

Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 129
Nouvelle série

**ALGÈBRES DE LIE DE DIMENSION
INFINIE ET THÉORIE DE LA
DESCENTE**

Wilhelm Alexander STEINMETZ ZIKESCH

2 0 1 2

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Comité de rédaction

Jean BARGE	Charles FAVRE
Emmanuel BREUILLARD	Daniel HUYBRECHTS
Gérard BESSON	Yves LE JAN
Antoine CHAMBERT-LOIR	Laure SAINT-RAYMOND
Jean-François DAT	Wilhem SCHLAG
Raphaël KRIKORIAN (dir.)	

Diffusion

Maison de la SMF Case 916 - Luminy 13288 Marseille Cedex 9 France smf@smf.univ-mrs.fr	Hindustan Book Agency O-131, The Shopping Mall Arjun Marg, DLF Phase 1 Gurgaon 122002, Haryana Inde	AMS P.O. Box 6248 Providence RI 02940 USA www.ams.org
---	---	---

Tarifs 2012

Vente au numéro : 32 € (\$48)
Abonnement Europe : 255 €, hors Europe : 290 € (\$435)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2012

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0249-633-X

ISBN 978-2-85629-349-2

Directrice de la publication : Alice BONAMI

MÉMOIRES DE LA SMF 129

**ALGÈBRES DE LIE DE DIMENSION
INFINIE ET THÉORIE DE LA
DESCENTE**

Wilhelm Alexander Steinmetz Zikesch

Société Mathématique de France 2012
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Wilhelm Alexander Steinmetz Zikesch

Laboratoire de Mathématiques, Bât. 425, Université Paris-Sud XI, 91405 Orsay
(France).

E-mail : `alexander.steinmetz@gmail.com`

Mots clefs. — Algèbre de Lie de dimension infinie, EALA, anneau de polynômes de Laurent, cohomologie galoisienne, groupe algébrique linéaire classique, algèbre d’Azumaya à involution, forme hermitienne, théorie de Witt triangulaire.

ALGÈBRES DE LIE DE DIMENSION INFINIE ET THÉORIE DE LA DESCENTE

Wilhelm Alexander Steinmetz Zikesch

Résumé. — Soit k un corps algébriquement clos de caractéristique zéro et soit R un anneau de polynômes de Laurent en deux variables sur k . La motivation principale derrière ce travail est une classe d'algèbres de Lie de dimension infinie sur k , appelées *extended affine Lie algebras* (EALAs). Ces algèbres correspondent à des torsors sous des groupes algébriques linéaires sur R . Dans ce travail nous classifions les R -torsors sous les groupes classiques de rang assez grand pour les types A extérieur, B, C, D et pour le type A intérieur sous des hypothèses plus fortes. Ainsi, nous pouvons déduire des résultats sur des EALAs. Nous obtenons aussi une réponse affirmative à une variante de la conjecture II de Serre pour l'anneau R : tout R -torsor lisse sous un groupe semi-simple simplement connexe de rang assez grand de type classique B, C et D est trivial.

Abstract. — Let k be an algebraically closed field of characteristic zero and let R be the Laurent polynomial ring in two variables over k . The main motivation behind this work is a class of infinite dimensional Lie algebras over k , called *extended affine Lie algebras* (EALAs). These algebras correspond to torsors under algebraic groups over R . In this work we classify R -torsors under classical groups of large enough rank for outer type A and types B, C, D , as well as for inner type A under stronger hypotheses. We can thus deduce results on EALAs. We also obtain a positive answer to a variant of Serre's Conjecture II for the ring R : every smooth R -torsor under a semi-simple simply connected R -group of large enough rank of classical type B, C, D is trivial.