

## TEXTES & DOCUMENTS

### UN COURS INÉDIT DE CHASLES EN SORBONNE 'CONSIDÉRATIONS SUR LA THÉORIE DES SECTIONS CONIQUES', DISCOURS D'OUVERTURE DU COURS DE GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE (1847–1848)

Nicolas Michel & Ivahn Smadja

---

Résumé. — Nous présentons une transcription et un commentaire d'un cours inédit du géomètre français Michel Chasles (1793–1880), dont le manuscrit est conservé aux Archives de l'Académie des sciences. Il s'agit du discours d'ouverture du cours de 'Géométrie supérieure' pour l'année scolaire 1847–1848. Le cours de cette année portait sur la théorie des sections coniques. Dans cette première leçon, Chasles présente une histoire des méthodes employées pour l'étude des coniques et justifie le choix qu'il fait pour ce cours de revenir à la « Méthode des Anciens » pour former une théorie à la fois pleinement générale et purement géométrique de ces courbes.

Abstract (An unpublished lecture by Chasles at the Sorbonne: 'Considerations on the theory of conical sections', Opening lecture of the higher geometry course (1847–1848))

We present an annotated transcription of an unpublished lecture given by the French geometer Michel Chasles (1793–1880), obtained from a manuscript preserved at the archives of the Académie des sciences. This was the opening lecture for the course of higher geometry for the academic year 1847–1848.

---

Texte reçu le 14 septembre 2020, accepté le 12 janvier 2021, révisé le 24 février 2021.

N. Michel, Mathematisch Instituut, Utrecht Universiteit, Hans Freudenthalgebouw, Room 609, 6, 3584CD Utrecht.

Courrier électronique : [n.p.r.michel@uu.nl](mailto:n.p.r.michel@uu.nl)

I. Smadja, (1) Université de Nantes, CAPHI (EA 7463), Chemin de la Censive du Terre, 44312 Nantes, (2) Université de Paris, SPHERE (UMR 7219), Campus Grands Moulins.

Courrier électronique : [ivahn.smadja@univ-nantes.fr](mailto:ivahn.smadja@univ-nantes.fr)

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A55, 00A30, 51–03.

Mots clés : Géométrie, coniques, Chasles, Terquem, histoire des mathématiques.

Key words and phrases. — Geometry, conics, Chasles, Terquem, history of mathematics.

That year's teaching dealt with the theory of conic sections. In this lecture, Chasles presents a history of the methods used in the study of conic sections, and justifies his choice in his teaching to go back to the "Method of the Ancients," which he viewed necessary to form a fully general and purely geometrical theory of these curves.

## INTRODUCTION

Le présent document est une retranscription, augmentée de quelques notes explicatives, d'un texte manuscrit conservé dans les archives scientifiques de Michel Chasles (1793–1880), à l'Académie des sciences de Paris. Ce manuscrit correspond à une version retravaillée du discours prononcé par Chasles à la Faculté des sciences de Paris (c'est-à-dire en Sorbonne), en ouverture de son cours pour l'année universitaire 1847–1848, en sa capacité de professeur de Géométrie supérieure. L'enseignement de Chasles, cette année, se voulait une théorie purement géométrique des sections coniques. Dans ce discours d'ouverture, Chasles a deux objectifs : le premier est de discuter l'histoire de la théorie des sections coniques, ou, plus exactement, l'histoire des méthodes par lesquelles cette théorie a été traitée jusqu'au célèbre *Traité des propriétés projectives* de Jean-Victor Poncelet (1788–1867). Le second objectif, qui découle du premier, consiste à discuter, sur la base de cette étude historique, des mérites respectifs desdites méthodes ; de manière à faire valoir, ultimement, la nécessité d'un retour à la « Méthode des Anciens » pour l'étude de la géométrie des coniques.

Ce texte est intéressant à plus d'un titre. Il constitue un maillon manquant entre deux phases de la carrière scientifique du géomètre français, qui ont pu apparaître disjointes. Dans l'œuvre de Chasles, le travail historiographique sur les méthodes de la géométrie, engagé dès l'*Aperçu historique* publié en 1837, aussi bien que les thèses de nature épistémologique qui le sous-tendent, sont liés de manière originale aux mathématiques produites. La complexité de cette œuvre a, ces dernières années, suscité un intérêt croissant<sup>1</sup>. L'historiographie et l'épistémologie de Chasles permettent ainsi une meilleure compréhension de sa pratique mathématique telle qu'on peut l'observer dans son *Traité de Géométrie supérieure*, publié en 1852, mais largement appuyé sur le contenu des cours dispensés en Sorbonne dès 1846. On sait également que Chasles, dans les années 1850, s'est

---

<sup>1</sup> Voir par exemple Nabonnand [2011], Chemla [2016], Smadja [2016], Bussotti [2019], Michel [2020a], Michel & Smadja [2021a;b].

tourné vers l'étude des courbes et surfaces géométriques, et en particulier des coniques et des quadriques. Ce travail devait par la suite culminer avec d'une part la publication en 1865 d'un *Traité des Sections coniques*, et d'autre part, l'élaboration entre 1864 et 1867 de la célèbre théorie des caractéristiques; une méthode générale pour l'énumération des coniques du plan satisfaisant cinq conditions géométriques. Cependant, de cette théorie des coniques, seule était jusqu'ici disponible l'« exposition dogmatique » que Chasles en proposait dans les années 1860, mais sans les réflexions historico-philosophiques dont elle se nourrissait. Ce texte constitue donc une pièce importante pour la compréhension de la trajectoire mathématique de Chasles, de sa défense des méthodes purement géométriques, ainsi que de son rejet partiel des travaux de certains de ses contemporains, dont notamment Poncelet.

Avant de donner notre retranscription de ce document, nous discuterons brièvement le contexte dans lequel Chasles enseignait la géométrie, le statut du manuscrit retranscrit ici, et le débat épistémologique qui sous-tend le contenu de ce cours.

### *Le cours de Géométrie supérieure de Michel Chasles (1846–1880)*

Le cours de Géométrie supérieure, dont ce texte est issu, fut créé en 1846 spécialement pour Chasles, sous l'influence de Louis Poinsot (1777–1859)<sup>2</sup>. Dès 1868, Pierre-Ossian Bonnet (1819–1892) commença à régulièrement suppléer Chasles dans ses charges d'enseignement<sup>3</sup>. En 1878, Bonnet fut élu à la chaire d'Astronomie laissée vacante par le décès de Le Verrier; et Gaston Darboux commença à assurer les cours de Chasles. Après

---

<sup>2</sup> Cf. [Boudin 1869, p. 6]. Cette dette envers Poinsot est aussi exprimée par Chasles dans son *Rapport sur les progrès de la géométrie*, [Chasles 1870, p. 219–220]. Chasles et Poinsot partageaient de nombreuses thèses sur le mérite des méthodes géométriques par rapport à l'analyse; voir par exemple [Chasles 1837a, p. 415–416; 614–615] et [Poinsot 1842, p. 352–353].

<sup>3</sup> Après le décès de Charles-François Sturm (1803–1855), Joseph Liouville (1809–1882) entreprit de devenir professeur à la Faculté des Sciences à son tour. Pour cela, il écrivit à Chasles en 1856 pour proposer de l'assister dans l'enseignement de la géométrie supérieure. Ce dernier refusa, invoquant notamment le petit nombre d'étudiants qui suivaient ce cours et le statut trop peu prestigieux de cette position pour un mathématicien de la stature de Liouville (qui finit par obtenir une chaire de mécanique l'année suivante); cf. [Lützen 1990, p. 195–196]. En outre, Liouville suivit le cours de Chasles lors de l'année 1847–1848, c'est-à-dire celui dont nous présentons ici la première leçon. Les notes qu'il prit à cette occasion sont conservées à la Bibliothèque de l'Institut de France (Ms 3618, p. 18v-39r).

le décès de ce dernier en 1880, c'est Darboux qui obtint la chaire de Géométrie supérieure ; il en sera aussi le dernier détenteur<sup>4</sup>.

De ce cours, quelques traces publiées subsistent. Le discours inaugural de l'année scolaire 1846–1847 fut reproduit dans le *Journal de Liouville*, puis inséré avec quelques légères modifications dans le *Traité de Géométrie supérieure*. Ce *Traité*, quant à lui, est présenté comme fondé sur l'enseignement que Chasles délivrait en Sorbonne. Les notes prises par Liouville alors qu'il suivait l'enseignement de Chasles permettent d'ailleurs de confirmer la présence et la centralité, dès 1847, de la plupart des théories que Chasles allait placer au cœur dudit *Traité*<sup>5</sup> (cf. fig. 1). En fait, une part importante des publications scientifiques de Chasles entre 1846 et 1867, que ce soit sous la forme de livres ou de communications à l'Académie des sciences de Paris, furent d'abord préparées en vue de ces leçons en Sorbonne. Ce cours constituait ainsi un véritable laboratoire dans lequel Chasles pouvait faire varier à loisir le sujet de son enseignement d'année en année, élaborer de nouvelles façons d'écrire et de présenter la géométrie auprès d'étudiants ayant reçu au préalable une formation générale en mathématiques.

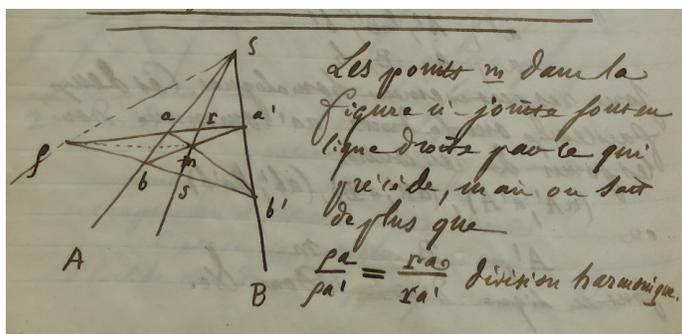


Figure 1. Extrait des notes prises par Liouville lors du cours de Géométrie supérieure de Chasles, 1847–1848. Bibliothèque de l'Institut Ms 3618, 22v.

Il est difficile d'établir avec précision un profil socio-professionnel de l'auditoire de Chasles. Les cours à la Faculté des Sciences, à cette époque,

<sup>4</sup> Cf. [Croizat 2016, p. 713–716]. Le contenu des cours changea complètement après la passation de cette chaire à Darboux, qui choisit d'enseigner la géométrie infinitésimale et les méthodes analytiques plutôt que la géométrie pure de Chasles.

<sup>5</sup> C'est le cas des théories du rapport anharmonique, de la division homographique, ou encore de l'involution. Cependant, comme nous le verrons plus loin, les notes de Liouville attestent que le principe des signes n'était pas encore acquis en 1847.

sont des cours publics ; et l'inscription n'y est requise que pour le passage d'examens (licence ou doctorat ès sciences). Ce format permit en revanche à divers militaires de passage ou à d'occasionnels amateurs de mathématiques de suivre ces cours de manière irrégulière. Ainsi, le vice-amiral de la Marine Ernest de Fauque de Jonquières (1820–1901) put suivre quelques uns des cours de Chasles lors de ses passages ponctuels à Paris, mais également emporter avec lui des notes desdits cours lors de ses multiples expéditions militaires et coloniales<sup>6</sup>. Au-delà du seul cas De Jonquières (et du cours de géométrie supérieure), les facultés françaises dans les années 1840 attirent un public divers, comprenant aussi bien des lycéens préparant le baccalauréat que des auditeurs libres en quête de distraction<sup>7</sup>.

En outre, se trouvaient dans l'auditoire de Chasles bon nombre d'étudiants étrangers<sup>8</sup>. Mentionnons-en deux qui non seulement assistèrent aux cours de Chasles, mais en propagèrent ensuite les enseignements dans leurs pays respectifs. Le premier est Thomas Archer Hirst (1830–1892). Ce dernier avait quitté son Angleterre natale au jeune âge de vingt ans sur le conseil de John Tyndall (1820–1893) pour étudier la géométrie à Marburg, puis à Göttingen et à Berlin (auprès, notamment, de Jakob Steiner (1796–1863)). Sur le chemin du retour, en 1853, il s'arrêta à Paris pour suivre les cours de Liouville et de Gabriel Lamé (1795–1870), mais aussi pour nouer des liens avec divers mathématiciens parisiens dont Chasles. Peu après son mariage en 1854, sa femme Anna Hirst (née Martin) tombera gravement malade, et le jeune couple s'installera dans le sud de la France à la recherche d'un traitement. Après le décès tragique de sa femme durant l'été 1857, Hirst passera près d'un an à Paris, où il suivra les cours de géométrie supérieure de Chasles, et échangera avec Poincaré, Liouville, ou encore Joseph Bertrand (1822–1900). Peu après son retour définitif en Angleterre en 1859, Hirst deviendra une figure incontournable de la scène mathématique londonienne où, connu comme l'un des rares partisans de la géométrie pure, il se verra attribuer diverses

---

<sup>6</sup> Dans une lettre ouverte publiée dans le cadre d'une polémique contre celui qui avait été son 'maître' en géométrie, De Jonquières affirmait ne pas avoir assisté au cours de Chasles « dans toute [sa] vie, plus de six ou sept fois réparties sur plusieurs années différentes » ; cf. [de Jonquières 1867, p. 11]. Ses multiples publications, préparées en mer ou depuis diverses postes coloniaux, montrent toutefois qu'il était en possession de copies des communications et cours de Chasles.

<sup>7</sup> Cf. Noguès [2008].

<sup>8</sup> Le Paris du XIX<sup>e</sup> siècle, en particulier au lendemain de la monarchie de Juillet, occupait une place de choix sur le « marché universitaire mondial », et attirait des étudiants aux origines sociales et géographiques diverses, auxquels était réservé un « accueil très libéral » ; cf. [Moulinier 2012, p. 33–75].