

# SOMMAIRE DU N° 107

---

<b>SMF</b>	
Mot de la Présidente et vie de la société .....	3
<b>MATHÉMATIQUES</b>	
Principe local-global en arithmétique, <i>D. Harari</i> .....	5
Une erreur féconde du mathématicien Henri Poincaré, <i>J.-P. Yoccoz</i> .....	19
<b>PROMENADES MATHÉMATIQUES</b>	
Le Fabuleux destin de $\sqrt{2}$ , <i>B. Rittaud</i> .....	28
<b>MATHÉMATIQUES ET MUSIQUE</b>	
Écouter un « Block Design », <i>T. Johnson</i> .....	39
<b>ENSEIGNEMENT</b>	
L'ascenseur social ne fonctionne que si l'on paye les charges, <i>P. Arnoux, P. Fontes, A. Morel, J. Treiner</i> .....	49
<b>PRIX ET DISTINCTIONS</b>	
Prix Fermat 2005 .....	53
<b>INFORMATIONS</b>	
Émile Picard (1856–1941), membre de l'Académie des sciences, <i>DISC de l'Académie des sciences</i> .....	55
Section 01 du Comité National .....	56
Recrutements universitaires des mathématicien(ne)s en 2004, <i>L. Busé</i> .....	62
Les mathématiques à l'ANR en 2005, <i>P. Arnoux, P. Flajolet, V. Franjou, C. Kassel</i> ..	65
<b>CARNET</b>	
Claude Berge : un hommage en quelques images personnelles, <i>G. Hahn</i> .....	71
<b>TRIBUNE LIBRE</b>	
De l'école, de la connaissance et de la foi, <i>J.-P. Kahane</i> .....	81
<b>LIVRES</b> .....	87

# Éditorial

---

Le numéro spécial de la *Gazette* pour l'année 2005 était consacré à la physique.

Félicitations à Bertrand Duplantier et Kirone Mallick pour leur remarquable travail éditorial.

Comme vous l'avez remarqué ce spécial vous a été envoyé, cette année, en même temps que le numéro courant auquel il est rattaché, celui d'octobre. Ce rattrapage de calendrier n'aurait pas été possible sans le travail exemplaire de Claire Ropartz et Marielle Randria-Riou. Qu'elles en soient ici remerciées.

Bonne année 2006.

— *Colette Anné*

## Mot de la Présidente et vie de la société

---

La démission forcée de Laurent Lafforgue du Haut Comité à l'Éducation où il venait d'être nommé, a soulevé beaucoup de débats dans la communauté mathématique. Vous pourrez trouver une partie de ces discussions sur la tribune libre du forum de la SMF <http://smf.emath.fr/Forum/TribuneLibre/>.

Les appels et courriels que j'ai reçus, et les avis que j'ai sollicités auprès de collègues qui n'avaient pas souhaité s'exprimer spontanément, m'ont convaincue que la proposition d'une réaction publique immédiate de la SMF divisait profondément les mathématiciens. En conséquence, et conformément à nos règles de fonctionnement (une décision du Bureau ou du Conseil de la société ne peut se prendre par voie électronique que si elle est unanime, le manque d'unanimité rendant nécessaire une réunion autour d'une vraie table non virtuelle), j'ai saisi de cette question le Bureau lors de sa réunion du 2 décembre.

La discussion, passionnée, longue et sérieuse, a montré que si les avis divergeaient fortement sur l'interprétation de l'événement lui-même et les réactions immédiates qu'il convenait ou non de lui consacrer, l'accord se faisait sur l'importance de la question sous-jacente : l'état de l'enseignement des mathématiques dans notre pays, qu'il est nécessaire d'analyser à fond, sans langue de bois et discours lénifiant.

Nous avons identifié trois points clefs :

1. Des problèmes aigus se posent à l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux.
2. Dans la situation où se trouve notre pays, et plus précisément la persistance depuis 20 ans d'un taux de chômage destructeur notamment chez les jeunes, des questions de société, telles que le rôle de la sélection par les mathématiques dans l'accès à un grand nombre de formations, pèsent lourd dans la perception de notre discipline par nos concitoyens.
3. Comme sur d'autres sujets d'actualité, l'affrontement entre les tenants de positions bloquées ne permettra pas de sortir de cette situation. On peut même penser qu'elle aura in fine un impact globalement négatif sur la qualité de l'enseignement de notre discipline.

Le Conseil de la société a désigné, lors de la réunion qui a suivi son renouvellement partiel, un vice-président et une commission chargés de traiter des questions relatives à l'enseignement.

Beaucoup de travail a été accompli récemment à ce niveau, notamment l'organisation du récent Colloque franco-finlandais « L'enseignement des mathématiques : à partir de l'enquête PISA » <http://smf.emath.fr/VieSociete/Rencontres/France-Finlande-2005/index.html>. Notre conviction que le débat ne doit surtout pas rester franco-français est sortie renforcée de cette rencontre.

Sur toute question portant sur l'orientation de la politique de la société, c'est naturellement au Conseil, seul organe élu directement par nos adhérents, qu'il revient de se prononcer. Sans prétendre atteindre du premier coup une vue exhaustive de la diversité des points de vue, le Conseil du 7 janvier prochain auditionnera plusieurs collègues à propos de l'état de l'enseignement des mathématiques dans notre pays et des remèdes qu'il convient d'y apporter. Il décidera des moyens à mettre en œuvre pour nous permettre de mener un vrai débat, condition indispensable pour parvenir à reconstruire une pensée collective de notre communauté sur cette question fondamentale.

Le 13 décembre 2005  
Marie-Françoise Roy

## Vie de la société

### Adhésion gratuite en 2006 pour les docteurs de 2005

Pour la seconde année consécutive, la SMF offre une adhésion gratuite aux docteurs de mathématique qui en font la demande. Voir <http://smf.emath.fr/Adhesions/JeunesDocteurs/JeunesDocteurs2005.pdf> Pensez à en informer les personnes concernées.

### Promenades mathématiques

Les Promenades mathématiques, co-organisées par la Société Mathématique de France et l'association Animath, regroupent un ensemble de conférences de vulgarisation destinées à présenter de façon accessible des idées importantes des mathématiques. Les Promenades ont à la fois vocation à proposer des conférences et à en faciliter l'organisation.

<http://smf.emath.fr/MathGrandPublic/PromenadesMathematiques/>

### Remise du Prix Audin le 8 décembre

Toutes les informations sur le Prix de Mathématiques Maurice Audin se trouvent sur le site de la SMF <http://smf.emath.fr/InfoDiverses/PrixMauriceAudin/>

Les deux lauréats de l'année 2005 sont Brahim Mezerdi et Didier Smets.

### Veiller à la parité

La SMF s'est associée au mouvement de dénonciation de la sous-représentation des femmes suscité par la composition du nouveau Conseil d'administration du CNRS. <http://smf.emath.fr/VieSociete/Divers/ComPresse28-10-2005.html>

### Rencontres organisées par la SMF

Notre journée scientifique annuelle, sur le thème **Mathématiques et Physique** a eu lieu le vendredi 21 octobre 2005 à Strasbourg <http://smf.emath.fr/VieSociete/JourneeAnnuelle/2005/>.

À l'occasion du dixième anniversaire de la *Revue d'histoire des mathématiques*, une journée consacrée à « **L'histoire des mathématiques aujourd'hui : professionnalisation et diversité** » a été organisée le 15 octobre à l'Institut Henri Poincaré, <http://smf.emath.fr/VieSociete/Rencontres/RHM10-2005.html>.

# MATHÉMATIQUES

---

## Principe local-global en arithmétique

David Harari<sup>1</sup>

---

### Introduction

Considérons un système d'équations

$$(1) \quad f_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, \dots, r$$

où les  $f_i$  sont des polynômes à coefficients dans  $\mathbf{Z}$ . Décider si ce système possède une solution en nombres entiers est une question en général très difficile. Les travaux de Davis, Putnam, Robinson et Matjasevic dans les années soixante ont du reste montré que ce problème était essentiellement indécidable <sup>2</sup>.

Au lieu de considérer les solutions en nombres entiers, on peut s'intéresser aux solutions à valeurs dans le corps  $\mathbf{Q}$  des rationnels. Si les polynômes  $f_i$  sont homogènes, on ne considère que les solutions non triviales (i.e. différentes de  $(0, \dots, 0)$ ), et la question de l'existence d'une telle solution sur  $\mathbf{Q}$  ou sur  $\mathbf{Z}$  est bien sûr la même.

On peut aussi reformuler ces questions en termes géométriques. Dans le cas d'une famille de polynômes  $f_i$  quelconques, il s'agit de déterminer si la *variété algébrique affine* définie par le système (1) possède un point entier, ou encore un point rationnel. Dans le cas d'une famille de polynômes homogènes, ces polynômes définissent une *variété algébrique projective*, et on se demande si cette variété possède un point rationnel.

Faute d'une méthode générale pour résoudre ces questions, il est naturel de chercher des conditions nécessaires, et la première idée consiste à utiliser des congruences. Voici un exemple classique, dû à Fermat :

**Proposition.** — *Soit  $m$  un entier de la forme  $m = 4^r(8s + 7)$  avec  $r$  et  $s$  entiers  $> 0$ . Alors l'équation*

$$x^2 + y^2 + z^2 = m$$

*n'a pas de solutions rationnelles.*

---

<sup>1</sup> Université Paris-Sud Orsay

<sup>2</sup> Pour une formulation plus précise de ce résultat, on pourra par exemple se reporter à [20].