pouvoir embrasser le réel dans sa totalité. Sans mentionner les inconséquences de ce projet sur un plan empirique, Hilbert s'étonne de l'assurance avec laquelle Weyl affirme être parvenu à une théorie qui rend raison de « tous les processus physiques ». La prétention à une unification dernière de la physique n'incite-t-elle pas à la prudence ? Ne peut-on pas soupçonner Weyl d'être dogmatique ? De manière sous-jacente, celui-ci est convaincu que la réalité physique est réduite à deux types d'interactions — à savoir les interactions gravitationnelles et les interactions électromagnétiques — qui ne sont jamais qu'une manifestation de la même métrique d'univers. Qu'il nous suffise de mentionner une nouvelle fois ce passage, tiré de « Reine Infinitesimalgeometrie » :

> Je parvins à une métrique d'univers d'où dérivent non seulement les effets gravitationnels, mais encore les effets électromagnétiques, bref une métrique qui, comme on peut le supposer à bon droit, rend raison de tous les processus physiques. D'après cette théorie, tout le réel effectif qui se présente dans l'univers est une manifestation de cette métrique d'univers ; les concepts physiques ne sont rien d'autre que ceux de la géométrie [Weyl 1918c, 385][37].

[37] « [Ich gelangte] zu einer Weltmetrik, aus welcher nicht nur die Gravitations-, sondern auch die elektromagnetischen Wirkungen hervorgehen, die somit, wie man mit

Weyl fait bien dépendre « le » devenir physique d'une idée géométrique (la métrique d'univers correspondant à sa géométrie purement infinitésimale). C'est pourquoi Hilbert affirme avec véhémence que la théorie unitaire de Weyl s'apparente à de la physique hégélienne. Il s'agit d'une idéalisation extrême [eine extreme Idealisierung] qui outrepasse les conditions de l'expérience. Si Hilbert admet qu'une théorie physique décrit des situations idéales que les données de l'expérience ne font jamais qu'approcher, il n'en reste pas moins qu'il existe un seuil à ne pas dépasser dans ce processus d'idéalisation. Au-delà d'un tel seuil — que Hilbert détermine implicitement en utilisant la distinction kantienne entre usage transcendant et usage régulateur des idées de la raison —, une théorie physique perd tout contact avec le réel. Enfin, l'idée selon laquelle on pourrait mathématiser la réalité dans son intégralité relève du non-sens : le réel est certes mathématisable — à condition que le physicien prenne conscience qu'il manipule des épures, c'est-à-dire des idéalités qui lui permettent de formuler des hypothèses empiriquement testables — ; mais il n'est pas *entièrement* mathématisable. Notre connaissance de la nature ne saurait parvenir à une unité achevée. Cette dernière n'est jamais qu'un horizon régulateur qui oriente nos recherches tout en demeurant inatteignable.

Ainsi, les désaccords qui séparent Weyl et Hilbert à la fin des années 1910 et au début des années 1920 ne se jouent pas uniquement au niveau des projets concurrents de théories unitaires qu'ils développent alors. Cette mésentente se situe également sur un plan plus philosophique. Alors que Weyl s'inspire essentiellement de la pensée spéculative de Fichte, Hilbert reste attaché à une tradition kantienne qui lui fait dire que Weyl propose un projet trop ambitieux — visant à sceller définitivement l'unité de la physique. Ce projet s'apparente donc, pour Hilbert, à de la physique hégélienne.

3. EINSTEIN, WEYL ET LES LIMITES DE LA GÉOMÉTRISATION DE LA PHYSIQUE

Dans la précédente partie, nous avons mis en évidence la complexité des liens entre Hilbert et Weyl en physique mathématique entre la fin des années 1910 et le début des années 1920. Nous avons alors affaire à deux « mathématiciens » qui participent au développement de la relativité générale en proposant des projets différents de théorie unifiée des champs.

---

gutem Grund annehmen darf, über alle physikalischen Vorgänge Rechenschaft gibt. Nach dieser Theorie ist *alles Wirkliche, das in der Welt vorhanden ist, Manifestation der Weltmetrik*; die physikalischen Begriffe sind keine andern als die geometrischen ».

Nous voudrions à présent porter un nouveau regard sur les points de divergence entre Weyl et Einstein. Ce dernier se définit clairement comme un physicien théoricien. Ceci est déjà vrai lorsqu'Einstein accueille avec scepticisme le projet de géométrisation de la relativité restreinte proposé par Minkowski en 1907–1908. On peut observer une tension disciplinaire du même ordre entre physique théorique et physique mathématique lorsqu'Einstein prend connaissance du projet de théorie unifiée des champs proposé par Weyl au début de l'année 1918. Nous entendons donc revenir brièvement sur les objections qu'Einstein adresse à Weyl dans une série de lettres de 1918. Pour ce faire, nous nous appuierons notamment sur [Scholz 2009].

Nous voudrions cependant choisir une périodisation plus large afin de relativiser l'image qui ressort généralement de cette controverse : Weyl apparaît pour la plupart de ses contemporains comme un mathématicien pratiquant la physique de manière téméraire. Einstein le ramènerait donc aux « dures réalités » de la physique : la théorie de Weyl entraîne de graves inconséquences sur un plan empirique. Si nous élargissons notre corpus jusqu'au début des années 1930, cette image doit être rectifiée à deux niveaux. Tout d'abord, l'idée de jauge développée par Weyl en 1918 demeure pertinente physiquement. Schrödinger conjecture en 1921 qu'elle peut s'appliquer à la théorie des quanta. Il est suivi par London, Fock et Weyl lui-même qui développent une seconde théorie de jauge à partir de 1926. En outre, on assiste, à partir de la fin des années 1920, à un renversement des rôles entre Einstein et Weyl. En effet, dès 1928, Einstein développe une théorie unitaire fondée sur le principe géométrique de parallélisme à distance. Weyl ne croit pas ce projet physiquement vraisemblable, il estime en particulier qu'avec les développements de la mécanique quantique non relativiste (à partir de 1925) et de la mécanique quantique relativiste (dès 1928), toute unification des interactions physiques via une théorie classique des champs est vouée à l'échec. Il reproche exactement à Einstein ce que ce dernier lui reprochait en 1918 : s'appuyer sur une classe de variétés construite entièrement *a priori* pour ensuite en déduire une théorie physique. Ainsi, la célèbre conférence de Weyl intitulée « Geometrie und Physik » (1931) contient non seulement une comparaison systématique entre les deux théories de jauge de Weyl (celle de 1918 et celle de 1928–1929), mais également des éléments de réfutation contre la théorie unitaire d'Einstein fondée sur la notion de parallélisme à distance. Nous souhaitons donc montrer dans ce qui suit comment les positions d'Einstein et de Weyl s'inversent entre la fin des années 1910 et le début des années 1930.

3.1. *Les objections d'Einstein contre la première théorie de jauge de Weyl*

Rappelons tout d'abord quelques données factuelles. Weyl rencontre Einstein à Berlin en mars 1918 pour lui évoquer son projet d'unification de la gravitation et de l'électromagnétisme. Dès cette entrevue, Einstein émet une série de réserves concernant la viabilité des hypothèses de Weyl, comme le suggère la correspondance Einstein / Weyl. Début avril 1918, Einstein reçoit le manuscrit de *Gravitation und Elektrizität* qui sera publié quelques mois plus tard dans les *Sitzungsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften.* Dans une lettre à Weyl datée du 4 avril 1918, Einstein reconnaît qu'il s'agit là d'un « coup de génie de premier ordre » [Einstein 1998, 476] ; dans le même temps, il tempère fortement ce jugement : les objections qu'il a émises lors de leur rencontre ne sont toujours pas levées.

Einstein s'appuie notamment sur une série d'expériences de pensée pour montrer que les conséquences empiriques de la théorie de Weyl ne sont pas tenables. Einstein doute donc fortement que cette théorie soit empiriquement fondée. Parallèlement, il met en exergue les divergences d'ordre épistémologique qui les séparent : tous deux n'envisagent pas le rapport entre théorie et expérience de la même manière. Pour Weyl, il suffit de modifier le cadre géométrique sous-jacent à la relativité générale pour parvenir à une théorie unifiée des champs ; pour Einstein au contraire, les conditions de l'expérience doivent servir de guide dans la formulation de nos hypothèses. Au surplus, il existe des différences d'approche fondamentales entre Weyl et Einstein : dans les articles consacrés à sa théorie unifiée des champs, Weyl raisonne exclusivement en *physicien mathématicien*, voire même en *mathématicien.* En revanche, Einstein lit et interprète les travaux de Weyl en *physicien théoricien*, voilà pourquoi il insiste sur le fait qu'elles ne sont pas tenables empiriquement, sans reconnaître pleinement la fécondité des idées de Weyl. Enfin, il ne faut pas perdre de vue que Weyl et Einstein ne partagent pas les mêmes intérêts à la fin des années 1910 : Einstein entend explorer les nouvelles perspectives offertes par sa théorie de la gravitation ; par contraste, Weyl envisage cette dernière comme l'un des volets d'une théorie plus ambitieuse, censée réduire la structure élémentaire de la matière à des champs.

On ne peut rendre convenablement raison des points de vue respectifs d'Einstein et de Weyl dans cet échange de lettres que si l'on dépasse l'opposition artificielle entre histoires internaliste et externaliste. D'un côté, ils n'ont pas les mêmes motivations et leurs travaux n'appartiennent pas exactement au même champ disciplinaire : Weyl demeure attaché à l'école de physique mathématique de Göttingen qui s'est notamment développée sous l'impulsion de Klein et de Hilbert à la suite des travaux de Minkowski en relativité restreinte ; par contre, Einstein se réclame de la physique théorique. Les divergences entre Weyl et Einstein reflètent les antagonismes en termes de légitimité qui opposent deux disciplines : la physique mathématique dont les principaux représentants sont mathématiciens de formation et la physique théorique qui renvoie à un public de physiciens. Mais, d'un autre côté, ces questions de champs disciplinaires n'expliquent pas complètement les difficultés de fond que suscite la théorie unifiée des champs de Weyl. Pour le dire autrement, ce n'est pas seulement en qualité de physicien théoricien qu'Einstein critique les hypothèses de Weyl, mais parce qu'elles posent effectivement problème lorsqu'on les confronte à l'empirie.

Pour expliciter ses doutes, Einstein utilise deux expériences de pensée. Il entend montrer par ce biais que la théorie de Weyl, qui est parfaitement cohérente mathématiquement, n'est pas physiquement concevable. Rappelons qu'une expérience de pensée — qu'elle soit réalisable ou non — a généralement pour fonction d'anticiper sur une mise à l'épreuve expérimentale et de mesurer en première approximation la viabilité d'une théorie. L'usage systématique d'expériences de pensée traduit le fait qu'Einstein raisonne en physicien théoricien. En revanche, dans les articles de Weyl consacrés à la théorie unifiée des champs, nous ne retrouvons pas la moindre trace d'une expérimentation mentale.[38] Voici comment nous pouvons reformuler la première expérience de pensée qu'Einstein oppose à Weyl dans une lettre du 15 avril 1918 :

> Si le transport d'instruments de mesure dépendait du chemin qu'on leur fait parcourir, alors les fréquences des horloges seraient modifiées au cours de leur vie et elles dépendraient de leur histoire. On ne pourrait plus obtenir de stabilité et d'équivalence bien définie entre des horloges atomiques de même type spectral. (Voir en particulier [Einstein 1998, 507]).

Cette première objection est rendue publique en annexe à *Gravitation und Elektrizität.* Einstein ne pense pas le concept de mesure d'intervalles d'espace-temps abstraitement, i.e. en prenant pour seule référence des points à l'intérieur d'une variété métrique (weylienne ou semi-riemannienne), au contraire il interprète cette notion à partir de l'usage d'instruments de mesure. Il assigne donc immédiatementun sens

[38] Au début du chapitre IV de *Raum, Zeit, Materie,* Weyl utilise les expériences de pensée d'Einstein pour expliciter le principe d'équivalence : il reconnaît leurs vertus pédagogiques. Pour Einstein, elles ont également une fonction heuristique. En outre, il s'en sert également pour réfuter des théories adverses, comme en témoigne justement sa correspondance avec Weyl.

physique au concept de mesure. Weyl ne juge pas cette première objection pertinente. Einstein s'étonne de l'entêtement de son interlocuteur ; il déplace donc ses arguments sur des questions de méthode : à ses yeux, l'élément linéaire ds qui définit la métrique en relativité générale doit être directement confronté à l'expérience. Le contre-argument de Weyl peut être formulé comme suit : il entend d'abord développer les conséquences de sa théorie sur les processus de mesure, avant de comparer ses résultats avec les données de l'expérience. En ce sens, cette première objection d'Einstein lui paraît précipitée. En 1919, Weyl ira même jusqu'à supposer que l'on peut distinguer complètement le processus effectif de mesure par des règles et des horloges et le processus idéal de mesure fondé sur le transport parallèle qui se trouve être au fondement de sa géométrie (cf. [Weyl 1919] et également la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie*). Cette séparation s'apparente à une fuite en avant : en 1918, on avait affaire à une théorie physique dont les conséquences empiriques sont discutables, on se retrouve maintenant avec une théorie qui ne peut même plus être testée empiriquement, ce qu'Einstein ne manque pas de souligner.[39]

La deuxième expérience de pensée proposée par Einstein le 3 juillet 1918 pour réfuter la théorie de Weyl peut être formulée comme suit :

> Si l'on interprète la connexion métrique φ de Weyl comme le potentiel de champ de Maxwell, alors des particules sans charge ne se déplaceraient pas le long de géodésiques ; au surplus la déviation subie par les particules sans charge par rapport à des lignes géodésiques dépendrait du potentiel de champ électromagnétique, ce qui est contradictoire (voir en particulier [Einstein 1998, 579]).

Autrement dit, l'unification entre les théories de la gravitation et de l'électromagnétisme proposée par Weyl peut bien sembler cohérente mathématiquement, elle génère une série d'hypothèses incompatibles entre elles physiquement. Bref, la théorie unifiée des champs de Weyl est une construction parfaitement consistante tant qu'on la regarde du point de vue des seules mathématiques, en revanche Weyl oublie que l'unification de deux théories physiques ne peut pas reposer exclusivement sur un nouveau cadre mathématique ou géométrique ; il faut au surplus harmoniser leur contenu et leurs principes physiques. Par exemple, la théorie de la relativité restreinte consiste à unifier la cinématique et l'électromagnétisme — les effets gravitationnels étant supposés négligeables — ; pour ce

39 A. Einstein *apud Weyl*, in « Elektrizität und Gravitation », *Phys. Z.*, **21** (1920), p. 651 : « En abandonnant cette catégorie empiriquement fondée, la théorie de Weyl se trouve amputée de l'un de ses fondements empiriques les plus solides et des possibilités de tests ».

faire, Einstein élève la loi de propagation de la lumière, issue de l'électrodynamique, au rang de principe ; réciproquement, il étend le principe de relativité à toutes les lois de la nature. Autrement dit, les lois de la mécanique et les équations de Maxwell doivent être soumises au même principe d'invariance, ce qui suppose de réformer complètement les lois de la cinématique. L'unification de ces deux théories est donc d'abord une affaire de *principes physiques* avant de concerner le cadre géométrique qui leur est sous-jacent.

Weyl procède de manière rigoureusement inverse : ses travaux sont guidés par l'implication fausse suivante : si l'on fait dépendre les théories de la gravitation et de l'électromagnétisme d'un même cadre géométrique sans les modifier, alors on aboutira à une théorie unifiée des champs physiquement consistante. Cette implication repose sur le *credo*, communément admis à Göttingen, selon lequel il existerait une harmonie préétablie entre la géométrie et la physique. Les objections qu'Einstein adresse à Weyl permettent justement de mesurer toute la distance qui sépare la géométrie de la physique. Il ne suffit pas de réformer la géométrie — riemannienne — pour élaborer spontanément une théorie physique d'une manière qui soit empiriquement satisfaisante.

Une chose est cependant de réfuter la théorie de Weyl, i.e. de *démontrer* qu'elle est fausse, une autre de le *convaincre* qu'il est dans l'erreur. En effet, à l'issue de la seconde expérimentation mentale visant à prouver que cette théorie unitaire n'est pas physiquement consistante, Weyl n'accepte toujours pas les objections d'Einstein. Il adhère pleinement à une méthode, une idée et un projet qui ne lui permettent pas de mesurer avec objectivité la pertinence des arguments de son contradicteur. Ce dernier sait qu'il a définitivement réfuté la théorie de Weyl, mais il est aussi parfaitement conscient qu'il ne parviendra pas à le convaincre dans l'immédiat, comme en atteste ce passage tiré de la lettre qu'il adresse à Besso le 4 décembre 1918 :

> Je suis totalement convaincu que l'invariance de jauge de Weyl ne tient pas [lorsqu'elle est confrontée] à la nature et je lui ai donné récemment les motifs de mes doutes. Mais je sais aussi que quiconque demeure passionné par une idée plus d'une demi année ne peut pas se libérer de son charme, tout du moins par l'entremise des autres [Scholz 2009, 223].

À côté de ces deux expériences de pensée qui mettent en péril la viabilité de la théorie de Weyl sur un plan empirique, Einstein formule une autre objection plus spécifiquement mathématique. Il souligne une part d'arbitraire dans les motivations qui conduisent Weyl à construire sa géométrie purement infinitésimale. Comme nous l'avons vu, celle-ci repose sur une structure conforme. De la sorte, Weyl rejette un résidu de géométrie à distance dans les variétés riemaniennes puisque l'on peut toujours y comparer les longueurs de deux vecteurs situés en des points distincts. Dans une lettre du 31 juin 1918, Einstein demande à Weyl pourquoi ce dernier n'affaiblit pas davantage encore la géométrie riemannienne en ne permettant la comparaison des angles qu'en des points infiniment voisins [Einstein 1998, 551]. En résolvant le problème de l'espace (1921–1923), Weyl répond à cette objection : les variétés qu'il introduit ont ceci de remarquable qu'elles admettent une unique connexion affine compatible avec leur métrique. Il n'est donc pas arbitraire de se restreindre à ce type de variétés. Quoi qu'il en soit, les premières objections d'Einstein contre Weyl vont largement conditionner la réception qui sera faite de la théorie de Weyl à court terme. Par exemple Reichenbach les reprendra et les accentuera, Pauli proposera de son côté d'autres éléments de réfutation, jusqu'à ce que Weyl renonce à son projet en 1921. Pourtant, cette idée de jauge connaît très rapidement une nouvelle fortune en théorie des quanta et en mécanique quantique, comme le montrent les premières hypothèses de Schrödinger, précisées ensuite par London, Fock et Weyl lui-même.

3.2. *Weyl et la seconde théorie de jauge : la « géométrisation » de la physique en question*

Notre but n'est pas ici de revenir en détail sur les contributions des différents acteurs qui ont transposé l'idée de jauge introduite par Weyl en 1918 dans le cadre de la théorie des quanta puis de la mécanique quantique. Sur cette question, nous renvoyons le lecteur à [Scholz 2004] et à [Eckes 2011, 761–765]. Nous nous contenterons ici de résumer à grands traits cette seconde théorie de jauge.Nous avons vu que, dans sa première théorie de jauge (1918), Weyl définit une structure métrique sur une variété lisse à l'aide d'une forme différentielle quadratique $\mathrm{d}s^2 = g_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}y^i$ et d'une forme différentielle linéaire $\varphi = \varphi_i\mathrm{d}x^i$, modulo la relation d'équivalence

$$\mathrm{d}s'^2 = \lambda \cdot \mathrm{d}s^2, \quad \varphi' = \varphi - \frac{\mathrm{d}\lambda}{\lambda},$$

où λ est une fonction à valeurs strictement positives appelée fonction d'échelle ou de jauge. Weyl identifie ensuite les φ_i aux potentiels électromagnétiques et il montre qu'à l'invariance de jauge, qui dépend d'une fonction arbitraire λ, peut être associée la loi de conservation de l'électricité.

La seconde théorie de jauge consiste à déplacer l'idée de jauge de Weyl sur le terrain de la mécanique ondulatoire. Cette dernière repose sur l'intuition physique des ondes de matière. Selon Schrödinger, une onde de matière est représentée par une fonction d'onde ψ qui, d'un point de vue mathématique, est une fonction à valeurs complexes de carré intégrable. Le changement de jauge ou d'échelle ne s'applique donc pas, dans cette seconde théorie de jauge, au ds^2 mais à la fonction d'onde ψ. Pour être plus précis, deux fonctions ψ et $\widetilde{\psi}$ décrivent essentiellement les mêmes phénomènes physiques si elles ne diffèrent l'une de l'autre qu'à une phase près, autrement dit si

$$\widetilde{\psi} = e^{i\lambda} \cdot \psi, \tag{7}$$

le facteur de jauge n'est plus une fonction à valeurs dans $\mathbb{R}_+^*$ mais une fonction à valeurs dans le groupe $U(1)$ des nombres complexes de module 1.[40] Il n'est donc plus un *facteur d'échelle* appliqué à une métrique, mais un *facteur de phase* appliqué à des fonctions d'onde.

Weyl aborde cette seconde théorie de jauge dès la première édition de *Gruppentheorie und Quantenmechanik* (1928). Il commence par souligner que cette nouvelle transformation de jauge ne conduit à aucune conséquence physique discutable, comme en atteste le passage suivant :

> Seule $\overline{\psi}\psi$ a une signification physique simple ; voilà pourquoi on peut supposer que les lois qui gouvernent ψ demeurent invariantes lorsque l'on remplace ψ par $e^{i\lambda} \cdot \psi$, où λ est une fonction arbitraire de position dans l'espace-temps [Weyl 1950, 100].

Alors que la première théorie de jauge faisait intervenir la transformation suivante des potentiels électromagnétiques :

$$\varphi_i' = \varphi_i - \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x_i}, \tag{8}$$

la seconde théorie de jauge implique de lui substituer la transformation :

$$\varphi_i' = \varphi_i - \frac{\hbar}{e}\frac{\partial\lambda}{\partial x_i} \tag{9}$$

où $\hbar$ désigne la constante de Planck réduite (soit $\hbar = \frac{h}{2\pi}$). La similitude entre ces deux types de transformations est frappante, d'autant que dans les deux cas, l'invariance de jauge aboutit à la loi de conservation de l'électricité. Mais Weyl ne s'en tient pas à cette parenté formelle. Aussi affirme-t-il :

40 L'idée selon laquelle deux fonctions d'onde ne différant l'une de l'autre qu'à une phase près représentent essentiellement le même phénomène physique est connue de Weyl dès sa correspondance avec Jordan et Born en 1925.

> Ce « principe d'invariance de jauge » [qui consiste à substituer simultanément $e^{i\lambda} \cdot \psi$ à ψ et $\varphi_i - \frac{\hbar}{e}\frac{\partial\lambda}{\partial x_i}$ à φ_i] est quasiment analogue à celui que l'auteur avait introduit précédemment, pour des raisons spéculatives, afin de parvenir à une théorie unifiée de la gravitation et de l'électricité. Mais je crois maintenant que cette invariance de jauge ne relie pas la gravitation à l'électricité, mais *l'électricité à la matière* (...) [Weyl 1950, 101].

Weyl reconnaît donc que sa première théorie de jauge reposait sur des bases purement spéculatives. Ce passage montre en filigrane que Weyl fonde sa seconde théorie de jauge sur des présupposés épistémologiques qui relèvent d'une approche plus empirique ; il met de côté les justifications métaphysiques qui l'avaient conduit à une théorie unifiée des champs électromagnétique et gravitationnel en 1918, en particulier l'idée selon laquelle les phénomènes physiques seraient une émanation de la métrique de l'univers. L'argument qu'il développe ici est capital puisqu'il montre que les deux théories de jauge n'unifient pas les mêmes faits physiques. La première a pour objet l'électromagnétisme et la gravitation. En revanche, la seconde s'applique aux ondes de matière et à l'électricité. Ceci mérite commentaire. Souvenons-nous qu'en 1918, Weyl était convaincu que le réel physique pouvait se réduire aux interactions gravitationnelles et électromagnétiques et donc que la structure de la matière pouvait entièrement se traduire en termes de théorie classique des champs. Or, avec le développement de la mécanique ondulatoire, il s'avère que les ondes de matière constituent une « troisième entité » à côté de la gravitation et de l'électromagnétisme. Weyl explicite ce point comme suit dans la conférence à Cambridge intitulée « Geometrie und Physik » :

> D'après le projet de G. Mie, on pouvait espérer envisager les particules élémentaires de matière comme des nœuds d'énergie dans le champ gravito-électromagnétique, comme des domaines étroitement circonscrits de l'espace, dans lesquels les grandeurs de champ atteignaient des valeurs extrêmement grandes. C'est pourquoi le problème se posa alors *d'unifier la gravitation et l'électricité*. Depuis lors, la situation a fondamentalement changé (...). La théorie quantique a ajouté les ondes de matière aux ondes électromagnétiques, ces ondes de matière sont représentées par la fonction d'onde ψ de Schrödinger qui, comme le montrèrent Pauli et Dirac, ne doit pas être envisagée comme un scalaire mais comme une grandeur à plusieurs composantes. Avec les expériences sur la diffraction des ondes électroniques, l'existence de ces ondes est devenue certaine de manière parfaitement tangible. Cette nouvelle connaissance n'a encore rien à voir avec le comportement quantique des processus naturels ; dans le cadre de la physique classique des champs, la grandeur d'état ψ — le champ de matière — doit être introduit à côté de la gravitation et de l'électromagnétisme. Il faut combiner non pas *deux*, mais *trois* choses. De plus, en vertu des propriétés des transformations mathématiques de la grandeur ψ

qui sont attestées par les spectres, il est incontestablement certain que le champ de matière ne peut pas se ramener à la gravitation et à l'électromagnétisme ; l'inverse pourrait à la rigueur se poser [Weyl 1931, 51][41].

Weyl rappelle ici que sa tentative avortée de *géométrisation* de l'électromagnétisme est intimement corrélée au programme réductionniste de Mie-Hilbert selon lequel la matière pourrait être envisagée comme une concentration très élevée d'énergie dans un champ « gravito-électromagnétique ». Avec les développements de la théorie des quanta et l'avènement de la mécanique ondulatoire, le programme de Mie-Hilbert s'effondre : les physiciens doivent composer avec les ondes de matière en tant qu'« entités spécifiques » à côté des champs gravitationnel et électromagnétique. Lorsque, dans la première édition de *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Weyl dit vouloir relier matière et électricité, il reconnaît donc la spécificité des ondes de matière et la mise en échec du programme de Mie-Hilbert. Ainsi se confirme notre hypothèse : si les deux théories de jauge (1918 et 1928) constituent deux projets d'unification de la physique, elles ne s'appuient pas sur les mêmes cadres théoriques et elles ne portent pas sur les mêmes objets.

La première théorie de jauge intervient dans un processus de *géométrisation* de la physique qui doit se prolonger aux phénomènes électromagnétiques. Il s'agit alors de prendre modèle sur la théorie de la relativité générale que Weyl considère purement et simplement comme une *géométrisation* de la gravitation. La théorie unifiée des champs de Weyl est intimement liée aux développements de la géométrie différentielle et de la géométrie riemannienne. Weyl entend alors déduire régulièrement les

---

41 « Man konnte hoffen, nach dem Vorbilde von G. Mie, die materiellen Elementarteilchen als Energieknoten im gravi-elektromagnetischen Feld zu konstruieren, als räumlich eng begrenzte Gebiete, in denen die Feldgrößen zu enorm hohen Werten ansteigen. Darum stellte sich das Problem damals als die Aufgabe einer *Vereinheitlichung von Gravitation und Elektrizität.* Seither hat sich die Sachlage aber gründlich verschoben (...). [Die] Quantentheorie [hat] den elektromagnetischen Wellen die *Materiewellen* hinzugefügt, dargestellt durch die Schrödingersche Wellenfunktion ψ, von der Pauli und Dirac erkannten, daß sie nicht als ein Skalar, sondern als eine Größe mit mehreren Komponenten angesetzt werden muß. Durch die Experimente über die Beugung der Elektronenwellen ist die Existenz dieser Wellen zur handgreiflichen Gewißheit geworden. Diese neue Erkenntnis hat noch nichts zu tun mit dem quantenhaften Verhalten der Naturvorgänge ; in den Rahmen der klassischen Feldphysik muß die Zustandsgröße ψ, das Materiefeld, neben Gravitation und Elektromagnetismus eingefügt werden. Nicht *zwei,* sondern *drei* Dinge sind unter einen Hut zu bringen. Dabei ist es auf Grund der in den Spektren sich dokumentierenden mathematischen Transformationseigenschaften der Größe ψ unumstößlich gewiß, daß sich das Materiefeld *nicht* auf Gravitation und Elektromagnetismus zurückführen läßt ; höchstens das Umgekehrte könnte in Frage kommen ».

deux types d'interactions physiques alors connus — gravitation et électromagnétisme — à partir d'une métrique d'espace-temps qui généralise le cadre « riemannien » dans lequel se formalise la relativité générale. La seconde théorie de jauge est issue de la mécanique ondulatoire de Schrödinger et elle se prolonge à la mécanique quantique relativiste de Dirac. Elle est donc attachée à une théorie physique dont la mathématisation ne s'apparente plus à une « géométrisation » sur le modèle de la relativité générale.

Dans sa conférence de 1931 sur la géométrie et la physique, Weyl insiste d'ailleurs sur le fait que le cadre mathématique dans lequel se développe cette seconde théorie de jauge n'est pas d'ordre « géométrique ». Lorsque l'on veut comparer et différencier deux théories « unificatrices », il faut donc non seulement *identifier les objets* qu'elles unifient mais encore *montrer comment* elles les unifient. Or, pour Weyl, la première théorie de jauge a une composante essentiellement géométrique que n'a pas la seconde théorie de jauge. Par extension, il montre que toute *mathématisation* d'une théorie physique n'est pas nécessairement une *géométrisation.* Comme Weyl le souligne à titre rétrospectif, son erreur en 1918 a été de croire que l'on peut déduire une théorie physique à partir d'un cadre géométrique construit *a priori*, que le réel physique se réduit aux interactions gravitationnelles et électromagnétiques et que toute la physique peut se géométriser sur le modèle de la relativité générale. Le développement de la mécanique ondulatoire constitue un exemple de théorie physique qui se mathématise sous une forme qui ne relève pas de la géométrie — différentielle et riemannienne. Pour le dire autrement, l'avènement de la mécanique quantique remet en question la suprématie que la géométrie différentielle et la géométrie riemannienne semblaient définitivement avoir acquise dans la formalisation de la physique avec le développement de la relativité générale. En effet, d'autres domaines des mathématiques sont mis en avant avec la mathématisation de la mécanique quantique : essentiellement l'algèbre abstraite, l'analyse fonctionnelle et la théorie des représentations de groupes. Aussi Weyl affirme-t-il :

> Il me semble que nous avons renoncé à une géométrisation [de l'électricité] en reliant l'électricité à la matière et non à la gravitation. Je crains que la tendance à la géométrisation, dont la gravitation avait hérité de plein droit en vertu des arguments les plus intuitifs, devait échouer en s'étendant à d'autres entités physiques [Weyl 1931, 58][42].

---

[42] « Mir scheint, daß wir auf eine Geometrisierung dadurch verzichtet haben, daß wir die Elektrizität mit der Materie, statt mit der Gravitation verbanden. Ich fürchte, daß die Tendenz der Geometrisierung, von der die Gravitation mit vollem, durch die

Ainsi, à la faveur d'une comparaison systématique entre la première et la seconde théorie de jauge, Weyl s'interroge sur les conditions et les limites d'une *géométrisation* de la physique. Au vu des succès remportés par la relativité générale, on pouvait avoir bon espoir de géométriser *toute* la physique et donc de l'unifier en introduisant une géométrie plus générale que la géométrie riemannienne. C'est ce qu'indique le passage suivant : « Avec la théorie einsteinienne, on comprit que les forces gravitationnelles découlent de la structure métrique ; une entité physique avait été « géométrisée »[43]. Il est compréhensible qu'on ait pu tenter de géométriser la physique tout entière pour unifier l'image du monde » [Weyl 1931, 51]. En 1918, Weyl considérait la géométrisation de la physique comme un « cela va de soi ». Mais avec l'avènement de la mécanique ondulatoire, ce projet est manifestement compromis : il ne s'agit plus d'affirmer que la physique peut se géométriser mais de savoir si et dans quelles limites on peut s'appuyer sur un cadre géométrique pour formaliser des interactions physiques. Or, pour Weyl, les « ondes de matière » se situent à l'extérieur de ce processus de géométrisation qu'elles viennent borner : tout un pan de la physique échappe à cette géométrisation. Weyl reconnaît donc l'*incommensurabilité* entre les formalismes attachés à la relativité générale et à la mécanique quantique à partir de sa comparaison entre les deux théories de jauge, malgré les similitudes qu'admettent les transformations de jauge introduites respectivement en 1918 et en 1928.

On peut donc synthétiser les différences entre Weyl (1918) et Weyl (1928–1929) de la manière suivante : (a) Weyl est aprioriste en 1918, en revanche il adopte une approche plus empirique en 1928–1929 ; (b) la théorie unifiée des champs constitue un prolongement et une généralisation de la relativité générale, par contre la seconde théorie de jauge se développe dans le cadre de la mécanique quantique (relativiste) dont les fondements sont maintenant assurés ; (c) Weyl estime que la matière est réductible à une théorie classique des champs en 1918, en revanche les faits physiques représentés par les ondes de matière constituent des entités à part entière avec le développement de la mécanique ondulatoire de Schrödinger ; (d) la première théorie de jauge participe de plain-pied à un projet de géométrisation de la physique en étroite relation avec les

anschaulichsten Argumente zu stützenden Recht ergriffen wurde, in ihrer Ausdehnung auf andere physikalische Entitäten verfehlt war ».

43 « Durch die Einsteinsche Theorie waren die Kräfte der Gravitation als ein Ausfluß der metrischen Struktur erkannt worden ; eine physikalische Entität war "geometrisiert" worden. Es ist verständlich, daß nun um der Einheitlichkeit des Weltbildes willen versucht wurde, die gesamte *Physik zu geometrisieren* ».

contributions de Levi-Civita et de Weyl lui-même en géométrie riemannienne et en géométrie différentielle, par contre la seconde théorie de jauge implique d'autres cadres mathématiques — algèbre abstraite et analyse fonctionnelle — qui interviennent de manière essentielle dans la mathématisation de la mécanique quantique.

3.3. *Le tournant « empirique » de Weyl*

Ainsi, même si les principes sur lesquels reposent les deux théories de jauge font intervenir des formules similaires, elles appartiennent à des régimes distincts de mathématisation des théories physiques. À cela s'ajoute que Weyl n'entretient pas le même rapport à l'empirie dans les deux cas. Non seulement la seconde théorie de jauge ne conduit pas à des conséquences physiques injustifiées, mais de plus elle sert de clé pour décrire une particule avec effet relativiste dans un champ électromagnétique. Précisons ce point. Comme nous l'avons souligné, la seconde théorie de jauge repose sur les transformations simultanées :

$$\widetilde{\psi} = e^{i\lambda} \cdot \psi \quad \text{et} \quad \varphi_p' = \varphi_p - \frac{\hbar}{e}\frac{\partial\lambda}{\partial x_p}.$$

Donnons-nous une particule dans un champ électromagnétique de potentiel φ_p. Weyl montre que l'opérateur de moment linéaire $\frac{\partial}{\partial x_p}$ (pour une particule libre) doit alors être remplacé par l'opérateur $\frac{\partial}{\partial x_p} + \frac{ie}{2\pi h}\varphi_p$, où $-e$ désigne la charge de la particule. Weyl parvient ensuite à déduire le hamiltonien d'une particule chargée dans un champ électromagnétique de potentiel φ_p. Il souligne le lien entre sa seconde théorie de jauge et la formulation des principaux opérateurs permettant de décrire le comportement physique d'une particule avec effet relativiste dans un champ électromagnétique, comme en atteste le passage suivant tiré de « Geometrie und Physik » :

> le passage de l'électron libre à un électron qui se meut dans un champ électromagnétique implique le principe selon lequel l'opérateur $\partial/\partial x_p$ qui agit sur ψ doit être remplacé par
>
> $$\frac{\partial}{\partial x_p} + \frac{ie}{2\pi h} \cdot \varphi_p,$$
>
> où les φ_p sont les potentiels électromagnétiques ($-e$ est la charge de l'électron, h le quantum d'action). Entre les mains de Dirac, ce principe s'avéra être un précieux fil conducteur pour établir les équations du mouvement d'un électron avec spin muni de ses deux composantes (ψ_1 et ψ_2). Il en découle les bonnes expressions de l'énergie pour expliquer l'effet Zeeman anormal, la structure fine de l'atome d'hydrogène, etc. Si l'on pose $e/2\pi h \cdot \varphi_p = f_p$, alors cette règle est

équivalente au principe suivant qui, d'un point de vue formel, ressemble exactement à notre ancien principe d'invariance de jauge : *l'équation du mouvement de l'électron est invariante par rapport à la substitution*

$$(*) \qquad \psi \rightarrow e^{i\lambda} \cdot \psi, \quad f_p \rightarrow f_p - \frac{\partial \lambda}{\partial x_p}$$

(λ est une fonction arbitraire de position dans l'univers). [Ce principe] résulte nécessairement du développement de la mécanique quantique qui permet d'incorporer un patrimoine d'expériences puissant et nouveau à notre théorie du champ [Weyl 1931, 57][44].

Non seulement la seconde théorie de jauge n'est pas contredite par l'expérience, mais de plus elle possède une réelle effectivité pour décrire une particule (avec effet relativiste) dans un champ électromagnétique. Weyl mesure d'autant plus cela que ses conceptions épistémologiques sont marquées par un tournant « empirique ». En effet, dans « Geometrie und Physik », il met en exergue le principe suivant : « l'image objective du monde ne doit rien contenir qui ne puisse par principe être vérifié par l'expérience. Certes, de nombreuses couleurs physiquement différentes suggèrent la même impression de rouge ; mais cette différence cachée devient perceptible grâce à un prisme. En revanche, une différence qui ne peut aucunement apparaître dans l'expérience doit être mise de côté » [Weyl 1931, 50][45]. Il passe sa première théorie de jauge au crible de ce

---

44 « Beim Übergang vom freien Elektron zu dem in einem gegebenen elektromagnetischen Feld sich bewegenden Elektron ist der auf ψ wirkende Differentialoperator $\partial/\partial x_p$ zu ersetzen durch

$$\frac{\partial}{\partial x_p} + \frac{ie}{2\pi h} \cdot \varphi_p,$$

wo φ_p die elektromagnetischen Potentiale sind ($-e$ Ladung des Elektrons, h Wirkungsquantum). In den Händen von Dirac bewährte sich dieses Prinzip glänzend als Leitfaden zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen des spinnenden Elektrons mit seinen beiden ψ-Komponenten. Es ergab die richtigen Energieausdrücke zur Erklärung der anomalen Zeemanneffekte, der Feinstruktur des Wasserstoffspektrums usw. Setzt man $e/2\pi h \cdot \varphi_p = f_p$, so ist diese Regel aber gleichbedeutend mit dem folgenden Prinzip, das in formaler Hinsicht genau so aussieht wie unser altes Prinzip der Eichinvarianz : *die Bewegungsgleichung des Elektrons ist invariant gegenüber der Substitution*

$$(*) \qquad \psi \rightarrow e^{i\lambda} \cdot \psi, \quad f_p \rightarrow f_p - \frac{\partial \lambda}{\partial x_p}$$

(λ eine willkürliche Ortsfunktion in der Welt). Es hat sich zwingend aus der Entwicklung der Quantentheorie ergeben, durch die ein neuer gewaltiger Erfahrungsschatz unserer Feldtheorie einverleibt wird ».

45 « Das objektive Weltbild [darf] nichts enthalten, was sich nicht prinzipiell in der Erfahrung nachweisen läßt. Zwar rufen viele physikalisch verschiedene Farben die gleiche Rotempfindung hervor ; aber durch das Prisma läßt sich diese verborgene Verschiedenheit für die Wahrnehmung aufbrechen ».

principe. Celle-ci est donc définie par les substitutions simultanées :

$$ds'^2 = \lambda \cdot ds^2, \quad \varphi'_p = \varphi_p - \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x_p},$$

où λ est une fonction à valeurs dans l'ensemble des réels strictement positifs. Weyl soulève la difficulté suivante :

> Dans l'image théorique du monde, le passage de f_p [c'est-à-dire les φ_p] à $-f_p$ s'interprète comme un changement objectif du champ métrique ; pour un segment subissant un transport par congruence le long d'un lacet, ce n'est point la même chose que de s'agrandir ou de se rétrécir. Or, d'après la loi d'action adoptée, il n'est pas possible de choisir le signe de f_p sur la base des phénomènes observés. L'image théorique du monde contient en conséquence une différence inaccessible à la perception, ce qui contredit le principe épistémologique évoqué ci-dessus [Weyl 1931, 55][46].

Le raisonnement philosophique de Weyl peut être résumé comme suit : dans une théorie physique, seules les différences qui sont attestées empiriquement ont une signification ; celles qui ne satisfont pas à ce principe sont vides de sens et doivent donc être rejetées. Weyl montre justement que sa première théorie de jauge fait intervenir des différences qui n'ont aucun correspondant empirique. Qui plus est, elle présuppose une grandeur cosmologique inconnue, dont l'existence est acquise à la faveur d'un pur artifice de calcul. Ces données permettent à Weyl de formuler les quatre points majeurs de distinction entre ses deux théories de jauge, sous couvert d'une similitude formelle qu'il faut donc nettement relativiser :

> 1. Le nouveau principe est issu de l'*empirie* et il synthétise un important patrimoine d'expériences qui dérive de la spectroscopie.
>
> 2. *Le facteur de jauge $e^{i\lambda}$ ne concerne pas les grandeurs métriques h^p_α, mais les grandeurs matérielles ψ.*
>
> 3. L'exposant n'est pas réel, mais purement imaginaire. L'ambiguïté du signe $\pm f_p$ dans mon ancienne théorie est levée avec le signe indéterminé $\sqrt{-1}$. Auparavant déjà, alors que je jetais les bases de mon ancienne théorie, j'avais le sentiment que le facteur de jauge devait être de la forme $e^{i\lambda}$; mais je n'arrivais évidemment pas à lui donner un sens géométrique. Des travaux de Schrödinger et F. London appuyèrent cette requête en faisant apparaître de plus en plus clairement le rapport avec la théorie quantique.

---

46 « In dem theoretischen Weltbild bedeutet die Verwandlung von f_p in $-f_p$ eine objektive Änderung des metrischen Feldes ; denn es ist etwas anderes, ob sich eine Strecke bei kongruenter Verpflanzung längs einer geschlossenen Bahn vergrößert oder verkleinert. Nach dem angenommenen Wirkungsgesetz aber ist die Entscheidung über das Vorzeichen der f_p auf Grund der beobachteten Erscheinungen unmöglich. Hier enthält darum, in Widerstreit mit einem oben ausgesprochenen erkenntnistheoretischen Grundsatz, das theoretische Weltbild eine Verschiedenheit, welche sich auf keine Weise für die Wahrnehmung aufbrechen läßt ».

4. Ici, l'unité qui se présente naturellement pour mesurer les potentiels électromagnétiques f_p n'est pas une unité cosmologique inconnue mais la grandeur atomique connue $e/2\pi h$ [Weyl 1931, 57][47].

Le premier point représente le renversement de perspective le plus spectaculaire. La première théorie de jauge était déduite entièrement *a priori* à partir de la « géométrie purement infinitésimale » introduite par Weyl pour généraliser la géométrie riemannienne. En revanche, la seconde théorie de jauge est fondée sur les expériences qualitatives issues de la spectroscopie. Le deuxième point consiste à montrer que le facteur de jauge ne s'applique pas au $\mathrm{d}s^2$ mais à la fonction d'onde ψ censée décrire une onde de matière, c'est-à-dire une particule massive — étant entendu qu'en mécanique quantique, une particule se comporte de manière à la fois ondulatoire et corpusculaire. En filigrane, ce second point implique que la seconde théorie de jauge unifie matière et électricité. Le troisième point renvoie au principe épistémologique que Weyl utilise pour critiquer sa première théorie de jauge. Enfin, le quatrième point indique que la seconde théorie de jauge fait intervenir une grandeur atomique qui a un signification physique, alors que la première théorie de jauge repose sur une grandeur cosmologique dépourvue de sens.

Ces différences manifestent le triple basculement que l'on peut observer lorsque l'on compare les travaux de Weyl de la fin des années 1910 et de la fin des années 1920 : (1) basculement de la géométrie différentielle à des théories mathématiques qui trouveront des applications remarquables en mécanique quantique (théorie des représentations de groupes, analyse fonctionnelle, etc.) ; (2) basculement de la relativité générale à la mécanique quantique ; (3) basculement de l'*apriorisme* à une forme d'*empirisme*. Bien que ces trois basculements ne coïncident pas dans le temps et qu'ils ne puissent pas être reliés entre eux par des rapports de causalité simples,

---

[47] « 1. Das neue Prinzip ist aus der *Erfahrung* erwachsen und resümiert einen gewaltigen, aus der Spektroskopie entsprungenen Erfahrungenschatz.
2. *Der Eichfaktor* $e^{i\lambda}$ *tritt nicht an die metrischen Größen* h^p_α *heran, sondern an die materiellen Größen* ψ.
3. Der Exponent ist nicht reell, sondern rein imaginär. Die an der alten Theorie gerügte Unsicherheit des Vorzeichens $\pm f_p$ löst sich dadurch in das unbestimmte Vorzeichen der $\sqrt{-1}$ auf. Schon damals, als ich die alte Theorie aufstellte, hatte ich das Gefühl, daß der Eichfaktor die Form $e^{i\lambda}$ haben sollte ; nur konnte ich dafür natürlich keine geometrische Deutung finden. Arbeiten von Schrödinger und F. London stützten die Forderung durch die allmählich sich immer deutlicher abzeichnende Beziehung zur Quantentheorie.
4. Hier ist die natürliche Einheit, in welcher die elektromagnetischen Potentiale f_p zu messen sind, nicht eine unbekannte kosmologische, sondern die bekannte atomistische Größe $e/2\pi h$ ».

ils admettent une série de corrélations. Par exemple, l'*apriorisme* de Weyl l'amène en 1918 à une théorie unifiée des champs fondée sur une généralisation de la géométrie riemannienne. En revanche, le développement de la mécanique ondulatoire conduit Weyl à envisager la physique mathématique en étroite relation avec les données empiriques issues de la spectroscopie ; parallèlement, il relativise le poids de la géométrie pour mathématiser une théorie physique. Cependant, ce triple changement ne se fait pas de manière brutale et il s'explique partiellement en vertu des relations d'interdépendance que Weyl entretient avec d'autres chercheurs. Ainsi, le tournant empirique de Weyl est préparé par London lorsque ce dernier commence à jeter les bases d'une seconde théorie de jauge. En outre, l'intérêt de Weyl pour la mécanique quantique ne résulte pas simplement du privilège qu'il accorde à la théorie des représentations de groupes en mathématiques à partir de 1924. Pour le dire autrement, ce n'est pas parce qu'il s'intéresse aux groupes finis et aux groupes de Lie ainsi qu'à leurs représentations au milieu des années 1920 qu'il serait « naturellement » amené à s'engager dans la mathématisation de la mécanique quantique. Cette hypothèse reviendrait à croire qu'il est naturel de formaliser la mécanique quantique en s'appuyant sur la théorie des groupes. Or E. Scholz et M. Schneider ont établi que ce n'est pas le cas ([Scholz 2006b] et [Schneider 2011]). Cette intérêt de Weyl pour la mécanique quantique est également le produit des liens plus ou moins forts qu'il entretient avec divers acteurs au cours de la seconde moitié des années 1920 : Heisenberg, Born, Jordan, von Neumann, Schrödinger, etc.

3.4. *Une réfutation de la théorie unitaire d'Einstein*

Les limites que Weyl perçoit dans le processus de « géométrisation de la physique » lui permettent en réalité de révoquer en doute les fondements mêmes de la théorie unitaire qu'Einstein élabore à partir de 1928. Celle-ci est fondée sur la notion géométrique de parallélisme à distance, comme en témoignent deux notes publiées dans les *Sitzungsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften* [Einstein 1928a] et [Einstein 1928b]. Il la présente de manière systématique dans [Einstein 1930a] et [Einstein 1930b]. Géométriquement, Einstein construit cette théorie en s'appuyant sur une classe particulière de variétés riemanniennes. De manière schématique, il s'agit de variétés riemanniennes à courbure nulle et à torsion non nulle. Comme le souligne Einstein, il emprunte cette classe de variétés riemanniennes à E. Cartan ([Einstein 1930a, 685] et [Einstein 1930b, 4]). C. Goldstein et

J. Ritter résument la géométrie utilisée par Einstein pour élaborer sa théorie unitaire en ces termes :

> In this theory, Einstein uses a kind of metric space in which a notion of parallelism between vectors (in the tangent spaces) at two distant points can be defined. He also introduces a new formalism, that of the Vierbein h^{ν}_{a}, which represents a local orthonormal coordinate system (Latin letters index the different vectors of the system, Greek letters the components of each). Parallel transport is defined by the exact differential
>
> $$\mathrm{d}A^{\nu} = -h^{\nu}_{a}\frac{h_{\mu a}}{x^{\sigma}}A^{\mu}\mathrm{d}x^{\sigma},$$
>
> with $h_{\mu a}$ such that $h_{\mu a}h^{\nu}_{a} = \delta^{\nu}_{\mu}$. The torsion $\Lambda^{\nu}_{\alpha\beta}$ the antisymmetric part of the associated connection, is non-zero, while the Riemann curvature tensor is shown to vanish identically. The metric is given by $g_{\mu\nu} = h_{\mu a}h_{\nu a}$, and thus it is determined by the *Vierbein*, though the converse is not true. In particular, the 16 components of the *Vierbein*, compared to the 10 of the metric, offer a latitude which nourishes Einstein's hopes to fit electromagnetic phenomena into the theory ; e.g., in his early papers on the subject, by viewing the trace of the torsion, $\Lambda^{\nu}_{\alpha\nu}$ as the electromagnetic potential vector [Goldstein & Ritter 2003, 121].

Nous avons vu que, sur une variété riemannienne à courbure non constante, il est possible de comparer les longueurs de deux vecteurs en des points distincts, mais non leurs orientations. Sur une variété au sens de Weyl, on ne peut comparer directement ni les longueurs, ni les orientations de deux vecteurs attachés à des points distincts. Qu'en est-il des variétés riemanniennes particulières auxquelles Einstein s'intéresse ? Il insiste sur le fait qu'elles satisfont à deux conditions qui les rapprochent de la géométrie euclidienne usuelle : il est possible de comparer les longueurs et les orientations de deux vecteurs situés en des points distincts sur ces variétés (à courbure nulle mais à torsion non nulle). À partir de cette géométrie, Einstein formule une théorie unitaire qui implique de modifier la relativité générale dans sa version originale.

Comme le soulignent C. Goldstein et J. Ritter, la théorie d'Einstein constitue le projet prédominant de théorie unitaire au cours de cette période. Elle acquiert d'ailleurs une notoriété bien au-delà d'un public de spécialistes.

> In clear opposition to the two other years we have studied [à savoir l'année 1920 et l'année 1925], a single theory dominates the scene. In 1928 Einstein had launched the unified field theory approach that was to attract the widest attention of any he was to put forward until his final attempt of 1945–1955, the theory of distant parallelism (*Fernparallelismus*). Newspapers as well as scientific journals welcomed articles on the question ; the *New York Times* of 3 February

1929 put Einstein's photograph, together with a long article on his "new discoveries", on the first page of their Sunday supplement ; it was followed by the London *Times* of 4 and 5 February and numerous other newspapers [Goldstein & Ritter 2003, 120].

Parmi les défenseurs de cette théorie, on compte notamment Hans Reichenbach, pour qui la théorie d'Einstein constitue la bonne unification de la gravitation et de l'électromagnétisme. Mieux : Reichenbach suppose qu'Einstein aboutit à un véritable dépassement de ses travaux antérieurs en relativité générale [Goldstein & Ritter 2003, 121–122]. Ce point de vue est d'ailleurs partagé par de nombreux physiciens [Goldstein & Ritter 2003, 122]. Il est d'autant plus intéressant de constater que Reichenbach plaide en faveur de la théorie d'Einstein qu'à l'inverse, en 1920, il fait partie des principaux opposants à la théorie de Weyl. Autrement dit, il ne perçoit absolument pas le projet d'Einstein comme une n-ième théorie unitaire qui risque d'être vouée à l'échec au même titre que les tentatives précédentes de Weyl et d'Eddington.

Par contraste, à la fin des années 1920, Weyl ne perçoit absolument pas la théorie unitaire d'Einstein de la même manière que Reichenbach. Comme nous l'avons déjà suggéré, Weyl s'intéresse aux fondements de la mécanique quantique depuis 1925 — comme en atteste sa correspondance avec Born et Jordan — ; ses premières publications en mécanique quantique datent de 1927–1928 et elles se prolongent à la mécanique quantique relativiste dès l'année 1928. Or, cette donnée permet de saisir au moins partiellement la nouvelle tension qui se fait jour entre Weyl et Einstein à la fin des années 1920. Einstein demeure attaché à une théorie classique des champs. En revanche, Weyl a pour ainsi dire complètement basculé du côté de la mécanique quantique. Pourtant, cet argument ne suffit pas. En effet, peu après les premières publications d'Einstein sur sa théorie unitaire, plusieurs auteurs jugent qu'un rapprochement est possible entre la mécanique quantique relativiste de Dirac et la théorie unitaire d'Einstein [Goldstein & Ritter 2003, 122]. Comme le soulignent C. Goldstein et J. Ritter, il s'agit d'ailleurs de l'objet principal de la conférence tenue à Kharkov en Union Soviétique la semaine du 19 au 25 mai 1929 [Goldstein & Ritter 2003, 122]. Le physicien Wigner qui, à partir de la fin de l'année 1926, développe avec von Neumann les principales applications de la théorie des représentations de groupes à la mécanique quantique, semble lui-même convaincu qu'une telle unification est possible. En effet, il publie en 1929 un court article dans la *Zeitschrift für Physik* intitulé « Eine Bemerkung zu Einsteins neuer Formulierung des allgemeinen Relativitätsprinzip » [Wigner 1929]. Il propose dans ce texte un rapprochement possible entre la théorie unitaire d'Einstein et la mécanique quantique relativiste de Dirac. Ainsi, il n'existe pas d'opposition massive entre les tenants de la théorie unitaire d'Einstein et les tenants de la mécanique quantique relativiste de Dirac (avec ses éventuels prolongements). Au contraire, la position la plus communément partagée est à l'image de celle adoptée par Wigner.

Mais Weyl ne croit justement pas à un tel rapprochement et il le fait rapidement savoir. Dans le cadre du séjour qu'il effectue à l'université de Princeton en 1928–1929 sur invitation de Veblen et de Karl Compton, Weyl poursuit ses investigations en mécanique quantique relativiste. Il veut tirer profit de sa seconde théorie de jauge pour proposer une nouvelle théorie unitaire qui embrasserait la mécanique quantique relativiste et la théorie de la relativité générale (dans sa version originale de 1915–1916). Il commence par faire part de son projet à von Neumann. Tous deux partagent les mêmes doutes à l'encontre de la théorie unitaire d'Einstein. Ainsi, dans sa lettre du 15 mai 1929, von Neumann écrit à Weyl :

> Croyez vous vraiment que l'univers soit aussi compliqué [que ne le suppose Einstein] et ce, d'autant plus que l'électrodynamique (resp. la gravitation) demeure imperceptible pour des ordres de grandeur astronomiques (resp. atomiques) ? [48]

Malheureusement, nous ignorons si les lettres de Weyl à von Neumann ont été conservées. Toutefois, d'autres indices peuvent nous aider à savoir très exactement ce que Weyl pense de la théorie unitaire d'Einstein dès 1929. On peut lire ainsi au début d'« Elektron und Gravitation » qui vient consacrer les mois de recherches menés par Weyl au Palmer Physical Laboratory de Princeton[49] :

> Dans ce travail, je développe sous une forme détaillée une théorie qui s'étend à la gravitation, l'électricité et la matière et dont une esquisse a été publiée dans les Proc. Nat. Acad. en avril 1929. Différents auteurs ont remarqué le lien entre la théorie einsteinienne du parallélisme absolu et la théorie du spin de l'électron [Weyl mentionne alors l'article de Wigner que nous avons cité précédemment]. Malgré certains points de coïncidence au niveau formel, mon projet se singularise de manière radicale, en ce que je refuse le parallélisme à distance et

---

[48] Von Neumann à Weyl, le 15 mai 1929, Archives Weyl, *ETH-Bibliothek*, Hs 91 : 682, « Glauben Sie daran, dass die Welt wirklich so kompliciert ist ? Um so mehr, als noch niemals Elektrodynamik in astronomischen und Gravitation in atomaren Grössenordnungen wahrgenommen wurde ? ».

[49] Pour être plus précis, Weyl est invité par Veblen et Compton pour renforcer les liens entre les laboratoires de physique et de mathématiques à l'université de Princeton. Voir en particulier [Frei & Stammbach 1992].

que je m'en tiens à la théorie de la relativité einsteinienne classique de la gravitation [Weyl 1929, 330][50].

Weyl ne réfute donc pas la théorie unitaire d'Einstein de manière désintéressée. En effet, il propose un projet concurrent de théorie unitaire, fondé sur de tout autres bases. Cela posé, lorsque Weyl critique la possibilité de géométriser la physique — ce processus renvoyant aux domaines de la géométrie différentielle et de la géométrie riemannienne —, il vise indirectement Einstein à trois niveaux. 1. Ce dernier semble reproduire à la fin des années 1920 une erreur que Weyl avait commise lors de l'élaboration de sa première théorie de jauge puisque dans les deux cas, une théorie physique est déduite à partir d'un cadre géométrique construit entièrement *a priori*. Le risque est alors de formuler des hypothèses qui n'ont rien de viable empiriquement. 2. Pour Weyl, la mécanique quantique (relativiste) constitue une théorie incontournable pour décrire les phénomènes électromagnétiques, il lui paraît donc rigoureusement impossible de raisonner dans le cadre d'une théorie classique des champs, quelle que soit la forme qu'elle pourrait prendre. Plus radicalement, Weyl estime qu'il est vain de vouloir rapprocher la théorie unitaire d'Einstein et la mécanique quantique relativiste de Dirac. Enfin 3. Weyl estime que la théorie unitaire d'Einstein implique d'abandonner la théorie de la relativité générale sous sa forme classique, sans être certain d'obtenir en échange une théorie dont les prédictions seraient meilleures. On peut donc lire, dans « Geometrie und Physik » :

> Depuis environ deux ans, Einstein suit une nouvelle piste avec ténacité. Il se fonde sur un *parallélisme à distance* des vecteurs comme structure de base en plus de la géométrie riemannienne. Il suppose donc que les repères locaux sont liés entre eux de telle sorte qu'ils soient tous assujettis simultanément à la même rotation. Au vu de la situation de dépendance qu'ils ont entre eux, ils ne sont pas issus les uns des autres par le transport parallèle de Levi-Civita qui est attaché à la métrique riemannienne. Einstein rompt avec le point de vue infinitésimal. Il s'ensuit que tout ce qui semblait définitivement acquis avec le passage de la relativité restreinte à la relativité générale est de nouveau remis en question. Aucun profit tangible ne correspond provisoirement à cette perte. Par exemple, on ne peut pas encore prévoir comment aboutir à une loi de conservation de l'énergie et de l'impulsion. D'un point de vue spéculatif, j'ai a priori le sentiment que

50 « In dieser Arbeit entwickle ich in ausgeführter Form eine Gravitation, Elektrizität und Materie umfassende Theorie, von der eine kurze Skizze in den Proc. Nat. Acad., April 1929, erschienen ist. Es ist von verschiedenen Autoren der Zusammenhang der Einsteinschen Theorie des Fernparallelismus mit der Spintheorie des Elektrons bemerkt worden. Trotz gewisser formaler Übereinstimmungen unterscheidet sich Mein Ansatz in radikaler Weise dadurch, daß ich den Fernparallelismus ablehne und an Einsteins klassischer Relativitätstheorie der Gravitation festhalte ».

la géométrie ainsi fondée n'a rien de naturel ; je ne peux pas me figurer le type de pouvoir qui conduit à geler les repères locaux dans leur situation de rotation les uns par rapport aux autres. La loi de conservation du moment angulaire constitue un argument physique solide contre ce projet. Comme je l'ai signalé précédemment, il est justement équivalent à la condition d'invariance qui suppose que les repères locaux peuvent tourner librement indépendamment les uns des autres. De plus, il y a deux types de lignes droites ou géodésiques dans la géométrie einsteinienne, selon que la direction résulte du transport parallèle de Levi-Civita ou du parallélisme à distance. Aucun indice ne correspond dans la nature à un tel dédoublement de l'inertie [Weyl 1931, 56][51].

Ainsi, alors que Reichenbach interprète la théorie unitaire d'Einstein comme un projet original et prometteur au sens où il permettrait à terme d'unifier la gravitation et l'électromagnétisme, Weyl juge qu'avec cette théorie, Einstein reproduit exactement les erreurs qu'Eddington et Weyl lui-même avaient commises dans leurs projets respectifs de théorie unitaire. Par extension, Weyl estime que la théorie unitaire d'Einstein est d'emblée vouée à l'échec car elle ne tient pas compte des « ondes de matière ». Autrement dit, pour unifier la gravitation et l'électromagnétisme, Weyl recommande de partir de la mécanique quantique et d'embrasser de proche en proche la matière, l'électromagnétisme et la gravitation. Tel est justement le chemin qu'il suit entre 1927 et 1929, ce qui le conduit à prendre conscience de l'importance de l'algèbre abstraite et de l'analyse fonctionnelle. D'où cette relativisation du processus de géométrisation de

---

51 « Seit etwa zwei Jahren verfolgt Einstein hartnäckig eine neue Spur. Neben der Riemannschen Metrik legt er als Grundstruktur einen Fernparallelismus von Vektoren zugrunde. Er nimmt also an, daß die lokalen Achsenkreuze so aneinander gebunden sind, daß sie nur gleichzeitig alle derselben Drehung unterworfen werden dürfen. In der gebundenen Lage, die sie zueinander haben, gehen sie nicht durch die an die Riemannsche Metrik geknüpfte Levi-Civitasche Parallelverschiebung auseinander hervor. Einstein bricht mit dem infinitesimalen Standpunkt. Dies hat zur Folge, daß so gut wie alles, was durch den Übergang von der speziellen zur allgemeinen Relativitätstheorie bereits endgültig gewonnen schien, wieder preisgegeben wird. Dem Verluste steht vorläufig kein greifbarer Gewinn gegenüber. Es ist z.B. noch gar nicht abzusehen, wie man zu einem Erhaltungssatz für Energie und Impuls gelangen kann. Vom spekulativen Standpunkt empfinde ich die zugrunde gelegte Geometrie a priori als unnatürlich ; ich kann mir nicht vorstellen, was für eine Macht die lokalen Achsenkreuze in ihrer gegeneinander verdrehten Lage hat einfrieren lassen. Ein starkes physikalisches Argument, das dagegen spricht, ist der Erhaltungssatz für den Drehimpuls. Er ist, wie ich früher erwähnte, gerade der Invarianzforderung äquivalent, welche die lokalen Achsenkreuze in verschiedenen Weltpunkten unabhängig voneinander als frei drehbar annimmt. Ferner gibt es in der Einsteinschen Geometrie zwei Sorten von geraden oder geodätischen Linien : je nachdem die Richtung der infinitesimalen Levi-Civitaschen Parallelverschiebung oder dem Fernparallelismus folgt. Es ist kein Anzeichen in der Natur vorhanden für eine derartige Verdoppelung der Trägheitsführung ».

la physique, qui va de pair avec une critique frontale de la théorie unitaire d'Einstein.

CONCLUSION

Les travaux de Weyl en physique mathématique sont marqués par deux moments qui se cristallisent respectivement autour de ses deux monographies, la première étant consacrée à la relativité générale, la seconde à la mécanique quantique. On peut dire que, jusqu'au début des années 1920, Weyl croit qu'une théorie physique peut se déduire régulièrement d'une géométrie construite *a priori* et ce, au nom d'une harmonie préétablie entre mathématiques et physique. Ce point de vue révèle également son attachement à la géométrie différentielle, dont il clarifie les fondements, et à la géométrie riemannienne qu'il relativise cependant en montrant qu'il ne s'agit pas d'une géométrie purement infinitésimale. D'où l'introduction d'une classe de variétés plus générale que les variétés riemanniennes. Pour Weyl, cette généralisation doit « naturellement » conduire à une unification de la gravitation et de l'électromagnétisme. Sur un plan philosophique, il adopte au cours de cette période une posture *aprioriste*, teintée d'idéalisme fichtéen. Tout nous amènerait à faire converger les travaux de Hilbert et de Weyl en physique mathématique : une référence commune au thème de l'harmonie préétablie entre physique et mathématique, si chère à Minkowski ; l'usage de méthodes variationnelles ; le développement de théories unitaires. Pourtant, Weyl n'est pas convaincu par le projet de Hilbert. Réciproquement, pour des raisons tant scientifiques que philosophiques, Hilbert condamne la théorie unitaire de Weyl à n'être que de la physique hégélienne.

À mesure qu'il accepte les objections à l'encontre de sa première théorie de jauge et qu'il s'intéresse à la théorie des quanta puis à la mécanique quantique, Weyl est amené à opérer une triple relativisation : tout d'abord à l'égard de sa posture *aprioriste* qui n'a pas résisté aux expériences de pensée que lui a opposées Einstein dans le courant de l'année 1918, ensuite par rapport à la géométrie différentielle qui occupe une position presque hégémonique dans ses productions en mathématiques jusqu'en 1923, enfin quant au processus même de géométrisation de la physique qu'il percevait comme une évidence après les succès remportées par la relativité générale pour rendre compte des effets gravitationnels. En bifurquant du côté de la mécanique quantique, Weyl élabore une épistémologie implicite de coloration plus « empirique », par contraste avec son *apriorisme* de la fin des années 1910. De plus, en prenant connaissance des travaux de von Neumann en analyse fonctionnelle et en mesurant l'effectivité de la théorie des groupes en mécanique quantique, Weyl est amené à confronter plusieurs régimes de mathématisation des théories physiques qui ne semblent pas assimilables. La « géométrisation » de la physique cesse donc de s'imposer comme un « cela va de soi » aux yeux de Weyl. Telle est, à notre sens, l'idée principale qu'il faut retenir de sa conférence de 1931 intitulée « Geometrie und Physik ».

Mais les réserves qu'il émet à l'encontre de ce processus de géométrisation ne sont pas formulées de manière désintéressée. En réalité, il cherche à montrer que la théorie unitaire d'Einstein fondée sur la notion de parallélisme absolu repose sur les mêmes biais que sa propre théorie de jauge de 1918. De plus, il s'agit pour Weyl de montrer à quel point la mécanique quantique est devenue incontournable pour parvenir à une unification des diverses interactions physiques. Weyl perçoit donc la théorie d'Einstein comme une fuite en avant et il ne croit absolument pas qu'il puisse y avoir convergence entre cette théorie et la mécanique quantique relativiste de Dirac. Il serait donc discutable d'essentialiser les positions adoptées par Einstein et Weyl à la fin des années 1910 : Einstein représentait alors le physicien théoricien soucieux de mesurer la résistance d'une théorie face à des expériences de pensée alors que Weyl nous renvoyait davantage l'image d'un mathématicien téméraire qui considère la physique comme un prolongement « naturel » des mathématiques. En réalité, sur le plus long terme, nous voyons que ces catégories ne sont pas stables puisque Weyl reproche justement à Einstein à la fin des années 1920 et au début des années 1930 d'avoir perdu contact avec l'empirie avec sa théorie unitaire fondée sur l'idée de parallélisme absolu.

Remerciements

Je remercie les rapporteurs pour leur relecture critique de ce texte. Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Erhard Scholz dont les travaux sur Hermann Weyl ont constitué une source d'inspiration majeure aussi bien dans ma thèse que pour le présent article.

BIBLIOGRAPHIE

Becquerel (Jean)
[1922] *Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein et de sa généralisation,* Paris : Payot, 1922.

Born (Max)
[1914] Der Impuls-Energie-Satz in der Elektrodynamik von Gustav Mie, *Göttinger Nachrichten*, 1914, p. 23–36.

Brading (Katherine) & Ryckman (Thomas)
[2008] Gravitation and Electromagnetism Within the Axiomatic Method, *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics*, 39 (2008), p. 102–153.

Chorlay (Renaud)
[2013] *Géométrie et topologie différentielles*, Paris : Hermann, 2013.

Corry (Leo)
[2004] *Hilbert and the Axiomatization of Physics (1898-1918) : From « Grundlagen der Geometrie » to « Grundlagen der Physik »*, Dordrecht : Kluwer, 2004.

Eckes (Christophe)
[2011] *Groupes, invariants et géométries dans l'œuvre de Weyl (1910-1931)*, thèse de doctorat, Universités Lyon 1 et Lyon 3, 2011.

Einstein (Albert) & Grossmann (Marcel)
[1913] Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und die Theorie der Gravitation. I. Physikalischer Teil von A. Einstein. II. Mathematischer Teil von M. Grossmann, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 62 (1913), p. 225–261.

Einstein (Albert)
[1916] Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik*, 49 (1916), p. 769–822.
[1928a] Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fern-Parallelismus, *Preussische Akademie der Wissenschaften, Phys.-math. Klasse, Sitzungsberichte*, 1928, p. 217–221.
[1928b] Neue Möglichkeit für eine einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität, *Preussische Akademie der Wissenschaften, Phys.-math. Klasse, Sitzungsberichte*, 1928, p. 224–227.
[1930a] Auf die Riemann-Metrik und den Fern-Parallelismus gegründete einheitliche Feldtheorie, *Mathematische Annalen*, 102 (1930), p. 685–697.
[1930b] Théorie unitaire du champ physique, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 1930, p. 1–24.
[1998] *The collected papers of Albert Einstein. Volume 8. The Berlin years : correspondence 1914-1918*, Princeton : Princeton Univ. Press, 1998.

Fichte (Johann Gottlieb)
[1795] *Grundriß des Eigenthümlichen der Wissenschaftslehre : in Rü[c]ksicht auf das theoretische Vermögen*, Leipzig und Jena : Christian Ernst Gabler, 1795.
[1964] *Œuvres choisies de philosophie première (1795), trad. Philonenko*, Paris : Vrin, 1964.

Frei (Günther) & Stammbach (Urs)
[1992] *Hermann Weyl und die Mathematik an der ETH Zürich 1913-1930*, Basel : Birkhäuser, 1992.

Friedman (Michael)

[2008] Philosophie, physique et fondements de la géométrie, dans Bouveresse (Jacques) & Wagner (Pierre), éd., *Mathématiques et expérience, l'empirisme logique à l'épreuve*, Paris : Odile Jacob, 2008.

Gauthier (Sébastien)

[2007] *La géométrie des nombres comme discipline (1890-1945)*, thèse de doctorat, Université Paris 6, 2007.

Goldstein (Catherine) & Ritter (Jim)

[2003] The Varieties of Unity : Sounding Unified Theories 1920-1930, dans Ashtekar (Abhay) & al., éd., *Revisiting the Foundations of Relativistic Physics, p. 93-149*, Dordrecht : Kluwer, 2003.

Hilbert (David)

[1912a] Begründung der kinetischen Gastheorie, *Mathematische Annalen*, 72 (1912), p. 562–577.

[1912b] Begründung der elementaren Strahlungstheorie, *Göttinger Nachrichten*, 1912, p. 773–789.

[1915] Die Grundlagen der Physik, *Göttingen Nachrichten*, 1915, p. 395–407.

[1926] Über das Unendliche, *Mathematische Annalen*, 95 (1926), p. 161–190.

[1930] Naturerkennen und Logik, *Die Naturwissenschaften*, 1930, p. 959–963.

[1991] *Natur und mathematisches Erkennen (1919-1920)*, Basel, Berlin, Boston : Birkhäuser, 1991.

[2009] *Lectures on the foundations of physics, 1915-1927*, Berlin : Springer, 2009.

Kant (Emmanuel)

[1990] *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature, trad. Philonenko*, Paris : Vrin, 1990.

Kosmann-Schwarzbach (Yvette)

[2010] *The Noether Theorems, Invariance and Conservation Laws in the Twentieth Century*, Berlin : Springer, 2010.

Kosmann-Schwarzbach (Yvette) & Meersseman (Laurent)

[2004] *Les théorèmes de Noether, invariance et lois de conservation au XXe siècle*, Palaiseau : Éditions de l'École polytechnique, 2004.

Lahbib (Olivier)

[2004] Husserl lecteur de Fichte, *Archives de Philosophie*, 67 (2004), p. 421–443.

Levi-Civita (Tullio)

[1917] Nozione di parallelismo in una varietá qualunque e conseguente specificacione geometrica della curvatura Riemanniana, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 42 (1917), p. 173–205.

Mie (Gustav)

[1912] Grundlagen einer Theorie der Materie, Erste Mitteilung, *Annalen der Physik*, 37 (1912), p. 511–534.

MINKOWSKI (Hermann)

[1908] Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern, *Göttinger Nachrichten*, 1908, p. 53–111.

[1909a] Raum und Zeit, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 18 (1909), p. 75–88.

[1909b] Espace et temps, *Annales de l'ÉNS*, 26 (1909), p. 500–517.

[1915] Das Relativitätsprinzip, *Annalen der Physik*, 45 (1915), p. 927–938.

POINCARÉ (Henri)

[1887] Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, 15 (1887), p. 203–216.

[1891] Les géométries non euclidiennes, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 23 (1891), p. 769–774.

[1902] *La science et l'hypothèse*, Paris : Flammarion, 1902.

[1905] *La valeur de la science*, Paris : Flammarion, 1905.

[1906] La relativité de l'espace, *L'année psychologique*, 13 (1906), p. 1–17.

[1913] *Dernières pensées*, Paris : Flammarion, 1913.

REICHENBACH (Hans)

[1920] *Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori*, Berlin : Springer, 1920.

RITTER (Jim)

[2011] Geometry as Physics : Oswald Veblen and the Princeton School, dans Schneider (Martina) & Schlote (Karl-Heinz), éd., *Mathematics meets physics, p. 145-179*, Frankfurt am Main : Harri Deutsch, 2011.

RYCKMAN (Thomas)

[2005] *The Reign of Relativity*, New York : Oxford university press, 2005.

SAUER (Tilman)

[1998] The Relativity of a Discovery : Hilbert's first Note on the Foundations of Physics, *Archive for the history of exact sciences*, 1998.

SCHLICK (Moritz)

[1917, 1919, 1920] *Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik, erste, zweite und dritte Auflage*, Berlin : Springer, 1917, 1919, 1920.

SCHNEIDER (Martina)

[2011] *Zwischen zwei Disziplinen, B. L. van der Waerden und die Entwicklung der Quantenmechanik*, Berlin : Springer, 2011.

Scholz (Erhard)
[2000] Weyls Infinitesimalgeometrie, 1917-1925, dans Scholz (Erhard), éd., *In Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie, and a general introduction to his scientific work, p. 48-104*, Basel, Berlin, Boston : Birkhäuser, 2000.
[2004] Hermann Weyl's Analysis of « the Problem of Space » and the Origin of Gauge Structures, *science in context*, 17 (2004), p. 165–197.
[2005] Philosophy as a cultural Resource and Medium of Reflection for Hermann Weyl, *Revue de synthèse*, 126 (2005), p. 331–351.
[2006a] The Changing Concept of Matter in H. Weyl's Thought, *Boston studies in the philosophy and history of science*, 251 (2006), p. 281–306.
[2006b] Introducing Groups into Quantum Theory (1926-1930), *Historia Mathematica*, 33 (2006), p. 440–490.
[2009] A. Einstein and H. Weyl, Intertwining Paths and Mutual Influences, dans Alunni (C), Castellana (M.), Ria (D.) & Rossi (A.), éd., *in Albert Einstein et Hermann Weyl, 1955-2005. Questions épistémologiques ouvertes, p. 215-230*, 2009.
[2011] Mathematische Physik bei Hermann Weyl – zwischen "Hegelscher Physik" und "symbolischer Konstruktion der Wirklichkeit" 183-212, dans Schlote (Karl-Heinz) & Schneider (Martina), éd., *Mathematics meets physics. A contribution to their interaction in the 19th and the first half of the 20th century*, Frankfurt : Harri Deutsch, 2011.
[2012] H. Weyl's and E. Cartan's Proposals for Infinitesimal Geometry in the early 1920s, *Newsletter of the European Mathematical Society*, 84 (2012), p. 22–30.

Sieroka (Norman)
[2010] *Umgebungen. Symbolisher Konstruktivismus im Anschluss an Hermann Weyl and Fritz Medicus*, Paris : Chronos, 2010.

Vizgin (Vladimir Pavlovich)
[1989] Einstein, Hilbert and Weyl. The Genesis of the Geometrical Unified Field Theory, dans Howard (Don) & John (Stachel), éd., *Einstein and the History of General Relativity*, Boston, Basel, Berlin : Birkhäuser, 1989.

von Neumann (John)
[1929] *Brief an Weyl, 15. 05 1929*, Zürich : *ETH-Bibliothek*, Hs 91 : 682, 1929.

Walter (Scott)
[1996] *Hermann Minkowski et la mathématisation de la relativité restreinte (1905-1915)*, thèse de doctorat, Université Paris 7, 1996.

Weyl (Hermann)
[1912a] Henri Poincaré, *Mathematisch-naturwissenschaftliche Blätter*, 9 (1912), p. 161–163.
[1912b] Das asymptotische Verteilungsgesetz der Eigenwerte linearer partieller Differentialgleichungen (mit einer Anwendung auf die Theorie der Hohlraumstrahlung), *Mathematische Annalen*, 71 (1912), p. 441–479.
[1913] *Die Idee der Riemannschen Fläche (erste Auflage)*, Leipzig et Berlin : Teubner, 1913.
[1918a] *Raum, Zeit, Materie*, Berlin : Springer, 1918.

[1918b] Gravitation und Elektrizität, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1918, p. 465–480, GA II, p. 29–42.
[1918c] Reine Infinitesimalgeometrie, *Mathematische Zeitschrift*, 2 (1918), p. 384–411, GA II, p. 1–28.
[1919] Eine neue Erweiterung der Relativitätstheorie, *Annalen der Physik*, 59 (1919), p. 101–133, GA II, p. 55–87.
[1922] *Temps, Espace, Matière, trad. par Leroy et Juvet de la quatrième édition de Raum, Zeit, Materie*, Paris : Blanchard, 1922.
[1928] *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Leipzig : Hirzel, 1re édition, 1928.
[1929] Elektron und Gravitation, *Zeitschrift für Physik*, 56 (1929), p. 330–352.
[1931] Geometrie und Physik, *Die Naturwissenschaften*, 19 (1931), p. 49–58, GA III, p. 336–345.
[1944] David Hilbert and his Mathematical Work, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 50 (1944).
[1950] *The Theory of Groups and Quantum Mechanics (1931)*, New York : Dover, 1950.
[1994] *Le continu et autres écrits, trad. Jean Largeault*, Paris : Vrin, 1994.
[2009] *Mind and Nature, Selected Writings on Philosophy, Mathematics, and Physics*, Princeton : Princeton Univ. Press, 2009.

WIGNER (Eugene)
[1929] Eine Bemerkung zu Einsteins neuer Formulierung des allgemeinen Relativitätsprinzips, *Zeitschrift für Physik*, 53 (1929), p. 592–596.