Revue d'histoire des mathématiques,
6 (2000), p. 293–303.

LA MULTIPLICATION BABYLONIENNE : LA PART NON ÉCRITE DU CALCUL

Christine PROUST (*)

RÉSUMÉ. — Certains types d'erreurs de calcul dans les textes numériques babyloniens, aussi bien anciens (époque paléo-babylonienne) que plus récents (époque séleucide), sont récurrents et caractéristiques des nombres à plus de 5 positions sexagésimales. Ces erreurs pourraient donner des indices sur le procédé de multiplication des nombres à plus de 5 chiffres. Les nombres de grande taille seraient coupés en deux morceaux, les morceaux étant multipliés séparément, puis recollés par addition. Cette méthode met en lumière une limitation des capacités de traitement de la multiplication aux nombres à 5 chiffres, résultant d'une contrainte matérielle que pourrait imposer un instrument de calcul. Dans son origine, sa conception ou son fonctionnement, cet instrument de calcul pourrait être tributaire des cinq doigts de la main. La présence insistante et souvent énigmatique du mot « main » dans le vocabulaire sumérien de la numération est un indice à prendre en considération.

ABSTRACT. — BABYLONIAN MULTIPLICATION : THE UNWRITTEN SIDE OF CALCULATION. — Certain kinds of calculation errors found in Babylonian texts, dating either from the Old Babylonian period or the more recent Seleucid period, recur and are characteristic in the use of numbers with more than five sexagesimal positions. These errors might give clues about the multiplication process of such numbers. Numbers of a large size would have been cut into two pieces, each of which was then multiplied separately, and the pieces recombined by addition. This method brings to light a limitation to five digits in the multiplication process, which might have been induced by the use of some kind of a counting instrument. The instrument possibly depended on the five fingers of the hand, either in its origin, concept or operation. The persistent and often enigmatic occurrence of the word "hand" in the Sumerian vocabulary for numeration are worth looking into in order to substantiate this hypothesis.

LAPSUS NUMÉRIQUES

Les observations qui suivent ont été suscitées dans leur enchaînement par une note à paraître de Jens Høyrup [2000]. Elles voudraient contribuer à la réflexion concernant les méthodes du calcul numérique babylonien, en particulier la part non écrite des procédés de multiplication. Jens Høyrup

(*) Texte reçu le 16 mars 2001.
C. PROUST, 18 rue de Turbigo, 75002 Paris (France).
Courrier électronique : christine.proust@wanadoo.fr
Mots clés : calcul numérique, multiplication babylonienne, nombres abstraits, numération sexagésimale de position, zéro séleucide, erreurs de calcul, abaque, calcul digital.
Classification AMS : 01A17, AO6456, N3958.

revient sur ce problème dans sa note à propos d'erreurs dans le calcul du carré de 10.50 (BM 13901) et de 14.48.53 20 (TMS XIX)[1]. Par exemple, le calcul du carré de 14.48.53.20 recèle une erreur d'un genre assez répandu dans les textes de calcul numérique : ligne 4, le scribe trouve

3.39.28.44.26.40   au lieu de   3.39.28.4**3.27.2**4.26.40

comme s'il avait oublié les quatre chiffres centraux. D'après J. Høyrup, l'analyse de ces erreurs apporte de nouveaux arguments en faveur de l'existence d'outils de calcul non écrits, évoquée de façon récurrente par les historiens des mathématiques babyloniennes. D'autre part, les étapes du calcul ne sont pas écrites (elles ne le sont jamais dans les tablettes qui donnent le carré numérique d'un nombre) et on peut difficilement croire que le seul calcul mental puisse suffire à mener à bien une telle suite de multiplications et d'additions élémentaires, sans l'aide d'un support matériel. Des erreurs du même type se retrouvent dans les grands textes de calcul numérique babylonien, en particulier la table d'inverses AO 6456 et la table de triplets pythagoriciens Plimpton 322, ainsi que plusieurs textes provenant de Nippur. Ces tablettes, quoique provenant toutes de la même région, l'ancien pays de Sumer, sont très éloignées chronologiquement, puisque plus de mille ans les séparent, AO 6456 étant d'époque séleucide (contemporaine de la Grèce hellénistique), tandis que les autres datent de l'époque paléo-babylonienne (vers −1800). Néanmoins, une cause unique est vraisemblablement à la source de ces erreurs apparentées et persistantes sur une très longue période.

LES NOMBRES ABSTRAITS

Avant de présenter les anomalies de calcul dans les textes ci-dessus, peut-être est-il utile de préciser quelques caractéristiques de l'écriture des nombres dans le milieu savant des écoles de scribes. Tout d'abord, plusieurs systèmes coexistent, remplissant des fonctions tout à fait différentes. Divers systèmes de principe additif et de bases variables sont utilisés dans la mesure[2]. Ces nombres peuvent être qualifiés de « concrets » :

[1] Pour des précisions concernant l'écriture et la transcription des nombres babyloniens, voir le paragraphe suivant.

[2] Les principaux systèmes additifs impliqués dans la mesure sont les systèmes S et G. Pour une description détaillée de ces systèmes et de leur origine archaïque, voir les travaux de J. Friberg et de J. Ritter, notamment [Friberg 1995 et 1997] et [Ritter 1999].

ils renvoient à des grandeurs, et, du fait même de leur principe additif, la position des unités (donc leur ordre de grandeur) est identifiée ; les fractions sont à ranger dans cette catégorie. Les nombres des textes et des tables mathématiques sont de tout autre nature. Ils sont caractéristiques des textes savants écrits dans un contexte scolaire. Ces nombres, de principe positionnel et de base 60, n'ont pas de marque permettant de déterminer la position des unités, donc l'ordre de grandeur (comme par exemple ce qui correspondrait à nos zéros en positions finales ou à notre virgule). Ils sont utilisés exclusivement pour le calcul. On peut les qualifier de « nombres abstraits »[3]. Ce sont d'eux qu'il s'agit dans le présent article. Les chiffres de 1 à 59 sont écrits en système additif et en base 10. Il y a donc une base 10 auxiliaire et des « sous-chiffres » pour les unités et les dizaines des chiffres principaux. La transcription adopte le même système :

se transcrit 21 42 05, ou bien 21.42.5, et équivaut à $21 \cdot 60^2 + 42 \cdot 60 + 5$ à un facteur 60^n près, puisque le chiffre des unités n'est pas fixé[4]. Dans ce nombre, 42 est un chiffre principal, tandis que 4 et 2 sont des « sous-chiffres ». Une des grandes faiblesses de l'écriture paléo-babylonienne est l'absence de signe pour indiquer des chiffres manquants dans la liste des puissances de 60 successives. Ainsi, 12.34 et 12.0.34 sont écrits de la même façon. Les astronomes de l'époque séleucide ont remédié à cet inconvénient en utilisant un signe spécial pour le zéro en position médiane. Leur usage du zéro n'est cependant pas tout à fait stable, et il arrive que le zéro séleucide intervienne comme sous-chiffre. Par exemple, dans 27.20.$\underline{\mathbf{0}}$.15, le zéro en caractère gras peut être un chiffre (il s'agit alors d'un zéro fautif, comme le contexte de la tablette l'indique sans ambiguïté) ; mais ce zéro peut aussi avoir une fonction de sous-chiffre, et la transcription serait alors 27.$\underline{\mathbf{20}}$.15 (il n'y a alors pas d'erreur). L'usage du zéro comme

[3] Cette distinction entre nombres abstraits et concrets a été faite par Thureau-Dangin [1932, p. 131]. J'ai abordé certaines questions soulevées par cette distinction dans mon mémoire de DEA « Activités mathématiques dans la Nippur paléo-babylonienne » (1999) et je me propose de les approfondir dans ma thèse en cours.

[4] Il serait plus clair d'adopter systématiquement dans la transcription le système de « translitération conforme » de J. Friberg : les dizaines sont surlignées, ce qui évite l'usage anachronique du « sous-chiffre » zéro. Par exemple, 1.30 serait transcrit 1 $\overline{3}$.

sous-chiffre n'étant pas systématique, il est difficile de trancher entre ces deux interprétations. Dans ce qui suit, ce type de zéro est présenté comme une erreur, mais il ne faut pas exclure l'autre explication.

LES ERREURS DANS AO 6456

La tablette AO 6456, conservée aujourd'hui aux Antiquités Orientales du Louvre, est une grande table d'inverses d'époque séleucide ($\approx$ 300 av. J.C.), provenant d'Uruk, le grand centre savant de la Mésopotamie d'alors. La copie a été publiée par Thureau-Dangin en 1922 (planches 55–58), la transcription par Neugebauer en 1935 (p. 14–22) et une interprétation mathématique par Bruins en 1970. On se bornera ici à lister les erreurs, sans entrer dans une analyse de l'ensemble du texte. La tablette comporte 140 lignes en tout. Le tableau suivant donne la transcription de toutes les lignes qui présentent des erreurs, quel que soit leur type ; celles qui nous intéressent ici sont en caractères gras.

- colonne 1 : numéro de la ligne ;
- colonnes 2 et 3 : transcription de la tablette ;
- colonne 4 : corrections (les corrections écrites dans cette colonne remplacent la partie soulignée des nombres écrits dans les colonnes 2 et 3) ; remarques éventuelles en-dessous.

face, colonne 1

5	1.1.2.6.33.45	58.58.56.$\underline{33.45}$*	*38.24
14	1.4.$\underline{17}$*.1.28.53.20	55.59.13.55.12	*18
15	1.4.48	$\underline{45}$*.33.20	*55
30	1.12.49.4	49.26.$\underline{17}$*.30.56.15	*18

face, colonne 2

3	**1.16.53.12.11.15**	**46.49.19.$\underline{54.58}$*.53.20**	*40.14.48
	(40 et 14 ont été ajoutés fautivement + erreur de dizaine)		
5	**1.17.40.20.16**	**46.20.54.51.$\underline{54}$*.3.45**	*30.14
	(30 et 14 ont été ajoutés fautivement + erreur de dizaine)		
12	1.21.22.48.45	44.14.12.28.$\underline{45}$*	*48
16	1.22.23.$\underline{51}$*.51.33.45	43.41.26.24	*50
21	1.24.$\underline{13}$*.47.24.26.40	42.42.53.26.15	*16

23	**1.25.25.46.52.30** (8 et 23 ont été ajoutés fautivement)	**42.31*.42.13.20**	*8.23
28	1.27.53.26.15	40.47*.36	*57
32	**1.29.12.19.26.34.23.19.4 59.43.20.12.20.34*.26.40**	**40.21.42**.41.***.9**	*38.8.36.52.20.44 **22, ***0
33	1.19*.40.50.24.27	**40.0**.8.32.44.57.28. 29.55.20.9.52.35.33.20**	*29, **zéro fautif (en trop)
34	1.31.7.30	39.30.23*.13.20	*22

revers, colonne 1

3	**1.32.41.49.43.*.28.7.30**	**38.50.10.0**.8**	*zéro omis, **zéro fautif (en trop)
4	1.33.15*.43.12	38.24**.48.53.20	*18, **34
6	1.34.48.53.20	37.48*.7.30	*58
7	1.34.55.18.35*	37.45**.33.20	*45, **55
8	1.37*.27.**.13.20	37.9***. 29.16.48	*38, **2, ***19
9	1.37.29*.22.30	36.51.50.24	*39
10	**1.37.32.45.58.50. 51.51.6.40**	**36.54.20.0*.15**	*zéro fautif (en trop)
13	1.38.52.27*.1.52.30	36.24.32	*37
18	1.43*.20.59.15.33.20	34.10.18.48**	*45, **45
22	1.49.21	32.45*.18.31.6.40	*55
26	1.53.46.40	31.38.25*.15	*26
33	1.57.*.53.16.48	30.31.6**.13***.52.30	*57 manquant, **3, ***16 (permutation 6 ↔ 3)
34	1.58.31.6.40	30.32*.30	*22
35	**1.58.36*.15**	**29**.20.26.40**	*39.8.26 oubli de tous les chiffres entre 3 et 6, **30