

# Bulletin

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

## TOWARDS CANONICAL REPRESENTATIONS OF FINITE HEISENBERG GROUPS

Sergey Lysenko

**Tome 150**  
**Fascicule 3**

**2022**

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

pages 569-577

---

Le *Bulletin de la Société Mathématique de France* est un périodique trimestriel  
de la Société Mathématique de France.

Fascicule 3, tome 150, septembre 2022

---

**Comité de rédaction**

Christine BACHOC	Julien MARCHÉ
Yann BUGEAUD	Kieran O'GRADY
François DAHMANI	Emmanuel RUSS
Clothilde FERMANIAN	Béatrice de TILIÈRE
Wendy LOWEN	Eva VIEHMANN
Laurent MANIVEL	

Marc HERZLICH (Dir.)

**Diffusion**

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA
commandes@smf.emath.fr	www.ams.org

**Tarifs**

Vente au numéro : 43 € (\$ 64)

Abonnement électronique : 135 € (\$ 202),

avec supplément papier : Europe 179 €, hors Europe 197 € (\$ 296)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

**Secrétariat : Bulletin de la SMF**

*Bulletin de la Société Mathématique de France*  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Tél : (33) 1 44 27 67 99 • Fax : (33) 1 40 46 90 96  
bulletin@smf.emath.fr • smf.emath.fr

© Société Mathématique de France 2022

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0037-9484 (print) 2102-622X (electronic)

Directeur de la publication : Fabien DURAND

---

## TOWARDS CANONICAL REPRESENTATIONS OF FINITE HEISENBERG GROUPS

BY SERGEY LYSENKO

---

ABSTRACT. — We consider a finite abelian group  $M$  of odd exponent  $n$  with a symplectic form  $\omega : M \times M \rightarrow \mu_n$  and the Heisenberg extension  $1 \rightarrow \mu_n \rightarrow H \rightarrow M \rightarrow 1$  with the commutator  $\omega$ . According to the Stone–von Neumann theorem,  $H$  admits an irreducible representation with the tautological central character (defined up to a nonunique isomorphism). We construct such an irreducible representation of  $H$  defined up to a unique isomorphism, so canonical in this sense.

RÉSUMÉ (*Vers les représentations canoniques des groupes de Heisenberg finis*). — On considère un groupe fini abélien  $M$  d'exposant impair  $n$  avec une forme symplectique  $\omega : M \times M \rightarrow \mu_n$ . Soit  $1 \rightarrow \mu_n \rightarrow H \rightarrow M \rightarrow 1$  une extension de Heisenberg dont le commutateur est  $\omega$ . D'après un théorème de Stone-von Neumann,  $H$  admet une représentation irréductible avec le caractère central tautologique, qui est définie à un isomorphisme non unique près. Nous construisons une telle représentation définie à un unique isomorphisme près, donc canonique dans ce sens.

### 1. Introduction

1.0.1. Consider a finite abelian group  $M$  of odd exponent  $n$  with a symplectic form  $\omega : M \times M \rightarrow \mu_n$ . It admits a unique symmetric Heisenberg extension  $1 \rightarrow \mu_n \rightarrow H \rightarrow M \rightarrow 1$  with the commutator  $\omega$ . According to the Stone–von Neumann theorem,  $H$  admits an irreducible representation with the tautolog-

---

*Texte reçu le 30 avril 2021, modifié le 6 mars 2022, accepté le 2 mai 2022.*

SERGEY LYSENKO, Institut Élie Cartan Nancy (Mathématiques), Université de Lorraine, B.P. 239, F-54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, France • *E-mail* : [Sergey.Lysenko@univ-lorraine.fr](mailto:Sergey.Lysenko@univ-lorraine.fr)

Mathematical subject classification (2010). — 20C99, 11F27.

Key words and phrases. — Stone–von Neumann theorem, finite Heisenberg group, Weil representation, geometric Weil representation.