

# **ADVANCED TOPICS IN RANDOM MATRICES**

**F. Benaych-Georges, C. Bordenave,  
M. Capitaine, C. Donati-Martin,  
A. Knowles**

*edited by*

**F. Benaych-Georges, D. Chafaï,  
S. Péché, B. de Tilière**



Panoramas et Synthèses

Numéro 53

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**  
Publié avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

---

*Comité de rédaction*

Nicolas BERGERON  
Serge CANTAT  
Anne-Laure DALIBARD  
Tien-Cuong DINH  
Arnaud GUILLIN

Marc HINDRY  
Pascal MASSART  
Ariane MÉZARD  
Hervé PAJOT

Bertrand RÉMY (dir.)

*Diffusion*

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA
<a href="mailto:smf@smf.univ-mrs.fr">smf@smf.univ-mrs.fr</a>	<a href="http://www.ams.org">www.ams.org</a>

*Tarifs*

*Vente au numéro* : 45 € (\$67)

*Abonnement électronique* : 500 € (\$750)

*Abonnement avec supplément papier* : 657 €, hors Europe : 699 € (\$1049)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

*Secrétariat : Nathalie Christiaën*

Panoramas et Synthèses  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96  
[panosmf@ihp.fr](mailto:panosmf@ihp.fr) • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2017

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISSN 1272-3835

ISBN 978-2-85629-850-3

Directrice de la publication : Stéphane SEURET

---

**ADVANCED TOPICS  
IN RANDOM MATRICES**

**Florent Benaych-Georges**

**Charles Bordenave**

**Mireille Capitaine**

**Catherine Donati-Martin**

**Antti Knowles**

*Florent Benaych-Georges*

*Charles Bordenave*

*Mireille Capitaine*

*Catherine Donati-Martin*

*Antti Knowles*

---

**2000 Mathematics Subject Classification.** – 60B20, 05C80, 46L54.

**Key words and phrases.** – Random matrix, Wigner matrix, local semicircle law, spectral rigidity, eigenvector delocalization, Random graph, free probability.

---

## ADVANCED TOPICS IN RANDOM MATRICES

Florent Benaych-Georges, Charles Bordenave, Mireille Capitaine,  
Catherine Donati-Martin, Antti Knowles

**Abstract.** – This book provides three accessible panoramas and syntheses on advanced topics in random matrix theory:

- local semicircle law for Wigner matrices, and applications to eigenvectors delocalization, rigidity of eigenvalues, and fourth moment theorem;
- spectrum of random graphs, recent advances on eigenvalues and eigenvectors, and open problems;
- deformed random matrices and free probability, unified understanding of various asymptotic phenomena such as spectral measure description, localization and fluctuations of extremal eigenvalues, eigenvectors behavior.

**Résumé (Thèmes avancés en matrices aléatoires).** – Ce livre propose trois panoramas et synthèses accessibles sur des thèmes avancés en matrices aléatoires:

- loi du semicercle locale pour les matrices de Wigner, et application à la délocalisation des vecteurs propres, à la rigidité des valeurs propres, ainsi qu’au théorème des quatre moments;
- spectres de graphes aléatoires, avancées récentes sur les valeurs propres et les vecteurs propres, et problèmes ouverts;
- matrices aléatoires déformées et probabilités libres, compréhension unifiée de divers phénomènes asymptotiques comme la description de la mesure spectrale, la localisation et les fluctuations des valeurs propres extrêmes, et le comportement des vecteurs propres.