Laurent
Schwartz
(1915 - 2002)

Préface

Peu de mathématiciens gagnent leur place dans l'imaginaire collectif national. Laurent Schwartz est l'un d'entre eux. Toute sa vie il a appliqué la même rigueur et le même niveau d'engagement aux différentes facettes de son activité : il fut tout à la fois un grand mathématicien aux intérêts multiples, un professeur passionnant ses auditoires, un militant des droits de l'Homme, un citoyen engagé, et un homme de cœur.

Les témoignages recueillis auprès de personnes d'origines très différentes qui l'ont bien connu, les documents de sa plume et les photographies rassemblées ici permettent au lecteur qui n'aurait entrevu qu'une seule de ces facettes de découvrir les autres. Cela peut l'amener à se demander comment Laurent Schwartz a pu mener de front toutes ces actions et de plus avec l'intensité que l'on sait.

Sa réputation et son aura étaient internationales, ce que la liste des contributeurs confirme, et son héritage est aussi à l'échelle du monde : si certains des combats qu'il a menés pour les droits de l'Homme appartiennent au passé, les valeurs qu'il a défendues sont, elles, universelles et peuvent servir de référence pour le futur.

La Société Mathématique de France est fière de pouvoir, par ce volume spécial, honorer la mémoire d'un des grands mathématiciens du XX^{e} siècle et ainsi de mieux faire connaître à un public large sa vie, ses passions et ses combats en les mettant en perspective.

Je remercie tous ceux qui ont contribué à ce volume et ont rendu son édition possible, les auteurs d'abord, mais aussi Cécile Cheikhchoukh et Marie-Claude Vergne au secrétariat de l'IHÉS, Claire Ropartz, qui a suivi avec grand soin la production et veillé à sa qualité, Stéphane Aicardi et Marielle Randria-Riou, tous trois au secrétariat de la SMF, et Colette Anné, rédactrice en chef de la *Gazette des mathématiciens*, Claude Viterbo, directeur du Centre de mathématiques de l'École polytechnique, enfin et surtout Jean-Pierre Bourguignon, coordonnateur du projet et maître d'œuvre de sa réalisation.

Michel Waldschmidt
Président de la Société Mathématique de France

©archives privées de la famille Schwartz

SOMMAIRE

EN GUISE D'INTRODUCTION...

J.-P. Bourguignon 7
M. Broué 12
P. Vidal-Naquet 14

CHRONOLOGIE

Chronologie 18

L'HOMME

Quelques souvenirs d'une longue amitié, *Henri Cartan* 25
Quelques souvenirs de Laurent Schwartz, *Michel Demazure* 33
Laurent Schwartz and development of mathematical research in India, *Mudumbai S. Narasimhan* 37
Laurent Schwartz : quelques souvenirs, *Nguyen Dinh Tri* 39
Le palais d'Atlas, *Raoul Robert* 41
Souvenir d'enfance, *Daniel Schwartz* 45

LE MATHÉMATICIEN

What would Schwartz do? *M. Salah Baouendi* 49
L'analyse et Laurent Schwartz, *Jean-Michel Bony* 55
A tribute to Laurent Schwartz, *Lars Hörmander* 59
From the early days of the theory of distributions, *Peter D. Lax* 63
Laurent Schwartz et la théorie des distributions, *Bernard Malgrange* 67
Le Séminaire Rouge, *Bernard Maurey* 75
Témoignage d'un élève et d'un collègue, *Thierry de Montbrial* 81
Laurent Schwartz and some of his mathematical work, *Louis Nirenberg* 97
Des applications radonifiantes à la géométrie des espaces de Banach, *Gilles Pisier* .. 105
Théorie des distributions et analyse fonctionnelle, *François Trèves* 113
Deux maîtres ès probabilités, *Marc Yor* 119

LE CITOYEN

Ma bataille pour moderniser l'École polytechnique, *Laurent Schwartz* 127
Un normalien amoureux de l'École polytechnique, *Bernard Ésambert* 133
Laurent Schwartz et les réformes de l'enseignement supérieur, *Philippe Ascher* 137
In alliance with Laurent Schwartz, *Chandler Davis* 149
Souvenirs de Laurent Schwartz par un Vietnamien, *Lê Dũng Tráng* 155
Les mille et un engagements de Laurent Schwartz, *Alain Guichardet* 169
Dans la lumière de Laurent Schwartz, quelques leçons, *Roland Rappaport* 177
Laurent Schwartz, notre ami. Souvenirs, *Norbert Schlomiuk* 189
Politique de Laurent Schwartz, *Pierre Vidal-Naquet* 191
Sur certains engagements de Laurent Schwartz, *Marie-Hélène Schwartz* 205

©Philippe Lavialle, École polytechnique

En guise d'introduction...

Jean-Pierre Bourguignon[1]

LAURENT Schwartz est décédé le 4 juillet dernier à l'âge de 87 ans des suites d'une courte maladie. Sa vie durant, il a mené des batailles sur de nombreux fronts avec la même détermination et la même persévérance. Ces engagements légitiment complètement le titre *« Un mathématicien aux prises avec le siècle »* donné à son auto-biographie[2].

Si Laurent Schwartz fut d'abord un scientifique, insistant toujours sur la nécessité d'une symbiose étroite entre enseignement et recherche, il fut aussi un militant résolu de la décolonisation et des droits de l'homme, un citoyen exigeant pour son pays et un des plus grands collectionneurs de papillons du monde. Cette liste étonnante ne donne pourtant pas une idée adéquate de l'homme qu'il fut car elle ne rend pas compte du charme qu'il dégageait et de l'assurance tolérante qu'il savait communiquer. Un entretien avec lui était toujours une occasion de voir comment on peut prendre de la distance par rapport à un problème, qu'il soit d'ordre général ou personnel.

L'enseignant

Partout où il a enseigné, que ce soit à l'université, à l'École normale supérieure, son *alma mater*, ou à l'École polytechnique, Laurent Schwartz a laissé le souvenir d'un grand professeur. Il était lumineux, sachant manier la redondance avec justesse. Pendant qu'on l'écoutait, tout semblait facile, et lui-même semblait improviser. Il n'en était pourtant absolument rien, et tous ses cours étaient minutieusement préparés à partir de « boîtes » parfaitement calibrées, et parfois la confrontation de l'étudiant avec le cours après la présentation orale montrait à quel point cette impression de facilité était passagère.

Plusieurs de ses enseignements ont marqué leur temps : son cours de *« Méthodes mathématiques de la physique »* est resté longtemps une des références de l'enseignement de mathématiques avancées pour des ingénieurs et des étudiants d'autres

[1]Notice nécrologique écrite à la demande de la rédaction de la revue « La Jaune et la Rouge », journal de l'Association des anciens élèves de l'École polytechnique, que nous remercions pour avoir donné l'autorisation de reproduire ce texte.

[2]Laurent Schwartz, *Un mathématicien aux prises avec le siècle*, éd. Odile Jacob, Paris, 1997.

sciences ; les cours qu'il a donnés dans les années 50 au « Tata Institute of Fundamental Research » à Bombay ont été un témoignage de son engagement pour la communauté des mathématiciens des pays en voie de développement ; son cours monumental à l'X enfin a été un des signes scientifiques concrets de l'entrée de l'École dans le monde moderne, un monde où sciences fondamentales et applications s'interpénètrent de façon inextricable et féconde.

Les polytechniciens issus d'une vingtaine de promotions ont été marqués par son enseignement et son contact. Au moment de son décès, des témoignages les plus divers ont été le signe de la forte permanence de ces souvenirs. Comme tous les élèves des promotions rouges jusqu'à la banalisation des enseignements, je n'ai personnellement pas eu le privilège de l'avoir pour professeur mais, en tant que responsables des questions d'enseignement pour la promotion 1966, Yves Bamberger et moi avons eu de nombreux contacts avec lui sur « *La Réforme* », l'aggiornamento fondamental de l'enseignement de l'École polytechnique pour lequel il s'est battu dès son arrivée à l'École et qui était la raison profonde de sa candidature à un poste de professeur. Comme il le décrit fort bien dans sa contribution au livre du Bicentenaire de l'X intitulée *« Ma bataille pour moderniser l'École polytechnique »*[3] , il a mené, avec le soutien et la complicité de Louis Leprince-Ringuet, une campagne persévérante pour changer les bases d'organisation de l'enseignement et l'ambition des cours dispensés à l'X. Le général de Guillebon ne l'avait-il pas accueilli en 1958 en lui disant *« Je voudrais que vous changiez tout dans cette maison, et je vous y aiderai »* ? Leur programme était la mise en place de véritables départements d'enseignement, l'introduction de la diversification des enseignements et la remise en cause du classement comme mode unique de recrutement dans les corps de l'État, à cause de ses répercussions négatives sur les méthodes de travail des élèves. Il a fallu les événements de mai 1968, et la mise en place des conclusions de la Commission Lhermitte sous la houlette de Jean Ferrandon, pour qu'une étape décisive dans ces directions soit enfin franchie.

Au nom de l'absolue nécessité de lier l'enseignement à la recherche, il a organisé année après année un « *séminaire des élèves* », activité fréquentée librement par les X qui a joué un rôle prépondérant pour attirer des élèves dans la recherche scientifique.

Son impact dans l'enseignement de l'X a donc été bien au-delà des cours qu'il a professés, et nombreux sont les collègues enseignants l'ayant côtoyé à cette époque qui lui rendent un hommage appuyé pour l'inspiration et le modèle qu'il a représenté pour eux.

Le chercheur

« Je suis un mathématicien ». C'est par ces mots qu'il ouvre son autobiographie, mais quel mathématicien ! L'œuvre mathématique de Laurent Schwartz est considérable et le place parmi les grands du XX^{e} siècle. Il n'a pas hésité à changer de domaines d'étude plusieurs fois dans sa carrière, passant de l'analyse aux probabilités pour la dernière partie de sa vie. Son rayonnement mathématique fut immense, au point que très souvent des mathématiciens rencontrés dans les pays du monde les plus divers m'ont demandé de lui transmettre leurs amitiés respectueuses.

[3] voir page 127 de ce fascicule.

Sa théorie des distributions est bien entendu ce qui l'a rendu célèbre et lui a notamment valu d'être le premier Français à recevoir la médaille Fields en 1950. Mais il ne faut pas oublier que plusieurs objets mathématiques portent son nom comme les espaces $\mathcal{S}$ de fonctions (les fonctions réelles de variables réelles indéfiniment différentiables tendant vers 0 à l'infini ainsi que toutes les dérivées).

Si l'on tente de trouver une « signature » à l'œuvre mathématique de Laurent Schwartz en analyse, on ne peut manquer d'évoquer Bourbaki, le groupe multicéphale auquel il a appartenu jusqu'à la retraite obligatoire à 50 ans. En effet sa façon de mettre en œuvre les résultats abstraits et généraux de l'analyse fonctionnelle, cette gigantesque opération de géométrisation des objets traditionnels de l'analyse, pour étudier les équations aux dérivées partielles est dans la plus pure tradition bourbakiste, à savoir travailler au niveau de généralité le plus grand pour que les propriétés fondamentales apparaissent et permettent une résolution simple du problème qu'on se pose. La théorie des distributions est un superbe exemple de ce que peut permettre une telle démarche entre les mains d'un visionnaire comme Laurent Schwartz. Grâce au choix de la bonne topologie, toutes les opérations dont on rêve deviennent licites, et on dispose ainsi d'un contenant effectif pour chercher la solution de nombreux problèmes. Si l'on n'y prend garde, on peut croire qu'un enchanteur est passé par là.

À partir de la fin des années 60, il s'est consacré à l'étude de la géométrie des espaces de Banach, ce qui s'est révélé une transition toute naturelle vers la théorie des probabilités, à laquelle il a consacré ses derniers travaux autour de la théorie des martingales.

Mais prenons garde, cette description schématique cache beaucoup d'ouvertures vers d'autres sujets, de la théorie des courants (la version « *formes différentielles* » des distributions) en passant par la théorie des champs et la géométrie analytique. Laurent Schwartz était toujours curieux de ce qui se passait dans le monde des mathématiques, et il a repris avec une énergie renouvelée son défrichage de l'analyse globale dès qu'il a pris sa retraite comme enseignant.

Il a été un directeur de thèse prolifique et nombreux sont ses élèves qui ont atteint la notoriété internationale. Il faut dire que la lignée commençait bien, avec Jacques-Louis Lions, Bernard Malgrange et François Trèves.

Le fondateur de Centre de mathématiques de l'École polytechnique

Dans son combat pour moderniser l'École polytechnique, la création en 1966 du Centre de mathématiques joue un rôle à part. Une fois de plus c'est le soutien du général commandant l'école, le général Mahieux, qui lui a permis de franchir une étape importante dans la présence de la recherche sur le site de l'école. Louis Michel, qui, de son côté, venait de créer le Centre de physique théorique, l'a aussi beaucoup aidé, ce qui a fait naître entre eux une amitié très forte et des relations scientifiques intenses entre les deux centres, qui ne se sont affadies que récemment.

Tout au long des presque 18 années de sa direction, il a veillé sur le Centre avec une grande attention, s'assurant que les collaborations nouées l'étaient au plus haut niveau, que les échanges entre les « *chambres* » des spécialistes (c'est ainsi qu'il désignait les bureaux) y étaient suffisamment intenses, et accordant toujours la priorité aux jeunes chercheurs dans l'attribution des crédits. Pour ne donner qu'un

exemple de cette ouverture, c'est au Centre qu'Heisuke Hironaka, un professeur de Harvard qui allait recevoir la médaille Fields un peu plus tard, a pu créer en France une École de théorie des singularités vers la fin des années 60.

Laurent Schwartz a su créer au Centre une ambiance très stimulante qui a indiscutablement joué un rôle déterminant dans le succès de ce laboratoire, dont le format était une sorte de « première » en France. Chacun se souvient aussi de l'attention et de la considération qu'il avait pour le personnel technique qui lui portait en retour une affection particulière.

Le militant

Comme il le dit très explicitement dans son autobiographie, bien que son appartenance au mouvement trotskiste ait été de courte durée, il en est resté marqué. Son combat inlassable contre les guerres coloniales ou post-coloniales n'a pas manqué d'interférer avec sa vie professionnelle : ce n'est en effet que grâce à des interventions très pressantes d'Henri Cartan qu'il a pu se rendre à Boston en 1950 pour recevoir la médaille Fields ; on doit aussi mentionner bien sûr sa révocation de l'École polytechnique en 1960 après sa signature de l'« Appel des 121 » proclamant le droit à l'insoumission pour les appelés du contingent envoyés en Algérie, et l'interdiction pour lui de se rendre aux États-Unis à la suite de son engagement contre l'intervention américaine au Vietnam et sa participation au Tribunal international présidé par Bertrand Russell. La soutenance *in abstentia* de la thèse de son élève Maurice Audin, et la persistance de son combat jusqu'à nos jours pour que le mystère de sa disparition soit enfin éclairci, sont des jalons dans son combat pour le refus de l'indifférence devant la torture.

Le Comité des mathématiciens, qu'il a animé pendant de longues années avec Henri Cartan et Michel Broué, a à son actif plusieurs succès spectaculaires dans la défense des droits de l'homme comme les libérations de Leonid Plioutch des hôpitaux psychiatriques soviétiques et de Jose Luis Masséra des geôles uruguayennes.

Laurent Schwartz n'a eu de cesse toute sa vie de prendre position sur tous les fronts où l'intellectuel engagé qu'il était ne pouvait accepter de se taire. Il faut relever le soin qu'il a mis, dans les nombreuses pétitions qu'il a signées, à respecter le principe éthique selon lequel « *la fin ne justifie jamais les moyens* », ainsi que le rappelle Michel Demazure[4] . Tout récemment encore, il prenait position de façon très déterminée pour défendre le droit du peuple palestinien à disposer effectivement d'un État. Pour lui, dont un des grands-pères avait été rabbin, c'était une obligation morale très forte à laquelle il ne pouvait se soustraire.

Le citoyen exigeant

Il a inscrit son combat pour changer l'École polytechnique dans une perspective large englobant l'Université, institution pour laquelle il a toujours milité en vue de la mise en place d'une certaine forme de sélection. Ceci n'a pas manqué de provoquer des polémiques quelquefois violentes avec ses compagnons de route de la gauche.

[4] *Laurent Schwartz*, cassette vidéo éditée par l'École polytechnique.

En 1981, il s'est jeté avec passion dans la préparation du « *Rapport du bilan* » qu'avait commandé François Mitterrand à une commission de sages. Il était plus spécialement chargé des questions d'enseignement et de recherche. Après avoir très largement consulté, il n'a pas hésité à « mettre les pieds dans le plat » sur les inégalités dans l'accès au savoir, et sur l'importance de leur réduction dans la vie démocratique de la société. Il a aussi été le premier président du Comité national d'évaluation, organe chargé de donner au système d'enseignement supérieur les moyens de progresser en étant confronté à un regard extérieur.

Laurent Schwartz a assumé ces diverses tâches d'intérêt national avec un engagement total et en refusant toute compromission. Il a fallu la pression personnelle et insistante de François Mitterrand pour qu'il accepte finalement d'être décoré de la Légion d'Honneur, seule exception à son refus des honneurs officiels.

Le collectionneur de papillons

Sa collection de papillons, forte de quelques 15 000 boîtes, est une des plus extraordinaires du monde. Pas moins de six espèces portent son nom. Pour lui, cette ouverture sur la richesse de ce monde naturel a pendant longtemps associé le plaisir aventureux de la capture au travail minutieux que nécessite l'éclosion des cocons les plus divers dans sa salle de bains. Très régulièrement il offrait le bonheur d'une visite guidée de ses trésors à des visiteurs choisis. Ceux-ci ne savaient trop s'ils devaient plus admirer la beauté à couper le souffle de certains des spécimens ou la subtilité de la connaissance de la sociologie des papillons de leur hôte.

Suivant ses dernières volontés, cette collection va être confiée à des institutions en France et en Bolivie, manifestant, dans ce domaine aussi, son souci de partager les ressources patiemment accumulées.

Une note plus personnelle

Si la vie de Laurent Schwartz offre un exemple de plénitude, les épreuves n'ont pourtant pas épargné sa famille. La chasse aux juifs de la période de l'occupation nazie a forcé le couple qu'il avait déjà formé avec son épouse Marie-Hélène à vivre sous une fausse identité pendant plusieurs années. Quelques vingt ans plus tard, l'enlèvement de leur fils Marc-André par l'OAS leur a fait vivre des jours d'angoisse renforcés par les menaces de mort précédemment reçues ; le suicide de celui-ci, quelques années plus tard après plusieurs alertes traumatisantes, a été une blessure terrible que Laurent Schwartz évoque dans un long entretien radiophonique[5] .

Laurent Schwartz a fortement marqué tous ceux qui ont eu le privilège de le côtoyer. Son assurance tranquille, souvent empreinte de naïveté, et l'écoute qu'il savait offrir généreusement étaient pour ses proches un exemple. On ne pouvait rester indifférent à sa personnalité.

Pour tout ce qu'il m'a appris au cours de nombreuses et longues conversations, j'ai personnellement une dette immense envers cet homme d'exception. Qu'il me soit permis de dédier ce bref témoignage de gratitude à son épouse, Marie-Hélène, et à sa fille, Claudine, pour tous les moments de bonheur partagés et pour l'inspiration prodiguée.

---

[5] *« Le bon plaisir... de Laurent Schwartz »*, émission de France-Culture, réalisée par Antoine Spire, 1990.