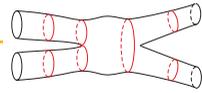


# De la géométrie à 11 — dimensions pour comprendre la Genèse?



Maurice Mashaal

*Les physiciens aspirent depuis longtemps à une théorie capable d'englober toutes les particules élémentaires et toutes leurs interactions.*

*Depuis une quinzaine d'années, ils ont une piste sérieuse.*

*Mais pour l'explorer, ils doivent naviguer dans des espaces hautement abstraits où même les mathématiciens ne s'étaient pas encore aventurés.*

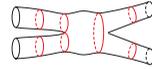
**t**out honnête homme sait que les scientifiques comme les physiciens ou les chimistes utilisent des mathématiques. Plus rares sont ceux qui savent à quel point cela est vrai, et combien profonde est l'imbrication entre mathématiques et sciences de la nature. Galilée a dit que le livre de la Nature est écrit en langage mathématique. Cette idée, le développement de la science moderne, et plus particulièrement celui de la physique, semble la confirmer pleinement. Il y a même plus qu'une confirmation : bien des penseurs s'étonnent de constater que les inventions ou découvertes mathématiques ont toujours fini par servir à la description de quelque aspect des phénomènes naturels. C'est l'étonnement devant la fameuse « déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature » dont parlait le physicien d'origine hongroise Eugene P. Wigner (1902-1995).

On ne sait pas vraiment pourquoi les mathématiques sont si « efficaces ». C'est une question encore ouverte, qui concerne la phi-

losophie de la connaissance. On n'essaiera pas ici d'y répondre, mais seulement d'illustrer cette efficacité dans le domaine de la physique la plus théorique et la plus fondamentale, celle qui n'a *a priori* aucune utilité matérielle — et de laquelle pourtant ont résulté des inventions cruciales comme le laser, le transistor ou l'énergie nucléaire...

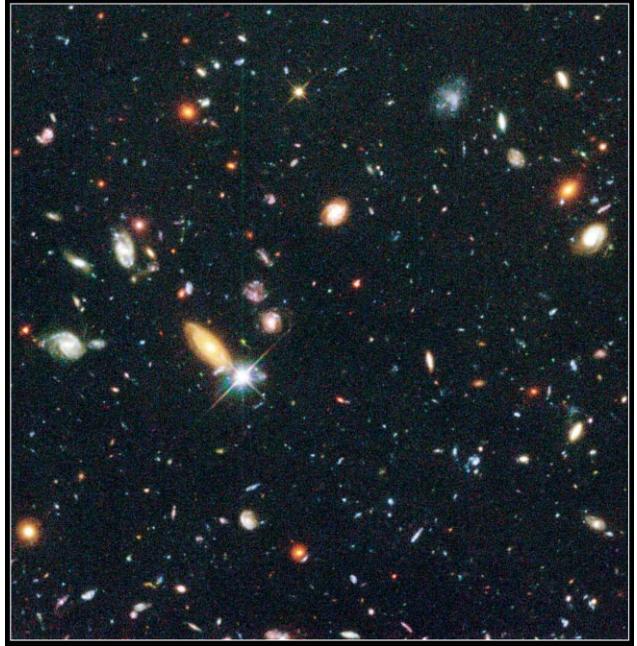
## *Physique et mathématiques, une longue histoire d'apports réciproques*

Les liens entre mathématiques et physique ne datent pas d'aujourd'hui. Le principe d'Archimède (« tout corps plongé dans un liquide subit une poussée égale au poids du volume de liquide déplacé ») ne constitue-t-il pas un énoncé mathématique portant sur un phénomène physique ? La physique n'a-t-elle pas connu des progrès spectaculaires grâce à la création du calcul différentiel et intégral par Newton et Leibniz, au XVII<sup>e</sup> siècle ? Qui plus est, ces liens ne sont pas toujours à sens unique,



un outil mathématique étant d'abord inventé puis appliqué à un problème de physique. Un exemple parmi bien d'autres en témoigne : c'est en s'intéressant au problème de la propagation de la chaleur que le mathématicien français Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) a conçu les « séries de Fourier » (il s'agit de sommes infinies de fonctions trigonométriques), qui jouent depuis un rôle extrêmement important dans les sciences et les techniques.

La physique du xx<sup>e</sup> siècle est riche en interactions avec les mathématiques. C'est le cas avec les deux grandes théories nées aux début de ce siècle, la théo-



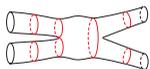
*Une myriade de galaxies très lointaines vues par le télescope spatial Hubble. La gravitation étant un élément clef de la naissance et de l'évolution de l'Univers, les spécialistes de cosmologie aimeraient disposer enfin d'une description de la force de gravitation compatible avec les principes de la physique quantique. La théorie des cordes exaucera-t-elle ce vœu? (Cliché R. Williams/HDF (STSci)/NASA)*

rie de la relativité d'Einstein et la mécanique quantique. La relativité (générale) d'Einstein est une théorie de la gravitation qui supprime celle de Newton ; elle repose sur des concepts radicalement différents, liés aux géométries non euclidiennes, introduites au xix<sup>e</sup> siècle, quand personne ne soupçonnait que de telles mathématiques puissent avoir un quelconque rapport avec la réalité. De même, quand des mathématiciens ont commencé à étudier les « espaces de Hilbert » (espaces abstraits dont les points peuvent être — par exemple — des fonctions vérifiant certaines conditions techniques), au début des années 1900, personne ne se doutait qu'une vingtaine d'années plus tard, les mathématiques des espaces de Hilbert allaient constituer le cadre adéquat pour for-

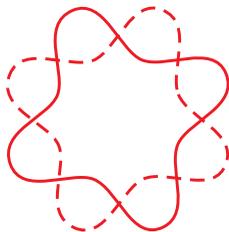
muler les lois de la mécanique quantique (qui se manifestent surtout à l'échelle atomique et subatomique). Réciproquement, les recherches fondamentales en relativité générale ou en mécanique quantique ont à leur tour stimulé des recherches purement mathématiques.

### *La physique des particules élémentaires, champ où se déploient des mathématiques très abstraites*

Regardons d'un peu plus près l'une des voies dans laquelle s'est développée la physique quantique : l'étude des particules dites



élémentaires et de leurs interactions. Au cours des décennies 1930-1950, s'est élaboré un cadre théorique d'une grande complexité, tant du point de vue des concepts que des techniques mathématiques mises en œuvre, appelé la *théorie quantique des champs*. C'est dans ce cadre, et avec la mise en évidence de nouvelles particules grâce aux accélérateurs de particules, que les physiciens ont découvert que le monde des particules élémentaires manifeste un certain nombre de symétries. La *théorie des groupes*, une importante branche des mathématiques fondée au XIX<sup>e</sup> siècle, a joué et continue à jouer un rôle capital dans l'élucidation de ces symétries (abstraites pour la plupart). C'est grâce à



Une corde fermée vibre de façon à présenter un nombre entier de crêtes et de creux. Les différentes particules subatomiques (électrons, photons, etc.) correspondraient aux différents modes de vibration de minuscules cordes fondamentales.

elle que, à plusieurs reprises, les théoriciens ont pu prédire l'existence de certaines particules, quelques années avant qu'elles ne soient découvertes par les expérimentateurs.

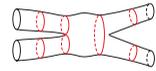
Dans les années 1970-1980, la théorie des particules élémentaires était parvenue au point où elle était capable de décrire de manière satisfaisante et unifiée toutes les particules connues et presque toutes leurs interactions. Pourquoi « presque » ? On connaît quatre interactions fondamentales — la force gravitationnelle, la force électromagnétique et deux

forces agissant à l'échelle nucléaire, l'interaction faible et l'interaction forte ; or les physiciens n'ont pas réussi à faire entrer la force gravitationnelle dans leur théorie, appelée le *Modèle standard* de la physique des particules.

### Concilier la gravitation avec la physique quantique : un défi fondamental qui semble à la portée de la théorie des cordes

Que signifie cette exception ? La gravitation semble correctement décrite par la relativité générale d'Einstein, mais la théorie d'Einstein n'est pas une théorie quantique, c'est-à-dire qu'elle n'intègre pas les principes (assez étranges, soit dit en passant) de la physique quantique. Or on ne voit pas du tout pourquoi, alors que toute la nature obéit aux lois quantiques, la gravitation en serait dispensée. D'où l'obstination des physiciens théoriciens de faire rentrer la gravitation dans le berceau quantique. Malgré plusieurs décennies d'efforts, ils n'y sont pas arrivés.

Cependant, depuis le milieu des années 1980, beaucoup d'entre eux croient que l'on tient le bon bout. En effet, c'est à cette époque qu'une nouvelle théorie encore inachevée mais prometteuse, appelée *théorie des cordes*, a gagné suffisamment de cohérence pour qu'on l'envisage sérieusement. Le contexte exact et les raisons précises qui ont poussé les théoriciens dans cette direction sont beaucoup trop techniques pour qu'on les explique ici. Il est également impossible d'expliquer de façon simple en quoi consiste la théorie des cordes. Disons juste, de façon très approximative, qu'elle suppose que les objets physiques fondamentaux ne sont pas des particules assimilées à des points (« philosophie » des théories



quantiques de champs traditionnelles), mais de minuscules cordes sans épaisseur — de petits morceaux de ligne, en quelque sorte; et que les différentes particules observées à notre échelle correspondraient aux différents modes de vibration des cordes, un peu comme les différents modes de vibration d'une corde de violon correspondent aux différentes notes musicales.

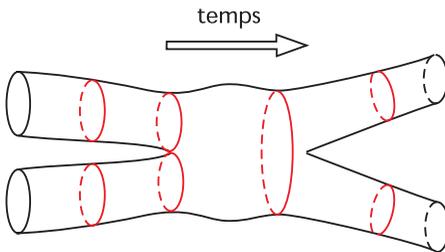
*Pour que les théories des cordes soient cohérentes, il faut que l'espace-temps possède 11 dimensions*

Les théories des cordes (théories au pluriel, car il en existe en fait plusieurs variantes) sont encore préliminaires et d'une complexité redoutable. Nombre de leurs aspects restent à défricher. De plus, il est pour le moment impossible de les mettre à l'épreuve de l'expérience, car les énergies que cela demanderait sont tout à fait inaccessibles, même avec les accélérateurs de particules les plus puissants dont nous disposons. Mais elles ont séduit les théoriciens, parce que ces théories (quantiques) intègrent de façon naturelle la gravitation, apparemment sans se heurter aux obstacles qui surgissaient dans les théories précédentes.

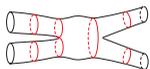
Si les physiciens réussissent à construire une théorie des cordes complète et cohérente, ils seront en mesure d'étudier de façon précise les phénomènes gravitationnels violents (de très haute énergie) qui se déroulent dans le cosmos, comme l'effondrement d'une grosse étoile sur elle-même, la physique des « trous noirs », etc. Ce sont aussi les mystères des tout premiers instants de la naissance de l'Univers — les premiers instants du fameux big bang, événement violent s'il en est — que l'on pourra mieux cerner. Une description quantique de la gravitation permettra certainement de faire un saut qualitatif et quantitatif dans la compréhension de l'Univers, de son origine et de son évolution.

Mais comme on l'a dit plus haut, les théories des cordes sont très compliquées. Elles impliquent des techniques mathématiques élaborées, souvent issues des recherches les plus récentes. De fait, les spécialistes qui étudient ces théories comprennent indifféremment des physiciens et des mathématiciens (plusieurs lauréats de la médaille Fields, la récompense suprême en mathématiques, ont consacré une part importante de leurs travaux aux théories des cordes; c'est le cas de l'Américain Edward Witten, ou du Russe installé en France Maxim Kontsevitch). Il a été

notamment établi que les théories des cordes ne peuvent être cohérentes que si l'on suppose que l'espace-temps possède non pas quatre dimensions (trois dimensions pour l'espace, une dimension pour le temps), mais bien davantage: 11 dimensions aux dernières nouvelles! Les sept dimensions supplémentaires, imperceptibles à nos sens car elles seraient refermées sur elles-mêmes en de minuscules



Représentation schématique de l'interaction entre deux cordes. Au cours du temps, qui s'écoule de gauche à droite dans ce schéma, une corde fermée balaie une surface analogue à un tube.



Edward Witten, l'un des principaux artisans de la théorie des cordes. On ne sait s'il faut le considérer comme un physicien ou comme un mathématicien... (Cliché : DR)

boucles, contribuent à l'abstraction et à la difficulté. La nécessité pour les théoriciens de manier des cordes et autres objets dans des espaces possédant un tel nombre de dimensions a créé un formidable terrain de collaboration entre physiciens et mathématiciens. Les recherches dans ce domaine ont eu autant de retombées pour les théories des cordes elles-mêmes que pour diverses branches des mathématiques fondamentales. C'est un bel exemple, dans l'histoire de la physique et des mathématiques, d'une liaison intime entre ces deux disciplines, les résultats de l'une nourrissant les recherches de l'autre. Le jeu en vaut bien la chandelle : bien que les théories des cordes soient encore hautement spéculatives, il ne s'agit rien de moins que de percer les énigmes de l'infiniment petit et de l'infiniment grand, c'est-à-dire, en définitive, celles de nos origines.

*Maurice Mashaal  
journaliste scientifique*

### Quelques références :

- B. Greene, *L'Univers élégant* (Robert Laffont, 2000).
- M. Duff, « Les nouvelles théories des cordes », *Pour la Science*, avril 1998.
- N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, « Les dimensions cachées de l'Univers », *Pour la Science*, octobre 2000.
- I. Antoniadis, E. Cremmer et K. S. Stelle, « Les supercordes », *Gazette des mathématiciens* n° 87, pp. 17-39, et n° 88, pp. 95-114 (janvier et avril 2001).
- P. Deligne et al. (eds.), *Quantum fields and strings : a course for mathematicians* (American Mathematical Society/Institute for Advanced Study, 1999).