

# Bulletin

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

**Tome 148**  
**Fascicule 4**

**2020**

<b>Wolfgang Steiner</b> — Thue–Morse–Sturmian words and critical bases for ternary alphabets . .	597-611
<b>Samir Bedrouni &amp; David Marín</b> — Une nouvelle démonstration de la classification des feuilletages convexes de degré deux sur $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^2$ . . . . .	613-622
<b>Nguyen Kieu Hieu</b> — Shtukas adiques, modifications et applications . . . . .	623-650
<b>Zoghman Mebkhout</b> — Sur le théorème de la monodromie pour une famille d'équations différentielles $p$ -adiques . . . . .	651-708
<b>Nicolas Curien &amp; Cyril Marzouk</b> — Markovian explorations of random planar maps are roundish	709-732
<b>Shreyasi Datta &amp; Anish Ghosh</b> — Multiplicative $p$ -adic metric Diophantine approximation on manifolds and dichotomy of exponents . . . . .	733-747

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Pages 597-747



## Sommaire

<b>Wolfgang Steiner</b> — Mots de Thue–Morse–Sturm et bases critiques pour les alphabets ternaires .....	597-611
<b>Samir Bedrouni &amp; David Marín</b> — Une nouvelle démonstration de la classification des feuilletages convexes de degré deux sur $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^2$ .....	613-622
<b>Nguyen Kieu Hieu</b> — Shtukas adiques, modifications et applications	623-650
<b>Zoghman Mebkhout</b> — Sur le théorème de la monodromie pour une famille d'équations différentielles $p$ -adiques .....	651-708
<b>Nicolas Curien &amp; Cyril Marzouk</b> — Sur les explorations markoviennes des cartes planaires aléatoires .....	709-732
<b>Shreyasi Datta &amp; Anish Ghosh</b> — Approximation diophantienne métrique $p$ -adique multiplicative sur des variétés et dichotomie des exposants .....	733-747

# Contents

<b>Wolfgang Steiner</b> — Thue–Morse–Sturmian words and critical bases for ternary alphabets .....	597-611
<b>Samir Bedrouni &amp; David Marín</b> — A new proof of the classification of convex foliations of degree two on the complex projective plane .	613-622
<b>Nguyen Kieu Hieu</b> — Adic Shtukas, modifications and applications	623-650
<b>Zoghman Mebkhout</b> — On the monodromy theorem for the family of $p$ -adic differential equations .....	651-708
<b>Nicolas Curien &amp; Cyril Marzouk</b> — Markovian explorations of random planar maps are roundish .....	709-732
<b>Shreyasi Datta &amp; Anish Ghosh</b> — Multiplicative $p$ -adic metric Diophantine approximation on manifolds and dichotomy of exponents .	733-747

## THUE–MORSE–STURMIAN WORDS AND CRITICAL BASES FOR TERNARY ALPHABETS

BY WOLFGANG STEINER

---

ABSTRACT. — The set of unique  $\beta$ -expansions over the alphabet  $\{0, 1\}$  is trivial for  $\beta$  below the golden ratio and uncountable above the Komornik–Loreti constant. Generalisations of these thresholds for three-letter alphabets were studied by Komornik, Lai and Pedicini (2011, 2017). We use a class of  $S$ -adic words, including the Thue–Morse sequence (which defines the Komornik–Loreti constant) and Sturmian words (which characterise generalised golden ratios) to determine the value of a certain generalisation of the Komornik–Loreti constant to three-letter alphabets.

RÉSUMÉ (*Mots de Thue–Morse–Sturm et bases critiques pour les alphabets ternaires*). — L'ensemble des  $\beta$ -développements uniques avec l'alphabet  $\{0, 1\}$  est trivial pour  $\beta$  au-dessous du nombre d'or et non dénombrable au-dessus de la constante de Komornik–Loreti. Des généralisations de ces seuils pour les alphabets de trois lettres furent étudiées par Komornik, Lai et Pedicini (2011, 2017). Nous utilisons une classe de mots  $S$ -adiques comprenant la suite de Thue–Morse (qui définit la constante de Komornik–Loreti) et les mots sturmiens (qui caractérisent les nombres d'or généralisés) pour déterminer la valeur d'une certaine généralisation de la constante de Komornik–Loreti aux alphabets de trois lettres.

---

*Texte reçu le 18 février 2019, modifié le 25 février 2020, accepté le 30 avril 2020.*

WOLFGANG STEINER, Université de Paris, IRIF, CNRS, F-75006 Paris, France •  
E-mail : [steiner@irif.fr](mailto:steiner@irif.fr)

Mathematical subject classification (2010). — 11A63, 68R15.

Key words and phrases. —  $\beta$ -expansion, Unique expansion, Golden ratio, Komornik–Loreti constant, Thue–Morse sequence, Sturmian words,  $S$ -adic words.

This work was supported by the Agence Nationale de la Recherche through the project CODYS (ANR-18-CE40-0007).