

PANORAMAS ET SYNTHÈSES 18

**AUTOUR DU CENTENAIRE
LEBESGUE**

Gustave Choquet
Thierry De Pauw
Pierre de la Harpe
Jean-Pierre Kahane
Hervé Pajot
Bruno Sévenec

Société Mathématique de France 2004
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

G. Choquet

16, Av. d'Alembert, 92160 Antony.

T. De Pauw

Université Catholique de Louvain, Chemin du Cyclotron 2,
B-1348 Louvain-la-Neuve, Belgique.

E-mail : `depauw@math.ucl.ac.be`

P. de la Harpe

Section de Mathématiques, Université de Genève, Case postale 64,
CH-1211 Genève 4, Suisse.

E-mail : `Pierre.deLaHarpe@math.unige.ch`

J.-P. Kahane

Université Paris-Sud, Mathématiques, Bâtiment 425, 91405 Orsay Cedex, France.

H. Pajot

Université de Grenoble I, Institut Fourier, Laboratoire de Mathématiques,
UMR 5582, BP 74, 38402 Saint Martin d'Hères Cédex, France.

E-mail : `herve.pajot@ujf-grenoble.fr`

B. Sévenec

CNRS, UMPA, ENS-Lyon, 46 Allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07.

E-mail : `sevenec@umpa.ens-lyon.fr`

Url : `http://www.umpa.ens-lyon.fr/~sevenec`

Classification mathématique par sujets (2000). — 01A60, 11K36, 22C05, 26A39, 26A42, 26B15, 26B20, 28-03, 28A75, 28C10, 30C85, 37A30, 42B20, 43A07, 49Q15, 51-03, 60-03.

Mots clefs. — Capacité analytique, courbure de Menger, ensembles, ensembles à périmètre fini, équirépartition, géométrie, groupe compact, groupe moyennable, histoire, intégrales, intégrale de Cauchy, intégration, mesures, mesures finiment additives, mesure de Haar, mesures de Hausdorff, moyennes invariantes, paradoxes, probabilités, rectifiabilité, rectifiabilité uniforme, théorème de la divergence, trou spectral.

AUTOUR DU CENTENAIRE LEBESGUE

Gustave Choquet, Thierry De Pauw, Pierre de la Harpe,
Jean-Pierre Kahane, Hervé Pajot, Bruno Sévenec

Résumé. — Ce volume a été écrit à l'occasion du centenaire de la publication en 1901 de la fameuse note de Lebesgue introduisant son intégrale. Il fait suite à une journée de célébration organisée à l'École normale supérieure de Lyon. On y trouvera différents éclairages sur l'héritage de Lebesgue. Le témoignage de Gustave Choquet redonne vie aux mathématiques et mathématiciens de l'époque de Lebesgue. Les textes de Pierre de la Harpe et Bruno Sévenec sur les mesures finiment additives analysent leurs paradoxes et leurs liens avec la notion de moyennabilité ou l'équirépartition. La contribution de Hervé Pajot rend compte des progrès considérables qui ont été faits récemment dans la compréhension de la notion de rectifiabilité, en liaison avec la capacité analytique ou l'opérateur de Cauchy ; celle de Thierry De Pauw part de l'intégrale de Henstock et Kurzweil pour s'intéresser aux généralisations possibles de la formule de la divergence. Enfin, la préface de Jean-Pierre Kahane fait un lien entre tous ces éclairages, en même temps qu'elle lui permet d'évoquer l'influence mathématique de l'intégrale de Lebesgue tout au long du vingtième siècle.

Abstract (Around the Lebesgue centenary). — This volume was written on the occasion of the centennial of Lebesgue's Publication in 1901 of his famous Note introducing his integral. It results from a day of celebration at the École normale supérieure de Lyon. It provides various viewpoints on Lebesgue's heritage. Gustave Choquet gives a vivid testimony about mathematics and mathematicians of Lebesgue's era. Contributions by Pierre de la Harpe and by Bruno Sévenec on finitely additive measures analyse their paradoxes and their relationship with amenability or equirepartition. Hervé Pajot relates the recent and considerable progress made in understanding the notion of rectifiability, in relation with the analytic capacity or with the Cauchy operator. Thierry de Pauw, starting from Henstock and Kurzweil's integral, studies possibilities of generalizing the divergence formula. A preface by Jean-Pierre Kahane synthesizes these viewpoints and highlights Lebesgue's influence in the course of the twentieth century.

TABLE DES MATIÈRES

Résumés des articles	vii
Abstracts	ix
Avant-propos	xi
J.-P. KAHANE — <i>L'intégrale de Lebesgue au cours du vingtième siècle</i>	1
1. La vision actuelle	1
2. Le retard en France	2
3. L'explosion à l'étranger	4
4. La matière de ce livre	10
Références	15
G. CHOQUET — <i>Borel, Baire, Lebesgue</i>	23
1. Introduction	23
Eudoxe de Cnide (-406 à -355 av. J.C.)	24
2. Trois carrières qui s'entrecroisent	25
3. Un bref éclairage sur la vie de notre trinité	26
4. Premiers travaux de Borel	27
5. L'héritage de Baire	29
6. Les réactions des contemporains	30
7. Les facettes multiples de Lebesgue	30
8. Quelques compléments concernant mesure et intégration	33
Références	37
P. DE LA HARPE — <i>Mesures finiment additives et paradoxes</i>	39
1. Introduction	39
2. Décompositions paradoxales comme obstructions à l'existence de mesures .	41
3. L'alternative de Tarski et la définition de moyennabilité de von Neumann	49
4. Développements et problèmes	53
5. Quelques dates de la mesure et du paradoxe	55
Références	57