

TEXTS & DOCUMENTS

CHARLES HERMITE'S LETTERS TO FRANCISCO GOMES TEIXEIRA

PEDRO J. FREITAS

ABSTRACT. — It is well known that Charles Hermite kept an intense correspondence with many of the world's leading mathematicians of his time. This paper focuses on Hermite's letters to Francisco Gomes Teixeira, a Portuguese mathematician, who exchanged letters with Hermite for more than twenty years.

RÉSUMÉ (TEXTES & DOCUMENTS : Les lettres de Charles Hermite à Francisco Gomes Teixeira)

Il est bien connu que Charles Hermite a maintenu une correspondance intense avec nombre des plus grands mathématiciens de son temps. Cet article est consacré aux lettres d'Hermite à Francisco Gomes Teixeira, un mathématicien portugais ; leur échange a duré pendant plus de vingt ans.

Texte reçu le 19 novembre 2018, accepté le 24 mars 2019, révisé le 14 septembre 2019.

P.J. FREITAS, Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia e Departamento de História e Filosofia das Ciências, Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 1749-016 Lisboa, Portugal.

Courrier électronique : pjfreitas@fc.ul.pt

2000 Mathematics Subject Classification : 01A55, 01A70.

Key words and phrases : Charles Hermite, scientific correspondence, Francisco Gomes Teixeira.

Mots clefs. — Charles Hermite, correspondance scientifique, Francisco Gomes Teixeira.

1. INTRODUCTION

Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) was one of the most important Portuguese mathematicians of the late nineteenth and early twentieth centuries. Having graduated from the University of Coimbra in 1875, he got his doctorate later in the same year, and, in the next year, started teaching at this university. A few years later, in 1884, he moved to the Polytechnic Academy of Porto, which would become the University of Porto in 1911. At this time, he became Rector of the newly established university.

In addition to his scientific works, mostly in analysis, published in both Portuguese and foreign journals, he innovated in the field of teaching, by writing college textbooks with ambitious content, which elevated the level of rigour of his time in Portugal.¹

One may say that Gomes Teixeira's most relevant contribution for the evolution of mathematics in Portugal was the broadening of its scope, from the national to the international level. He received two prizes from the Royal Academy of Sciences of Madrid, in 1895 and 1897, which are representative of this interest in establishing contacts at an international level. The second of these prizes was awarded for a treatise on special curves, *Tratado de las curvas especiales notables, tanto planas como alabeadas*, which was later expanded, translated to French, and republished in 1917, after receiving another prize from the French Academy of Sciences. For more on his life and work, see for instance Vilhena [1936] and Alves [2004].

Along with the activity we have mentioned, there were several aspects which are central to this internationalization of Portuguese mathematics achieved by Gomes Teixeira. One of these was the foundation, in 1877, of the scientific journal *Jornal de Sciencias Matemáticas e Astronómicas*, which we will simply refer to as JSMA. For more on this journal, see Saraiva [2014] and Kharlamova [2013], a thesis that studies the importance of the journal in its time.²

The Journal benefited greatly from Gomes Teixeira's intense correspondence with some of the most renowned mathematicians of his time. The letters that Gomes Teixeira received are kept in the Archive of the University of Coimbra, which includes more than two thousand letters, indexed and catalogued by Gomes Teixeira himself. As a contribution to the anal-

¹ The textbooks were *Curso de Análise infinitesimal, cálculo diferencial*, Porto, Typ. Occidental, 1887 and *Cálculo integral*, Porto: Typ. Occidental, 1889, edited and extended in later editions.

² The volumes of this journal are now fully digitized and can be found at www.fc.up.pt/fa/index.php?p=nav&f=html.fbib-Periodico-oa.

ysis of this estate, this paper focuses on his correspondence with Charles Hermite, one of the most represented authors: there are 19 letters from Hermite (some of them photographically reproduced in Alves [2004] and Kharlamova [2013]) which we present here, and comment on for the first time.

2. THE CORRESPONDENCE

Charles Hermite (1822–1901) was known for being a very prolific correspondent. The paper Goldstein [2018] gives a general overview of Hermite's abundant correspondence (thousands of letters written). The paper also notes that since the beginning of the twentieth century, the letters Hermite sent to many mathematicians have been gradually edited—our present paper wishes to continue this trend.

Most of the correspondence received by Hermite was lost in a fire, which unfortunately makes it impossible to confront the letters in the Coimbra archive with the ones sent by Gomes Teixeira. The nineteen letters we present here go from 1872 to 1896, the number of letters for each year is as follows.

Year	72	75	79	81	85	86	88	90	91	92	96
Nb. of letters	1	2	1	2	3	2	2	2	1	2	1

We refer to the numbers of each letter in the catalogue (which can be found in Vilhena [1936]), assigned by Gomes Teixeira. However, our edition follows the chronological order, which does not correspond entirely to the order of the numeration in the catalogue.

Let us remark that there are nine other letters in Gomes Teixeira's archives, referring to the homage organized for Hermite on the occasion of his 70th birthday, in 1892—a subscription was made to present Hermite with a gold medal struck in his honor. Gomes Teixeira was invited by Gösta Mittag-Leffler to be a member of the honor committee for this event. The letters are from Mittag-Leffler, Gaston Darboux, Miguel Merino, Juan Jacobo Duran Loriga, Zoel Garcí de Galdeano, Lauro Clariana Ricart and other undisclosed senders, most of them asking for participation in the homage.

2.1. July 17, 1872

This is letter 141, and is the earliest letter from Hermite that can be found in this archive. Gomes Teixeira was still a university student at this point, finishing his 3rd academic year and starting the 4th. This letter, including a clear reference to the journal he would establish only five years later, reveals that, even as a 21 year-old student, Gomes Teixeira already planned to launch a new Portuguese mathematical journal and did not hesitate to write to one of the most famous mathematicians of his time asking for collaboration.

The paper contained in the letter and which we do not reproduce, is Hermite [1878], on the Frenet-Serret formulas for curves in 3-dimensional space. It was the first paper by a non-Portuguese author published in the JSMA. It can also be found in [Hermite 1917, pp. 508-511].

Monsieur,

Vous m'avez demandé, en commençant la publication de votre Journal des sciences mathématiques et astronomiques, de vous donner ma collaboration ; je viens remplir l'engagement que j'ai pris envers vous en vous adressant la note ci-jointe, concernant un point élémentaire de calcul différentiel.

Veuillez agréer Monsieur, l'expression de mes sentiments les plus distingués,

Ch. Hermite

Paris 17 Juillet 1872

2.2. June 10, 1875

This is letter 140 in the archive. In this letter, Hermite thanks Gomes Teixeira for sending him his inaugural dissertation (this is the name used for the Ph.D. thesis, see [Alves 2004, pp. 34ff.]), entitled *Integração das equações às derivadas parciais de 2a. ordem* (Integration of 2nd order partial differential equations). He takes the opportunity to send some of his own publications, without indication of their content.

Monsieur,

Je viens de parcourir la thèse inaugurale que vous m'avez fait l'honneur de m'adresser et quoique le sujet important et difficile que vous avez traité ne rentre point dans le cercle habituel de mes études, j'ai acquis l'assurance que vous avez fait un travail très sérieux et approfondi.

Veuillez accepter, Monsieur, les opuscules qui accompagnent cette lettre comme un témoignage de ma sympathie et recevoir l'expression de ma considération distinguée.

Ch. Hermite

Paris, 10 juin 1875

2.3. December 3, 1875

This is letter 765 in the archive, and contains an exercise given by Hermite to his students on the subject of continued fractions, one of Teixeira's interests. The exercise has some interest outside the context of student competitions: it provides a new proof of a result by Johann Lambert, quoted in the letter. Lambert is credited with the first proof that π is irrational (a proof which also uses continued fractions) in Lambert [1768]. This paper also studies powers of e , so this is probably the paper Hermite refers to in the letter.³

We note that the exercise in this letter, with its solution, does not appear among Hermite's contributions to the *Nouvelles annales de mathématiques*, nor is it published in Gomes Teixeira's JSMA.

Monsieur,

Je m'empresse de me conformer à vos intentions en vous accusant réception du mémoire que vous m'avez adressé. Le sujet que vous avez traité est d'une grande importance et touche à des questions dont je me suis moi-même occupé. C'est vous dire que je lirai votre travail avec beaucoup d'intérêt aussitôt que mes devoirs d'enseignement m'en donneront le loisir. J'aurai terminé au mois de Mars mon cours à l'Ecole polytechnique, et si d'ici là je n'ai pas pu trouver le temps d'étudier votre travail, vous pouvez compter qu'à cette époque du mois de Mars je m'en occuperai immédiatement.

Je saisis Monsieur cette occasion pour vous donner communication d'une petite question qui a été le sujet de la dernière composition donnée à mes élèves, et qui se rapporte précisément à la théorie des fractions continues. J'ai proposé de démontrer qu'en posant

$$F(x) = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \cdots + \frac{x^n}{1 \cdot 2 \cdots n},$$

de sorte que

$$e^x = F(x) + \frac{x^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdots (n+1)} + \text{etc.},$$

la dérivée d'ordre n de l'expression :

$$\frac{e^x - F(x)}{x^{n+1}}$$

a la forme suivante :

$$\frac{e^x \varphi(x) - \psi(x)}{x^{2n+1}},$$

³ As is well-known, Hermite himself proved in 1873 that e is transcendental, Hermite [1873a], see also his allusions to Lambert in two letters he sent the same year to Paul Gordan and Carl Borchardt, Hermite [1873b;c].

où $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ sont des polynômes, à coefficients entiers, du degré n . Vous voyez ainsi que $\frac{\psi(x)}{\varphi(x)}$ est l'une des réduites de la fraction continue qui représente l'exponentielle e^x , et cette circonstance que les coefficients de $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ sont des nombres entiers conduit à une démonstration immédiate de la proposition découverte par Lambert, que toutes les puissances de e sont incommensurables. Il suffit en effet d'observer que la dérivée d'ordre n de la série

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdots (n+1)} + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdots (n+2)} + \cdots$$

étant :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(n+1) \cdot (n+2) \cdots (2n+1)} + \frac{1}{(n+2) \cdot (n+3) \cdots (2n+2)} \frac{x}{1} \\ & + \frac{1}{(n+3)(n+4) \cdots (2n+3)} \frac{x^2}{1 \cdot 2} \\ & + \frac{1}{(n+4)(n+5) \cdots (2n+4)} \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \cdots \end{aligned}$$

on a pour la quantité :

$$e^x \varphi(x) - \psi(x)$$

un développement en série qu'on peut écrire sous la forme suivante:

$$\frac{x^{2n+1}}{(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)} \left[1 + \frac{n+1}{2n+2} \frac{x}{1} + \frac{(n+1)(n+2)}{(2n+2)(2n+3)} \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \cdots \right].$$

On voit ainsi que le nombre n croissant, cette expression peut devenir sans jamais s'annuler, plus petite que toute quantité donnée; car le facteur $\frac{x^{2n+1}}{(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)}$ a pour limite, zéro, tandis que la série entre crochets est toujours finie, les termes étant respectivement moindres que ceux de $e^x = 1 + \frac{x}{1} + \cdots$.

Veuillez Monsieur m'excuser du retard que mes occupations m'obligent de mettre à la lecture de votre travail et recevoir la nouvelle assurance de ma considération distinguée

Ch. Hermite

Paris, 2 rue de la Sorbonne, 3 décembre 1875

2.4. November 19, 1879

This is letter 142 in the archive, and contains the paper Hermite [1880], which can also be found in [Hermite 1917, pp. 505–507]. It is a result about an integral involving trigonometric functions, which Hermite proved in his *Cours d'Analyse*. The paper contains a simpler proof of the result. The letter also contains some results about interpolating polynomials.

Paris, 19 novembre 1879
(2 rue de la Sorbonne)

Monsieur,

Ce m'est un grand regret que sur le petit nombre de 25 exemplaires du tirage à part de mon article sur l'article [*sic*] concernant l'interpolation, il ne m'en reste plus un seul que je puisse vous offrir pour répondre à votre désir. Permettez moi de me dédommager un tant soit peu en vous envoyant avec cette lettre toutes celles de mes publications dont je puis disposer et aussi en vous donnant en quelques mots le principe de ma formule. La question étant de déterminer un polynôme $F(x)$ de degré $n - 1$ satisfaisant aux conditions :

$$\begin{array}{llll} F(a) = f(a), & F(b) = f(b), & \dots, & F(l) = f(l), \\ F'(a) = f'(a), & F'(b) = f'(b), & \dots, & F'(l) = f'(l), \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ F^{\alpha-1}(a) = f^{\alpha-1}(a), & cF^{\beta-1}(b) = f^{\beta-1}(b), & \dots, & F^{\lambda-1}(l) = f^{\lambda-1}(l), \end{array}$$

où $f(x)$ est une fonction donnée; en supposant $\alpha + \beta + \dots + \lambda = n$, je considère une aire S , comprenant d'une part, $a, b, \dots, l$, et de l'autre la quantité variable x , j'admets qu'à son intérieur la fonction $f(x)$ soit uniforme et n'ait aucun pôle; cela étant, on a :

$$F(x) - f(x) = \frac{1}{2i\pi} \int \frac{f(z) \cdot (x-a)^\alpha (x-b)^\beta \dots (x-l)^\lambda}{(x-z) \cdot (z-a)^\alpha (z-b)^\beta \dots (z-l)^\lambda} dz,$$

l'intégrale du second membre se rapportant au contour de S . L'utilité principale de cette relation est moins de déterminer le polynôme cherché $F(x)$ par le calcul de l'intégrale, et au moyen d'une somme de résidus, que de montrer que la différence $F(x) - f(x)$, diminue sans limite, lorsque le nombre des quantités, $a, b, \dots, l$, ou bien les exposants $\alpha, \beta, \dots, \lambda$ vont en augmentant.

À ma bien légère offrande d'une note pour votre Journal, je joins Monsieur l'expression de ma considération la plus distinguée et de mes sentiments dévoués

Ch. Hermite

2.5. July 16, 1881

This is letter 143 in the archive. In this letter, Hermite comments on a note Gomes Teixeira had sent him to be presented at the Académie des Sciences, directing him to previous work on the topic. About this letter, Gomes Teixeira writes in the catalogue (see Vilhena [1936]) that he later sent a new result which was indeed published in the *Comptes-rendus* of the French Academy (namely Gomes Teixeira [1881]). The topic of this second note is the integration of a partial differential equation, the same topic

as his thesis. Letter 764 (immediately below) acknowledges the reception of this second paper, and contains some more comments.

It is remarkable that, after gracefully declining the publication of the first note, Hermite encourages Gomes Teixeira to send a new one, acknowledging him as a representative of mathematics both for Portugal and Spain.

Paris, 16 juillet 1881

Monsieur,

Le travail que vous m'avez communiqué se rapportant à des questions d'analyse dont M^r Darboux s'est occupé spécialement et avec le plus grand succès, je l'ai prié de vouloir bien en prendre connaissance et c'est son avis autant que le mien dont je viens vous faire part.

Nous croyons qu'il vous serait nécessaire d'étudier plusieurs recherches récentes et importantes dont vous ne paraissez pas avoir eu connaissance, notamment celles de Bour⁴ et aussi les mémoires d'Imenetsky et de M^r Pelet.⁵

Votre nom représentant les sciences mathématiques pour votre pays et aussi pour l'Espagne, nous croyons devoir vous conseiller de ne le produire pour la première fois dans les Comptes-Rendus qu'à l'occasion d'un travail complètement digne de cette situation. Votre talent Monsieur, et je suis heureux de vous le dire au nom de M^r Darboux comme au mien, vous appelle à le remplir de la manière la plus honorable. Nous pensons mieux vous témoigner notre sympathie en vous demandant de nouveaux efforts qu'en publiant un travail dont on pourrait dire qu'il n'a pas été accueilli sans quelque indulgence, et c'est en espérant que nous aurons bientôt les fruits de ces efforts que je vous offre Monsieur la nouvelle expression de toute mon estime et de mes sentiments bien dévoués,

Ch. Hermite

2.6. November 1, 1881

This is letter 764 in the archive.

Monsieur,

Je m'empresse de vous accuser réception de la note que vous m'avez adressée et de vous informer que je remplirai vos intentions avec grand plaisir en la présentant à la prochaine séance de l'Académie, afin qu'elle soit publiée

⁴ Edmond Bour (1832–1866) studied both at the École Polytechnique and the École des Mines. He published articles on differential equations, celestial mechanics and the geometry of surfaces.

⁵ Respectively Vasilij Grigorjevič Imšenecki (1832–1892) and Auguste Pellet (1848–1935).

dans les Comptes-Rendus. J'espère que plutard⁶ vous donnerez dans votre Journal des applications qui en feront ressortir l'utilité et l'importance.

Veuillez agréer Monsieur la nouvelle assurance de mes sentiments bien dévoués,

Ch. Hermite

Paris 1^{er} novembre 1881

2.7. *May 31, 1885*

This is letter 766 in the archive and contains the paper Hermite [1885], which also appears in [Hermite 1917, pp. 169–171]. It concerns a relation between Legendre polynomials and continued fractions of functions (we include only the beginning of what is reproduced verbatim in the published paper⁷).

Paris, 31 mai 1885

Monsieur,

Je viens vous remercier des explications que vous avez eu la bonté de me donner et qui m'ont permis de mieux saisir votre analyse, à laquelle je n'ai plus d'objections à faire. Des applications de la formule à laquelle vous êtes parvenu, à des cas particuliers simples me sembleraient utiles pour en faire comprendre le caractère; mais en ce moment je ne puis même songer à vous donner des indications précises comme il serait nécessaire, les devoirs dont je suis chargé ne me laissant aucune liberté d'esprit.

Je voudrais cependant Monsieur vous offrir un témoignage de mes sentiments de sympathie et d'estime en vous donnant pour être publiée dans votre Journal, si vous le voulez bien, une petite remarque qui a fait le sujet d'une de mes dernières leçons à la Sorbonne.

[Here begins the reproduction in Gomes Teixeira's JSMA:

“Vous connaissez cette belle proposition de M. Tchebychew que le polynôme X_n de Legendre est le dénominateur de la réduite d'ordre n du développement en fraction continue de la quantité :

$$\frac{1}{2} \log \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \dots$$

On peut y parvenir comme vous allez voir, au moyen du développement en série qui a été le point de départ de Legendre et a donné la première des for-

⁶ That is, “later”, an incorrect version of “plus tard.” This word is not currently in use, but it does appear in other nineteenth-century sources, e.g., in a letter from Gustave Flaubert to George Sand, dated July 27, 1871—see Larthomas [1999].

⁷ A misprint for the sign used in the expression of ξ , [Hermite 1885, 83], was corrected in Hermite's complete works.

mules des polynômes X_n , à savoir :

$$\frac{1}{\sqrt{1-2zx+z^2}} = X_0 + X_1z + \cdots + X_nz^n + \cdots$$

.... Remarquez encore que

$$F(0) = \sum \frac{X_i X_{n-i-1}}{i+1}$$

est un polynome entier en x du degré $n-1$; $\frac{F(0)}{X_n}$ est bien par conséquent la réduite d'ordre n du développement de $\frac{1}{2} \log \frac{x+1}{x-1}$ en fraction continue.”]

Veuillez Monsieur recevoir la nouvelle assurance de toute ma sympathie et de mes sentiments bien dévoués

Ch. Hermite

2.8. October 20, 1885

This is letter 767 in the archive. The paper mentioned in this letter is Gomes Teixeira [1885], which proves that if a power series $y = \sum a_n x^n$ with rational coefficients satisfies a differential equation $P(x, y, y') = 0$, for a polynomial P with integer coefficients, then the prime factors of the denominators of the a_n do not increase too much.⁸ The following letters, in particular that of January 26, 1886 (number 770, below), also refer to the same topic.

Monsieur,

J'espère n'avoir pas été contre vos intentions en demandant à mon confrère M^r Darboux de publier dans les Annales de l'École Normale Supérieure le travail que vous avez fait l'honneur de me communiquer. La proposition que vous avez ajoutée aux résultats importants découverts par Eisenstein sur les séries à coefficients rationnels qui satisfont à une équation algébrique à coefficients entiers nous a tous deux beaucoup intéressés, et je suis heureux Monsieur de joindre mes félicitations à l'assurance de ma haute estime et à celle de mes sentiments bien dévoués.

Ch. Hermite

20 octobre 1885

2.9. December 14, 1885

This is letter 769 in the archive. In this letter there is no reference to any paper. Apparently, Gomes Teixeira sent a theorem to Hermite (possibly in a previous letter), without proof, and Hermite encourages him to find one,

⁸ The Eisenstein statement alluded to by Hermite deals with an analogous result in the situation $P(x, y) = 0$, Eisenstein [1852].

taking the opportunity to make interesting remarks about the need for the presentation of mathematical results to be as simple and clear as possible, a constant concern in these letters.

Paris 14 décembre 1885

Monsieur,

L'énoncé du théorème que vous m'avez fait l'honneur de me communiquer me fait voir que vous êtes engagé dans une voie excellente, et je ne puis que vous engager vivement à faire tous les efforts nécessaires pour arriver à une démonstration simple et facile qui d'elle-même devienne classique. Vous le savez Monsieur, et je n'ai pas à vous l'apprendre qu'après le travail de l'invention, il en est un autre dont nos maîtres en Analyse ont donné l'exemple et le modèle, de sorte que les œuvres de Gauss et de Jacobi joignent à l'importance à l'éclat des découvertes, le mérite d'une forme parfaite. En vous exprimant l'espoir qu'ayant été assez heureux pour obtenir un beau résultat, vous réussirez aussi [à] l'exposer sous la forme la meilleure, je saisis Monsieur cette occasion pour vous renouveler l'expression de tous mes sentiments de sympathie et d'estime.

Ch. Hermite.

2.10. January 26, 1886

This is letter 770 in the archive. It refers to paper Gomes Teixeira [1886], with a special note to the elegance and simplicity of the proof provided.

Monsieur

J'ai donné communication à M^r Darboux de la démonstration du théorème d'Eisenstein que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, et nous pensons remplir vos intentions en la publiant dans les *Annales de l'École Normale*, à la suite du premier article que vous avez donné à ce recueil.

En vous félicitant, Monsieur de la simplicité et de l'élégance de votre démonstration, je vous prie d'agréer l'assurance de toute mon estime et de mes sentiments dévoués,

Ch. Hermite

Paris 26 janvier 1886

2.11. February 12, 1886

This is letter 768 in the archive. The article this letter refers to is Gomes Teixeira [1887], which is a development of the result in paper Gomes Teixeira [1885], published before, also in the *Annales de l'École Normale Supérieure*. After publication, Adolf Hurwitz remarked that Gomes Teixeira's theorem, as stated in 1887, is incorrect and presented a

counter-example; he also suggested a new, more intricate, statement for the theorem and proved it in Hurwitz [1889].

Monsieur,

J'ai le plaisir de vous informer que la dernière communication que vous avez fait l'honneur de m'adresser sera publiée, comme les précédentes, dans les Annales de l'École Normale.

En vous renouvelant Monsieur mes sincères félicitations pour ce nouveau résultat de votre travail, je vous prie d'agréer l'assurance de mes sentiments les plus distingués.

Ch. Hermite

Paris 12 février 1886

2.12. November 16, 1888

This is letter 772 in the archive. It mentions two letters sent by Gomes Teixeira. In the present letter, Hermite provides a new proof of a formula sent in the second of Gomes Teixeira's letters. He also offers publication of a paper, probably Gomes Teixeira [1888a] (it may have been sent with the first letter).

There are two figures illustrating the text, we include the original ones along with a reproduction.

16 novembre 1888

En lisant avec attention la seconde des deux lettres que vous m'avez fait l'honneur de m'adresser et dans laquelle vous parvenez à cette relation :

$$\int_a^b \varphi^2(x) dx \cdot \int_a^b \psi^2(x) dx - \left[\int_a^b \varphi(x) \psi(x) dx \right]^2 = \int_a^b dx \int_x^b [\varphi(x) \psi(y) - \varphi(y) \psi(x)]^2 dy,$$

ou bien, sous une forme un peu plus générale :

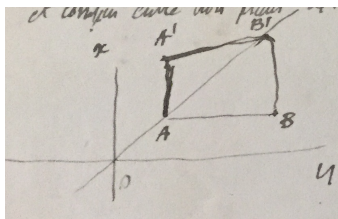
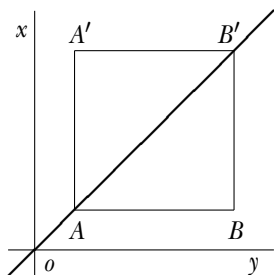
$$\begin{aligned} \int_a^b \varphi(x) \varphi_1(x) dx \cdot \int_a^b \psi(x) \psi_1(x) dx - \int_a^b \varphi(x) \psi_1(x) dx \cdot \int_a^b \varphi_1(x) \psi(x) dx \\ = \int_a^b dx \int_x^b [\varphi(x) \psi(y) - \varphi(y) \psi(x)] [\varphi_1(x) \psi_1(y) - \varphi_1(y) \psi_1(x)] dy, \end{aligned}$$

j'ai reconnu que cette relation est identique comme vous allez le voir.

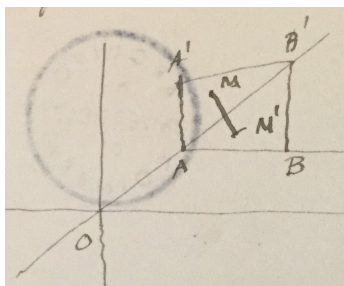
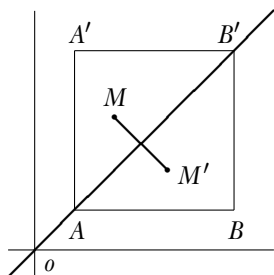
Considérons en effet l'intégrale double :

$$J = \int_a^x dx \int_x^b F(x, y) dy.$$

Elle représente le volume d'une sorte de prisme, limité par la surface $z = F(x, y)$ et compris entre trois plans déterminés comme il suit.



Tracez sur le plan des xoy la bissectrice $y = x$ de l'angle xoy puis le rectangle $ABB'A'$ dont elle serait la diagonale, et supposons que les abscisses [sic] des sommets A et B , de ce rectangle soient a et b . Les plans dont je parle, perpendiculaires au plan des xy auront pour traces les droites, AA' , $A'B'$, AB' et la base du prisme considéré sur le triangle rectangle $AA'B$.



Soit M un point de l'intérieur de ce triangle, ayant pour coordonnées x et y ; son symétrique M' par rapport à AB' aura évidemment pour coordonnées y et x , par conséquent les valeurs de l'ordonnée $z = F(x, y)$, seront les mêmes en ces deux points lorsque la fonction $F(x, y)$ est symétrique en x et y . C'est le cas de l'expression qui entre dans votre intégrale double; on peut par conséquent effectuer l'intégration en prenant pour limite le rectangle au lieu du triangle, et divisant par deux; mais on obtient ainsi la quantité

$$J = \frac{1}{2} \int_a^b dx \int_a^b [\varphi(x)\psi(y) - \varphi(y)\psi(x)]^2 dy,$$

qui se ramène d'elle même à des intégrales simples.

Les considérations que vous exposez dans votre lettre du 23 Octobre m'ont beaucoup intéressé et me semblent excellentes; afin de remplir vos intentions je demanderai à mon confrère M^r Darboux d'en prendre connaissance et s'il partage mon sentiment comme j'ai tout lieu de le penser, je le prierai de publier votre lettre soit dans les Annales de l'École Normale soit dans le Bulletin des Sciences Mathématiques.

Veillez agréer Monsieur, la nouvelle assurance de mes sentiments de bien sincère sympathie et de haute estime

Ch. Hermite

Paris 16 novembre 1888

2.13. November 22, 1888

This is letter 773 in the archive. This letter answers a letter from Gomes Teixeira establishing an inequality which can be used to provide an upper bound for integrals of the type

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)dx.$$

In his letter, Teixeira compared this result with an inequality by Pafnuty Chebyshev, which provides a lower bound for integrals of the same type. Hermite suggests a small correction and offers publication; this will be Gomes Teixeira [1888b]. The letter also refers to a previous one, sent by Gomes Teixeira to Hermite, which was published as Gomes Teixeira [1888a].

Paris, 22 novembre 1888

Monsieur,

Vous êtes parvenu à des conséquences qui m'ont paru très intéressantes en rapprochant du théorème de M. Tchebichew, votre relation

$$\int_a^b \varphi^2(x)dx \cdot \int_a^b \psi^2(x)dx > \left[\int_a^b \varphi(x)\psi(x)dx \right]^2.$$

Je m'en suis entretenu avec M^r Darboux, en lui donnant communication de votre dernière lettre où vous les exposez avec plusieurs applications, et je ne pense point qu'il vous sera désagréable que cette lettre soit publiée dans le Bulletin des Sciences Mathématiques, comme celle que vous m'aviez déjà fait l'honneur de m'adresser. Les épreuves vous seront envoyés à Porto pour que vous puissiez les revoir et les corriger; vous me permettrez de vous proposer de remplacer votre intégrale double

$$\int_a^b dx \int_x^b [\varphi(x)\psi(y) - \varphi(y)\psi(x)]^2 dy$$

par celle-ci

$$\frac{1}{2} \int_a^b dx \int_a^b [\varphi(x)\psi(y) - \varphi(y)\psi(x)]^2 dy$$

afin qu'on reconnaisse immédiatement que vous partez, comme vous le dites, d'une identité.

En vous renouvelant, Monsieur, l'assurance de ma haute estime et de mes sentiments dévoués,

Ch. Hermite

2.14. March 15, 1890

This is letter 771 in the archive, and it refers to the paper Gomes Teixeira [1889], which provides a new proof of a result in Hermite's *Cours d'Analyse*, further developed in one of Hermite's articles in the JSMA, namely Hermite [1880]. Hermite compliments this proof, stating he will actually use it in one of his lessons, and gives yet another proof of the result.

Monsieur,

J'ai lu avec le plus grand plaisir dans le dernier n° du Journal des sciences mathématiques et astronomiques, la belle et savante méthode que vous avez exposée pour obtenir l'intégrale

$$\int_0^{\pi} \cot(x - a - ib) dx,$$

en la rattachant à l'expression générale

$$\int_0^{\pi} \frac{f'(x) dx}{1 + f^2(x)},$$

et à la notion de l'indice de Cauchy.

Vous avez ainsi obtenu une application très intéressante de la théorie du grand géomètre, et je me propose de la mettre à profit dans une de mes leçons. A cette occasion, et pour vos élèves, permettez moi de vous indiquer un autre procédé qui conduit à la valeur de cette intégrale au moyen de la relation trigonométrique

$$\cot nx = \sum \frac{1}{n} \cot \left(x + \frac{k\pi}{n} \right), \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1).$$

À cet effet, je change d'abord x en $x - a - ib$, puis je fais croître indéfiniment l'entier n . En posant $\frac{\pi}{n} = dx$, vous voyez que le second membre a ainsi pour limite l'intégrale définie qu'il s'agit d'obtenir :

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cot(x - a - ib) dx,$$

de sorte que l'on a pour n infiniment grand :

$$\int_0^{\pi} \cot(x - a - ib) dx = \pi \cot n(x - a - ib).$$

Cela étant, la formule :

$$\cot n(x - a - ib) = \frac{1}{i} \frac{e^{2in(x-a-ib)} + 1}{e^{2in(x-a-ib)} - 1}$$

donne immédiatement dans cette hypothèse, $+i$ ou $-i$ suivant que b est positif ou négatif, et par conséquent le résultat cherché.

Peut-être pensez vous comme moi Monsieur qu'il est bon dans l'enseignement de donner sous plusieurs points de vue la démonstration des propositions importantes, c'est le but que j'ai eu en vue. Je remarquerai encore que la relation dont j'ai fait usage :

$$\cot nx = \sum \frac{1}{n} \cot \left(x + \frac{k\pi}{n} \right),$$

résulte immédiatement de la décomposition en éléments simples de la fonction $\cot nx$, les résidus pour $x = -\frac{k\pi}{n}$, c'est à dire les valeurs que prend dans cette supposition le produit

$$\left(x + \frac{k\pi}{n} \right) \cot nx = \frac{\left(x + \frac{k\pi}{n} \right) \cos nx}{\sin nx},$$

étant tous égaux à $\frac{1}{n}$.

Une dernière remarque; l'intégrale $J = \int_0^\pi \cot(t-z)dt$, considérée comme fonction de la variable z , offre une coupure représentée par l'équation, $t-z = k\pi$, où t varie de zéro à π , k étant un entier arbitraire, cette coupure est donc l'axe des abscisses. Dans le demi plan au dessus et dans le demi plan au dessous de cet axe, l'intégrale est une fonction continue uniforme de z et la relation $D_z J = 0$ qu'on obtient immédiatement montre qu'elle est constante. Pour l'obtenir je suppose $z = x + iy$, et en attribuant à y successivement des valeurs infiniment grandes, positives et négatives, je trouve encore :

$$J = \int_0^\pi i dt, \quad J = - \int_0^\pi i dt,$$

c'est-à-dire, $J = i\pi$ et $J = -i\pi$.

Veuillez agréer Monsieur, la nouvelle assurance de mes sentiments bien dévoués

Ch. Hermite

J'abrège un peu le calcul que vous avez donné, en partant de l'identité

$$\cot(x-y) - \cot(x+y) = \frac{2 \sin y \cos y}{\sin^2 x - \sin^2 y},$$

d'où l'on tire :

$$\int [\cot(x-y) - \cot(x+y)] dx = \int \frac{2 \sin y \cos y dx}{\sin^2 x - \sin^2 y}$$

Puis si l'on pose $z = \tan y \tan x$

$$\int [\cot(x-y) - \cot(x+y)] dx = \int \frac{dz}{1-z^2}.$$

Il suffit ensuite de changer x en $x-a$ et de faire $y = ib$.

Paris 15 mars 1890

2.15. July 9, 1890

This is letter 774 in the archive. The letter refers to the article Gomes Teixeira [1890], where a complex integral is studied in order to provide results about series of trigonometric functions. There is also a reference to a text sent to Hermite by José Pedro Teixeira (1857–1925), a professor at the Polytechnic Academy of Porto.

Paris 9 juillet 1890

Monsieur,

Le travail dont vous avez bien voulu me donner communication m'a semblé excellent, et j'espère que je n'aurai pas été contre vos intentions en le faisant lire à M^r Darboux qui m'a exprimé le désir de le publier dans le Bulletin des sciences mathématiques. J'ose penser que vous donnerez votre consentement à cette publication qui est un témoignage de nos sentiments de sympathie à votre égard et de notre estime pour votre talent. Vous voudrez bien aussi Monsieur m'excuser de ne vous soumettre aucune remarque sur votre analyse, les devoirs universitaires sont tellement onéreux à ce moment, à cause du grand nombre d'examens dont je suis chargé à la Sorbonne, que le courage et le temps me manquent pour pouvoir m'occuper de sujets élevés de calcul intégral.

En saisissant cette occasion pour remercier M^r José Pedro Teixeira du don de son mémoire sur les fonctions elliptiques, et en vous exprimant toute ma satisfaction de voir cette théorie cultivée avec autant de succès, je vous prie Monsieur de recevoir la nouvelle assurance de ma plus haute estime et de mes sentiments bien dévoués.

Ch. Hermite

2.16. November 9, 1891

This is letter 775 in the archive. The letter refers to the article Gomes Teixeira [1892], which is a study of $\wp(u)$, Karl Weierstrass's elliptic function.

Paris 9 novembre 1891

Monsieur,

C'est avec le plus grand plaisir que j'ai lu l'analyse si simple et si élégante dont vous m'avez donné communication. Votre méthode me semble ouvrir une des voies les meilleures pour entrer dans la théorie des fonctions elliptiques, et dans le désir que l'on profite de vos efforts, j'ai pensé que vous voudriez bien consentir à la publication de votre lettre dans le Bulletin des sciences mathématiques. Je me fais un agréable devoir de vous exprimer le sentiment de mon confrère M^r Darboux qui apprécie comme moi votre beau talent, et je saisis Monsieur cette occasion pour vous renouveler l'expression de ma haute estime et de ma bien sincère sympathie

Ch. Hermite.

2.17. May 24, 1892

This is letter 776 in the archive. In it, Hermite thanks Gomes Teixeira for having sent his *Curso de análise*, and makes very specific remarks about it, complimenting the clarity and elegance of the text, which denotes a careful reading. Hermite also promises to send a note for publication: it will be done only later (see the following letter, 777) and on a topic different from the one announced.

Paris 24 mai 1892

Monsieur,

Les trois volumes de votre Cours d'Analyse infinitésimale que vous m'avez envoyés pour être offerts à l'Académie des sciences, lui ont été présentés avec éloges par M^r le Secrétaire perpétuel dans la séance de lundi dernier et vous verrez la mention de cette présentation dans le Compte-rendu de cette séance. Vous ne pouvez douter Monsieur du grand intérêt avec lequel j'ai lu la seconde partie de votre Calcul intégral, et tout particulièrement la théorie des fonctions doublement périodiques et des fonctions elliptiques. Il me paraît difficile d'atteindre dans l'exposition un plus grand degré de simplicité, de clarté et d'élégance, et je ne puis douter que tous les amis de la science, les géomètres comme les commençants ne vous rendent le même témoignage. J'aurais bien désiré vous donner autrement qu'en paroles une preuve de mes sentiments de bien grande estime, en vous envoyant un article pour le Journal que vous dirigez avec tant de succès et j'avais songé dans ce but à rédiger une recherche sur les nombres de Bernouilli [*sic*] qui a fait le sujet d'une de mes leçons. Mais je suis dans la nécessité d'ajourner ce travail, étant à cette époque de l'année surchargé d'ouvrage ; il me faut attendre un moment où j'aurai plus de liberté, et vous voudrez bien me faire crédit d'un peu de temps.

En vous demandant de prendre acte de mon engagement, je saisis Monsieur cette occasion pour vous renouveler l'assurance de ma plus haute estime, et celle de mes sentiments bien sincèrement dévoués

Ch. Hermite

2.18. December 2 and 4, 1892

This is letter 777; it mentions two dates, one at the beginning and one at the end. The archived material does not include the note promised in this letter. As it happens, there is a small article by Hermite in the JSMA, volume 11, namely Hermite [1892] (it can also be found in [Hermite 1917, pp. 512–513]). As there are no other publications by Hermite in the JSMA, other than the three identified above and this one, we believe this note to be the one mentioned in this letter. It concerns a property of elliptic functions and elliptic integrals, providing a proof for a formula about addition of arguments in Weierstrass's elliptic function $\wp(x)$.

Paris 4 décembre 1892

Monsieur,

J'ai un double remerciement à vous adresser; je vous rends grâce d'abord pour votre communication dont j'ai donné connaissance, en pensant remplir votre intention, à mon confrère de l'Académie des sciences, M^r Darboux, qui l'a accueillie avec empressement pour la publier dans le Bulletin des sciences mathématiques. Il me faut ensuite vous témoigner ma vive gratitude d'avoir bien voulu joindre votre nom estimé de tous les géomètres à ceux de mes amis mathématiciens qui ont désiré m'offrir un témoignage de sympathie à l'occasion de mes 70 ans. La sympathie est réciproque, et vous y avez un droit particulier, en raison du talent et du zèle que vous consacrez à votre journal des sciences mathématiques et astronomiques, et du service éminent que vous rendez ainsi à la science de votre pays. Peut-être n'avez vous pas oublié que je vous avais promis une note que devrait concerner le théorème de Staudt sur les nombres de Bernoulli [*sic*], mais mon travail a pris une autre direction et c'est avec un autre sujet que je m'acquitterai envers vous. Permettez moi Monsieur de vous la transcrire ci-après et de saisir cette occasion pour vous renouveler l'assurance de ma haute estime et de mes sentiments bien dévoués

Ch. Hermite

Paris 2 décembre 1892

2.19. January 28, 1896

This is letter 30 in the archive. It contains a request from Hermite to add Gomes Teixeira's name to a letter in support of *Acta Mathematica*, the journal founded in 1882 by Gösta Mittag-Leffler, which was going through difficult financial problems at the time. The request, says Hermite, is so urgent that an absence of response will be considered as an affirmation of support. It is clearly a text that was sent to many scientists at the time: a similar letter can be found in Ogigova [1967], with the same date, this time addressed to Andrei Markov; this article also transcribes the text of the circular letter from Nörlund [1927], where the names of 30 signatories, among them Gomes Teixeira, can be found. It adds that there are 370 more signatures, for a total of 400 mathematicians.

Monsieur,

Permettez moi de faire un appel à votre bonne obligeance en sollicitant votre concours en faveur d'un intérêt scientifique au quel j'espère vous ne refuserez pas votre sympathie.

Les *Acta Mathematica* traversent en ce moment une crise qui met leur existence en grand péril; la commission du budget de la diète suédoise a manifesté l'intention de supprimer entièrement l'allocation, après l'avoir diminuée de moitié l'année dernière, qu'elle avait accordée au Journal, depuis sa fondation. Ce n'est pas seulement en France que les économies sont recherchées et ré-

clamées sans pitié, et qu'une assemblée politique se soucie peu des géomètres. M^r Mittag-Leffler et les Acta ne sont point cependant sans défenseurs, par une circonstance heureuse l'un des plus dévoués est le président même de la commission du budget à la diète. Ce haut patronage a émis l'avis qu'une manifestation venue de l'étranger, apportant au nom de savants autorisés un témoignage public de l'importance des Acta et du mérite élevé de son fondateur, déciderait certainement un vote favorable de l'assemblée. L'Académie des sciences de Paris est entrée dans ces vues avec empressement et à l'unanimité; elle a pris l'initiative d'une adresse dont le 50^e anniversaire de la naissance de M^r Mittag-Leffler offrait l'occasion, pour lui exprimer ses sentiments de sympathie, en lui faisant don de son portrait. En même temps, elle se propose d'adresser une circulaire aux géomètres pour obtenir leur adhésion, et j'ai reçu Monsieur la mission de vous soumettre la circulaire et l'adresse, en vous demandant de permettre que votre nom soit joint à ceux de mes confrères de l'Académie des sciences et des mathématiciens qui nous ont déjà donné leurs concours. Comme le temps nous est strictement mesuré, je prends la liberté de vous demander une réponse, pour le seul cas où elle ne répondrait pas à notre attente, et par une simple carte postale, dans le moindre délai qui vous sera possible, en considérant que votre acceptation nous est acquise si je ne reçois pas d'avis contraire.

Dans l'espérance que je n'aurai pas fait appel en vain à votre concours, dans cette circonstance, je saisis Monsieur cette occasion pour renouveler l'assurance de ma plus haute estime et de mes sentiments bien dévoués.

Ch. Hermite

Paris 28 janvier 1896

3. CONCLUSIONS

As we consider these texts, we would like to draw attention to two aspects which become apparent in the relationship between Hermite and Gomes Teixeira.

This correspondence shows a notable personality trait of Hermite: his desire to continuously support and encourage a younger colleague, in a country that did not have a very strong international presence in mathematics. Even if we take into account the courteous formalities in the text, one can nevertheless say that there is some genuine interest and encouragement from Hermite's part towards Gomes Teixeira.

It is likewise remarkable that Gomes Teixeira started this correspondence at a very early age: he was still 21 years old when he first contacted Hermite, one of the leading names in mathematics, asking him to participate in a journal that was, at the time, only a project. It is equally remarkable that Hermite did send a paper in reply.

The texts of the letters presented here may not show the same depth as the ones between Hermite and others of his numerous correspondents. To take only two examples, the correspondence with Mittag-Leffler (which can be found at the *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques*, see Hermite [1984], Hermite [1985] and Hermite [1989]) denotes a more personal relationship, and the letters to Jacobi (some of which can be found at the *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, see Hermite [1850]) show greater mathematical depth. However, this correspondence was maintained throughout 25 years, from 1872 to 1896, and tells of a persistent relationship between the two mathematicians. Moreover, the nine letters addressed to Gomes Teixeira about the homage to Hermite in 1892 (which we have not included here) show that this proximity was acknowledged by the mathematical community of their time.

This analysis of the correspondence from Hermite to Gomes Teixeira is, to the best of our knowledge, the first in-depth study of the material in the archive of the correspondence received by Gomes Teixeira. It focuses only on 19 letters, out of the more than 2,000 that are extant in this archive. We hope to continue this work in following publications, focusing on other aspects of Gomes Teixeira's correspondence.

4. ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to thank Catherine Goldstein for the revision of the transcriptions, as well as the other members of this project, namely Henrique Leitão, João Queiró and António Leal Duarte for many contributions and exchanges of opinions.

Thanks also to the Archive of the University of Coimbra for the kind cooperation, in the access to the letters, and to the Fundação para a Ciência e Tecnologia, for funding, through Project FCT UID/HIS/00286/2013.

REFERENCES

- ALVES (Maria da Graça)
 [2004] *Francisco Gomes Teixeira: o homem, o cientista, o pedagogo*, Tese de doutoramento em Matemática, na especialidade de História da Matemática, Universidade do Minho, 2004; <http://hdl.handle.net/1822/2603>.
- EISENSTEIN (Gotthold)
 [1852] Über eine allgemeine Eigenschaft der Reihen-Entwicklungen aller algebraischen Funktionen, *Bericht über die zur Bekanntmachung geeigneten*

Verhandlungen der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1852, pp. 411–444.

GOLDSTEIN (Catherine)

- [2018] Hermite and Lipschitz: a correspondence and its echoes, in Borgato (Maria Teresa), Neuenschwander (Erwin) & Passeron (Irène), eds., *Mathematical Correspondences and Critical Editions*, Cham: Birkhäuser, 2018, pp. 167–193.

GOMES TEIXEIRA (Francisco)

- [1881] Sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 93 (1881), pp. 702–703.
- [1885] Sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle, *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 3^e série, vol. 2 (1885), pp. 321–324.
- [1886] Sur le théorème d'Eisenstein (extrait d'une lettre à M. Hermite), *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 3^e série, vol. 3 (1886), pp. 389–390.
- [1887] Deuxième note sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle, *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 3^e série, vol. 4 (1887), pp. 107–110.
- [1888a] Extrait d'une lettre de M. Gomes Teixeira à M. Hermite, *Bulletin des sciences mathématiques*, 2^e série, vol. 12 (1888), pp. 272–276.
- [1888b] Extrait d'une lettre de M. Gomes Teixeira à M. Hermite, *Bulletin des sciences mathématiques*, 2^e série, vol. 12 (1888), pp. 288–290.
- [1889] Sobre o integral $\int_0^\pi \cot(x - a) dx$, *Jornal de Sciencias Mathemáticas e Astronómicas*, 9 (1889), pp. 113–119.
- [1890] Extrait d'une lettre de M. Gomes Teixeira à M. Hermite, *Bulletin des sciences mathématiques*, 2^e série, vol. 14 (1890), pp. 200–208.
- [1892] Sur la fonction $p(u)$. Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite, *Bulletin des sciences mathématiques*, 2^e série, vol. 16 (1892), pp. 76–80.

HERMITE (Charles)

- [1850] Extraits de lettres de M. Ch. Hermite à M. Jacobi sur différents objects de la théorie des nombres, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 40 (1850), pp. 261–277.
- [1873a] Sur la fonction exponentielle, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 77 (1873), pp. 18–24, 74–79, 226–233, 285–293.
- [1873b] Extrait d'une lettre à Mr Gordan sur l'expression $U \sin x + V \cos x + W$, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 76 (1873), pp. 303–311.
- [1873c] Extrait d'une lettre à Mr Borchardt sur quelques approximations algébriques, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 76 (1873), pp. 342–344.
- [1878] Sur les formules de Mr. Frenet, *Jornal de Sciencias Mathemáticas e Astronómicas*, 1 (1878), pp. 65–70.
- [1880] Sur l'intégrale $\int_0^{2\pi} f(\sin x, \cos x) dx$, *Jornal de Sciencias Mathemáticas e Astronómicas*, 2 (1880), pp. 65–67.

- [1885] Polynômes de Legendre, *Jornal de Sciencias Mathemáticas e Astronómicas*, 6 (1885), pp. 81–84.
 - [1892] Sur l'addition des arguments dans les fonctions elliptiques, *Jornal de Sciencias Mathemáticas e Astronómicas*, 11 (1892), pp. 65–66.
 - [1917] *Œuvres*, vol. IV, Paris: Gauthier-Villars, 1917.
 - [1984] Lettres à Gösta Mittag-Leffler (1874–1883), *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques*, 5 (1984), pp. 49–285.
 - [1985] Lettres à Gösta Mittag-Leffler (1884–1891), *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques*, 6 (1985), pp. 79–217.
 - [1989] Lettres à Gösta Mittag-Leffler (1892–1900), *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques*, 10 (1989), pp. 1–82.
- HURWITZ (Adolf)
- [1889] Sur le développement des fonctions satisfaisant à une équation différentielle algébrique, *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 3^e série, vol. 6 (1889), pp. 327–332.
- KHARLAMOVA (Vera Ivanova)
- [2013] *F. G. Teixeira e a comunidade matemática europeia nos séculos XIX-XX*, Doutoramento em Matemática, Universidade de Aveiro, 2013; <http://hdl.handle.net/10773/12875>.
- LAMBERT (Johann)
- [1768] Mémoire sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendentes circulaires et logarithmiques, *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin (année 1761)*, 17 (1768), pp. 265–322.
- LARTHOMAS (Pierre)
- [1999] La présentation des textes classiques, *L'Information grammaticale*, 83 (1999), pp. 32–34.
- NÖRLUND (Niels Erik)
- [1927] G. Mittag-Leffler, *Acta Mathematica*, 50 (1927), pp. i–xxiii.
- OGIGOVA (Helen)
- [1967] Les lettres de Ch. Hermite à A. Markoff, 1885–1899, *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 20-1 (1967), pp. 1–32.
- SARAIVA (Luís)
- [2014] A decisive journal in Portuguese mathematics: Gomes Teixeira's *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* (1877–1905), in Gerini (Christian) & Verdier (Norbert), eds., *L'émergence de la presse mathématique en Europe au XIX^e siècle*, London: College Publications, 2014, pp. 67–95.
- VILHENA (Henrique de)
- [1936] *O Prof. Doutor Francisco Gomes Teixeira (elogio, notas, notas de biografia, bibliografia, documentos)*, Lisboa: s.n., 1936.