Marco MACULAN

DIOPHANTINE APPLICATIONS OF GEOMETRIC INVARIANT THEORY

MÉMOIRES DE LA SMF 152

Société Mathématique de France 2017

Diffusion

Maison de la SMF
B.P. 67
13274 Marseille Cedex 9
France
christian.smf@cirm-math.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs 2017

Vente au numéro : 35 € ($ 52)
Abonnement électronique : 113 € ($ 170)
Abonnement avec supplément papier : 162 €, *hors Europe :* 186 € ($ 279)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
memsmf@ihp.fr • http://smf.emath.fr/

ISSN 0249-633X (print) 2275-3230 (electronic)

ISBN 978-2-85629-865-7

Stéphane SEURET
Directeur de la publication

MÉMOIRES DE LA SMF 152

DIOPHANTINE APPLICATIONS OF GEOMETRIC INVARIANT THEORY

Marco MACULAN

Société Mathématique de France 2017
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

M. MACULAN
Institut Mathématique de Jussieu, Université Pierre et Marie Curie,
4 place Jussieu, 75005 Paris.
E-mail : marco.maculan@imj-prg.fr
Url : http://webusers.imj-prg.fr/~marco.maculan/

2010 *Mathematics Subject Classification*. --- Primary 14L24, 14G40, 11K60, 14G22.

***Key words and phrases*.** --- Geometric Invariant Theory, diophantine approximation, Roth's Theorem, Berkovich spaces, height of semi-stable points.

***DOI*.** --- 10.24033/msmf.460.

Partially supported by ANR research project "Positive" ANR-2010-BLAN-0119-01.

DIOPHANTINE APPLICATIONS OF GEOMETRIC INVARIANT THEORY

Marco MACULAN

***Abstract*.** --- This text consists of two parts. In the first one we present a proof of Thue-Siegel-Roth's Theorem (and its more recent variants, such as those of Lang for number fields and that "with moving targets" of Vojta) as an application of Geometric Invariant Theory (GIT). Roth's Theorem is deduced from a general formula comparing the height of a semi-stable point and the height of its projection on the GIT quotient. In this setting, the role of the zero estimates appearing in the classical proof is played by the geometric semi-stability of the point to which we apply the formula.

In the second part we study heights on GIT quotients. We generalise Burnol's construction of the height and refine diverse lower bounds of the height of semi-stable points established to Bost, Zhang, Gasbarri and Chen. The proof of Burnol's formula is based on a non-archimedean version of Kempf-Ness theory (in the framework of Berkovich analytic spaces) which completes the former work of Burnol.

***Résumé* (*Applications diophantiennes de la théorie géométrique des invariants*)**

Ce texte est constitué de deux parties. Dans la première nous présentons une preuve du théorème de Thue-Siegel-Roth (et des variantes plus récentes, comme celle de Lang pour le corps de nombres et celle with moving targets de Vojta) basée sur la théorie géométrique des invariants (GIT). Le théorème de Roth est déduit d'une formule reliant la hauteur d'un point semi-stable et la hauteur de sa projection dans le quotient GIT. Dans ce cadre, le rôle du « lemme des zéros » présent dans la preuve classique est joué par la semi-stabilité géométrique du point auquel on applique la formule.

Dans la deuxième partie nous étudions la hauteur sur les quotients GIT. Nous généralisons la construction de Burnol de cette hauteur et nous améliorons plusieurs minorations de la hauteur de point semi-stables précédemment établies par Bost, Zhang Gasbarri et Chen. La preuve de la formule de Burnol porte sur une version non-archimédienne de la théorie de Kempf-Ness (dans le langage de la géométrie analytique de Berkovich), qui complète le travail antérieur de Burnol.