PREFACE

En 1999 s'est tenue à Kénitra une école d'été sur le thème *Analyse sur les goupes de Lie et théorie des représentations.* Chacun des cours qui y était donné présentait un développement récent dans ce domaine. Parallèlement un séminaire a permis aux participants de présenter leurs travaux. Ce volume rassemble les notes de trois des cours, rédigés dans le souci de rendre accessibles de nouvelles directions à des chercheurs en analyse harmonique :

Michèle Vergne : *Cohomologie équivariante et théorème de Stokes*

François Rouvière : *Espaces de Damek Ricci, géométrie et analyse*

Jacques Faraut : *Espaces hilbertiens invariants de fonctions holomorphes*

La cohomologie équivariante, introduite par N. Berline et M. Vergne, permet d'établir une formule de la phase stationnaire exacte. Dans ce cours on présente la cohomologie équivariante dans le cas de l'action du cercle sur une variété, et son calcul explicite lorsque la variété est un espace vectoriel. En utilisant un théorème de partition de l'unité en cohomologie équivariante due à P. Paradan, on établit une formule de localisation qui permet d'exprimer l'intégrale d'une forme équivariante fermée comme une somme sur l'ensemble des points fixes lorsqu'ils sont isolés. L'exemple de l'action du cercle sur un espace projectif est étudié en détail. Une application en est donnée au calcul de l'intégrale de l'exponentielle sur un polyèdre convexe. On montre enfin comment la formule de localisation permet d'obtenir le théorème de Duistermaat-Heckman.

Une variété riemannienne est dite harmonique si le laplacien d'une fonction radiale est aussi radiale. Les espaces riemanniens symétriques de rang un sont harmoniques. La question de savoir si ce sont les seules variétés harmoniques, soulevée par A. Lichnérowicz, est restée ouverte jusqu'à ce que E. Damek et F. Ricci construisent une large famille de variétés harmoniques qui ne sont pas symétriques en général. Ces variétés sont appelées depuis espaces de Damek-Ricci. La plus petite dimension d'un espace de Damek-Ricci non symétrique est égale à 7. Ce cours présente cette contruction. Elle utilise les algèbres de Lie nilpotentes de type Heisenberg qui avaient été introduites par A. Kaplan, et qui sont en relation avec les représentations des algèbres de Clifford. On y développe ensuite l'analyse de Fourier d'un tel espace qui ressemble à celle d'un espace symétrique de rang un de type non compact. Mais les démonstrations sont plus délicates car en général un espace de Damek-Ricci n'est pas doublement transitif.

L'ensemble des sous-espaces hilbertiens invariants de fonctions holomorphes sur une variété complexe qui sont invariant par un groupe d'automorphisme possède une structure de cône convexe. La théorie de Choquet permet de les analyser, et de donner une représentation intégrale de leurs noyaux reproduisants. Une condition géométrique simple, proposée par J. Faraut et E. Thomas, en assure l'unicité. On étudie en particulier le cas où la variété complexe est un domaine dans la complexification d'un espace riemannien symétrique compact, et on y expose les travaux de M. Lassale sur les séries de Laurent. Une application en est donnée à la transformation de Bargmann-Segal.

Cette école d'été, organisée et financée conjointement par le Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées (CIMPA) et plusieurs universités marocaines, s'est déroulée à Kénitra du 19 juillet au 4 août 1999. Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à ces organismes pour leur invitation, et tout particulièrement aux Professeurs Mohamed Akkouchi et Allal Bakali pour la qualité de l'organisation et leur accueil à l'université Ibn Tofail de Kénitra.

SÉMINAIRE

Un séminaire quotidien a permis aux participants de présenter leurs travaux de recherche. Ce séminaire a eu beaucoup de succès et les exposés étaient en général de grande qualité. Toutes les équipes d'analyse harmonique des universités marocaines étaient bien représentées. Citons les principaux thèmes du séminaire :

– Analyse sur les domaines de $\mathbb{C}^n$,
– Représentations des groupes localement compacts, paires de Gelfand,
– Transformation de Radon, analyse sur les espaces de Damek-Ricci,
– Analyse harmonique et fonctions spéciales,
– $*$-produits.

Liste des exposés

Mercredi 21 juillet

Ahmed Sebbar, *Zéros des noyaux de Bergman, points d'équilibre et formes de Jacobi*

Abdelkarim Bourouihia, *Sur les algèbres compactifiantes*

Salem Ben Said, *Espaces de Bergman pondérés et correspondance de Howe*

Jeudi 22 juillet

Abdel Latif Mortajine, *Covariants relatifs des espaces préhomogènes réguliers*

Carina Boyalian, *Orthogonal polynomials and representation theory*

Mohammed Mesk, *Polynômes de Laguerre de deux variables*

Vendredi 23 juillet

Mamour Sankhe, *Formules explicites d'un opérateur unitairement équivalent au Laplacien d'une nilvariété de rang quelconque*

Nour el Houda Mahmoud, *Algèbres de rang deux, trois et système de Bessel*

Raja Essoussi, *Distributions centrales sur le produit semi-direct* $S \ltimes \mathbb{H}$

Lundi 26 juillet

Abderrahmane Essadiq, *q-polynômes orhtogonaux associés aux q-espaces de type q-Bergman*

Mohamed Ould Mustapha, *Noyau de la chaleur sur la boule unité de* $\mathbb{C}^n$

Mardi 27 juillet

Fatima Bouchiba, *Caractérisation des transformées de Bargmann des fonctions d'onde de Bloch de carré intégrable sur* $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$

Khadija Ayaz, *Formule des traces de Selberg pour l'opérateur des ondes sur les formes automorphes de poids k sur la boule de* $\mathbb{C}^n$

Abdelhamid Boussejra, *Système de Hua et intégrale de Poisson-Shilov dans la boule matricielle de rang deux*

Mercredi 28 juillet

Omar El Fourchi, *Transformation de Radon horocyclique sur l'espace de Damek-Ricci*

Hassan Sami, *Noyau de Poisson sur certains groupes NA*

Radouan Daher, *Sur la transformation d'Abel*

Vendredi 30 juillet

Angella Gammella, *Produits-star tangentiels pour les algèbres de Lie*

Meryem El Beggar, *Star-représentation*

My Hicham Laloui Rhali, *Une caractérisation des $*_\nu$-produits et des $*_\nu$-produits faibles*

Belaid Bouikhalene, *Sur la paire $\big(SO(n+2), SO(n)\big)$*

Lundi 2 août

Taieb Daamache, *Groupe affine, fonctions et polynômes d'Hermite*

Mardi 3 août

Karim Ankabout, *Extension de la relation d'orthogonalité de Schur*

Samir Kabbaj, *Sur la série discrète d'un groupe localement compact*

Mohammed Ait Sibaha, *Caractérisation des fonctions μ-sphériques par des équations intégro-différentielles*

Mohammed Akkouchi, *Sur une classe d'équations fonctionnelles*

Résumé des exposés

Horocyclic Radon transform on a Damek-Ricci space, AHMED ABOUELAZ & OMAR EL FOURCHI

We study the horocycle Radon transform on a Damek-Ricci space. This transform is obtained by integration over an orbital family of a Damek-Ricci space. We establish an inversion formula for this transform and for its dual transform. This is inverted by an integro-differential operator, and the inversion formula which is obtained is similar to the inversion formula in the case of non compact symmetric spaces. As an application, we prove a version on a Damek-Ricci space of the following theorem : Let $\{f_k(x)\}_{k\in\mathbb{Z}}$ be a doubly infinite sequence of functions on $\mathbb{R}^n$ satisfying

$$\begin{aligned}&\Delta f_k = f_{k+1},\ \forall\, k\in\mathbb{Z}, \quad \text{(equality in the distribution sense)}\\ &\sup_{\substack{x\in\mathbb{R}^n\\ k\in\mathbb{Z}}} |f_k(x)| < +\infty,\end{aligned}$$

then $\Delta f_0 + f_0 = 0$ (where Δ is the Laplacian on $\mathbb{R}^n$). Also we give a characterization of the range of the spherical Fourier transform of compactly supported radial distributions.

Faculté des Sciences Ain Chock
Université Hassan II
BP 53366, Casablanca
abouelaz@facsc-achok.ac.ma, elfourchi@hotmail.com

Caractérisation des fonctions μ-sphériques, par des équations intégro-différentielles, Mohammed Ait Sibaha

Dans cet exposé nous donnons une caractérisation des fonctions μ-sphériques définies dans les travaux d'Akkouchi et Bakali, en montrant que ce sont exactement les fonctions propres communes de certains opérateurs intégro-différentiels associés aux opérateurs différentiels invariants à gauche sur un groupe de Lie connexe, lorsque la mesure μ est à support compact.

Département de Mathématiques
Faculté des Sciences de Kénitra
Université Ibn Tofail
BP 133 Kénitra 14000

Extension de la relation d'orthogonalité de Schur, Karim Ankabout

On définit une application positive sur l'espace des fonctions infiniment différentiables sur l'espace symétrique réductif réel G/H. L'ensemble des fonctions infiniment différentiables sur G/H, propres sous l'action de l'algèbre des opérateurs différentiels G-invariants, et dont leur image par cette application est finie, de même que leurs dérivées par les éléments de l'algèbre enveloppante de l'algèbre de Lie de G, est un espace vectoriel. De plus, cette application est une semi-norme sur ce dernier. Nous montrons que les éléments sphériques de cet espace vectoriel sont tempérés. Réciproquement, on démontre que toute fonction tempérée sur G/H, sphérique, et propre sous l'action de l'algèbre des opérateurs différentiels G-invariants pour un caractère de paramètre d'Harish Chandra régulier, est élément de cet espace. Plus précisément, on explicite cette semi-norme pour ces fonctions étudiées à l'aide de leurs termes constants. On établit ainsi que cette semi-norme est une norme qui dérive d'un produit scalaire.

Nous remarquons que, lorsque G/H possède des séries discrètes, et lorsque le paramètre d'Harish Chandra définissant ce caractère régulier est réel, ces fonctions sont de carré intégrable et cette norme coïncide avec la norme L^2. Ce travail offre d'une manière naturelle un moyen nouveau qui permet de se confronter à des questions d'intérêt actuel de la théorie des représentations ; ce que nous constatons à travers un exemple d'application. D'où l'originalité de ce travail.

Toute la difficulté de la preuve consiste à se ramener au cas des fonctions (certaines restrictions des termes constants) de carré intégrable sur des espaces symétriques réductifs réels admettant des séries discrètes. On y parvient grâce à un bon contrôle de la différence entre ces fonctions et leurs termes constants, qui s'obtient en passant par une analyse minutieuse des conséquences de notre hypothèse de régularité sur les développements convergents de ces fonctions et de leurs termes constants. Nous exploitons ensuite cette majoration en utilisant des calculs d'intégrales reposant sur un découpage convenable des chambres de Weyl, et la théorie du terme constant (J. Carmona), dont l'utilisation est rendue possible grâce encore à nos hypothèses de régularité et de tempérence. Une utilisation répétée du théorème de la convergence