

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|----|
| Introduction | 1 |
| Préliminaires : groupe de Cremona | 1 |
| Génération du groupe de Cremona | 3 |
| Sous-groupes spéciaux du groupe de Cremona : sous-groupes finis, sous- groupes d'invariance... .. | 4 |
| Automorphismes et alternative de Tits : analogie avec les groupes linéaires | 7 |
| Propriétés et résultats de nature algébri-co-dynamique | 8 |
| Représentations de réseaux dans le groupe de Cremona et applications ... | 10 |
| Transformations rationnelles et birationnelles quadratiques | 12 |
| Germe de flots birationnels quadratiques | 15 |
| Transformations rationnelles, feuilletages, conjugaison dans les Σ^i | 16 |
| Quelques propriétés dynamiques des transformations birationnelles quadratiques | 17 |
| Des propriétés algébriques du groupe de Cremona | 18 |
| Transformations birationnelles de degré 3 | 19 |
| Remerciements | 23 |
| À l'attention du lecteur | 23 |
| | |
| 1. Transformations rationnelles et birationnelles quadratiques | 25 |
| 1.1. Quelques définitions et notations | 25 |
| 1.2. Transformations rationnelles quadratiques | 27 |
| 1.3. Critère de birationnalité | 29 |
| 1.4. Relations et transformations birationnelles, second critère de birationnalité | 34 |
| 1.4.1. Calculs explicites d'espaces de relations linéaires | 34 |
| 1.4.2. Critère de birationnalité | 36 |
| 1.4.3. Paramétrisation de l'adhérence de Bir_2 | 39 |
| 1.5. Quelques orbites sous l'action gauche-droite | 41 |
| 1.5.1. Orbites génériques et feuilletage par les orbites | 42 |
| 1.5.2. Lieu singulier | 44 |
| 1.5.3. Orbites spéciales | 46 |
| 1.6. Conditions d'incidence ; lissité de Bir_2 et non lissité de $\overline{\text{Bir}_2}$ | 48 |
| | |
| 2. Germes de flots birationnels quadratiques | 53 |

| | |
|---|-----|
| 2.1. Généralités sur les germes de flots birationnels quadratiques | 53 |
| 2.1.1. Quelques rappels utiles | 53 |
| 2.1.2. Propriétés des germes de flots dans Bir_2 | 55 |
| 2.1.3. Deux résultats sur les germes de flots dans Bir_n | 66 |
| 2.2. Classification des germes de flots birationnels quadratiques | 67 |
| 2.2.1. La seconde composante du flot est triviale, <i>i.e.</i> , $\varepsilon = 0$ | 68 |
| 2.2.2. La seconde composante du flot est une translation, <i>i.e.</i> , $\varepsilon = 1$ | 70 |
| 2.2.3. La seconde composante du flot est une homothétie | 76 |
| 2.2.4. Récapitulatif | 88 |
| 3. Transformations rationnelles, feuilletages, conjugaison dans les Σ^i | 99 |
| 3.1. Généralités | 99 |
| 3.2. Transformations birationnelles quadratiques et feuilletages | 103 |
| 3.3. Relations de type Lefschetz, Baum-Bott | 105 |
| 3.4. Conjugaison birationnelle entre éléments de $\text{PGL}_3(\mathbb{C})$ | 108 |
| 3.5. Conjugaison birationnelle entre éléments de Σ^3 | 110 |
| 3.6. Conjugaison birationnelle entre automorphismes de Hénon | 114 |
| 4. Quelques propriétés dynamiques des transformations birationnelles quadratiques 117 | |
| 4.1. Stabilité algébrique | 117 |
| 4.2. Feuilletages et courbes invariants pour des transformations du type $A\sigma$.. | 120 |
| 4.2.1. Feuilletages invariants | 120 |
| 4.2.2. Courbes invariantes | 121 |
| 4.3. Exemples de transformations quadratiques préservant une fibration rationnelle | 133 |
| 4.4. Transformations ayant une courbe de points fixes | 134 |
| 4.5. Points d'indétermination des itérés, points périodiques | 137 |
| 4.5.1. Points d'indétermination, ensembles exceptionnels | 137 |
| 4.5.2. Points périodiques | 140 |
| 4.6. Transformations birationnelles quadratiques de carré quadratique | 143 |
| 4.6.1. Cas non génériques | 148 |
| 5. Propriétés algébriques du groupe de Cremona | 151 |
| 5.1. Le groupe de Cremona ne se plonge pas dans un $\text{GL}_n(\mathbb{k})$ | 151 |
| 5.2. Centralisateur d'une transformation $A\sigma$ générique | 152 |
| 5.3. Construction de sous-groupes libres | 154 |
| 5.4. Au sujet de la simplicité | 155 |
| 5.4.1. Premiers calculs de $N(f, \text{Bir}(\mathbb{P}^2))$ et conséquences | 156 |
| 5.4.2. Description du sous-groupe normal de $\text{Bir}(\mathbb{P}^2)$ engendré par une transformation birationnelle quadratique | 157 |
| 5.4.3. Calculs de $N(f, \text{Bir}(\mathbb{P}^2))$ dans un cadre un peu plus général | 159 |
| 5.5. Une version un peu plus forte du Théorème de Nøther | 160 |