

Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 123
Nouvelle série

**PROJECTIONS IN SEVERAL
COMPLEX VARIABLES**

Chin-Yu HSIAO

2 0 1 0

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Comité de rédaction

Jean BARGE	Charles FAVRE
Emmanuel BREUILLARD	Daniel HUYBRECHTS
Gérard BESSON	Yves LE JAN
Antoine CHAMBERT-LOIR	Laure SAINT-RAYMOND
Jean-François DAT	Wilhem SCHLAG
Raphaël KRIKORIAN (dir.)	

Diffusion

Maison de la SMF	Hindustan Book Agency	AMS
Case 916 - Luminy	O-131, The Shopping Mall	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Arjun Marg, DLF Phase 1	Providence RI 02940
France	Gurgaon 122002, Haryana	USA
smf@smf.univ-mrs.fr	Inde	www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 28 € (\$42)
Abonnement Europe : 255 €, hors Europe : 290 € (\$435)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2010

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0249-633-X

ISBN 978-85629-304-1

Directrice de la publication : Aline BONAMI

PROJECTIONS IN SEVERAL COMPLEX
VARIABLES

Chin-Yu Hsiao

C.-Y. Hsiao

E-mail : `chsiao@math.uni-koeln.de`

2000 Mathematics Subject Classification. – 32A25, 32V05, 32V20, 32W30, 58A14.

Key words and phrases. – CR manifold, Szegő kernel, Bergman kernel, heat equation, microlocal analysis.

PROJECTIONS IN SEVERAL COMPLEX VARIABLES

Chin-Yu Hsiao

Abstract. – This work consists two parts. In the first part, we completely study the heat equation method of Menikoff-Sjöstrand and apply it to the Kohn Laplacian defined on a compact orientable connected CR manifold. We then get the full asymptotic expansion of the Szegő projection for $(0, q)$ forms when the Levi form is non-degenerate. This generalizes a result of Boutet de Monvel and Sjöstrand for $(0, 0)$ forms. Our main tools are Fourier integral operators with complex valued phase Melin and Sjöstrand functions.

In the second part, we obtain the full asymptotic expansion of the Bergman projection for $(0, q)$ forms when the Levi form is non-degenerate. This also generalizes a result of Boutet de Monvel and Sjöstrand for $(0, 0)$ forms. We introduce a new operator analogous to the Kohn Laplacian defined on the boundary of a domain and we apply the heat equation method of Menikoff and Sjöstrand to this operator. We obtain a description of a new Szegő projection up to smoothing operators. Finally, we get our main result by using the Poisson operator.

Résumé (Projecteurs en plusieurs variables complexes). – Ce travail comporte deux parties. Dans la première, nous appliquons la méthode de Menikoff-Sjöstrand au laplacien de Kohn, défini sur une variété CR compacte orientée connexe et nous obtenons un développement asymptotique complet du projecteur de Szegő pour les $(0, q)$ formes quand la forme de Levi est non-dégénérée. Cela généralise un résultat de Boutet de Monvel et Sjöstrand pour les $(0, 0)$ formes. Nous utilisons des opérateurs intégraux de Fourier à phases complexes de Melin et Sjöstrand.

Dans la deuxième partie, nous obtenons un développement asymptotique de la singularité du noyau de Bergman pour les $(0, q)$ formes quand la forme de Levi est non-dégénérée. Cela généralise un résultat de Boutet de Monvel et Sjöstrand pour les $(0, 0)$ formes. Nous introduisons un nouvel opérateur analogue au laplacien de Kohn défini sur le bord du domaine, et nous y appliquons la méthode de Menikoff-Sjöstrand. Cela donne une description modulo les opérateurs régularisants d'un nouvel projecteur de Szegő. Enfin, nous obtenons notre résultat principal en utilisant l'opérateur de Poisson.