

JOURNÉE ANNUELLE

200 ANS APRÈS LAGRANGE

Journée organisée par P. Pansu

Société Mathématique de France 2013



## Table des matières

1. Jacques FÉJOZ : *Le problème de la stabilité du système solaire, de Lagrange à nos jours*..... 1
2. Sylvia SERFATY : *Lagrange et le calcul des variations*..... 31



## LE PROBLÈME DE LA STABILITÉ DU SYSTÈME SOLAIRE, DE LAGRANGE À NOS JOURS

*par*

Jacques Féjoz

---

**Résumé.** — L'attraction mutuelle des planètes peut-elle rompre la belle régularité du mouvement keplérien des planètes autour du Soleil, que la loi de l'attraction universelle était initialement censée expliquer ? Nous retraçons certaines idées mathématiques qui ont émergé des tentatives de résolution du plus ancien des problèmes de Dynamique, depuis les travaux de Lagrange (1736-1813), puis ceux de Poincaré ou Arnold, jusqu'à certains travaux plus récents conduisant à l'abandon total du dogme de la stabilité.

À la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, la découverte de la loi de l'attraction universelle bouleversa notre compréhension du mouvement des astres du système solaire [80]. Avec cette loi, Newton expliqua de façon magistrale la contradiction apparente entre le principe, mis en avant par Galilée et Descartes, du mouvement inertiel rectiligne uniforme en mécanique terrestre et les lois, énoncées par Kepler, régissant le mouvement elliptique des planètes autour du Soleil et des satellites autour des planètes. Dans un tour de force supplémentaire, Newton calcula l'effet approché du Soleil sur la Lune. Il s'aperçut rapidement, en effet, que les petites attractions mutuelles pouvaient détruire la belle régularité que l'attraction universelle avait d'abord expliquée :

[B]ind Fate could never make all the Planets move one and the same way in Orbs concentrick, some inconsiderable Irregularities excepted, which may have risen from the mutual Actions of Comets and Planets upon one another, and which will be apt to increase, till this System wants a Reformation. [81]

La conséquence imprévue de l'attraction newtonienne fut donc de remettre en question la croyance en la stabilité du Système solaire : il ne fut plus évident que les planètes se mouvaient immuablement, sans collisions ni éjections.

En fait, une seconde question se posa, concomitante à celle de la stabilité – celle de « savoir si la loi de Newton explique à elle seule tous les phénomènes astronomiques » [86]. Une course longue de deux siècles s'engagea entre les astronomes, dont les observations étaient toujours plus précises, et les « géomètres ». Deux discordances entre observations et prédictions entretinrent au XVIII<sup>e</sup> siècle un suspense particulier :