

Jean-François Bony
Setsuro Fujiié
Thierry Ramond
Maher Zerzeri

**RESONANCES FOR HOMOCLINIC
TRAPPED SETS**

ASTÉRISQUE 405

Société Mathématique de France 2018

Astérisque est un périodique de la Société mathématique de France

Numéro 405

Comité de rédaction

Ahmed ABBES
Viviane BALADI
Laurent BERGER
Philippe BIANE
Damien CALAQUE
Hélène ESNAULT

Philippe EYSSIDIEUX
Michael HARRIS
Alexandru OANCEA
Fabrice PLANCHON
Éric VASSEROT

Nicolas BURQ (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex
France
commandes@smf.emath.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs 2018

Vente au numéro : 60 € (\$ 90)

Abonnement électronique : 500 € (\$ 750)

Abonnement avec supplément papier : 657 €, hors Europe : 699 € (\$ 1049)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Astérisque

Société Mathématique de France

Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris Cedex 05, France

Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96

asterisque@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2018

Tous droits réservés (article L122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)

ISBN 978-2-85629-894-7

Stéphane SEURET
Directeur de la publication

ASTÉRISQUE 405

**RESONANCES FOR HOMOCLINIC
TRAPPED SETS**

Jean-François Bony

Setsuro Fujiié

Thierry Ramond

Maher Zerzeri

Société Mathématique de France 2018

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

J.-F. BONY

Jean-François Bony, IMB, CNRS (UMR 5251), Université de Bordeaux, 33405 Talence, France.

E-mail : `bony@math.u-bordeaux.fr`

S. FUJIIÉ

Setsuro Fujiié, Department of Mathematical Sciences, Ritsumeikan University, 1-1-1 Noji-Higashi, Kusatsu, 525-8577 Japan.

E-mail : `fujii@fc.ritsumei.ac.jp`

T. RAMOND

Thierry Ramond, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay, France.

E-mail : `thierry.ramond@math.u-psud.fr`

M. ZERZERI

Maher Zerzeri, Université Paris 13, Sorbonne Paris Cité, LAGA, CNRS (UMR 7539), 93430 Villetaneuse, France.

E-mail : `zerzeri@math.univ-paris13.fr`

2010 Mathematics Subject Classification. — 35B34, 35P20, 37C29, 37C25, 35C20, 81Q20, 35S10, 35J10.

Key words and phrases. — Resonances, semiclassical asymptotics, microlocal analysis, homoclinic and heteroclinic trajectories, Schrödinger operators.

Acknowledgments. — This work was partially supported by the JSPS KAKENHI Grant 15K04971 and the ANR project NOSEVOL 2011 BS 010119-01. The third and fourth authors would like to thank the Mathematical Department of Ritsumeikan University for its kind hospitality.

RESONANCES FOR HOMOCLINIC TRAPPED SETS

Jean-François Bony, Setsuro Fujiié, Thierry Ramond,
Maher Zerzeri

Abstract. — We study semiclassical resonances generated by homoclinic trapped sets. First, under some general assumptions, we prove that there is no resonance in a region below the real axis. Then, we obtain a quantization rule and the asymptotic expansion of the resonances when there is a finite number of homoclinic trajectories. The same kind of results is proved for homoclinic sets of maximal dimension. Next, we generalize to the case of homoclinic/heteroclinic trajectories and we study the three bump case. In all these settings, the resonances may either accumulate on curves or form clouds. We also describe the corresponding resonant states.

Résumé (Résonances pour des ensembles captés homoclines). — Nous étudions les résonances semiclassiques engendrées par des ensembles captés homoclines. D'abord, nous prouvons dans un cadre général qu'il n'y a pas de résonance dans une région sous l'axe réel. Nous obtenons ensuite une règle de quantification et l'asymptotique des résonances quand le nombre de trajectoires homoclines est fini. Le même type de résultats est prouvé pour des ensembles homoclines de dimension maximale. Puis nous traitons le cas plus général des trajectoires homoclines/hétéroclines et nous étudions le cas des trois bosses. Dans toutes ces situations, les résonances peuvent s'accumuler sur certaines courbes ou former un nuage. Nous décrivons également les états résonants associés.