Revue d'Histoire des Mathématiques

NOTES & DÉBATS

L'introduction des courbes algébriques par Descartes : genèse et inauguration. Complément à la conjecture de H. Bos sur le rôle historique du problème de Pappus

Alain Herreman

Tome 22 Fascicule 1 2016

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : `rhmsmf@ihp.fr` / URL : `http//smf.emath.fr/`

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 89 €; prix public hors Europe : 97 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
22 (2016), p. 97–137

NOTES & DÉBATS

L'INTRODUCTION DES COURBES ALGÉBRIQUES PAR DESCARTES : GENÈSE ET INAUGURATION

COMPLÉMENT À LA CONJECTURE DE H. BOS SUR LE RÔLE HISTORIQUE DU PROBLÈME DE PAPPUS

Alain Herreman

Résumé. — Cette note revient sur la reconstruction proposée par Henk Bos de la résolution par Descartes du problème de Pappus. Son propos est d'abord de souligner l'importance de cette reconstruction et ensuite de confronter l'analyse que Henk Bos a développée à partir d'elle de l'introduction des courbes algébrique dans *La Géométrie* à celle développée par l'auteur à partir de la notion de texte inaugural.

Abstract (Descartes's introduction of algebraic curves: genesis and inauguration. A complement to H. Bos' conjecture on the historical role of Pappus' problem)

This note revisits Henk Bos's reconstruction of Descartes' resolution of the Pappus problem. The aim is first of all to stress the importance of this reconstruction. Turning then to Henk Bos's analysis of the introduction of algebraic curves in *La Géométrie*, which he developed from that reconstruction, this analysis is confronted with the one proposed by the author on the basis of the concept of an inaugural text.

INTRODUCTION

Le premier propos de cet article est de revenir sur la reconstruction proposée par Henk Bos de la résolution par Descartes du problème de

Texte reçu le 23 septembre 2014, révisé le 16 février 2015, accepté le 18 février 2015.
A. Herreman, Université de Rennes I, IRMAR, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, France.
Courrier électronique : alain.herreman@univ-rennes1.fr

Pappus[1]. Les exemples de reconstructions fécondes sont tellement exceptionnels en histoire des mathématiques que l'on pourrait douter de l'intérêt de continuer d'en proposer. Une reconstruction ne convainc généralement que la personne qui la propose et il est rare qu'elle soit reprise sinon pour être contestée. La reconstitution considérée m'apparaît constituer une des rares exceptions et c'est à ce titre qu'il me semble justifié de l'exposer à nouveau : la présentation qui va en être proposée n'apportera fondamentalement rien au premier exposé qui en a été fait si ce n'est précisément d'être présentée par un autre que celui qui l'a découverte et de la reprendre dans une perspective un peu différente.

Au delà de cet intérêt historiographique général, cette reconstruction a aussi un intérêt plus spécifique qui tient au rapport entre la résolution du problème de Pappus et l'introduction en tant que telle de la totalité des courbes algébriques. Descartes introduit en effet dans *La Géométrie* une caractérisation des courbes géométriques qui leur confère une nouvelle extension et soutient ensuite que ces courbes recevables en géométrie coïncident avec les courbes constructibles point par point à partir d'équations :

> Mais, pour comprendre ensemble toutes celles [courbes] qui sont en la nature, et les distinguer par ordre en certains genres, je ne sache rien de meilleur que de dire que tous les points de celles qu'on peut nommer Géométriques, c'est-à-dire qui tombent sous quelque mesure précise & exacte, ont nécessairement quelque rapport à tous les points d'une ligne droite, qui peut être exprimé par quelque équation, en tous par une même. [Descartes 1637, p. 392]

Il s'agit donc aussi de revenir sur l'analyse des conditions historiques d'introduction de cette nouvelle totalité de courbes, couramment appelées « courbes algébriques », qui a modifié l'étendue des courbes recevables en mathématiques en même temps qu'elle rendait possible d'autres généralisations, notamment l'introduction des courbes transcendantes.

Je confronterai pour cela l'interprétation que Henk Bos a proposée, à partir de sa reconstruction du problème de Pappus, de l'introduction des courbes algébriques par Descartes à celle que j'en ai proposée avec la notion d'inauguration. Il s'agit ce faisant d'éprouver ces deux interprétations en les confrontant l'une à l'autre afin de mieux apprécier les apports, les limites et les possibilités de chacune[2].

---

[1] Mon propos n'étant pas d'en discuter la validité, j'utiliserai le terme de « reconstruction » plutôt que celui de « conjecture » utilisé par Henk Bos. Cette reconstruction a été présentée dans [Bos 1992], et ensuite reprise dans [Bos 2001].

[2] D'autres interprétations devraient être considérées, notamment celle de R. Rashed [Rashed & Vahabzadeh 1999, p. 20–29] mais ne pourront pas l'être ici.

La manière dont les solutions du problème de Pappus sont données dans *La Géométrie*, et notamment la plus élaborée d'entre elles, la parabole de Descartes, ne rend pas compte de la façon dont elles ont pu être trouvées. Cela rend nécessaire la recherche d'une reconstruction de la manière dont Descartes a pu résoudre ce problème. La parabole de Descartes a par ailleurs diverses occurrences tout au long de *La Géométrie* : elle participe d'à peu près tous les thèmes qui y sont abordés, mais la plupart étant sans rapport apparent avec le problème de Pappus. Nous verrons comment la reconstruction proposée par Henk Bos permet de rendre compte de l'ensemble de ces occurrences.

La deuxième partie de l'article confronte l'analyse de l'introduction des courbes algébriques proposée par Henk Bos à partir de sa reconstruction et celle que j'ai proposée à partir de la notion d'inauguration.

I. L'ORIGINE DE LA PARABOLE DE DESCARTES ET LE PROBLÈME DE PAPPUS

1. *La parabole de Descartes dans la* Géométrie

La parabole de Descartes intervient dans sept passages répartis sur l'ensemble de *La Géométrie* : deux dans le Livre I, trois dans le Livre II, et à nouveau deux dans le Livre III.

La courbe est introduite dans le Livre I quand, après avoir présenté le problème de Pappus, Descartes décrit brièvement l'ensemble des solutions auxquelles il est parvenu [Descartes 1637, p. 380–382]. Il commence cette description par une première énumération des configurations de droites en suivant l'ordre des *courbes requises pour construire les solutions du problème.* Il énumère ainsi les configurations de droites pour lesquelles les solutions peuvent être construites au moyen d'un cercle et d'une droite (problèmes plans), celles pour lesquelles une section conique est requise (problèmes solides) et celles qui requièrent une courbe d'« *un degré plus composée* ». C'est là la première référence à la nouvelle « parabole ». La seule indication alors donnée est qu'il s'agit d'une courbe d'un « *degré plus composée* » que les coniques, sans que le lecteur puisse savoir à ce moment ce qui détermine ce degré[3]. Descartes poursuit en énumérant les configurations pour lesquelles les solutions sont construites au moyen d'une courbe « *encore d'un degré plus composée que la précédente* », mais cette courbe n'est pas décrite et ne le sera pas. Il termine en indiquant que cette

3 Le terme de « degré » renvoie aux degrés d'un ordre linéaire dénombrable, et non au degré d'un polynôme.