

Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 159
Nouvelle série

**WEAKLY CURVED
 A_∞ -ALGEBRAS OVER
A TOPOLOGICAL LOCAL RING**

Leonid POSITSELSKI

2 0 1 8

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Comité de rédaction

Christine BACHOC
Yann BUGEAUD
Jean-François DAT
Pascal HUBERT
Laurent MANIVEL

Julien MARCHÉ
Kieran O'GRADY
Emmanuel RUSS
Christine SABOT

Marc HERZLICH (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
commandes@smf.emath.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 45 € (\$67)

Abonnement électronique : 113 € (\$170)

Abonnement avec supplément papier : 167 €, hors Europe : 197 € (\$296)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
memoires@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2018

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN papier 0249-633-X; électronique : 2275-3230

ISBN 978-2-85629-899-2

doi:10.24033/msmf.467

Directeur de la publication : Stéphane SEURET

**WEAKLY CURVED A_∞ -ALGEBRAS OVER
A TOPOLOGICAL LOCAL RING**

Leonid Positselski

L. Positselski

Institute of Mathematics, Czech Academy of Sciences, Žitná 25, 115 67 Prague 1, Czech Republic; and
Laboratory of Algebraic Geometry, National Research University Higher School of Economics, Moscow 119048, Russia; and
Sector of Algebra and Number Theory, Institute for Information Transmission Problems, Moscow 127051, Russia; and
Department of Mathematics, Faculty of Natural Sciences, University of Haifa, Mount Carmel, Haifa 31905, Israel.
E-mail : `posic@mccme.ru`

2000 Mathematics Subject Classification. – 16E35, 18E30, 13H99, 18G10; 53D37, 13D10.

Key words and phrases. – Weakly curved DG-algebras, weakly curved A_∞ -algebras, curved DG-coalgebras, contramodules and comodules, bar-cobar duality, derived categories, contraderived and coderived categories, semiderived categories, complete local rings, deformation theory, Floer-Fukaya theory.

WEAKLY CURVED A_∞ -ALGEBRAS OVER A TOPOLOGICAL LOCAL RING

Leonid Positselski

Abstract. – We define and study the derived categories of the first kind for curved DG- and A_∞ -algebras complete over a pro-Artinian local ring with the curvature elements divisible by the maximal ideal of the local ring. We develop the Koszul duality theory in this setting and deduce the generalizations of the conventional results about A_∞ -modules to the weakly curved case. The formalism of contra-modules and comodules over pro-Artinian topological rings is used throughout the memoir. Our motivation comes from the Floer-Fukaya theory.

Résumé. – Nous définissons et étudions les catégories dérivées de la première espèce pour les dg-algèbres et les A_∞ -algèbres à courbure sur un anneau pro-Artinien local où les éléments de courbure sont divisibles par l'idéal maximal de l'anneau local. Nous développons la théorie de la dualité de Koszul dans ce cadre et déduisons des généralisations au cas de la courbure faible des résultats classiques sur les A_∞ -modules. Dans tout ce mémoire, nous nous servons systématiquement du formalisme des contra-modules et comodules sur un anneau topologique pro-Artinien. Notre motivation vient de la théorie de Floer-Fukaya.