Revue d'Histoire des Mathématiques

Les États-Unis, espace de compromis L'adaptation des algèbres françaises de Lacroix et Bourdon aux usages domestiques (1818–1835)

Thomas Preveraud

Tome 22 Fascicule 2 2016

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : `rhmsmf@ihp.fr` / URL : `http//smf.emath.fr/`

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 89 €; prix public hors Europe : 97 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde

 N° ISSN : 1262-022X

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
22 (2016), p. 185–221

LES ÉTATS-UNIS, ESPACE DE COMPROMIS L'ADAPTATION DES ALGÈBRES FRANÇAISES DE LACROIX ET BOURDON AUX USAGES DOMESTIQUES (1818–1835)

Thomas Preveraud

Résumé. — Les *Éléments d'algèbre* de Sylvestre-François Lacroix sont traduits en 1818 à Harvard College. La parution du manuel participe à la réforme du *curriculum*, qui reposait jusque-là sur des ouvrages britanniques, à la présentation et aux contenus très différents pour ce qui concerne l'enseignement de l'algèbre. Le changement provoqué par l'introduction de cette traduction dans l'enseignement supérieur et l'édition américains est manifeste car il vient bouleverser l'horizon d'attente des lecteurs. À partir des années 1830, si les adaptations de manuels français d'algèbre se poursuivent et viennent alimenter l'édition en matière d'enseignement, elles proposent des transformations de plus en plus spectaculaires des textes français, pour les accorder aux usages domestiques. L'hybridation des méthodes anglaises et françaises trouve alors sur le territoire américain une expression particulièrement vivace et féconde, notamment dans le corpus des adaptations de l'ouvrage de Louis Bourdon, *Les Éléments d'algèbre.*

Abstract (United States compromised in adapting French Algebras of Lacroix and Bourdon to domestic uses (1818–1835))

Sylvestre-François Lacroix's *Éléments d'algèbre* were published at Harvard College in 1818. The book came with the modernization of a curriculum that had relied on British textbooks the presentation and contents of which were very different. As it changed the expectations of American readers, this translation also changed learning methods. From 1830, adaptations of French algebra textbooks continued to be published but they offered more and more significant

Texte reçu le 21 octobre 2015, révisé le 17 mai 2016, accepté le 15 juin 2016.

T. Preveraud, Maître de conférences en histoire des mathématiques, LML/ESPE Lille Nord-de-France.

Courrier électronique : thomas.preveraud@espe-lnf.fr

Mots clefs : Manuels, algèbre, enseignement, États-Unis, France, circulations, édition.

Key words and phrases. — Textbooks, algebra, teaching, United States, France, circulations, publishing.

transformations of the French books, in order better to fit local needs. The mixture of French and British methods found fertile and long-lived expression on the American soil, in particular within the corpus of adaptations of the French *Eléments d'algèbre* by Louis Bourdon.

INTRODUCTION

Dans l'historiographie classique, la question des transferts savants transnationaux renvoie le plus souvent à une forme de comparatisme dans lequel le pays hôte apparaît comme soumis à une certaine aura du pays émetteur. Pour ce qui est du cas des échanges mathématiques entre la France et les États-Unis au XIXe siècle, longtemps, le « rayonnement » des mathématiques françaises postrévolutionnaires a imposé l'idée d'une domination, ou d'une supériorité de la France, incarné par l'étroite articulation d'un système d'enseignement supérieur ultra sélectif, d'une cohorte de manuels et d'ouvrages rédigés par les plus grands savants de la période 1775-1815 et de supports institutionnels puissants [Dhombres & Dhombres 1989]. Pourtant, on commettrait une erreur à considérer les mécanismes de transfert des savoirs entre les deux pays comme nécessairement implacables, dictés par les grands noms des mathématiques françaises dont la célébrité assurerait la circulation presque naturelle et exclusive des productions savantes.

Dans le sillage d'une historiographie qui remet en cause « le modèle diffusionniste » de transmission des savoirs à l'échelle internationale [Hilaire-Pérez 2010], nous évitons de postuler l'existence d'un rattrapage américain exogène et homogène. Comme le rappelle [Hilaire-Pérez 2010, p. 197] dans le cadre des échanges techniques entre la France et l'Angleterre au XVIIIe siècle, le supposé retard d'un espace géographique par rapport à un autre n'induit pas automatiquement des transferts unidirectionnels et proportionnels au dit-retard. Au contraire, et pour revenir au couple franco-américain, la prise en considération du moment de mise en contact des mathématiques produites en France avec leurs homologues américaines indique l'émergence de procédés complexes d'appropriation intra-américaine, procédés que cet article compte mettre à jour avec une étude de cas : l'analyse des adaptations américaines de deux manuels d'algèbre français du début du XIXe siècle, les *Eléments d'algèbre* de Sylvestre-François Lacroix et les *Eléments d'algèbre* de Louis Pierre Marie Bourdon. Il s'agit d'étudier les processus d'intégration et de rejet, au sein du paysage éditorial américain existant, des contenus des savoirs transmis et des méthodes[1] mises en jeu pour les transmettre dans le cadre de l'enseignement de l'algèbre en France, d'autant que la période constitue pour les États-Unis un demi-siècle de profondes transformations de la diffusion des mathématiques : développement du marché de l'édition [Karpinski 1940], émergence d'une presse spécialisée[2], réforme des *curricula* dans les institutions d'enseignement supérieur [Parshall & Rowe 1994, p. 1-52], [Cajori 1890] et essor de l'enseignement secondaire[3].

L'historiographie de l'édition pour l'enseignement aux États-Unis est bien renseignée sur le XIXe siècle. La cartographie des manuels publiés et utilisés dans les institutions d'enseignement supérieur américaines peut être dressée *via* une lecture duale de [Cajori 1890] et [Karpinski 1940]. Le rôle des maisons d'édition et leur étroite association avec les auteurs permet d'étudier la dynamique de publication au cours du siècle et la constitution d'un marché de l'édition pour l'enseignement d'abord supérieur puis secondaire [Kidwell et al. 2008, p. 3-20]. Quant aux contenus, les études par branche des mathématiques — arithmétique, algèbre, géométrie, trigonométrie, etc., permettent de donner une image des transformations des savoirs et de la façon avec laquelle ils sont transmis. Dans [Pycior 1989], l'auteure analyse la constitution « d'un style américain » pour l'enseignement de l'algèbre en étudiant les transformations du discours mathématique dans quatre ouvrages de la période 1814-1837, dont deux sont des adaptations des manuels de Lacroix et Bourdon : respectivement *Elements of Alegbra* de John Farrar (1818) et *Elements of Algebra* de Charles Davies (1835). Cette contribution majeure à la compréhension historique de l'enseignement de l'algèbre aux États-Unis ne permet cependant pas d'appréhender la façon avec laquelle les productions françaises intègrent le marché domestique : elle n'analyse pas de façon systématique les contenus des ouvrages, et ne se focalise que sur un point du discours (l'introduction des quantités négatives) ; elle néglige d'autres manuels parus aux Etats-Unis dans la période étudiée, à l'instar des *Elements of Algebra* de Edward C. Ross (1831), ou encore du *Catechism and Notes upon the Algebras of Bourdon and*

1 Par méthode, nous entendons ici l'ensemble des procédés pédagogiques et éditoriaux qui soutiennent le discours mathématique dans un ouvrage destiné à l'enseignement.

2 On lira par exemple des travaux spécifiques aux premiers journaux de mathématiques dans [Kent 2008]. Pour une vue d'ensemble, se référer à [Parshall & Rowe 1994, p. 42-45].

3 Sur le sujet, voir [Montagutelli 2000, p. 115-117] pour le processus de structuration de l'enseignement secondaire et [Brown 1909] pour un aperçu des contenus enseignés.

Lacroix écrit en 1834 par Charles Hackley; enfin elle n'intègre pas la dimension éditoriale et la réception des manuels qui constituent son corpus.

L'article explore les conditions dans lesquelles l'ouvrage de Lacroix est traduit littéralement en 1818 pour la réforme du *curriculum* de mathématiques d'Harvard, et plus généralement comment le manuel se confronte à l'offre éditoriale en termes d'enseignement de l'algèbre aux États-Unis durant le premier quart du XIXe siècle, presqu'exclusivement dominée par les ouvrages anglais ou d'origine anglaise[4]. Ainsi la traduction n'investit pas une scène éditoriale vierge, et la confrontation des méthodes françaises aux usages domestiques est longuement commentée dans la presse savante. L'article étend ensuite chronologiquement l'analyse de la répercussion d'un tel évènement éditorial sur la publication, entre 1830 et 1835, de cinq adaptations américaines d'une autre algèbre française à destination des étudiants des *colleges* : les *Éléments d'algèbre* de Bourdon[5]. L'étude procède par allers-retours entre deux niveaux d'échelle, un point de vue « micro » centré sur les contenus des manuels et leur transformation d'une adaptation à l'autre, et un point de vue « macro » focalisé sur l'inscription de ces adaptations dans le paysage éditorial domestique. L'article prétend ainsi mettre à jour la dynamique des mécanismes qui encadrent les circulations savantes entre territoires géographiques de cultures mathématiques et de langues différentes.

1. LES DEBUTS DE L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGEBRE AUX ÉTATS-UNIS (1800–1818)

Aux États-Unis, alors que s'ouvre le XIXe siècle, la pratique des mathématiques s'effectue essentiellement dans les *colleges*[6]. L'organisation de cette structure d'enseignement supérieur repose sur le modèle du *college* anglais [Brubacher & Rudy 1968]. Les enseignements sont construits et articulés autour des études classiques, latin et grec, perçus comme les seules disciplines capables de transmettre des vérités immuables et ainsi

4 Sur la primauté des méthodes britanniques dans l'enseignement des mathématiques aux États-Unis avant 1818, on lira [Cajori 1890, p. 9-43], pour les manuels en usage dans les *curricula* des *colleges* voir [Snow 2012] et, pour l'édition, se reporter à [Karpinski 1940].

5 Dans le deuxième quart du XIXe siècle, près d'une trentaine de traductions et adaptations de manuels français parait aux États-Unis, essentiellement pour l'enseignement supérieur. Aucun autre auteur français que Lacroix et Bourdon n'est adapté en algèbre.

6 Cette affirmation est sans doute à modérer, prenant en considération l'émergence des sociétés savantes et de la presse savante. On lira par exemple [Oleson 1976].

de perpétuer et de transmettre un ordre social, moral et religieux. Avec l'idée d'entrainer « une élite particulière pour diriger la communauté » [Brubacher & Rudy 1968, p. 24], les classiques sont indispensables pour la formation des futurs avocats, notaires, médecins, pasteurs et enseignants. Pendant presque toute la période coloniale les mathématiques demeurent marginales dans le *curriculum.*

Le début du XIXe siècle connait une multiplication de l'ouverture de nouvelles structures d'enseignement supérieur [Brubacher & Rudy 1968, p. 61-82], à l'instar des instituts techniques et des académies militaires dans lesquels les mathématiques occupent un rôle plus central dans la formation des étudiants. Dans le même temps, les anciens *colleges* coloniaux entament une réflexion sur la place des sciences et des mathématiques [Snow 2012]. À Harvard par exemple, à partir des années 1800, les mathématiques sont enseignées lors des deux premières années : arithmétique, géométrie euclidienne, algèbre et fluxions [Cajori 1890, p. 57]. Leur enseignement, comme dans tous les *colleges*, vise à renforcer les vertus des études classiques. Dans cette perspective, la discipline constitue un moyen d'entraîner les étudiants à raisonner, démontrer, exposer et argumenter, plutôt qu'un champ d'études autonome, ou tourné vers les sciences expérimentales. La méthode et les sources sur lesquelles repose l'enseignement sont donc naturellement cohérentes avec cet objectif, et reposent exclusivement, avant 1820, sur les usages et les ouvrages britanniques.

1.1. *L'édition américaine en matière d'enseignement supérieur du début du* XIXe *siècle : des ouvrages britanniques ou d'inspiration britannique*

Dans le premier quart du XIXe siècle, il n'existe pas de véritable dynamique de production domestique dans le paysage de l'édition en matière d'enseignement[7] mathématique aux États-Unis. Les ouvrages en usage sont essentiellement britanniques ou des rééditions d'ouvrages britanniques effectuées dans les presses américaines. Bien souvent, des imprimeurs-libraires se saisissent d'un manuel et le rééditent[8] pour un public américain [Barbier 2000, p. 192] : ils reprennent très souvent à

7 Dans notre article, les manuels étudiés sont tous destinés à l'enseignement supérieur. Les structures qui encadrent l'enseignement secondaire émergent dans les années 1820, et l'édition associée ne se développe véritablement qu'après 1840 [Preveraud 2014, p. 295-298].

8 Notons, par exemple, les 39 éditions que connaît, jusqu'en 1871, la version américaine des *Elements of Geometry* (1795) de l'Écossais John Playfair, parue à Philadelphie en 1806 [Ackerberg-Hastings 2002, p. 69].

l'identique les contenus d'origine et effectuent parfois quelques transformations (mise en page et organisation). Ils sont généralement adossés à des *colleges* possédant les structures, pour assurer techniquement la production de l'impression, et les professeurs, pour la rédaction de la préface, des corrections et des transformations éventuelles.

Pour le cas de l'algèbre, une branche des mathématiques uniquement enseignée au *college* et souvent de façon très rudimentaire au début du siècle, seule une demi-douzaine d'ouvrages paraît en première édition entre 1800 et 1825 [Karpinski 1940]. Deux types de manuels constituent le support de son enseignement. Le premier[9] est incarné par *Mathematics, Compiled from the Best Authors and Intended to be a Text-book of the Course of Private Lectures of these Sciences in the University at Cambridge*, publié en 1801 par Samuel Webber, professeur de mathématiques à Harvard. Ce classique, surnommé le *Webber's Mathematics,* reste le manuel de base de l'enseignement dans de nombreux *colleges* jusque dans les années 1810. Le texte est emblématique des productions américaines et anglaises de manuels pour les *colleges* et les écoles militaires du début du XIXe siècle. Il s'agit d'un ouvrage unique (ici en deux volumes) où sont abordés tous les domaines des mathématiques : algèbre, géométrie, trigonométrie, arpentage, navigation, sections coniques et géométrie sphérique. Le manuel de Webber est aussi une compilation de plusieurs ouvrages qui servent de sources à l'écriture. Il s'agit souvent même d'une recopie, parfois modifiée, des textes d'origine : « Les parties des écrits les plus approuvés, sélectionnés pour notre but, sont copiées, avec seulement quelques altérations qui m'ont paru utiles » [Webber 1801, p.ii]. Le premier manuel américain spécifiquement dédié à l'enseignement de l'algèbre ne paraît qu'en 1814 : *An Introduction to Algebra* est l'œuvre du professeur de mathématiques de Yale, Jeremiah Day (*infra*). Il s'agit d'un bestseller, très largement diffusé dans les *colleges* américains [Pycior 1989, p. 130] dans la première moitié du XIXe siècle.

Une caractéristique essentielle de tous ces ouvrages — manuel unique ou manuel spécifique — est qu'ils empruntent uniquement à des auteurs britanniques[10]. Webber cite [Bonnycastle 1782] et [Emerson 1780] pour la rédaction de la section « algèbre ». Day renvoie aussi à Colin Maclaurin.

---

9 Voir aussi *A Course of Mathematics*, rédigé en 1798 par l'anglais Charles Hutton [Rickey & Shell-Gellash 2010], et qui connait une édition américaine en 1812 [Preveraud 2012]

10 Pour la géométrie, les auteurs cités sont écossais, avec John Playfair et Robert Simson, alors que pour les autres domaines des mathématiques, il s'agit de mathématiciens anglais.

Les sources sont clairement explicitées, généralement dans la préface, ou dans le sommaire : il n'est pas question de dissimuler le nom de ceux à qui on emprunte, mais au contraire d'en faire la publicité. L'historiographie [Hogan 1981, p. 441][Cajori 1890, p. 64] souligne à juste titre que Day est un des premiers auteurs à relayer un texte mathématique français, en l'espèce les *Éléments d'algèbre* de Sylvestre-François Lacroix, ouvrage cité dans la préface. Néanmoins, l'analyse du manuel américain montre que sa présentation des mathématiques pour l'enseignement recoupe incontestablement les méthodes des sources britanniques qu'il utilise.

1.2. *Des ouvrages axiomatico-déductifs et volontairement pratiques*

Or à cette époque, la présentation des ouvrages d'enseignement anglais est très spécifique et mérite d'être caractérisée. Nous le ferons en examinant plusieurs points du discours mathématique dans le manuel d'algèbre de Day.

Les définitions forment le contenu des premières pages; Day fait ensuite appel aux notions communes, une liste de douze « axiomes » présentés comme dans un ouvrage rédigé sous une forme axiomatico-déductive. Ainsi, les définitions et notions communes précèdent l'énoncé des propositions et leur démonstration. La structure du manuel repose sur une organisation logique semblable à celle des traductions en anglais des *Éléments* d'Euclide rédigées à la fin du XVIIIe siècle, les bestsellers en Angleterre des Écossais Robert Simson (1756) et John Playfair (1795) [Ackerberg-Hastings 2002]. Il n'y a pas, explique Day, de « plus parfait exemple d'exacte et claire logique » que les *Éléments* [Day 1820, pp. iv]. L'auteur est mu par l'idéal de la géométrie euclidienne, et tente d'y fondre l'algèbre[11].

Envisager la présentation des éléments de l'algèbre de la sorte induit nécessairement une introduction formelle des objets sur lesquels opérer. Dans sa préface, Day explique : « La fondation de la connaissance des mathématiques doit reposer sur des définitions. Une définition est une explication de ce qui est signifié, par un mot ou une phrase »[12] [Day 1820,

---

11 Day est conscient des difficultés d'une telle entreprise. Il omet quelques démonstrations quand elles ne sont « pas essentielles à l'argumentation logique » [Day 1820, p. iv] et ne rédige pas toutes les propositions avec le formalisme d'Euclide, sans pour autant remettre en cause le caractère axiomatico-déductif de l'ouvrage.

12 "The foundation of all mathematical knowledge must be laid in definitions. A definition is an explanation of what is meant, by any word or phrase".

p. 2]. Par exemple, la notion de quantité négative[13] est introduite dès les premières pages de l'ouvrage au moyen d'une définition — « une quantité négative est de celles qui requiert qu'on les soustraie »[14] [Day 1820, p. 16], exactement comme le font beaucoup d'anglais du XVIIIe siècle — dont Emerson et Maclaurin. Il y a vraisemblablement une volonté de *définir* au mieux ce qu'est une quantité négative, en s'appuyant sur les nombres positifs et la soustraction.

De nombreux exemples suivent, mettant en scène les quantités négatives dans des situations concrètes où l'on soustraie des quantités positives à d'autres quantités positives : « Si un homme a en sa possession 1000 dollars et qu'il contracte une dette de 1500 dollars ; la dernière somme soustraite à la première, non seulement en compense la totalité ; mais laisse un débit de 500 contre lui »[15] [Day 1820, p. 17-18]. Puisque « l'étudiant [...] n'est pas coutumier de l'abstraction, il lui faut des exemples pour capter son attention et fixer ses conceptions »[16] [Day 1820, p. vii]. Day a largement recours aux exemples de la vie courante pour pallier les difficultés liées à l'apprentissage de l'algèbre. De fait, et plus généralement, l'ouvrage de Day contient beaucoup d'exercices qui mettent en scène des besoins quotidiens. Il contient également un autre genre d'exercices qui vise davantage l'entraînement du lecteur, à l'instar des 50 exercices qu'il propose, rien qu'au sujet des radicaux et des puissances (fig. 1).

13 Nous aurions pu choisir d'autres exemples, mais les quantités négatives constituent un point sensible du discours mathématique car leur statut — nombre, quantité, grandeur ? — demeure encore incertain et non stabilisé au début du XIXe siècle [Schubring 1986]. A ce titre, elles consisteront un des lieux de la comparaison des pratiques pédagogiques potentiellement divergentes entre les différents manuels français et américains étudiés au long de l'article.

14 "A negative quantity is one which is required to be subtracted".

15 "If a man has in his possession, 1000 dollars, and has contracted a debt of 1500 ; the latter subtracted from the former, not only exhausts the whole of it, but leaves a balance of 500 against him".

16 "The student [...] is not accustomed to abstraction. He requires particular examples, to catch his attention, and aid his conceptions".

1. Find the 4th root of $81a^2$.
2. Find the 6th root of $(a+b)^{-3}$.
3. Find the nth root of $(x-y)^{\frac{1}{6}}$.
4. Find the cube root of $-125\,a^3x^6$.
5. Find the square root of $\frac{4a^4}{9x^2y^2}$.
6. Find the 5th root of $\frac{32a^5x^{10}}{243}$.
7. Find the square root of $x^2-6bx+b^2$.
8. Find the square root of $a^2+ay+\frac{y^2}{4}$.
9. Reduce ax^2 to the form of the 6th root.
10. Reduce $-3y$ to the form of the cube root.
11. Reduce a^2 and $a^{\frac{1}{3}}$ to a common index.
12. Reduce $4^{\frac{1}{3}}$ and $5^{\frac{1}{4}}$ to a common index.
13. Reduce $a^{\frac{1}{2}}$ and $b^{\frac{1}{4}}$ to the common index $^{\frac{1}{6}}$.
14. Reduce $2^{\frac{1}{2}}$ and $4^{\frac{1}{4}}$ to the common index $^{\frac{1}{8}}$.

FIGURE 1. Extrait d'*An Introduction to Algebra* [Day 1820, p. 126]

Cette fonction d'entraînement du lecteur renvoie aux pratiques des manuels anglais pour répondre notamment aux besoins des examens de Cambridge, les *mathematical tripos*[17]. Comme en Angleterre[18], le recours aux examens écrits s'ancre dans les pratiques des *colleges* américains au cours du XIXe siècle tout comme celle de l'évaluation et du classement des étudiants [Brubacher & Rudy 1968, p. 93-94]. Ils nécessitent donc une préparation spécifique, et dont les manuels peuvent être le support[19].

Plus encore, cette abondance d'exercices pratiques — qu'ils soient des mises en situation réelles ou des questions d'entraînement — est parfaitement ajustée aux habitudes associées à l'usage du manuel en classe, aux

17 Établis au milieu du XVIIIe siècle pour remplacer progressivement les traditionnelles interrogations orales, cette série d'examens uniques, auxquels se confrontent tous les étudiants, et qui repose sur la résolution écrite de problèmes difficiles et sur un solide entraînement, donne alors aux mathématiques une place importante dans le *curriculum.* Voir [Warwick 2003].

18 Nous renvoyons à [Despeaux 2014]. L'auteure articule les transformations des modalités d'examen des étudiants de Cambridge — de l'oral vers l'écrit — aux pratiques éditoriales (les questions/réponses) des journaux anglais au cours du XIXe siècle.

19 Comme en Angleterre, les premiers journaux de mathématiques américains (1804-1843) offrent aussi à leurs lecteurs-étudiants un entraînement en proposant des questions/réponses, dont certaines leur sont directement adressées dans les *Junior Sections.* Voir [Preveraud 2014, p. 350-355].

États-Unis. Un étudiant-lecteur doit pouvoir consulter les contenus de son livre seul, sans la présence du professeur, et s'exercer de façon autonome à la pratique des règles vues en classe [Adams 1822, p. 326]. Plus généralement, le très grand nombre d'exercices — et l'apparente trivialité d'entre eux, doit être corrélé au niveau moyen du *freshman*[20], très inférieur à celui de son homologue français ; ils sont conçus et proposés dans le contexte d'un enseignement supérieur où l'arithmétique est souvent à peine maitrisé par les étudiants de première année.

Certes, proposer un ouvrage d'algèbre inspiré par les *Éléments* d'Euclide et y insérer un grand nombre d'exercices d'entraînement renvoie à deux objectifs qui peuvent sembler contradictoires. Les *Éléments* du Grec contiennent des problèmes et non des exercices d'entraînement. Ces problèmes, soutenus par un raisonnement logique cohérent avec l'ensemble, exposent des procédures, étape par étape, qui permettent concrètement de construire des figures. Les exercices d'entraînement ne donnent pas de procédures, mais sont le lieu d'un « exercice régulier des facultés de raisonnement » [Day 1820, p. iv] et favorisent ainsi la discipline de l'esprit promue par le discours axiomatico-déductif.

L'aspect volontairement pratique de son manuel d'algèbre permet de comprendre la réticence de Day à généraliser la formulation des règles. Certaines d'entre elles sont ainsi exposées par une succession de cas particuliers : par exemple, la réduction par addition des expressions littérales [Day 1820, p. 23-26] l'est selon que les monômes à ajouter sont de signes identiques, de signes contraires, exprimées à l'aide de la même variable ou non. Il s'agit d'une technique pédagogique tout à fait caractéristique des ouvrages anglais dans lesquels la présentation de l'algèbre par cas doit permettre une utilisation plus fructueuse : le lecteur se voit ainsi proposé une façon pratique d'associer le plus finement possible la situation à résoudre au cas exposé dans l'ouvrage.

1.3. *L'alternative des méthodes françaises pour l'enseignement de l'algèbre : « Analyse vs. Synthèse »*

Cette présentation pédagogique des éléments de l'algèbre diverge sensiblement de celle de certains auteurs français du début du XIX^{e} siècle, comme le ne manquent pas de le souligner certains professeurs et auteurs américains de l'époque [Pycior 1989, p. 125] en distinguant schématiquement deux « styles » de présentation de l'algèbre dans les manuels : « [Dans ce pays], les traités habituellement utilisés ne sont pas analytiques. Il y a des

20 Nom donné à l'étudiant en première année d'études dans les *colleges* américains.

algèbres rédigées sous une forme synthétique » [Emerson 1821, p. 373], explique en 1821 George Barrell Emerson[21] dans la *North American Review*.[22] Il y aurait donc les manuels français, rédigés sous une forme analytique, et les manuels américains d'origine britannique, écrits à la façon synthétique.

Les termes synthèse et analyse, qui désignent la forme du discours mathématique, doivent être manipulés avec précaution en raison de la variabilité de leur acception au cours des siècles[23]. Jusqu'à la période médiévale, ils renvoient aux modes du discours de la preuve chez les Anciens : si les deux styles sont basés sur un enchaînement déductif des arguments dans la démonstration géométrique, la synthèse suppose le résultat connu au début de la preuve, alors que l'analyse s'intéresse davantage au moyen pour aboutir à ce que l'on veut démontrer. Synthèse et analyse prennent un sens nouveau après le XVIIe siècle avec le développement du symbolisme algébrique, avec l'utilisation de l'algèbre en géométrie ou encore suite à l'émergence du calcul des différences et des fluxions. Les mathématiciens associent alors l'analyse à l'utilisation de ces nouveaux outils mathématiques, tandis que le terme synthétique désigne un discours mathématique qui vise à résoudre des problèmes uniquement à l'aide des arguments de la géométrie classique.

Nombre d'auteurs américains du début du XIXe siècle s'approprient donc cette terminologie pour distinguer deux façons d'enseigner l'algèbre, mais lui donne une signification nouvelle. Ainsi, Emerson explique qu'un auteur rédigeant son manuel selon « la méthode analytique, le fait pour suivre la marche de l'invention, choisit toujours la méthode la plus générale, ne se répète jamais même dans son raisonnement ou dans des explications, adapte ses éléments aux grands travaux qui contiennent ce qu'il y a de plus important en science, ne donne que peu d'exemples »[24]

21 Ancien élève de Farrar à Harvard, alors directeur d'une école secondaire à Boston.

22 La revue, fondée en 1815 par un groupe d'hommes savants de la région de Boston, vise à la publicité du génie américain dans des domaines qui embrassent au début la littérature, les arts et bientôt les sciences. Les contenus des articles publiés témoignent d'une ouverture vers le continent européen et d'une volonté de se distinguer de l'ancienne puissance coloniale. Elle constitue donc un lieu adapté à l'expression d'opinions novatrices et libérales en matière d'éducation. Sur sa création, ses auteurs et la nature des articles proposés, voir [Preveraud 2014, p. 93]. Voir aussi [Ward 1915, p. 123-124].

23 Sur le sujet, l'historiographie est riche de plusieurs travaux dont [Otte & Panza 1997] ou encore [Ackerberg-Hastings 2002].

24 "[...] making use of the analytical method, to pursue, as nearly as possible, the steps of invention ; always to select the most general method ; never to go over the same ground twice, either in his reasoning, or its explanations ; to adapt the elements

[Emerson 1821, p. 366-367]. La méthode analytique opte donc pour une présentation plus naturelle des savoirs, c'est-à-dire une présentation qui respecte l'ordre dans lequel les mathématiciens les ont apprivoisés dans l'histoire, une présentation qui repose donc sur l'ordre dans lequel l'esprit humain se les approprie graduellement, c'est-à-dire encore l'ordre de l'invention, en opposition à l'ordre euclidien[25]. Les éléments de l'algèbre sont exposés de façon la plus générale possible, pour y englober le maximum de cas particuliers. Rédigés dans le style analytique, les manuels d'algèbre n'excluent pas les récents développements en analyse. En opposition, la forme synthétique privilégie une présentation des savoirs empruntée aux ouvrages de géométrie euclidienne, ne recourt pas au calcul différentiel ou fluxionnel et abonde en exercices pratiques. L'acception des termes synthèse et analyse constitue donc une forme de mixage de celles précédemment évoquées, renvoyant tant au mode de la preuve qu'au contenu mathématique et pédagogique et à leur présentation.

Même si une telle segmentation des ouvrages entre manuels synthétiques d'une part et manuels analytiques de l'autre propose une partition du marché de l'édition certainement réductrice, notamment parce qu'elle met de côté certains textes qui empruntent à la fois aux deux styles mathématiques, elle décrit deux tendances vers lesquelles les manuels publiés au début XIXᵉ siècle s'orientent indiscutablement.

Selon cette typologie, le manuel de Day est rédigé selon une méthode synthétique. Ce n'est pas le cas de la présentation de l'algèbre adoptée

---

as he professes to do, to the great works, which contain all that is most important in science".

25 Ce débat entre ordre euclidien et ordre de l'invention renvoie à celui qui s'est produit en Europe entre les XVIIᵉ et XIXᵉ siècles dans le cadre de l'enseignement de la géométrie. En Grande-Bretagne, la traduction des *Éléments* d'Euclide en anglais de Robert Simson, puis celle de John Playfair, marquent un retour au texte grec et celui semble sans « rival » pendant les deux premiers tiers du XIXᵉ siècle, comme montré dans [Moktefi 2001, p. 321-325]. À partir des années 1860 et avec notamment la création de *l'Association for the Improvement of Geometrical Teaching*, des mathématiciens suggèrent et proposent des alternatives à cet enseignement jugé artificiel, trop long et obscur pour les commençants. Voir les arguments et les offres modernes proposés en Angleterre dans [Moktefi 2001, p. 327-332] qui mènent à la fin du siècle à l'abandon presque total d'Euclide pour l'enseignement de la géométrie. Le cas de la France est différent car la critique est plus précoce. Antoine Arnauld avec *Nouveaux éléments de géométrie* (1683), ou Alexis Clairaut et ses *Éléments de géométrie* (1765), rejettent l'enseignement à la façon d'Euclide et rédigent de nouveaux manuels, en y introduisant par exemple des méthodes d'invention qui refusent l'ordre euclidien de présentation des propriétés géométriques. Voir notamment [Barbin 1991, p. 129] : l'auteure définit les méthodes d'invention comme des « méthodes qui permettent de résoudre des problèmes » par les géomètres français du XVIIᵉ siècle.

dans *Éléments d'algèbre*, rédigé par Sylvestre-François Lacroix, ouvrage traduit en 1818 aux États-Unis.

2. LES *ÉLÉMENTS D'ALGÈBRE* DE LACROIX TRADUITS À HARVARD : UN EVÉNÉMENT ÉDITORIAL TROP RADICAL (1818-1832)?

Entre 1818 et 1824, le professeur de mathématiques du *college* d'Harvard, John Farrar[26], publie, pour son enseignement, une série de manuels séparés[27], presque tous des traductions d'auteurs français[28], dont Sylvestre-François Lacroix, Adrien-Marie Legendre et Étienne Bézout. Dans le cas de l'algèbre, la traduction qu'il rédige — *Elements of Algebra* (1818) — est fondée sur l'édition de 1803 du manuel de Lacroix, *Éléments d'algèbre.* Elle est extrêmement scrupuleuse et offre au lecteur américain une restitution fidèle de l'original français.

2.1. *Une source française pour le nouveau manuel d'algèbre dans le cadre de la réforme de l'enseignement des mathématiques à Harvard (1815-1820)*

Lacroix, professeur à l'École centrale des quatre-nations[29] entre 1795 et 1804, rédige *Éléments d'algèbre* pour l'enseignement secondaire. Lacroix s'appuie sur des textes écrits au siècle précédent (Alexis Clairaut, Étienne

---

26 Une biographie complète et détaillée est produite dans [Ackerberg-Hastings 2000, p. 161-182]. L'auteure y rassemble et commente ses activités d'enseignement, éditoriales, politiques et institutionnelles au sein d'Harvard.

27 L'écriture et l'utilisation de nouveaux manuels de mathématiques intervient alors qu'Harvard connaît de profondes transformations, qu'il s'agisse de la gouvernance, de la structure ou de la nature des enseignements [Ackerberg-Hastings 2010]. Poussée par le nouveau président du *college*, le réformateur John T. Kirkland, Harvard entame une réforme du *curriculum* de mathématiques, que professeurs et direction estiment n'être plus adapté à un enseignement moderne des mathématiques. Les arguments en faveur d'une réforme du *curriculum* sont détaillés dans [Preveraud 2014, p. 99-106].

28 Dans les années 1815-1850, de nombreuses institutions d'enseignement supérieur se tournent vers la France pour moderniser leur *curriculum* ou la structure de leur organisation. C'est le cas de l'Académie militaire de West Point, qui forme les officiers ingénieurs de l'armée des Etats-Unis depuis 1802. La réforme que l'Académie connaît en 1817 est la conséquence directe d'une observation de la gouvernance, de l'organisation des études et des manuels utilisés au sein des écoles d'ingénieur françaises [Preveraud 2014, p. 25-64].

29 Les écoles centrales sont des établissements d'enseignement créés après la Révolution, sous l'égide du Comité d'instruction publique, et accueillant des élèves de 12 à 18 ans laissés sans instruction depuis la fermeture des collèges d'Ancien Régime. Une grande liberté est laissée à l'instructeur en matière de programme et on incite les professeurs à y rédiger des manuels [Ehrhardt 2009, p. 13].

Bézout, Charles Bossut ou Charles Camus). Mais il les actualise en s'appuyant sur les nécessités de l'enseignement du début du XIXe siècle [Ehrhardt 2009, p. 15]. Après avoir publié en 1797 une réédition des *Éléments d'algèbre* de Clairaut (1746) dont la structure repose sur la démarche d'invention, « la seule par laquelle on puisse faire étudier avec quelque intérêt les commencements de l'algèbre » [Lacroix 1804, p. iij], il publie un second manuel d'algèbre en 1799, *Éléments d'algèbre,* dont le plan repose cette fois sur l'organisation synthétique du manuel de Bézout. Dans la troisième édition de ce même manuel (1803), il se « rapproche davantage de la démarche d'invention » et abandonne le plan de Bézout que « sa première rédaction [lui] avait forcé d'emprunter » [Lacroix 1804, p. iij]. Il explique ces revirements successifs par son expérience et sa pratique d'enseignant. L'ouvrage a également des ambitions qui dépassent le simple cadre de l'enseignement : il s'agit aussi et avant tout d'un texte mathématique dans lequel Lacroix souhaite exposer « la métaphysique du calcul », c'est-à-dire une science entière et cohérente, et non une suite segmentée de mécanismes opératoires et de règles qu'il faudrait comprendre et retenir successivement.

Une éclairante illustration de la mise en œuvre de la démarche d'invention dans l'ouvrage de Lacroix concerne l'introduction des quantités négatives[30]. C'est à l'occasion d'un problème traitant de la résolution des équations du premier degré que Lacroix isole des quantités négatives[31] et écrit à leur sujet, au bout seulement d'une centaine de pages. Il s'agit d'un problème contenant deux inconnues, qui vise à déterminer des sommes d'argent. La démonstration [Lacroix 1815, p. 84-85] donne une des inconnues égale à $\frac{-14}{7}$ et induit le commentaire suivant : « Maintenant, comment faut-il interpréter le signe $-$ qui affecte la quantité isolée 14 ? On conçoit bien ce que c'est l'assemblage de deux quantités séparées par le signe $-$, lorsque la quantité à soustraire est plus petite que celle dont on doit la retrancher ; mais de quoi peut-on retrancher une quantité qui n'est jointe à aucune autre où elle se trouve ? » [Lacroix 1815, p. 85]. Alors que chez les Anglais, la quantité négative est directement assujettie à la soustraction, elle vient ici permettre d'envisager un type de problème que les quantités positives échouaient jusque-là à satisfaire. Lacroix ne se pose pas tant la question de l'existence des quantités négatives, que celle

30 La question fait l'objet d'une analyse détaillée dans [Lamandé 2004].

31 Certes les quantités négatives incluses dans des expressions algébriques (comme dans « $36 - 3x$ » [Lacroix 1815, p. 29]) apparaissent dans les premières pages, mais elles ne sont jamais perçues « dans ce premier temps comme des quantités négatives isolées » [Lamandé 2004, p. 74].

de l'approche pédagogique la plus adaptée, simple et compréhensible [Glière 2007, p. 379]. Il fait reposer l'introduction des nombres négatifs sur l'histoire de leur apparition, c'est-à-dire comme solutions nouvelles à des équations, une pratique en rupture manifeste avec les ouvrages américains d'origine britannique.

2.2. *Une méthode « supérieure », mais une méthode qui vient bousculer les usages domestiques*

Dans la presse savante américaine du premier quart du XIXe siècle proche des milieux libéraux de Nouvelle-Angleterre [Preveraud 2014, p. 345-346], on lit plusieurs arguments pour justifier la supériorité de la méthode analytique sur la méthode synthétique dans l'exposition des éléments de l'algèbre. C'est d'abord l'ordre parfois absurde des manuels anglais qui est critiqué. Il est plus facile pour l'apprenant, explique Emerson dans la *North American Review,* de suivre des « parties qui se suivent les unes aux autres dans le même ordre avec lequel elles ont pu surgir dans l'esprit de leur inventeur originel »[32] [Emerson 1821, p. 370].

C'est ensuite le recours fréquent aux cas particuliers qui nuit au propos dans ces mêmes manuels anglais. Ainsi, lorsque Day traite de la réduction des expressions littérales, il expose successivement et indépendamment le cas où les quantités et les signes sont semblables ($bc+2bc+10bc$), le cas où les quantités sont semblables mais les signes différents ($11bc-7bc$), le cas où les quantités sont dissemblables ($3bc+6d-2bc+a$) [Day 1820, p. 23-24]. À l'inverse, certains textes français, rapporte le même article de la *North American Review,* exposent plusieurs exemples et formule une règle générale sans distinguer de cas : « l'addition algébrique des polynômes s'effectue en écrivant à la suite les unes des autres, avec leurs signes, les quantités qu'il faut ajouter, et en observant que les termes qui ne sont précédés d'aucun signe, sont censés avoir le signe + » [Lacroix 1815, p. 54]. Ce passage par les cas particuliers dans les manuels synthétiques est critiqué par Jasper Adams, un professeur de mathématiques et de philosophie naturelle à Brown University dans *The American Journal of Science and Arts* :

> Il est temps de se méfier de la prédilection pour les méthodes particulières, avec l'idée qu'elles sont plus élémentaires que les méthodes générales ; alors que la vérité est qu'elles sont préférées car plus anciennes, et plus agréables aux habitudes précédemment acquises et qui ne se transforment pas rapidement. Il

---

32 "the parts succeed each other in the same order in which they might be supposed to have occurred to an original inventor".

> est erroné et contraire à l'expérience établie de supposer que les méthodes générales doivent être précédées d'une exposition de méthodes particulières[33]. [Adams 1822, p. 311]

Ces propos sont directement inspirés des *Essais sur l'enseignement* de Lacroix [Lacroix 1816, p. 182]. Le commentateur loue la priorité donnée par Lacroix à la généralité de l'exposition des méthodes qui, selon lui, permet au lecteur d'accéder aux savoirs et aux objets mathématiques dans un processus gradué, suivant l'ordre naturel d'invention. Au contraire, les méthodes synthétiques, qui procèdent du particulier au général, du simple au complexe, « sont particulièrement adaptées à la communication de la vérité, celle-ci connue » mais elles « échouent presque complétement à communiquer au lecteur de mathématiques cet esprit d'invention qui peut lui permettre [...] de lui ouvrir une nouvelle route »[34] [Adams 1822, p. 312]. Ainsi, les méthodes synthétiques ne permettraient pas de comprendre la « métaphysique » de l'algèbre.

La réception des *Elements of Algebra* dans la presse savante américaine insiste donc sur les changements qu'introduit l'ouvrage, en termes de présentation des mathématiques et d'approche pédagogique, avec les usages des manuels américains. Les commentateurs s'accordent aussi pour reprocher à la traduction de Farrar, et, par ricochet, au texte d'origine, son manque d'exercices et d'applications pratiques. En effet, Lacroix explique lui-même que « le choix des exemples est bien plus important que leur nombre » [Lacroix 1816, p. 173] et s'en remet dans ses traités à un petit nombre d'exercices d'application (souvent deux ou trois, et pas systématiquement). Il faut dire qu'en France, c'est à l'instructeur de donner les illustrations des éléments : le manuel ne se concentre « que sur le développement de nouvelles théories » [Emerson 1821, p. 371]. Dans le cadre des écoles françaises, le manuel, explique Emerson, doit permettre au lecteur d'exercer sa curiosité, quitte à présenter des contenus qui lui sont spontanément difficiles. C'est au professeur de fournir les exercices ou de répondre aux questions pratiques des élèves. De même, Adams associe cette conception du manuel aux usages français :

---

33 "It is time to distrust this predilection for particular methods, under the idea that they are more elementary than general methods; whereas the truth is, that they are preferred because more ancient, and more agreeable to habits previously acquired, and which are not easily reformed. It is erroneous and contrary to established experience, to suppose that general methods must be preceded by an exposition of particular methods".

34 "Fail almost entirely in communicating to the mathematical reader, that spirit of invention, which may enable him [...] to open a new track for himself".

> L'approche des mathématiciens français et des autres continentaux [...] est de donner une investigation étendue des principes et de répondre à toutes les remarques nécessaires ; et de dépendre principalement de l'instructeur pour voir si l'étudiant est tout à fait rompu à leurs applications pratiques[35]. [Adams 1822, p. 326]

À la lecture du manuel de Farrar, certains pédagogues américains reprochent donc aux ouvrages français « de ne pas être suffisamment pratiques », de ne pas présenter suffisamment de « problèmes » comparativement au nombre de théorèmes, comme le répète Timothy Walker, professeur et auteur de manuels, dans la *North American Review* en 1828 [Walker 1828, p. 205]. Selon eux, les manuels français — la traduction de Farrar comprise, manquent[36] d'applications et d'exercices qui mettent en scène des situations de la vie courante pour se conformer aux usages de l'enseignement de ce côté-ci de l'Atlantique.

Conséquence de l'épuisement des tirages disponibles ou réponse aux critiques publiées dans la presse savante, John Farrar fait paraitre plusieurs rééditions de sa traduction à partir du milieu des années 1820. À l'aune des commentaires qui reprochent à son manuel un manque d'applications pratiques, Farrar introduit (ou rajoute) dans la troisième édition (1831) de très nombreux problèmes, questions et exercices, qu'il nomme « exercises for practice » ou « problems for practice ». Farrar les emprunte à l'ouvrage allemand de Meyer Hirsch, récemment traduit à Londres, en anglais, sous le titre *Hirsch's Collection of Examples, Formulae, & Calculations, on the Litteral Calculus and Algebra* [Ross 1827]. Il s'agit d'une collection de petits exercices. L'ouvrage ne contient aucune règle ni démonstration, il est dévolu

---

35 "The course of the French mathematicians [...] is to give an extensive investigation of principles, and supply all necessary remarks ; and to depend principally on the instructor to see that the student is thoroughly versed in the practical application of them".

36 Cette assertion semble confirmée, d'une part, par le développement précoce en France de la presse d'éducation et d'enseignement qui peut apporter compléments et exercices supplémentaires notamment pour les lecteurs les plus jeunes de l'enseignement secondaire [Chopin 2008]. D'autre part, les manuels français évoqués ici — ceux de Lacroix et Bourdon — sont aussi destinés à la préparation des candidats aux concours des écoles du gouvernement ou de l'École polytechnique, dont le niveau moyen est sensiblement supérieur à celui des étudiants des *colleges*. Dans cette optique, l'entraînement requis ne peut être une répétition d'exercices d'application, tels qu'envisagés par les pédagogues américains pour leurs propres étudiants. Cette fonction est davantage assurée par les journaux mathématiques et leurs questions/réponses dès les *Annales de mathématiques pures et appliquées* (1810-1831) [Dhombres & Otero 1993, p. 27-28], et plus tard dans les *Nouvelles annales de mathématiques* (1842-1927) [Rollet & Nabonnand 2013]. Elle l'est également par des recueils séparés d'exercices d'entrainement à partir des années 1830-1850.

entièrement à la pratique des règles de l'algèbre. Certaines des questions pratiques de l'ouvrage de Hirsch sont insérées à la fin d'*Elements of Algebra* et couvrent huit pages et neuf chapitres du cours. Il s'agit, d'une part, d'entraîner les élèves à répéter les règles développées dans l'ouvrage : « multiplier $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ par $x - y$ » [Farrar 1831a, p. 291]. Il est question, d'autre part, de mettre les lecteurs dans des situations concrètes de résolution de problèmes rencontrées dans les activités humaines : « Une personne, après quinze ans de mariage, et à qui on demande son âge et celui de sa femme au moment de leur mariage, répond qu'il était alors trois fois plus âgé que sa femme, mais qu'à présent il est seulement deux fois plus vieux : quels étaient leurs âges ?[37] » [Farrar 1831a, p. 297].

La traduction des *Éléments d'algèbre* est introduite dans le *curriculum* d'Harvard à la fin des années 1810 puis intègre celui de West Point dans le cadre de la réforme de l'institution [Preveraud 2013]. Plus tard, l'ouvrage est mentionné dans les programmes des *colleges* de Bowdoin, d'Alabama, de Pennsylvanie ou de Georgetown [Cajori 1890]. Cependant, les critiques fragilisent l'usage du manuel à Harvard. En 1828, Josiah Quincy est élu président et remplace Kirkland, avec lequel Farrar entretenait d'excellentes relations. Quincy convoque une commission qui décide en 1832 de suspendre l'utilisation des *Elements of Algebra*, alors que Farrar est toujours en poste [Ackerberg-Hastings 2010, p. 27]. Le sort réservé à l'ouvrage est identique dans les autres *colleges* qui l'avaient adopté pour leur *curriculum* : à la fin des années 1830, la traduction de Lacroix n'est plus utilisée pour l'enseignement de l'algèbre dans les *colleges* américains.

Finalement trop spéculatif, pas assez pratique, l'ouvrage se trouve très éloigné des usages des ouvrages d'origine britannique qui constituent l'horizon d'attente des lecteurs américains. La radicalité contenue dans son approche de l'enseignement de l'algèbre le rend presque incompatible avec le marché du livre scolaire américain des années 1820. L'horizon d'attente[38], qui désigne l'ensemble des normes, codes et références par lesquels un lecteur apprécie une œuvre littéraire, renvoie, dans le cas de manuels mathématiques, autant au niveau des connaissances du lecteur qu'aux usages domestiques de l'édition. Le risque encouru par un décalage trop important avec l'horizon d'attente habituel de l'auditoire est celui du rejet de la part du lecteur, causant incompréhensions ou interprétations aléatoires.

---

37 "A person, fifteen years after he was married, being asked the age of himself and of his wife at the time of their marriage, replied, that he was then thrice as old as his wife, but that now he was only twice as old : what were their ages ?"

38 Voir [Jauss 2010].

3. LES *ÉLÉMENTS D'ALGÈBRE* DE BOURDON : UNE ALTERNATIVE POUR L'ENSEIGNEMENT AUX ÉTATS-UNIS ?

Alors que la traduction des *Éléments d'algèbre* de Lacroix disparaît peu à peu de l'édition américaine, un autre manuel français d'algèbre attire l'attention des auteurs et professeurs de mathématiques au début des années 1830.

3.1. *Premières incises du style analytique (1830-1831)*

Entre 1830 et 1831, la parution quasi simultanée de trois adaptations du manuel français *Éléments d'algèbre* de Louis Pierre Marie Bourdon par des auteurs différents constitue un curieux évènement éditorial. La première publication est l'œuvre de William Smyth, le professeur de mathématiques de *Bowdoin College*, à Brunswick dans le Maine. Celui-ci explique qu'il adapte, dans *Elements of Algebra* (1830) les textes combinés de Bourdon et de Lacroix pour son enseignement [Smyth 1830, notice]. John Farrar produit également une traduction publiée en 1831, suivi la même année par un professeur de West Point, Edward C. Ross.

Si l'historiographie est particulièrement bien renseignée sur la figure de Lacroix mathématicien-auteur-enseignant [Ehrhardt 2009] et ses manuels [Schubring 1987][Lamandé 2004], elle est restée davantage silencieuse sur la carrière de Bourdon[39], alors même que ses trois ouvrages mathématiques[40] pour l'enseignement connaissent au cours du XIXe siècle de très nombreuses rééditions en France, tandis qu'ils sont repris et traduits à l'étranger[41].

Bourdon publie ses *Éléments d'algèbre* en 1817, un manuel qu'il destine explicitement à l'enseignement secondaire et largement utilisé dans les lycées de France. L'ouvrage est réédité à de nombreuses reprises — une

---

39 Voir cependant [Cournot 2010, p. 706] et le dossier de carrière du professeur Bourdon conservé aux Archives nationales. Polytechnicien issu de la promotion 1796, Bourdon professe dans plusieurs lycées parisiens sous le Ier Empire et la Restauration avant de devenir inspecteur de l'Académie de Paris, puis examinateur au concours d'entrée à l'École polytechnique. Il termine sa carrière comme Inspecteur général des études (1835-1848). Voir [Dossier Louis P.M. Bourdon].

40 Dont *Éléments d'arithmétique, Trigonométrie rectiligne et sphérique, Applications de l'algèbre à la géométrie, comprenant la géométrie analytique à deux et à trois dimensions.*

41 Outre le cas des États-Unis, *Éléments d'algèbre* est notamment traduit en allemand en 1842 avec *Lehrbuch der Algebra*, ou encore en espagnol en 1860 dans *Elementos de Algebra* [Gisbert 1860]. En Angleterre, le manuel bénéficie d'une traduction très partielle (3 chapitres introductifs), œuvre d'Auguste de Morgan (1828) mais aucune source ne vient confirmer son usage pour l'enseignement.

édition parue en 1926 est par exemple connue, un succès qui s'explique entre autres par son utilisation pour la préparation du concours d'admission à l'École polytechnique. Il s'agit d'un aspect qui a pu séduire les adaptateurs américains avec la préparation aux examens dans l'enseignement supérieur. Au-delà du plan et de la structure presqu'en tous points similaires à celui de l'ouvrage de Lacroix[42], Bourdon se revendique de la « méthode » de son prédécesseur [Bourdon 1817, p. x], une méthode analytique selon la grille d'analyse des pédagogues américains. L'ouvrage rend compte des exigences du concours d'admission à l'École polytechnique, quitte à les dépasser dans ses rééditions puisque les programmes évoluent peu entre 1800 et 1845 [Belhoste 1995, p. 76, 122, 191]. Pour les auteurs américains du second quart du XIXe siècle, les *Éléments d'algèbre* de Bourdon constituent donc une source davantage contemporaine que l'ouvrage de Lacroix, et s'appuyant toujours sur une approche analytique pour l'enseignement de l'algèbre. Mais est-il plus adapté — ou adaptable — aux besoins et usages éducatifs et éditoriaux domestiques ?

Pour rédiger son manuel d'algèbre dans le cadre de son enseignement au Bowdoin College, William Smyth s'appuie essentiellement sur le texte de Bourdon pour les savoirs élémentaires : il reprend la structure et les contenus des premiers chapitres, les exemples introductifs, l'introduction des quantités négatives. Concernant les chapitres terminaux, il se réfère davantage à Lacroix et s'en tient à la théorie des logarithmes, des exponentielles, au binôme de Newton. Les deux derniers chapitres de l'ouvrage de Bourdon demeurent hors de portée des étudiants américains à en croire leur suppression dans la version qu'en donne Smyth. Cette première adaptation de Bourdon (1830), à défaut d'être intégrale, rend donc compte des contenus et de la présentation de l'algèbre de l'original français. Mais son écho dans les *curricula* des *colleges* américaines est faible voire nul : l'ouvrage de Smyth reste cantonné à Bowdoin [Cajori 1890].

En 1831, à Harvard, la traduction des *Éléments d'algèbre* de Lacroix que Farrar a produite est menacée (*supra*). L'auteur traduit alors fidèlement l'ouvrage de Bourdon, mais y insère des « questions for practice » [Farrar 1831b, p. 293-301], comme il l'avait fait pour les rééditions de sa traduction de Lacroix. La même année, le manuel de Bourdon est à nouveau

42 Bourdon ajoute toutefois deux chapitres absents du manuel de Lacroix, constituant « le cours d'analyse algébrique que l'on a fait à l'École polytechnique ; et c'est, pour ainsi dire, le programme de cette École à la main » [Bourdon 1817, p. x]. Ces chapitres traitent de compléments sur les équations (racines imaginaires, équations binôme et trinôme, équations du troisième et quatrième degré) et sur les suites (séries récurrentes, séries trigonométriques, décomposition d'une fraction en fractions simples).

adapté, cette fois par Edward C. Ross. Alors assistant professeur de mathématiques à West Point, Ross souhaite rédiger un manuel pour son usage et celui de ses élèves des *colleges* qu'il estime moins habile que ceux visés par Bourdon, à en juger par les très nombreux passages supprimés (l'analyse indéterminée, la théorie des fonctions symétriques, les compléments sur la théorie des équations, etc.). L'adaptation est, pour le reste, scrupuleuse. Néanmoins, Ross, comme Farrar répondant aux critiques concernant le manque de problèmes dans les ouvrages d'algèbre français, ajoute une série d'exercices d'applications pour exercer le lecteur aux règles rencontrées dans les premières pages. Une dizaine de pages recouvre tous les sujets traités et ordonne clairement les exercices, par niveau de difficulté et par chapitre auxquels ils renvoient. Il nomme cette section « Examples for practice » [Ross 1831, p. 222-232]. Elle recoupe explicitement les usages des manuels américains et vient pallier les insuffisances du manuel français en termes d'exercices illustratifs, de répétition ou d'entraînement.

3.2. *Le manuel de Charles Hackley (1834) : un catéchisme paradoxal*

Trois ans plus tard, en 1834, un deuxième ouvrage propose une tentative plus libre d'adaptation des algèbres françaises. L'ouvrage est destiné aux étudiants de University of New York et rédigé par Charles W. Hackley, alors professeur adjoint de cette même institution. Il s'agit de *Catechism and Notes upon the Algebras of Bourdon and Lacroix*. Cet opuscule d'une quarantaine de pages diffère, par sa forme et son contenu, des manuels classiques d'enseignement, comme le laisse entendre son titre : le catéchisme, littéralement l'exposé des règles de la foi dans la religion chrétienne, renvoie implicitement à une présentation des mathématiques très codifiée associée à l'entraînement des élèves notamment en vue des examens. Les catéchismes sont en général peu chers, courts (par plus d'une trentaine de pages) et ne traitent que d'un sujet spécifique. Ils n'ont pas pour ambition de servir de manuel, mais plutôt de remédier aux difficultés de compréhension d'un lecteur de manuel comme l'explique Henry Jackson dans son catéchisme d'arithmétique [Jackson 1824, p. 3]. De par sa taille et le public visé, le genre littéraire du catéchisme[43] constitue un support adapté au transfert de méthodes nouvelles dans le contexte d'un enseignement

[43] Ce genre littéraire est répandu en Angleterre et aux États-Unis, comme en atteste la consultation des annonces de parution des « educational works » rencontrées à la fin des manuels. Voir aussi [Ausejo & Hormingon 1999, p. 319]. On en rencontre également en France [Chopin 2008]. Notons que ce type d'ouvrage ne concerne pas que les mathématiques : voir *A Catechism of Mechanics with many Illustrations* de Anthony Peck (1848) ou encore *Catechism of Geography* de Murray (1836) pour le cas anglais.

18. **How are several similar terms reduced to one ?**

13.

18. **What is the rule for Addition ?**

14.

20. **The rule for Subtraction ?**

15.

What effect has the sign minus placed before a parenthesis ?

16.

26. **What is the rule for multiplication of monomials ?**

17.

31. **Of polynomials ?**

18.

What terms of the product are produced without reduction ?

20.

What is the law of a product ?
Is it affected by the value of the letters ?

FIGURE 2. Extrait de *Catechism and Notes*... de Hackley [Hackley 1834, p. 6]

initial (entrée dans un *college*) ainsi que le montre [Ausejo & Hormingon 1999] dans le cas américano-espagnol.

L'ouvrage d'Hackley regroupe des exercices de tout niveau en algèbre sur près de quinze pages : il s'agit essentiellement de questions de cours (dont les réponses ne sont pas données) sur de nombreux sujets d'algèbre (fig. 2).

Ni exercices d'application, ni problèmes, ces questions interrogent les définitions et les règles du cours d'algèbre[44]. L'élève est invité par l'auteur à chercher la réponse à la question dans les manuels de Bourdon ou Lacroix. Hackley lui facilite la tâche en lui indiquant le numéro de l'article de la source à consulter[45].

44 Les thèmes abordés lors de ces questions renvoient aux objets de l'algèbre (« qu'est-ce qu'un monôme ? »), aux notations (« comment est indiquée une racine carrée ? »), aux règles opératoires sur les polynômes (« quelle est la règle pour l'addition ? »), à la résolution des équations (« quelles sont les différentes méthodes d'élimination pour les équations du premier degré ? »), aux quantités négatives et imaginaires (« qu'indique une racine imaginaire ? »), ou encore à la théorie des équations (« quand le dernier terme d'une équation est positif, le nombre de racines réelles est-il pair ou impair ? ») [Hackley 1834, p. 5, 6, 8, 10, 19].

45 Le système de référencement est le suivant : les questions dont le numéro est placé au-dessus de leur énoncé ont leur réponse chez Bourdon, et celles avec un numéro sur la gauche chez Lacroix. Par exemple, la réponse à la question « quelle est la règle pour l'addition » se trouve au point 18 dans le manuel de Lacroix et au numéro 14 dans celui de Bourdon.

Paradoxalement, alors que l'auteur se réfère à deux ouvrages français, sa présentation par questions est liée à un apprentissage de l'algèbre associé aux manuels anglais : la définition et la règle scandent le discours. Les questions qu'Hackley propose permettent de lire plus facilement les deux ouvrages français, rédigés dans un style analytique, c'est-à-dire agencés « sous la forme de traités continus, sans véritables divisions » [Hackley 1834, p. 3]. À leur lecture, l'étudiant « est souvent perdu pour savoir ce qui doit être retenu soigneusement et ce qui doit être passé plus rapidement » [Hackley 1834, p. 3]. Autrement dit, même si les manuels français sont « supérieurs comme ouvrages d'instruction » aux manuels anglais, ils souffrent, selon Hackley, d'une organisation défaillante et digressive, peu limpide et ne facilitant pas l'enseignement. L'auteur est persuadé qu'un apprentissage par cœur des définitions et des règles doit être un préalable à l'étude de l'algèbre et qu'il ne doit pas reposer sur une présentation « naturelle » des objets de l'algèbre comme on peut la trouver dans les ouvrages de Bourdon et Lacroix. Il explique avoir démontré, par expérience, la supériorité d'un tel apprentissage en la testant sur deux groupes d'élèves : les premiers, à qui on donne par écrit les questions du catéchisme, réussissent mieux lors de l'examen oral de la récitation que ceux à qui rien n'a été offert pour le préparer.

Le type de discours associé à la présentation des contenus mathématiques doit aussi être associé à l'usage du manuel en classe. Dans les classes françaises, explique Hackley, c'est l'instructeur qui, une fois la leçon lue dans le manuel, ajoute les explications supplémentaires, donne les éléments qui auraient pu échapper à la première lecture [Hackley 1834, p. 3]. Pour un américain, considérant que les définitions et les règles dûment exposées éclaircissent le discours, le manuel doit être directement intelligible « afin d'éviter toute perplexité » dans la préparation de la leçon.

Dans ces conditions, et même si l'ouvrage d'Hackley ne constitue pas une traduction complète d'un manuel d'algèbre français, il propose un complément synthétique aux ouvrages de Lacroix et Bourdon. *Catechism and Notes upon the Algebras of Bourdon and Lacroix* intègre des réponses à certains des reproches adressés aux manuels analytiques français. Il constitue une nouvelle tentative d'adaptation des méthodes françaises aux conditions d'enseignement aux États-Unis.

4. CHARLES DAVIES ET L'HYBRIDATION DES *ÉLÉMENTS D'ALGÈBRE* DE BOURDON AVEC LES MANUELS DOMESTIQUES (1835)

Quelques années après Smyth, Farrar, Ross et Hackley, c'est au tour de Charles Davies, professeur de mathématiques de l'Académie militaire des Etats-Unis, basée à West Point dans l'Etat de New York, d'adapter le manuel de Bourdon dans *Elements of Algebra* (1835). Le texte est destiné tant aux cadets de l'Académie qu'à l'instruction en général. Pour cela, l'original, à savoir l'édition française dont Davies s'inspire — celle de 1828 — doit être « revue et adaptée », comme l'indique le sous-titre [Davies 1835].

L'adaptation consiste en une fusion des styles analytiques et synthétiques au sein d'un même ouvrage initialement rédigé dans un style analytique. Davies l'annonce explicitement dans la préface : « On a eu l'intention d'unir, dans ce travail, les discussions scientifiques des français avec les méthodes pratiques des écoles anglaises; pratique et théorie, science et art, peuvent mutuellement s'entraider et s'illustrer »[46] [Davies 1835, p. iv]. Davies associe clairement style analytique et théorie, style synthétique et pratique. En effet, dans le premier cas, l'écriture du discours, la volonté de généraliser, les digressions complémentaires servent l'exposition de contenus théoriques. Leur articulation au sein d'un manuel doit permettre au lecteur de saisir « la métaphysique du calcul » comme l'écrivait Lacroix. Dans le second, le recours aux cas particuliers, la multiplication des exercices d'application et d'entraînement, la présentation codifiée au sein de laquelle la règle est facilement identifiable doit permettre au lecteur de répondre pratiquement à un problème qui lui est posé. Loin d'opposer les deux méthodes, Davies dit pouvoir les conjuguer ensemble, dans une approche mutuelle afin que l'une corrige les défauts de l'autre. Comment s'y prend-il ?

4.1. *Le gommage des aspects les plus saillants du style analytique*

L'historiographie [Pycior 1989, p. 137] propose une réponse très parcellaire à cette question et ne s'intéresse qu'aux transformations opérées par Davies dans le cadre du traitement des quantités négatives. Or le rapprochement de l'analyse et de la synthèse engage l'ensemble du manuel, qu'il s'agisse de la présentation ou des contenus des éléments. Sans prétendre à l'exhaustivité, l'étude comparée du manuel français et

46 "It has been the intention to unite, in this work, the scientific discussions of the French, with the practical methods of the English school; that theory and practice, science and art, may mutually aid and illustrate each other".

de son adaptation permet de mettre au jour les pratiques concrètes de l'Américain pour tempérer le style français, en ayant en tête la grille de reconnaissance du style analytique défini par Emerson (*supra*) et dont on rappelle les principales caractéristiques : suivre la marche de l'invention, toujours choisir la méthode la plus générale, ne donner que peu d'exemples et d'exercices.

La première et principale transformation mise en œuvre par Davies est bien une forme d'abandon presque systématique de la méthode d'invention dans l'organisation des connaissances, et cela dès l'introduction des problèmes inauguraux. En effet, Bourdon propose immédiatement, dans son avant-propos, trois problèmes de recherche de nombres[47] qui viennent illustrer, dans un mouvement purement analytique au sens de la méthode, l'objet de l'algèbre. Car pour Bourdon, l'algèbre est « la partie des mathématiques où l'on emploie des signes propres à abréger et à généraliser les raisonnements que comporte la résolution des questions relatives aux nombres » [Bourdon 1828, p. 1]. Autrement dit, l'algèbre est vue par le Français comme une extension des modes de résolution des problèmes en arithmétique, permettant d'user d'une méthode générale et simple pour la résolution des problèmes. Elle est donc présentée davantage par sa finalité (résoudre des problèmes) que par les objets (les lettres, les inconnues, les opérations) qu'elle manipule. Cette approche renvoie clairement aux objets initiaux de l'algèbre : elle suit l'ordre de l'invention. Davies conçoit les choses différemment. Après avoir défini les mathématiques (comme sciences traitant des quantités), il en vient à l'algèbre, « cette branche des mathématiques dans laquelle les quantités considérées sont représentées par des lettres, et les opérations à réaliser sur elles sont indiquées par des signes »[48] [Davies 1835, p. 1]. Il définit l'algèbre par les éléments propres qui la constituent (les symboles) plutôt que par son objet. Et ce n'est qu'une fois l'introduction entièrement rédigée que Davies inclut le premier des trois problèmes de Bourdon « pour montrer l'utilité de l'analyse algébrique, et expliquer la manière avec laquelle elle abrège et généralise les raisonnements requis dans la

47 « La somme de deux nombres est 67 ; leur différence est 19 ; quels sont ces deux nombres ? », « La somme de deux nombres multipliée par leur différence donne pour produit la différence des carrés ou des secondes puissances de ces deux nombres », « Si, aux deux termes d'une fraction proprement dite, ou d'un nombre plus petit que l'unité, on ajoute un même nombre entier, la nouvelle fraction qui en résulte est plus grande que la première » [Bourdon 1828, p. 4, 6 et 7].

48 "That branch of mathematics in which the quantities considered are represented by letters, and the operations to be performed upon them are indicated by signs".

résolution des questions »[49] [Davies 1835, p. 17]. C'est exactement cette définition que Bourdon donnait à l'algèbre en débutant son introduction. Davies conclut donc la sienne sur la finalité de l'algèbre, dans un mouvement inverse de la démarche de Bourdon.

Davies récidive quand vient l'introduction et le traitement des quantités négatives, passage que nous évoquons brièvement car la question est traitée largement dans [Pycior 1989, p. 139-142]. Indiquons notamment que Davies introduit beaucoup plus tôt que Bourdon les quantités négatives isolées, juste après les règles opératoires sur les polynômes, par l'entremise d'une pseudo-définition : une somme algébrique, explique-t-il, peut-être réduite après application numérique à un « nombre négatif ou un nombre affecté d'un signe $-$ »[50] [Davies 1835, p. 24]. Les quantités isolées ne sont donc pas introduites à l'aide de problèmes aboutissant à des solutions jugées aberrantes ainsi que le faisaient Lacroix ou Bourdon. Chez les Français, la question de l'interprétation de la solution algébrique *négative,* c'est-à-dire comme réponse à un problème, arrivait « naturellement », dans l'ordre d'invention des objets de l'algèbre. Rappelant les usages des manuels de style synthétique dans lesquels les objets doivent être définis (ou tentés de l'être) avant d'être utilisés, Davies court-circuite une autre fois l'ordre d'invention.

Dans son entreprise de modération du style analytique, Davies ne s'en tient pas uniquement à la transformation de la structure de l'ouvrage. Les manuels français comme ceux de Bourdon ou Lacroix, exposent des méthodes les plus générales possibles, à l'inverse des manuels synthétiques qui se caractérisent par la décomposition d'une règle en une suite de cas particuliers. Davies s'en tient la plupart du temps à l'exposition générale sous forme de règles des éléments de l'algèbre chez Bourdon. Mais il lui arrive de décomposer une règle en plusieurs cas. Parmi la demi-douzaine de situations relevées, relevons le traitement des fractions algébriques où l'essentiel du propos tient de la recherche du PGCD de deux polynômes. Davies énonce plusieurs règles : la réduction au même dénominateur de termes mixtes (une fraction arithmétique et un monôme comme , par exemple), la réduction d'une fraction en la somme de quantités mixtes, la réduction de deux fractions ayant des dénominateurs numériques (ajouter , et), etc. [Davies 1835, p. 57-65]. Chez Bourdon, tous ces cas

---

49 "to show the utility of the algebraic analysis, and to explain the manner in which it abridges and generalizes the reasoning required in the resolution of questions".

50 "a negative number, or a number affected with the sign $-$".

En général, pour résoudre une équation du premier degré, quelque compliquée qu'elle soit, il faut, 1°. ***commencer par chasser les dénominateurs, s'il y en a, et effectuer, dans les deux membres de l'équation, toutes les opérations algébriques qui se présentent; on parvient ainsi à une équation dont les deux membres sont des polynomes entiers; 2°. transposer dans un même membre*** **(c'est ordinairement le premier)** ***tous les termes affectés de l'inconnue, et dans l'autre membre, les termes connus; 3°. réduire à un seul terme tous les termes affectés de x, si l'équation est numérique; et si l'équation est algébrique, former de tous ces termes un seul produit composé de deux facteurs, dont l'un soit x, et l'autre l'ensemble des quantités qui multiplient x, réunis avec leurs signes respectifs; 4°. enfin, diviser les deux membres de l'équation par le nombre ou le polynome qui multiplie l'inconnue, et effectuer la division s'il est possible.***

FIGURE 3. Étapes de résolution d'une équation du premier degré chez Bourdon [Bourdon 1828, p. 61]

particuliers relevaient de la règle générale d'addition de fractions ayant *a priori* des dénominateurs distincts.

Enfin, tout comme ses prédécesseurs, Davies veut un manuel pratique, destiné notamment à l'entraînement des étudiants. Dans ce but, de très nombreux exercices d'application des principes de l'algèbre, ainsi que des problèmes concrets de la vie courante, sont insérés. Toutes les sections du manuel sont concernées, pour un nombre total de 248 ajouts [Preveraud 2014, p. 259-260].

4.2. *Une certaine convergence avec les manuels de géométrie euclidienne*

Or ces coupes manifestes dans la méthode analytique accompagnent également et parallèlement une imprégnation de la méthode exposée dans les manuels de géométrie rédigés « à la Euclide ».

En premier lieu, Davies fond le discours de Bourdon dans une présentation qui rappelle les caractéristiques des manuels américains jusque-là en usage. La « Rule » est annoncée en lettres capitales, centrée. Elle précède une série d'instructions ou de propriétés pour opérer sur des quantités algébriques, résoudre des équations, etc., toujours rédigées en caractères italiques. Le texte est au besoin scindé en plusieurs points pour signifier les étapes importantes à retenir (fig. 4).

Au contraire, Bourdon rédige au moyen de longs paragraphes monoblocs (fig. 3), intercalant parfois des digressions ou des exemples entre les

RULE.

I. *If there are any denominators, cause them to disappear, and perform, in both members, all the algebraic operations indicated : we thus obtain an equation the two members of which are entire polynomials.*

II. *Then transpose all the terms affected with the unknown quantity into the first member, and all the known terms into the second member.*

III. *Reduce to a single term all the terms involving x : this term will be composed of two factors, one of which will be x, and the other all the multipliers of x, connected with their respective signs.*

IV. *Divide both members by the number or polynomial by which the unknown quantity is multiplied.*

FIGURE 4. Règles de résolution d'une équation du premier degré chez Davies [Davies 1835, p. 72]

RULE.

Divide the numerator by the denominator for the integral part, and place the remainder over the denominator for the fractional part, and it will be the mixed quantity required.

EXAMPLES:

$$\frac{17}{5}=3\frac{2}{5};\quad \frac{ax+a^2}{x}=a+\frac{a^2}{x};\quad \frac{ay+2y^2}{a+y}=y+\frac{y^2}{a+y};$$
$$\frac{25}{4}=6\frac{1}{4};\quad \frac{ab-a^2}{b}=a-\frac{a^2}{b};\quad \frac{a^2+x^2}{a-x}=a+x+\frac{2x^2}{a-x}.$$

FIGURE 5. Exemple de présentation dans le manuel anglais de Bonnycastle [Bonnycastle 1782, p. 17]

différentes parties de la règle qu'il est en train d'énoncer. Pour le Français, il n'est pas question de règles qu'il faudrait que le lecteur identifie comme telles, mais davantage d'étapes dans le développement naturel du raisonnement au sein de son manuel. Davies met au centre la règle, à la manière des manuels d'arithmétique ou d'algèbre en usage aux États-Unis et en Angleterre. La présentation immuable, qui permet notamment de distinguer ce qui relève de règle de ce qui relève de l'exemple ou de la preuve est en effet très marquée dans les ouvrages anglais (fig. 5).

équations, qu'on peut, sans troubler une équation ; 1°. *ajouter* à ses deux membres, ou en *retrancher* un même nombre ; 2°. *multiplier* ou *diviser* ses deux membres par un même nombre ; ce qui veut dire que, s'il y a d'abord égalité entre les deux membres, il y aura encore égalité, après les opérations dont on vient de parler.

---

86. An axiom is a self-evident proposition. We may here state the following.

1. If equal quantities be added to both members of an equation, the equality of the members will not be destroyed.

2. If equal quantities be subtracted from both members of an equation, the equality will not be destroyed.

3. If both members of an equation be multiplied by the same number, the equality will not be destroyed.

4. If both members of an equation be divided by the same number, the equality will not be destroyed.

FIGURE 6. Extraits comparés des manuels de Bourdon [Bourdon 1828, p. 57] (en haut) et de Davies [Davies 1835, p. 67] (en bas)

L'emploi du terme « rule » et la graphie associée formalisent le discours mathématique. Aux yeux d'un lecteur étudiant ou enseignant, d'un éditeur, d'un libraire, cette présentation peut teinter le discours de l'apparence de la rigueur des ouvrages de l'édition domestique. Au reste, Davies se sert du terme « axiome » pour désigner les opérations élémentaires autorisées sur les équations. Son usage, inexistant chez Bourdon (fig. 6), n'est pas anodin et la présentation des notions communes rappelle le style des manuels de géométrie « à la Euclide ». Le terme « axiome » donne à voir une assimilation du traitement des manipulations des équations de l'algèbre à celui des grandeurs en géométrie (fig. 6).

Dans l'ouvrage de Bourdon, les instructions sont listées sans attention particulière à la terminologie et la présentation. Chez Davies, nous insistons sur l'équivalence à la fois sémantique et graphique de l'introduction des axiomes du manuel avec ceux d'un ouvrage de géométrie euclidienne.

Des transformations plus ponctuelles, logées au cœur des preuves de certaines propositions, soulignent également le rapprochement avec la méthode euclidienne. L'Américain est par exemple rétif à employer des méthodes analytiques modernes. Ainsi, dans le chapitre sur la résolution des équations à une ou plusieurs inconnues, une première propriété est énoncée par Bourdon : « Si deux nombres p et q (de signes quelconques), substitués à la place de x dans une équation numérique $X = 0$, donnent deux résultats de signes contraires, ces deux nombres comprennent au moins une racine réelle de la proposée » [Bourdon 1828, p. 478]. Dans son édition de 1828, le Français propose une démonstration qui repose sur le mouvement géométrique, la transformation d'une quantité, allant continûment d'un état à un autre, à l'instar de la démonstration d'Euler dans ses *Éléments d'algèbre* [Euler 1798, p. 465-468]. L'idée de continuité « n'est qu'une chose idéale ; et l'on ne peut la rendre sensible qu'en Géométrie » [Bourdon 1828, p. 478]. Or dans son édition de 1834, Bourdon abandonne en grande partie cette démonstration au profit d'une preuve plus analytique, sans le secours de la géométrie. Il recourt explicitement aux infiniment petits en expliquant qu'on peut imaginer faire varier x en allant de p à q via des variations successives de « degré insensible, c'est-à-dire de manière à ne différer les uns des autres que de quantités aussi petites que l'on voudra » [Bourdon 1834, p. 492] selon la « loi de continuité » du polynôme dans l'intervalle de p à q[51]. Quelle est l'attitude de Davies face à ce changement de démonstration ? Une année seulement sépare la parution de la première édition d'*Elements of Algebra* (1835) de l'édition française de 1834 : l'argument du délai de transmission pourrait être avancé pour justifier que le fait que Davies conserve la première preuve davantage géométrique [Davies 1835, p. 356-357]. Mais, dans toutes les éditions ultérieures, l'Américain n'insère à aucune reprise la nouvelle démonstration rédigée dans le cours de Bourdon. Nous y voyons une résistance à l'emploi d'une méthode infinitésimale, qui révèle peut-être le manque de connaissances supposé par l'auteur du lecteur américain en matière d'analyse, mais certainement aussi une forme de méfiance à l'égard de méthodes trop en rupture avec les usages de la géométrie euclidienne.

CONCLUSION : LA STANDARDISATION DU MARCHE DE L'ÉDITION

Dans le cadre de l'édition pour l'enseignement des mathématiques aux États-Unis, la parution de la traduction des *Éléments d'algèbre* de Lacroix (1818) constitue un changement avec les *habitus* qui n'est pas sans poser de

51 Cette démonstration fait largement appel aux apports récents de l'analyse : en 1817, dans un mémoire intitulé *Preuve purement analytique du théorème qui dit qu'entre deux valeurs qui donnent des résultats de signe opposé, il y a au moins une solution réelle de l'équation*, Bernard Bolzano donne une définition de la continuité sans utiliser la notion de mouvement, une définition qu'on retrouve aussi dans le *Cours d'analyse* pour l'École polytechnique, rédigé par Augustin-Louis Cauchy en 1821 [Cauchy 1821, p. 34] à l'aide des infiniment petits.

difficulté : elle rompt manifestement avec les manuels américains jusque-là en usage, tant du point de vue des contenus que des approches pédagogiques. Les traductions des *Éléments d'algèbre* de Bourdon (1830-1835) qui lui succèdent s'appuient sur la renommée des méthodes françaises mais en modèrent progressivement les aspects les plus radicalement différents des usages locaux, fondés sur des ouvrages anglais. Les auteurs américains concilient alors au sein d'œuvres originales les méthodes pédagogiques anglaises et françaises, jusqu'à travestir ostensiblement le matériel original.

Le rôle du marché de l'édition nous apparaît ici primordial dans la compréhension des dynamiques d'écriture des manuels, rôle généralement renforcé en cas d'absence de système d'instruction à l'échelle d'un pays [Chopin 2008, p. 55] comme c'est le cas pour les États-Unis dans la première moitié du XIXe siècle. En effet, Hackley et Ross souhaitent vendre leurs ouvrages le plus largement possible : dès lors ils transforment partiellement les contenus d'origine et s'ajustent ainsi à l'offre existante et à la demande. Ce processus d'intégration des contraintes du marché est achevé avec Davies. En 1838, il s'associe avec Alfred S. Barnes, un éditeur du Connecticut [Preveraud 2014, p. 204-205]. *Elements of Algebra* intègre alors le *Davies's Course of Mathematics*, une série de manuels conçue et éditée par Barnes, et destinée à l'enseignement supérieur. Elle connait un succès d'édition considérable [Kidwell et al. 2008, p. 16]. En 1850, dans *Elementary Algebra*, Davies rédige une version de ses *Elements of Algebra* adaptée au public des élèves des *high schools*[52][Preveraud 2014, p. 298-301]. Qu'il s'agisse de l'enseignement secondaire ou supérieur, l'adaptation de Bourdon qu'a rédigée Davies intègre le *curriculum* de très nombreuses *colleges* et écoles secondaires [Preveraud 2014, p. 217], tirée et vendue à un nombre record d'exemplaires [Kidwell et al. 2008, p. 14-17]. Ce succès d'édition s'explique par la promotion des ventes qu'assure Barnes. Au début des années 1840, il va « de ville en ville et de village en village, visiter les écoles et les académies sur tout le territoire » [Pratt 1913, p.12] pour vendre ses *Davies*. Barnes endosse alors le rôle de colporteur, à la manière de ceux que l'on trouve en France au XVIIIe siècle

Quel que soit le degré de dilution des méthodes françaises dans les manuels américains que nous venons de décrire, elles constituent néanmoins un facteur d'homogénéisation et d'uniformisation des manuels américains. Après le succès du *standard* de Davies, les manuels d'algèbre

---

52 Structures d'enseignement secondaire apparues au début des années 1820 et issus du besoin de scolariser les élèves provenant de familles aisées. Très vite, elles sont chargées de préparer à l'admission au *college*. Voir [Brown 1909] et [Montagutelli 2000, p. 115-120].

américains de la seconde partie du XIXᵉ siècle sont construits de la même façon et articulent leur propos autour d'un compromis pédagogique[53], susceptible d'être le plus largement diffusé. Ainsi, à la période initiale de transfert puis de modération des méthodes françaises, succède une phase de sédimentation desdites méthodes dans les manuels américains : les usages pédagogiques français constituent le socle de l'écriture, mais les auteurs de manuels américains leur superposent au fil des éditions des couches de transformations. Puisqu'ils n'affleurent plus, les manuels français perdent incontestablement une partie de leur influence au regard du transfert du savoir mathématique de la France vers les États-Unis après les années 1840, même si des contenus nouveaux continuent d'être transférés, comme le théorème de Sturm [Preveraud 2014, p. 278]. À cette date, l'impact des ouvrages français, quoique moins ostensiblement apparent, change de nature. Mélangés, repris, transformés, réappropriés, actualisés, ils participent de façon incontestable à la standardisation et l'autonomisation de l'édition américaine et témoignent de la réactivité et de la fécondité des mathématiques domestiques, avant même l'avènement des structures encadrant leur professionnalisation et leur institutionnalisation dans le dernier quart du siècle[54].

Sources archivales

Dossier Louis Pierre Marie Bourdon, F/17/20248, Pierrefitte-sur-Seine, Archives nationales.

RÉFÉRENCES

Ackerberg-Hastings (Amy)
[2000] *Mathematics is a Gentleman's Art : Analysis and Synthesis in American College Geometry Teaching, 1790–1840*, Thèse, Ames : Iwo State University, 2000.
[2002] Analysis and Synthesis in John Playfair's Elements of Geometry, *The British Journal for the History of Science*, 35 (2002), p. 43–72.

---

53 Dans la seconde moitié du siècle, les auteurs américains d'algèbres cessent d'adapter des manuels français mais préfèrent agréger plusieurs sources, notamment anglaises et françaises. Ainsi, en 1848, Francis H. Smith, dans *An Elementary Treatise on Algebra*, se réfère aux manuels français de Bézout, Raynaud, Bourdon, Lacroix, Francoeur. Plus tard, le *Cours d'algèbre supérieure* de Joseph-Alfred Serret (1838) ou les *Leçons d'algèbre* de Louis Lefébure de Fourcy (1835) servent de support à l'écriture d'*A University Algebra* par Edward Olney en 1873. D'autres exemples sont donnés dans [Preveraud 2014, p. 276-282].

54 Voir notamment [Parshall & Rowe 1994].

[2010] Farrar and Curricular Transitions in Mathematics Education, *International Journal of the History of Mathematics Education*, 5 (2010), p. 17–30.

ADAMS (Jasper)
[1822] Review of the Cambridge Course of Mathematics, *The American Journal of Science and Arts*, V (1822), p. 304–326.

AUSEJO (Elena) & HORMINGON (Mariano)
[1999] Mathematics for Independence : from Spanish Liberal Exile to the Young American Republics, *Historia Mathematica*, 26 (1999), p. 314–326.

BARBIER (Fréderic)
[2000] *Histoire du livre*, Paris : Colin, 2000.

BARBIN (Evelyne)
[1991] Les éléments de géométrie de Clairaut : une géométrie problématisée, *Repères-IREM*, 4 (1991), p. 119–133.

BELHOSTE (Bruno)
[1995] *Les sciences dans l'enseignement secondaire français, Textes officiels, Tome 1 (1789–1914)*, Paris : Institut national de la recherche pédagogique, 1995.

BONNYCASTLE (John)
[1782] *An Introduction to Algebra with notes and observations*, London : Johnson, 1782.

BOURDON (Louis P.M.)
[1817] *Éléments d'algèbre*, Paris : Courcier, 1817.
[1828] *Éléments d'algèbre*, Paris : Bachelier, 1828.
[1834] *Éléments d'algèbre*, Paris : Bachelier, 1834.

BROWN (John F.)
[1909] *The American High School*, New York : Macmillan Company, 1909.

COURNOT (Antoine A.)
[2010] *Œuvres complètes, Tome XI, Volume 2, Écrits de jeunesse et pièces diverses*, Paris : Vrin et Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté, 2010.

BRUBACHER (John S.) & RUDY (Willis)
[1968] *Higher Education in Transition, A History of American Colleges and Universities, 1636–1968*, New-York : Evanston, London : Harper & Row, 1968 (Ouvrage original publié en 1958).

CAJORI (Florian)
[1890] *The Teaching and History of Mathematics in the United States*, Washington, D.C. : Bureau of Education, 1890.

CAUCHY (Augustin Louis)
[1821] *Cours d'analyse de l'École royale polytechnique. 1re partie. Analyse algébrique*, Paris : Debure frères, 1821.

CHOPIN (Alain)
[2008] Le manuel scolaire, une fausse évidence historique, 2008; [En ligne], No. 117, 2008 (récupéré le 25 juin 2016 à l'adresse `http://histoireeducation.revues.org/565`; DOI : `10.4000/histoire-education.565`).

DAVIES (Charles)
[1835] *Elements of Algebra, Translated from the French of M. Bourdon*, New York : Wiley, 1835.

DAY (Jeremiah)
[1820] *An Introduction to Algebra*, New Haven : Howe & Spalding, 1820.

DESPEAUX (Sloan E.)
[2014] Mathematical Questions : A Convergence of Mathematical Practises in British Journals of the Eighteenth and Nineteenth Centuries, *Revue d'histoire des mathématiques*, 20 (2014), p. 5–71.

DHOMBRES (Jean) & DHOMBRES (Nicole)
[1989] *Naissance d'un nouveau pouvoir : sciences et savants en France (1793–1824)*, Paris : Payot, 1989.

DHOMBRES (Jean) & OTERO (Mario)
[1993] Les annales de mathématiques pures et appliquées : le journal d'un seul homme au profit d'une communauté enseignante, dans Ausejo (Elena) & Hormigon (Mariano), éds., *Messengers of Mathematics : European Mathematical Journals, 1810–1939*, Madrid : Siglo XXI de Espana Editores, 1993, p. 3–67.

GISBERT (Lope)
[1860] *Elementos de algebra*, Madrid, Lima : Calleja, 1860.

EHRHARDT (Caroline)
[2009] L'identité sociale d'un mathématicien et enseignant : Sylvestre-François Lacroix (1765–1843), *Histoire de l'éducation*, 123 (2009), p. 5–43.

EMERSON (George B.)
[1821] Course of Mathematics, *The North American Review*, 13 (1821), p. 363–280.

EMERSON (William)
[1780] *A Treatise of Algebra in two books*, London : Nourse, 1780.

EULER (Leonhard)
[1798] *Éléments d'algèbre*, Pétersbourg : éditeur inconnu, 1798.

FARRAR (John)
[1831a] *Elements of Algebra*, Boston : Hilliard, Gray, Little and Wilkins, 1831a.
[1831b] *Elements of Algebra, by Bourdon*, Boston : Hilliard, Gray, Little and Wilkins, 1831b.

Glière (André-Jean)
[2007] *Histoire et épistémologie des nombres négatifs de D'Alembert à nos jours. Le passage des quantités aux nombres*, Thèse de doctorat, Paris, EHESS, 2007.

Hackley (Charles W.)
[1834] *Catechism and Notes upon the Algebras of Bourdon and Lacroix*, New York : West and Trow, 1834.

Hilaire-Pérez (Liliane)
[2010] Les échanges techniques entre la France et l'Angleterre au xviii^e siècle : la révolution industrielle en question, dans Beaurepaire (Pierre-Yves) & Pourchasse (Pierrick), éds., *Les circulations internationales en Europe, années 1680 – années 1780*, Rennes : PUR, 2010, p. 197–212.

Hogan (Edward R.)
[1981] Theodore Strong and Ante-Bellum American Mathematics, *Historia Mathematica*, 8 (1981), p. 439–455.

Jackson (Henry)
[1824] *Arithmetical Catechism Compiled from Various Authors, for the Use of Schools*, Porstmouth : Miller, Gray and Co., 1824.

Jauss (Robert-Hans)
[2010] *Pour une esthétique de la réception, traduit de l'allemand par Claude Maillard*, Paris : Gallimard, 2010 (Ouvrage original publié en 1971).

Karpinski (Louis C.)
[1940] *Bibliography of Mathematical Works Printed in America through 1850*, Ann Arbor : University of Michigan Press, 1940.

Kent (Deborah)
[2008] The Mathematical Miscellany and The Cambridge Miscellany of Mathematics : Closely Connected Attempts to Introduce Research-Level Mathematics in America, 1836–1843, *Historia Mathematica*, 35 (2008), p. 102–122.

Kidwell (Peggy), Ackerberg-Hastings (Amy) & Roberts (David Lindsay)
[2008] *Tools of American Mathematics Teaching, 1800–2000*, Baltimore : The Johns Hopkins University Press, 2008.

Lacroix (Sylvestre-François)
[1804] *Éléments d'algèbre à l'usage de l'école centrale des quatre-nations*, Paris : Courcier, 1804.
[1815] *Éléments d'algèbre à l'usage de l'école centrale des quatre-nations*, Paris : Courcier, 1815.
[1816] *Essais sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier*, Paris : Courcier, 1816 (Ouvrage original publié en 1805).

Lamandé (Pierre)
[2004] La conception des nombres en France autour de 1800 : L'œuvre didactique de Sylvestre-François Lacroix, *Revue d'histoire des mathématiques*, 10 (2004), p. 45–106.

MOKTEFI (Amirouche)
[2001] Geometry. The Euclid Debate, dans Flood (Raymond), Rice (Adrain) & Wilson (Robin), éds., *Mathematics in Victorian Britain*, Oxford : Oxford Univ. Press, 2001, p. 320–336.

MONTAGUTELLI (Marie)
[2000] *Histoire de l'enseignement aux États-Unis*, Paris : Belin, 2000.

OLESON (Alexandra)
[1976] *The Pursuit of Knowledge in the Early American Republic : American Scientific and Learned Societies from Colonial Times to Civil War*, Baltimore : The Johns Hopkins University Press, 1976.

OTTE (Michael) & PANZA (Marco)
[1997] Mathematics as an Activity and the Analytic-Synthetic Distinction, dans Otte (Michael) & Panza (Marco), éds., *Analysis and synthesis in Mathematics : History and Philosophy*, Dordrecht : Kluwer Academic Publisher, 1997, p. 231–271.

PARSHALL (Karen H.) & ROWE (David E.)
[1994] The Emergence of the American Mathematical Research Community 1876–1900, dans Sylvester (J.J.), Klein (Felix) & Moore (E.H.), éds., *History of Mathematics*, vol. 8, Providence : Amer. Math. Soc./London Mathematical Society, 1994.

PREVERAUD (Thomas)
[2012] A Course of Mathematics (1798–1841) : the American story of a British textbook, dans Bjamadottir (Kristin), Furinghetti (Fulvia), Matos (José Manuel) & Schubring (Gert), éds., *Proceedings of the Second International Conference on the History of Mathematics Education, October 2–5, 2011*, Lisbon : UIED, 2012, p. 383–399.

[2013] Transmissions des enseignements mathématiques français à l'Académie militaire américaine de West Point (1815–1836), *Amnis, Revue de civilisation contemporaine Europe/Amériques*, 12 (2013) (récupéré le 4 juillet 2016 à l'adresse `https://amnis.revues.org/1943`).

[2014] *Circulations mathématiques franco-américaines (1815–1876) : transferts, réceptions, incorporations et sédimentations*, Thèse de doctorat, Nantes, université de Nantes, 2014.

PRATT (John B.)
[1913] *Seventy-five Years of Book Publishing*, New York : Barnes, 1913.

PYCIOR (Helena)
[1989] British Synthetic vs. French Analytic Styles of Algebra in the Early American Republic, dans Rowe (David E.) & McClearly (John), éds., *The History of Modern Mathematics*, vol. 1, Boston : Academic Press, 1989, p. 125–154.

RICKEY (Frederick V.) & SHELL-GELLASH (Amy)
[2010] Mathematics Education at West Point : the First Hundred Years, *Convergence*, 2010; [En ligne], 2010 (récupéré le 4 juillet 2016 à l'adresse `http://www.maa.org/publications/periodicals/convergence/mathematics-education-at-west-point-the-first-hundred-years`).

ROLLET (Laurent) & NABONNAND (Philippe)
[2013] Un journal pour les mathématiques spéciales : les Nouvelles annales de mathématiques (1842–1927), *Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales - mathématiques et sciences physiques*, 86 (2013), p. 5–18.

ROSS (Edward C.)
[1831] *Elements of Algebra*, New York : E.B. Clayton, 1831.

ROSS (J.A.)
[1827] *Hirsch's Collection of Examples, Formulae, & Calculations, on the Litteral Calculus and Algebra*, London : Black, Young, and Young, 1827.

SCHUBRING (Gert)
[1986] Ruptures dans le statut mathématique des nombres négatifs, *petit x*, 12 (1986), p. 5–32.
[1987] On the Methodology of Analyzing Historical Textbooks : Lacroix as Textbook Author, *For the Learning of Mathematics*, 7 (1987), p. 41–51.

SMYTH (William)
[1830] *Elements of Algebra*, Portland : Shirley & Hyde, 1830.

SNOW (Louis F.)
[2012] *The College Curriculum in the United States*, London : Forgotten Books, 2012 (Ouvrage original publié en 1907).

WALKER (Timothy)
[1828] Farrar's Mathematics, *The North American Review*, 27 (1828), p. 191–214.

WARD (Julius H.)
[1915] The North American Review, *The North American Review*, 201 (1915), p. 123–134.

WARWICK (Andrew)
[2003] *Masters of Theory : Cambridge and the Rise of Mathematical Physics*, Chicago : University of Chicago Press, 2003.

WEBBER (Samuel)
[1801] *Mathematics, Compiled from the Best Authors and Intended to be a Text-book of the Course of Private Lectures of these Sciences in the University at Cambridge*, vol. 1, Cambridge, MA : Thomas and Andrews, 1801.