

# Revue d'Histoire des Mathématiques



*L'originalité de Poincaré en mécanique céleste :  
pratique des solutions périodiques dans un réseau de textes*

Tatiana Roque

**Tome 21 Fascicule 1**

**2 0 1 5**

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

# REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

---

## RÉDACTION

**Rédacteur en chef :**

Norbert Schappacher

**Rédacteur en chef adjoint :**

Philippe Nabonnand

**Membres du Comité de rédaction :**

Alain Bernard  
Frédéric Brechenmacher  
Maarten Bullynck  
Sébastien Gandon  
Hélène Gispert  
Catherine Goldstein  
Jens Høyrup  
Agathe Keller  
Marc Moyon  
Karen Parshall  
Tatiana Roque  
Dominique Tournès

**Directeur de la publication :**

Marc Peigné

## COMITÉ DE LECTURE

Philippe Abgrall  
June Barrow-Green  
Umberto Bottazzini  
Jean Pierre Bourguignon  
Aldo Brigaglia  
Bernard Bru  
Jean-Luc Chabert  
François Charette  
Karine Chemla  
Pierre Crépel  
François De Gandt  
Moritz Epple  
Natalia Ermolaëva  
Christian Gilain  
Jeremy Gray  
Tinne Hoff Kjeldsen  
Jesper Lützen  
Antoni Malet  
Irène Passeron  
Christine Proust  
David Rowe  
Ken Saito  
S. R. Sarma  
Erhard Scholz  
Reinhard Siegmund-Schultze  
Stephen Stigler  
Bernard Vitrac

---

**Secrétariat :**

Nathalie Christiaën  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré  
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05  
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96  
Mél : [rhmsmf@ihp.fr](mailto:rhmsmf@ihp.fr) / URL : <http://smf.emath.fr/>

---

**Périodicité :** La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

**Tarifs :** Prix public Europe : 87 €; prix public hors Europe : 96 €;  
prix au numéro : 43 €.  
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

**Diffusion :** SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9  
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF  
Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde  
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

L'ORIGINALITÉ DE POINCARÉ EN MÉCANIQUE CÉLESTE :  
PRATIQUE DES SOLUTIONS PÉRIODIQUES  
DANS UN RÉSEAU DE TEXTES

TATIANA ROQUE

---

RÉSUMÉ. — Nous étudions l'originalité des propositions de Henri Poincaré en mécanique céleste et leur réception par ses contemporains. La méthode des *réseaux* de textes permet de cerner une *pratique des solutions périodiques* circulant dans des articles écrits par des auteurs de différentes nationalités, travaillant pour des institutions variées et publiant dans divers journaux. En adoptant une plus petite échelle d'analyse, nous repérons certains des effets que les suggestions de Poincaré ont eus et qui se font sentir bien avant qu'une théorie des systèmes dynamiques ne voie le jour. En particulier, des travaux comme ceux de George Hill et George Darwin semblent de première importance si l'on veut comprendre l'appropriation des propositions de Poincaré. Les conclusions que nous avons obtenues nous amènent à réviser la façon de s'interroger sur l'histoire des mathématiques, en particulier sur l'originalité et la réception des idées d'un mathématicien.

ABSTRACT (Poincaré's originality in Celestial Mechanics: the practice of periodic solutions in a text network)

We study the originality of Henri Poincaré's approach to celestial mechanics and its reception by specialists at the time. The method of *networks* of texts enables us to map out a *practice of periodic solutions* that circulated among articles written by authors of different nationalities, working in distinct institutions and publishing in various journals. Reading the texts in detail, we focus our

---

Texte reçu le 31 décembre 2013, révisé le 7 mai 2014, accepté le 4 juillet 2014.

T. ROQUE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Ilha do Fundão, Archives Poincaré - Nancy.

Courrier électronique : [tati@im.ufrj.br](mailto:tati@im.ufrj.br)

Mots clés : Poincaré, solutions périodiques, pratique, réseau de textes.

Je remercie vivement tous ceux qui ont lu le manuscrit, l'ayant enrichi par des suggestions déterminantes : Philippe Nabonnand, Norbert Schappacher, les rapporteurs anonymes et tout particulièrement, Frédéric Brechenmacher et Catherine Goldstein, qui m'ont suggéré un cadre méthodologique nouveau pour présenter une recherche que je mène depuis longtemps.

analysis on a smaller scale and identify some effects of Poincaré's suggestions long before the birth of the theory of dynamical systems. In particular, men like George Hill and George Darwin become especially important to understand how Poincaré's propositions were appropriated. Our conclusions lead to a fresh discussion of the originality and the reception of an author's ideas in the history of mathematics.

## 1. INTRODUCTION

Notre question de départ était la *réception* des méthodes que Henri Poincaré (1854-1912) a proposées pour la mécanique céleste. Son traitement des problèmes classiques, comme celui des trois corps, est reconnu aujourd'hui comme étant nouveau à son époque. On en prend pour exemples son mémoire couronné par le prix du roi de Suède « Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique » [Poincaré 1890]<sup>1</sup> et son livre *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste* [Poincaré 1892-1899].

De nos jours, le caractère novateur de la démarche de Poincaré est associé à une approche qualitative des équations différentielles et aux notions topologiques qu'il aurait employées dans cette approche. Le mémoire « Sur les courbes définies par une équation différentielle », publié en quatre parties entre 1881 et 1886 ([Poincaré 1881], [Poincaré 1882], [Poincaré 1885] et [Poincaré 1886]), antérieurement donc aux textes évoqués plus haut, est souvent mentionné comme étant à l'origine de cette approche. Plus précisément, l'originalité de Poincaré tiendrait surtout à trois aspects de ses travaux : la description des voisinages des singularités, classifiées en *nœuds*, *cols*, *foyers* et *centres*; l'étude de la distribution de telles singularités sur une surface à l'aide de la caractéristique d'Euler; la classification des solutions possibles d'un système différentiel en deux dimensions.

Après Poincaré, la plupart des historiens passent directement à George David Birkhoff (1884-1944), considéré comme le premier héritier de Poincaré en systèmes dynamiques. Il est vrai que Birkhoff a fourni dès 1913 la première démonstration du « dernier théorème géométrique » [Birkhoff 1913], proposé par Poincaré en 1912. Toutefois, le jeune mathématicien qu'était alors Birkhoff n'avait pas encore formulé les notions qui constitueraient le domaine appelé plus tard « systèmes dynamiques ». Ceci ne se

---

<sup>1</sup> L'histoire des deux versions du mémoire soumis à la compétition et les nouveaux résultats qu'elles contiennent a été racontée en détail par June Barrow-Green dans [Barrow-Green 1997].

produisit qu'au cours des années 1920 comme on l'observe notamment dans [Birkhoff 1927].

Amy Dahan-Dalmedico et David Aubin ont souligné que les histoires portant de *longue durée* de la théorie des systèmes dynamiques se focalisent d'habitude sur quelques moments-clés [Aubin & Dahan-Dalmedico 2002], dont l'un des plus mentionnés, relativement à la période antérieure aux années 1920, concerne l'usage que fait Birkhoff de techniques modernes de topologie dans l'étude des systèmes dynamiques. L'objectif de Dahan-Dalmedico et Aubin était, comme le nôtre, de remettre en question une telle vision par une approche historiographique plus élaborée, mais ils se sont intéressés à des périodes plus récentes que celle qui retiendra ici notre attention.

En examinant la production de la fin du XIX<sup>e</sup> et du tout début du XX<sup>e</sup> siècle, nous montrons que présenter la réception des idées de Poincaré comme une simple ligne droite joignant Poincaré à Birkhoff serait une simplification abusive. Et ce, d'autant plus, nous le verrons, que les deux mathématiciens sont séparés par un océan et que leurs activités de recherche principales sur ce sujet sont éloignées d'au moins deux décennies. De plus, nous critiquons les tentatives de caractériser la nouveauté de la démarche de Poincaré par l'emploi de la topologie. Entre 1881 et 1899, dans la période où il publie les textes en question ici, il serait difficile de dire ce qu'était la topologie même pour Poincaré. C'est à la fin du siècle seulement, en 1895, qu'il a publié son article sur l'*Analysis Situs* [Poincaré 1895], celui-ci étant inspiré, de l'aveu même de Poincaré, par des questions issues de ses recherches en mécanique céleste.

Comment caractériser alors l'originalité de Poincaré dans les termes propres à son époque (en évitant les éclairages rétrospectifs) ? Répondre à cette question est indispensable pour comprendre la réception de ses travaux. Jusqu'ici, les commentaires historiques ont surtout mis l'accent sur la « nouveauté » de la démarche de Poincaré pour souligner la singularité et le caractère visionnaire de son travail. Mais comment parler de nouveauté sans se pencher d'abord sur la façon dont les praticiens de la mécanique céleste de son époque ont interprété et employé les propositions de Poincaré ?

Une première lecture des rapports écrits immédiatement après la publication du mémoire « Sur les problème des trois corps », et dont le nombre augmenta après la parution du premier tome des *Méthodes nouvelles*, témoigne d'une réaction positive à ces ouvrages. Les réflexions de Poincaré sur la non-convergence des séries qui expriment les mouvements des astres sont célébrées en tant qu'elles apportent plus de rigueur