

406

ASTÉRISQUE

2018

COURBES ET FIBRÉS VECTORIELS
EN THÉORIE DE HODGE p -ADIQUE

Laurent FARGUES & Jean-Marc FONTAINE
Préface de Pierre COLMEZ

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 406, 2018

Comité de rédaction

Marie-Claude ARNAUD Fanny KASSEL
Christophe BREUIL Alexandru OANCEA
Damien CALAQUE Nicolas RESSAYRE
Philippe EYSSIDIEUX Sylvia SERFATY
Nicolas BURQ (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF AMS
Case 916 - Luminy P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9 Providence RI 02940
France USA
commandes@smf.emath.fr <http://www.ams.org>

Tarifs

Vente au numéro : 45 € (\$ 67)
Abonnement Europe : 665 €, hors Europe : 718 € (\$ 1 077)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Fax : (33) 01 40 46 90 96
asterisque@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2018

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN : 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)

ISBN 978-2-85629-896-1

Directeur de la publication : Stéphane Seuret

406

ASTÉRISQUE

2018

COURBES ET FIBRÉS VECTORIELS
EN THÉORIE DE HODGE p -ADIQUE

Laurent FARGUES & Jean-Marc FONTAINE
Préface de Pierre COLMEZ

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Laurent Fargues

Institut de Mathématiques de Jussieu 4, place Jussieu 75252 Paris cedex 05
laurent.fargues@imj-prg.fr

Jean-Marc Fontaine

Université de Paris-Sud, Mathématique, Bâtiment 307, 91405 Orsay Cedex, France
fontaine@math.u-psud.fr

Pierre Colmez

CNRS, IMJ-PRG, Sorbonne Université, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France
pierre.colmez@imj-prg.fr

Mathematical Subject Classification (2010). — 11G25, 11F80, 14G20, 14G22, 14H60.

Mots-clefs. — Théorie de Hodge p -adique, représentations galoisiennes, fibrés vectoriels, courbes algébriques.

Keywords. — p -adic Hodge theory, Galois Representations, Vector Bundles, Algebraic Curves.

COURBES ET FIBRÉS VECTORIELS EN THÉORIE DE HODGE p -ADIQUE

par Laurent FARGUES & Jean-Marc FONTAINE
Préface par Pierre COLMEZ

Résumé. — Ce travail est consacré à la découverte, la définition et l'étude de la courbe fondamentale en théorie de Hodge p -adique. On prend pour cela le point de vue de définir et d'étudier les différents anneaux de périodes p -adiques comme anneaux de fonctions holomorphes de la variable p . L'étude de ces anneaux nous permet de définir la courbe. On classe ensuite les fibrés vectoriels sur celle-ci, un théorème qui généralise en quelque sorte le théorème de classification des fibrés vectoriels sur la droite projective. Comme application on redémontre géométriquement les deux théorèmes principaux de la théorie de Hodge p -adique : faiblement admissible implique admissible et de Rham implique potentiellement semi-stable.

Abstract. (Curves and vector bundles in p -adic Hodge theory) — This work is dedicated to the discovery, the definition, and the study of the fundamental curve in p -adic Hodge theory. For this we take the point of view to define and study the p -adic period rings as rings of holomorphic functions of the variable p . We then classify the vector bundles on the curve, a theorem that generalizes in some sense the classification theorem of vector bundles on the projective line. As an application we give geometric proofs of the two main theorems in p -adic Hodge theory : weakly admissible implies admissible, and de Rham implies potentially semi-stable.