

JOURNÉES ANNUELLES

TRANSCENDANCE ET IRRATIONALITÉ

Journées organisées par J.-P. Allouche et V. Girardin

Société Mathématique de France 2012

Table des matières

1. Lucia DI VIZIO : <i>Approche galoisienne de la transcendance différentielle</i>	1
2. Dinesh S. THAKUR : <i>From rationality to transcendence in finite characteristic</i>	21
3. Michel WALDSCHMIDT : <i>Questions de transcendance : grandes conjectures, petits progrès</i>	49

APPROCHE GALOISIENNE DE LA TRANSCENDANCE DIFFÉRENTIELLE

par

Lucia Di Vizio

Table des matières

Introduction	1
1. Fonction Gamma et théorème de Hölder	2
2. Théorie de Galois paramétrée	5
3. Transcendance différentielle des solutions méromorphes	10
4. Le cas des équations aux q -différences	13
5. Quelques mots sur ce que ce survol ne contient pas	15
Références	17

Introduction

Le théorème de Hölder dit que la fonction Gamma d'Euler n'est pas solution d'une équation différentielle algébrique à coefficients dans le corps $\mathbb{C}(x)$ des fonctions rationnelles à coefficients complexes. Une littérature relativement vaste est dédiée à cet énoncé, à la fois dans le but d'en donner une nouvelle preuve et de le généraliser.

Le théorème de Hölder a été le premier résultat de *transcendance différentielle* ou d'*hypertranscendance*. En théorie de la transcendance, on s'intéresse à la transcendance des fonctions sur $\mathbb{Q}(x)$, souvent pour en déduire la transcendance de leurs valeurs spéciales. En hypertranscendance on s'intéresse à la transcendance simultanée des fonctions et de toutes leurs dérivées, donc à la propriété d'un ensemble de fonctions de ne pas être solution d'une équation différentielle algébrique. Depuis le théorème de Hölder, les mathématiciens ont étudié l'hypertranscendance pour les raisons les plus diverses. On en évoquera quelques unes tout au long de ce papier, et en particulier dans le dernier paragraphe.

Récemment une théorie de Galois paramétrée des équations fonctionnelles a vu le jour (*cf.* [15] et [32]), avec le but de fournir une approche systématique à la transcendance différentielle, en contraste avec la littérature plus ancienne où on traite les