

# Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

**Numéro 122** ENTROPY OF MEROMORPHIC MAPS  
**Nouvelle série** AND DYNAMICS  
OF BIRATIONAL MAPS

Henry DE THÉLIN & Gabriel VIGNY

2 0 1 0

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

---

*Comité de rédaction*

|                          |                     |
|--------------------------|---------------------|
| Jean BARGE               | Charles FAVRE       |
| Emmanuel BREUILLARD      | Daniel HUYBRECHTS   |
| Gérard BESSON            | Yves LE JAN         |
| Antoine CHAMBERT-LOIR    | Laure SAINT-RAYMOND |
| Jean-François DAT        | Wilhem SCHLAG       |
| Raphaël KRIKORIAN (dir.) |                     |

*Diffusion*

|                         |                          |                     |
|-------------------------|--------------------------|---------------------|
| Maison de la SMF        | Hindustan Book Agency    | AMS                 |
| Case 916 - Luminy       | O-131, The Shopping Mall | P.O. Box 6248       |
| 13288 Marseille Cedex 9 | Arjun Marg, DLF Phase 1  | Providence RI 02940 |
| France                  | Gurgaon 122002, Haryana  | USA                 |
| smf@smf.univ-mrs.fr     | Inde                     | www.ams.org         |

*Tarifs*

*Vente au numéro* : 28 € (\$42)  
*Abonnement* Europe : 255 €, hors Europe : 290 € (\$435)  
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

*Secrétariat : Nathalie Christiaën*

Mémoires de la SMF  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96  
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2010

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISSN 0249-633-X  
ISBN 978-85629-302-7

Directrice de la publication : Aline BONAMI

---

ENTROPY OF MEROMORPHIC MAPS  
AND DYNAMICS OF  
BIRATIONAL MAPS

Henry De Thélin  
Gabriel Vigny

*Henry De Thélin*

Laboratoire Analyse, Géométrie et Applications, UMR 7539, Institut Galilée,  
Université Paris 13, 99 av. J.-B. Clément, 93430 Villetaneuse, France.

*E-mail* : `dethelin@math.univ-paris13.fr`

*Gabriel Vigny*

LAMFA - UMR 6140, U. P. J. V. 33, rue Saint-Leu, 80039 Amiens, France.

*E-mail* : `gabriel.vigny@u-picardie.fr`

---

**2000 Mathematics Subject Classification.** – 37Fxx, 32H04, 32Uxx, 37A35, 37Dxx.

**Key words and phrases.** – Complex dynamics, meromorphic maps, super-potentials, currents, entropy, hyperbolic measure.

---

# ENTROPY OF MEROMORPHIC MAPS AND DYNAMICS OF BIRATIONAL MAPS

Henry De Thélin, Gabriel Vigny

**Abstract.** – We study the dynamics of meromorphic maps for a compact Kähler manifold  $X$ . More precisely, we give a simple criterion that allows us to produce a measure of maximal entropy. We can apply this result to bound the Lyapunov exponents.

Then, we study the particular case of a family of generic birational maps of  $\mathbb{P}^k$  for which we construct the Green currents and the equilibrium measure. We use for that the theory of super-potentials. We show that the measure is mixing and gives no mass to pluripolar sets. Using the criterion we get that the measure is of maximal entropy. It implies finally that the measure is hyperbolic.

**Résumé (Entropie des applications méromorphes et dynamique des applications birationnelles)**

On étudie la dynamique des applications méromorphes sur les variétés kählériennes compactes. Plus précisément, on donne un critère simple qui permet de produire des mesures d'entropie maximale. On peut appliquer ce résultat pour borner les exposants de Lyapounov.

Ensuite, on étudie le cas particulier d'une famille générique d'applications birationnelles de  $\mathbb{P}^k$  pour laquelle on construit les courants de Green et la mesure d'équilibre. On utilise pour cela la théorie des super-potentiels. On montre que la mesure est mélangeante et qu'elle n'a pas de masse sur les ensembles pluripolaires. En utilisant le critère on obtient que la mesure est d'entropie maximale. Cela implique finalement que la mesure est hyperbolique.