

Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 172
Nouvelle série

**ASYMPTOTIC PROPERTIES
OF SMALL DATA SOLUTIONS
OF THE VLASOV-MAXWELL
SYSTEM IN HIGH DIMENSIONS**

L. BIGORGNE

2 0 2 2

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Comité de rédaction

Christine BACHOC
Yann BUGEAUD
François DAHMANI
Béatrice de TILLIÈRE
Clotilde FERMANIAN
Wendy LOWEN

Laurent MANIVEL
Julien MARCHÉ
Kieran O'GRADY
Emmanuel RUSS
Eva VIEHMANN

Marc HERZLICH (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
commandes@smf.emath.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 35 € (\$ 53)

Abonnement électronique : 113 € (\$ 170)

Abonnement avec supplément papier : 167 €, hors Europe : 197 € (\$ 296)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
memoires@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2022

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN papier 0249-633-X; électronique : 2275-3230

ISBN 978-2-85629-955-5

doi : 10.24033/msmf.480

Directeur de la publication : Fabien DURAND

**ASYMPTOTIC PROPERTIES OF SMALL
DATA SOLUTIONS OF THE
VLASOV-MAXWELL SYSTEM IN HIGH
DIMENSIONS**

Léo Bigorgne

L. Bigorgne

Département de Mathématiques Bâtiment 307, Faculté des Sciences d'Orsay,
Université Paris-Saclay, F-91405 Orsay Cedex..

E-mail : `leo.bigorgne@u-psud.fr`

Reçu le 27 février 2018, révisé successivement le 6 mars 2019 et le 8 février 2020,
accepté le 10 juin 2020.

2000 Mathematics Subject Classification. – 35B35, 35B40, 35Q61, 35Q83, 35Lxx.

Key words and phrases. – Hyperbolic PDE, Vlasov-Maxwell system, non linear equations, wave and transport equations, vector field methods, null structure.

Mots clefs. – EDP hyperboliques, système de Vlasov-Maxwell, équations non linéaires, équations d'ondes et de transport, méthode des champs de vecteurs, structure isotrope.

ASYMPTOTIC PROPERTIES OF SMALL DATA SOLUTIONS OF THE VLASOV-MAXWELL SYSTEM IN HIGH DIMENSIONS

Léo Bigorgne

Abstract. – We prove almost sharp decay estimates for the small data solutions and their derivatives of the Vlasov-Maxwell system in dimension $n \geq 4$. The smallness assumption concerns only certain weighted L^1 or L^2 norms of the initial data. In particular, no compact support assumption is required on the Vlasov or the Maxwell fields. The main ingredients of the proof are vector field methods for both the kinetic and the wave equations, null properties of the Vlasov-Maxwell system to control high velocities and a new decay estimate for the velocity average of the solution of the relativistic massive transport equation.

We also consider the massless Vlasov-Maxwell system under a lower bound on the velocity support of the Vlasov field. As we prove in this paper, the velocity support of the Vlasov field needs to be initially bounded away from 0. We compensate the weaker decay estimate on the velocity average of the massless Vlasov field near the light cone by an extra null decomposition of the velocity vector.

Résumé (Propriétés asymptotiques des solutions à données petites du système de Vlasov-Maxwell en grandes dimensions)

Nous établissons dans cet article des estimations de décroissance presque optimales sur les solutions à données petites, ainsi que sur leurs dérivées, du système de Vlasov-Maxwell en dimension $n \geq 4$. Les hypothèses de petitesse ne concernent que des normes L^1 ou L^2 à poids des données initiales. Par conséquent, aucune restriction de support n'est imposée sur le champ de Vlasov ou le champ électromagnétique. Les éléments clés de la démonstration sont des méthodes de champs de vecteurs, utilisées tant pour étudier l'équation cinétique que les équations d'ondes, les propriétés isotropes du système afin de contrôler les grandes vitesses et une nouvelle inégalité de décroissance pour la moyenne en vitesse des solutions de l'équation de transport relativiste massive.

Nous étudions également le système de Vlasov-Maxwell sans masse pour des champs de Vlasov dont le support en vitesse est disjoint d'un voisinage de 0. Comme nous le montrons dans ce papier, cette hypothèse est nécessaire pour que le problème