

ŒUVRES MATHÉMATIQUES

VOLUME II

René THOM

**DOCUMENTS MATHÉMATIQUES**

*série dirigée par Patrick Popescu-Pampu*

*Comité de rédaction*

Aline Bonami

Jean-Benoît Bost

Karine Chemla

Étienne Ghys

Mylène Maïda

Patrick Popescu-Pampu

DOCUMENTS MATHÉMATIQUES

Société Mathématique de France

Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris Cedex 05, France

Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96

secretariat@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2019

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISBN 978-2-85629-888-6.

Directeur de la publication : Stéphane SEURET

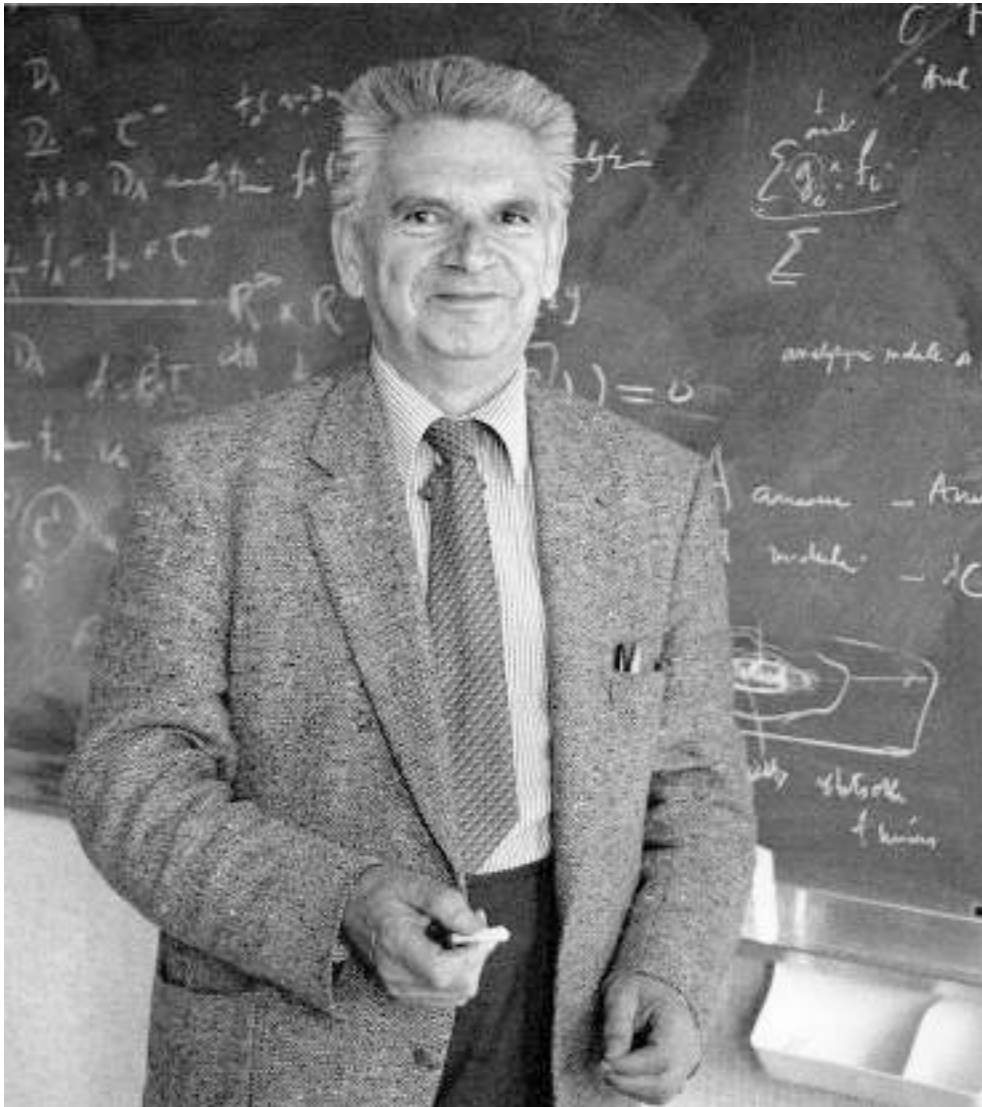
DOCUMENTS MATHÉMATIQUES 17

ŒUVRES MATHÉMATIQUES  
VOLUME II

René THOM

Société Mathématique de France 2019





Dans son bureau à l'IHÉS vers 1990

Photo Édouard Boubat, ©Archives de l'IHÉS - Droits réservés



## TABLE DES MATIÈRES

|   |     |
|---|-----|
| PRÉFACE .....   | 1   |
| BIBLIOGRAPHIE .....   | 7   |
| [1959] Singularities of differentiable mappings I, by Harold I. Levine [33]                     | 39  |
| <i>Comments and notes</i> .....   | 106 |
| <i>Traduction de la préface à l'édition russe, avec table des matières</i> .....                | 108 |
| <i>Appendice : une lettre à André Haefliger</i> .....   | 111 |
| <i>Commentaires</i> .....   | 114 |
| [1962] La stabilité topologique des applications polynomiales [37]                              | 117 |
| <i>Commentaires</i> .....   | 127 |
| [1962] Sur la théorie des enveloppes [38]   | 129 |
| <i>Notes</i> .....  | 145 |
| <i>Commentaires</i> .....   | 146 |
| [1963] Travaux de Moser sur la stabilité des mouvements périodiques<br>[40]                     | 163 |
| <i>Commentaires</i> .....   | 176 |
| [1964] Propriétés différentielles locales des ensembles analytiques, d'après<br>H. Whitney [41] | 181 |
| <i>Notes and comments</i> .....   | 193 |
| [1964] Local topological properties of differentiable mappings [43]                             | 197 |
| <i>Notes</i> .....  | 209 |
| [1964] Généralisation de la théorie de Morse aux variétés feuilletées [42]                      | 213 |

|   |     |
|---|-----|
| <i>Notes</i> .....  | 230 |
| [1965] Sur l'homologie des variétés algébriques réelles [44] .....  | 233 |
| Commentaires <i>par Ilia Itenberg</i> .....   | 244 |
| [1965] L'équivalence d'une fonction différentiable et d'un polynôme [45] .....  | 247 |
| <i>Notes</i> .....  | 258 |
| [1967] On some ideals of differentiable functions [46] .....  | 261 |
| <i>Commentaires</i> .....   | 266 |
| Les premiers articles de René Thom sur la morphogénèse et la<br>linguistique <i>par Jean Petitot</i> .....                | 269 |
| [1967] A dynamical theory for morphogenesis [47] .....  | 281 |
| <i>Notes</i> .....  | 292 |
| [1968] Sur les travaux de Stephen Smale [50] .....  | 297 |
| <i>Notes</i> .....  | 301 |
| [1968] Une théorie dynamique de la morphogénèse [51] .....  | 305 |
| Commentaires <i>de Sara Franceschelli et Jean Petitot</i> .....   | 343 |
| [1969] Topological models in biology [52] .....   | 363 |
| [1969] Sur les variétés d'ordre fini [54] .....   | 389 |
| <i>Notes</i> .....  | 394 |
| [1969] Ensembles et morphismes stratifiés [55] .....  | 395 |
| <i>Notes et commentaires</i> .....  | 440 |
| [1969] A mathematical approach to morphogenesis : archetypal<br>morphologies [56] .....                                   | 447 |
| <i>Notes</i> .....  | 457 |
| [1970] Topologie et linguistique, Essays on topology and related topics<br>(mémoires dédiés à Georges de Rham) [57] ..... | 461 |
| <i>Commentaire</i> .....  | 484 |
| [1970] Les mathématiques modernes : une erreur pédagogique et<br>philosophique? [58] .....                                | 493 |
| <i>Commentaires</i> .....   | 511 |
| [1970] Jets de Liapunov [59] .....  | 513 |
| <i>Notes de Krzysztof Kurdyka</i> .....   | 518 |
| [1970] Les symétries brisées en physique macroscopique et la mécanique<br>quantique [60] .....                            | 519 |



|   |     |
|---|-----|
| Chapeau ajouté par René Thom à la réédition de 1990 dans [253] . . . .    | 538 |
| <i>Commentaires de Valentin Poénaru</i> . . . . .                         | 539 |
| [1970] Couplage et catastrophes [61] . . . . .                            | 547 |
| [1971] Stratified sets and morphisms : local models [63] . . . . .        | 553 |
| <i>Comments</i> . . . . .   | 565 |
| [1971] The bifurcation subset of a space of maps [65] . . . . .           | 567 |
| <i>Notes and comments</i> . . . . .                                       | 574 |
| [1971] Structure locale des morphismes analytiques [66] . . . . .         | 579 |
| [1971] Sur le cobordisme fibré [67] . . . . .                             | 589 |
| [1971] Le degré brouwérien en topologie différentielle moderne [68] . . . | 591 |
| <i>Notes</i> . . . . .  | 598 |
| [1971] (avec Marcos Sebastiani) Un résultat sur la monodromie [69] . .    | 601 |
| <i>Comments by Norbert A'Campo and Bernard Teissier</i> . . . . .         | 608 |



## PRÉFACE

Ce volume 2 commence par le cours sur les singularités donné à Bonn en 1959, dans la rédaction de Harold Levine [33]<sup>(1)</sup>. Il réunit ensuite les articles de Thom publiés entre 1962 et 1971<sup>(2)</sup>, dans l'ordre chronologique de leur parution. Cela comporte en particulier :

- les premiers articles sur la *théorie des catastrophes* ;
- des articles fondamentaux sur les singularités d'applications, notamment sur leur stabilité topologique et sur les stratifications ;
- d'assez nombreuses applications de la théorie des singularités ;
- pour finir, un manuscrit inédit sur la monodromie, qui comporte une erreur mais aussi des idées importantes et belles.

Comme dans le volume 1, ces textes sont précédés d'une bibliographie *complète*<sup>(3)</sup> des œuvres de Thom, s'appuyant sur les versions antérieures de Michèle Porte, Jean Petitot et Aurélie Brest.

Les notes et commentaires occupent plus de place dans ce volume que dans le précédent, à la fois parce que les articles purement mathématiques y sont parfois moins achevés et parce que les autres ont besoin d'être situés par rapport aux disciplines auxquelles ils touchent.

---

<sup>(1)</sup> Les nombres entre crochets et en caractère gras renvoient à la bibliographie.

<sup>(2)</sup> Sauf le cours Fermi *Modèles mathématiques de la morphogenèse* donné à l'École normale supérieure de Pise en avril 1971 [70], et par lequel débutera le volume 3.

<sup>(3)</sup> Légèrement corrigée par rapport au volume 1, ce qui modifie parfois la numérotation.

**Remerciements.** — Nous remercions :

- ▷ Françoise, Elisabeth et Christian Thom, sans qui ce projet ne serait pas ;
- ▷ l'IHÉS, qui a soutenu l'entreprise de multiples manières, notamment en nous ouvrant les archives Thom ;
- ▷ Dusa McDuff et la succession Waddington, qui nous ont permis de reproduire [50] ;
- ▷ Sara Franceschelli, Norbert A'Campo, Ilia Itenberg, Krzysztof Kurdyka et Valentin Poenaru pour leurs précieux commentaires des articles reproduits ;
- ▷ Aurélie Brest et Sylvie Sallé, bibliothécaires à l'IHÉS, Julie Janody, Bérengère Warneck et Paula Novais, bibliothécaires à l'École Normale Supérieure et à l'Institut de Mathématiques de Jussieu, Alexandra Miric, bibliothécaire à l'Institut de Mathématiques de Jussieu puis à l'Institut Henri Poincaré, Christine Disdier, bibliothécaire à l'Institut de Recherche Mathématique Avancée de Strasbourg, qui nous ont aidés à collecter et reproduire les documents ;
- ▷ Nathalie Christiaën et Odile Boubakeur, qui ne nous ont pas ménagé leur aide malgré toutes leurs autres activités pour les publications de la SMF ;
- ▷ Raymond Séroul, qui a bien voulu mettre sa science au service de la composition finale.

Nous remercions également les institutions et éditions suivantes :

- ▷ American Mathematical Society ;<sup>(4)</sup>
- ▷ Annales de l'Institut Fourier ;
- ▷ Edinburgh University Press ;
- ▷ Elsevier ;
- ▷ Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université de Strasbourg ;
- ▷ Japan Mathematical Society ;
- ▷ University of Tokyo Press ;
- ▷ L'Enseignement Mathématique ;
- ▷ Nieuw Archief voor Wiskunde ;
- ▷ Princeton University Press ;
- ▷ Springer Nature ;
- ▷ Wistar Institute Press.

---

<sup>(4)</sup> À qui nous présentons nos excuses de l'avoir oubliée dans le volume 1, où elle nous avait permis de reproduire l'analyse de [22] par W.S. Massey dans les *Mathematical Reviews*.

Les notes et commentaires dus aux membres du comité de rédaction sont signés par les initiales de leurs auteurs :

- ▷ (A.H.) : André Haefliger<sup>(5)</sup>, initiateur du projet ;
- ▷ (M.C.) : Marc Chaperon<sup>(6)</sup>, coordinateur ;
- ▷ (A.C.) : Alain Chenciner<sup>(7)</sup> ;
- ▷ (F.L.) : François Laudenbach<sup>(8)</sup> ;
- ▷ (J.P.) : Jean Petitot<sup>(9)</sup> ;
- ▷ (B.T.) : Bernard Teissier<sup>(10)</sup> ;
- ▷ (D.T.) : David Trotman<sup>(11)</sup>.

---

<sup>(5)</sup> Professeur émérite à l'Université de Genève.

<sup>(6)</sup> Professeur émérite à l'Université Paris 7, membre de l'IMJ-PRG, UMR 7586 du CNRS.

<sup>(7)</sup> Professeur émérite à l'Université Paris 7, membre de l'IMCCE, Observatoire de Paris, UMR 8028 du CNRS.

<sup>(8)</sup> Professeur émérite à l'Université de Nantes, membre du Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, UMR 6629 du CNRS.

<sup>(9)</sup> Directeur d'études émérite, Centre d'analyse et de mathématique sociales, École des Hautes Études en Sciences Sociales, UMR 8557 du CNRS.

<sup>(10)</sup> Directeur de recherche émérite, IMJ-PRG, UMR 7586 du CNRS.

<sup>(11)</sup> Professeur émérite à l'Université d'Aix-Marseille, membre de l'Institut de Mathématiques de Marseille, UMR 7373 du CNRS.





En 1977 devant le Forschungsinstitut Oberwolfach

(avec l'aimable autorisation des archives du Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach)

