

# Bulletin

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Tome 150  
Fascicule 1

2022

<b>Bernard Helffer &amp; Zeinab Karaki</b> — Maximal estimates for the Kramers–Fokker–Planck operator with electromagnetic field .....	1-16
<b>Toshiaki Hattori</b> — Singular vectors and geometry at infinity of products of hyperbolic spaces	17-52
<b>Rubén Muñoz--Bertrand</b> — Pseudo-valuations on the de Rham–Witt complex .....	53-75
<b>Zuzana Masáková, Tomáš Vávra &amp; Francesco Veneziano</b> — Finiteness and periodicity of continued fractions over quadratic number fields ...	77-109
<b>Corentin Audiard &amp; L. Miguel Rodrigues</b> — About plane periodic waves of the nonlinear Schrödinger equations .....	111-207
<b>Xiaojun Wu</b> — A study of nefness in higher codimension .....	209-249

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE



## Sommaire

<b>Bernard Helffer &amp; Zeinab Karaki</b> — Estimation maximale pour l'opérateur de Kramers-Fokker-Planck avec champ électromagnétique	1-16
<b>Toshiaki Hattori</b> — Vecteurs singuliers et géométrie à l'infini des produits d'espaces hyperboliques	17-52
<b>Rubén Muñoz--Bertrand</b> — Pseudovaluations sur le complexe de de Rham–Witt	53-75
<b>Zuzana Masáková, Tomáš Vávra &amp; Francesco Veneziano</b> — Finitude et périodicité des fractions continues sur des corps de nombres quadratiques	77-109
<b>Corentin Audiard &amp; L. Miguel Rodrigues</b> — À propos des ondes planes périodiques des équations de Schrödinger non linéaires	111-207
<b>Xiaojun Wu</b> — Une étude de l'effectivité numérique en codimension supérieure	209-249

# Contents

<b>Bernard Helffer &amp; Zeinab Karaki</b> — Maximal estimates for the Kramers–Fokker–Planck operator with electromagnetic field . . . . .	1-16
<b>Toshiaki Hattori</b> — Singular vectors and geometry at infinity of products of hyperbolic spaces . . . . .	17-52
<b>Rubén Muñoz--Bertrand</b> — Pseudo-valuations on the de Rham–Witt complex . . . . .	53-75
<b>Zuzana Masáková, Tomáš Vávra &amp; Francesco Veneziano</b> — Finiteness and periodicity of continued fractions over quadratic number fields . . . . .	77-109
<b>Corentin Audiard &amp; L. Miguel Rodrigues</b> — About plane periodic waves of the nonlinear Schrödinger equations . . . . .	111-207
<b>Xiaojun Wu</b> — A study of nefness in higher codimension . . . . .	209-249

## MAXIMAL ESTIMATES FOR THE KRAMERS–FOKKER–PLANCK OPERATOR WITH ELECTROMAGNETIC FIELD

BY BERNARD HELFFER & ZEINAB KARAKI

---

ABSTRACT. — In continuation of a former work by the first author with F. Nier (2009) and of a more recent work by the second author on the torus (2019), we consider the Kramers–Fokker–Planck operator (KFP) with an external electromagnetic field on  $\mathbb{R}^d$ . We show a maximal type estimate on this operator using a nilpotent approach for vector field polynomial operators and induced representations of a nilpotent graded Lie algebra. This estimate leads to an optimal characterization of the domain of the closure of the (KFP) operator and a criterion for the compactness of the resolvent.

RÉSUMÉ (*Estimation maximale pour l'opérateur de Kramers-Fokker-Planck avec champ électromagnétique*). — Dans la continuité d'un travail antérieur du premier auteur avec F. Nier (2009) et d'un travail plus récent du deuxième auteur sur le tore (2019), nous considérons l'opérateur de Kramers-Fokker-Planck (KFP) avec un champ électromagnétique sur  $\mathbb{R}^d$ . Nous montrons une estimation de type maximal sur cet opérateur en utilisant une approche nilpotente pour les opérateurs polynômes de champs de vecteurs et des représentations induites d'une algèbre de Lie graduée nilpotente. Cette estimation conduit à une caractérisation optimale du domaine de la fermeture de l'opérateur (KFP) et à un critère de compacité de la résolvante.

---

*Texte reçu le 25 janvier 2021, accepté le 20 juillet 2021.*

BERNARD HELFFER, Université de Nantes, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, 2, rue de la Houssinière, BP 92208 F-44322 Nantes Cedex 3, France • *E-mail* : [bernard.helffer@univ-nantes.fr](mailto:bernard.helffer@univ-nantes.fr)

ZEINAB KARAKI, Université de Nantes, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, 2, rue de la Houssinière, BP 92208 F-44322 Nantes Cedex 3, France • *E-mail* : [zeinab.karaki@univ-nantes.fr](mailto:zeinab.karaki@univ-nantes.fr)

Mathematical subject classification (2010). — 35H10, 47A67; 82C40, 82D40.

Key words and phrases. — Fokker–Planck equation, magnetic field, electric potential, Lie algebra, irreducible representation, maximal estimate.