

Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

GLOBAL ASPECTS OF THE
REDUCIBILITY OF
QUASIPERIODIC COCYCLES
IN SEMISIMPLE COMPACT
LIE GROUPS

Numéro 146

Nouvelle série

2 0 1 6

Nikolaos KARALIOLIOS

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Comité de rédaction

Valérie BERTHÉ
Gérard BESSON
Emmanuel BREUILLARD
Yann BUGEAUD
Jean-François DAT
Charles FAVRE

Raphaël KRIKORIAN
O' Grady KIERAN
Julien MARCHÉ
Emmanuel RUSS
Christophe SABOT
Wilhelm SCHLAG

Pascal HUBERT (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 45 € (\$67)

Abonnement Europe : 138 € hors Europe : 154 € (\$231)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2016

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0249-633-X

ISBN 978-2-85629-832-9

Directeur de la publication : Marc PEIGNÉ

MÉMOIRES DE LA SMF 146

GLOBAL ASPECTS OF THE
REDUCIBILITY OF
QUASIPERIODIC COCYCLES
IN SEMISIMPLE COMPACT
LIE GROUPS

Nikolaos Karaliolios

Société Mathématique de France 2016

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Nikolaos Karaliolios

CNRS, IMJ-PRG, UMR 7586, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité,
Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, 75013, Paris, France..

E-mail : nkaraliolios@gmail.com

2010 Mathematics Subject Classification. — 37C55, 37C05.

Key words and phrases. — K.A.M. theory, Renormalization, Quasiperiodic Cycles, Compact Semisimple Lie Groups.

GLOBAL ASPECTS OF THE REDUCIBILITY OF QUASIPERIODIC COCYCLES IN SEMISIMPLE COMPACT LIE GROUPS

Nikolaos Karaliolios

Abstract. — In this mémoire we study quasiperiodic cocycles in semi-simple compact Lie groups. For the greatest part of our study, we will focus ourselves to one-frequency cocycles. We will prove that C^∞ -reducible cocycles are dense in the C^∞ topology, for a full measure set of frequencies. Moreover, we will show that every cocycle (or an appropriate iterate of it, if homotopy appears as an obstruction) is almost torus-reducible (i.e. can be conjugated arbitrarily close to cocycles taking values in an abelian subgroup of G). In the course of the proof we will firstly define two invariants of the dynamics, which we will call *energy* and *degree* and which give a preliminary distinction between (almost-)reducible and non-reducible cocycles. We will then take up the proof of the density theorem. We will show that an algorithm of *renormalization* converges to perturbations of simple models, indexed by the degree. Finally, we will analyze these perturbations using methods inspired by K.A.M. theory.